



ci pV%eS gOY ^UQj cEAGv
cYE mgab AaAqivwK ^ I qvngG %aGvAbly b Ki G Zm %AaAqW ^K ^hKvBvnrOkj i FbjifK
cEg mgab jvLQ cv G mGBB

প্রশ্ন ১ কোনো এলাকার 60 জন মানুষের বয়সের গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

বয়সের শ্রেণি (বছর)	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
গণসংখ্যা	10	14	18	11	7

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা 65 এবং মধ্যমান 62.5 হলে, ঐ শ্রেণির নিসীমা নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। 8
- গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। 8

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, শ্রেণি মধ্যমান = $\frac{\text{শ্রেণির উচ্চসীমা} + \text{শ্রেণির নিসীমা}}{2}$

$$\text{বা, } 62.5 = \frac{65 + \text{শ্রেণির নিসীমা}}{2}$$

$$\text{বা, } 65 + \text{শ্রেণির নিসীমা} = 125$$

$$\therefore \text{শ্রেণির নিসীমা} = 125 - 65$$

$$= 60 \text{ (Ans.)}$$

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
10-19	10	10
20-29	14	24
30-39	18	42
40-49	11	53
50-59	7	60
	n = 60	

$$\text{এখানে, } n = 60 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{60}{2} \text{ বা } 30$$

অতএব, মধ্যক 30 তম পদের মান যার অবস্থান (30 - 39)

শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি (30-39)।

$$\text{এখানে, } L = 30$$

$$F_c = 24$$

$$f_m = 18$$

$$h = 10$$

$$\text{সুতরাং, মধ্যক} = L + \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \times h$$

$$= 30 + \frac{30 - 24}{18} \times 10$$

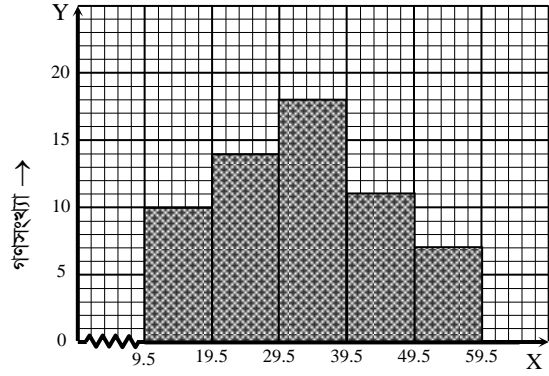
$$= 30 + \frac{60}{18}$$

$$= 33.33 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তিসহ সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
10-19	9.5-19.5	10
20-29	19.5-29.5	14
30-39	29.5-39.5	18
40-49	39.5-49.5	11
50-59	49.5-59.5	7

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তির 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 9.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি →

চিত্র: আয়তলেখ

প্রশ্ন ২ নবম শ্রেণির 38 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

প্রাপ্ত নম্বরের শ্রেণি	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54
গণসংখ্যা	5	9	12	8	4

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রদত্ত উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। 8
- গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। 8

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বোচ্চ সংখ্যক গণসংখ্যা আছে (40-44) শ্রেণিতে।

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণি (40-44)}$$

$$\text{সুতরাং প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{40 + 44}{2} = 42 \text{ (Ans.)}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
30-34	32	5	-2	-10
35-39	37	9	-1	-9
40-44	42 ← a	12	0	0
45-49	47	8	1	8
50-54	52	4	2	8
মোট		n = 38		$\Sigma f_i u_i = -3$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 42 + \frac{-3}{38} \times 5$$

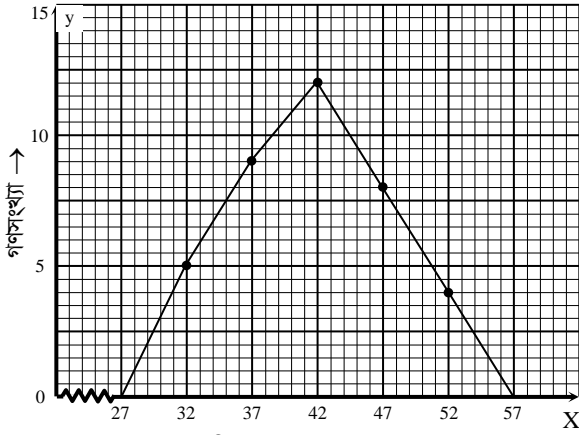
$$= 41.61 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$



গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
30-34	32	5
35-39	37	9
40-44	42	12
45-49	47	8
50-54	52	4

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 27 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



শ্রেণি মধ্যমান →
চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ৩ কোনো বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণিতে 50 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কিলোগ্রাম) গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

ওজন (কেজি)	47-51	52-56	57-61	62-66	67-71	72-76
গণসংখ্যা	6	10	12	10	7	5

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. বিবরণসহ গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা 12

যা (57 – 61) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

∴ প্রচুরক শ্রেণি হলো (57 – 61)

∴ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{57 + 61}{2} = 59$ (Ans.)

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি:

ওজন (কেজি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
47-51	6	6
52-56	10	16
57-61	12	28
62-66	10	38
67-71	7	45
72-76	5	50

	n = 50	
--	--------	--

এখানে, n = 50

SSC গণিত নাইডস উত্তরপত্র-১৫গ
∴ $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

এবং 25 তম পদটি (57 – 61) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি (57 – 61)

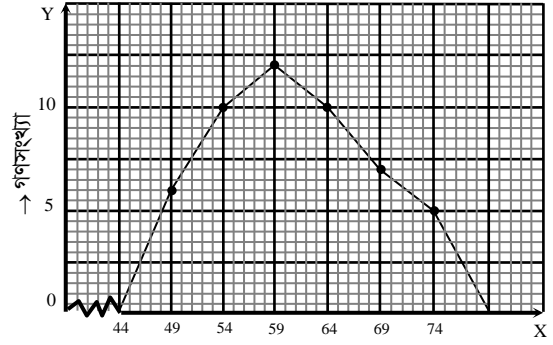
$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 57 + (25 - 16) \times \frac{5}{12} \\ &= 57 + \frac{45}{12} \\ &= 60.75 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

এখানে, L = 57
F_c = 16
f_m = 12
h = 5

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
47-51	49	6
52-56	54	10
57-61	59	12
62-66	64	10
67-71	69	7
72-76	74	5

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু
চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ৪ নবম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80
গণসংখ্যা	8	12	20	10	6	4

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রদত্ত উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-55	8	8
56-60	12	20
61-65	20	40
66-70	10	50
71-75	6	56
76-80	4	60



মোট =	n = 60
-------	--------

প্রদত্ত সারণিতে মোট গণসংখ্যা, n = 60

$$\therefore \frac{n}{2} = 30$$

এখানে, 30-তম পদটি (61 - 65) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

\therefore মধ্যক শ্রেণি (61 - 65)

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} &= \frac{61 + 65}{2} \\ &= 63 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

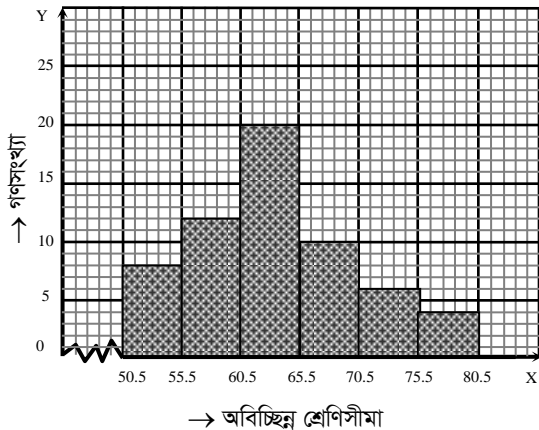
শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
51-55	53	8	-2	-16
56-60	58	12	-1	-12
61-65	63 ← a	20	0	0
66-70	68	10	1	10
71-75	73	6	2	12
76-80	78	4	3	12
		n = 60		$\sum f_i u_i = 6$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 63 + \frac{6}{60} \times 5 \\ &= 63.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তিসহ সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
51-55	50.5-55.5	8
56-60	55.5-60.5	12
61-65	60.5-65.5	20
66-70	65.5-70.5	10
71-75	70.5-75.5	6
76-80	75.5-80.5	4

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তির 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 50.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

প্রশ্ন ▶▶ কোনো পরীক্ষায় 70 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ : [দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১০]

শ্রেণিব্যাপ্তি	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

- ক. 6, 7, 1, 9, 4 উপাত্তের প্রচুরক আছে কি? ব্যাখ্যা কর। ২
খ. সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 6, 7, 1, 9, 4 উপাত্তের প্রচুরক নেই। কেননা প্রদত্ত উপাত্তে কোন সংখ্যাই একাধিকবার নেই।
সুতরাং প্রদত্ত উপাত্তের কোন প্রচুরক নেই।

খ এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 25 আছে (50 - 54) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হবে (50-54)।

এখানে, L = 50, $f_1 = 25 - 18 = 7$, $f_2 = 25 - 8 = 17$, h = 5

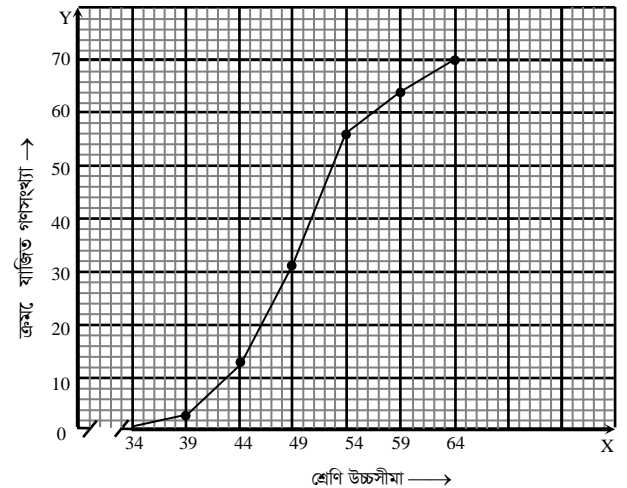
$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 50 + \frac{7}{7 + 17} \times 5 \\ &= 50 + \frac{35}{24} = 50 + 1.458 \\ &= 51.458 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় প্রচুরক 51.458 (প্রায়) (Ans.)

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35-39	34-39	3	3
40-44	39-44	10	13
45-49	44-49	18	31
50-54	49-54	25	56
55-59	54-59	8	64
60-64	59-64	6	70

এখন, X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি উচ্চসীমার 1 একক নিয়ে এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাছুর দৈর্ঘ্যকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার দুই একক ধরে শ্রেণির উর্ধ্বসীমা বরাবর বিন্দুগুলো চিহ্নিত করি। অতঃপর চিহ্নিত বিন্দুগুলো সাবলীলভাবে যোগ করি। এটিই নির্ণেয় অজিত রেখা। 0 থেকে 34 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিতরেখা

প্রশ্ন ৬ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ :
[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯] প্রশ্ন নং ১১

শ্রেণিব্যাপ্তি (টাকায়)	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54
গণসংখ্যা	10	12	20	6	7	5

- ক. মধ্যক শ্রেণি উল্লেখপূর্বক F_c এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মধ্যক শ্রেণি নির্ণয়ের সারণি হবে নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
25-29	10	10
30-34	12	22
35-39	20	42
40-44	6	48
45-49	7	55
50-54	5	60

এখানে, $n = 60$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$ । অতএব, মধ্যক 30 তম পদ

যার অবস্থান (35-39) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি (35-39)।

$\therefore F_c = 22$ (Ans.)

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপবিচ্যুতি $f_i u_i$
25-29	27	10	-2	-20
30-34	32	12	-1	-12
35-39	37 ← a	20	0	0
40-44	42	6	1	6
45-49	47	7	2	14
50-54	52	5	3	15
মোট		$n = 60$		$\Sigma f_i u_i = 3$

\therefore নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$

$$= 37 + \frac{3}{60} \times 5$$

$$= 37 + 0.25$$

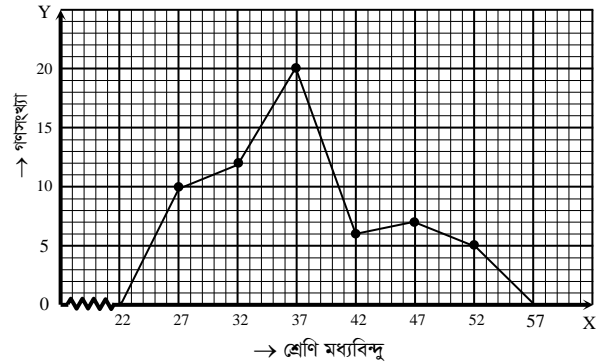
$$= 37.25$$
 (Ans.)

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যমান	গণসংখ্যা
25-29	27	10
30-34	32	12
35-39	37	20
40-44	42	6
45-49	47	7
50-54	52	5

এখানে, প্রথম শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যমান 22 এবং শেষ শ্রেণির পরের শ্রেণির মধ্যমান 57। এবার x-অক্ষ বরাবর শ্রেণির মধ্যমান

সুবিধাজনক এককে অর্থাৎ প্রতি ঘরকে একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে প্রতি ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। 0 থেকে 22 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ৭ দশম শ্রেণির 80 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	8	12	17	23	10	7	3

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯] প্রশ্ন নং ১০

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের অজিত রেখা আঁক। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	8	8
41-50	12	20
51-60	17	37
61-70	23	60
71-80	10	70
81-90	7	77
91-100	3	80

এখানে, $n = 80$

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$ তম পদের মান হচ্ছে মধ্যক। যেহেতু 40 তম পদের

অবস্থান (61-70) শ্রেণিতে।

\therefore মধ্যক শ্রেণি হলো (61-70)

\therefore মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{70+61}{2} = 65.5$ (Ans.)

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	ধাপ বিচ্যুতি \times গণসংখ্যা $f_i u_i$
31-40	35.5	8	-3	-24
41-50	45.5	12	-2	-24
51-60	55.5	17	-1	-17
61-70	65.5 ← a	23	0	0



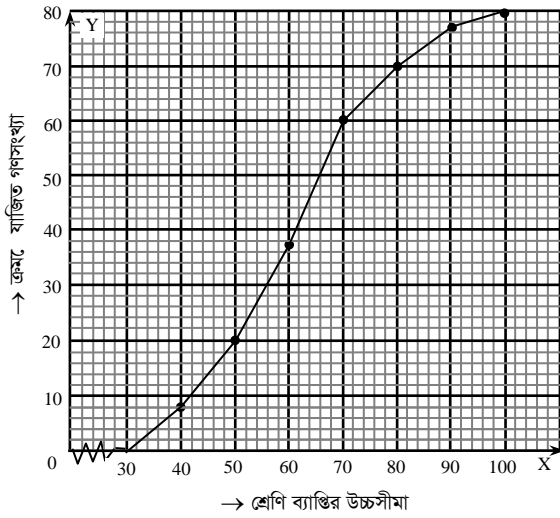
71-80	75.5	10	1	10
81-90	85.5	7	2	14
91-100	95.5	3	3	9
		n = 80		$\sum f_i u_i = -32$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 65.5 + \frac{-32}{80} \times 10 \\ &= 65.5 - 4 \\ &= 61.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	8	8
41-50	12	20
51-60	17	37
61-70	23	60
71-80	10	70
81-90	7	77
91-100	3	80
	n = 80	

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার দুই একক এবং y-অক্ষ বরাবর এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার দুই একক ধরে প্রদত্ত উপাঙ্গের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ৮ কোনো শ্রেণির 70 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	40-43	44-47	48-51	52-55	56-59	60-63	64-67
গণসংখ্যা	5	7	16	15	16	8	3

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রদত্ত উপাঙ্গের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাঙ্গের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাঙ্গের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাঙ্গের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40-43	5	5
44-47	7	12
48-51	16	28
52-55	15	43
56-59	16	59
60-63	8	67
64-67	3	70

খ প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 16 আছে (48-51) ও (56-59) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হলো (48-51) ও (56-59)

এখন, (48-51) শ্রেণির ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h && \text{এখানে,} \\ &= 48 + \frac{9}{9 + 1} \times 4 && L = 48 \\ &= 48 + \frac{36}{10} && f_1 = 16 - 7 = 9 \\ &= 48 + 3.6 && f_2 = 16 - 15 = 1 \\ &= 51.6 && h = 4 \end{aligned}$$

আবার, (56-59) শ্রেণির ক্ষেত্রে,

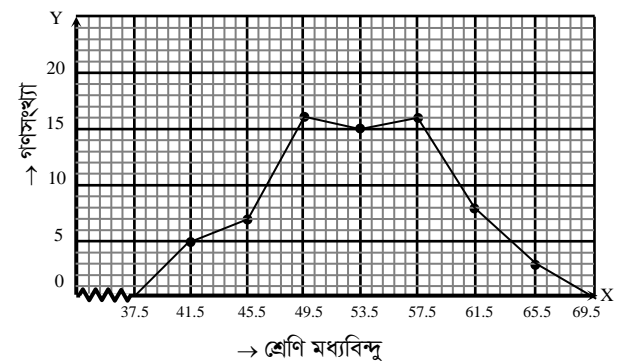
$$\begin{aligned} \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h && \text{এখানে, } L = 56 \\ &= 56 + \frac{1}{1 + 8} \times 4 && f_1 = 16 - 15 = 1 \\ &= 56 + \frac{4}{9} && f_2 = 16 - 8 = 8 \\ &= 56.44 \text{ (প্রায়)} && h = 4 \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় প্রচুরক 51.6 ও 56.44 (প্রায়) (Ans.)

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
40-43	41.5	5
44-47	45.5	7
48-51	49.5	16
52-55	53.5	15
56-59	57.5	16
60-63	61.5	8
64-67	65.5	3

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 4 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 37.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ৯ ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79
গণসংখ্যা	6	10	12	9	8	5

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 22, 18, 36, 27, 36, 19, 24, 26, 28, 21 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তসমূহের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই-
 18, 19, 21, 22, 24, 26, 27, 28, 36, 36
 এখানে, মোট উপাত্ত সংখ্যা, n = 10 যা জোড় সংখ্যা।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{n}{2} \text{Zg } c' + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{Zg } c''}{2} \\ &= \frac{\frac{10}{2} \text{Zg } c' + \left(\frac{10}{2} + 1\right) \text{Zg } c''}{2} \\ &= \frac{5 \text{Zg } c' + 6 \text{Zg } c''}{2} \\ &= \frac{24 + 26}{2} \\ &= \frac{50}{2} = 25 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

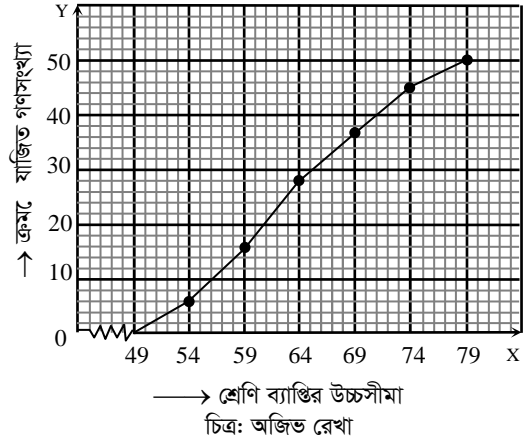
শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যমান x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
50-54	6	52	-2	-12
55-59	10	57	-1	-10
60-64	12	62 ← a	0	0
65-69	9	67	1	9
70-74	8	72	2	16
75-79	5	77	3	15
মোট	n = 50			$\sum f_i u_i = 18$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 62 + \frac{18}{50} \times 5 \\ &= 62 + 1.8 = 63.8 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50-54	6	6
55-59	10	16
60-64	12	28
65-69	9	37
70-74	8	45
75-79	5	50

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার এক একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিত রেখা আঁকা হলো। মূল বিন্দু থেকে 49 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যাপ্তির উচ্চসীমা
চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ১০ রসায়নবিজ্ঞানে 76 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো:

প্রাপ্ত নম্বর	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	7	13	18	24	9	5

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের বর্ণনাসহ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বোচ্চ গণসংখ্যা 24 বিদ্যমান (61-70) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (61-70)

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} &= \frac{61 + 70}{2} \\ &= 65.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	35.5	7	7
41-50	45.5	13	20
51-60	55.5	18	38
61-70	65.5	24	62
71-80	75.5	9	71
81-90	85.5	5	76

এখানে, n = 76

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

এখানে, (51-60) শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $\frac{n}{2}$ এর সমান।

∴ মধ্যক (51-60) শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণি অর্থাৎ (61-70) এ অবস্থিত।

সুতরাং L = 61

$$F_c = 38$$

$$f_m = 24$$

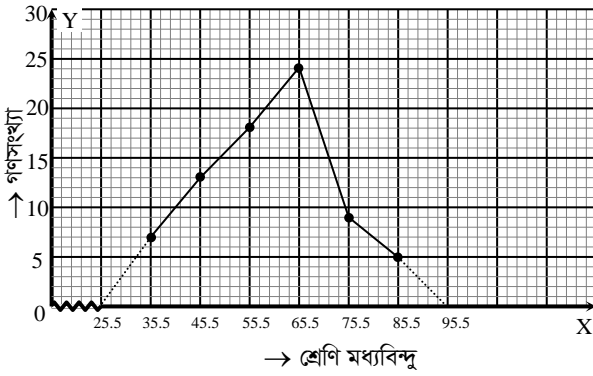
$$h = 10$$



$$\begin{aligned}\therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (38 - 38) \times \frac{10}{24} \\ &= 61 + 0 \\ &= 61 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ 'খ' এর সারণি হতে,

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে দুই একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১১ কোনো শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	36-40	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80
গণসংখ্যা	3	7	12	15	9	8	6	4	1

[সিলেট বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ধারণ করে তার মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36 - 40	3	3
41 - 45	7	10
46 - 50	12	22
51 - 55	15	37
56 - 60	9	46
61 - 65	8	54
66 - 70	6	60
71 - 75	4	64
76 - 80	1	65

$$\text{এখানে, } n = 65 \text{ এবং } \frac{n+1}{2} = 33$$

অতএব, মধ্যক হলো 33-তম পদের মান। 33 তম পদের অবস্থান হবে (51-55) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (51-55)।

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{51+55}{2} = 53 \text{ (Ans.)}$$

খ. প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 আছে (51-55) শ্রেণিতে।

অতএব, প্রচুরক শ্রেণি = (51-55)

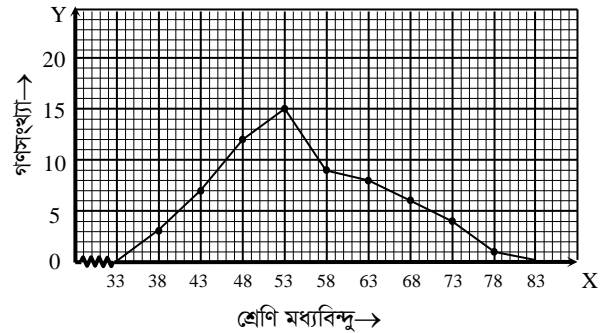
এখানে, $L = 51$, $f_1 = 15 - 12 = 3$, $f_2 = 15 - 9 = 6$, $h = 5$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h = 51 + \frac{3}{3+6} \times 5 \\ &= 51 + \frac{15}{9} = 52.67 \text{ (প্রায়) (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
36 - 40	38	3
41 - 45	43	7
46 - 50	48	12
51 - 55	53	15
56 - 60	58	9
61 - 65	63	8
66 - 70	68	6
71 - 75	73	4
76 - 80	78	1

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 38 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১২ কোনো বিজ্ঞান ক্লাবের সদস্যদের ভরের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	44-48	49-53	54-58	59-63	64-68	69-73
গণসংখ্যা	4	11	13	19	8	5

[সিলেট বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. 20, 30, 25, 27, 32, 26 এর মধ্যক নির্ণয় কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,
20, 25, 26, 27, 30, 32

এখানে, মোট উপাত্ত সংখ্যা ৬টি।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{6}{2} Zg c' + \left(\frac{6}{2} + 1\right) Zg c'}{2} \\ &= \frac{3q c' + 4^{\wedge} \wedge c'}{2} \\ &= \frac{26 + 27}{2} = 26.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

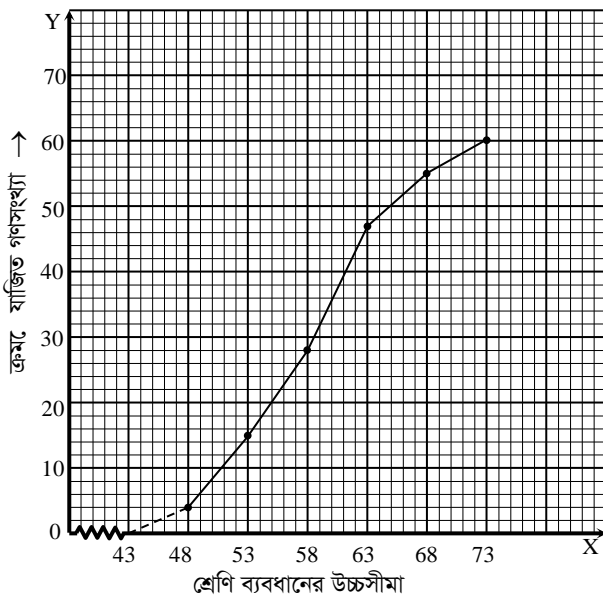
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
44 - 48	46	4	-3	-12
49 - 53	51	11	-2	-22
54 - 58	56	13	-1	-13
59 - 63	61 ← a	19	0	0
64 - 68	66	8	1	8
69 - 73	71	5	2	10
		n = 60		$\Sigma f_i u_i = -29$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h \\ &= 61 + \frac{-29}{60} \times 5 \\ &= 61 - \frac{29}{12} \\ &= 58.58 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
44 - 48	4	4
49 - 53	11	15
54 - 58	13	28
59 - 63	19	47
64 - 68	8	55
69 - 73	5	60

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 43 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৩ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

প্রাপ্ত নম্বর	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	8	13	15	35	25	5	4

[যশোর বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত সারণির মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণির উপস্থাপিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
21 - 30	5	5
31 - 40	8	13
41 - 50	13	26
51 - 60	15	41
61 - 70	35	76
71 - 80	25	101
81 - 90	5	106
91 - 100	4	110

এখানে, n = 110 এবং $\frac{n}{2} = 55$

অতএব, মধ্যক হলো 55 তম পদের মান। 55 তম পদের অবস্থান হবে (61-70) শ্রেণিতে। অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (61-70)।

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{61 + 70}{2} = 65.5 \text{ (Ans.)}$$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
21 - 30	25.5	5	-4	-20
31 - 40	35.5	8	-3	-24
41 - 50	45.5	13	-2	-26
51 - 60	55.5	15	-1	-15
61 - 70	65.5 ← a	35	0	0
71 - 80	75.5	25	1	25
81 - 90	85.5	5	2	10
91 - 100	95.5	4	3	12
		n = 110		$\Sigma f_i u_i = -38$

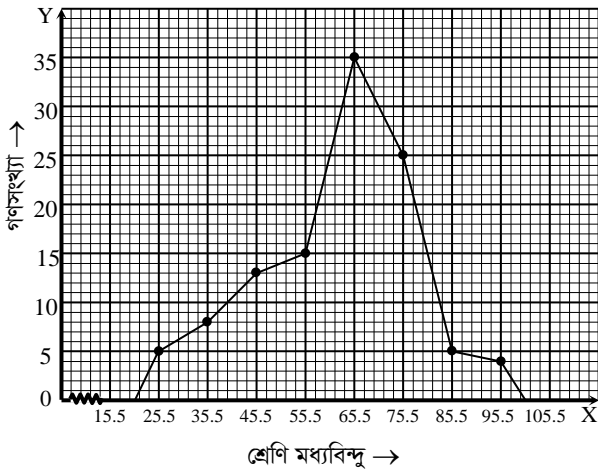
$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 65.5 + \frac{-38}{110} \times 10 \\ &= 65.5 - \frac{38}{11} = 62.05 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:



শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
21 - 30	25.5	5
31 - 40	35.5	8
41 - 50	45.5	13
51 - 60	55.5	15
61 - 70	65.5	35
71 - 80	75.5	25
81 - 90	85.5	5
91 - 100	95.5	4

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 15.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন 18 কোনো স্কুলের ২০১৮ সালের বাছনিক পরীক্ষায় 70 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

[যশোর বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. 2, 8, 1, 6, 5 উপাত্তের প্রচুরক আছে কি? ব্যাখ্যা কর। ২
খ. সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক সংখ্যক বার থাকে তাকে ঐ উপাত্তের প্রচুরক বলা হয়। প্রদত্ত উপাত্তের কোনো সংখ্যাই একাধিক বার নেই। সুতরাং প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক নেই।

খ. এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 25 আছে (50 - 54) শ্রেণিতে।

অতএব, প্রচুরক শ্রেণি = (50 - 54)

এখানে, $L = 50$, $f_1 = 25 - 18 = 7$, $f_2 = 25 - 8 = 17$, $h = 5$

আমরা জানি, প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$$= 50 + \frac{7}{7 + 17} \times 5$$

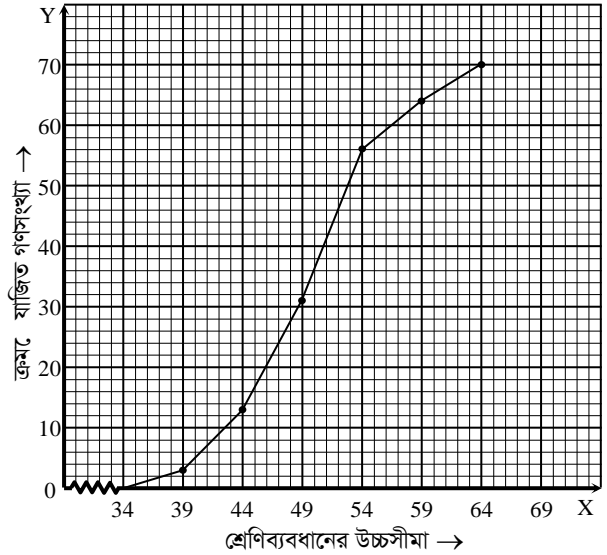
$$= 50 + \frac{35}{24}$$

$$= 51.46 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. অজিত রেখা অঙ্কনের প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35 - 39	3	3
40 - 44	10	13
45 - 49	18	31
50 - 54	25	56
55 - 59	8	64
60 - 64	6	70

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন 15 কোনো স্কুলে নবম শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষার 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের নিরূপ:

75, 68, 60, 76, 68, 64, 58, 70, 45, 49, 60, 50, 48, 51, 78, 58, 55, 58, 75, 61, 62, 44, 64, 63, 70, 70, 67, 71, 55, 54, 61, 63, 60, 69, 70, 69, 70, 67, 56, 62, 60, 63, 56, 57, 50, 60, 56, 61, 63, 65

[বরিশাল বোর্ড-২০১৯ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 14, 9, 7, 10, 12, 11, 6, 13 উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর। ২
খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,

6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14

এখানে, $n = 8$ যা জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{n}{2} \text{Zg c} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{Zg c}'}{2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{8}{2} Zg c' + \left(\frac{8}{2} + 1\right) Zg c'}{2} \\ &= \frac{4 Zg c' + 5 g c'}{2} \\ &= \frac{10 + 11}{2} \\ &= \frac{21}{2} = 10.5 \end{aligned}$$

∴ মধ্যক 10.5 (Ans.)

- খ প্রদত্ত উপান্তে সর্বোচ্চ নম্বর 78 এবং সর্বনিম্ন নম্বর 44
∴ উপান্তের পরিসর = (সর্বোচ্চ মান - সর্বনিম্ন মান) + 1
= (78 - 44) + 1 = 34 + 1 = 35
∴ শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{35}{5} = 7$

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
44-48		3
49-53		4
54-58		10
59-63		14
64-68		7
69-73		8
74-78		4

আমরা জানি, প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 14 আছে (59-63) শ্রেণিতে।

সূত্রাং প্রচুরক শ্রেণি (59-63)।

এখানে, L = 59, $f_1 = 14 - 10 = 4$

$$f_2 = 14 - 7 = 7$$

$$h = 5$$

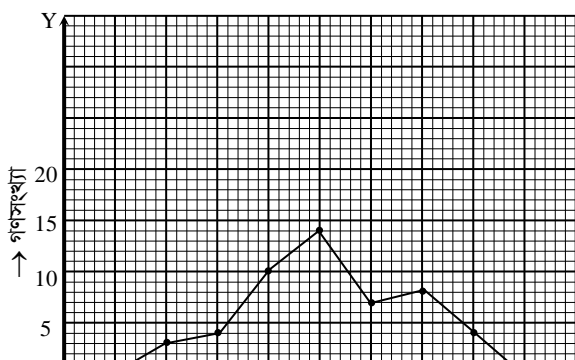
$$\therefore \text{প্রচুরক} = 59 + \frac{4}{4 + 7} \times 5 = 59 + \frac{20}{11}$$

$$= 59 + 1.8181 = 60.8181 = 60.82 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

- গ গণসংখ্যা বহুভুজ অংকনের জন্য সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যমান	গণসংখ্যা
44-48	46	3
49-53	51	4
54-58	56	10
59-63	61	14
64-68	66	7
69-73	71	8
74-78	76	4

এখন, প্রথম শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যমান 41 এবং শেষ শ্রেণির পরের শ্রেণির মধ্যমান 81। এবার X-অক্ষ বরাবর শ্রেণির মধ্যমানের সুবিধাজনক একক নিয়ে যেখানে - / - (ছেদ) চিহ্নটি 0 থেকে 41 বুঝায় এবং Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যার প্রতি ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অংকন করা হলো।



→ শ্রেণির মধ্যমান

চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

- প্রশ্ন 16 নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	5	8	10	16	8	7	6

[বরিশাল বোর্ড-২০১৯ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক বলতে কী বোঝায়? ২
খ. প্রদত্ত উপান্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপান্ত হতে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক **মধ্যক:** পরিসংখ্যানের উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে যে সকল উপাত্ত ঠিক মাঝখানে থাকে সেইগুলোর মানই হবে উপাত্তগুলোর মধ্যক। যদি উপান্তের সংখ্যা n হয় এবং n যদি বিজোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে $\frac{n+1}{2}$ তম পদের মান। আর যদি n জোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে $\frac{n}{2}$ তম ও $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের গড়।

- খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
21-30	25.5	5	-3	-15
31-40	35.5	8	-2	-16
41-50	45.5	10	-1	-10
51-60	55.5 ← a	16	0	0
61-70	65.5	8	1	8
71-80	75.5	7	2	14
81-90	85.5	6	3	18
মোট		n = 60		$\sum f_i u_i = -1$

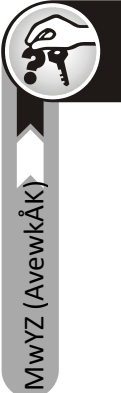
$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 55.5 + \frac{-1}{60} \times 10$$

$$= 55.33 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

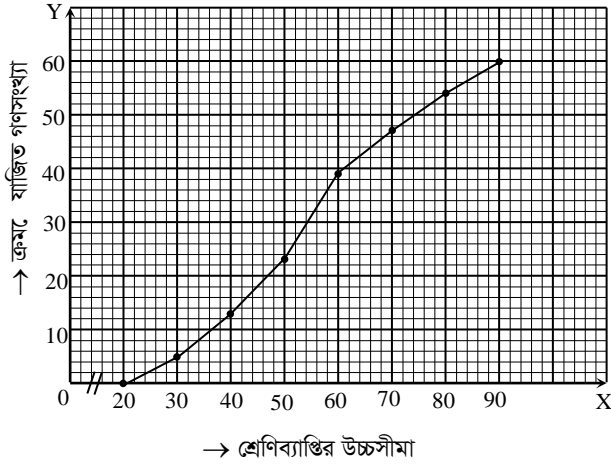
- গ অজিত রেখা অংকনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
21-30	20-30	5	5
31-40	30-40	8	13
41-50	40-50	10	23



51-60	50-60	16	39
61-70	60-70	8	47
71-80	70-80	7	54
81-90	80-90	6	60

X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমার 2 একক নিয়ে যেখানে -// - (ছেদ) চিহ্নটি 0 থেকে 20 বুঝায় এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে শ্রেণির উর্ধ্বসীমা বরাবর বিন্দুগুলো চিহ্নিত করি। অতঃপর X-অক্ষে 20 থেকে চিহ্নিত বিন্দুগুলো সাবলীলভাবে যোগ করি। এটিই নির্ণেয় অজিত রেখা।



→ শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা

চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ১৭ 40 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :

78, 68, 61, 99, 69, 80, 83, 75, 62, 65, 77, 85, 75, 82, 98, 95, 85, 77, 80, 87, 81, 85, 90, 85, 75, 77, 81, 78, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 66, 75, 80, 77, 70, 90

[সকল বোর্ড-২০১৮ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলকের সংজ্ঞা লিখ। ২
খ. শ্রেণি ব্যবধান ৪ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ৪
গ. সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বিচ্ছিন্ন চলক: যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণ সংখ্যা হয়, তাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। যেমন : জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক।

অবিচ্ছিন্ন চলক: যে সকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। যেমন : বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি।

খ. এখানে, প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে সর্বোচ্চ নম্বর = 99

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 61

∴ পরিসর = (99 - 61) + 1 = 39

শ্রেণি ব্যবধান ৪ ধরে গণসংখ্যা = $\frac{39}{8}$
= 4.875 ≈ 5টি

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

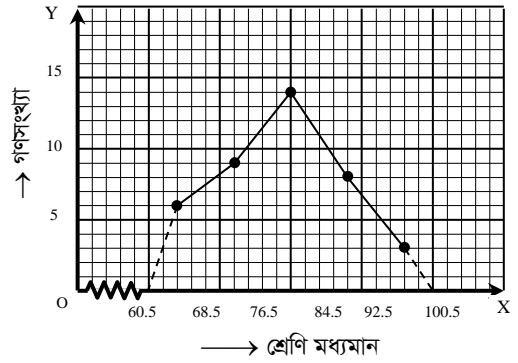
শ্রেণি ব্যাপ্তি (নম্বর)	ট্যালি	গণসংখ্যা
61-68		6
69-76		9
77-84		14

85-92		8
93-100		3
	মোট	n = 40

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
61-68	64.5	6
69-76	72.5	9
77-84	80.5	14
85-92	88.5	8
93-100	96.5	3

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তির 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 60.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যমান

চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১৮ ৯ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো :

ওজন (কেজি)	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	4	6	12	20	15	3

[সকল বোর্ড-২০১৮ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. চলকের পরিচয়সহ প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ। ২
খ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. গণসংখ্যা সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি নিরূপণ :

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

যেখানে, L = প্রচুরক শ্রেণির নিম্নমান

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা - পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা - পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণিব্যাপ্তি

খ. মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

ওজন (কেজি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41-45	4	4
46-50	6	10

51-55	12	22
56-60	20	42
61-65	15	57
66-70	3	60
n = 60		

এখানে, $n = 60$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

∴ মধ্যক হলো 30 তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হবে (56-60) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (56-60)।

সুতরাং, $L = 56$

$F_c = 22$

$f_m = 20$ এবং $h = 5$

∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times \frac{h}{f_m}$

$$= 56 + (30 - 22) \times \frac{5}{20}$$

$$= 56 + 8 \times \frac{1}{4}$$

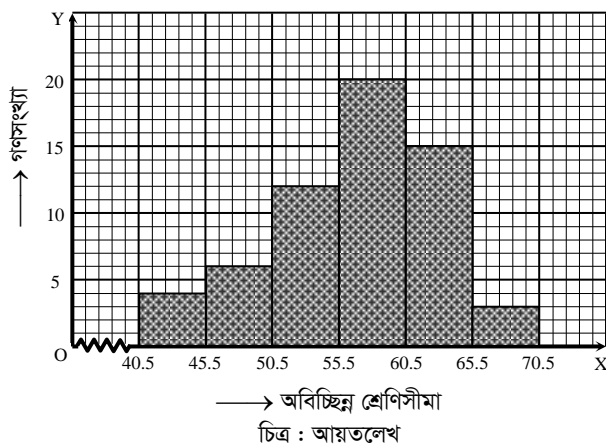
$$= 56 + 2$$

$$= 58 \text{ (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণিসীমা	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
41-45	40.5-45.5	4
46-50	45.5-50.5	6
51-55	50.5-55.5	12
56-60	55.5-60.5	20
61-65	60.5-65.5	15
66-70	65.5-70.5	3

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি এক ঘরকে 1 একক ধরে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি এক ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ অঙ্কন করি। মূলবিন্দু থেকে 40.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন 1৯ কোনো স্কুলের দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ :- [ঢাকা বোর্ড-২০১৭] প্রশ্ন নং ১০]

50, 46, 55, 61, 72, 85, 60, 85, 36, 68, 48, 60, 58, 70, 65, 60, 50, 46, 70, 80, 65, 60, 45, 58, 55, 60, 35, 40, 70, 90, 76, 46, 65, 60, 56, 40, 50, 65, 68, 55

- ক. উপাত্তসমূহের পরিসর নির্ণয় কর। ২
খ. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ৪
গ. উপাত্তসমূহের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 35 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 90

$$\therefore \text{পরিসর} = (90 - 35) + 1$$

$$= 56 \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' থেকে পাই,

উপাত্তসমূহের পরিসর = 56

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যবধান } 10 \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{56}{10}$$

$$= 5.6 \approx 6$$

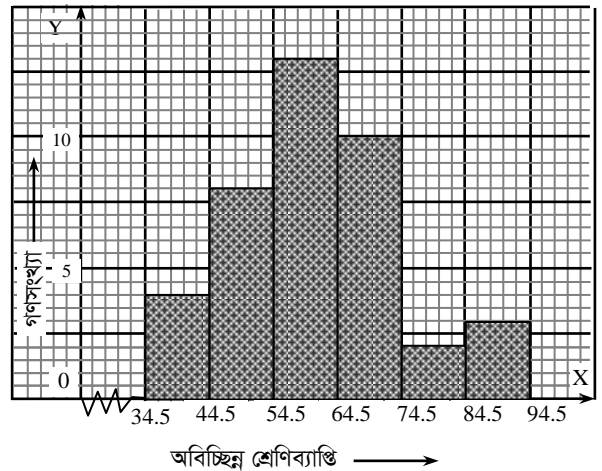
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35-44		4	4
45-54		8	12
55-64		13	25
65-74		10	35
75-84		2	37
85-94		3	40
		n = 40	

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তিসহ সারণিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
35-44	34.5 - 44.5	4
45 - 54	44.5 - 54.5	8
55-64	54.5 - 64.5	13
65-74	64.5 - 74.5	10
75-84	74.5 - 84.5	2
85-94	84.5 - 94.5	3

এখন, ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তির দুই একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : আয়তলেখ



প্রশ্ন ▶ ২০ একটি স্কুলের কোনো শ্রেণির গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা

সারণি নিরূপণঃ-

[ঢাকা বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১]

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থী সংখ্যা	8	12	20	25	30	15	10

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণির নিসীমা নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 30 আছে (71 – 80) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি (71 – 80)

∴ প্রচুরক শ্রেণির নিসীমা = 71 (Ans.)

খ মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 – 40	8	8
41 – 50	12	20
51 – 60	20	40
61 – 70	25	65
71 – 80	30	95
81 – 90	15	110
91 – 100	10	120
	n = 120	

এখানে, $n = 120$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{120}{2} = 60$

অতএব, মধ্যক হলো 60-তম পদের মান। 60 তম পদের অবস্থান হবে (61 – 70) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (61 – 70)।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (60 - 40) \times \frac{10}{25} \\ &= 61 + \frac{200}{25} \\ &= 61 + 8 \\ &= 69 \end{aligned}$$

এখানে,

$$L = 61$$

$$F_c = 40$$

$$f_m = 25$$

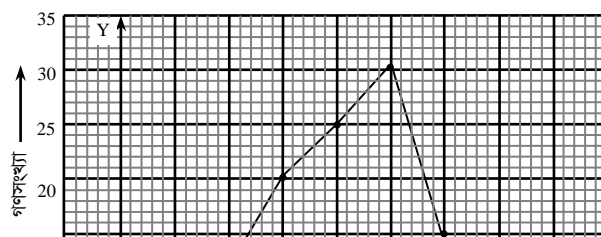
$$h = 10$$

∴ মধ্যক = 69 (Ans.)

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	8
41-50	45.5	12
51-60	55.5	20
61-70	65.5	25
71-80	75.5	30
81-90	85.5	15
91-100	95.5	10

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর এক একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ২১ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো :-

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১০]

40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 46, 50, 60, 65, 58, 60, 48, 36, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46

ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বুঝ? ২

খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিচ্ছিন্ন চলক: যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণ সংখ্যা হয় তাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। উদাহরণ: জনসংখ্যা।

অবিচ্ছিন্ন চলক: যে চলকের মান যেকোনো বাস্তু সংখ্যা হতে পারে তা অবিচ্ছিন্ন চলক। উদাহরণ: বয়স, উচ্চতা, ওজন।

খ প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 68

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 35

∴ পরিসর = (68 – 35) + 1 = 34

শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{34}{5} = 6.8 \approx 7$

গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
35 – 39		2
40 – 44		2
45 – 49		5
50 – 54		3
55 – 59		5
60 – 64		7
65 – 69		6
		n = 30

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 7 আছে (60 – 64) শ্রেণিতে।

অতএব, প্রচুরক শ্রেণি = (60 – 64)

আমরা জানি,

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{2}{2+1} \times 5$$

এখানে,

$$L = 60$$

$$f_1 = 7 - 5 = 2$$

$$= 60 + \frac{10}{3}$$

$$= 60 + 3.3333$$

$$= 63.33 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

$$f_2 = 7 - 6 = 1$$

$$h = 5$$

গ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
35 - 39	37	2	-3	-6
40 - 44	42	2	-2	-4
45 - 49	47	5	-1	-5
50 - 54	$52 \leftarrow a$	3	0	0
55 - 59	57	5	1	5
60 - 64	62	7	2	14
65 - 69	67	6	3	18
		$n = 30$		$\Sigma f_i u_i = 22$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 52 + \frac{22}{30} \times 5$$

$$= 55.67 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২২ নিচে 60 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো : [রাজশাহী বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১]

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	12	10	20	8	6

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বুঝ? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কী কী? ২
- খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
- গ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কেন্দ্রীয় প্রবণতা : অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের মাঝামাঝি বা কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাকেই বলে কেন্দ্রীয় প্রবণতা। সাধারণত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো: ১. গাণিতিক গড় ২. মধ্যক এবং ৩. প্রচুরক।

খ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 - 49	4	4
50 - 54	12	16
55 - 59	10	26
60 - 64	20	46
65 - 69	8	54
70 - 74	6	60
	$n = 60$	

$$\text{এখানে, } n = 60 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

∴ মধ্যক হলো 30 তম পদের মান এবং 30 তম পদের অবস্থান হলো (60 - 64) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (60 - 64)

এখানে, $L = 60, F_c = 26, f_m = 20, h = 5$

$$\text{আমরা জানি, মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 60 + (30 - 26) \times \frac{5}{20}$$

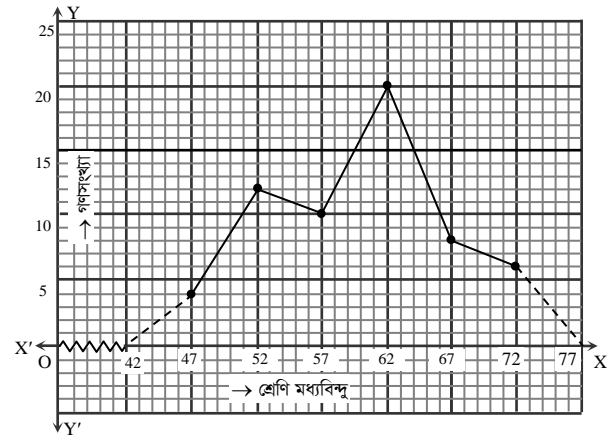
$$= 60 + \frac{20}{20} = 60 + 1$$

$$= 61 \text{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
45 - 49	47	4
50 - 54	52	12
55 - 59	57	10
60 - 64	62	20
65 - 69	67	8
70 - 74	72	6

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্মা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ২৩ নিচের একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হল-

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১০]

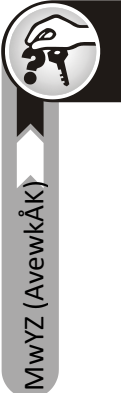
শ্রেণি ব্যাপ্তি	30-35	36-41	42-47	48-53	54-59	60-65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

- ক. মধ্যক শ্রেণির নিম্ন সীমা নির্ণয় কর। ২
- খ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
- গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁক। ৪

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30 - 35	3	3
36 - 41	10	13
42 - 47	18	31
48 - 53	25	56
54 - 59	8	64



60 - 65	6	70
		n = 70

এখানে, মোট গণসংখ্যা 70

∴ মধ্যক হবে $\frac{70}{2}$ বা 35 তম পদ।

35 তম পদ আছে 8র্থ শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি (48 - 53)

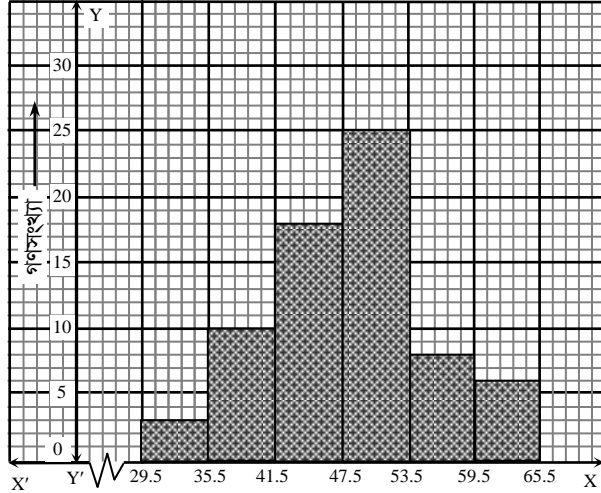
∴ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা 48 (Ans.)

খ গণিত পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ১৭ এর উদাহরণ ১২ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩৩৭

গ

শ্রেণি সীমা	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
30 - 35	29.5 - 35.5	3
36 - 41	35.5 - 41.5	10
42 - 47	41.5 - 47.5	18
48 - 53	47.5 - 53.5	25
54 - 59	53.5 - 59.5	8
60 - 65	59.5 - 65.5	6

এখন, ছক কাগজের প্রতি ঘরকে এক একক ধরে X-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং Y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা 29.5 থেকে শুরু হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 29.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা

চিত্র : আয়তলেখ

প্রশ্ন ২৪ কোনো বিদ্যালয়ের 25 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ :

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১]

75, 40, 52, 92, 87, 43, 65, 69, 73, 81, 95, 52, 66, 82, 89, 56, 47, 69, 57, 73, 84, 91, 77, 50, 62

ক. পরিসর কী? শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 হলে শ্রেণি সংখ্যা কত? ২

খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। 8

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পরিসর : উপাত্ত সমূহের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন রাশির বিয়োগফলের সাথে এক যোগ করে প্রাপ্ত মানকে বলে পরিসর।

এখানে, সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 95

সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 40

∴ পরিসর = (95 - 40) + 1

= 55 + 1

= 56

শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 হলে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{56}{10}$

= 5.6

≈ 6 টি (Ans.)

খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
40 - 49		3
50 - 59		5
60 - 69		5
70 - 79		4
80 - 89		5
90 - 99		3
মোট		n = 25

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি ($f_i \times u_i$)
40 - 49	44.5	3	-2	-6
50 - 59	54.5	5	-1	-5
60 - 69	64.5 ← a	5	0	0
70 - 79	74.5	4	1	4
80 - 89	84.5	5	2	10
90 - 99	94.5	3	3	9
মোট		n = 25		$\sum f_i u_i = 12$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

= 64.5 + $\frac{12}{25} \times 10$

= 64.5 + 4.8

= 69.3 (Ans.)

প্রশ্ন ২৫ কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির 25 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিচে দেয়া হলো: [কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১০]

75, 63, 63, 86, 71, 66, 75, 65, 73, 80, 83, 74, 69, 79, 77, 69, 74, 85, 72, 78, 84, 69, 75, 88, 67.

ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় করো। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো। 8

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো। 8

২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর = 88 এবং সর্বনিম্ন = 63

∴ পরিসর = (88 - 63) + 1

= 25 + 1

= 26

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা হবে $\frac{26}{5} = 5.2 \approx 6$ টি (Ans.)



খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমা n x _i	ট্যালি	গণসংখ্যা f _i	বিচ্যুতি u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × বিচ্যুতি f _i u _i
62 - 66	64		4	-2	-8
67 - 71	69		5	-1	-5
72 - 76	74 ← a		7	0	0
77 - 81	79		4	1	4
82 - 86	84		4	2	8
87 - 91	89		1	3	3
			n = 25		∑f _i u _i = 2

এখানে, অনুমিত শ্রেণির মধ্যমান, a = 74

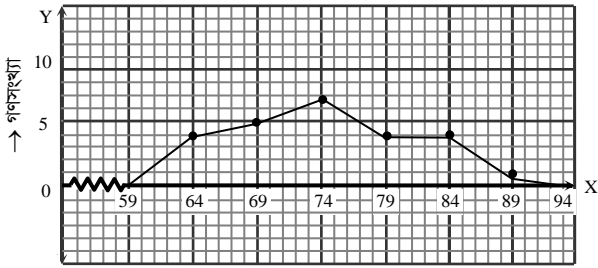
শ্রেণি ব্যবধান, h = 5 এবং মোট গণসংখ্যা, n = 25

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 74 + \frac{2}{25} \times 5$$

$$= 74.4 \text{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অংকন : x- অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 59 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু
চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ২৬ নিচে ৭০ জন শিক্ষার্থীর ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন দেওয়া হলো: [কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১]

শ্রেণিব্যাপ্তি	30-35	36-41	42-47	48-53	54-59	60-65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
খ. সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-35	3	3
36-41	10	13
42-47	18	31
48-53	25	56
54-59	8	64
60-65	6	70
	n = 70	

খ প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বোচ্চ 25 বার আছে (48-53) শ্রেণিতে সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (48 - 53)

সুতরাং L = 48

$$f_1 = 25 - 18 = 7$$

$$f_2 = 25 - 8 = 17$$

$$h = 6$$

$$\text{আমরা জানি, প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 48 + \frac{7}{7 + 17} \times 6 = 48 + \frac{42}{24} = 48 + 1.75$$

$$= 49.75 \text{ (Ans.)}$$

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৭ এর ৩৩৭ পৃষ্ঠার উদাহরণ ১২ দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ২৭ দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতের নাম্বার দেয়া হলো:

61, 99, 62, 65, 98, 95, 81, 85, 90, 70, 77, 80, 75, 66, 68, 69, 75, 77, 82, 85, 87, 90, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 78, 80, 83, 85, 75, 77, 81, 85, 75, 77, 81, 78। [চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত নিয়মে গড় নির্ণয় করো। ৪
গ. সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 99 এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 61

$$\therefore \text{পরিসর} = (99 - 61) + 1 = 39$$

$$\therefore \text{শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{39}{5}$$

$$= 7.8 \approx 8$$

গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
61-65		3
66-70		6
71-75		6
76-80		9
81-85		9
86-90		3
91-95		2
96-100		2
		n = 40

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x _i	গণসংখ্যা f _i	ধাপ বিচ্যুতি u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	f _i u _i
61-65	63	3	-3	-9
66-70	68	6	-2	-12
71-75	73	6	-1	-6
76-80	78 ← a	9	0	0
81-85	83	9	1	9
86-90	88	3	2	6
91-95	93	2	3	6
96-100	98	2	4	8
		n = 40		∑f _i u _i = 2

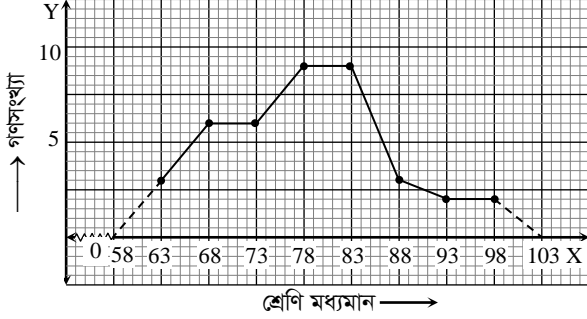
$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 78 + \frac{2}{40} \times 5$$



$$= 78.25 \text{ (Ans.)}$$

- গ 'খ' তে প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যমানের এক একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি দুই ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 58 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

- প্রশ্ন ২৮ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো:

ব্যক্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১; যশোর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? এর তিনটি পরিমাপকের নাম লিখ। ২
খ. উপাত্তের মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন করো। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক কেন্দ্রীয় প্রবণতা : অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের মাঝামাঝি বা কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাকেই বলে কেন্দ্রীয় প্রবণতা। সাধারণত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো: ১. গাণিতিক গড়, ২. মধ্যক এবং ৩. প্রচুরক।

- খ মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 - 49	4	4
50 - 54	8	12
55 - 59	10	22
60 - 64	20	42
65 - 69	12	54
70 - 74	6	60
	n = 60	

মধ্যক নির্ণয়: এখানে, $n = 60$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ মধ্যক হবে 30 তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হলো (60 - 64) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি (60 - 64)

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \quad \left| \begin{array}{l} L = 60 \\ F_c = 22 \\ f_m = 20 \\ h = 5 \end{array} \right.$$

$$= 60 + (30 - 22) \times \frac{5}{20}$$

$$= 60 + \frac{40}{20}$$

$$= 62 \text{ (Ans.)}$$

প্রচুরক নির্ণয়:

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক বার 20 আছে (60 - 64) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (60 - 64)

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{10}{10 + 8} \times 5$$

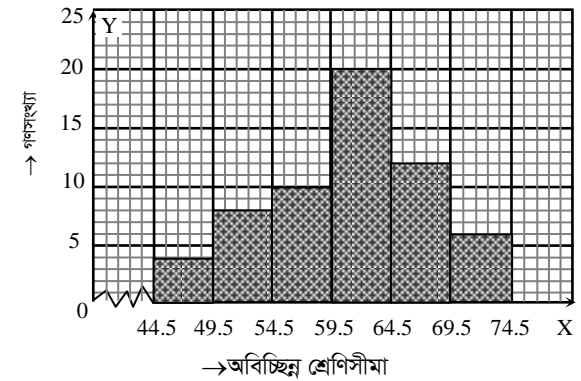
$$= 60 + \frac{50}{18}$$

$$= 62.78 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

- গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
45 - 49	44.5 - 49.5	4
50 - 54	49.5 - 54.5	8
55 - 59	54.5 - 59.5	10
60 - 64	59.5 - 64.5	20
65 - 69	64.5 - 69.5	12
70 - 74	69.5 - 74.5	6

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার এক একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



- প্রশ্ন ২৯ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো: [সিলেট বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১০]

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	6	8	12	22	5	7

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় করো। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো। ৪
গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন করো। ৪

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক সারণিতে সবচেয়ে বেশি সংখ্যক গণসংখ্যা আছে, (61 - 70) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হবে (61 - 70)

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{61 + 70}{2} = 65.5 \text{ (Ans.)}$$

খ সঙ্ক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31 - 40	35.5	6	-3	-18
41 - 50	45.5	8	-2	-16
51 - 60	55.5	12	-1	-12
61 - 70	65.5 ← a	22	0	0
71 - 80	75.5	5	1	5
81 - 90	85.5	7	2	14
মোট		n = 60		$\sum f_i u_i = -27$

এখানে, আনুমানিক গড়, $a = 65.5$

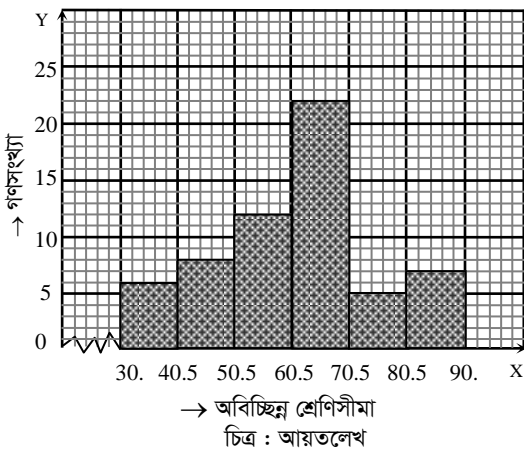
শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 65.5 + \frac{-27}{60} \times 10 \\ &= 65.5 - 4.5 = 61 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কন :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
31 - 40	30.5 - 40.5	6
41 - 50	40.5 - 50.5	8
51 - 60	50.5 - 60.5	12
61 - 70	60.5 - 70.5	22
71 - 80	70.5 - 80.5	5
81 - 90	80.5 - 90.5	7

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে x-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলোকে ভাঙ্গা চিহ্ন দ্বারা বোঝানো হয়েছে।



প্রশ্ন 30 নিচে 25 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো: [সিলেট বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১]

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62,
82, 72, 81, 68, 80, 75, 64, 72, 75, 83,
80, 81, 67, 74, 88

- ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
খ. গণসংখ্যা সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
গ. গণসংখ্যা সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন মান = 61 এবং সর্বোচ্চ মান = 88

$$\therefore \text{পরিসর} = (88 - 61) + 1 = 28$$

$$\begin{aligned} \text{শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} &= \frac{28}{5} \\ &= 5.6 \approx 6 \end{aligned}$$

\therefore শ্রেণি সংখ্যা হবে 6টি

গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
61 - 65		4
66 - 70		3
71 - 75		7
76 - 80		5
81 - 85		5
86 - 90		1
মোট		n = 25

খ 'ক' এর গণসংখ্যা সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 7 বার আছে

(71 - 75) শ্রেণিতে।

সুতরাং, প্রচুরক (71-75) শ্রেণিতে আছে।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 71 + \frac{4}{4 + 2} \times 5 \\ &= 71 + \frac{4}{6} \times 5 \\ &= 71 + 3.33 \\ &= 74.33 \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} L &= 71 \\ f_1 &= 7 - 3 = 4 \\ f_2 &= 7 - 5 = 2 \\ h &= 5 \end{aligned}$$

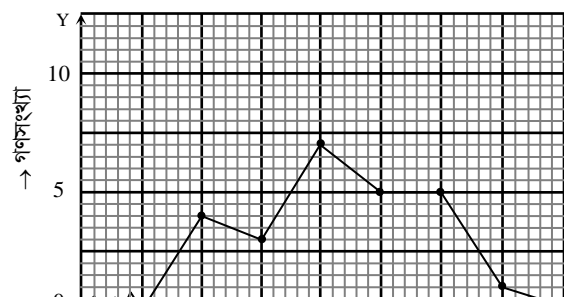
\therefore নির্ণেয় প্রচুরক 74.33।

গ 'ক' এর গণসংখ্যা সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ নির্ণয়ের সারণি নিচে তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
61 - 65	63	4
66 - 70	68	3
71 - 75	73	7
76 - 80	78	5
81 - 85	83	5
86 - 90	88	1

ছক কাগজে x অক্ষ বরাবর শ্রেণির মধ্যমান এবং y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা বসিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করি।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম প্রতি এক ঘরকে 1 একক এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম প্রতি 2 ঘরকে 1 একক ধরি। ভাঙ্গা চিহ্ন দ্বারা 58 এর পূর্বের মান গুলোকে বোঝানো হয়েছে।



প্রশ্ন ৩১ দশম শ্রেণির 50 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর হলো:

[যশোর বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১]

45, 50, 55, 52, 56, 58, 56, 60, 58, 60,
61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66,
67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55,
57, 56, 63, 69, 62, 56, 67, 70, 69, 70,
69, 68, 70, 60, 56, 58, 62, 63, 64, 67]

ক. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় করো।

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো।

গ. উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 70

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 45

∴ পরিসর = (70 - 45) + 1 = 26

∴ শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{26}{5} = 5.2 \approx 6$ টি (Ans.)

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45-49	47		1	-3	-3
50-54	52		3	-2	-6
55-59	57		11	-1	-11
60-64	62 ← a		21	0	0
65-69	67		9	1	9
70-74	72		5	2	10
			n = 50		$\Sigma f_i u_i = -1$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$

$$= 62 + \frac{-1}{50} \times 5$$

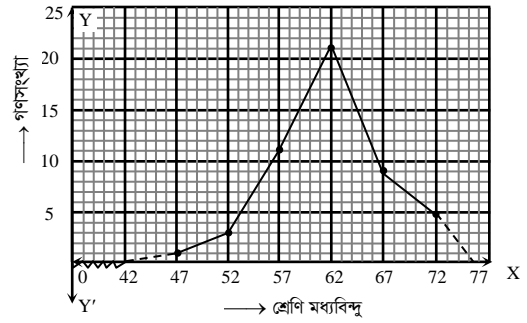
$$= 62 - \frac{5}{50}$$

$$= 62 - 0.1$$

$$= 61.9 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর এক একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা

হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ৩২ পদার্থবিজ্ঞানে 76 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

[বরিশাল বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১০]

cÉvμ!	1-	11-	21-	31-	41-	51-	61-	71-	81-	91-
bÁ¼i	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
MYmsLÁv	2	5	13	12	11	18	5	4	4	2

ক. সারণি থেকে প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় করো।

খ. মধ্যক নির্ণয় করো।

গ. উপাত্তগুলোর অজিত রেখা আঁক।

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিকবার 18 আছে (51 - 60) শ্রেণিতে। সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হলো (51 - 60)

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{51 + 60}{2}$$

$$= 55.5 \text{ (Ans.)}$$

খ

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
1 - 10	2	2
11 - 20	5	7
21 - 30	13	20
31 - 40	12	32
41 - 50	11	43
51 - 60	18	61
61 - 70	5	66
71 - 80	4	70
81 - 90	4	74
91 - 100	2	76
	n = 76	

এখানে, n = 76

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

অতএব, মধ্যক হলো 38তম পদের মান।

38 তম পদের অবস্থান (41 - 50) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (41 - 50)।

সুতরাং L = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা = 41

F_c = মধ্যক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা = 32

f_m = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা = 11 এবং

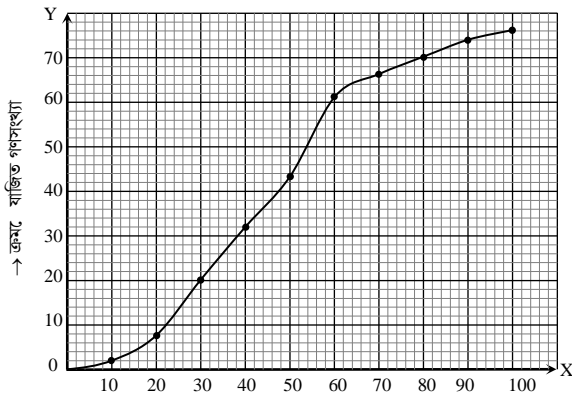
h = শ্রেণি ব্যবধান = 10

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 41 + (38 - 32) \times \frac{10}{11} \\ &= 41 + \left(6 \times \frac{10}{11}\right) \\ &= 41 + 5.45 \\ &= 46.45 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
1 - 10	2	2
11 - 20	5	7
21 - 30	13	20
31 - 40	12	32
41 - 50	11	43
51 - 60	18	61
61 - 70	5	66
71 - 80	4	70
81 - 90	4	74
91 - 100	2	76

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো।



→ শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

চিত্র : অজিত রেখা

প্রশ্ন ৩৩

[বরিশাল বোর্ড-২০১৭ □ প্রশ্ন নং ১১]

শ্রেণি	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
গণসংখ্যা	5	10	20	15	10

ক. মধ্যক শ্রেণির নিসীমা নির্ণয় করো।

২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করো।

৪

গ. সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
46 - 50	5	5

শ্রেণি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51 - 55	10	15
56 - 60	20	35
61 - 65	15	50
66 - 70	10	60
	n = 60	

এখানে n = 60 এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

মধ্যক হলো 30তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান (56 - 60) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (56 - 60)

অতএব, মধ্যক শ্রেণির নিসীমা 56 (Ans.)

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	গণসংখ্যা, f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
46-50	48	5	-2	-10
51-55	53	10	-1	-10
56-60	58 ← a	20	0	0
61-65	63	15	1	15
66-70	68	10	2	20
মোট		n = $\sum f_i = 60$		$\sum f_i u_i = 15$

∴ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$$= 58 + \frac{15 \times 5}{60}$$

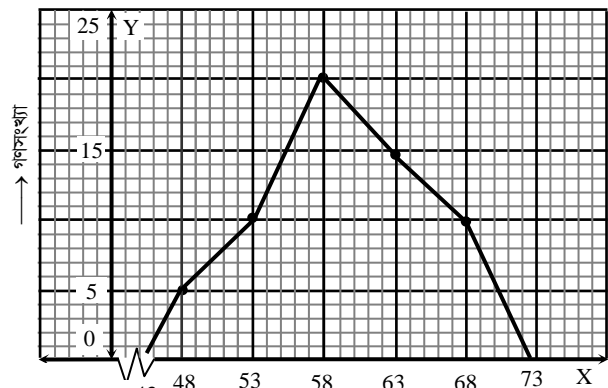
$$= 58 + 1.25$$

$$= 59.25 \text{ (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
46-50	48	5
51-55	53	10
56-60	58	20
61-65	63	15
66-70	68	10

এখন, গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতিঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। মূলবিন্দু থেকে 43 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু



MwYZ (AveWkAk)

প্রশ্ন ▶ ৩৪ নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো—

[ঢাকা বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	6	8	12	5	8	6

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক।

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, $n = 5 + 6 + 8 + 12 + 5 + 8 + 6 = 50$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ তম পদের মান হলো মধ্যক।}$$

সুতরাং মধ্যক শ্রেণি (61 – 70)

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{61 + 70}{2} = \frac{131}{2} = 65.5 \text{ (Ans.)}$$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা \times ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
31-40	35.5	5	-3	-15
41-50	45.5	6	-2	-12
51-60	55.5	8	-1	-8
61-70	65.5 ← a	12	0	0
71-80	75.5	5	1	5
81-90	85.5	8	2	16
91-100	95.5	6	3	18
		n = 50		$\sum f_i u_i = 4$

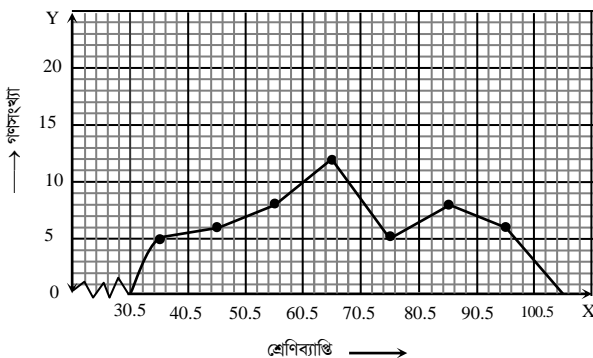
$$\therefore \text{নির্ণয় গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 65.5 + \frac{4 \times 10}{50} = 65.5 + 0.8 = 66.3 \text{ (Ans.)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
31-40	35.5	5
41-50	45.5	6
51-60	55.5	8
61-70	65.5	12
71-80	75.5	5
81-90	85.5	8
91-100	95.5	6

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো। এখানে ভাসা চিহ্ন দ্বারা মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত ঘরগুলো বোঝানো হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ৩৫ কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 25 জন ছাত্রের গণিত বিষয়ের

প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ :

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

65, 73, 45, 60, 55, 58, 60, 65, 80, 70, 58, 68, 60, 68, 70, 45, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 45

ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর।

খ. উক্ত সারণী থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর।

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 45 এবং সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 85

$$\therefore \text{পরিসর} = (85 - 45) + 1 = 41$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 5 \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{41}{5} = 8.2 \approx 9 \text{ টি (Ans.)}$$

খ. প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য ট্যালি চিহ্ন সংবলিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
45-49		4
50-54		1
55-59		4
60-64		5
65-69		5
70-74		4
75-79		0
80-84		1
85-89		1

প্রাপ্ত সারণিতে সর্বোচ্চ গণসংখ্যা আছে (60 – 64) ও (65-69) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি হলো (60 – 64) ও (65 – 69)

(60 – 64) এর ক্ষেত্রে,

$$L = 60$$

$$f_1 = 5 - 4 = 1$$

$$f_2 = 5 - 5 = 0$$

$$h = 5$$

আমরা জানি,

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{1}{1 + 0} \times 5$$

$$= 60 + 5 = 65$$

\therefore প্রচুরক = 65 (Ans.)

এবং (65 – 69) এর ক্ষেত্রে

$$L = 65$$

$$f_1 = 5 - 5 = 0$$

$$f_2 = 5 - 4 = 1$$

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

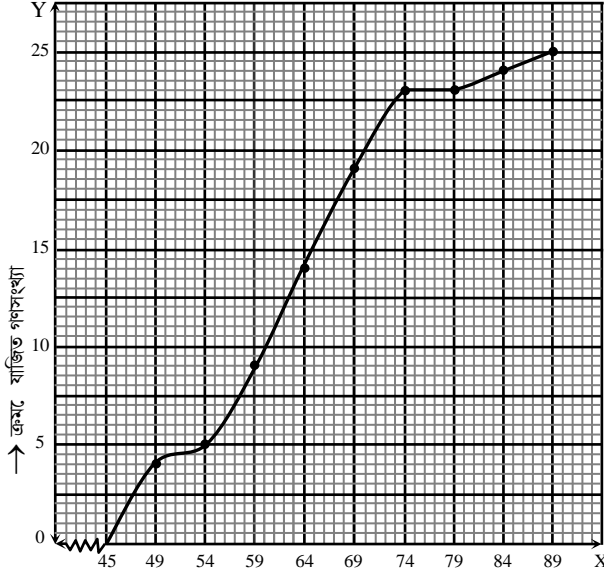
$$= 65 + \frac{0}{0 + 1} \times 5$$

$$= 65$$

গ. অজিতরেখা অঙ্কনের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	4	4
50-54	1	5
55-59	4	9
60-64	5	14
65-69	5	19
70-74	4	23
75-79	0	23
80-84	1	24
85-89	1	25

এখন, x -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম প্রতি এক ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চ সীমার 1 একক এবং y -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম প্রতি 2 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে অজিভরেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 45 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা

চিত্র : অজিভ রেখা

প্রশ্ন ৩৬ কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির 49 জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগ্রাম)

হলো:

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

45, 50, 55, 51, 56, 57, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66, 67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55, 57, 56, 63, 60, 62, 56, 67, 70, 69, 70, 69, 68, 70, 60, 56, 58, 61, 63, 64

ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

গ. সারণি ব্যবহার করে মধ্যক নির্ণয় কর। 8

৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক শিক্ষার্থীদের সর্বোচ্চ ওজন = 70 কিলোগ্রাম

" সর্বনিম্ন " = 45 "

∴ পরিসর = (70 - 45) + 1 = 26

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{26}{5} = 5.2 \approx 6$

অতএব, শ্রেণিসংখ্যা হবে 6টি।

শিক্ষার্থীদের ওজনের (কিলোগ্রাম) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
45-49		1
50-54		3
55-59		11
60-64		22
65-69		7
70-74		5
মোট		49

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত গণসংখ্যা সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি, $f_i u_i$
45-49	47	1	-3	-3
50-54	52	3	-2	-6
55-59	57	11	-1	-11
60-64	62 ← a	22	0	0
65-69	67	7	1	7
70-74	72	5	2	10
মোট		n = 49		$\sum f_i u_i = -3$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 62 + \frac{(-3)}{49} \times 5$

= 62 - 0.3061 = 61.69 কিলোগ্রাম. (প্রায়) (Ans.)

গ শিক্ষার্থীদের ওজনের মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	1	1
50-54	3	4
55-59	11	15
60-64	22	37
65-69	7	44
70-74	5	49
মোট	n = 49	

এখানে, মোট গণসংখ্যা n = 49 এবং $\frac{n+1}{2} = \frac{49+1}{2} = 25$

মধ্যক হলো 25তম পদের মান।

অতএব মধ্যক শ্রেণি হলো (60 - 64)

আমরা জানি,

মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$ এখানে, L = 60

= $60 + \left(\frac{49}{2} - 15\right) \times \frac{5}{22}$ n = 49

= $60 + 9.5 \times \frac{5}{22}$ $F_c = 15$

= 60 + 2.1591 $f_m = 22$

= 62.159 $h = 5$

∴ নির্ণেয় মধ্যক = 62.159 (প্রায়) (Ans.)

প্রশ্ন ৩৭ নিচে 50 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো-[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

শ্রেণিব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	7	4	11	9	10	4

ক. উক্ত সারণি থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। 8

গ. উদ্দীপকের আলোকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। 8

৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিম্নের সারণিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করে দেখানো হলো:



MWZ AVEWAKI

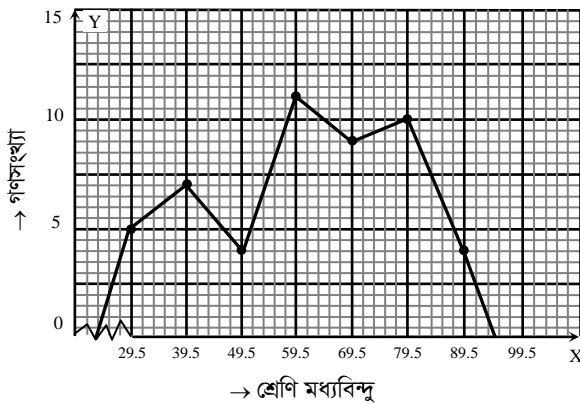
শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
25-34	5	5
35-44	7	12
45-54	4	16
55-64	11	27
65-74	9	36
75-84	10	46
85-94	4	50

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
25-34	29.5	5	-3	-15
35-44	39.5	7	-2	-14
45-54	49.5	4	-1	-4
55-64	59.5 ← a	11	0	0
65-74	69.5	9	1	9
75-84	79.5	10	2	20
85-94	89.5	4	3	12
		$\sum f_i = 50$		$\sum f_i u_i = 8$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h \\ &= 59.5 + \frac{8}{50} \times 10 \quad [h = \text{শ্রেণিব্যাপ্তি} = 10] \\ &= 59.5 + 1.6 \\ &= 61.1 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ: 'খ' এ প্রাপ্ত সারণি থেকে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বাহুর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অংকন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 29.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ৩৮ কোনো বিদ্যালয়ের 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি হলো:

ওজন কি. গ্রাম	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75
শিক্ষার্থী সংখ্যা	5	10	20	15	10

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

ক. যোজিত গণসংখ্যা সারণি নির্ণয় কর।

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8
গ. প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণি থেকে আয়তলেখ আঁক। 8

৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণি হতে যোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর :

ওজন (কিলোগ্রাম)	গণসংখ্যা	যোজিত গণসংখ্যা
51-55	5	5
56-60	10	(5 + 10) = 15
61-65	20	(5 + 10 + 20) = 35
66-70	15	(5 + 10 + 20 + 15) = 50
71-75	10	(5 + 10 + 20 + 15 + 10) = 60

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

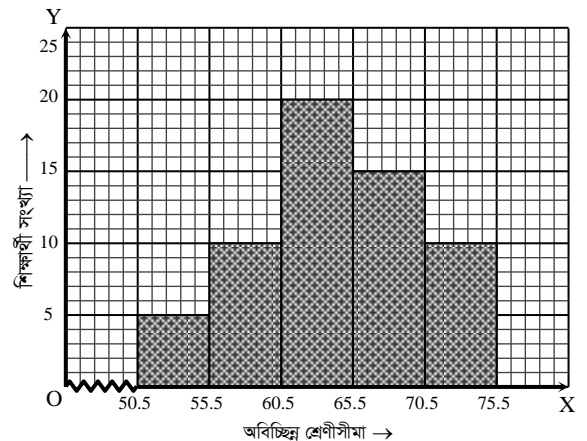
ওজন (কিলোগ্রাম)	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
51-55	53	5	-2	-10
56-60	58	10	-1	-10
61-65	63	20	0	0
66-70	68	15	1	15
71-75	73	10	2	20
মোট		$n = 60$		$\sum f_i u_i = 15$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 63 + \frac{15}{60} \times 5 = 63 + \frac{1}{4} \times 5 = 63 + 1.25 = 64.25 \\ \therefore \text{গড়} &= 64.25 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

ওজন (কি.গ্রাম)	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	শিক্ষার্থী সংখ্যা
51-55	50.5-55.5	5
56-60	55.5-60.5	10
61-65	60.5-65.5	20
66-70	65.5-70.5	15
71-75	70.5-75.5	10

এখন, ছক কাগজের প্রতি ঘরকে একক ধরে x-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে একক ধরে শিক্ষার্থী সংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা 50.5 থেকে আরম্ভ করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 50.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্রঃ কোনো বিদ্যালয়ের ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের আয়তলেখ।

প্রশ্ন ▶ ৩৯ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলোঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

[সিলেট বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

- ক. প্রচুরক শ্রেণি কোনটি? প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি অনুযায়ী আয়তলেখ অংকন কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 আছে (61 – 70) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (61 – 70) (Ans.)

$$\text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দুর} = \frac{61 + 70}{2} = 65.5 \text{ (Ans.)}$$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিরূপ। যেখানে, শ্রেণী ব্যবধান h = 10।

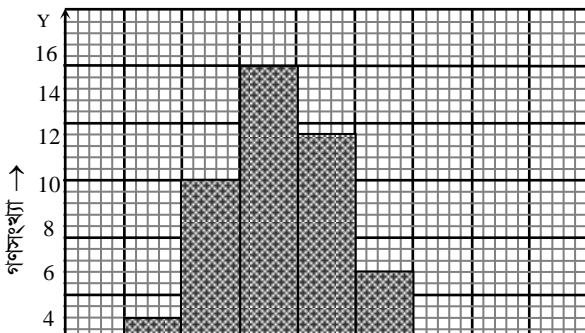
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
41-50	45.5	4	-2	-8
51-60	55.5	10	-1	-10
61-70	65.5 ← a	15	0	0
71-80	75.5	12	1	12
81-90	85.5	6	2	12
91-100	95.5	3	3	9
		n = 50		$\sum f_i u_i = 15$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 65.5 + \frac{15}{50} \times 10 \\ &= 65.5 + 3 \\ &= 68.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের প্রয়োজনীয় সারণি নিরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
41-50	40.5-50.5	4
51-60	50.5-60.5	10
61-70	60.5-70.5	15
71-80	70.5-80.5	12
81-90	80.5-90.5	6
91-100	90.5-100.5	3

এখন, ছক কাগজের প্রতি এক ঘরকে দুই একক ধরে x-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং প্রতি দুই ঘরকে এক একক ধরে y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকি। x-অক্ষ বরাবর মূলবিন্দু থেকে থেকে 40.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ৪০ কোনো বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেয়া হলো: [যশোর বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

শ্রেণি ব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	10	15	20	30	16	4

- ক. প্রদত্ত সারণির মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণিতে উপস্থাপিত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
25-34	5	5
35-44	10	15
45-54	15	30
55-64	20	50
65-74	30	80
75-84	16	96
85-94	4	100
	n = 100	

এখানে, n = 100 এবং $\frac{n}{2} = \frac{100}{2}$ বা, 50

অতএব, মধ্যক হলো 50-তম পদের মান। 50-তম পদের অবস্থান হবে (55 – 64) শ্রেণিতে। অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলে, (55 – 64)।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} &= \frac{55 + 64}{2} \\ &= \frac{119}{2} \\ &= 59.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপ। যেখানে শ্রেণি ব্যবধান h = 10।

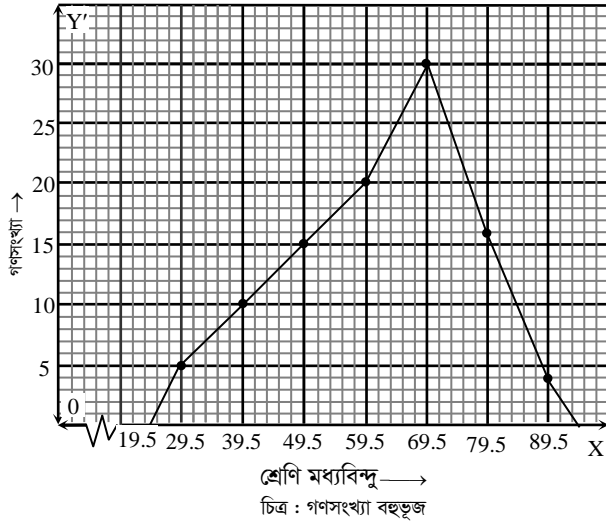
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
25-34	29.5	5	-3	-15
35-44	39.5	10	-2	-20
45-54	49.5	15	-1	-15
55-64	a → 59.5	20	0	0
65-74	69.5	30	1	30
75-84	79.5	16	2	32
85-94	89.5	4	3	12



মোট	n = 100	$\Sigma f_i u_i = 24$
-----	---------	-----------------------

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h \\ &= 59.5 + \frac{24}{100} \times 10 \\ &= 59.5 + 2.4 \\ &= 61.9 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

- গ 'খ' তে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে ছক কাগজের প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে X-অক্ষ বরাবর শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং প্রতি ঘরকে একক ধরে Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 24.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



- প্রশ্ন 81 নিচে ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণী দেওয়া হলঃ [বরিশাল বোর্ড-২০১৬ □ প্রশ্ন নং ৯]

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8
গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অংকন কর। 8

81 নং প্রশ্নের সমাধান

- ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	6	6
41-50	8	14
51-60	10	24
61-70	12	36
71-80	5	41
81-90	7	48
91-100	2	50
	n = 50	

- খ গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40	x_i	f_i		
31-40	35.5	6	-3	-18

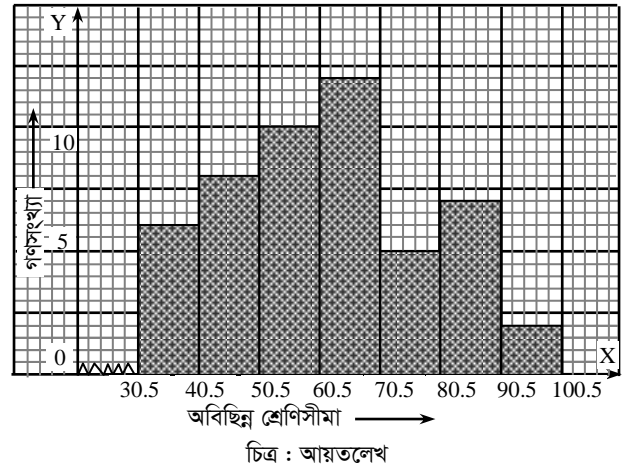
41-50	45.5	8	-2	-16
51-60	55.5	10	-1	-10
61-70	65.5 ← a	12	0	0
71-80	75.5	5	1	5
81-90	85.5	7	2	14
91-100	95.5	2	3	6
		$\Sigma f_i = n = 50$		$\Sigma f_i u_i = -19$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণয়ের গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h \\ &= 65.5 + \frac{-19}{50} \times 10 \\ &= 65.5 - 3.8 \\ &= 61.7 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
31-40	30.5-40.5	6
41-50	40.5-50.5	8
51-60	50.5-60.5	10
61-70	60.5-70.5	12
71-80	70.5-80.5	5
81-90	80.5-90.5	7
91-100	90.5-100.5	2

- এখন, ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে দুই একক ধরে X-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমা এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা স্থাপন করে আয়তলেখ আঁকা হল। 30.5 এর পূর্বের ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন 82

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	6	8	12	9	7	4

[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? ২
খ. মধ্যক নির্ণয় কর। 8
গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। 8

82 নং প্রশ্নের সমাধান

- ক পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ এর উদাহরণ-১৩(ক) দৃষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৩৩৯



ক

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	4	4
41-50	6	10
51-60	8	18
61-70	12	30
71-80	9	39
81-90	7	46
91-100	4	50
	n = 50	

এখানে, n = 50 এবং $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 25-তম পদের মান।

25তম পদের অবস্থান হবে (61-70) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (61-70)।

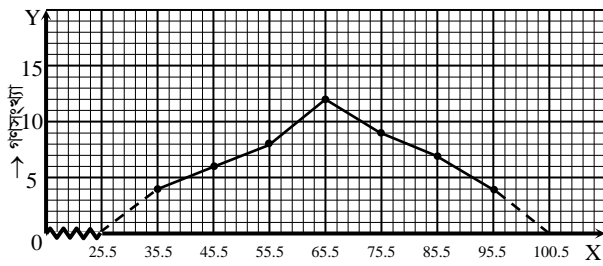
সুতরাং L = 61, F_c = 18, f_m = 12, h = 10

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (25 - 18) \times \frac{10}{12} \\ &= 61 + 5.83 = 66.83 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	4
41-50	45.5	6
51-60	55.5	8
61-70	65.5	12
71-80	75.5	9
81-90	85.5	7
91-100	95.5	4

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু
চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ 8৩

শ্রেণিব্যাপ্তি	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80
গণসংখ্যা	4	16	20	25	21	15	8

[মির্জাপুর ক্যাডেট কলেজ, টাঙ্গাইল □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক ও মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণিব্যাপ্তি	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80
গণসংখ্যা	4	16	20	25	21	15	8
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	4	20	40	65	86	101	109

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 25 আছে (41-50) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (41-50) (Ans.)

$$\text{আবার, } n = 109 \text{ এবং } \frac{n+1}{2} = \frac{109+1}{2} = 55$$

অর্থাৎ মধ্যক 55-তম পদ যার অবস্থান (41-50) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি (41-50)

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x _i	গণসংখ্যা f _i	ধাপ বিচ্যুতি, u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	f _i u _i
11-20	15.5	4	-3	-12
21-30	25.5	16	-2	-32
31-40	35.5	20	-1	-20
41-50	45.5 → a	25	0	0
51-60	55.5	21	1	21
61-70	65.5	15	2	30
71-80	75.5	8	3	24
		n = 109		∑f _i u _i = 11

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 45.5 + \frac{11}{109} \times 10$$

$$= 45.5 + 1.009$$

$$= 46.509 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ 'ক' হতে পাই, প্রচুরক শ্রেণি (41-50)

এখানে, L = 41

$$f_1 = 25 - 20 = 5$$

$$f_2 = 25 - 21 = 4 \text{ এবং}$$

$$h = 10$$

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 41 + \frac{5}{5+4} \times 10$$

$$= 41 + 5.56$$

$$= 46.56 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ 88

শ্রেণি ব্যাপ্তি	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
গণসংখ্যা	5	10	20	15	10

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণির নিসীমা বের কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৪৫ 75, 40, 52, 92, 87, 43, 65, 69, 73, 81, 95, 52, 66, 82, 89, 56, 47, 69, 57, 73, 84, 91, 77, 50, 62



MWYZ (AveWkAk)

১০ম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের উপরে দেয়া হল।

[রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
খ. শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। 8
গ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। 8

৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 95

সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 40

$$\therefore \text{পরিসর} = (95 - 40) + 1 \\ = 55 + 1 = 56$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যাপ্তি 6 হলে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{56}{6} = 9.33 \approx 10 \text{টি। (Ans.)}$$

খ সৃজনশীল ২৪(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40-49	3	3
50-59	5	8
60-69	5	13
70-79	4	17
80-89	5	22
90-99	3	25
	n = 25	

$$\text{এখানে, } n = 25 \therefore \frac{n+1}{2} = 13$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 13-তম পদের মান। 13-তম পদের অবস্থান হবে (60 - 69) শ্রেণিতে।

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণি (60 - 69)}$$

$$\text{সূত্রাং } L = 60, F_c = 8, f_m = 5, h = 10$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m} \\ = 60 + (12.5 - 8) \times \frac{10}{5} \\ = 60 + 9 \\ = 69 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন 86 দশম শ্রেণির 80 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ :

প্রাপ্ত নম্বর	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	4	10	15	25	12	6	3

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. গড়ের সংজ্ঞা লিখ। ২
খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8
গ. সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর। 8

৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কতগুলো উপাত্তের মানের সমষ্টিতে উপাত্তসমূহের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায়, তাকে ঐ উপাত্তসমূহের গড় বলে।

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি	$f_i u_i$

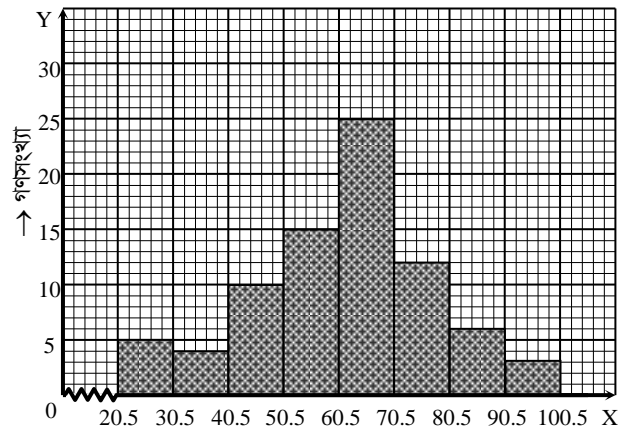
			$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	
21-30	25.5	5	-4	-20
31-40	35.5	4	-3	-12
41-50	45.5	10	-2	-20
51-60	55.5	15	-1	-15
61-70	65.5 → a	25	0	0
71-80	75.5	12	1	12
81-90	85.5	6	2	12
91-100	95.5	3	3	9
		n = 80		$\Sigma f_i u_i = -34$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h \\ = 65.5 + \left(\frac{-34}{80} \right) \times 10 \\ = 65.5 - 4.25 \\ = 61.25 \text{ (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
21-30	20.5-30.5	5
31-40	30.5-40.5	4
41-50	40.5-50.5	10
51-60	50.5-60.5	15
61-70	60.5-70.5	25
71-80	70.5-80.5	12
81-90	80.5-90.5	6
91-100	90.5-100.5	3

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 20.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি

চিত্র : আয়তলেখ

প্রশ্ন ৪৭ 70 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কি.গ্রা.) গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-34	35-38	39-42	43-46	47-50	51-54	55-58
গণসংখ্যা	4	8	16	13	16	7	6

[পাবনা ক্যাডেট কলেজ, পাবনা □ প্রশ্ন নং ১১]



- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তগুলোর অজিভ রেখা আঁক। ৪

৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-34	4	4
35-38	8	12
39-42	16	28
43-46	13	41
47-50	16	57
51-54	7	64
55-58	6	70

এখানে, $n = 70$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$

∴ মধ্যক হলো 35-তম পদের মান যা (43-46) শ্রেণিতে অবস্থিত।
 সুতরাং মধ্যক শ্রেণি (43-46)

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{43 + 46}{2} = 44.5 \text{ (Ans.)}$$

খ

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 16 আছে (39-42) এবং (47-50) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (i) (39-42) এবং (ii) (47-50)।

(i) এর ক্ষেত্রে : $L = 39, f_1 = 16 - 8 = 8, f_2 = 16 - 13 = 3, h = 4$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 39 + \frac{8}{8 + 3} \times 4 \\ &= 39 + 2.91 \\ &= 41.91 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

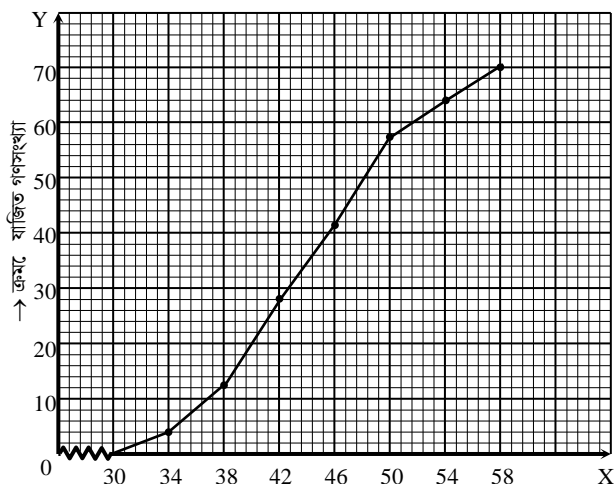
(ii) এর ক্ষেত্রে : $L = 47, f_1 = 16 - 13 = 3, f_2 = 16 - 7 = 9, h = 4$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 47 + \frac{3}{3 + 9} \times 4 \\ &= 47 + 1 = 48 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ

‘ক’ এর সারণি ব্যবহার করে,

X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1.25 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা

চিত্র : অজিভ রেখা

প্রশ্ন 8৮

শ্রেণি ব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	7	4	11	9	10	4

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উদ্দীপকের আলোকে আয়তলেখ হতে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
25-34	5	5
35-44	7	12
45-54	4	16
55-64	11	27
65-74	9	36
75-84	10	46
85-94	4	50
n = 50		

এখানে, $n = 50$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 25তম পদের মান। 25তম পদের অবস্থান হবে (55 - 64) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (55 - 64)।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} &= \frac{55 + 64}{2} \\ &= 59.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ

সৃজনশীল ৩৭(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ

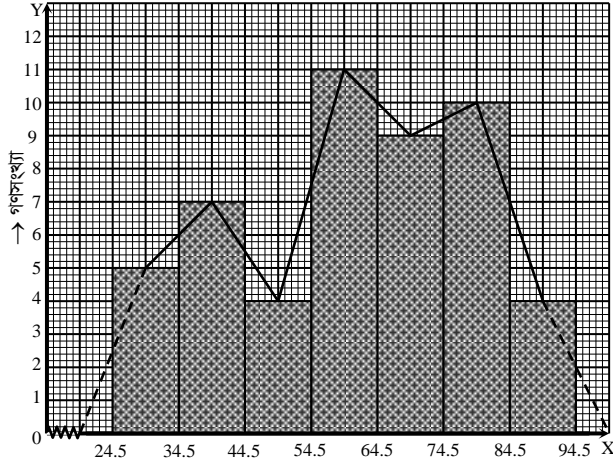
আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
25-34	24.5-34.5	29.5	5
35-44	34.5-44.5	39.5	7
45-54	44.5-54.5	49.5	4
55-64	54.5-64.5	59.5	11
65-74	64.5-74.5	69.5	9
75-84	74.5-84.5	79.5	10
85-94	84.5-94.5	89.5	4

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5



বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 24.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে। এরপর আয়তলেখের মধ্যবিন্দুগুলো যোগ করে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হয়েছে।



→ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি

প্রশ্ন 8৯

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
গণসংখ্যা	3	6	11	8	2	12	8

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি পরিচয়সহ লিখ। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪
গ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

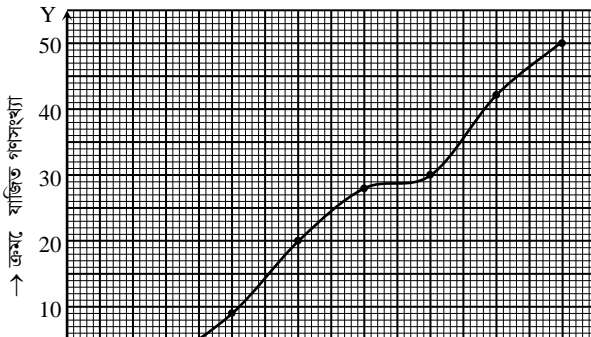
৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১৮(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. অজিত রেখা অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-40	3	3
40-50	6	9
50-60	11	20
60-70	8	28
70-80	2	30
80-90	12	42
90-100	8	50
n = 50		

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি উচ্চসীমা

চিত্র : অজিত রেখা

গ. মধ্যক নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-40	3	3
40-50	6	9
50-60	11	20
60-70	8	28
70-80	2	30
80-90	12	42
90-100	8	50

এখানে, n = 50

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 25তম পদের মান। 25তম পদের অবস্থান হবে (60 - 70) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (60 - 70)।

সুতরাং L = 60, F_c = 20, f_m = 8, h = 10

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 60 + (25 - 20) \times \frac{10}{8} \\ &= 60 + \frac{5 \times 10}{8} \\ &= 66.25 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৫০ নিচের একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80	81-85	86-90
গণসংখ্যা	6	20	30	15	11	8	6	4

[কুমিল্পা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-55	6	6
56-60	20	26
61-65	30	56
66-70	15	71
71-75	11	82
76-80	8	90
81-85	6	96
86-90	4	100

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

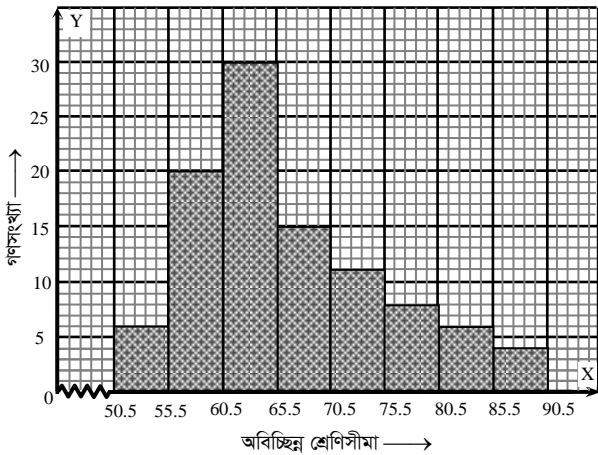
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
51-55	53	6	-4	-24
56-60	58	20	-3	-60
61-65	63	30	-2	-60
66-70	68	15	-1	-15
71-75	73→a	11	0	0
76-80	78	8	1	8
81-85	83	6	2	12
86-90	88	4	3	12
		n = 100		$\sum f_i u_i = -127$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$
 $= 73 + \left(\frac{-127}{100}\right) \times 5$
 $= 73 - 6.35 = 66.65$ (Ans.)

আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
51-55	50.5-55.5	6
56-60	55.5-60.5	20
61-65	60.5-65.5	30
66-70	65.5-70.5	15
71-75	70.5-75.5	11
76-80	75.5-80.5	8
81-85	80.5-85.5	6
86-90	85.5-90.5	4

ছক কাগজে X অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 50.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : আয়তলেখ

দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

61, 99, 62, 65, 98, 95, 81, 85, 90, 70, 77, 80, 75, 66, 68, 69, 75, 77, 82, 85, 87, 90, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 78, 80, 83, 85, 75, 77, 81, 85, 75, 77, 81, 78

[কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ, কুমিল্লা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
- খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। 8
- গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। 8

৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২৭(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

এখানে, n = 40

∴ $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$

অর্থাৎ মধ্যক হলো 20 তম পদের মান। 20-তম পদের অবস্থান হবে (76 - 80) শ্রেণিতে।

মধ্যক শ্রেণি হলো (76 - 80)

সুতরাং L = 76, Fc = 15, fm = 9, h = 5

∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - Fc\right) \times \frac{h}{f_m}$
 $= 76 + (20 - 15) \times \frac{5}{9}$
 $= 78.78$ (প্রায়) (Ans.)

সৃজনশীল ২৭(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

40 জন শ্রমিকের দৈনিক মজুরী (টাকায়) নিরূপণ:

42, 49, 38, 50, 51, 44, 56, 53, 45, 43, 46, 42, 53, 54, 50, 46, 43, 36, 48, 56, 62, 49, 39, 47, 46, 54, 64, 40, 41, 74, 49, 50, 49, 57, 52, 49, 53, 48, 52, 56

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
- খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8
- গ. সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর। 8

৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন টাকা = 36 এবং সর্বোচ্চ টাকা = 74

∴ পরিসর = (74 - 36) + 1 = 39

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{39}{5} = 7.8 \approx 8$ টি।

গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
36-40		4
41-45		7
46-50		14
51-55		8
56-60		4
61-65		2
66-70		0
71-75		1
		n = 40

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
36-40	38	4	-4	-16
41-45	43	7	-3	-21
46-50	48	14	-2	-28
51-55	53	8	-1	-8



56-60	58→a	4	0	0
61-65	63	2	1	2
66-70	68	0	2	0
71-75	73	1	3	3
		n = 40		$\sum f_i u_i = -68$

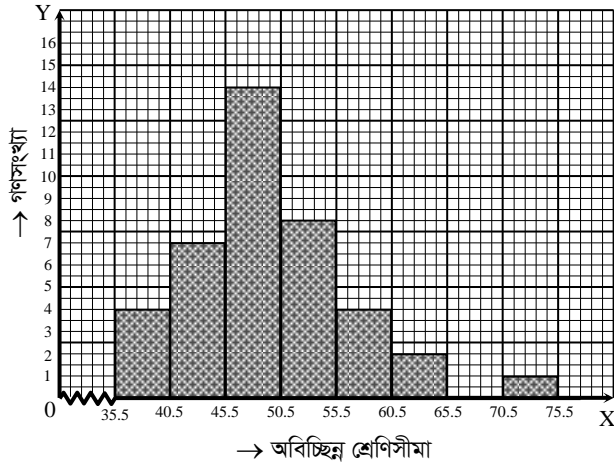
$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 58 + \left(\frac{-68}{40}\right) \times 5$$

$$= 58 - 8.5 = 49.5 \text{ (Ans.)}$$

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
36-40	35.5-40.5	4
41-45	40.5-45.5	7
46-50	45.5-50.5	14
51-55	50.5-55.5	8
56-60	55.5-60.5	4
61-65	60.5-65.5	2
66-70	65.5-70.5	0
71-75	70.5-75.5	1

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তির 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : আয়তলেখ

প্রশ্ন ৫৩ নিচের গণসংখ্যা সারণিটি লক্ষ্য কর:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	7	8	8	13	9	5	6

[ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২
- খ. সারণি হতে মধ্যক এবং প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
- গ. সারণি হতে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	7	7
41-50	8	15
51-60	8	23
61-70	13	36
71-80	9	45

81-90	5	50
91-100	6	56

$$\text{এখানে, } n = 56 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{56}{2} = 28$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 28-তম পদের মান। 28-তম পদের অবস্থান হবে (61-70) শ্রেণিতে।

\therefore মধ্যক শ্রেণি (61-70) (Ans.)

খ. 'ক' হতে পাই, মধ্যক শ্রেণি (61-70)

এখানে, L = 61

$$F_c = 23$$

$$f_m = 13$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 61 + (28 - 23) \times \frac{10}{13}$$

$$= 61 + 3.85$$

$$= 64.85 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 13 আছে (61-70) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (61-70)

সুতরাং L = 61, $f_1 = 13 - 8 = 5$, $f_2 = 13 - 9 = 4$, h = 10

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 61 + \frac{5}{5 + 4} \times 10$$

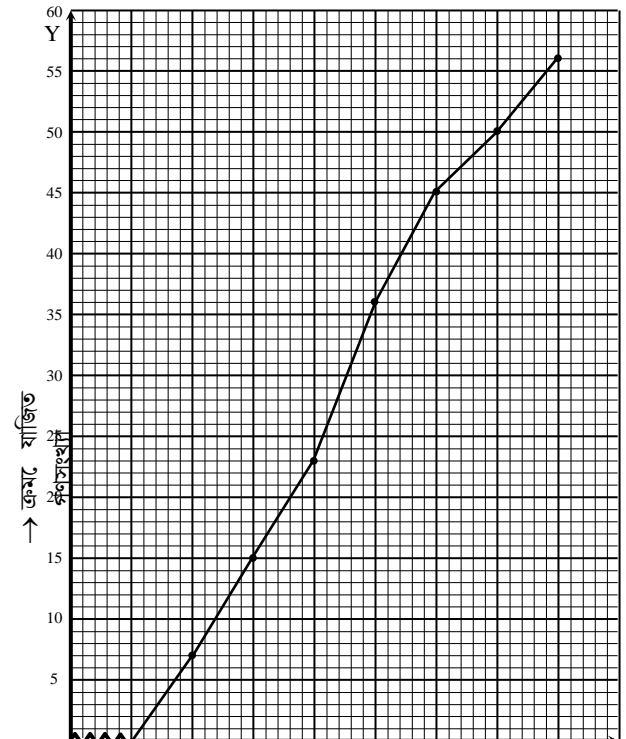
$$= 61 + 5.56$$

$$= 66.56 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. অজিত রেখা অঙ্কন:

'ক' এর সারণি অনুসারে,

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : অজিভরেখা

প্রশ্ন ▶ ৫৪

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	7	8	10	12	5	8

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বুঝ? ২
 খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সূজনশীল ২২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	7	7
41-50	8	15
51-60	10	25
61-70	12	37
71-80	5	42
81-90	8	50
মোট	n = 50	

এখানে, n = 50 এবং $\frac{n}{2} = 25$

∴ মধ্যক হলো 25 তম পদের মান।

এখানে, (51-60) শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $\frac{n}{2}$ এর সমান।

সুতরাং মধ্যক শ্রেণি হবে (51-60) এর পরবর্তী শ্রেণি অর্থাৎ (61-70) শ্রেণি।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (25 - 25) \times \frac{10}{12} \\ &= 61 + 0 \times \frac{10}{12} \\ &= 61 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

এখানে,
 $L = 61$
 $\frac{n}{2} = 25$
 $F_c = 25$
 $h = 10$
 $f_m = 12$

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্ছাতি u_i	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্ছাতি $f_i u_i$
31 - 40	35.5	7	-3	-21
41 - 50	45.5	8	-2	-16
51 - 60	55.5	10	-1	-10
61 - 70	65.5 ← a	12	0	0

71 - 80	75.5	5	1	5
81 - 90	85.5	8	2	16
		50		$\sum f_i u_i = -26$

এখানে, আনুমানিক গড়, a = 65.5

শ্রেণি ব্যবধান, h = 10

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 65.5 + \frac{-26}{50} \times 10 \\ &= 65.5 - 5.2 \\ &= 60.3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৫ 63, 75, 86, 63, 71, 66, 75, 65, 73, 80, 83, 74, 69, 79, 77, 69, 74, 85, 82, 72, 78, 84, 69, 75, 85, 67, 62, 75, 77, 82

[সিলেট ক্যাডেট কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. বিভিন্ন ধরনের উপাত্তের গুরুত্ব আলাদাভাবে বর্ণনা কর। ২
 খ. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণির সাহায্যে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পরিসংখ্যানের উপাত্ত সংগ্রহের উপর ভিত্তি করে দুই ভাগে ভাগ করা যায়:

১. প্রাথমিক উপাত্ত: এ উপাত্তগুলো সরাসরি উৎস থেকে সংগ্রহ করা হয়। এ ধরনের উপাত্তের নির্ভরযোগ্যতা অনেক বেশি।
২. মাধ্যমিক উপাত্ত : সরাসরি উৎস হতে সংগৃহীত হয় না। এ ধরনের উপাত্ত কম নির্ভরযোগ্য তবে কম শ্রম ও কম সময় সাপেক্ষ।

খ. এখানে, সর্বনিম্ন মান = 62,

সর্বোচ্চ মান = 86

$$\therefore \text{পরিসর} = (86 - 62) + 1 = 25$$

$$\text{শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{25}{5} = 5 \text{ টি}$$

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি (শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে):

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
62-66		5
67-71		5
72-76		8
77-81		5
82-86		7
মোট		30

সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক আছে, (72 - 76) শ্রেণিতে।

SSC গণিত মেইড ইজি উত্তরপত্র-১৬ক
 ∴ প্রচুরক শ্রেণি (72 - 76)

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 72 + \frac{3}{3 + 3} \times 5 \\ &= 72 + 2.5 \\ &= 74.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} L &= 72 \\ f_1 &= 8 - 5 = 3 \\ f_2 &= 8 - 5 = 3 \\ h &= 5 \end{aligned}$$

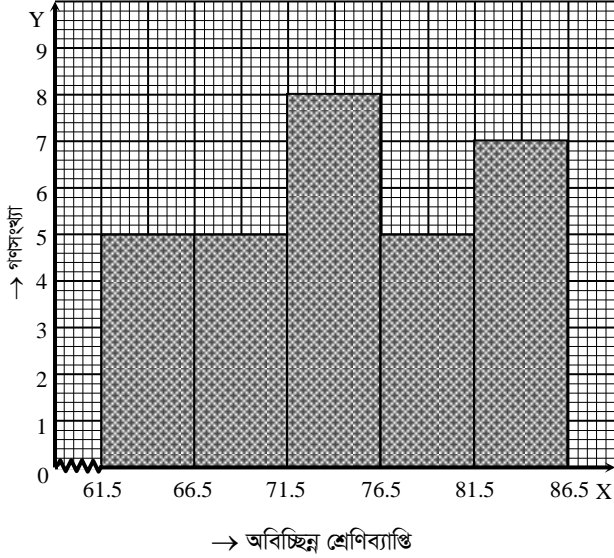
গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
62-66	61.5-66.5	5
67-71	66.5-71.5	5



72-76	71.5-76.5	8
77-81	76.5-81.5	5
82-86	81.5-86.5	7
মোট		30

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 61.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ৫৬ 25 জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগ্রাম) নিচে দেওয়া হলো:

41, 40, 56, 46, 62, 46, 58, 48, 54, 51, 54, 53, 57, 47, 51, 47, 51, 55, 63, 56, 46, 53, 52, 43, 53. [বিনাইদহ ক্যাডেট কলেজ, বিনাইদহ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের পরিসর নির্ণয় কর। ২
 খ. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। 8
 গ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান = 63

এবং সর্বনিম্ন মান = 40

∴ পরিসর = (63 - 40) + 1 = 24 (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই, পরিসর 24

শ্রেণি ব্যবধান 5 হলে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{24}{5} = 4.8 \approx 5$ টি

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
40-44		3
45-49		4
50-54		5
55-59		4
60-64		2
		n = 25

গ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
40-44	42	3	-2	-6
45-49	47	6	-1	-6
50-54	52 → a	9	0	0
55-59	57	5	1	5
60-64	62	2	2	4
		n = 25		$\sum f_i u_i = -3$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় গড়} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 52 + \frac{-3}{25} \times 5 \\ &= 52 - 0.6 \\ &= 51.4 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৫৭ একটি গণসংখ্যা সারণি নিচে দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	9	10	7	5	12	2

[বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণি হতে F_c এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. মধ্যক ও প্রচুরকের পার্থক্য নির্ণয় কর। 8
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। 8

৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	5	5
41-50	9	14
51-60	10	24
61-70	7	31
71-80	5	36
81-90	12	48
91-100	2	50

এখানে, $n = 50$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

∴ 25-তম পদের মান মধ্যক যা (61-70) শ্রেণিতে অবস্থিত।

∴ মধ্যক শ্রেণি (61-70)

∴ নির্ণেয় F_c এর মান = 24

খ

মধ্যক নির্ণয়:

'ক' হতে পাই, মধ্যক শ্রেণি (61-70)

এখানে, $L = 61$, $f_m = 7$, $F_c = 24$ এবং $h = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (25 - 24) \frac{10}{7} \\ &= 62.43 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

প্রচুরক নির্ণয়:

প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক আছে (81-90) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (81-90)



সুতরাং $L = 81$

$$f_1 = 12 - 5 = 7$$

$$f_2 = 12 - 2 = 10$$

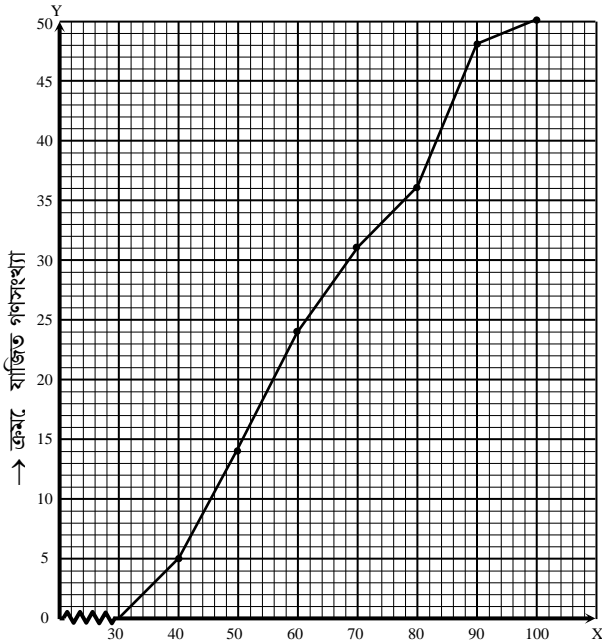
$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 81 + \frac{7}{7 + 10} \times 10 \\ &= 81 + 4.12 \\ &= 85.12 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় পার্থক্য} = (85.12 - 62.43) = 22.69 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কন:

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

চিত্র : অজিত রেখা

প্রশ্ন ৫৮ দশম শ্রেণির 25 জন শিক্ষার্থীর গণসংখ্যা নিম্নরূপে:

62, 50, 77, 91, 84, 75, 40, 52, 92, 87, 73, 57, 69, 47, 56, 43, 65, 69, 73, 81, 89, 82, 95, 52, 66 [বরিশাল ক্যাডেট কলেজ, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ১১]

ক. 26, 30, 20, 32, 27, 25 উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর এবং সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। 8

৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ১২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 40 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 95

$$\therefore \text{পরিসর} = (95 - 40) + 1 = 56$$

$$\begin{aligned} \text{শ্রেণিব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} &= \frac{56}{5} \\ &= 11.2 \approx 12 \text{টি} \end{aligned}$$

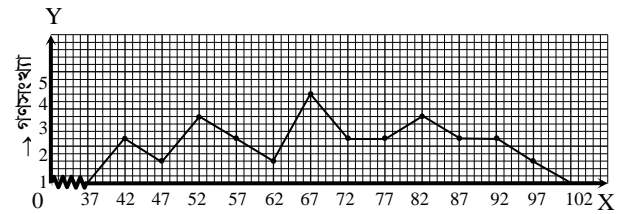
গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
40-44		42	2	-6	-12
45-49		47	1	-5	-5
50-54		52	3	-4	-12
55-59		57	2	-3	-6
60-64		62	1	-2	-2
65-69		67	4	-1	-4
70-74		72 → a	2	0	0
75-79		77	2	1	2
80-84		82	3	2	6
85-89		87	2	3	6
90-94		92	2	4	8
95-99		97	1	5	5
			n = 25	$\sum f_i u_i = -14$	

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 72 + \left(\frac{-14}{25} \right) \times 5 \\ &= 72 - 2.8 \\ &= 69.2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 3 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 37 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

‘খ’ এ প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে নিচে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো:



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু

চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ৫৯ মেইজবর্গীকরণের সাহায্যে পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপে:

70, 68, 95, 65, 78, 82, 86, 81, 85, 90, 97, 86, 78, 71, 77, 92, 90, 83, 69, 87, 80, 82, 95, 97, 75, 77, 79, 80, 91, 73

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২

খ. প্রাপ্ত সারণি হতে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। 8

গ. প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন করে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। 8

৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান



ক প্রদত্ত উপাঙ্গের সর্বোচ্চ মান = 97

সর্বনিম্ন মান = 65

∴ পরিসর = (97 - 65) + 1 = 33

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{33}{5} = 6.6 \approx 7$

গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
65-69	67		3	3
70-74	72		3	6
75-79	77		6	12
80-84	82		6	18
85-89	87		4	22
90-94	92		4	26
95-99	97		4	30
			n = 30	

খ 'ক' হতে পাই,

$n = 30$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$, যা (80-84) শ্রেণিতে অবস্থিত।

সুতরাং মধ্যক শ্রেণি (80-84)

এখানে, $L = 80$

$F_c = 12$

$f_m = 6$

$h = 5$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times h$$

$$= 80 + (15 - 12) \times \frac{5}{6}$$

$$= 80 + \frac{3 \times 5}{6}$$

$$= 82.5 \text{ (Ans.)}$$

আবার, গণসংখ্যা সর্বাধিক 6 আছে (75 - 79) এবং (80 - 84)

শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (75-79) এবং (80-84)

(75 - 79) শ্রেণির জন্য

$L = 75, f_1 = 3, f_2 = 0$

$h = 5$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 75 + \frac{3}{3 + 0} \times 5$$

$$= 80$$

∴ প্রচুরক 80 (Ans.)

(80 - 84) শ্রেণিতে

$L = 80, f_1 = 0, f_2 = 2, h = 5$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 80 + \frac{0}{0 + 2} \times 5$$

$$= 80$$

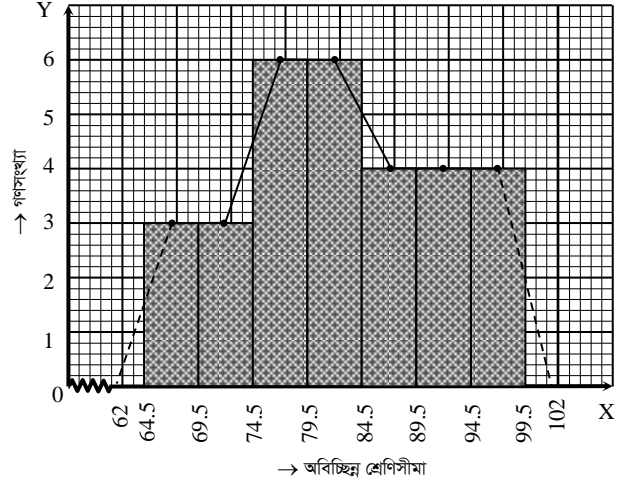
গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
65-69	64.5-69.5	3
70-74	69.5-74.5	3
75-79	74.5-79.5	6
80-84	79.5-84.5	6
85-89	84.5-89.5	4

90-94	89.5-94.5	4
95-99	94.5-99.5	4

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 64.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

অতঃপর, আয়তাকার স্তম্ভগুলোর মধ্যবিন্দু যোগ করে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো।



প্রশ্ন ৬০ কোন পরীক্ষায় 70 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	8	10	12	20	10	7	3

[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণি উলো- খপূর্বক F_c এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
- গ. উপাঙ্গের অজিত রেখা আঁক। ৪

৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	8	8
41-50	10	18
51-60	12	30
61-70	20	50
71-80	10	60
81-90	7	67
91-100	3	70

এখানে, $n = 70$

∴ $\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$ তম পদের মান হচ্ছে মধ্যক। যেহেতু 35 তম পদ

(61 - 70) শ্রেণিতে, সুতরাং মধ্যক শ্রেণি (61-70) এবং $F_c = 30$ (Ans.)

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি, dx	ধাপ বিচ্যুতি \times
----------------	-----------------------	-----------------	--------------------	-----------------------

			$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা $f_i u_i$
31-40	35.5	8	-3	-24
41-50	45.5	10	-2	-20
51-60	55.5	12	-1	-12
61-70	65.5 → a	20	0	0
71-80	75.5	10	1	10
81-90	85.5	7	2	14
91-100	95.5	3	3	9
		n = 70		$\sum f_i u_i = -23$

∴ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

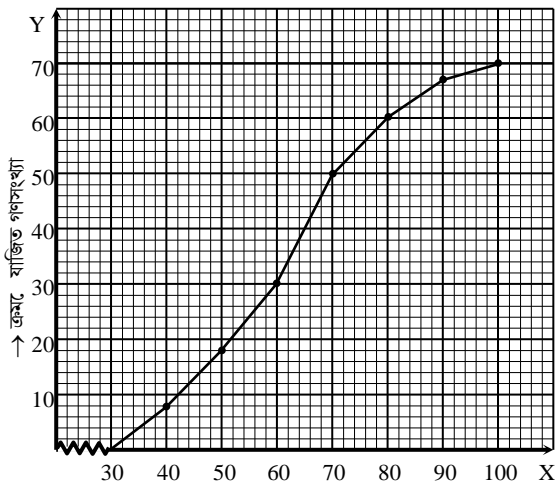
$= 65.5 + \frac{-23}{70} \times 10$

$= 65.5 - 3.286 = 62.214$ (প্রায়) (Ans.)

গ অজিতরেখা অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	8	8
41-50	10	18
51-60	12	30
61-70	20	50
71-80	10	60
81-90	7	67
91-100	3	70

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যবধানের
চিত্র : অজিত রেখা

প্রশ্ন ৬১ ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতের গড় নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79
গণসংখ্যা	6	10	12	9	8	5

[ভিকার ননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 22, 18, 36, 27, 36, 19, 24, 26, 28, 21 উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8
- গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তসমূহের অজিত রেখা অঙ্কন কর। 8

৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৯নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬২ কোনো পরীক্ষায় 70 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

[ভিকার ননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
- খ. সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। 8
- গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। 8

৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35-39	3	3
40-44	10	13
45-49	18	31
50-54	25	56
55-59	8	64
60-64	6	70
	n = 70	

এখানে, n = 70

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 35-তম পদের মান। 35 তম পদের অবস্থান হবে (50-54) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (50-54)।

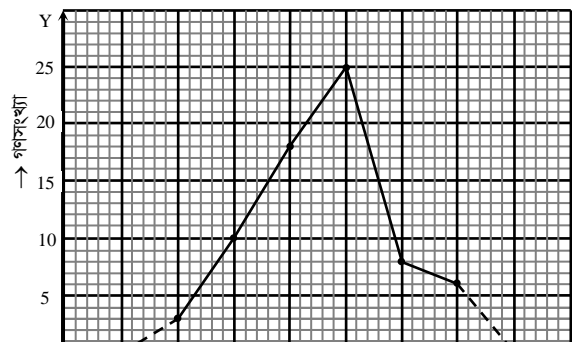
\therefore মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু $= \frac{50+54}{2} = 52$ (Ans.)

খ সৃজনশীল ১৪(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
35-39	37	3
40-44	42	10
45-49	47	18
50-54	52	25
55-59	57	8
60-64	62	6

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 32 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



MWYZ (AveWAK)

চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ৬৩ কোনো বিদ্যালয়ের নির্বাচনী পরীক্ষায় ১০ম শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিরূপণ:

76, 65, 98, 79, 64, 56, 75, 83, 57, 92, 45, 77, 87, 48, 35, 75, 89, 49, 97, 88, 65, 73, 93, 58, 41, 69, 63, 39, 84, 56, 45, 73, 62, 65, 53, 85, 73, 62, 54, 38

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
খ. শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যার সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি হতে গণসংখ্যার বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 35 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 98

$$\therefore \text{পরিসর} = (98 - 35) + 1 = 64$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 5 \text{ ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{64}{5}$$

$$= 12.8$$

$$= 13 \text{টি (Ans.)}$$

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
35 - 44		4
45 - 54		6
55 - 64		8
65 - 74		7
75 - 84		7
85 - 94		6
95 - 104		2
		n = 40

সারণী থেকে দেখা যাচ্ছে গণসংখ্যা সর্বাধিক আছে (55 - 64)

শ্রেণিতে। সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (55 - 64)।

এখানে, L = 55

$$f_1 = 8 - 6 = 2$$

$$f_2 = 8 - 7 = 1$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 55 + \frac{2}{2 + 1} \times 10$$

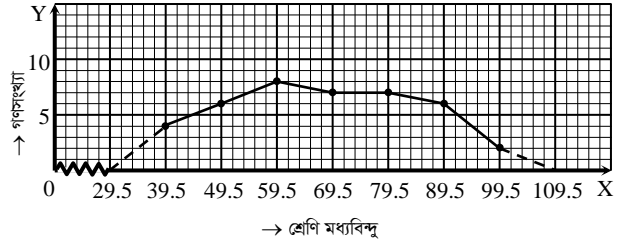
$$= 61.67 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
35 - 44	39.5	4

45 - 54	49.5	6
55 - 64	59.5	8
65 - 74	69.5	7
75 - 84	79.5	7
85 - 94	89.5	6
95 - 104	99.5	2

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 29.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ৬৪ ৯ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	3	5	8	10	16	12	6

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপক অনুসারে, গণসংখ্যা সর্বাধিক রয়েছে (60 - 64) শ্রেণিতে।

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণি (60 - 64)।}$$

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{60 + 64}{2}$$

$$= 62 \text{ (Ans.)}$$

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40 - 44	3	3
45 - 49	5	8
50 - 54	8	16
55 - 59	10	26
60 - 64	16	42
65 - 69	12	54
70 - 74	6	60
		n = 60

$$\text{এখানে, } n = 60 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30-তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হবে (60 - 64) শ্রেণিতে।

অতএব, মধ্যক শ্রেণি হলো (60 – 64)।

সুতরাং $L = 60$

$F_c = 26$

$f_m = 16$

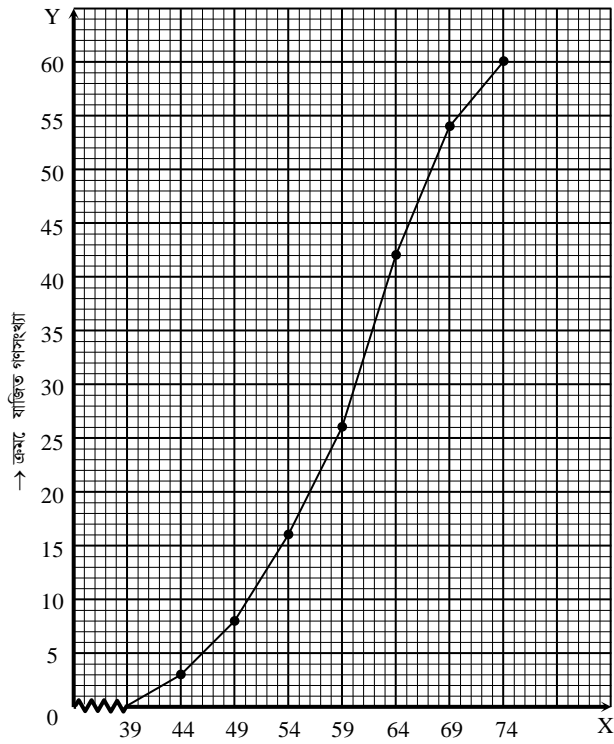
$h = 5$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 60 + (30 - 26) \times \frac{5}{16} \\ &= 61.25 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কন:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40 – 44	3	3
45 – 49	5	8
50 – 54	8	16
55 – 59	10	26
60 – 64	16	42
65 – 69	12	54
70 – 74	6	60
	$n = 60$	

এখন, x -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 39 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

প্রশ্ন ▶ ৬৫ নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

[ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা] প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণি কোনটি? প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সূজনশীল ৩৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৬ কোন বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 40 (চলি- শ) জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপ:

81, 74, 61, 88, 52, 60, 94, 41, 62, 66, 42, 66, 46, 69, 87, 86, 91, 73, 65, 42, 32, 56, 30, 74, 38, 70, 53, 72, 76, 64, 82, 59, 89, 66, 52, 45, 39, 36, 43, 41 [ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল মডেল কলেজ, ঢাকা] প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি 10 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ তৈরি কর। ৪

৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 30 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 94

$$\therefore \text{পরিসর} = (94 - 30) + 1 = 65$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 10 \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{65}{10} = 6.5 \approx 7$$

গণসংখ্যা সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
30-39		5
40-49		7
50-59		5
60-69		9
70-79		6
80-89		6
90-99		2
		$n = 40$

খ মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-39	5	5
40-49	7	12
50-59	5	17
60-69	9	26
70-79	6	32
80-89	6	38
90-99	2	40
	$n = 40$	

এখানে, $n = 40$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 20 তম পদের মান। 20 তম পদের অবস্থান হবে (60 – 69) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (60 – 69)।

সুতরাং $L = 60, F_c = 17, f_m = 9, h = 10$

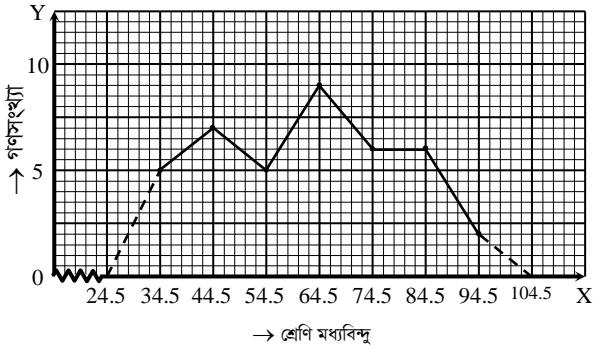


$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 60 + (20 - 17) \times \frac{10}{9} \\ &= 60 + 3.33 \\ &= 63.33 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30-39	34.5	5
40-49	44.5	7
50-59	54.5	5
60-69	64.5	9
70-79	74.5	6
80-89	84.5	6
90-99	94.5	2

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 24.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ৬৭

শ্রেণি ব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	7	4	11	9	10	4

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. সারণি হতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উদ্দীপকের আলোকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৭নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৮ দশম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80
গণসংখ্যা	5	7	16	10	8	4

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বুঝ? ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশনের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা: উপাত্ত সমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো হলো-

(১) গাণিতিক গড় (২) মধ্যক (৩) প্রচুরক।

খ. মধ্যক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51 - 55	5	5
56 - 60	7	12
61 - 65	16	28
66 - 70	10	38
71 - 75	8	46
76 - 80	4	50
	n = 50	

এখানে, n = 50, এবং $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

সুতরাং 25 তম পদের মানই মধ্যক। যা (61-65) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

∴ মধ্যক শ্রেণি (61-65)

সুতরাং L = 61

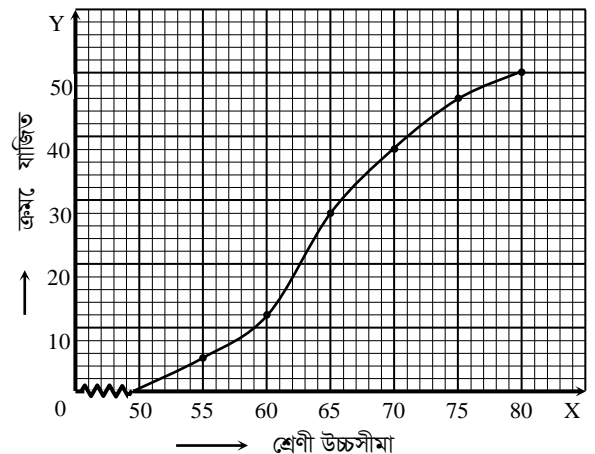
$F_c = 12$

$f_m = 16$

h = 5

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (25 - 12) \times \frac{5}{16} \\ &= 61 + \frac{13 \times 5}{16} \\ &= 65.06 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. 'খ' এর সারণির সাহায্যে ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিয়ে অজিতরেখা অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 50 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ▶ ৬৯ ৪০ জন শিক্ষার্থীর পদার্থ বিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

প্রাপ্ত নম্বর	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	8	12	17	23	10	7	3

[বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. অজিত রেখা আঁক। ৪

৬৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক ২৩ বার আছে (৬১ - ৭০) শ্রেণিতে। অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি (৬১ - ৭০)

এখানে, L = 61

$$f_1 = 23 - 17 = 6$$

$$f_2 = 23 - 10 = 13$$

এবং h = 10

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 61 + \frac{6}{6 + 13} \times 10$$

$$= 64.16 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

খ.

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	8	8
41-50	12	20
51-60	17	37
61-70	23	60
71-80	10	70
81-90	7	77
91-100	3	80
	n = 80	

এখানে, n = 80 এবং $\frac{80}{2} = 40$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো ৪০-তম পদের মান। ৪০ তম পদের অবস্থান

হবে (৬১-৭০) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (৬১-৭০)।

সুতরাং L = 61, F_c = 37, f_m = 23, h = 10

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 61 + (40 - 37) \times \frac{10}{23}$$

$$= 61 + \frac{3 \times 10}{23}$$

$$= 62.30 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. সৃজনশীল ৭(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭০ একটি স্কুলের দশম শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

41, 75, 45, 41, 55, 60, 50, 41, 45, 45, 80, 85, 95, 60, 80, 70, 75, 90, 55, 65, 88, 60, 65, 75, 70, 50, 65, 85, 41, 58, 65, 55, 60, 57, 91, 70, 77, 75, 85, 98 [বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

ক. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর এবং সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণির উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 41

সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 98

$$\therefore \text{পরিসর} = (98 - 41) + 1 = 58$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যবধান } 10 \text{ ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{58}{10} = 5.8 \approx 6 \text{ টি}$$

\therefore শ্রেণি সংখ্যা হবে ৬ টি। (Ans.)

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x _i	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা f _i	ধাপ বিচ্যুতি u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	f _i u _i
41-50	45.5		9	-3	-27
51-60	55.5		9	-2	-18
61-70	65.5		7	-1	-7
71-80	75.5 → a		7	0	0
81-90	85.5		5	1	5
91-100	95.5		3	2	6
			n = 40		∑f _i u _i = -41

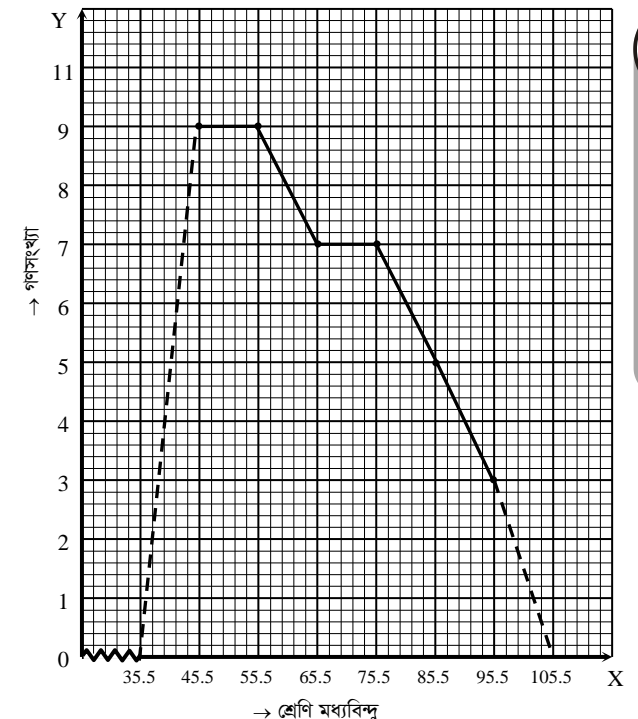
$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 75.5 + \frac{(-41)}{40} \times 10$$

$$= 75.5 - 10.25 = 65.25 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে,

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ১ ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর ২ একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ৫ ধরকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



MMYZ (AvewKAK)

চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ৭১ কয়েকজন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপ:

90, 52, 72, 65, 67, 75, 50, 80, 78, 75, 59, 57, 68, 54, 82, 62, 89, 66, 86, 63, 84, 70, 56, 83, 60.

[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. (50-55) কে প্রথম শ্রেণি ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
খ. সারণি থেকে উপাত্তগুলোর মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বোচ্চ মান = 90

সর্বনিম্ন মান = 50

∴ পরিসর, R = (90 - 50) + 1 = 41

(50 - 55) শ্রেণির শ্রেণিব্যাপ্তি = 6

∴ শ্রেণিব্যাপ্তি 6 ধরে গণসংখ্যা = $\frac{41}{6} = 6.83 \approx 7$ টি

গণসংখ্যা সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
50-55		3
56-61		4
62-67		5
68-73		3
74-79		3
80-85		4
86-91		3
		n = 25

ক' এর সারণি ব্যবহার করে,

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50-55	3	3
56-61	4	7
62-67	5	12
68-73	3	15
74-79	3	18
80-85	4	22
86-91	3	25
	n = 25	

এখানে, মোট গণসংখ্যা, n = 25, যা বিজোড় সংখ্যা।

সুতরাং $\frac{n+1}{2} = \frac{25+1}{2}$

বা 13 তম পদটি মধ্যপদ

13 তম পদটি (68 - 73) শ্রেণিতে বিদ্যমান

সুতরাং (68 - 73) মধ্যক শ্রেণি

এখানে, L = 68

Fc = 12

f_m = 3

h = 6

সুতরাং মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - Fc\right) \times \frac{h}{f_m}$

$$= 68 + \frac{\frac{25}{2} - 12}{3} \times 6$$

$$= 68 + (25 - 24)$$

$$= 69 \text{ (Ans.)}$$

আবার,

সর্বাধিক গণসংখ্যা আছে (62 - 67) শ্রেণিতে

এখানে, L = 62, f₁ = 5 - 4 = 1, f₂ = 5 - 3 = 2, h = 6

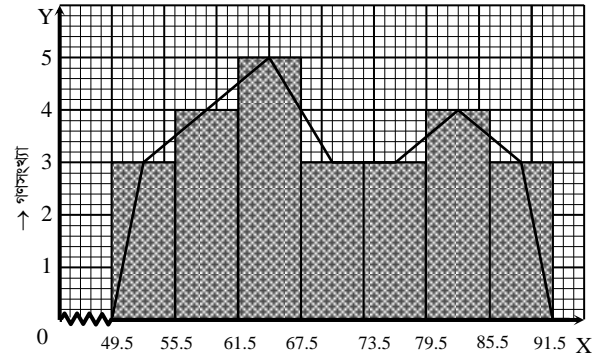
সুতরাং, প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$$= 62 + \frac{1}{1 + 2} \times 6 = 64 \text{ (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
50-55	49.5-55.5	3
56-61	55.5-61.5	4
62-67	61.5-67.5	5
68-73	67.5-73.5	3
74-79	73.5-79.5	3
80-85	79.5-85.5	4
86-91	85.5-91.5	3

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 49.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে। এরপর আয়তাকার স্ফুটনগুলোর মধ্যবিন্দু যোগ করে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো।



→ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা

প্রশ্ন ▶ ৭২ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	3	18	34	58	70	78	80

[গবর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণি কোনটি? মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান কত? ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তগুলোর অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, মোট গণসংখ্যা, n = 80

সূত্রাং $\frac{n}{2} = \frac{80}{2}$ বা 40 তম পদটি মধ্যপদ।

40-তম পদটি (61 – 70) শ্রেণিতে আছে।

সূত্রাং মধ্যক শ্রেণি (61-70) (Ans.)

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{61 + 70}{2} = 65.5 \text{ (Ans.)}$$

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

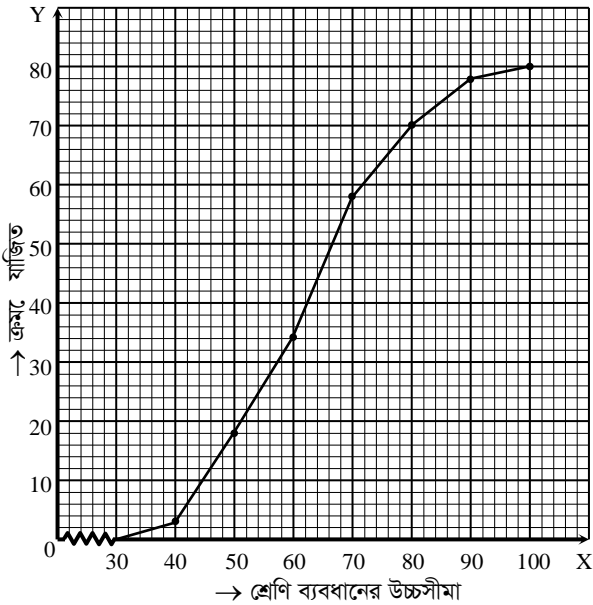
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40	35.5	3	-3	-9
41-50	45.5	18 - 3 = 15	-2	-30
51-60	55.5	34 - 18 = 16	-1	-16
61-70	65.5 ← a	58 - 34 = 24	0	0
71-80	75.5	70 - 58 = 12	1	12
81-90	85.5	78 - 70 = 8	2	16
91-100	95.5	80 - 78 = 2	3	6
		n = 80		$\sum f_i u_i = -21$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 65.5 + \frac{-21}{80} \times 10$$

$$= 62.875 \text{ (Ans.)}$$

গ) এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিতরেখা

প্রশ্ন ৭৩ ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
-----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2
----------	---	---	----	----	---	---	---

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বুঝ? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কী কী? ২
- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
- গ. গণসংখ্যা সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সৃজনশীল ২২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- খ. সৃজনশীল ৪১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- গ. সৃজনশীল ৪১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৭৪ নিচে 70 জন শিক্ষার্থীর ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30-35	36-41	42-47	48-53	54-59	60-65
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

[আদমজী ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

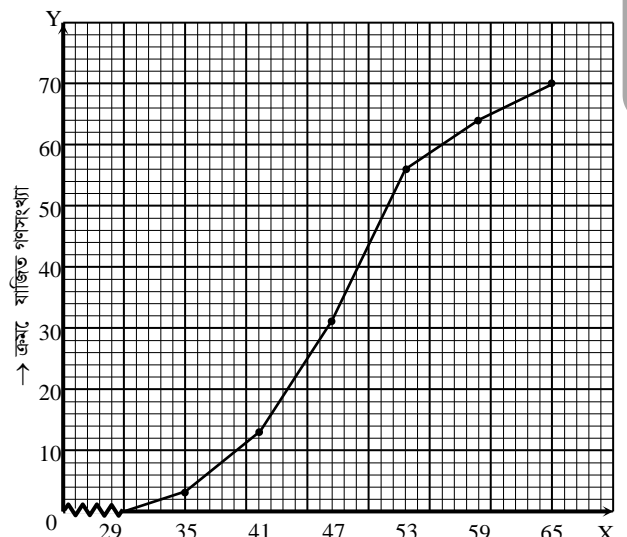
- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
- খ. সারণি থেকে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে অজিত রেখা আঁক। ৪

৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সৃজনশীল ২৬(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- খ. মধ্যক নির্ণয়: পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ এর উদাহরণ ১২(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩৩৭
- প্রচুরক নির্ণয়: সৃজনশীল ২৬(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- গ. অজিতরেখা অঙ্কন :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-35	3	3
36-41	10	13
42-47	18	31
48-53	25	56
54-59	8	64
60-65	6	70

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 29 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণিব্যাপ্তির উচ্চসীমা

প্রশ্ন ▶ ৭৫ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো—

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	8	12	20	25	30	15	10

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 30 আছে (71 – 80) শ্রেণিতে।
অর্থাৎ প্রচুরক শ্রেণি (71 – 80)

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{71 + 80}{2}$$

$$= 75.5 \text{ (Ans.)}$$

- খ. সৃজনশীল ২০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
গ. সৃজনশীল ২০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৬ ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো—

শ্রেণি ব্যাপ্তি	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79
গণসংখ্যা	6	10	12	9	8	5

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ কী? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো লিখ। ২
খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ পৃষ্ঠা ৩৩৩ দ্রষ্টব্য।
খ. সৃজনশীল ৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
গ. সৃজনশীল ৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৭ দশম শ্রেণির 30 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর—
27, 24, 30, 15, 17, 40, 41, 49, 30, 22, 21, 27, 28, 33, 19, 33, 21, 22,
23, 26, 23, 25, 25, 50, 23, 26, 28, 48, 36, 37

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. ছাত্রদের গণিতে প্রাপ্ত সর্বোচ্চ নম্বর 50 এবং সর্বনিম্ন নম্বর 15

$$\therefore \text{পরিসর} = (50 - 15) + 1 = 36.$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{36}{5} = 7.2 \approx 8 \text{ টি}$$

$$\therefore \text{শ্রেণিসংখ্যা হবে 8টি}$$

ছাত্রদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
-----------------	--------------	----------

11 - 15		1
16 - 20		2
21 - 25		10
26 - 30		8
31 - 35		2
36 - 40		3
41 - 45		1
46 - 50		3
		n = 30

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত গণসংখ্যা সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিম্নরূপ:

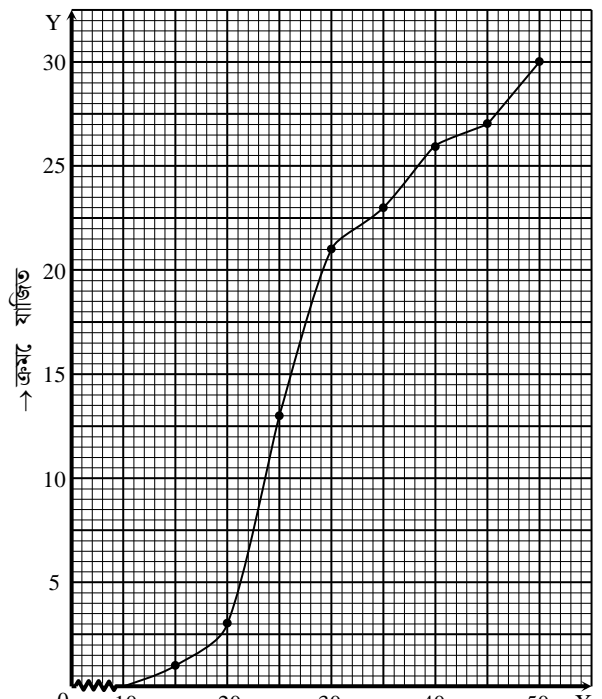
শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $f_i u_i$
11 - 15	13	1	-3	-3
16 - 20	18	2	-2	-4
21 - 25	23	10	-1	-10
26 - 30	28 ← a	8	0	0
31 - 35	33	2	1	2
36 - 40	38	3	2	6
41 - 45	43	1	3	3
46 - 50	48	3	4	12
		n = 30		$\Sigma f_i u_i = 6$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 28 + \frac{6}{30} \times 5 = 28 + 1 = 29 \text{ (Ans.)}$$

গ. অজিত রেখা অঙ্কন:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11 - 15	1	1
16 - 20	2	3
21 - 25	10	13
26 - 30	8	21
31 - 35	2	23
36 - 40	3	26
41 - 45	1	27
46 - 50	3	30
	n = 30	

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 10 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিতরেখা

প্রশ্ন ▶ ৭৮ দশম শ্রেণির ছাত্রদের বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের তালিকা—

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31 - 40	41 - 50	51 - 60	61 - 70	71 - 80	81 - 90
গণসংখ্যা	6	8	12	22	5	7

[মাইলস্টোন কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কাকে বলে? ২
 খ. উপাত্তের মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের গণসংখ্যা আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ২৮(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. মধ্যক নির্ণয়:

গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 - 40	6	6
41 - 50	8	14
51 - 60	12	26
61 - 70	22	48
71 - 80	5	53
81 - 90	7	60

এখানে, $n = 60$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30-তম পদের মান। 30-তম পদের অবস্থান হবে (61 - 70) শ্রেণিতে।

মধ্যক শ্রেণি হলো (61 - 70)।

সুতরাং $L = 61$

$F_c = 26$

$f_m = 22$

$h = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (30 - 26) \times \frac{10}{22} \\ &= 61 + 1.82 \\ &= 62.82 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রচুরক নির্ণয় :

প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 22 আছে (61 - 70) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (61 - 70)

সুতরাং $L = 61$

$$f_1 = 22 - 12 = 10$$

$$f_2 = 22 - 5 = 17$$

$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 61 + \frac{10}{10 + 17} \times 10 \\ &= 61 + 3.70 \\ &= 64.70 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. সৃজনশীল ২৯(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৭৯ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	8	13	15	35	25	5	4

[মতিঝিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রদত্ত উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভূজ আঁক। ৪

৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 35 আছে (61 - 70) শ্রেণিতে অর্থাৎ প্রচুরক শ্রেণি (61 - 70)

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} &= \frac{61 + 70}{2} \\ &= \frac{131}{2} \\ &= 65.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. সৃজনশীল ১৩(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ১৩(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৮০ কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 25 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

65, 73, 45, 60, 55, 58, 60, 65, 80, 70, 58, 68, 60, 68, 70, 45, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 45

[মতিঝিল সরকারী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে সারণি তৈরি করে উক্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁক। (বিবরণসহ) ৪

৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৫ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৮১ ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

[মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ এবং মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভূজ অঙ্কন কর। ৪



MWYZ (AveWkAk)

৮১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক শ্রেণিবিন্যাসড উপাত্তের সংখ্যা n হলে, $\frac{n}{2}$ তম পদের মান হচ্ছে মধ্যক। আর $\frac{n}{2}$ তম পদের মান বা মধ্যক নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো

$$= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \right) \times h, \text{ যেখানে } L \text{ হলো যে শ্রেণিতে মধ্যক}$$

অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা, n গণসংখ্যা, F_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা, f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h শ্রেণিব্যাপ্তি।

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	6	6
41-50	8	14
51-60	10	24
61-70	12	36
71-80	5	41
81-90	7	48
91-100	2	50
	মোট = 50	

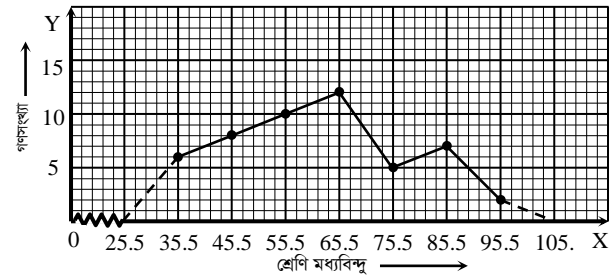
যেহেতু $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$, যা (61-70) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

অত্যাং মধ্যক শ্রেণি (61-70) (Ans.)

খ সৃজনশীল ৪১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে,

ছক কাগজে X -অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে দুই একক ধরে শ্রেণি মধ্যমান এবং Y -অক্ষ বরাবর প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো। মূল বিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ৮২ কোনো শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কে.জি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

[মতিবিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. প্রদত্ত তথ্য থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৮২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২৮(খ) ও ২৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৩ কোন স্কুলের দশম শ্রেণির প্রথম সাময়িক পরীক্ষার ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

নম্বর	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	10	15	20	30	16	4

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো কী কী? ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৮৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৪০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৪০(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৮৪ কোন বিদ্যালয়ে বার্ষিক পরীক্ষায় ৯ম শ্রেণীর ৩০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের নিরূপণ:

76, 65, 98, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 55, 92, 45, 77, 87, 46, 32, 75, 89, 48, 97, 88, 65, 73, 93, 58, 41, 69, 63, 39

[সেন্ট যোসেফ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রদত্ত তথ্যটির পরিসর নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপযুক্ত শ্রেণি ব্যাপ্তি নিয়ে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৮৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তে প্রাপ্ত সর্বোচ্চ নম্বর = 98

প্রাপ্ত সর্বনিম্ন নম্বর = 32

∴ পরিসর = (98 - 32) + 1 = 67 (Ans.)

খ 'ক' হতে পাই,

পরিসর = 67

শ্রেণিব্যাপ্তি 10 নিয়ে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{67}{10} = 6.7 \approx 7$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা, f_i	শ্রেণি মধ্যমান, x_i	বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40		2	35.5	-3	-6
41-50		4	45.5	-2	-8
51-60		4	55.5	-1	-4
61-70		6	65.5 ← a	0	0
71-80		6	75.5	1	6
81-90		4	85.5	2	8
91-100		4	95.5	3	12
	মোট	n = 30			$\sum f_i u_i = 8$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

$$= 65.5 + \frac{8}{30} \times 10$$

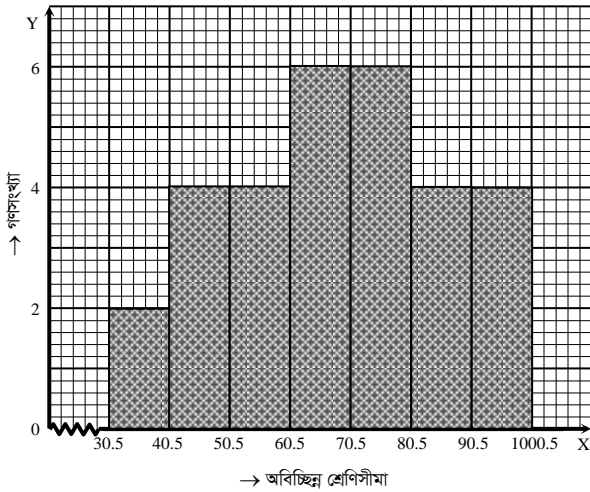
$$= 68.167 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
-----------------	---------------------------	----------

31-40	30.5-40.5	2
41-50	40.5-50.5	4
51-60	50.5-60.5	4
61-70	60.5-70.5	6
71-80	70.5-80.5	6
81-90	80.5-90.5	4
91-100	90.5-100.5	4

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্মা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ৮৫ নিচে একটি এলাকার কয়েকজন লোকের বয়স (বছরে) দেওয়া হলো:

71, 68, 95, 65, 70, 82, 88, 81, 85, 90, 97, 86, 78, 70, 77, 92, 90, 83, 69, 87, 80, 82, 95, 97, 70, 70, 79, 80, 91, 70

উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০।

- ক. উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর। ২
- খ. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে একটি সারণি তৈরি করে সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। 8
- গ. সারণি থেকে উপাত্তগুলোর অজিত রেখা আঁক। (বিবরণ আবশ্যিক) 8

৮৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,
65, 68, 69, 70, 70, 70, 70, 70, 71, 77, 78, 79, 80, 80, 81, 82, 82, 83, 85, 86, 87, 88, 90, 90, 91, 92, 95, 95, 97, 97
এখানে, পদ সংখ্যা = 30

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{30}{2} \text{Zg c} + \left(\frac{30}{2} + 1\right) \text{Zg c}'}{2} \\ &= \frac{15 \text{Zg c} + 16 \text{Zg c}'}{2} \\ &= \frac{81 + 82}{2} = 81.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ উদ্দীপক হতে পাই,
সর্বনিম্ন মান = 65
সর্বোচ্চ মান = 97

∴ পরিসর = 97 - 65 + 1 = 33

∴ শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{33}{5} = 6.6 \approx 7$ [শ্রেণি ব্যবধান 5 বিবেচনা করে]

গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
65-69		3
70-74		6
75-79		3
80-84		6
85-89		4
90-94		4
95-99		4
		n = 30

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক আছে (70-74) ও (80-84) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (70 - 74) এবং (80 - 84)

প্রচুরক শ্রেণি (70 - 74) হলে,

$f_1 = 6 - 3 = 3$

$f_2 = 6 - 3 = 3$

L = 70, h = 5

∴ প্রচুরক = $70 + \frac{3}{3+3} \times 5$
= 72.5 (Ans.)

প্রচুরক শ্রেণি (80 - 84) হলে

$f_1 = 6 - 3 = 3$,

$f_2 = 6 - 4 = 2$

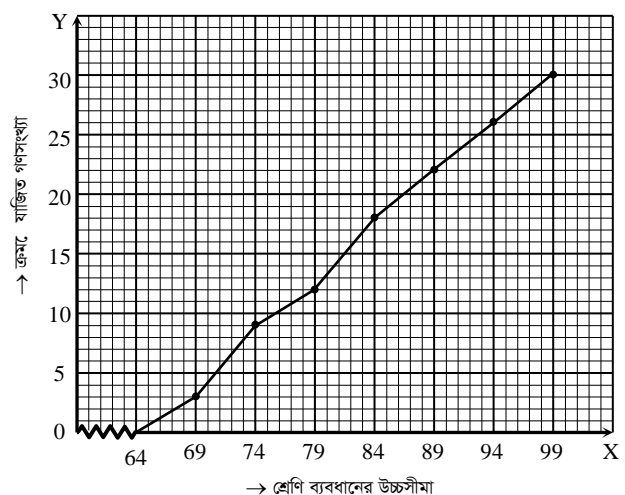
L = 80, h = 5

∴ প্রচুরক = $80 + \frac{3}{3+2} \times 5$
= 83 (Ans.)

গ অজিত রেখা অঙ্কন:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
65-69	3	3
70-74	6	9
75-79	3	12
80-84	6	18
85-89	4	22
90-94	4	26
95-99	4	30

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 64 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্মা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



M.W.Y.Z. (AveWkAk)

চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ▶ ৮৬ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
গণসংখ্যা	5	11	14	12	7	6

[উদয়ন উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. একটি ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। (বিবরণ আবশ্যিক) ৪

৮৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
20-29	5	5
30-39	11	16
40-49	14	30
50-59	12	42
60-69	7	49
70-79	6	55

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
20-29	24.5	5	-2	-10
30-39	34.5	11	-1	-11
40-49	44.5 → a	14	0	0
50-59	54.5	12	1	12
60-69	64.5	7	2	14
70-79	74.5	6	3	18
		n = 55		$\sum f_i u_i = 23$

এখানে, শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

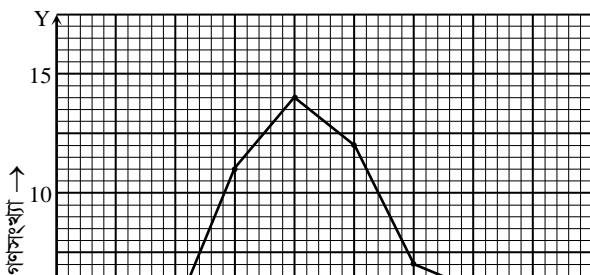
$$= 44.5 + \frac{23}{55} \times 10$$

$$= 44.5 + 4.18 = 48.68 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
20-29	24.5	5
30-39	34.5	11
40-49	44.5	14
50-59	54.5	12
60-69	64.5	7
70-79	74.5	6

এখন ছক কাগজে x -অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y -অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 14.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ৮৭ কয়েকজন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80	81-85	86-90
গণসংখ্যা	6	20	30	15	11	8	6	4

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত সারণি হতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-55	6	6
56-60	20	26
61-65	30	56
66-70	15	71
71-75	11	82
76-80	8	90
81-85	6	96
86-90	4	100

খ. গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
51-55	53	6	-4	-24
56-60	58	20	-3	-60
61-65	63	30	-2	-60
66-70	68	15	-1	-15
71-75	73 → a	11	0	0
76-80	78	8	1	8
81-85	83	6	2	12
86-90	88	4	3	12
		n = 100		$\sum f_i u_i = -127$

$$\therefore \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 73 + \left(\frac{-127}{100} \right) \times 5$$

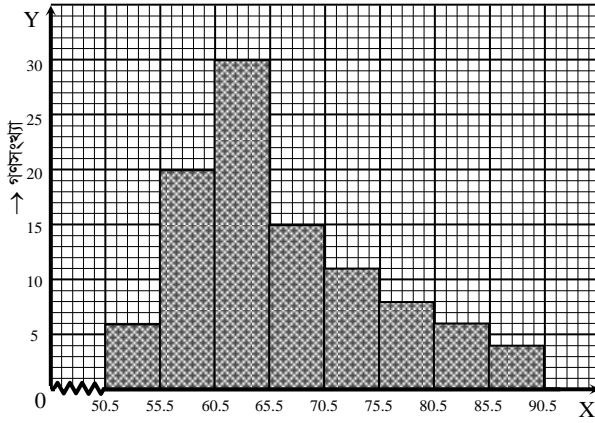
$$= 73 - 6.35$$

= 66.65 (Ans.)

গ। আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
51-55	50.5-55.5	6
56-60	55.5-60.5	20
61-65	60.5-65.5	30
66-70	65.5-70.5	15
71-75	70.5-75.5	11
76-80	75.5-80.5	8
81-85	80.5-85.5	6
86-90	85.5-90.5	4

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণির সীমা 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 50.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা

প্রশ্ন ▶ ৮৮ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর সাপ্তাহিক সঞ্চয় দেওয়া হলো :

76, 65, 98, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 55, 92, 45, 77, 87, 46, 32, 75, 89, 48, 97, 88, 65, 75, 93, 58, 41, 69, 63, 39

[মিরপুর ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 10 হলে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 10 নিয়ে সারণি তৈরি করে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। 8
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। [বিবরণসহ] 8

৮৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক। প্রদত্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান = 98

‘এবং সর্বনিম্ন মান = 32

∴ পরিসর = (98 - 32) + 1 = 67

∴ শ্রেণিব্যাপ্তি 10 হলে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{67}{10} = 6.7 \approx 7$ টি (Ans.)

খ।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40		2	2
41-50		4	6

51-60		4	10
61-70		6	16
71-80		6	22
81-90		4	26
91-100		4	30
		n = 30	

এখানে, $n = 30 \therefore \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 15 তম পদের মান। 15-তম পদের অবস্থান হবে (61-70) শ্রেণিতে।

মধ্যক শ্রেণি হলো (61-70)

সুতরাং $L = 61, F_c = 10, f_m = 6, h = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (15 - 10) \times \frac{10}{6} \\ &= 61 + 8.33 = 69.33 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

আবার, প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যার সর্বাধিক 6 আছে (61-70) এবং (71-80) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (61-70) এবং (71-80)

প্রথম ক্ষেত্রে, $L = 61$

$$f_1 = 6 - 4 = 2$$

$$f_2 = 6 - 6 = 0$$

$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 61 + \frac{2}{2 + 0} \times 10 \\ &= 61 + 10 = 71 \end{aligned}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $L = 71$

$$f_1 = 6 - 6 = 0$$

$$f_2 = 6 - 4 = 2$$

$$h = 10$$

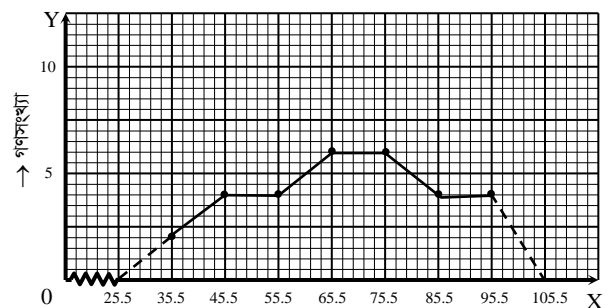
$$\text{প্রচুরক} = 71 + \frac{0}{0 + 2} \times 10 = 71$$

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 71 (Ans.)

গ। গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	2
41-50	45.5	4
51-60	55.5	4
61-70	65.5	6
71-80	75.5	6
81-90	85.5	4
91-100	95.5	4

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ৮৯ কোনো শ্রেণির 54 জন শিক্ষার্থীর স্কুলে টিফিন বাবদ প্রতিদিনের খরচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
গণসংখ্যা	5	10	19	12	6	2

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় করে এর মধ্যমান বের কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

৮৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-34	5	5
35-39	10	15
40-44	19	34
45-49	12	46
50-54	6	52
55-59	2	54
	n = 54	

এখানে, $n = 54$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{54}{2} = 27$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো = 27-তম পদের মান। 27তম পদের অবস্থান হবে (40 - 44) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (40 - 44)।

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{40 + 44}{2}$$

$$= \frac{84}{2}$$

$$= 42. \text{ (Ans.)}$$

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা	ধাপ বিচ্যুতি	$f_i u_i$
	x_i	f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	
30-34	32	5	-2	-10
35-39	37	10	-1	-10
40-44	42 ← a	19	0	0
45-49	47	12	1	12
50-54	52	6	2	12
55-59	57	2	3	6
		n = 54		$\Sigma f_i u_i = 10$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 42 + \frac{10}{54} \times 5$$

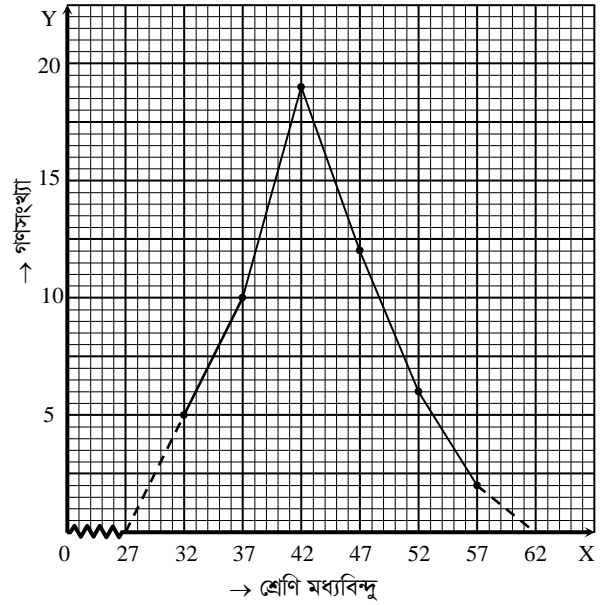
$$= 42 + 0.93$$

$$= 42.93 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30-34	32	5
35-39	37	10
40-44	42	19
45-49	47	12
50-54	52	6
55-59	57	2

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 27 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ৯০ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হল—

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	3	10	21	16	8	2

[ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক নির্ণয় কর। ২
 খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৯০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যার সর্বাধিক 21 আছে (51 - 60) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (51 - 60)

সুতরাং $L = 51$

$$f_1 = 21 - 10 = 11$$

$$f_2 = 21 - 16 = 5$$

$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 51 + \frac{11}{11 + 5} \times 10 \\ &= 51 + \frac{11}{16} \times 10 \\ &= 51 + 6.875 \\ &= 57.875 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	3	3
41-50	10	13
51-60	21	34
61-70	16	50
71-80	8	58
81-90	2	60
	n = 60	

এখানে, $n = 60 \therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30-তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হবে (51 – 60) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (51-60)।

সূত্রাং, $L = 51$

$F_c = 13$

$f_m = 21$

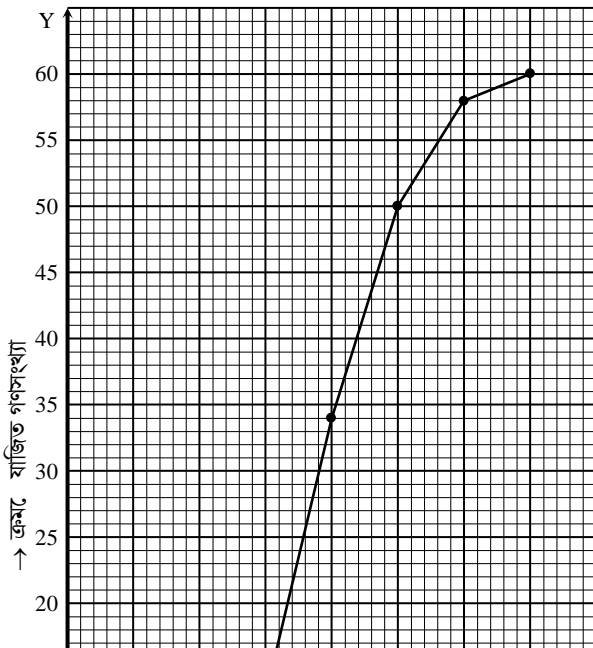
$h = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 51 + (30 - 13) \times \frac{10}{21} \\ &= 51 + 17 \times \frac{10}{21} \\ &= 51 + 8.095 \\ &= 59.095 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ

‘খ’ এর সারণি ব্যবহার করে,

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ৯১ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর প্রাক-নির্বাচনী পরীক্ষার গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হলো:

প্রাপ্ত নম্বর	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	11	12	15	10	5	2

[অগ্রণী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. যোজিত গণসংখ্যার সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তগুলোর আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৯১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	5	5
41-50	11	16
51-60	12	28
61-70	15	43
71-80	10	53
81-90	5	58
91-100	2	60

খ এখানে, $n = 60$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30-তম পদের মান। 30-তম পদের অবস্থান হবে (61-70) শ্রেণিতে।

এখানে, $L = 61$

$F_c = 28$

$f_m = 15$

$h = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (30 - 28) \times \frac{10}{15} \\ &= 61 + 2 \times \frac{10}{15} \\ &= 61 + 1.33 \end{aligned}$$

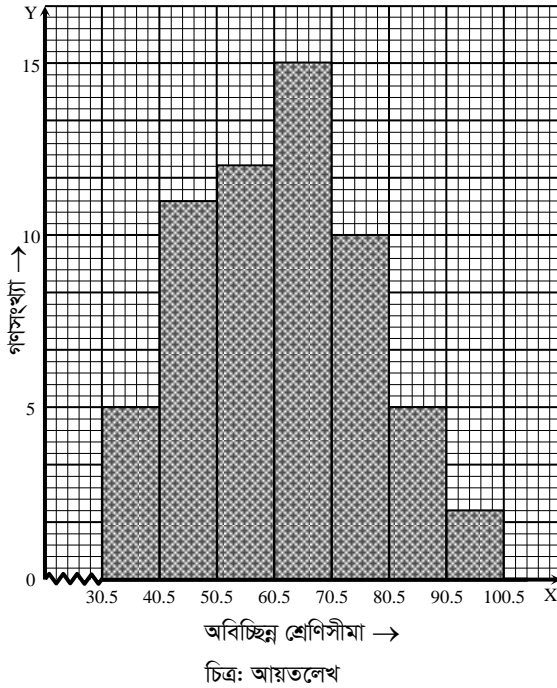


= 62.33 (প্রায়) (Ans.)

- গ প্রদত্ত সারণিতে উপাত্তের শ্রেণি ব্যবধান বিচ্ছিন্ন। শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন হলে সারণি হবে:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
31-40	30.5-40.5	5
41-50	40.5-50.5	11
51-60	50.5-60.5	12
61-70	60.5-70.5	15
71-80	70.5-80.5	10
81-90	80.5-90.5	5
91-100	90.5-100.5	2

ছক কাগজের প্রতি ঘরকে 2 একক বিবেচনা করে X অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং Y-অক্ষ বরাবর 3 ঘর = 1 একক বিবেচনা করে গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। মূলবিন্দু হতে 35.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



- প্রশ্ন ১২ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 46, 50, 60, 65, 58, 60, 48, 36, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46

[উত্তরাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বুঝ? ২
খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

৯২ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২১ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

- প্রশ্ন ১৩ ওজনের (কেজি) একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
-----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

গণসংখ্যা	6	12	16	24	12	8	2
----------	---	----	----	----	----	---	---

[উত্তরাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? ২
খ. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক ও মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

৯৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সৃজনশীল ২২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

- খ. মধ্যক ও প্রচুরক বের করার প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	6	6
41-50	12	18
51-60	16	34
61-70	24	58
71-80	12	70
81-90	8	78
91-100	2	80
n = 80		

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$ তম পদ (61-70) শ্রেণিতে অবস্থিত।

সুতরাং (61-70) মধ্যক শ্রেণি। আবার সর্বোচ্চ গণসংখ্যা 24, যা (61-70) শ্রেণিতে অবস্থিত। সুতরাং (61-70) হচ্ছে প্রচুরক শ্রেণি।

আমরা জানি, শ্রেণিকৃত তথ্য সারণির ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} \text{মধ্যক} &= L + \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \times h \\ &= 61 + \frac{40 - 34}{24} \times 10 \\ &= 61 + 2.5 \\ &= 63.5 \end{aligned}$$

যেখানে,

$$L = 61$$

$$\frac{n}{2} = 40$$

$$F_c = 34$$

$$f_m = 24$$

$$h = 10$$

∴ মধ্যক 63.5 (Ans.)

আবার, শ্রেণিকৃত তথ্যসারণির ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 61 + \frac{8}{8 + 12} \times 10 \\ &= 61 + \frac{80}{20} \\ &= 61 + 4 = 65 \end{aligned}$$

যেখানে,

$$L = 61$$

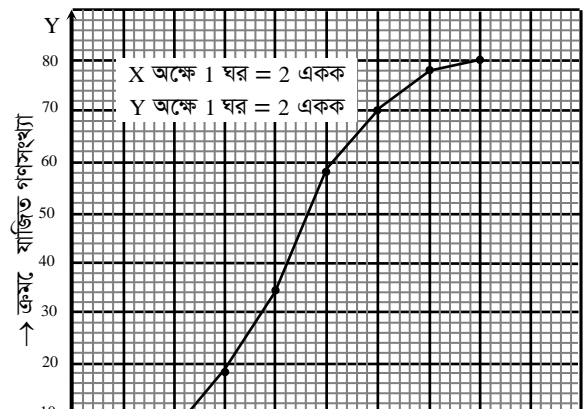
$$f_1 = 24 - 16 = 8$$

$$f_2 = 24 - 12 = 12$$

$$h = 10$$

∴ প্রচুরক 65. (Ans.)

- গ 'খ' নং প্রশ্নের সারণি থেকে ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিব্যাপ্তি এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা বসিয়ে অজিভ রেখা অঙ্কন করা হল। এক্ষেত্রে প্রতিটি শ্রেণির উচ্চসীমার সাপেক্ষে যথাযথ ক্রমযোজিত গণসংখ্যার বিন্দুগুলো স্থাপন করি। অতঃপর প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা থেকে বিন্দুগুলো মুক্ত হলে যোগ করে অজিভ রেখা আঁকা হলো। মূল বিন্দু থেকে 31 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অর্জিত রেখা

প্রশ্ন ▶ ৯৪ 30 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর হলো:

45, 42, 60, 61, 58, 53, 48, 52, 51, 49, 73, 52, 57, 71, 64, 49, 56, 48, 67, 63, 70, 59, 54, 46, 43, 56, 59, 43, 68, 52

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

৯৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর = 73 এবং

সর্বনিম্ন = 42

∴ পরিসর = (73 - 42) + 1
 = 31 + 1
 = 32

∴ শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{32}{5}$
 = 6.4 ≈ 7টি।

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
41-45		4
46-50		5
51-55		6
56-60		7
61-65		3
66-70		3
71-75		2

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা f_i	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি, $f_i u_i$
41-45	4	43	-3	-12
46-50	5	48	-2	-10
51-55	6	53	-1	-6
56-60	7	58 ← a	0	0
61-65	3	63	1	3
66-70	3	68	2	6
71-75	2	73	3	6
মোট	n = 30		0	$\sum f_i u_i = -13$

এখানে, a = 58 এবং h = 5

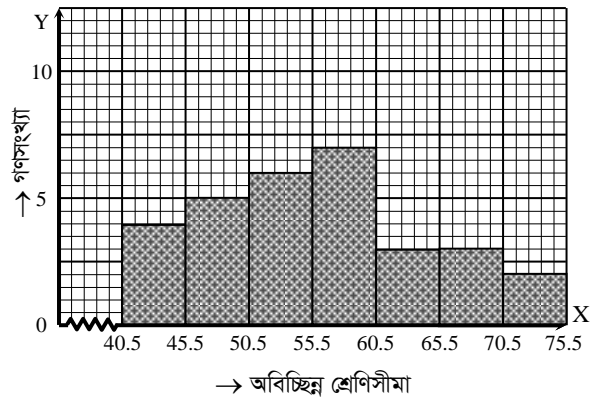
∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

= $58 + \frac{-13}{30} \times 5$
 = 58 - 2.17
 = 55.83 (প্রায়) (Ans.)

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
41-45	40.5-45.5	4
46-50	45.5-50.5	5
51-55	50.5-55.5	6
56-60	55.5-60.5	7
61-65	60.5-65.5	3
66-70	65.5-70.5	3
71-75	70.5-75.5	2

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে 1 একক ধরে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা নিয়ে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে এক একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ অঙ্কন করি। মূল বিন্দু থেকে 40.5 ঘর আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ৯৫ ৪০ জন শিক্ষার্থীর পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর দেয়া হলো:

70, 71, 72, 77, 66, 75, 80, 77, 70, 90, 78, 77, 81, 65, 87, 68, 85, 90, 85, 75, 77, 81, 78, 92, 68, 85, 61, 99, 82, 69, 98, 80, 95, 83, 85, 75, 77, 62, 80, 75 [বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক বলতে কী বুঝ? ২
 খ. শ্রেণি ব্যবধান ৭ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরী কর। ৪
 গ. সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

৯৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সূজনশীল ১৬(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 61 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 99

∴ পরিসর = (99 - 61) + 1
 = 39

শ্রেণি ব্যবধান 7 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{39}{7}$
 = 5.57 ≈ 6

গণসংখ্যা সারণি নিকরূপঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
61-67		4
68-74		7

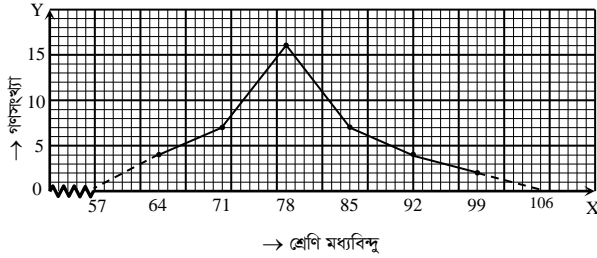


75-81		16
82-88		7
89-95		4
96-102		2
		n = 40

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
61-67	64	4
68-74	71	7
75-81	78	16
82-88	85	7
89-95	92	4
96-102	99	2

এখন, ছক কাগজে x -অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y -অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 57 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ৯৬ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা 65 এবং মধ্যমান 62.5 হলে ঐ শ্রেণির নিসীমা কত? ২
 খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

৯৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. নিসীমা x হলে, $\frac{x+65}{2} = 62.5$

$$\text{বা, } x + 65 = 2 \times 62.5$$

$$\text{বা, } x = 125 - 65 = 60 \text{ (Ans.)}$$

খ. গণসংখ্যা সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
35-39	37	3	-3	-9
40-44	42	10	-2	-20
45-49	47	18	-1	-18
50-54	52 ← a	25	0	0

55-59	57	8	1	8
60-64	62	6	2	12
		n = 70	$\sum f_i u_i = -27$	

$$\therefore \text{ গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 52 + \frac{-27}{70} \times 5$$

$$= 50.071 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. সৃজনশীল ১৪(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৯৭ তোমাদের শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. সারণি থেকে মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর এবং আয়তলেখ থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

৯৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	4	4
50-54	8	12
55-59	10	22
60-64	20	42
65-69	12	54
70-74	6	60

$$\text{এখানে, } n = 60 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

\therefore মধ্যক 30-তম পদের মান যা (60-64) শ্রেণিতে অবস্থিত।

\therefore মধ্যক শ্রেণি (60-64) (Ans.)

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45-49	47	4	-3	-12
50-54	52	8	-2	-16
55-59	57	10	-1	-10
60-64	62 ← a	20	0	0
65-69	67	12	1	12
70-74	72	6	2	12
		n = 60	$\sum f_i u_i = -14$	

$$\therefore \text{ গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 62 + \frac{-14}{60} \times 5$$

$$\therefore \bar{x} = 60.83 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

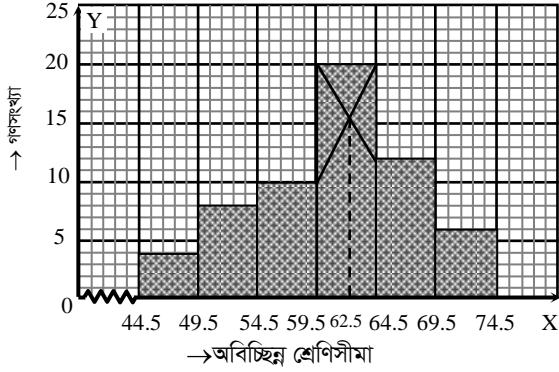
গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
45-49	44.5 - 49.5	4
50-54	49.5 - 54.5	8
55-59	54.5 - 59.5	10
60-64	59.5 - 64.5	20



65 – 69	64.5 – 69.5	12
70 – 74	69.5 – 74.5	6

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার এক একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



উপরোক্ত আয়তলেখ হতে পাই,
নির্ণেয় প্রচুরক = 62.5 (Ans.)

প্রশ্ন ৯৮ 30 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপ:

72, 85, 78, 84, 78, 75, 69, 67, 88, 80, 74, 77, 79, 69, 74, 73, 83, 65, 75, 69, 63, 75, 86, 66, 71, 61, 62, 85, 84, 75

[সফিউদ্দিন সরকার একাডেমী এন্ড কলেজ, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. উপরের অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। ২
- খ. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে প্রচুরক নির্ণয় কর। 8
- গ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। 8

৯৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপাত্ত সমূহকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,

61, 62, 63, 65, 66, 67, 69, 69, 69, 71, 72, 73, 74, 74, 75, 75, 75, 77, 78, 78, 79, 80, 83, 84, 84, 85, 85, 86, 88
এখানে, উপাত্তের সংখ্যা 30 যা জোড় সংখ্যা।

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় মধ্যক} &= \frac{\frac{n}{2} \text{ Zg cG`i gvb} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ Zg cG`i gvb}}{2} \\ &= \frac{\left(\frac{30}{2}\right) \text{ Zg cG`i gvb} + \left(\frac{30}{2} + 1\right) \text{ Zg cG`i gvb}}{2} \\ &= \frac{15 \text{ Zg cG`i gvb} + 16 \text{ Zg cG`i gvb}}{2} \\ &= \frac{75 + 75}{2} \\ &= \frac{150}{2} = 75 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর 88
এবং সর্বনিম্ন 61

$$\therefore \text{পরিসর} = (88 - 61) + 1 = 28$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{28}{5} = 5.6 \approx 6 \text{ টি}$$

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যবধান	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
61-65		4	4
66-70		5	9
71-75		9	18
76-80		5	23
81-85		5	28
86-90		2	30
মোট		n= 30	

উক্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 9 রয়েছে (71-75) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (71-75)

এখানে, L = 71

$$f_1 = 9 - 5 = 4$$

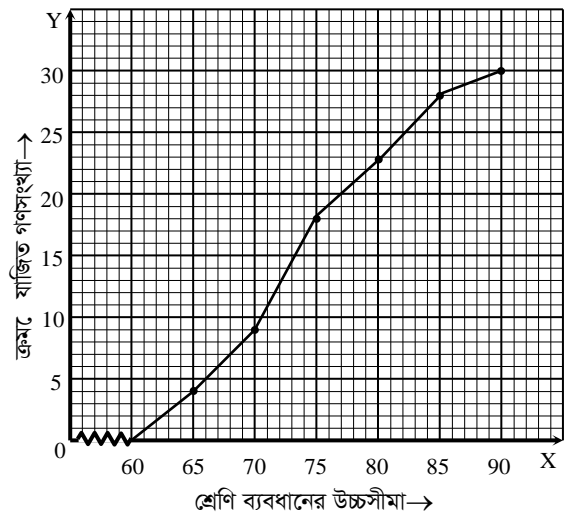
$$f_2 = 9 - 5 = 4 \text{ এবং}$$

$$h = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 71 + \frac{4}{4 + 4} \times 5 \\ &= 71 + 2.5 \\ &= 73.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে:

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 60 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : অজিত রেখা

প্রশ্ন ৯৯ নিচে 25 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষার গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 82, 72, 81, 68, 80, 75, 64, 72, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88

[রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২



- খ. গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। 8
 গ. গণসংখ্যা সারণি থেকে বহুভুজ আঁক। 8

৯৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০০ দশম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

নম্বর	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	70-75
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	7	16	10	8	4

[রাণী বিলাসমণি সরকারি বালক উচ্চ বিদ্যালয়, গাজীপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কি ব্যাখ্যা কর। এর পরিমাপগুলো কি কি? ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8
 গ. মধ্যক নির্ণয় কর। 8

১০০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা: অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের মাঝামাঝি বা কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাকেই বলে কেন্দ্রীয় প্রবণতা। সাধারণত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো:

১. গাণিতিক গড়; ২. মধ্যক এবং ৩. প্রচুরক।

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
46-50	48	5	-2	-10
51-55	53	7	-1	-7
56-60	58 ← a	16	0	0
61-65	63	10	1	10
66-70	68	8	2	16
71-75	73	4	3	12
		n = 50		$\sum f_i u_i = 21$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 58 + \frac{21}{50} \times 5$$

$$= 58 + 2.1$$

$$= 60.1 \text{ (Ans.)}$$

গ. মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
46-50	5	5
51-55	7	12
56-60	16	28
61-65	10	38
66-70	8	46
71-75	4	50
	n = 50	

$$\text{এখানে, } n = 50 \text{ এবং } \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

অতএব, মধ্যক হলো ২৫-তম পদের মান। ২৫ তম পদের অবস্থান হবে (৫৬ - ৬০) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (৫৬ - ৬০)।

এখানে, L = ৫৬

$$F_c = 12$$

$$f_m = 16$$

$$h = 5$$

আমরা জানি,

$$\text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 56 + (25 - 12) \times \frac{5}{16}$$

$$= 56 + 4.06$$

$$= 60.06 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১০১ কোন এক বছর একটি এলাকার অনুর্ধ্ব ৫০ বয়সের (বছর) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

বয়স	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
গণসংখ্যা	11	32	51	49	27	6	4

[বিদ্যাময়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু বের কর। ২
 খ. প্রাপ্ত বয়সের গড় নির্ণয় কর। 8
 গ. প্রাপ্ত বয়সের প্রচুরক নির্ণয় কর। 8

১০১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মধ্যক শ্রেণি নির্ণয়ের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
16-20	11	11
21-25	32	43
26-30	51	94
31-35	49	143
36-40	27	170
41-45	6	176
46-50	4	180

এখানে, মোট গণসংখ্যা, n = 180

$$\therefore \text{মধ্যক পদ } \frac{n}{2} = \frac{180}{2} = 90 \text{ তম পদ}$$

90 তম পদ রয়েছে (২৬ - ৩০) শ্রেণিতে

\therefore মধ্যক শ্রেণি (২৬ - ৩০)

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{30 + 26}{2}$$

$$= \frac{56}{2}$$

$$= 28 \text{ (Ans.)}$$

খ. গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	$f_i x_i$
16-20	18	11	198
21-25	23	32	736

26-30	28	51	1428
31-35	33	49	1617
36-40	38	27	1026
41-45	43	6	258
46-50	48	4	192
মোট		n = 180	Σf _i x _i = 5455

$$\therefore \text{গড়} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$$

$$= \frac{5455}{180}$$

$$= 30.31 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ এখানে,

সর্বাধিক গণসংখ্যা রয়েছে (26 – 30) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (26 – 30)

এখানে, L = 26

$$f_1 = 51 - 32 = 19$$

$$f_2 = 51 - 49 = 2$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

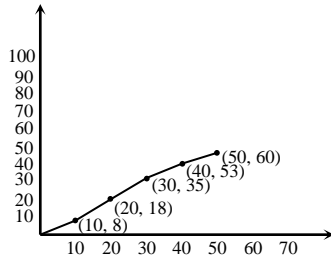
$$= 26 + \frac{19}{19 + 2} \times 5$$

$$= 26 + \frac{95}{21}$$

$$= 26 + 4.524$$

$$= 30.524 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০২



উপরে একটি স্কুলের দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের অর্জিত রেখা দেওয়া হলো।

[বিদ্যাময়ী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
 খ. আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪
 গ. গড় নির্ণয় কর। ৪

১০২ নং প্রশ্নের সমাধান

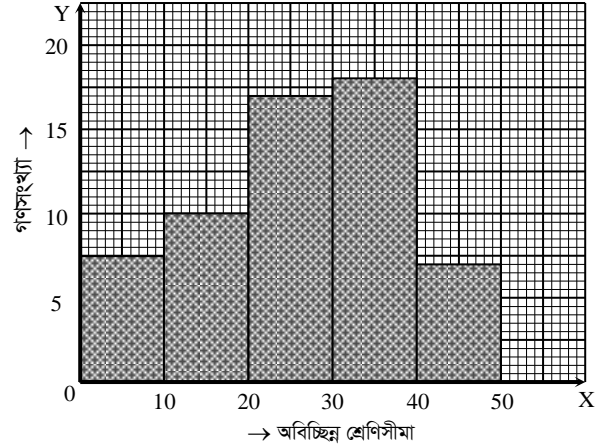
ক প্রদত্ত উপাত্ত হতে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো:

অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	গণসংখ্যা
0-10	8	8
10-20	18	10
20-30	35	17
30-40	53	18
40-50	60	7

খ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
0-10	8
10-20	10
20-30	17
30-40	18
40-50	7

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

গ গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x _i	গণসংখ্যা f _i	f _i x _i
0-10	5	8	40
10-20	15	10	150
20-30	25	17	425
30-40	35	18	630
40-50	45	7	315
মোট		n = 60	Σf _i x _i = 1560

$$\therefore \text{গড়} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$$

$$= \frac{1560}{60}$$

$$= 26 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০৩ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

[মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি অনুযায়ী আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১০৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৯ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১০৪ ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর ওজন (কেজি) নিরূপণ:



50, 46, 55, 61, 72, 85, 60, 85, 36, 68, 48, 60, 58, 70, 65, 60, 60, 50, 46, 70, 80, 65, 60, 45, 58, 55, 60, 55, 56, 55, 40, 70, 90, 70, 46, 65, 60, 40, 50, 65, 68, 55, 45, 57, 65, 70, 81, 58, 59, 40,

[মুকুল নিকেতন উচ্চ বিদ্যালয়, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তসমূহের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১০৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 36 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 90

$$\therefore \text{পরিসর} = (90 - 36) + 1 = 55$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } 10 \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{55}{10} = 5.5 \approx 6$$

গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
36-45		6	6
46-55		12	18
56-65		19	37
66-75		8	45
76-85		4	49
86-95		1	50
		n = 50	

$$\text{এখানে, } n = 50 \therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

অর্থাৎ মধ্যক হলো 25 তম পদের মান

25 তম পদের অবস্থান হবে (56-65) শ্রেণিতে।

\therefore মধ্যক শ্রেণি হলো (56-65)।

সুতরাং $L = 56$

$$F_c = 18$$

$$f_m = 19$$

$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \right) \times h \\ &= 56 + \left(\frac{25 - 18}{19} \right) \times 10 \\ &= 59.68 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

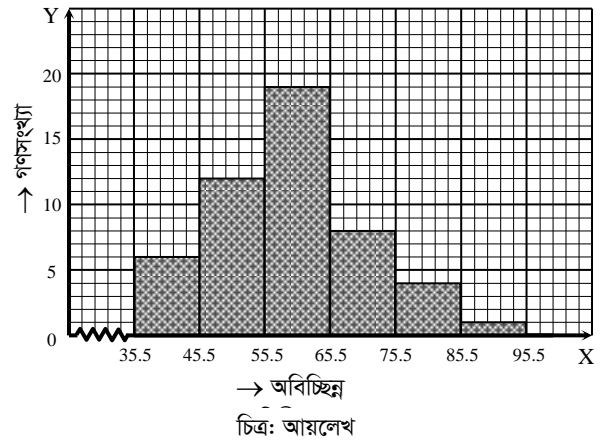
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
36-45	40.5	6	-2	-12
46-55	50.5	12	-1	-12
56-65	60.5 ← a	19	0	0
66-75	70.5	8	1	8
76-85	80.5	4	2	8
86-95	90.5	1	3	3
		n = 50		$\sum f_i u_i = -5$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 60.5 + \frac{-5}{50} \times 10 \\ &= 60.5 - 1 \\ &= 59.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
36-45	35.5-45.5	6
46-55	45.5-55.5	12
56-65	55.5-65.5	19
66-75	65.5-75.5	8
76-85	75.5-85.5	4
86-95	85.5-95.5	1

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 35.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১০৫ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর প্রাক-নির্বাচনী পরীক্ষার গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেয়া হলো:

63, 91, 85, 87, 76, 70, 82, 85, 61, 67, 83, 58, 86, 74, 65, 56, 60, 89, 90, 92, 95, 59, 73, 75, 79, 57, 58, 63, 64, 67

[ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কি বুঝা? উদাহরণসহ লিখ। ২
খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 6 ধরে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

১০৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ এখানে, সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর 95 এবং সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর 56

$$\therefore \text{পরিসর} = (95 - 56) + 1 = 40$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যবধান } 6 \text{ নিয়ে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{40}{6} = 6.67 \approx 7 \text{ টি}$$

গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
55-60		6	6
61-66		5	11
67-72		3	14
73-78		4	18

79-84		3	21
85-90		6	27
91-96		3	30

এখানে, $n = 30$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 15-তম পদের মান। 15-তম পদের অবস্থান হবে (73 - 78) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (73 - 78)।

সুতরাং $L = 73$

$$F_c = 14$$

$$f_m = 4$$

$$h = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 73 + (15 - 14) \times \frac{6}{4} \\ &= 73 + 1 \times \frac{6}{4} \\ &= 73 + 1.5 \\ &= 74.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
55-60	57.5	6	-3	-18
61-66	63.5	5	-2	-10
67-72	69.5	3	-1	-3
73-78	75.5 ← a	4	0	0
79-84	81.5	3	1	3
85-90	87.5	6	2	12
91-96	93.5	3	3	9
		$n = 30$		$\sum f_i u_i = -7$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 75.5 + \frac{-7}{30} \times 6 \\ &= 75.5 - 1.4 \\ &= 74.1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১০৬ ময়মনসিংহ জিলা স্কুলের ৯ম শ্রেণির 25 জন শিক্ষার্থীর উচ্চতর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

64, 72, 46, 61, 56, 59, 60, 66, 81, 71, 59, 67, 62, 68, 70, 47, 59, 51, 47, 55, 61, 73, 46, 48, 53 [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল, ময়মনসিংহ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত তথ্য ব্যবহার করে সারণি তৈরি কর এবং প্রচুরক নির্ণয় কর। 8
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। 8

১০৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

এখানে,

শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত সর্বোচ্চ নম্বর = 81

$$\text{সর্বনিম্ন নম্বর} = 46$$

$$\therefore \text{পরিসর} = (81 - 46) + 1 = 36$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} &= \frac{36}{5} \\ &= 7.2 \end{aligned}$$

≈ 8টি

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে 8টি। (Ans.)

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
46-50		5	5
51-55		3	8
56-60		5	13
61-65		4	17
66-70		4	21
71-75		3	24
76-80		0	24
81-85		1	25
		$n = 25$	

প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 5 আছে (46 - 50) শ্রেণিতে এবং (56-60) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (46 - 50) এবং (56 - 60)।

(46 - 50) শ্রেণির জন্য

সুতরাং $L = 46$

$$f_1 = 5 - 0 = 5$$

$$f_2 = 5 - 3 = 2$$

$$h = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 46 + \frac{5}{5 + 2} \times 5 \\ &= 49.57 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

আবার, (56 - 60) শ্রেণির জন্য $L = 56$

$$f_1 = 5 - 3 = 2$$

$$f_2 = 5 - 4 = 1$$

$$h = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 56 + \frac{2}{2 + 1} \times 5 \\ &= 59.33 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

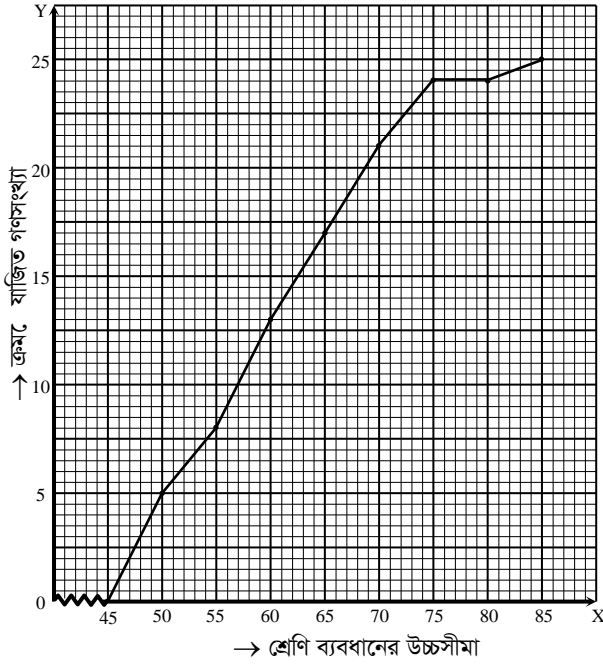
গ

অজিত রেখা অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
46-50	5	5
51-55	3	8
56-60	5	13
61-65	4	17
66-70	4	21
71-75	3	24
76-80	0	24
81-85	1	25

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 2 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 45 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।





প্রশ্ন ▶ ১০৭ দশম শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	8	12	17	23	10	7	3

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপান্তের অজিত রেখা আঁক। ৪

১০৭ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৭ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০৮ কোনো শ্রেণির ৭০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	40-43	44-47	48-51	52-55	56-59	60-63	64-67
গণসংখ্যা	5	7	16	15	16	8	3

[জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, জামালপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রদত্ত উপান্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপান্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপান্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১০৮ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১০৯ ৩০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 46, 50, 60, 65, 58, 60, 48, 36, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46.

[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বোঝ? ২
 খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে একটি গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর এবং উক্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

১০৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সৃজনশীল ২১(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
 খ. প্রদত্ত উপান্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 68
 এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 35
 \therefore পরিসর = $(68 - 35) + 1 = 34$
 শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{34}{5} = 6.8 \approx 7$

গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35 - 39		2	2
40 - 44		2	4
45 - 49		5	9
50 - 54		3	12
55 - 59		5	17
60 - 64		7	24
65 - 69		6	30
		n = 30	

এখানে, $n = 30 \therefore \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

অর্থাৎ 15তম পদ আছে(55 - 59) শ্রেণিতে।

\therefore মধ্যক শ্রেণি (55 - 59)

$$\begin{aligned} \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 55 + (15 - 12) \times \frac{5}{5} \\ &= 55 + 3 \\ &= 58 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

এখানে, $L = 55$

$F_c = 12$

$h = 5$

$f_m = 5$

গ. সৃজনশীল ২১(গ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১১০ নিচের সারণিটি লক্ষ কর :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	6	8	12	9	7	4

[শেরপুর সরকারি ভিক্টোরিয়া একাডেমী, শেরপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? এর পরিমাপগুলোর নাম লিখ। ২
 খ. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপান্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ২৮(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

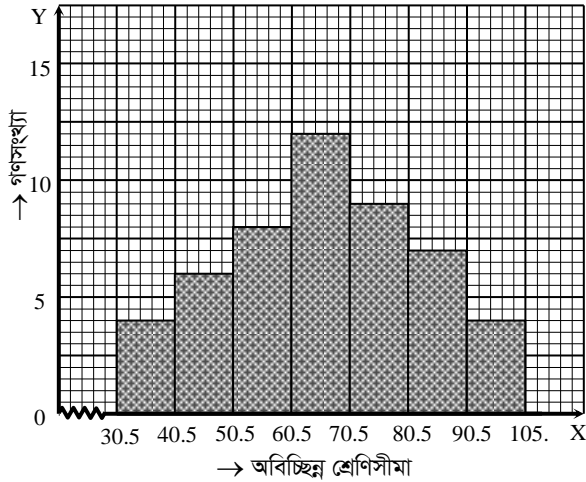
খ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ এর উদাহরণ ১৩(খ) নং দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩৩৯

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
31 - 40	30.5 - 40.5	4
41 - 50	40.5 - 50.5	6
51 - 60	50.5 - 60.5	8

61 – 70	60.5 – 70.5	12
71 – 80	70.5 – 80.5	9
81 – 90	80.5 – 90.5	7
91 – 100	90.5 – 105.5	4

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যা 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্মা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

প্রশ্ন ১১১ কোন শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেষণ নিরূপণ:

প্রাপ্ত নম্বর	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	10	20	15	10

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণি ও মধ্যক শ্রেণি কোনটি? ২
 খ. প্রদত্ত সারণি অবলম্বনে আয়তলেখ আঁক। ৪
 গ. উপাত্তগুলির গড় সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

১১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-55	5	5
56-60	10	15
61-65	20	35
66-70	15	50
71-75	10	60
	মোট = 60	

এখানে, সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা 20 আছে 61-65 শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (61-65) (Ans.)

আবার, মোট গণসংখ্যা, n = 60

এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

∴ মধ্যক হলো 30 তম পদের মান।

∴ 30 তম পদ আছে (61-65) শ্রেণিতে যা মধ্যক শ্রেণি। (Ans.)

খ. সৃজনশীল ৩৮(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. সৃজনশীল ৩৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১২ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যার সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	12	10	20	8	6

[ফরিদপুর জিলা স্কুল, ফরিদপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণি ও পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য কত? ২
 খ. মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি অবলম্বনে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা আছে, 60-64 শ্রেণিতে

এবং প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা = 20

প্রচুরক শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা = 8

∴ গণসংখ্যার পার্থক্য = 20 - 8

= 12 (Ans.)

খ. মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45 – 49	4	4
50 – 54	12	16
55 – 59	10	26
60 – 64	20	46
65 – 69	8	54
70 – 74	6	60
	n = 60	

মধ্যক নির্ণয়: এখানে, n = 60

এবং $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

অর্থাৎ মধ্যক হবে 30-তম পদের মান। 30-তম পদের অবস্থান হলো

(60 – 64) শ্রেণিতে। অতএব মধ্যক শ্রেণি (60 – 64)

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 60 + (30 - 26) \times \frac{5}{20} \\ &= 60 + \frac{20}{20} \\ &= 61 \text{ (Ans.)} \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} L = 60 \\ F_c = 26 \\ f_m = 20 \\ h = 5 \end{array} \right.$$

প্রচুরক নির্ণয়:

এখানে গণসংখ্যা সর্বাধিক বার 20 আছে (60 – 64) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি (60 – 64)

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 60 + \frac{10}{10 + 12} \times 5 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} L = 60 \\ f_1 = 20 - 10 = 10 \end{array} \right.$$



$$= 60 + \frac{50}{22}$$

$$= 62.27 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

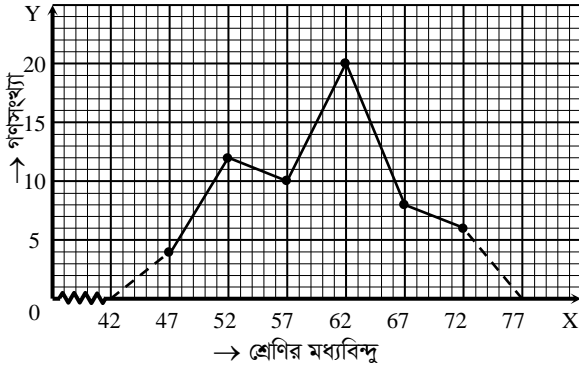
$$f_2 = 20 - 8 = 12$$

$$h = 5$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
45 - 49	47	4
50 - 54	52	12
55 - 59	57	10
60 - 64	62	20
65 - 69	67	8
70 - 74	72	6

এখন, ছক কাগজে x -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১১৩ একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যবধান	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	14	18	8	4

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বুঝ? ২
খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তসমূহের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২৮(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
51-60	55.5	6	-2	-12
61-70	65.5	14	-1	-14
71-80	75.5 ← a	18	0	0
81-90	85.5	8	1	8
91-100	95.5	4	2	8
		n = 50		$\sum f_i u_i = -10$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

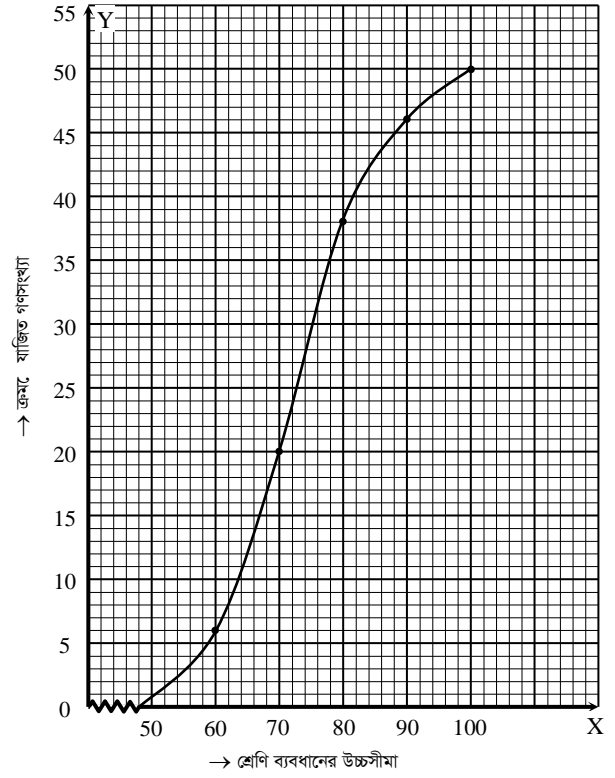
$$= 75.5 + \frac{-10}{50} \times 10$$

$$= 75.5 - 2 = 73.5 \text{ (Ans.)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-60	6	6
61-70	14	20
71-80	18	38
81-90	8	46
91-100	4	50

এখন, x -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 50 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ১১৪ একটি দৌড় প্রতিযোগিতায় 20 জন শিক্ষার্থীর নিরূপণ সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল :

44, 30, 51, 53, 25, 22, 18, 32, 52, 58, 60, 40, 35, 55, 50, 16, 20, 25, 40, 45.

[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, হেলেনাবাদ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. 5 শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
খ. উক্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তসমূহের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে,

সর্বোচ্চ সময় = 60 সেকেন্ড

এবং সর্বনিম্ন সময় = 16 সেকেন্ড



∴ পরিসর = (60 - 16) + 1
= 44 + 1
= 45

∴ 5 শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{45}{5}$
= 9টি

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
16-20		3	3
21-25		3	6
26-30		1	7
31-35		2	9
36-40		2	11
41-45		2	13
46-50		1	14
51-55		4	18
56-60		2	20
		n = 20	

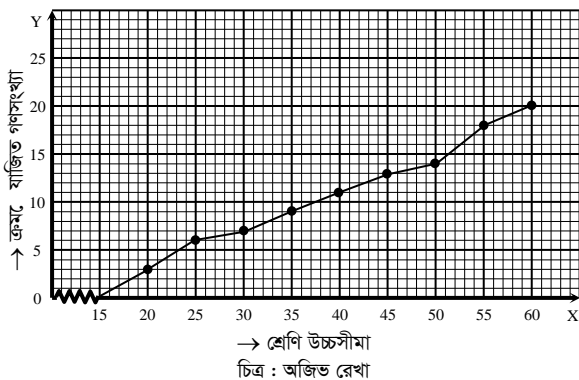
ক. এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 4 রয়েছে (51 - 55) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (51 - 55)

প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$
= $51 + \frac{3}{3 + 2} \times 5$
= $51 + \frac{3}{5} \times 5$
= 51 + 3
= 54 (Ans.)

এখানে,
L = 51
f₁ = 4 - 1 = 3
f₂ = 4 - 2 = 2
h = 5

গ. 'ক' এর সারণি ব্যবহার করে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে 1 একক ধরে শ্রেণি উচ্চসীমা নিয়ে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে 1 একক ধরে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিয়ে অজিত রেখা অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 15 ঘর আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১১৫ দশম শ্রেণির 70 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	7	12	18	24	9

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ ও বিবৃত কর। ২
খ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. বর্ণনাসহ সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

এখানে, L = প্রচুরক শ্রেণির নিসীমা

f₁ = প্রচুরক শ্রেণি ও তার পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য

f₂ = প্রচুরক শ্রেণি ও তার পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য

h = শ্রেণি ব্যবধান

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ :

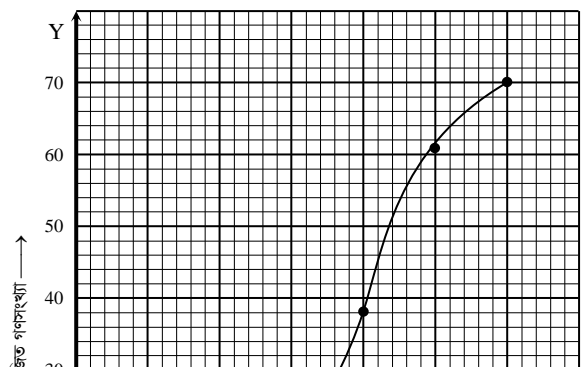
শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x _i	গণসংখ্যা f _i	ধাপ বিচ্যুতি u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	f _i u _i
50 - 54	52	7	-2	-14
55 - 59	57	12	-1	-12
60 - 64	62 ← a	18	0	0
65 - 69	67	24	1	24
70 - 74	72	9	2	18
মোট		n = 70		∑f _i u _i = 16

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$
= $62 + \frac{16}{70} \times 5$
= 62 + 1.1428
= 63.143 (প্রায়) (Ans.)

গ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50-54	7	7
55-59	12	19
60-64	18	37
65-69	24	61
70-74	9	70

সারণি হতে প্রাপ্ত ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশনের অজিতরেখা অঙ্কনের জন্য X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে 1 একক ধরে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে 2 একক ধরে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিয়ে অজিত রেখা অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 49 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ১১৬ ৯ম শ্রেণির বার্ষিক পরীক্ষার 40 জন শিক্ষার্থীর বাংলায় নম্বর নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	10	18	23	13	9	3

[রাজশাহী কলেজিয়েট স্কুল, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কাকে বলে? এর পরিমাপগুলো কী কী? ২
 খ. প্রদত্ত সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২২ (ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিচে দেওয়া হল:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100	
গণসংখ্যা	4	10	18	23	13	9	3	n = 80
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	4	14	32	55	68	77	80	

এখানে, $n = 80$ এবং $\frac{n}{2} = 40$

∴ মধ্যক হলো 40তম পদের মান (61 – 70) শ্রেণিতে অবস্থিত।

এখানে, $L = 61$,

$$F_c = 32$$

$$f_m = 23$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 61 + (40 - 32) \times \frac{10}{23}$$

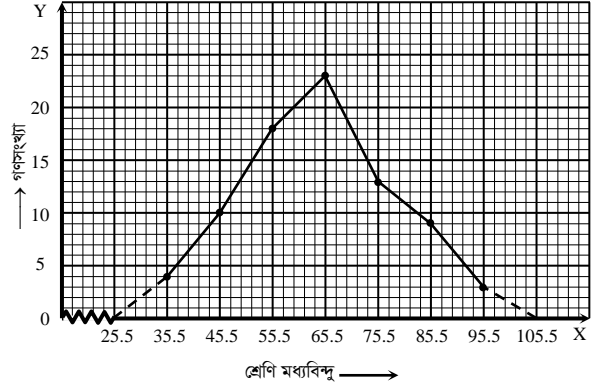
$$= 61 + 3.478 = 64.478 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31 – 40	35.5	4
41 – 50	45.5	10
51 – 60	55.5	18

61 – 70	65.5	23
71 – 80	75.5	13
81 – 90	85.5	9
91 – 100	95.5	3

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান বোঝাতে X-অক্ষে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১১৭ 59 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

প্রাপ্ত নম্বর	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	4	11	8	15	12	9

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ও নিম্নসীমা নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত সারণি থেকে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে বহুভুজ অঙ্কন কর। [বর্ণনা আবশ্যিক] ৪

১১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 বার আছে (61 – 70) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ (61 – 70) হচ্ছে প্রচুরক শ্রেণি।

∴ উর্ধ্বসীমা = 70 এবং নিম্নসীমা = 61

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	4	4
41-50	11	15
51-60	8	23
61-70	15	38
71-80	12	50
81-90	9	59
n = 59		

এখানে, $n = 59$

$$\text{এবং } \frac{n+1}{2} = 30$$

অর্থাৎ 30 তম পদ মধ্যক পদ যা (61 – 70) শ্রেণিতে অবস্থিত।

অতএব, (61 – 70) শ্রেণি হচ্ছে মধ্যক শ্রেণি।

$$\therefore L = 61$$

$$F_c = 23$$

$$f_m = 15 \text{ এবং}$$

$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (29.5 - 23) \times \frac{10}{15} \\ &= 61 + 4.33 \\ &= 65.33 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

আবার, গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 আছে (61-70) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ (61 - 70) হচ্ছে প্রচুরক শ্রেণি।

এখানে, L = 61

$$f_1 = 15 - 8 = 7$$

$$f_2 = 15 - 12 = 3$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 61 + \frac{7}{7+3} \times 10$$

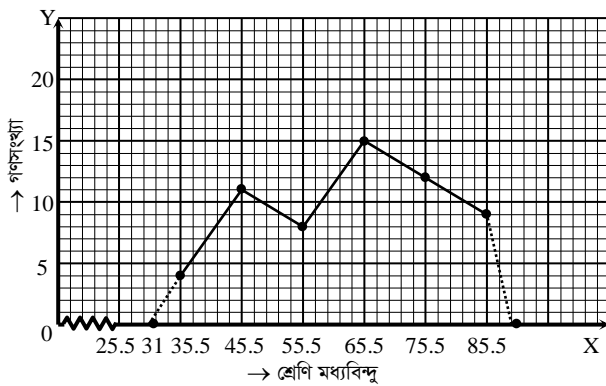
$$= 61 + 7$$

$$= 68 \text{ (Ans.)}$$

গ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	4
41-50	45.5	11
51-60	55.5	8
61-70	65.5	15
71-80	75.5	12
81-90	85.5	9

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১১৮ কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 25 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

65, 73, 45, 60, 55, 58, 60, 65, 80, 70, 58, 68, 60, 68, 70, 45, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 45

ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। 2

খ. উক্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি গড় নির্ণয় কর। 8

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাদের অজিত রেখা অংকন কর। 8

[শহীদ মামুন মাহমুদ পুলিশ লাইনস্ স্কুল এন্ড কলেজ, রাজশাহী □ প্রশ্ন নং ১১]

১১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৩৫(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু x_i	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45-49	47		4	-4	-16
50-54	52		1	-3	-3
55-59	57		4	-2	-8
60-64	62		5	-1	-5
65-69	67 ← a		5	0	0
70-74	72		4	1	4
75-79	77		0	2	0
80-84	82		1	3	3
85-89	87		1	4	4
			n = 25		$\Sigma f_i u_i = -21$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 67 + \frac{-21}{25} \times 5$$

$$= 67 - 4.2$$

$$= 62.8 \text{ (Ans.)}$$

গ সৃজনশীল ৩৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১১৯ 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	7	4	11	9	10	4

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ □ প্রশ্ন নং ১০]

ক. প্রদত্ত সারণি থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। 2

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। 8

গ. প্রদত্ত সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। 8

১১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিচের সারণিতে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় করে দেখানো হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
25-34	5	5
35-44	7	12
45-54	4	16
55-64	11	27
65-74	9	36
75-84	10	46
85-94	4	50

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
25-34	29.5	5	-3	-15
35-44	39.5	7	-2	-14
45-54	49.5	4	-1	-4
55-64	59.5 ← a	11	0	0
65-74	69.5	9	1	9



75-84	79.5	10	2	20
85-94	89.5	4	3	12
মোট		$\sum f_i = 50$		$\sum f_i u_i = 8$

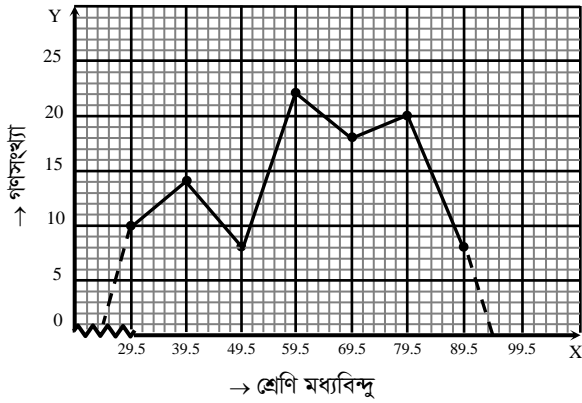
আমরা জানি, গড়, $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

$$= 59.5 + \frac{8}{50} \times 10 \quad [h = \text{শ্রেণিব্যাপ্তি} = 10]$$

$$= 59.5 + 1.6$$

$$= 61.1 \quad (\text{Ans.})$$

- গ গণসংখ্যা বহুভুজ: 'খ' এ প্রাপ্ত সারণি থেকে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বাহুর প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 29.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



- প্রশ্ন ১২০ একটি বিদ্যালয়ের 60 জন ছাত্রের ওজন নিরূপণ-

শ্রেণি ব্যাপ্তি	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

[নওগাঁ কে.ডি. সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ (চলকের পরিচয়সহ) ২
 খ. উপরোক্ত তথ্য থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১২০ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র:

$$\text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

এখানে, L = যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নসীমা

f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা-পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা-পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা

h = শ্রেণিব্যাপ্তি

- খ প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 বার আছে। যা (65-74) শ্রেণিতে অবস্থিত।

অর্থাৎ, প্রচুরক শ্রেণি (65-74)।

$$\text{আমরা জানি, প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

এখানে, L = 65,

$$f_1 = 20 - 10 = 10$$

$$f_2 = 20 - 12 = 8$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = 65 + \frac{10}{10 + 8} \times 10$$

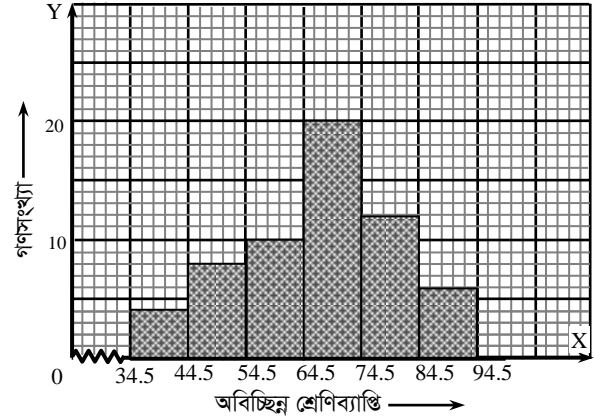
$$= 65 + \frac{100}{18}$$

$$= 70.56 \quad (\text{প্রায়}) \quad (\text{Ans.})$$

- গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তিসহ সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
35-44	34.5-44.5	4
45-54	44.5-54.5	8
55-64	54.5-64.5	10
65-74	64.5-74.5	20
75-84	74.5-84.5	12
85-94	84.5-94.5	6

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তির দুই একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



- প্রশ্ন ১২১ কোনো স্কুলের একটি শ্রেণির শিক্ষার্থীদের ওজনের (কেজি) সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	7	11	18	14	6

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. সারণিটির প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি থেকে বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১২১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক সর্বাধিক গণসংখ্যা 18 বার রয়েছে (60-64) শ্রেণিতে।

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণি (60-64)}$$

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{60 + 64}{2} = \frac{124}{2} = 62 \quad (\text{Ans.})$$

- খ 'ক' হতে পাই,

$$\text{প্রচুরক শ্রেণি (60-64)}$$



এখানে, $L = 60$

$$f_1 = 18 - 11 = 7$$

$$f_2 = 18 - 14 = 4$$

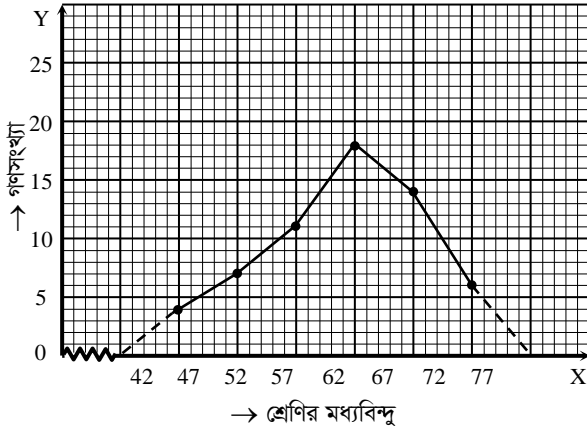
$$h = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h = 60 + \frac{7}{7+4} \times 5 \\ &= 60 + \frac{35}{11} = 63.18 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
45 - 49	47	4
50 - 54	52	7
55 - 59	57	11
60 - 64	62	18
65 - 69	67	14
70 - 74	72	6

এখন ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 42 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১২২ কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষায় 30 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপ:

- 70, 68, 95, 83, 78, 82, 86, 81, 85, 90,
93, 86, 78, 71, 77, 92, 84, 83, 69, 87,
80, 82, 72, 85, 75, 77, 79, 80, 90, 73.

[বগুড়া জিলা স্কুল, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? এর পরিমাপগুলো কী কী? ২
খ. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্ত থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১২২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল-২২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 95

সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 68

$$\therefore \text{পরিসর} = (95 - 68) + 1 = 28$$

$$5 \text{ শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{28}{5} = 5.6 \approx 6$$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

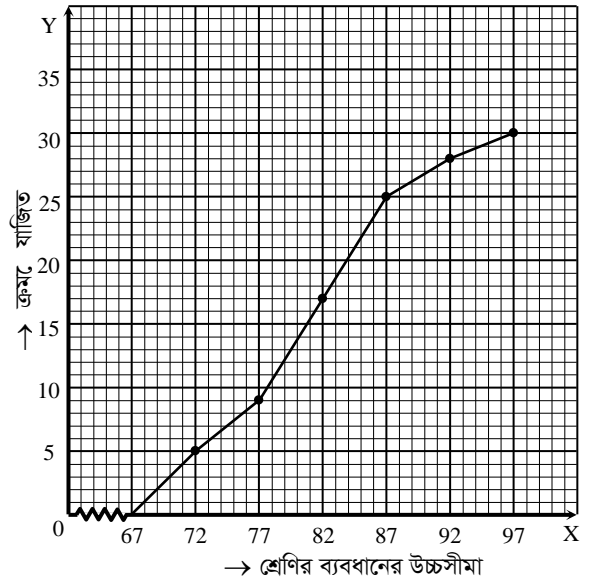
শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
68-72	70		5	-2	-10
73-77	75		4	-1	-4
78-82	80 ← a		8	0	0
83-87	85		8	1	8
88-92	90		3	2	6
93-97	95		2	3	6
মোট			n = 30		$\sum f_i u_i = 6$

$$\therefore \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 80 + \frac{6}{30} \times 5 = 80 + 1 = 81 \text{ (Ans.)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
68-72	5	5
73-77	4	9
78-82	8	17
83-87	8	25
88-92	3	28
93-97	2	30

এখন ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে অজিত রেখা অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 67 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১২৩ একটি স্কুলের কোনো শ্রেণির গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	8	12	20	25	30	15	10

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা কত? ২
খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪



গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। 8

১২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ২০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২৪ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 46, 50, 60, 65, 58, 60, 48, 36, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46

[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া □ প্রশ্ন নং ১১]

ক. উৎস অনুসারে উপাত্ত কয় ধরনের কি কি? ২

খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ ধরে উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। 8

গ. সারণী হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

১২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উৎস অনুসারে উপাত্ত দুই ধরনের।

(i) প্রাথমিক উপাত্ত,

(ii) মাধ্যমিক উপাত্ত।

খ সৃজনশীল ২১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ২১(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২৫ কোনো বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণিতে 50 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কিলোগ্রাম) গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ :

ওজন (কেজি)	47-51	52-56	57-61	62-66	67-71	72-76
গণসংখ্যা	6	10	12	10	7	5

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। 8

গ. বিবরণসহ গণসংখ্যা সারণি থেকে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। 8

১২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২৬ নবম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80
গণসংখ্যা	8	12	20	10	6	4

[দিনাজপুর জিলা স্কুল, দিনাজপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২

খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রদত্ত উপাত্তের গড় নির্ণয় কর। 8

গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। 8

১২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১২৭ হুগলি জেলার 70 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	15	10	5	20	4	6	10

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২

খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

গ. গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি করে মধ্যক শ্রেণি নির্ণয় কর এবং উপাত্তের আলোকে অজিভরেখা আঁক ও মতামত দাও। 8

১২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	15	15
41-50	10	25
51-60	5	30
61-70	20	50
71-80	4	54
81-90	6	60
91-100	10	70

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40	35.5	15	-3	-45
41-50	45.5	10	-2	-20
51-60	55.5	5	-1	-5
61-70	65.5 ← a	20	0	0
71-80	75.5	4	1	4
81-90	85.5	6	2	12
91-100	95.5	10	3	30
		n = 70		$\Sigma f_i u_i = -24$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 65.5 + \frac{-24}{70} \times 10$$

$$= 65.5 - \frac{24}{7} = 62.07 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	15	15
41-50	10	25
51-60	5	30
61-70	20	50
71-80	4	54
81-90	6	60
91-100	10	70

এখানে, n = 70

সুতরাং $\frac{n}{2} = \frac{70}{2}$ বা 35তম পদ হবে মধ্যপদ

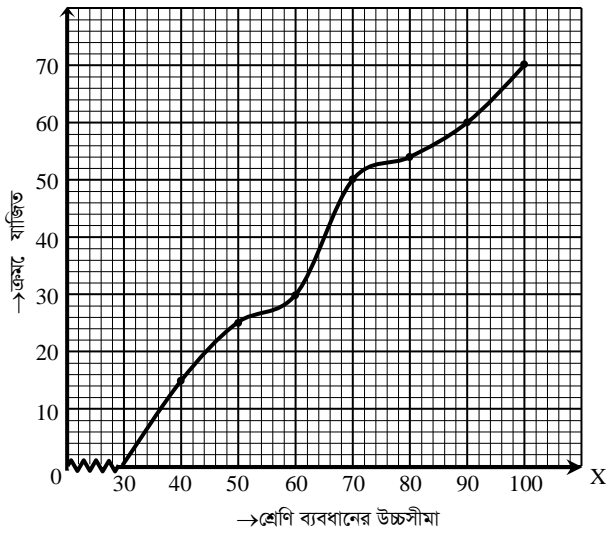
35তম পদটি (61 - 70) শ্রেণিতে বিদ্যমান

সুতরাং মধ্যক শ্রেণি (61 - 70) (Ans.)

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা



আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



মন্তব্য: লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, অজিত রেখা উর্ধ্বগামী।

প্রশ্ন ১২৮ গণিত বিষয়ের প্রতিটি বছর্নির্বাচনি প্রশ্নের 30 জন ছাত্রের প্রত্যেকের যে সময় (সে.) লেগেছিল তা হলো-

30	45	40	40	35	25	20	16	50	55	10	20	25	23	15
58	32	18	22	35	41	42	24	25	25	42	43	30	14	20

[রংপুর জিলা স্কুল, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. 5 শ্রেণি ব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। 8
 গ. সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর এবং গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। 8

১২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:
 প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন মান = 10 এবং সর্বোচ্চ = 58
 ∴ পরিসর = (58 - 10) + 1 = 49

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{49}{5} = 9.8 \approx 10$ টি

গণসংখ্যা সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
10-14		2	2
15-19		3	5
20-24		6	11
25-29		4	15
30-34		3	18
35-39		2	20
40-44		6	26
45-49		1	27
50-54		1	28
55-59		2	30
		n = 30	

খ 'ক' এর সারণি হতে পাই, n = 30

সুতরাং $\frac{n}{2} = \frac{30}{2}$ বা 15 তম পদটি মধ্যপদ

এখানে, (25-29) শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $\frac{n}{2}$ এর সমান।

∴ মধ্যক (25-29) শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণি অর্থাৎ (30-34) এ অবস্থিত।

সুতরাং, L = 30

$F_c = 5$

$f_m = 3$

h = 5

∴ মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$
 $= 30 + (15 - 5) \times \frac{5}{3}$
 $= 30 + 0 \times \frac{5}{3}$
 $= 30$ (Ans.)

গ এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 6 আছে, (20 - 24) শ্রেণিতে

এবং (40 - 44) শ্রেণিতে।

এখন, (20 - 24) শ্রেণির জন্য

L = 20

$f_1 = 6 - 3 = 3$

$f_2 = 6 - 4 = 2$

h = 5

∴ প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$
 $= 20 + \frac{3}{3 + 2} \times 5$
 $= 23$ (Ans.)

আবার, (40 - 44) শ্রেণির জন্য

L = 40

$f_1 = 6 - 2 = 4$

$f_2 = 6 - 1 = 5$

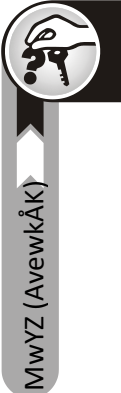
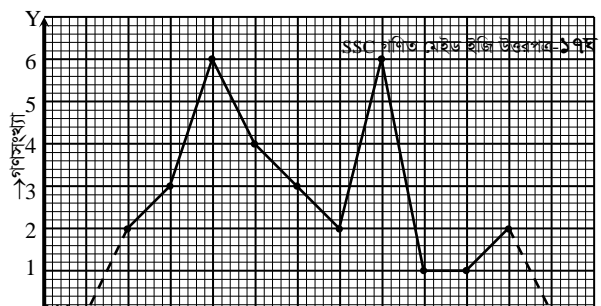
h = 5

∴ প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$
 $= 40 + \frac{4}{4 + 5} \times 5$
 $= 40 + \frac{20}{9}$
 $= 42.22$ (প্রায়) (Ans.)

গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
10-14	12	2
15-19	17	3
20-24	22	6
25-29	27	4
30-34	32	3
35-39	37	2
40-44	42	6
45-49	47	1
50-54	52	1
55-59	57	2

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 7 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১২৯

শ্রেণি ব্যাপ্তি	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100	101-110	111-120
গণসংখ্যা	6	7	10	15	9	8	5

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত সারণীর অজিভরেখা অঙ্কন কর। ৪

১২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 15 আছে (81-90) শ্রেণিতে।

প্রচুরক শ্রেণি (81 - 90)

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{81 + 90}{2} = 85.5$$

- খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
51-60	55.5	6	-3	-18
61-70	65.5	7	-2	-14
71-80	75.5	10	-1	-10
81-90	85.5 → a	15	0	0
91-100	95.5	9	1	9
101-110	105.5	8	2	16
111-120	115.5	5	3	15
		n = 60		$\Sigma f_i u_i = -2$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 85.5 + \frac{-2}{60} \times 10$$

$$= 85.5 - 0.33$$

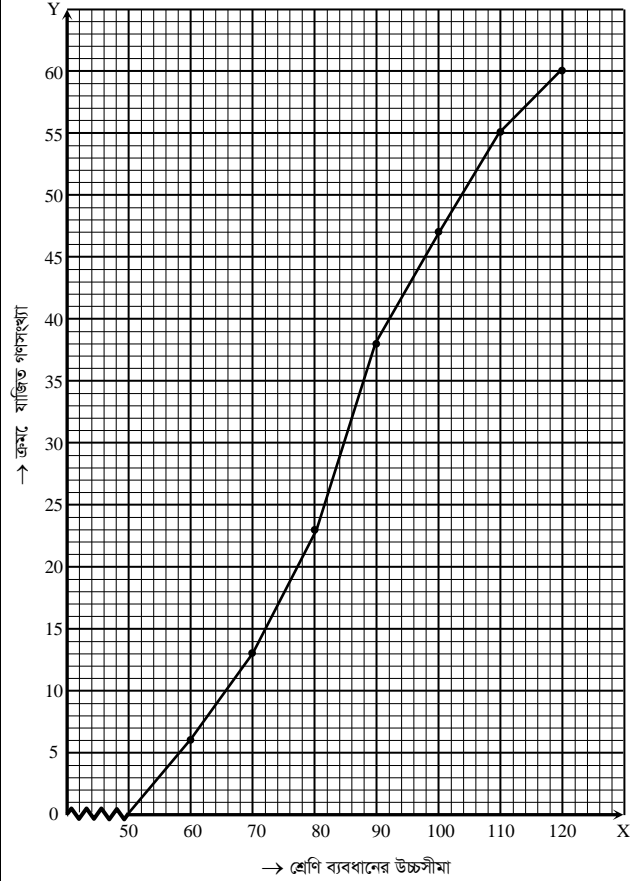
$$= 85.17 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

- গ অজিভ রেখা অঙ্কন:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-60	6	6
61-70	7	13
71-80	10	23
81-90	15	38
91-100	9	47
101-110	8	55
111-120	5	60

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভ রেখা

আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 50 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



- প্রশ্ন ১৩০ ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সারণি নিচে দেওয়া হল:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
গণসংখ্যা	5	8	7	15	10	5

[রংপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণি উল্লেখপূর্বক F_c এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত সারণির মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত সারণির আয়তলেখ আঁক। ৪

১৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক মধ্যক শ্রেণি নির্ণয়:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
20-24	5	5
25-29	8	13
30-34	7	20
35-39	15	35
40-44	10	45
45-49	5	50

এখানে, n = 50

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$



অর্থাৎ, মধ্যক হলো 25-তম পদের মান। 25-তম পদের অবস্থান হবে (35-39) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (35-39)।
সুতরাং $F_c = 20$ ।

খ 'ক' হতে পাই, মধ্যক শ্রেণি হলো (35 – 39)।

সুতরাং $L = 35$
 $F_c = 20$
 $f_m = 15$
 $h = 5$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 35 + (25 - 20) \times \frac{5}{15}$$

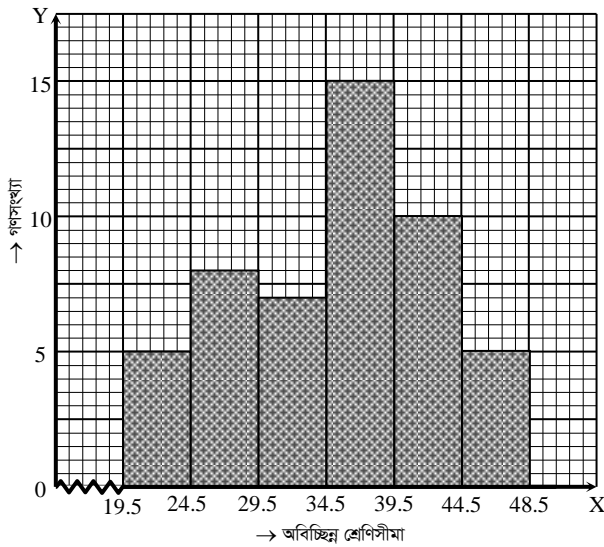
$$= 35 + 1.67$$

$$= 36.67 \text{ (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
20-24	19.5-24.5	5
25-29	24.5-29.5	8
30-34	29.5-34.5	7
35-39	34.5-39.5	15
40-44	39.5-44.5	10
45-49	44.5-49.5	5

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 19.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

প্রশ্ন ১৩১ কোনো বিদ্যালয়ে প্রাক-নির্বাচনি পরীক্ষায় 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিচে দেওয়া হলো :

48, 89, 75, 32, 46, 87, 77, 45, 92, 55, 76, 65, 98, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 97, 88, 65, 73, 93, 58, 41, 69, 63, 39, 84, 56, 45, 73, 93, 62, 67, 69, 65, 53, 78, 64, 85, 53, 73, 34, 75, 82, 67, 62।

[পুলিশ লাইস স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বোঝ? ২
খ. গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। 8
গ. গণসংখ্যা নিবেশনের অজিভরেখা অঙ্কন কর। 8

১৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিচ্ছিন্ন চলক:** যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণ সংখ্যা হয় তাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলে। উদাহরণ: জনসংখ্যা।

অবিচ্ছিন্ন চলক: যে চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে তা অবিচ্ছিন্ন চলক। উদাহরণ: বয়স, উচ্চতা, ওজন।

খ প্রদত্ত উপাত্ত হতে, সর্বনিম্ন নম্বর = 32, সর্বোচ্চ নম্বর = 98
উপাত্তসমূহের পরিসর = $(98 - 32) + 1 = 67$

শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{67}{10} = 6.7 \approx 7$

ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40		3	3
41-50		5	8
51-60		7	15
61-70		13	28
71-80		10	38
81-90		7	45
91-100		5	50
মোট		$n = 50$	

এখানে, $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$, যা (61-70) শ্রেণিতে অবস্থিত।

সুতরাং (61-70) মধ্যক শ্রেণি।

এখানে, $L = 61$
 $n = 50$
 $F_c = 15$
 $f_m = 13$
 $h = 10$

আমরা জানি, মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$$= 61 + \left(\frac{50}{2} - 15\right) \times \frac{10}{13}$$

$$= 61 + (25 - 15) \times \frac{10}{13}$$

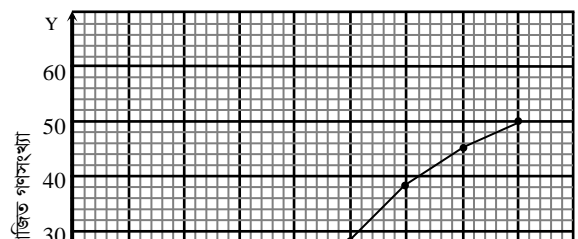
$$= 61 + \frac{10 \times 10}{13}$$

$$= 61 + 7.69$$

$$= 68.69 \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিভরেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অর্জিত রেখা

প্রশ্ন ১৩২ ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	7	11	13	7	4	3

[পুলিশ লাইস স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কী বোঝ? ২
 খ. প্রদত্ত সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কনের মাধ্যমে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

১৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক কেন্দ্রীয় প্রবণতা: অবিন্যাসিত উপাত্তসমূহকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোন মানের দিকে পুঞ্জীভূত হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের মাঝামাঝি বা কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাকেই কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে।

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে অনুসৃত ধাপের আলোকে গড় নির্ণয়ের সারণি হবে নিরূপ। যেখানে, শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

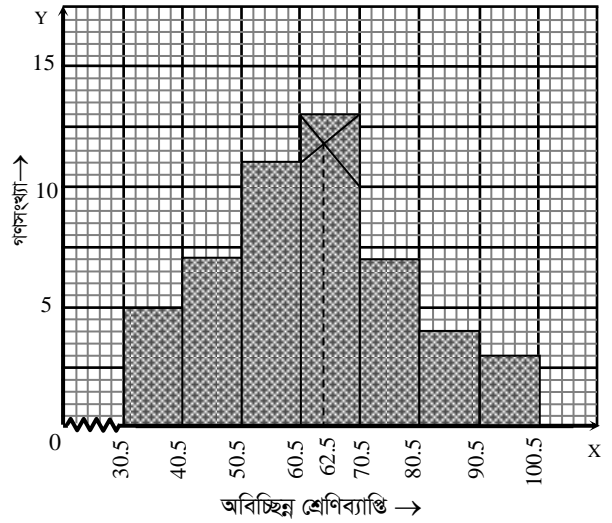
শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40	35.5	5	-3	-15
41-50	45.5	7	-2	-14
51-60	55.5	11	-1	-11
61-70	65.5 ← a	13	0	0
71-80	75.5	7	1	7
81-90	85.5	4	2	8
91-100	95.5	3	3	9
		$\sum f_i = n = 50$		$\sum f_i u_i = -16$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 65.5 + \frac{-16}{50} \times 10 \\ &= 65.5 - 3.2 \\ &= 62.3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তিসহ সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
31-40	30.5-40.5	5
41-50	40.5-50.5	7
51-60	50.5-60.5	11
61-70	60.5-70.5	13
71-80	70.5-80.5	7
81-90	80.5-90.5	4
91-100	90.5-100.5	3

ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তির 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



আয়তলেখ হতে দেখা যায় যে, বেশি প্রাপ্ত নম্বর 60.5-70.5 শ্রেণিতে। তাই প্রচুরক নির্ণয়ের জন্য আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুদ্বয় থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশের আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করা হয়েছে। এদের ছেদবিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর যে লম্ব টানা হয়েছে তা x-অক্ষকে 62.5 বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং প্রচুরক হলো 62.5 (প্রায়)। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩৩ নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো:

ব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	7	13	18	24	9	5

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৩৪ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75
গণসংখ্যা	5	10	20	15	10

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এ্যান্ড কলেজ, সৈয়দপুর, নীলফামারী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. প্রদত্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৩৫ কোন শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	6	8	12	9	7	4

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? এর তিনটি পরিমাপকের নাম লিখ। ২
 খ. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৭ এর উদাহরণ ১৩(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩৩৯

গ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী ১৭ এর উদাহরণ ১৩(গ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-৩৩৯

প্রশ্ন ১৩৬ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	12	20	35	18	13	6

[সৈয়দপুর সরকারি কারিগরী কলেজ, নীলফামারী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান কত? ২
 খ. মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণি থেকে আয়তলেখ আঁক। ৪

১৩৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	6	6
41-50	12	18
51-60	20	38
61-70	35	73
71-80	18	91
81-90	13	104
91-100	6	110
	n = 110	

এখানে, n = 110

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 55 তম পদের মান। 55 তম পদের অবস্থান হবে (61 - 70) শ্রেণিতে।

মধ্যক শ্রেণি হলো (61 - 70)

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{61+70}{2} = \frac{131}{2} = 65.5 \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই, মধ্যক শ্রেণি (61 - 70)

সুতরাং L = 61, F_c = 38, f_m = 35, h = 10

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (55 - 38) \times \frac{10}{35} \\ &= 61 + 17 \times \frac{10}{35} \\ &= 61 + 4.857 \\ &= 65.857 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 35 আছে (61 - 70) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (61 - 70)

সুতরাং L = 61

$$f_1 = 35 - 20 = 15$$

$$f_2 = 35 - 18 = 17$$

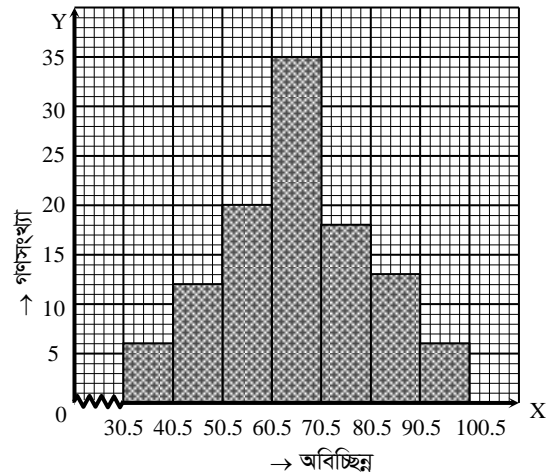
$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 61 + \frac{15}{15 + 17} \times 10 \\ &= 61 + \frac{15}{32} \times 10 \\ &= 61 + 4.6875 \\ &= 65.6875 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
31-40	30.5-40.5	6
41-50	40.5-50.5	12
51-60	50.5-60.5	20
61-70	60.5-70.5	35
71-80	70.5-80.5	18
81-90	80.5-90.5	13
91-100	90.5-100.5	6

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার দুই একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 30.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

প্রশ্ন ১৩৭ একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	4	8	10	13	5	7	3

[কুমিল্পা জিলা স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করে সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ৪

১৩৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত গণসংখ্যা সারণিতে সর্বাধিক গণসংখ্যা (51-60) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (51-60)

এবং প্রচুরক শ্রেণির পূর্ব শ্রেণি (41-50)

$$\therefore \text{পূর্ব শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{50 + 41}{2}$$

$$= \frac{91}{2} = 45.5 \text{ (Ans.)}$$

খ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
21 - 30	4	4
31 - 40	8	12
41 - 50	10	22
51 - 60	13	35
61 - 70	5	40
71 - 80	7	47
81 - 90	3	50
	n = 50	

এখানে, n = 50 এবং $\frac{n}{2} = 25$

অতএব, মধ্যক হলো 25-তম পদের মান। 25 তম পদের অবস্থান হবে (51 - 60) শ্রেণিতে।

অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (51 - 60)।

এখানে, L = 51

$$F_c = 22$$

$$f_m = 13$$

$$h = 10$$

$$\text{আমরা জানি, মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 51 + (25 - 22) \times \frac{10}{13}$$

$$= 51 + \frac{3 \times 10}{13}$$

$$= 51 + 2.31$$

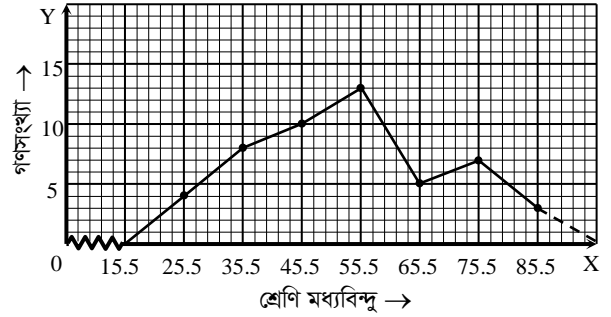
$$= 53.31 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
21 - 30	25.5	4
31 - 40	35.5	8
41 - 50	45.5	10
51 - 60	55.5	13

61 - 70	65.5	5
71 - 80	75.5	7
81 - 90	85.5	3

এখন, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 15.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১৩৮ 30 জন শিক্ষার্থীর গণিতের প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো:

48, 66, 50, 46, 59, 46, 50, 46, 65, 51, 61, 60, 54, 36, 45, 50, 48, 58, 67, 60, 55, 68, 58, 60, 61, 64, 35, 50, 60, 40

[কুমিল্পা জিলা স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলোর নাম উল্লেখপূর্বক এর ব্যাখ্যা দাও। ২
 খ. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন করে সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ৪

১৩৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ এর পৃষ্ঠা-৩৩৩ দৃষ্টব্য।

খ. প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ নম্বর = 68, এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 35

$$\therefore \text{পরিসর} = (68 - 35) + 1 = 34$$

$$\text{শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা} = \frac{34}{5} \approx 7$$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
35 - 39	37		2	-3	-6
40 - 44	42		1	-2	-2
45 - 49	47		6	-1	-6
50 - 54	$52 \leftarrow a$		6	0	0
55 - 59	57		4	1	4
60 - 64	62		7	2	14
65 - 69	67		4	3	12
মোট			n = 30		$\sum f_i u_i = 16$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$



$$= 52 + \frac{16}{30} \times 5$$

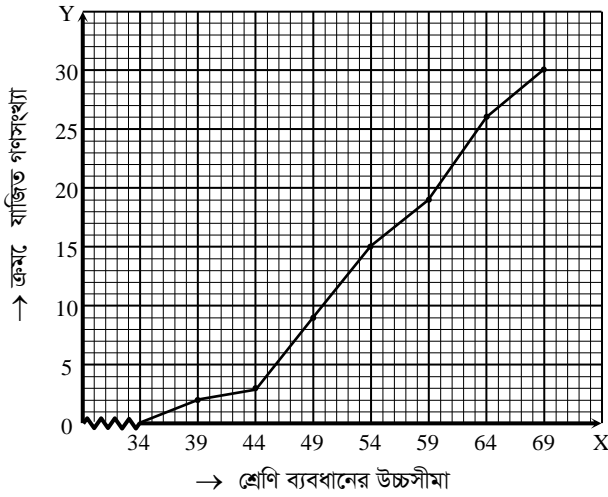
$$= 52 + 2.667$$

$$= 54.667 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. অজিত রেখা অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35-39	2	2
40-44	1	3
45-49	6	9
50-54	6	15
55-59	4	19
60-64	7	26
65-69	4	30

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১৩৯ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো:

ওজন (কেজি)	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	4	6	12	20	15	3

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্লা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. চলকের পরিচয়সহ প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ। ২
 খ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৩৯ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪০

শ্রেণি	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
গণসংখ্যা	5	10	20	15	10

[গভঃ ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, কুমিল্লা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণির নিসীমা নির্ণয় কর। ২

- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৪০ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪১ নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	6	8	12	5	8	6

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৪১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৪ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪২ নিচের একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	7	13	19	15	9

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, কুমিল্লা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে অজিত রেখা আঁক। ৪

১৪২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 19 আছে (60-64) শ্রেণিতে।

অতএব, প্রচুরক শ্রেণি (60 - 64)

এখানে, L = 60

$$f_1 = 19 - 13 = 6$$

$$f_2 = 19 - 15 = 4 \text{ এবং}$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{6}{6 + 4} \times 5$$

$$= 60 + 3$$

$$= 63 \text{ (Ans.)}$$

খ.

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50-54	7	7
55-59	13	20
60-64	19	39
65-69	15	54
70-74	9	63
	n = 63	

এখানে, n = 63 এবং $\frac{n+1}{2} = \frac{63+1}{2} = 32$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 32-তম পদের মান।

32-তম পদের অবস্থান হবে (60-64) শ্রেণিতে।

\therefore মধ্যক শ্রেণি হলো (60 - 64) শ্রেণিতে।

সুতরাং L = 60,

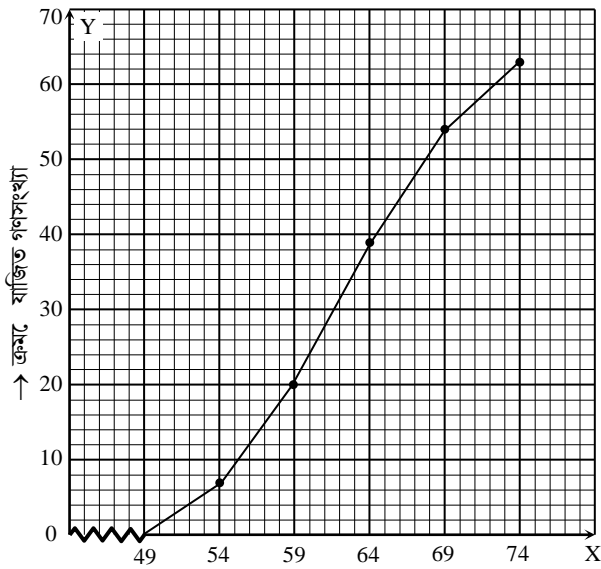
$$f_c = 20$$

$$f_m = 19, h = 5$$



$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \frac{h}{f_m} \\ &= 60 + (31.5 - 20) \times \frac{5}{19} \\ &= 60 + 3.03 \\ &= 63.03 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ 'খ' এর প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে,
x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 49 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমা

চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ▶ ১৪৩ নিচে 25 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো: [কুমিল্পা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ১০]

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62,
82, 72, 81, 68, 80, 75, 65, 72, 75, 83,
80, 81, 67, 74, 88

- ক. 5 শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
খ. গণসংখ্যা সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
গ. গণসংখ্যা সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৪৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪৪ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

গণসংখ্যা	6	8	12	22	5	7
----------	---	---	----	----	---	---

[কুমিল্পা মডার্ন হাই স্কুল, কুমিল্পা □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৪৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নিচে প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31 - 40	6	6
41 - 50	8	14
51 - 60	12	26
61 - 70	22	48
71 - 80	5	53
81 - 90	7	60

খ সৃজনশীল ২৯(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ২৯(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৪৫ মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেয়া হলো—

শ্রেণিব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	10	15	20	30	16	4

[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত সারণির যোজিত ফল নির্ণয় কর। ২
খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

১৪৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ৪০(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৪০(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ মধ্যক নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
25-34	5	5
35-44	10	15
45-54	15	30
55-64	20	50
65-74	30	80
75-84	16	96
85-94	4	100
	n = 100	

এখানে, n = 100

$$\text{এবং } \frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$



এখানে, (55-64) শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $\frac{n}{2}$ এর সমান।

সুতরাং মধ্যক শ্রেণি হবে (55-64) শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণি

অর্থাৎ (65-74) শ্রেণি।

এখন, $L = 65$

$F_c = 50$

$f_m = 30$

$h = 10$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 65 + (50 - 50) \times \frac{10}{30}$$

$$= 65 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪৬ কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির 25 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিচে দেয়া হলো—

75, 63, 86, 71, 66, 76, 65, 73, 80, 83, 63, 74, 69, 79, 77, 69, 74, 85, 72, 78, 84, 63, 75, 88, 67

[মাতৃপীঠ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁদপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে সারণি তৈরি কর এবং সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণিতে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৪৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বোচ্চ নম্বর = 88

এবং সর্বনিম্ন নম্বর = 63

$$\therefore \text{পরিসর} = (88 - 63) + 1$$

$$= 25 + 1$$

$$= 26$$

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা হবে $\frac{26}{5} = 5.2 \approx 6$ টি (Ans.)

খ 'ক' থেকে পাই, পরিসর = 26

শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে শ্রেণি সংখ্যা হবে $\frac{26}{6} = 4.33 \approx 5$

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
63-68		6
69-74		7
75-80		7
81-86		4
87-92		1
		n = 25

প্রাপ্ত সারণিতে সর্বোচ্চ গণসংখ্যা আছে (69-74) ও (75-80) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (69-74) ও (75-80)

(69-74) এর ক্ষেত্রে,

$$L = 69$$

$$f_1 = 7 - 6 = 1$$

$$f_2 = 7 - 7 = 0$$

$$h = 6$$

(75-80) এর ক্ষেত্রে,

$$L = 75$$

$$f_1 = 7 - 7 = 0$$

$$f_2 = 7 - 4 = 3$$

$$h = 6$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} + h$$

$$= 69 + \frac{1}{1+0} \times 6$$

$$= 69 + 6$$

$$= 75 \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} + h$$

$$= 75 + \frac{0}{0+3} \times 6$$

$$= 75 + \frac{0}{3} \times 6$$

$$= 75 + 0$$

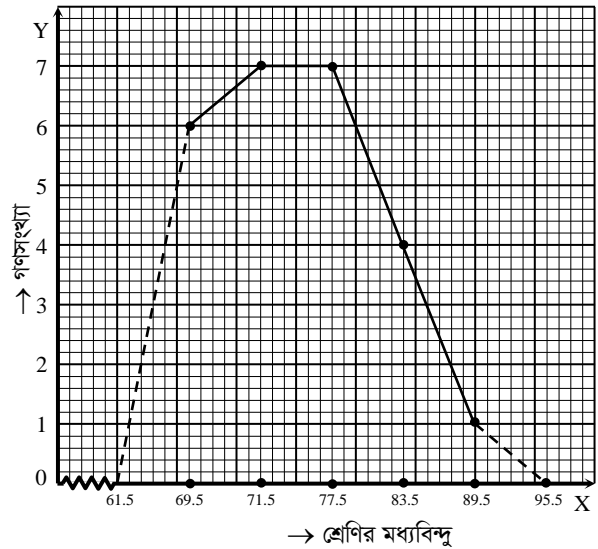
$$= 75 \text{ (Ans.)}$$

\therefore প্রচুরক 75 (Ans.)

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান	গণসংখ্যা
63-68	65.5	6
69-74	71.5	7
75-80	77.5	7
81-86	83.5	4
87-92	89.5	1

এখন ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দু 1 একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 61.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৪৭ কোন স্কুলের দশম শ্রেণির 35 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:

55, 45, 40, 60, 100, 65, 40, 100, 75, 70, 60, 70, 95, 85, 80, 35, 45, 40, 50, 60, 55, 65, 45, 85, 30, 90, 85, 75, 75, 100, 80, 70, 30, 55, 70

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী □ প্রশ্ন নং ১০]

ক. পরিসর নির্ণয় কর। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে মধ্যক নির্ণয়ের জন্য গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

গ. সারণি থেকে অজিত রেখা আঁক। ৪



MMYZ (AvewKAK)

১৪৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাঙ্গের সর্বনিম্ন নম্বর = 30 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 100

$$\therefore \text{পরিসর} = (100 - 30) + 1 \\ = 71 \text{ (Ans.)}$$

খ ক' হতে পাই, পরিসর 71।

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{71}{5} \\ = 14.2 \approx 15$$

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-34		2	2
35-39		1	3
40-44		3	6
45-49		3	9
50-54		1	10
55-59		3	13
60-64		3	16
65-69		2	18
70-74		4	22
75-79		3	25
80-84		2	27
85-89		3	30
90-94		1	31
95-99		1	32
100-104		3	35
		n = 35	

$$\text{এখানে, } n = 35 \text{ এবং } \frac{n+1}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

অর্থাৎ মধ্যক হলো 18 তম পদের মান।

18 তম পদের অবস্থান হবে (65-69) শ্রেণিতে।

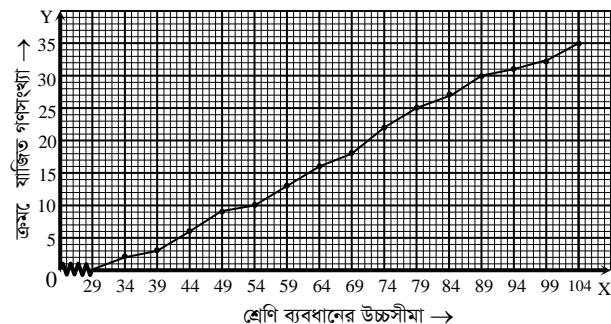
\therefore মধ্যক শ্রেণি হলো (65-69)

সুতরাং $L = 65$, $F_c = 16$, $f_m = 2$, $h = 5$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ = 65 + (17.5 - 16) \times \frac{5}{2} = 68.75 \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে অজিত রেখা আঁকা হলো :

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাঙ্গের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 29 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন 18৮ দশম শ্রেণির 21 জন ছাত্র-ছাত্রীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর :

80, 75, 66, 68, 69, 73, 77, 90, 92, 68, 70, 71, 72, 77, 85, 75, 77, 81, 85, 75, 77

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী □ প্রশ্ন নং ১১]

ক. অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বুঝ? ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

গ. অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে আয়তলেখ অঙ্কন কর। 8

১৪৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ প্রদত্ত উপাঙ্গের সর্বনিম্ন নম্বর = 66 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 92

$$\therefore \text{পরিসর} = (92 - 66) + 1 = 27$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{27}{5} = 5.4 \approx 6$$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	শ্রেণি মধ্যমান (x _i)	গণসংখ্যা (f _i)	ধাপ বিচ্যুতি u _i = $\frac{x_i - a}{h}$	f _i u _i
66-70		68	5	-2	-10
71-75		73	6	-1	-6
76-80		78 ← a	5	0	0
81-85		83	3	1	3
86-90		88	1	2	2
91-95		93	1	3	3
		n = 21			$\sum f_i u_i = -$ 8

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

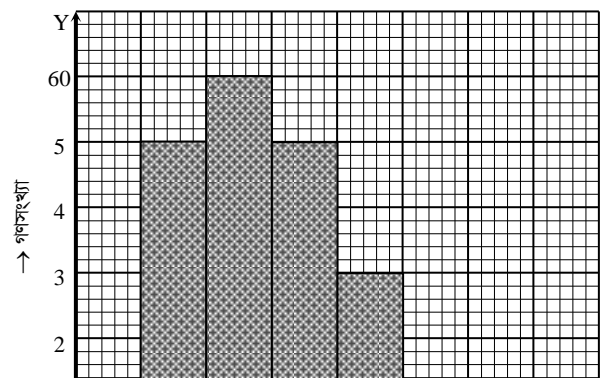
$$= 78 + \frac{-8}{21} \times 5$$

$$= 76.095 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
66 - 70	65.5 - 70.5	5
71 - 75	70.5 - 75.5	6
76 - 80	75.5 - 80.5	5
81 - 85	80.5 - 85.5	3
86 - 90	85.5 - 90.5	1
91 - 95	90.5 - 95.5	1

ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 65.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ১৪৯ কোনো পরীক্ষায় 70 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6

[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 5, 6, 1, 8, 3 উপাত্তের প্রচুরক আছে কি? ব্যাখ্যা কর। ২
 খ. সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৪৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 5, 6, 1, 8, 3 উপাত্তসমূহের প্রচুরক নেই। কারণ কোন উপাত্তই একাধিকবার নেই।

খ সৃজনশীল ৫(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ সৃজনশীল ৫(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৫০ লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর স্কুল যাতায়াত বাবদ প্রতিদিনের খরচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি (টাকায়)	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54
গণসংখ্যা	10	12	20	6	7	5

[লক্ষ্মীপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, লক্ষ্মীপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণি উল্লেখ্য পূর্বক F_c এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৫০ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৬ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৫১ একটি বুড়িতে রাখা 20টি আমের ওজন (গ্রামে) দেয়া হলো:

45	40	25	20	16	50	55	35	40	60
58	52	32	18	22	25	53	51	30	44

[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 5 শ্রেণিব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৫১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন ওজন = 16 গ্রাম এবং সর্বোচ্চ ওজন = 60 গ্রাম

$$\therefore \text{পরিসর} = (60 - 16) + 1 = 45$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{45}{5} = 9$$

\therefore শ্রেণি সংখ্যা হবে 9টি

\therefore গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
16 - 20		3
21 - 25		3
26 - 30		1
31 - 35		2
36 - 40		2
41 - 45		2
46 - 50		1
51 - 55		4
56 - 60		2
মোট		20

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপ:

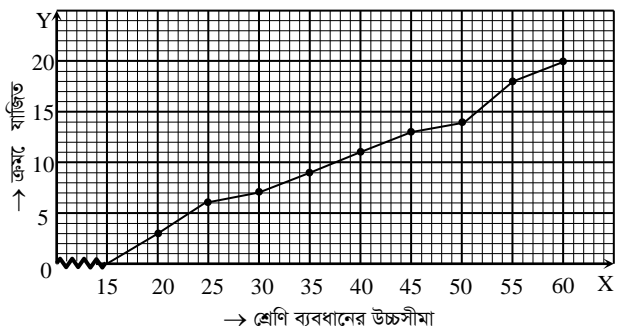
শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
16 - 20	18	3	-4	-12
21 - 25	23	3	-3	-9
26 - 30	28	1	-2	-2
31 - 35	33	2	-1	-2
36 - 40	$a \rightarrow 38$	2	0	0
41 - 45	43	2	1	2
46 - 50	48	1	2	2
51 - 55	53	4	3	12
56 - 60	58	2	4	8
		$n = 20$		$\sum f_i u_i = -1$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 38 + \frac{-1}{20} \times 5 = 37.75 \text{ (Ans.)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
16 - 20	3	3
21 - 25	3	6
26 - 30	1	7
31 - 35	2	9
36 - 40	2	11
41 - 45	2	13
46 - 50	1	14
51 - 55	4	18
56 - 60	2	20

এখন, x -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 15 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৫২ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যক্তি	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
গণসংখ্যা	15	20	15	15	17	18

[ফেনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণি কোনটি ব্যাখ্যা কর। ২
 খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৫২ নং প্রশ্নের সমাধান

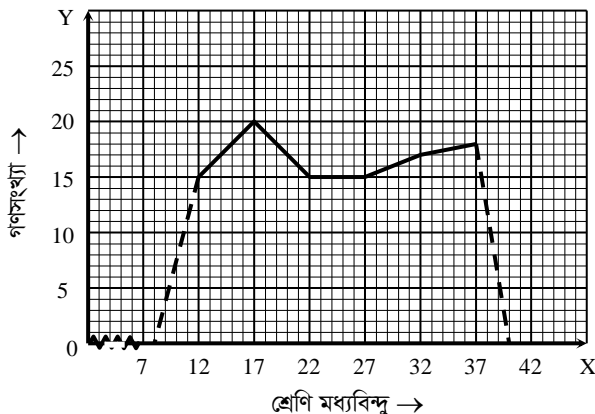
- ক. প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে সর্বাধিক গণসংখ্যা ২০। যা (15-19) শ্রেণিতে বিদ্যমান। আমরা জানি, কোনো গণসংখ্যা নিবেশন সারণির যেই শ্রেণিতে সর্বাধিক গণসংখ্যা বিদ্যমান ঐ শ্রেণিতে উক্ত নিবেশনের প্রচুরক মান অবস্থান করে। সুতরাং নির্ণয় প্রচুরক শ্রেণি (15-19)।

- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যক্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
10-14	12	15	-2	-30
15-19	17	20	-1	-20
20-24	22 ← a	15	0	0
25-29	27	15	1	15
30-34	32	17	2	34
35-39	37	18	3	54
মোট		n = 100		$\Sigma f_i u_i = 53$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণয় গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h \\ &= 22 + \frac{53}{100} \times 5 \\ &= 22 + 2.65 \\ &= 24.65 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

- গ. 'খ' এর প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর এক একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 7 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১৫৩ কোন বিজ্ঞান ক্লাবের সদস্যদের ভরের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যক্তি	44-48	49-53	54-58	59-63	64-68	69-73
গণসংখ্যা	4	11	13	19	8	5

[ফেনী সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 26, 18, 35, 25, 15, 49 এর মধ্যক নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অর্জিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৫৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, 15, 18, 25, 26, 35, 49 এখানে, মোট উপাত্ত সংখ্যা = 6 যা জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{6}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{6}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{3 \text{ তম পদ} + 8 \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{25 + 26}{2} = 25.5 \text{ (Ans.)}$$

- খ. সৃজনশীল ১২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
 গ. সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৫৪ গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যক্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	13	10	8	5

[ফেনী সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, ফেনী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু কত? ২
 খ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৫৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. এখানে, গণসংখ্যা সর্বোচ্চ 13 আছে (61-70) শ্রেণিতে।

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণি (61-70)}$$

$$\therefore \text{শ্রেণি মধ্যমান} = \frac{61 + 70}{2}$$

$$= 65.5 \text{ (Ans.)}$$

- খ. মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণিব্যক্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41-50	6	6
51-60	8	14
61-70	13	27
71-80	10	37
81-90	8	45
91-100	5	50
	n = 50	

এখানে, $n = 50$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

অতএব, মধ্যক হলো 25-তম পদের মান। 25-তম পদের অবস্থান হবে (61 – 70) শ্রেণিতে। অর্থাৎ, মধ্যক শ্রেণি (61–70)

এখানে, $L = 61$

$$F_c = 14$$

$$f_m = 13$$

$$h = 10$$

$$\text{আমরা জানি, মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 61 + (25 - 14) \times \frac{10}{13}$$

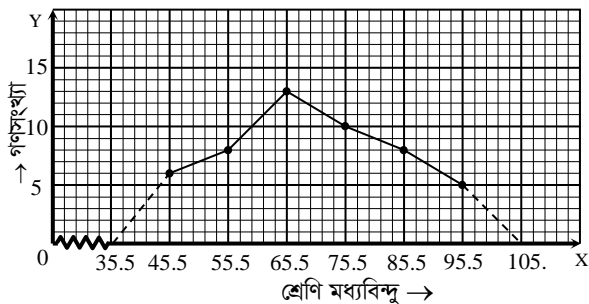
$$= 61 + \frac{11 \times 10}{13}$$

$$= 69.46 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
41-50	45.5	6
51-60	55.5	8
61-70	65.5	13
71-80	75.5	10
81-90	85.5	8
91-100	95.5	5

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 45.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন 155 10ম শ্রেণির 50 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিরূপণ:

প্রাপ্ত নম্বর	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
শিক্ষার্থী	5	10	17	15	3

[শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী □ প্রশ্ন নং 10]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান কত? 2
- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় প্রাপ্ত নম্বর নির্ণয় কর। 8
- গ. প্রদত্ত নিবেশনের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। 8

155 নং প্রশ্নের সমাধান

ক

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-60	5	5
61-70	10	15
71-80	17	32
81-90	15	47
91-100	3	50
মোট	$n = 50$	

এখানে, মোট গণসংখ্যা, $n = 50$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ তম পদের মান মধ্যক}$$

25 তম পদ (71-80) শ্রেণিতে বিদ্যমান।

\therefore মধ্যক শ্রেণি (71-80)

$$\therefore \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{71 + 80}{2} = 75.5 \text{ (Ans.)}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

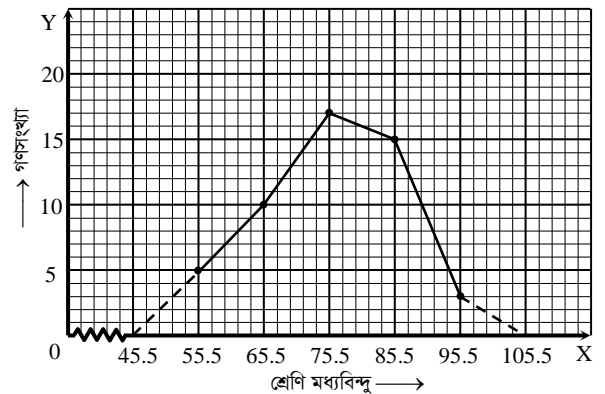
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
51-60	55.5	5	-2	-10
61-70	65.5	10	-1	-10
71-80	75.5 ← a	17	0	0
81-90	85.5	15	1	15
91-100	95.5	3	2	6
		$n = 50$		$\Sigma f_i u_i = 1$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 75.5 + \frac{1}{50} \times 10 = 75.7 \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' তে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে:

ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 45.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন 156 50 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (kg) গণসংখ্যা নিবেশন নিরূপণ:

ওজন (kg)	45	50	55	60	65	70
----------	----	----	----	----	----	----



M.W.Y.Z. (AvevkaK)

গণসংখ্যা	2	6	8	16	12	6
----------	---	---	---	----	----	---

[শাহীন একাডেমী স্কুল এন্ড কলেজ, ফেনী □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কাকে বলে? উহার পরিমাপক গুলোর নাম লিখ? ২
 খ. প্রদত্ত তথ্যের মধ্যক ও প্রচুরক বের কর। 8
 গ. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। 8

১৫৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ২২(ক)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. শিক্ষার্থীদের ওজনের মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

ওজন (কেজি)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45	2	2
50	6	8
55	8	16
60	16	32
65	12	44
70	6	50
মোট	n = 50	

এখানে, n = 50 যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{50}{2} \text{ তম ও } \left(\frac{50}{2} + 1\right) \text{ তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{2}$$

$$= \frac{25 \text{ তম ও } 26 \text{ তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{2}$$

$$= \frac{60 + 60}{2}$$

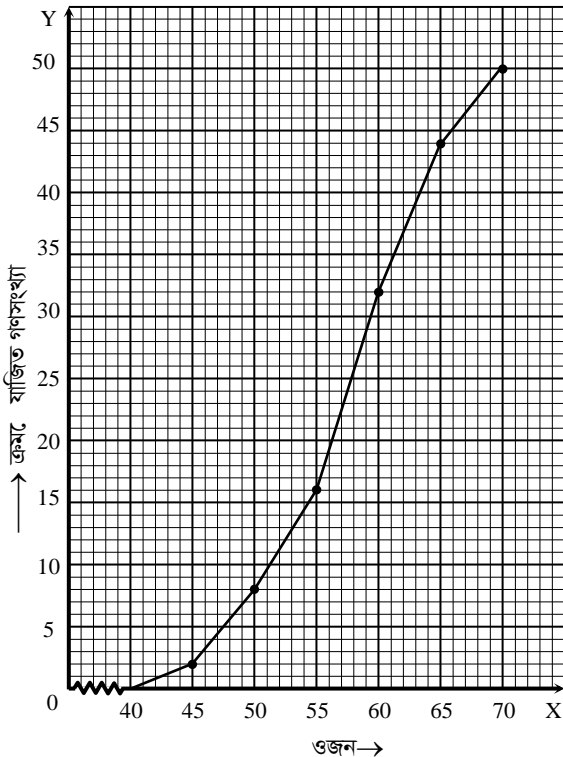
$$= \frac{120}{2} = 60$$

\therefore মধ্যক 60 (Ans.)

আবার, 60 আছে সর্বাধিক 16 বার।

\therefore প্রদত্ত উপাঙ্গের প্রচুরক 60। (Ans.)

- গ. 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে ছক কাগজে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে 1 একক বিবেচনা করি। X-অক্ষ বরাবর ওজন এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিয়ে অঙ্কিত লেখই নির্ণয় অজিত রেখা। মূলবিন্দু হতে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাগা চিহ্ন বোঝানো হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ১৫৭ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া আছে।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	40-45	46-51	52-57	58-63	64-69	70-75
গণসংখ্যা	2	10	19	24	9	6

[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক কাকে বলে? ২
 খ. উপরের গণসংখ্যা সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। 8
 গ. সারণিতে প্রদত্ত উপাঙ্গের বহুভুজ অঙ্কন কর। 8

১৫৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সৃজনশীল ১৭(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ.

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40-45	2	2
46-51	10	12
52-57	19	31
58-63	24	55
64-69	9	64
70-75	6	70

$$\text{এখানে, } n = 70 \quad \therefore \frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 35-তম পদের মান। 35-তম পদের অবস্থান হবে (58 - 63) শ্রেণিতে।

\therefore মধ্যক শ্রেণি হলো (58 - 63)।

সুতরাং L = 58, Fc = 31, fm = 24, h = 6

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - Fc\right) \times \frac{h}{f_m}$$

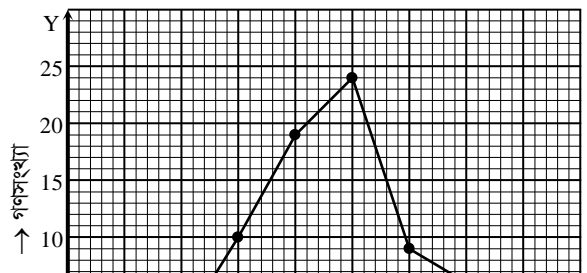
$$= 58 + (35 - 31) \times \frac{6}{24}$$

$$= 59 \text{ (Ans.)}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
40-45	42.5	2
46-51	48.5	10
52-57	54.5	19
58-63	60.5	24
64-69	66.5	9
70-75	72.5	6

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 6 একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 36.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ১৫৮ নিচের সারণিটি লক্ষ্য কর:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	5	8	12	9	7	4

[চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. গাণিতিক গড় ও গুরুত্বযুক্ত গড় কাকে বলে? ২
 খ. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপাত্তের অজিভ রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৫৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পার্থ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ এর 'গাণিতিক গড় (পৃষ্ঠা-৩৩৩) ও গুরুত্বযুক্ত গড় (পৃষ্ঠা-৩৩৫) দ্রষ্টব্য।

খ. প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যার সর্বাধিক 12 আছে, (61 – 70) শ্রেণিতে। সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হলো (61-70)

সুতরাং, L = 61

$$f_1 = 12 - 8 = 4$$

$$f_2 = 12 - 9 = 3$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 61 + \frac{4}{4 + 3} \times 10$$

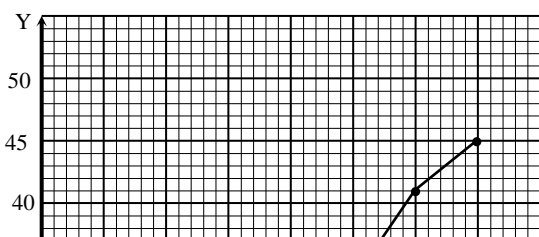
$$= 61 + 5.71$$

$$= 66.71 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. অজিভ রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41-50	5	5
51-60	8	13
61-70	12	25
71-80	9	34
81-90	7	41
91-100	4	45

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ▶ ১৫৯ 96 জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপ:

উচ্চতা (সে.মি.)	141-150	151-160	161-170	171-180	181-190
গণসংখ্যা	5	16	56	11	8

[ডা: খানজীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের পরিসর নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীদের গড় উচ্চতা নির্ণয় কর। ৪
 গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৫৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ মান = 190

সর্বনিম্ন মান = 141

$$\therefore \text{পরিসর} = 190 - 141 + 1$$

$$= 50 \text{ (Ans.)}$$

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
141-150	145.5	5	-2	-10
151-160	155.5	16	-1	-16
161-170	165.5 → a	56	0	0
171-180	175.5	11	1	11
181-190	185.5	8	2	16
		n = 96		$\Sigma f_i u_i = 1$

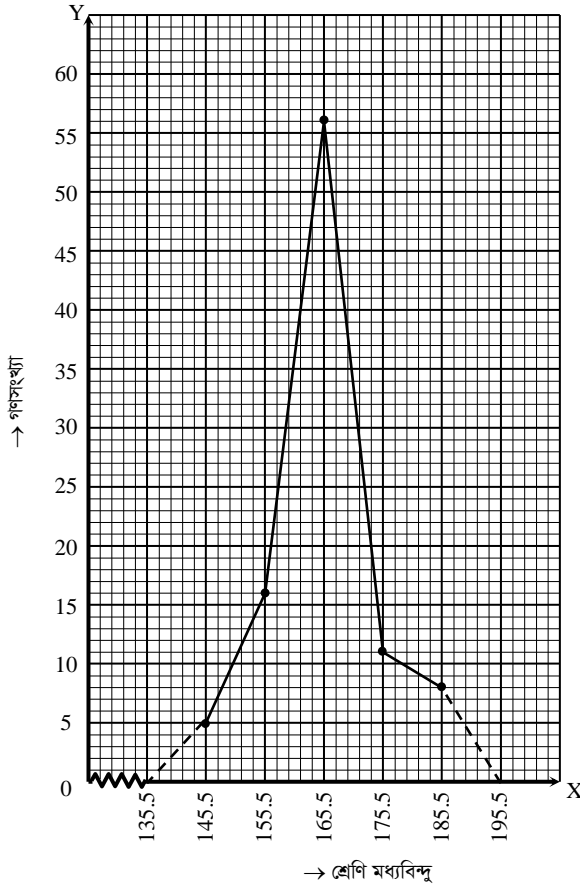


$$\begin{aligned}\therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 165.5 + \frac{1}{96} \times 10 \\ &= 165.6 \text{ (প্রায়) (Ans.)}\end{aligned}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
141-150	145.5	5
151-160	155.5	16
161-170	165.5	56
171-180	175.5	11
181-190	185.5	8

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 135.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১৬০ 70 জন শিক্ষার্থীর ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হল:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	7	12	18	24	9

[ডা: খানজীর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. মধ্যক শ্রেণি উল্লেখ-খপূর্বক F_c এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্ত হতে অজিত রেখা আঁক। [বর্ণনা আবশ্যিক] ৪

১৬০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মধ্যক শ্রেণি নির্ণয়:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50-54	7	7
55-59	12	19
60-64	18	37
65-69	24	61
70-74	9	70

এখানে, $n = 70$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 35 তম পদের মান। 35 তম পদের অবস্থান হবে (60 - 64) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (60 - 64)। (Ans.)

খ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
50-54	7
55-59	12
60-64	18
65-69	24
70-74	9

প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক 24 (65 - 69) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (65 - 69)

\therefore সুতরাং $L = 65$

$$f_1 = 24 - 18 = 6$$

$$f_2 = 24 - 9 = 15$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 65 + \frac{6}{6 + 15} \times 5$$

$$= 65 + 1.43$$

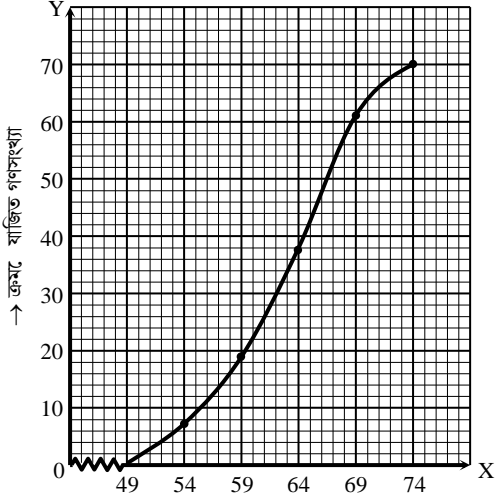
$$= 66.43 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কন:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
50-54	7	7
55-59	12	19
60-64	18	37
65-69	24	61

70-74	9	70
-------	---	----

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 49 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৬১ কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগ্রাম) হলো:

45, 50, 55, 51, 56, 57, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66, 67, 67, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55, 57, 56, 63, 60, 62, 56, 67, 70, 69, 70, 69, 68, 70, 60, 56, 58, 61, 63, 64, 67

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। ২
- খ. সারণি থেকে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪
- গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪

১৬১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তে সর্বোচ্চ ওজন = 70 কি.গ্রা.

সর্বনিম্ন ওজন = 45 কি.গ্রাম

∴ পরিসর = (70 - 45) + 1 = 26

∴ শ্রেণি সংখ্যা = 26 ÷ 6 = 4.33 ≈ 5

শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

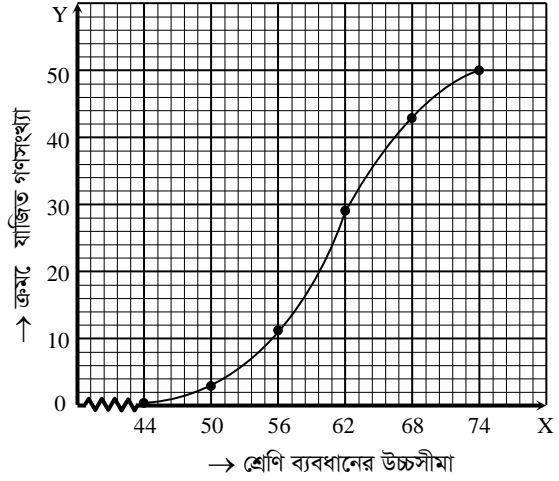
প্রাপ্ত নম্বর	ট্যালি	গণসংখ্যা
45-50		3
51-56		8
57-62		18
63-68		14
69-74		7
		n = 50

ক 'ক' তে প্রাপ্ত সারণি ব্যবহার করে :

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-50	3	3
51-56	8	11
57-62	18	29
63-68	14	43

69-74	7	50
	n = 50	

x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 5 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 6 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 50 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাসা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিতরেখা

গ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45 - 50	47.5	3	-2	-6
51 - 56	53.5	8	-1	-8
57 - 62	59.5 ← a	18	0	0
63 - 68	65.5	14	1	14
69 - 74	71.5	7	2	14
		n = 50		$\Sigma f_i u_i = 14$

∴ গড়, $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$
 $= 59.5 + \frac{14}{50} \times 6$
 $= 59.5 + 1.68$
 $= 61.18$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৬২ দশম শ্রেণির নির্বাচনি পরীক্ষার গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ :

নম্বর	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	3	6	16	10	13	20	15	4	2	1

[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলি লিখ। ২
- খ. উপরের সারণি থেকে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
- গ. সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৬২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সৃজনশীল ২২(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।



ক. মধ্যক নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যমান	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
1-10	5.5	3	3
11-20	15.5	6	9
21-30	25.5	16	25
31-40	35.5	10	35
41-50	45.5	13	48
51-60	55.5	20	68
61-70	65.5	15	83
71-80	75.5	4	87
81-90	85.5	2	89
91-100	95.5	1	90
		n = 90	

সারণি থেকে পাই, $n = 90$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{90}{2} = 45$

সুতরাং মধ্যক হলো 45-তম পদের মান। 45-তম পদ (41-50) শ্রেণিতে অবস্থান করে। তাই (41-50) হলো মধ্যক শ্রেণি।

এখানে, $L = 41$

$F_c = 35$

$f_m = 13$

$h = 10$

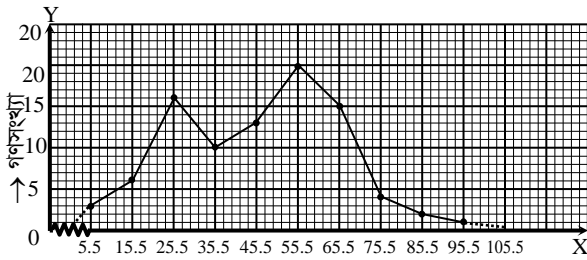
$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m}\right) \times h$$

$$= 41 + (45 - 35) \times \frac{10}{13}$$

$$= 41 + \frac{10 \times 10}{13}$$

$$= 41 + 7.69 = 48.69 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ. 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে, ছক কগজে X-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি মধ্যবিন্দু নিয়ে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে 1 একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করি। মূল বিন্দু থেকে 5.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু

চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ১৬৩ ১০ম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো:

ওজন (কেজি)	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	4	6	12	20	15	3

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা বের কর। ২
খ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. গণসংখ্যা সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৬৩ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ১৮ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ১৬৪ কোনো শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর এর গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	6	8	12	9	7	4

[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. পরিসর কী? কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপকের নামগুলো কি কি? ২
খ. প্রদত্ত সারণি থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
গ. উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৬৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. পরিসর: উপাত্তসমূহের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের অস্বল্পফলের সাথে ১ যোগ করে প্রাপ্ত মানকে পরিসর বলা হয়।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো হলো:

(i) গাণিতিক গড় (ii) মধ্যক (iii) প্রচুরক

খ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ এর উদাহরণ-১৩(খ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৩৩৯

গ. পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৭ এর উদাহরণ-১৩(গ) দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা- ৩৩৯

প্রশ্ন ▶ ১৬৫ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	44-48	49-53	54-58	59-63	64-68	69-73
গণসংখ্যা	4	11	13	19	8	5

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৬৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
44-48	4	4
49-53	11	15
54-58	13	28
59-63	19	47
64-68	8	55
69-73	5	60

এখানে, $n = 60$

$$\text{সুতরাং, } \frac{n}{2} = \frac{60}{2}$$

বা 30 তম পদ মধ্যক হবে।

\therefore মধ্যক শ্রেণি (59 - 63)



$$\begin{aligned} \text{মধ্যক শ্রেণির মধ্যমান} &= \frac{59 + 63}{2} \\ &= 61 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

- খ সৃজনশীল ১২(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
 গ সৃজনশীল ১২(গ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৬৬ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	47-51	52-56	57-61	62-66	67-71	72-76
গণসংখ্যা	6	10	12	10	7	5

[বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল ও কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাঙ্গের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৬৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৬৭ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]

প্রাপ্ত নম্বর	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	9	13	15	35	25	8	5

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. সারণির উপস্থাপিত উপাঙ্গের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৬৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	9	9
41-50	13	22
51-60	15	37
61-70	35	72
71-80	25	97
81-90	8	105
91-100	5	110

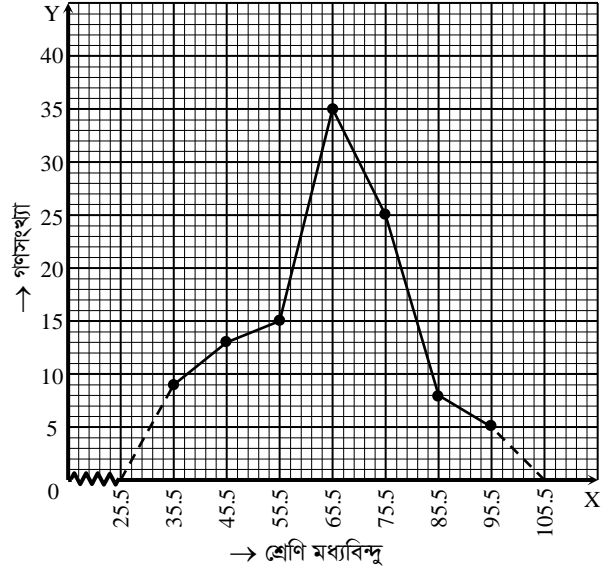
খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান, x_i	গণসংখ্যা, f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
31-40	35.5	9	-3	-27
41-50	45.5	13	-2	-26
51-60	55.5	15	-1	-15
61-70	65.5 ← a	35	0	0
71-80	75.5	25	1	25
81-90	85.5	8	2	16
91-100	95.5	5	3	15
		n = 110		$\sum f_i u_i = -12$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 65.5 - \frac{12}{110} \times 10 \\ &= 64.409 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে,

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৬৮ কোনো বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের ভরের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

[চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70
গণসংখ্যা	6	10	12	10	7	5

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাঙ্গের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাঙ্গের অর্জিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৬৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সারণিতে সর্বোচ্চ গণসংখ্যা 12 যা আছে (51-55) শ্রেণিতে।

সুতরাং প্রচুরক শ্রেণি হচ্ছে (51-55)।

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান} = \frac{51 + 55}{2} = 53 \text{ (Ans.)}$$

খ ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41-45	6	6
46-50	10	16
51-55	12	28
56-60	10	38
61-65	7	45
66-70	5	50

এখানে, n = 50



$$\text{এবং } \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

∴ মধ্যক হলো 25তম পদের মান। 25তম পদের অবস্থান (51-55)

শ্রেণিতে।

অর্থাৎ মধ্যক শ্রেণি (51-55)

এখানে, $L = 51$

$$F_c = 16$$

$$f_m = 12$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$= 51 + (25 - 16) \times \frac{5}{12}$$

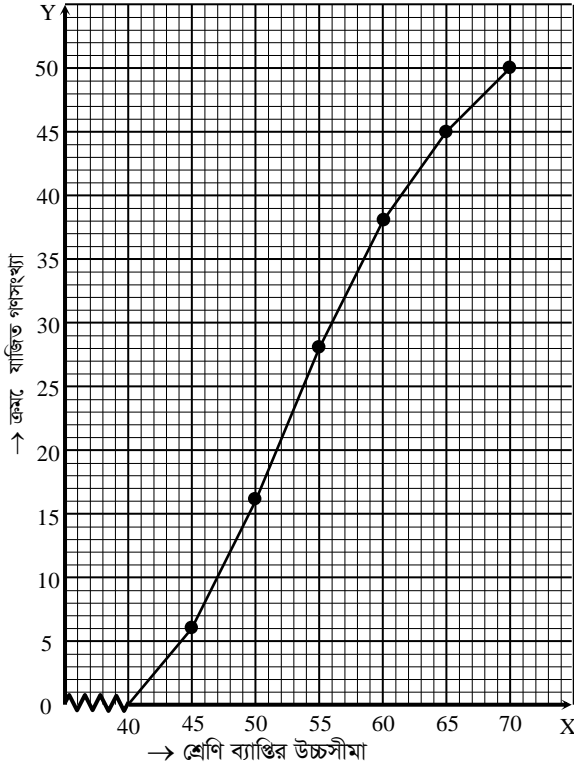
$$= 51 + \frac{9 \times 5}{12}$$

$$= 54.75 \text{ (Ans.)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41-45	6	6
46-50	10	16
51-55	12	28
56-60	10	38
61-65	7	45
66-70	5	50

এখন, x -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 40 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন 168 নিচে চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়ে দশম শ্রেণির 50 জন ছাত্রীর ওজন (কি.গ্রাম) এ দেওয়া হলো :

45, 50, 55, 51, 56, 57, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66, 67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55, 61, 67, 56, 53, 58, 51, 52, 60, 62, 63, 62, 63, 52, 51, 61, 67, 63, 68, 51, 54

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং 10]

ক. উপর্যুক্ত শ্রেণি ব্যবধান ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। 2

খ. সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8

গ. প্রাপ্ত সারণি হতে অজিত রেখা অঙ্কন কর। 8

169 নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ ওজন = 70 কেজি

সর্বনিম্ন ওজন = 45 কেজি

$$\therefore \text{পরিসর} = (70 - 45) + 1 = 26$$

$$5 \text{ শ্রেণি ব্যবধানে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{26}{5} = 5.2 \approx 6 \text{ টি (Ans.)}$$

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45-49		47	1	-3	-3
50-54		52	10	-2	-20
55-59		57	8	-1	-8
60-64		62 → a	23	0	0
65-69		67	6	1	6
70-74		72	2	2	4
			n = 50		$\sum f_i u_i = -21$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

$$= 62 + \frac{-21}{50} \times 5$$

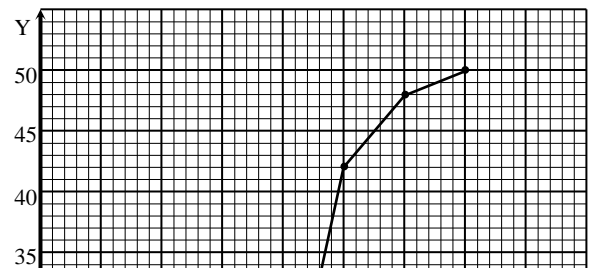
$$= 62 - 2.1$$

$$= 59.9 \text{ (Ans.)}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	1	1
50-54	10	11
55-59	8	19
60-64	23	42
65-69	6	48
70-74	2	50

এখন, x -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ▶ ১৭০

শ্রেণি	30-35	36-41	42-47	48-53	54-59	60-65	66-71
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6	5

[চট্টগ্রাম সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রদত্ত সারণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সারণি থেকে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৭০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
30-35	3	3
36-41	10	13
42-47	18	31
48-53	25	56
54-59	8	64
60-65	6	70
66-71	5	75

খ. 'ক' হতে পাই, $n = 75$

$$\text{এবং } \frac{n}{2} = \frac{75}{2} = 37.5 \approx 38$$

এখানে, 38 তম পদের অবস্থান হবে (48 - 53) শ্রেণিতে।

∴ (48 - 53) হবে মধ্যক শ্রেণি।

সুতরাং $L = 48$

$$F_c = 31$$

$$f_m = 25$$

$$h = 6$$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 48 + \left(\frac{75}{2} - 31\right) \times \frac{6}{25} \\ &= 48 + 1.56 \\ &= 49.56 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

এখানে, গণসংখ্যা সর্বোচ্চ আছে (48 - 53) শ্রেণিতে।

সুতরাং, $L = 48$

$$f_1 = 25 - 18 = 7$$

$$f_2 = 25 - 8 = 17$$

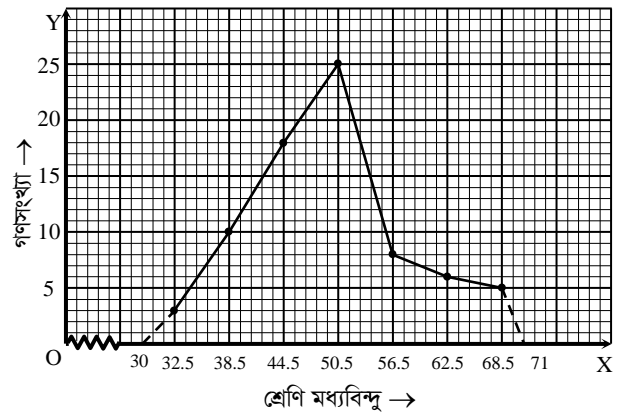
$$h = 6$$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, প্রচুরক} &= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h \\ &= 48 + \frac{7}{7 + 17} \times 6 \\ &= 48 + 1.75 = 49.75 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30-35	32.5	3
36-41	38.5	10
42-47	44.5	18
48-53	50.5	25
54-59	56.5	8
60-65	62.5	6
66-71	68.5	5

ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 5 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 6 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে গণসংখ্যা 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ▶ ১৭১ ৯ম শ্রেণির শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হল:

প্রাপ্ত নম্বর	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90
গণসংখ্যা	2	5	9	11	8	6	3	1

[সেন্ট প্যাট্রিসিয়স হাই স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১০]



MMYZ (AvewKAK)

- ক. পরিসর বলতে কী বুঝায়? ২
খ. উপাত্তগুলোর গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. সারণিটি ব্যবহার করে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৭১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. পরিসর: উপাত্ত সমূহের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের পার্থক্যের সাথে এক যোগ করে প্রাপ্ত মানকে পরিসর বলে।
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

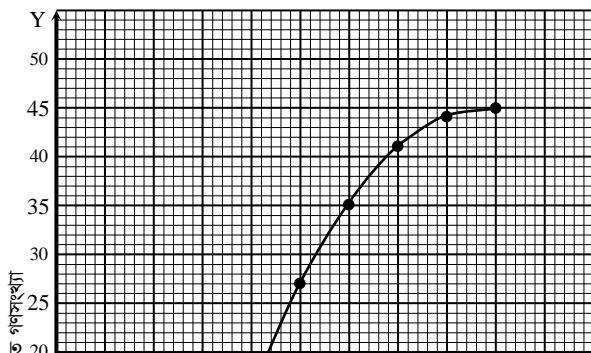
শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
11 - 20	15.5	2	-3	-6
21 - 30	25.5	5	-2	-10
31 - 40	35.5	9	-1	-9
41 - 50	45.5 ← a	11	0	0
51 - 60	55.5	8	1	8
61 - 70	65.5	6	2	12
71 - 80	75.5	3	3	9
81 - 90	85.5	1	4	4
		n = 45		$\Sigma f_i u_i = 8$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h \\ &= 45.5 + \frac{8}{45} \times 10 \\ &= 45.5 + \frac{80}{45} \\ &= 45.5 + 1.78 \\ &= 47.28 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

- গ. অজিত রেখা অঙ্কনের প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11 - 20	2	2
21 - 30	5	7
31 - 40	9	16
41 - 50	11	27
51 - 60	8	35
61 - 70	6	41
71 - 80	3	44
81 - 90	1	45

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো।



চিত্র: অজিত রেখা

- প্রশ্ন ১৭২ দশম শ্রেণির 60 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিচে দেওয়া হল:

প্রাপ্ত নম্বর	51-56	57-62	63-68	69-74	75-80	81-86	87-92	93-98
গণসংখ্যা	3	5	13	9	10	8	7	5

[সেন্ট পদাসিডস হাই স্কুল, চট্টগ্রাম □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান নির্ণয় কর। ২
খ. সারণিটি ব্যবহার করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের উপাত্তগুলো ব্যবহার করে গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৭২ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. শ্রেণি ব্যবধান = দ্বিতীয় শ্রেণির নিম্নসীমা - প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা
= 57 - 51
= 6 (Ans.)

- খ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51 - 56	3	3
57 - 62	5	8
63 - 68	13	21
69 - 74	9	30
75 - 80	10	40
81 - 86	8	48
87 - 92	7	55
93 - 98	5	60
	n = 60	

$$\text{এখানে, } n = 60 \therefore \frac{60}{2} = 30$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 30তম পদের মান এবং 30তম পদের অবস্থান হবে (69 - 74) শ্রেণিতে। মধ্যক শ্রেণি হলো (69 - 74)।

$$\text{সুতরাং } L = 69$$

$$F_c = 21$$

$$f_m = 9$$

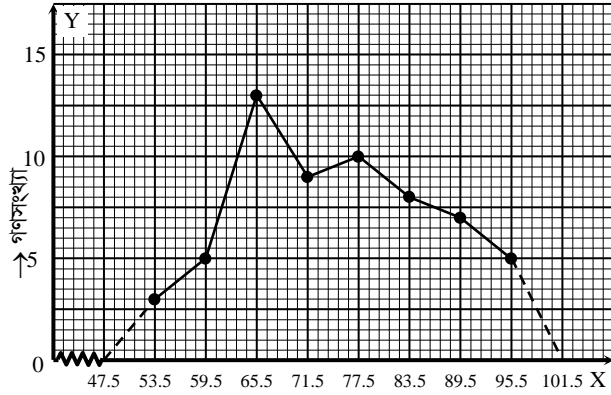
$$h = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 69 + (30 - 21) \times \frac{6}{9} \\ &= 75 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি সীমা	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
51 – 56	53.5	3
57 – 62	59.5	5
63 – 68	65.5	13
69 – 74	71.5	9
75 – 80	77.5	10
81 – 86	83.5	8
87 – 92	89.5	7
93 – 98	95.5	5

এখন ছক কাগজে x- অক্ষ বরাবর প্রতি 5 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 6 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 47.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি মধ্যবিন্দু
চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১৭৩ নিচে 30 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

70, 68, 95, 65, 78, 82, 86, 81, 85, 90, 97, 86, 78, 71, 77, 92, 90, 83, 69, 87, 80, 82, 95, 97, 75, 77, 79, 80, 91, 73

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
খ. সারণি তৈরি করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৭৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 65 এবং সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 97

$$\begin{aligned} \therefore \text{পরিসর} &= (97 - 65) + 1 \\ &= 33 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যবধান 6 ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{33}{6} = 5.5 \approx 6$$

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে 6টি (Ans.)

খ গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

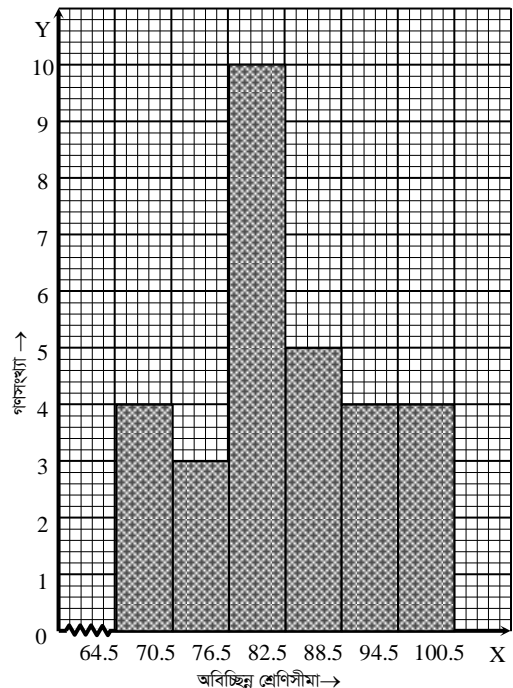
শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
65-70	67.5		4	-2	-8
71-76	73.5		3	-1	-3
77-82	79.5 → a		10	0	0
83-88	85.5		5	1	5
89-94	91.5		4	2	8
95-100	97.5		4	3	12
			n = 30		$\sum f_i u_i = 14$

$$\begin{aligned} \therefore \text{গড়, } \bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h \\ &= 79.5 + \frac{14}{30} \times 6 \\ &= 79.5 + 2.8 \\ &= 82.3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিসীমা	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
65-70	64.5-70.5	4
71-76	70.5-76.5	3
77-82	76.5-82.5	10
83-88	82.5-88.5	5
89-94	88.5-94.5	4
95-100	94.5-100.5	4

আয়তলেখ অঙ্কন: ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর প্রতি 5 ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 6 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি পাঁচ ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু হতে 64.5 পর্যন্ত আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৭৪ কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

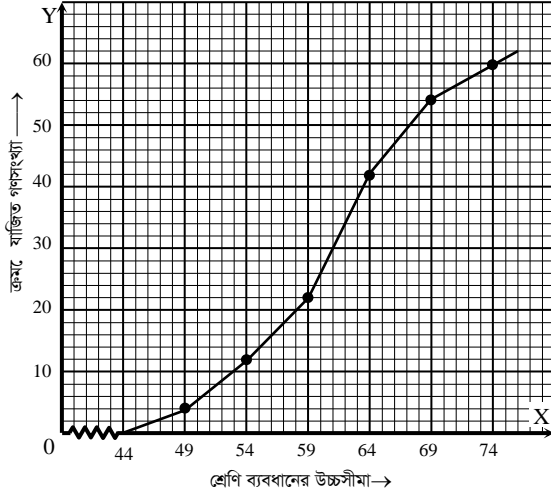
শ্রেণি ব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. প্রদত্ত তথ্য থেকে মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা নিবেশনের অজিত রেখা আঁক। ৪

১৭৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সৃজনশীল ২৮(খ)নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
 খ. সৃজনশীল ২৮(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
 গ. 'ক' এ প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে x -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ১ ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার ১ একক এবং y -অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ১ ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার ২ একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে ৪৪ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ১৭৫ নিচে ২৫ জন শিক্ষার্থীর নির্বাচনি পরীক্ষার গণিতে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

67, 71, 77, 65, 72, 80, 84, 80, 61, 62, 82, 72, 81, 68, 80, 75, 64, 72, 75, 83, 80, 81, 67, 74, 88

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. ৫ শ্রেণি ব্যবধান ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
 খ. গণসংখ্যা সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা সারণি হতে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৭৫ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩০ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৭৬ নিচে একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

[সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণি কোনটি? প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণি অনুযায়ী আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৭৬ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল ৩৯নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ১৭৭ ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94
গণসংখ্যা	5	7	4	11	9	10	4

[ব-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. প্রদত্ত সারণি থেকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণির আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৭৭ নং প্রশ্নের সমাধান

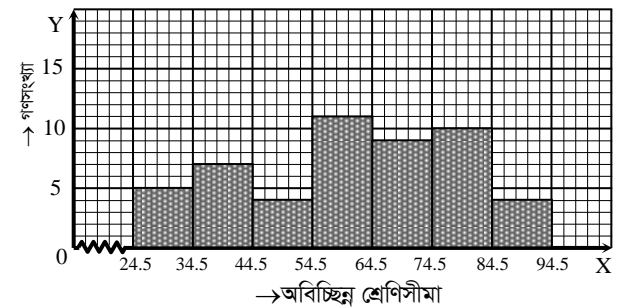
ক. সৃজনশীল ৩৭(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ. সৃজনশীল ৩৭(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তিসহ সারণিঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
25-34	24.5-34.5	5
35-44	34.5-44.5	7
45-54	44.5-54.5	4
55-64	54.5-64.5	11
65-74	64.5-74.5	9
75-84	74.5-84.5	10
85-94	84.5-94.5	4

এখন, ছক কাগজের X -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি ব্যাপ্তির ২ একক এবং Y -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ ঘরকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে ২৪.৫ পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : আয়তলেখ

প্রশ্ন ১৭৮ একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির ৩৬ জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগ্রাম) নিচে দেওয়া হলো :

51, 47, 43, 56, 41, 60, 40, 52, 62, 47, 53, 54, 64, 49, 45, 42, 51, 50, 48, 55, 44, 52, 59, 57, 54, 43, 48, 56, 53, 60, 43, 46, 51, 57, 59, 41

[ব- বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁক এবং অজিত রেখা হতে মধ্যক নির্ণয় করে দেখাও যে, তা (খ)-এ প্রাপ্ত ফলাফলের কাছাকাছি। ৪

১৭৮ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 40 এর সর্বোচ্চ নম্বর = 64
 ∴ পরিসর = (64 - 40) + 1 = 25
 শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{25}{5} = 5$ টি (Ans.)

- খ. মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালিচিহ্ন	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
40-44		8	8
45-49		7	15
50-54		10	25
55-59		7	32
60-64		4	36
		n = 36	

এখানে, n = 36

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

অর্থাৎ মধ্যক হলো 18 তম পদের মান।

18 তম পদের অবস্থান হবে (50-54) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (50-54)।

সুতরাং L = 50

$$F_c = 15$$

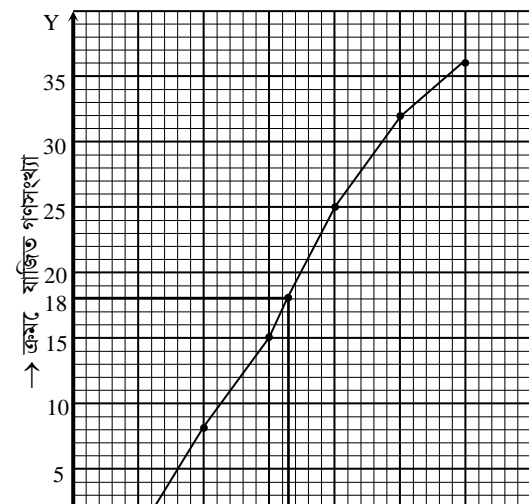
$$f_m = 10$$

$$h = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 50 + (18 - 15) \times \frac{5}{10} \\ &= 50 + \frac{3 \times 5}{10} \\ &= 51.5 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

- গ. 'খ' এর সারণি ব্যবহার করে অজিত রেখা আঁকা হলো :

এখানে, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 39 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় মধ্যক = 51 যা 'খ' এ প্রাপ্ত মধ্যকের কাছাকাছি। (দেখানো হলো)

- প্রশ্ন ▶ ১৭৯ তাপমাত্রা পরিবর্তনশীল। বাংলাদেশে সাধারণত জানুয়ারি মাসের প্রথম সপ্তাহে তাপমাত্রা কম এবং জুন মাসের চতুর্থ সপ্তাহে তাপমাত্রা বেশি থাকে। 52 সপ্তাহের তাপমাত্রা ডিগ্রি সেলসিয়াস এককে নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
গণসংখ্যা	3	5	6	15	7	7	5	4

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. চলক পরিচয়সহ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. উপরে প্রদত্ত সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখ অঙ্কনের মাধ্যমে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

১৭৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সূত্রটি হল

$$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

এখানে, \bar{x} = নির্ণেয় গড়, a = আনুমানিক গড়

f_i = i তম শ্রেণির গণসংখ্যা

u_i = i-তম শ্রেণির গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি

h = শ্রেণি ব্যাপ্তি।

- খ.

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
5-9	3	3
10-14	5	8
15-19	6	14
20-24	15	29
25-29	7	36
30-34	7	43
35-39	5	48
40-44	4	52
	n = 52	

এখানে, n = 52

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{52}{2} = 26$$

অর্থাৎ, মধ্যক হলো 26-তম পদের মান। 26-তম পদের অবস্থান হবে (20-24) শ্রেণিতে।

মধ্যক শ্রেণি হলো (20 - 24)।

সুতরাং L = 20, $F_c = 14$, $f_m = 15$, h = 5

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$



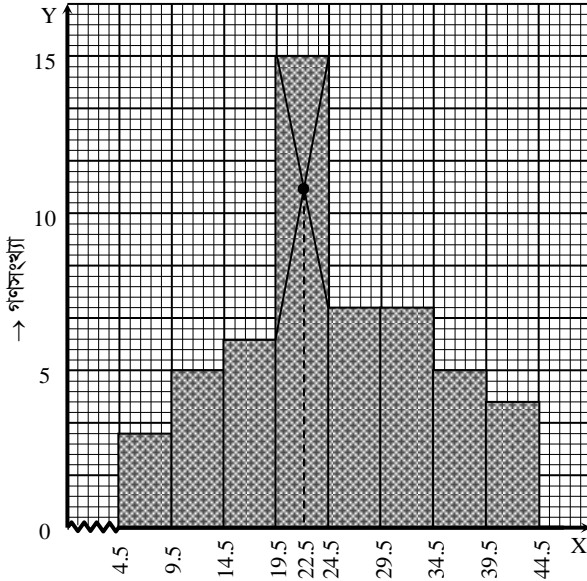
$$= 20 + (26 - 14) \times \frac{5}{15}$$

$$= 24 \text{ (Ans.)}$$

গ। আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
5-9	4.5-9.5	3
10-14	9.5-14.5	5
15-19	14.5-19.5	6
20-24	19.5-24.5	15
25-29	24.5-29.5	7
30-34	29.5-34.5	7
35-39	34.5-39.5	5
40-44	39.5-44.5	4

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 3 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 4.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা

আয়তলেখ হতে পাই নির্ণয় প্রচুরক 22.5 (Ans.)

প্রশ্ন 1৮০। দশম শ্রেণির 25 জন ছাত্রের ওজন (কিলোগ্রাম) হলো :

59, 70, 55, 60, 58, 48, 61, 65, 60, 65, 80, 70, 46, 68, 60, 72, 61, 70, 45, 86, 60, 50, 45, 65, 55

[সিলেট সরকারি পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়, সিলেট □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় কর। ২
- খ. 45 থেকে শুরু করে শ্রেণি ব্যাপ্তি 5 ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে তা থেকে গড় নির্ণয় কর। ৪
- গ. 'খ' এ প্রাপ্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি ব্যবহার করে অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪

১৮০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক। প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 45

এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 86

∴ পরিসর = (86 - 45) + 1 = 42

শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{42}{5} = 8.4 \approx 9$ টি

খ। গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ট্যালি	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45-49	47		4	-3	-12
50-54	52		1	-2	-2
55-59	57		4	-1	-4
60-64	62 ← a		6	0	0
65-69	67		4	1	4
70-74	72		4	2	8
75-79	77		0	3	0
80-84	82		1	4	4
85-89	87		1	5	5
			n = 25		$\sum f_i u_i = 3$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$$

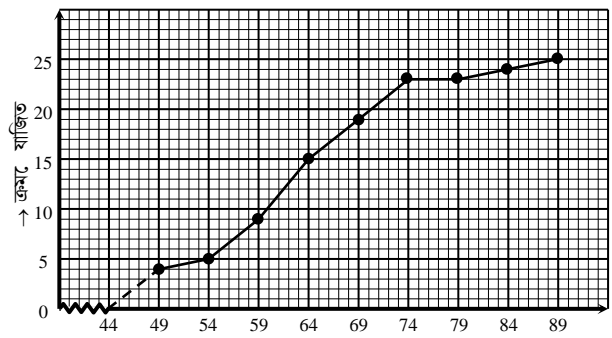
$$= 62 + \frac{3}{25} \times 5$$

$$= 62.6 \text{ (Ans.)}$$

গ। অজিত রেখা অঙ্কন:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	4	4
50-54	1	5
55-59	4	9
60-64	6	15
65-69	4	19
70-74	4	23
75-79	0	23
80-84	1	24
85-89	1	25

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি ব্যবধান উচ্চসীমা

প্রশ্ন 1৮১। কোনো স্কুলের ১০ম শ্রেণির 49 জন শিক্ষার্থীর ওজন (কিলোগ্রাম) হলো:

45, 50, 55, 51, 56, 57, 56, 60, 58, 60, 61, 60, 62, 60, 63, 64, 60, 61, 63, 66., 67, 61, 70, 70, 68, 60, 63, 61, 50, 55, 57, 56, 63, 60, 62, 56, 67, 70, 69, 70, 69, 68, 70, 60, 56, 58, 60, 63, 64

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. প্রাপ্ত সারণি হতে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। 8
 গ. উপাত্ত সমূহের আয়তলেখ আঁক। 8

১৮১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. গনসংখ্যার নিবেশন সারণি:
 প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 45 এবং সর্বোচ্চ নম্বর = 70
 ∴ পরিসর = (70 - 45) + 1 = 26
 শ্রেণি ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{26}{5} = 5.2 \approx 6$

গণসংখ্যা সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
45 - 49		1
50 - 54		3
55 - 59		11
60 - 64		22
65 - 69		7
70 - 74		5
		n = 49

খ. গড় নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

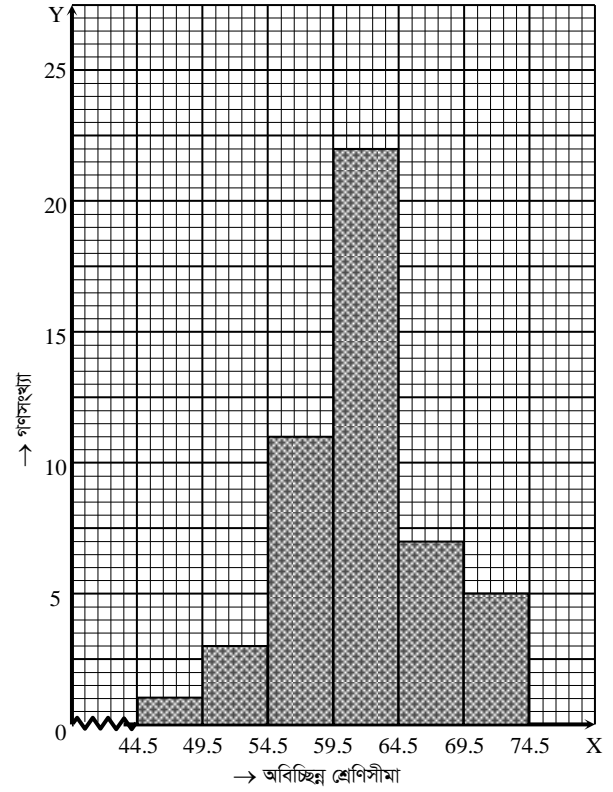
শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
45-49	47	1	-3	-3
50-54	52	3	-2	-6
55-59	57	11	-1	-11
60-64	62 → a	22	0	0
65-69	67	7	1	7
70-74	72	5	2	10
মোট		n = 49		$\sum f_i u_i = -3$

∴ গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$
 $= 62 + \frac{-3}{49} \times 5$
 $= 62 - 0.306$
 $= 61.694$ (Ans.)

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
45-49	44.5 - 49.5	1
50-54	49.5 - 54.5	3
55-59	54.5 - 59.5	11
60-64	59.5 - 64.5	22
65-69	64.5 - 69.5	7
70-74	69.5 - 74.5	5

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

প্রশ্ন ১৮২ নিচের একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	3	10	18	25	8	6	5

[সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, সুনামগঞ্জ □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. গণসংখ্যা বহুভুজ কী? ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর। 8
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। 8

১৮২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. কোন অবিচ্ছিন্ন উপাত্তের শ্রেণি ব্যবধানের বিপরীতে গণসংখ্যা নির্দেশক বিন্দুসমূহকে পর্যায়ক্রমে রেখাংশ দ্বারা যুক্ত করে যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাই হলো গণসংখ্যা বহুভুজ।

খ. মধ্যক নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	3	3
41-50	10	13
51-60	18	31
61-70	25	56
71-80	8	64
81-90	6	70
91-100	5	75



মোট	n = 75
-----	--------

এখানে, n = 75

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{75}{2} = 37.5$$

অর্থাৎ মধ্যক হলো 37 ও 38 তম পদের গড় 37 ও 38 তম পদের

অবস্থান হবে (61-70) শ্রেণিতে।

মধ্যক শ্রেণি হলো (61-70)

সূত্রাং L = 61

$$F_c = 31$$

$$f_m = 25$$

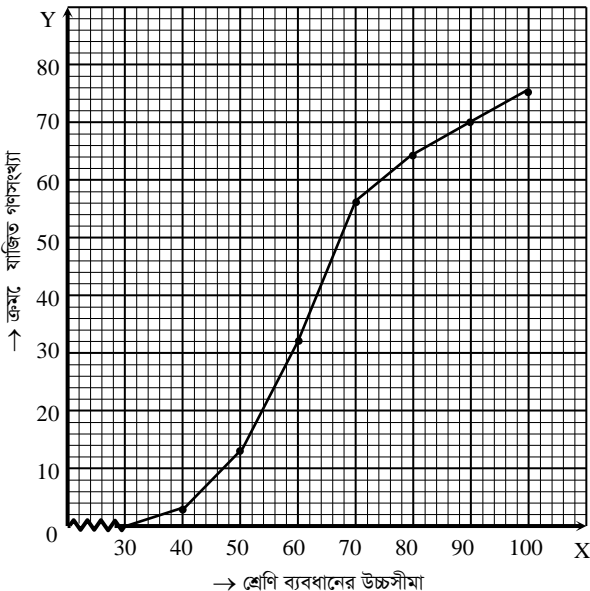
$$h = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 61 + (37.5 - 31) \times \frac{10}{25} \\ &= 61 + 2.6 \\ &= 63.6 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ অজিত রেখা অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
31-40	3	3
41-50	10	13
51-60	18	31
61-70	25	56
71-80	8	64
81-90	6	70
91-100	5	75
মোট	n = 75	

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্পা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: অজিত রেখা

প্রশ্ন ▶ ১৮৩ কোনো বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর:

41, 52, 66, 42, 66, 46, 69, 87, 86, 90, 73, 65, 42, 32, 56, 30, 74, 38, 70, 53, 72, 76, 64, 72, 59, 89, 66, 52, 45, 39, 36, 43, 41, 81, 74, 61, 83, 52, 60, 90 এর 10 শ্রেণিব্যবধানে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

প্রাপ্ত নম্বরের শ্রেণি	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99
গণসংখ্যা	5	7	6	8	7	5	2

[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. 3, 7, 11, 10, 5, 4, 9, 8, 7 সংখ্যাগুলোর গড় নির্ণয় কর। ২
খ. শ্রেণি ব্যবধান 7 ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে তা হতে উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় কর। 8
গ. বিবরণসহ প্রদত্ত সারণি থেকে উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। 8

১৮৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 3 + 7 + 11 + 10 + 5 + 4 + 9 + 8 + 7 = 64

প্রদত্ত সংখ্যা = 9টি

\therefore সংখ্যাগুলোর গড় = $\frac{\text{সংখ্যাগুলোর সমষ্টি}}{n}$

= $\frac{64}{9} = 7.11$ (প্রায়) (Ans.)

খ প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = 30

সর্বোচ্চ নম্বর = 90

\therefore পরিসর = (90 - 30) + 1 = 61

শ্রেণি ব্যবধান 7 ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{61}{7} = 8.71 \approx 9$ টি

গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
30-36		3
37-43		7
44-50		2
51-57		5
58-64		4
65-71		6
72-78		6
79-85		2
86-92		5
মোট		n = 40

এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 7 আছে (37 - 43) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (37 - 43).

সূত্রাং L = 37

$$f_1 = 7 - 3 = 4$$

$$f_2 = 7 - 2 = 5$$

$$h = 7$$

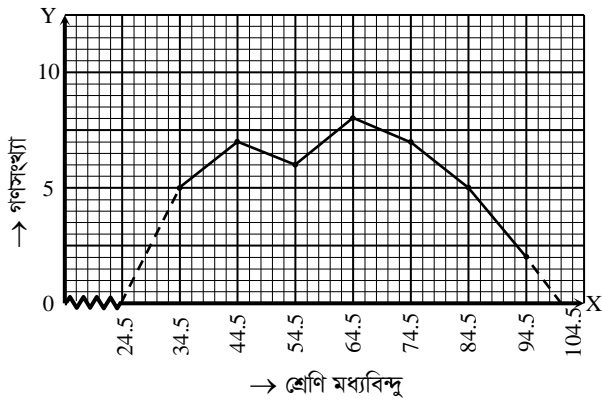
$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 37 + \frac{4}{4 + 5} \times 7 = 40.11 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
30-39	34.5	5
40-49	44.5	7
50-59	54.5	6
60-69	64.5	8
70-79	74.5	7
80-89	84.5	5
90-99	94.5	2

ছক কাগজের X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হলো।



প্রশ্ন 1৮৪ কোনো গ্রামের 32 জন মানুষের ভর (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিরূপণ:

শ্রেণিব্যাপ্তি (ভর)	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	2	5	8	10	4	3

[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. 7, 11, 13, 9, 6, 8, 10, 5, 6, 9, 12 ও 14 এর মধ্যক নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি হতে উপান্তের গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. বিবরণসহ প্রদত্ত উপান্তের অজিত রেখা আঁক। ৪

১৮৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপান্তসমূহ মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই,
 5, 6, 6, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 12, 13, 14
 এখানে, n = 12, যা জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{n}{2} \text{তম পদ} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{6 \text{Zg c} + 7 \text{Zg c}}{2} = \frac{9+9}{2} = 9 \text{ (Ans.)}$$

খ গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x _i)	গণসংখ্যা (f _i)	f _i x _i
45-49	47	2	94
50-54	52	5	260
55-59	57	8	456
60-64	62	10	620
65-69	67	4	268

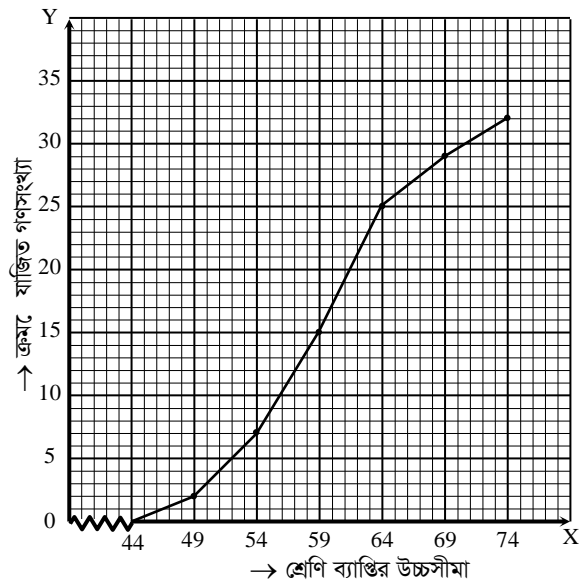
70-74	72	3	216
		Σf _i = 32	Σf _i x _i = 1914

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1914}{32} = 59.81 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ অজিতরেখা অঙ্কনের জন্য সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
45-49	2	2
50-54	5	7
55-59	8	15
60-64	10	25
65-69	4	29
70-74	3	32

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপান্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন 1৮৫ দশম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর ওজন (কে.জি) দেওয়া হলো:

50, 64, 65, 71, 58, 57, 59, 49, 68, 56, 78, 60, 57, 72, 60, 55, 79, 58, 62, 72, 65, 70, 56, 65, 75, 50, 62, 53, 76, 56, 73, 65, 79, 70, 61, 72, 69, 56, 70, 51। [বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক কাকে বলে? ২
 খ. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রদত্ত উপান্তের গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. 'খ' এ প্রশ্ন সারণির উপান্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৮৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক যে চলকের মান শুধুমাত্র পূর্ণসংখ্যা হয়, তা বিচ্ছিন্ন চলক। অন্যদিকে, যে সকল চলকের মান যেকোন বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক।

খ এখানে, উপান্তসমূহের সর্বোচ্চ মান 79 এবং সর্বনিম্ন মান 49

$$\therefore \text{পরিসর} = (79 - 49) + 1 = 31$$

$$\text{শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{31}{5} = 6.2 \approx 7$$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:



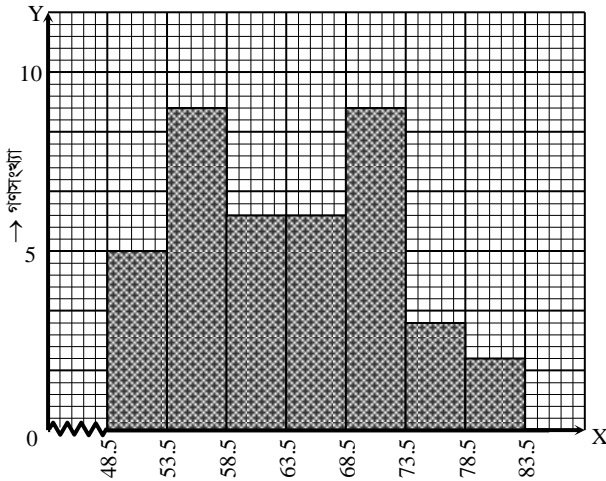
শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
49-53	51		5	-3	-15
54-58	56		9	-2	-18
59-63	61		6	-1	-6
64-68	66 ← a		6	0	0
69-73	71		9	1	9
74-78	76		3	2	6
79-83	81		2	3	6
			n = 40		$\Sigma f_i u_i = -18$

$$\therefore \text{গড়, } \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h = 66 + \frac{-18}{40} \times 5 = 63.75 \text{ (Ans.)}$$

গ. আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
49-53	48.5-53.5	5
54-58	53.5-58.5	9
59-63	58.5-63.5	6
64-68	63.5-68.5	6
69-73	68.5-73.5	9
74-78	73.5-78.5	3
79-83	78.5-83.5	2

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 3 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 48.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন 1৮৬ → অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা
নিচে 60 জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

নম্বর	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89
শিক্ষার্থী সংখ্যা	4	8	12	18	8	6	4

[বরিশাল জিলা স্কুল, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। ২
খ. সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৮৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 18 বার আছে (70-74) শ্রেণিতে।

\therefore প্রচুরক শ্রেণি (70-74)

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণির মধ্যবিন্দু} = \frac{70+74}{2} = 72 \text{ (Ans.)}$$

খ. মধ্যক নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
55-59	4	4
60-64	8	12
65-69	12	24
70-74	18	42
75-79	8	50
80-84	6	56
85-89	4	60

এখানে, n = 60

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

অর্থাৎ মধ্যক হলো 30 তম পদের মান। 30 তম পদের অবস্থান হবে (70-74) শ্রেণিতে।

সুতরাং, L = 70

$$F_c = 24$$

$$f_m = 18$$

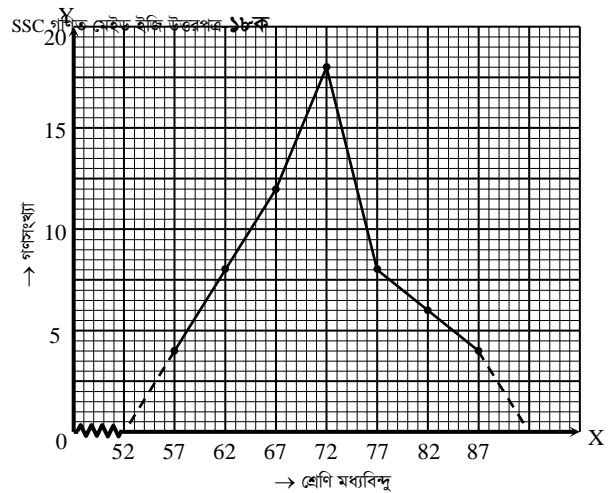
$$h = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m} \\ &= 70 + (30 - 24) \times \frac{5}{18} \\ &= 70 + 1.67 \\ &= 71.67 \text{ (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
55-59	57	4
60-64	62	8
65-69	67	12
70-74	72	18
75-79	77	8
80-84	82	6
85-89	87	4

এখন, ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 1 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যার বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 52 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: গণসংখ্যা বহুভুজ

প্রশ্ন ১৮৭ নিম্নের একটি গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
গণসংখ্যা	4	10	15	12	6	3

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণির মধ্যবিন্দুর গড় নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত সারণির গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। (বিবরণ আবশ্যিক) ৪

১৮৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু, x_i	গণসংখ্যা
30 - 39	34.5	4
40 - 49	44.5	10
50 - 59	54.5	15
60 - 69	64.5	12
70 - 79	74.5	6
80 - 89	84.5	3
মোট	$\Sigma x_i = 357$	

∴ নির্ণেয় গড় = $\frac{357}{6} = 59.5$ (Ans.)

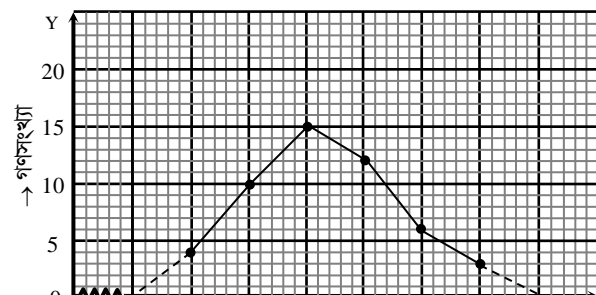
খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
30 - 39	34.5	4	-3	-12
40 - 49	44.5	10	-2	-20
50 - 59	54.5	15	-1	-15
60 - 69	64.5 → a	12	0	0
70 - 79	74.5	6	1	6
80 - 89	84.5	3	2	6
		n = 50		$\Sigma f_i u_i = -35$

∴ গড়, $\bar{x} = a + h \times \frac{\Sigma f_i u_i}{n}$
 $= 64.5 + 10 \times \left(\frac{-35}{50}\right)$
 $= 64.5 - 7 = 57.5$ (Ans.)

গ

'ক' এর প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে, ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণির মধ্যবিন্দুর 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 24.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৮৮ কোন শ্রেণিতে 60 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি হলো:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74
গণসংখ্যা	4	8	10	20	12	6

[বরিশাল সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, বরিশাল □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. সারণি থেকে প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর। ২
 খ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. বর্ণনাসহ উপাত্তগুলোর অজিত রেখা আঁক। ৪

১৮৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

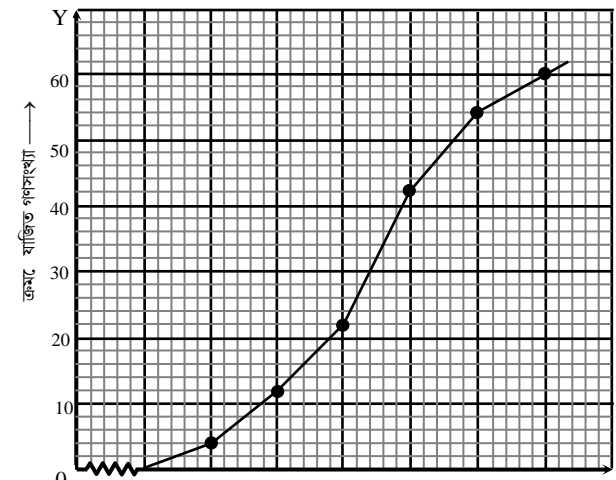
এখানে, সর্বাধিক গণসংখ্যা 20 রয়েছে (60 - 64) শ্রেণিতে।
 ∴ প্রচুরক শ্রেণি (60 - 64)
 ∴ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{64 + 60}{2} = \frac{124}{2} = 62$ (Ans.)

খ

সূজনশীল-২৮ (খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য। [প্রচুরক নির্ণয় অংশটি থাকবে না]

গ

'খ' এ প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চসীমার 1 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি 1 ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 2 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 44 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৮৯ 44 জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

- 70, 40, 35, 60, 55, 58, 45, 60, 65, 80, 70, 46, 50, 60, 65, 70, 58, 60, 48, 70, 36, 85, 60, 50, 46, 65, 55, 61, 72, 85, 90, 68, 65, 50, 40, 56, 60, 65, 46, 76.

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. সারণি তৈরি করে উপাত্তগুলোর প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন কর। ৪



MWYZ (AvevKAK)

১৮৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে,

$$\text{সর্বোচ্চ মান} = 90$$

$$\text{সর্বনিম্ন মান} = 35$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{পরিসর} &= (90 - 35) + 1 \\ &= 55 + 1 \\ &= 56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{শ্রেণিসংখ্যা} &= \text{পরিসর} \div \text{শ্রেণিব্যাপ্তি} \\ &= 56 \div 5 \\ &= 11.2 \approx 12 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ

শ্রেণিব্যাপ্তি	MYmsLÅv	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
35-39	2	2
40-44	2	4
45-49	5	9
50-54	3	12
55-59	5	17
60-64	7	24
65-69	6	30
70-74	5	35
75-79	1	36
80-84	1	37
85-89	2	39
90-94	1	40
	n = 40	

প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে গণসংখ্যার সর্বাধিক 7 আছে (60 - 64) শ্রেণিতে।

$$\therefore \text{প্রচুরক শ্রেণি (60 - 64)}$$

$$\text{সূত্রাং } L = 60$$

$$f_1 = 7 - 5 = 2$$

$$f_2 = 7 - 6 = 1$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

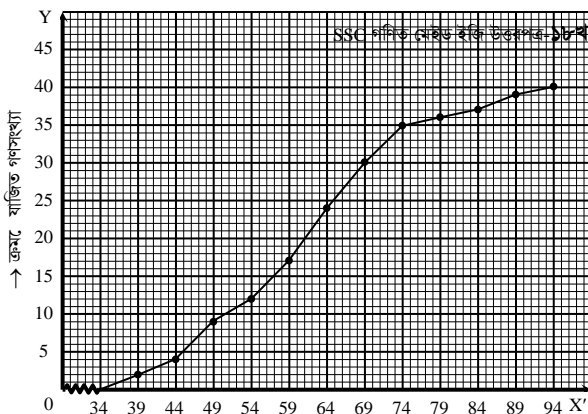
$$= 60 + \frac{2}{2+1} \times 5$$

$$= 60 + 3.33$$

$$= 63.33 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ

অজিভরেখা অঙ্কন: 'খ' হতে প্রাপ্ত সারণির সাহায্যে ছক কাগজের x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে শ্রেণি উচ্চসীমার 1 একক নিয়ে এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার 1 একক ধরে অজিভরেখা অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 34 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ শ্রেণি উচ্চসীমা

প্রশ্ন ১৯০ 10ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হল:

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

[পিরোজপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, পিরোজপুর □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর। ২
 খ. প্রদত্ত উপাত্তের সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর। ৪

১৯০ নং প্রশ্নের সমাধান

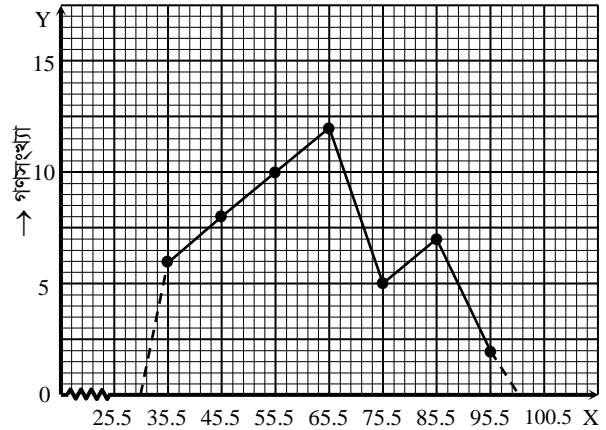
ক সৃজনশীল ৪১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

খ সৃজনশীল ৪১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু	MYmsLÅv
31-40	35.5	6
41-50	45.5	8
51-60	55.5	10
61-70	65.5	12
71-80	75.5	5
81-90	85.5	7
91-100	95.5	2

এখন ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি 1 ঘরকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর 2 একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো। মূলবিন্দু থেকে 25.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৯১ কোন একটি বিদ্যালয়ের ১০ম শ্রেণির বাংলা বিষয়ের 50 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের সারণি দেওয়া হলো:

51, 88, 62, 65, 80, 90, 85, 85, 70, 77, 80, 75, 66, 68, 69, 70, 72, 80, 81, 82, 83, 84, 68, 65, 68, 69, 71, 76, 75, 77, 80, 82, 73, 75, 54, 52, 56, 58, 57, 59, 60, 61, 53, 54, 57, 59, 63, 65, 64, 63

[বালকাঠি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বালকাঠি □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. বিচ্ছিন্ন চলক ও অবিচ্ছিন্ন চলক বলতে কী বুঝ? ২
 খ. প্রদত্ত সারণি থেকে উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর। ৪
 গ. গণসংখ্যা সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কন কর। ৪

১৯১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** সৃজনশীল ২১(ক) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।
- খ** প্রদত্ত উপাত্তের সর্বোচ্চ নম্বর = 90, সর্বনিম্ন নম্বর = 51
 ∴ পরিসর = (90 - 51) + 1 = 40
 শ্রেণির ব্যবধান 5 ধরে শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{40}{5} = 8$
 মধ্যক নির্ণয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
51-55		5	5
56-60		7	12
61-65		8	20
66-70		8	28
71-75		6	34
76-80		7	41
81-85		7	48
86-90		2	50
		n = 50	

এখানে, n = 50

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

অর্থাৎ মধ্যক হলো 25 তম পদের মান।

25 তম পদের অবস্থান হবে (66-70) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (66-70)।

সুতরাং L = 66

$$F_c = 20$$

$$f_m = 8$$

$$h = 5$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

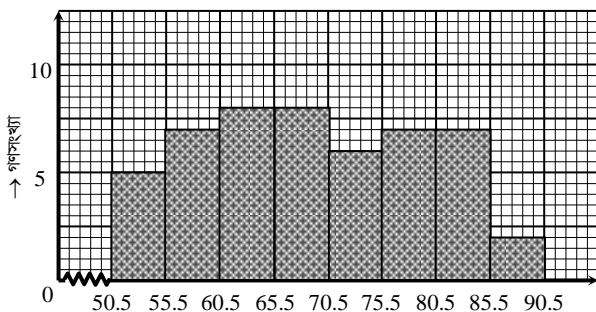
$$= 66 + (25 - 20) \times \frac{5}{8}$$

$$= 69.125 \text{ (Ans.)}$$

- গ** আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
51-55	50.5-55.5	5
56-60	55.5-60.5	7
61-65	60.5-65.5	8
66-70	65.5-70.5	8
71-75	70.5-75.5	6
76-80	75.5-80.5	7
81-85	80.5-85.5	7
86-90	85.5-90.5	2

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 1 বাছুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমার 1 একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি 2 বাছুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 50.5 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

- প্রশ্ন ১৯২** নিচে ১০ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
গণসংখ্যা	6	8	10	12	5	7	2

[বালকাঠি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, বালকাঠি □ প্রশ্ন নং ১১]

- ক. গণসংখ্যা সারণি হতে প্রচুরক নির্ণয় কর। ২
- খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। ৪

১৯২ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** সারণি হতে দেখা যায় গণসংখ্যা সর্বাধিক 12 বার আছে (61-70) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (61-70)

$$\therefore \text{প্রচুরক} = L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$$

$$= 61 + \frac{2}{2 + 7} \times 10$$

$$= 63.22 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

এখানে,

$$L = 61$$

$$f_1 = 12 - 10 = 2$$

$$f_2 = 12 - 5 = 7$$

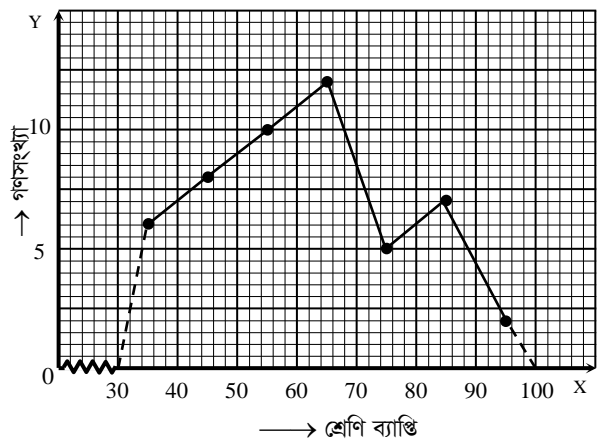
$$h = 10$$

- খ** সৃজনশীল ৪১(খ) নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

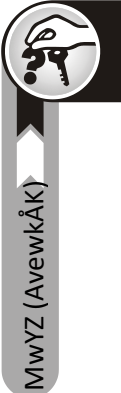
- গ** শিক্ষার্থীদের গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা
31-40	35.5	6
41-50	45.5	8
51-60	55.5	10
61-70	65.5	12
71-80	75.5	5
81-90	85.5	7
91-100	95.5	2

গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন: X-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে 2 একক ধরে শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু এবং Y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 2 ঘরকে গণসংখ্যার 1 একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে 30 পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ছেদ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা বহুভুজ



প্রশ্ন ১৯৩ নিচে একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60
গণসংখ্যা	4	16	20	25	15

[পটুয়াখালী সরকারি জুবিলী উচ্চ বিদ্যালয়, পটুয়াখালী □ প্রশ্ন নং ১০]

- ক. শ্রেণিগুলোর মধ্যবিন্দু ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কর। ২
 খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় কর। ৪
 গ. মধ্যক নির্ণয় কর। ৪

১৯৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
11-20	15.5	4	4
21-30	25.5	16	20
31-40	35.5	20	40
41-50	45.5	25	65
51-60	55.5	15	80

		n = 80	
--	--	--------	--

খ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	ধাপ বিচ্যুতি, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
11-20	15.5	4	-2	-8
21-30	25.5	16	-1	-16
31-40	35.5 ← a	20	0	0
41-50	45.5	25	1	25
51-60	55.5	15	2	30
		n = 80		$\sum f_i u_i = 31$

$$\therefore \text{গড় } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h = 35.5 + \frac{31}{80} \times 10 = 39.375 \text{ (Ans.)}$$

গ 'ক' এর সারণি হতে, $n = 80$ এবং $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$

যেহেতু $\frac{n}{2}$ এর মান (31-40) শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সমান।

\therefore মধ্যক শ্রেণি হবে (31-40) শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণি অর্থাৎ (41-50)।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= L + \left(\frac{n}{2} - F_c \right) \times \frac{f}{f_m} \\ &= 41 + (40 - 40) \times \frac{10}{25} \\ &= 41 \text{ (Ans.)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{এখানে,} \\ L = 41 \\ F_c = 40 \\ f_m = 25 \\ h = 10 \end{array} \right\}$$

