

দ্বাদশ অধ্যায়

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

অনুশীলনী ১২.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

নিচের সরল সহসমীকরণগুলো সমজ্ঞস, পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না যুক্তিসহ উল্লেখ কর এবং এগুলোর সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :

প্রশ্ন ১১ $x - y = 4$

$$x + y = 10$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ জোড় : $\left. \begin{array}{l} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{array} \right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{1}$

আমরা পাই, $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$

∴ সমীকরণজোড়টি সমজ্ঞস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১২ $2x + y = 3$

$$4x + 2y = 6$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় : $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{array} \right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

∴ সমীকরণজোড়টি সমজ্ঞস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১৩ $x - y - 4 = 0$

$$3x - 3y - 10 = 0$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় :

$$\left. \begin{array}{l} x - y - 4 = 0 \text{ বা } x - y = 4 \\ 3x - 3y - 10 = 0 \text{ বা } 3x - 3y = 10 \end{array} \right\}$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-3}$ বা $\frac{1}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-4}{-10}$ বা $\frac{2}{5}$

আমরা পাই, $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{4}{10}$

∴ সমীকরণজোড়টি অসমজ্ঞস ও পরস্পর নির্ভরশীল।

সমীকরণজোড়টির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ১৪ $3x + 2y = 0$

$$6x + 4y = 0$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় : $\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 6x + 4y = 0 \end{array} \right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$

∴ সমীকরণজোড়টি সমজ্ঞস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১৫ $3x + 2y = 0$

$$9x - 6y = 0$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় : $\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 9x - 6y = 0 \end{array} \right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{9}$ বা $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{-6}$ বা $\frac{-1}{3}$

আমরা পাই, $\frac{3}{9} \neq \frac{-1}{3}$

∴ সমীকরণজোড়টি সর্বদা সমজ্ঞস ও পরস্পর নির্ভরশীল এবং একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১৬ $5x - 2y - 16 = 0$

$$3x - \frac{6}{5}y = 2$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় : $\left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 16 \\ 3x - \frac{6}{5}y = 2 \end{array} \right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{5}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-2}{-5}$ বা, $\left(\frac{-2}{1} \times \frac{5}{-6}\right)$ বা $\frac{5}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত = $\frac{16}{2}$ বা $\frac{8}{1}$

আমরা পাই, $\frac{5}{3} = \frac{-2}{6} \neq \frac{16}{-5}$

∴ সমীকরণজোড়টি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির কোনো সমাধান নেই।

প্রশ্ন ৯৭ $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x - 2y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় $-\frac{1}{2}x + y = -1$
 $x - 2y = 2$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$ বা $-\frac{1}{2}$

ধুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

∴ সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

প্রশ্ন ৯৮ $-\frac{1}{2}x - y = 0$

$x - 2y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় $-\frac{1}{2}x - y = 0$
 $x - 2y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-1}{-2}$ বা $\frac{1}{2}$

আমরা পাই, $\frac{-1}{2} \neq -\frac{-1}{-2}$ [$\because c_1 = c_2 = 0$]

∴ সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

প্রশ্ন ৯৯ $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x + y = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় $-\frac{1}{2}x + y = -1$
 $x + y = 5$

∴ x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $-\frac{1}{2}$ বা $-\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{1}$

আমরা পাই, $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$

∴ সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র সমাধান আছে।

প্রশ্ন ১০০ $ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোড় $ax - cy = 0$
 $cx - ay = c^2 - a^2$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{a}{c}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-c}{-a}$ বা $\frac{c}{a}$

আমরা পাই, $\frac{a}{c} \neq \frac{-c}{-a}$

∴ সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোড়টির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

অনুশীলনী ১২.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ - ৩) :

প্রশ্ন ১১ $7x - 3y = 31$

$9x - 5y = 41$

সমাধান : দেওয়া আছে, $7x - 3y = 31$... (i)

$9x - 5y = 41$... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$-3y = 31 - 7x$

∴ $y = \frac{31 - 7x}{-3}$... (iii)

সমীকরণ (ii)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$9x - 5 \times \frac{31 - 7x}{-3} = 41$

বা, $9x + \frac{155 - 35x}{3} = 41$

বা, $27x + 155 - 35x = 123$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $-8x = 123 - 155$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-8x = -32$

বা, $x = \frac{-32}{-8}$

$\therefore x = 4$

x এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{31 - 7 \times 4}{-3} = \frac{31 - 28}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, -1)$

প্রশ্ন ২ ২ ২ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ (i)

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$
 (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) এর উভয়পক্ষকে 6 দ্বারা গুণ করে ভগ্নাংশমুক্ত করি,

$$3x + 2y = 6$$
 (iii)

$$\therefore 2x + 3y = 6$$
 (iv)

সমীকরণ (iii) থেকে পাই,

$$2y = 6 - 3x$$

$$\therefore y = \frac{6 - 3x}{2}$$
 (v)

সমীকরণ (iv)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$2x + 3 \times \frac{6 - 3x}{2} = 6$$

বা, $4x + 18 - 9x = 12$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $-5x = 12 - 18$

বা, $-5x = -6$

$$\therefore x = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}$$

x এর মান সমীকরণ (v)-এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{6 - 3 \times \frac{6}{5}}{2} = \frac{\frac{30 - 18}{5}}{2} = \frac{\frac{12}{5}}{2} = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

প্রশ্ন ৩ ৩ ৩ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$$ax + by = a^2 + b^2$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ (i)

$$ax + by = a^2 + b^2$$
 (ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$by = a^2 + b^2 - ax$$

বা, $y = \frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ (iii)

সমীকরণ (i)-এ y এর স্থলে $\frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} + \frac{a^2 + b^2 - ax}{b} = 2$$

বা, $\frac{x}{a} + \frac{a^2 + b^2 - ax}{b} \times \frac{1}{b} = 2$

বা, $b^2x + a^3 + ab^2 - a^2x = 2ab^2$ [ab^2 দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $b^2x - a^2x = 2ab^2 - a^3 - ab^2$

বা, $x(b^2 - a^2) = ab^2 - a^3$

বা, $x = \frac{a(b^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$

$\therefore x = a$

সমীকরণ (iii)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\therefore y = \frac{a^2 + b^2 - a.a}{b} = \frac{a^2 + b^2 - a^2}{b} = \frac{b^2}{b} = b$$

\therefore সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৪ - ৬) :

প্রশ্ন ৪ ৪ ৪ $7x - 3y = 31$

$$9x - 5y = 41$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $7x - 3y = 31$ (i)

$$9x - 5y = 41$$
 (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) কে যথাক্রমে 5 এবং 3 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে পাই,

$$35x - 15y = 155$$

$$27x - 15y = 123$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline 8x \quad \quad = 32 \end{array}$$

বা, $x = \frac{32}{8}$

$\therefore x = 4$

x এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$7 \times 4 - 3y = 31$$

বা, $28 - 3y = 31$

বা, $-3y = 31 - 28$

বা, $-3y = 3$

$$\therefore y = \frac{3}{-3} = -1$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, -1)$

প্রশ্ন ৫ ৫ ৫ $7x - 8y = -9$

$$5x - 4y = -3$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $7x - 8y = -9$ (i)

$$5x - 4y = -3$$
 (ii)

সমীকরণ (i) কে 5 দ্বারা এবং (ii) কে 7 দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করে পাই,

$$35x - 40y = -45$$

$$35x - 28y = -21$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline -12y = -24 \end{array}$$

বা, $12y = 24$

বা, $y = \frac{24}{12}$

$\therefore y = 2$

y এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$7x - 8 \times 2 = -9$$

বা, $7x = -9 + 16$

বা, $7x = 7$

বা, $x = \frac{7}{7}$

$\therefore x = 1$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$

প্রশ্ন ১৬ ১ $ax + by = c$

$$a^2x + b^2y = c^2$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$ax + by = c \dots \dots \dots (i)$$

$$a^2x + b^2y = c^2 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) কে a দ্বারা গুণ করি,

$$a^2x + aby = ac \dots \dots \dots (iii)$$

সমীকরণ (iii) থেকে (ii) বিয়োগ করি,

$$a^2x + aby = ac$$

$$a^2x + -b^2y = c^2$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$aby - b^2y = ac - c^2$$

$$\text{বা, } y(ab - b^2) = ac - c^2$$

$$\text{বা, } y = \frac{ac - c^2}{ab - b^2}$$

$$\therefore y = \frac{c(a - c)}{b(a - b)} = \frac{c(c - a)}{b(b - a)}$$

সমীকরণ (i)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$ax + b \times \frac{c(a - c)}{b(a - b)} = c$$

$$\text{বা, } ax + \frac{ac - c^2}{a - b} = c$$

$$\text{বা, } ax = c - \frac{ac - c^2}{a - b}$$

$$\text{বা, } ax = \frac{ac - bc - ac + c^2}{a - b}$$

$$\text{বা, } ax = \frac{c^2 - bc}{a - b}$$

$$\therefore x = \frac{c(c - b)}{a(a - b)} = \frac{c(b - c)}{a(b - a)}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = \left\{ \frac{c(b - c)}{a(b - a)}, \frac{c(c - a)}{b(b - a)} \right\}$$

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৭-১৫) :

প্রশ্ন ১৭ ১ $2x + 3y + 5 = 0$

$$4x + 7y + 6 = 0$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$2x + 3y + 5 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$4x + 7y + 6 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii)-এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times 6 - 7 \times 5} = \frac{y}{5 \times 4 - 2 \times 6} = \frac{1}{2 \times 7 - 4 \times 3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{18 - 35} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{14 - 12}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{-17} = \frac{1}{2} \quad \left| \quad \text{এবং } \frac{y}{8} = \frac{1}{2} \right.$$

$$\text{বা, } x = -\frac{17}{2} \quad \left| \quad \text{বা, } y = \frac{8}{2} \right.$$

$$\therefore y = 4$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = \left(-\frac{17}{2}, 4 \right)$$

প্রশ্ন ১৮ ১ $3x - 5y + 9 = 0$

$$5x - 3y - 1 = 0$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$3x - 5y + 9 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$5x - 3y - 1 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii)-এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-5) \times (-1) - (-3) \times 9} = \frac{y}{5 \times 9 - 3 \times (-1)} = \frac{1}{3 \times (-3) - 5 \times (-5)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{5 + 27} = \frac{y}{45 + 3} = \frac{1}{-9 + 25}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = 1 \quad [16 \text{ দ্বারা প্রত্যেকটি ভগ্নাংশকে গুণ করে}]$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{2} = 1 \quad \left| \quad \text{এবং } \frac{y}{3} = 1 \right.$$

$$\therefore x = 2 \quad \left| \quad \therefore y = 3 \right.$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (2, 3)$$

প্রশ্ন ১৯ ১ $x + 2y = 7$

$$2x - 3y = 0$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$x + 2y = 7$$

$$\text{বা, } x + 2y - 7 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$2x - 3y = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-3) \times (-7)} = \frac{y}{-7 \times 2 - 1 \times 0} = \frac{1}{1 \times (-3) - 2 \times 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-3 - 4} = \frac{1}{-7}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = 1 \quad [\text{প্রতিটি ভগ্নাংশকে } -7 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{3} = 1 \quad \left| \quad \text{এবং } \frac{y}{2} = 1 \right.$$

$$\therefore x = 3 \quad \left| \quad \therefore y = 2 \right.$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = (3, 2)$$

প্রশ্ন ১০ ১ $4x + 3y = -12$

$$2x = 5$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $4x + 3y = -12$

$$2x = 5$$

$$\text{বা, } 4x + 3y + 12 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$2x + 0 \cdot y - 5 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times (-5) - 0 \times 12} = \frac{y}{12 \times 2 - 4 \times (-5)} = \frac{1}{4 \times 0 - 2 \times 3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-15 - 0} = \frac{y}{24 + 20} = \frac{1}{0 - 6}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$$

$$\therefore x = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2} \quad \text{এবং } \frac{44}{-6} = -\frac{22}{3}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } (x, y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3} \right)$$

প্রশ্ন ১১ ১ $-7x + 8y = 9$

$$5x - 4y = -3$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$-7x + 8y - 9 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$5x - 4y + 3 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{8 \times 3 - (-4)(-9)} = \frac{y}{5(-9) - (-7) \times 3} = \frac{1}{-7(-4) - 5 \times 8}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{24 - 36} = \frac{y}{-45 + 21} = \frac{1}{28 - 40}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = 1 \text{ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে -12 দিয়ে গুণ করে]}$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{1} = 1 \quad \left| \quad \text{এবং } \frac{y}{2} = 1 \right.$$

$$\therefore x = 1 \quad \left| \quad \therefore y = 2 \right.$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$.

প্রশ্ন ১২ ৥ $3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$3x - y - 7 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$2x + y - 3 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র পয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-1)(-3) - (-7) \times 1} = \frac{y}{(-7) \times 2 - 3 \times (-3)} = \frac{1}{3 \times 1 - (-1) \times 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3 + 7} = \frac{y}{-14 + 9} = \frac{1}{3 + 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \frac{x}{10} = \frac{1}{5} \quad \left| \quad \text{এবং } \frac{y}{-5} = \frac{1}{5} \right.$$

$$\text{বা, } x = \frac{10}{5} \quad \left| \quad \text{বা, } y = \frac{-5}{5} \right.$$

$$\therefore x = 2 \quad \left| \quad \therefore y = -1 \right.$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, -1)$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $ax + by = a^2 + b^2$

$$2bx - ay = ab$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$ax + by - (a^2 + b^2) = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$2bx - ay - ab = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{b \times (-ab) - (-a) \times \{-(a^2 + b^2)\}} = \frac{y}{-(a^2 + b^2) \times 2b - a \times (-ab)} = \frac{1}{a \times (-a) - 2b \times b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-ab^2 - a^3 - ab^2} = \frac{y}{-2a^2b - 2b^3 + a^2b} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-a^3 - 2ab^2} = \frac{y}{-a^2b - 2b^3} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$$

$$\text{এখন, } \frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)} \quad \left| \quad \text{এবং } \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)} \right.$$

$$\therefore x = \frac{-a(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} \quad \left| \quad \therefore y = \frac{-b(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} \right.$$

$$= a \quad \left| \quad = b \right.$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$.

প্রশ্ন ১৪ ৥ $y(3 + x) = x(6 + y)$

$$3(3 + x) = 5(y - 1)$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$y(3 + x) = x(6 + y) \dots\dots\dots (i)$$

$$3(3 + x) = 5(y - 1) \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$y(3 + x) = x(6 + y)$$

$$\text{বা, } 3y + xy = 6x + xy$$

$$\text{বা, } 3y + xy - 6x - xy = 0$$

$$\text{বা, } -6x + 3y = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$3(3 + x) = 5(y - 1)$$

$$\text{বা, } 9 + 3x = 5y - 5$$

$$\text{বা, } 3x - 5y + 9 + 5 = 0 \quad \text{[পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } 3x - 5y + 14 = 0 \dots\dots\dots (iv)$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) এ বজ্রগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{3 \times 14 - (-5) \times 0} = \frac{y}{3 \times 0 - (-6) \times 14} = \frac{1}{-6 \times (-5) - 3 \times 3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{42 + 0} = \frac{y}{0 + 84} = \frac{1}{30 - 9}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{42} = \frac{y}{84} = \frac{1}{21}$$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = 1$ [প্রতিটি ভগ্নাংশকে 21 দ্বারা গুণ করে]

এখন, $\frac{x}{2} = 1$ | এবং $\frac{y}{4} = 1$

$\therefore x = 2$ | $\therefore y = 4$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 4)$.

প্রশ্ন ১৫ ১ $(x+7)(y-3)+7=(y+3)(x-1)+5$

$$5x - 11y + 35 = 0$$

সমাধান : প্রথম সমীকরণ থেকে পাই,

$$(x+7)(y-3)+7=(y+3)(x-1)+5$$

$$\text{বা, } xy-3x+7y-21+7=xy-y+3x-3+5$$

$$\text{বা, } xy-3x+7y-14=xy-y+3x+2$$

$$\text{বা, } xy-xy-3x-3x+7y+y-14-2=0 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } -6x+8y-16=0$$

$$\text{বা, } 3x-4y+8=0 \dots \dots \dots (i)$$

[উভয়পক্ষকে -2 দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{এবং, } 5x - 11y + 35 = 0 \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) এ বহুগুণন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{-4 \times 35 - (-11) \times 8} = \frac{y}{5 \times 8 - 3 \times 35} = \frac{1}{3(-11) - 5 \times (-4)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-140 + 88} = \frac{y}{40 - 105} = \frac{1}{-33 + 20}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-52} = \frac{y}{-65} = \frac{1}{-13}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = 1 \text{ [প্রতিটিকে -13 দ্বারা গুণ করে]}$$

এখন, $\frac{x}{4} = 1$ | এখন, $\frac{y}{5} = 1$

$\therefore x = 4$ | $\therefore y = 5$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 5)$.

অনুশীলনী ১২.৩

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর :

প্রশ্ন ১ ১ $3x + 4y = 14$

$$4x - 3y = 2$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$3x + 4y = 14 \dots \dots \dots (i)$$

$$4x - 3y = 2 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$4y = 14 - 3x$$

$$\text{বা, } y = \frac{14 - 3x}{4}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	2
y	5	$\frac{7}{2}$	2

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, 5)$, $(0, \frac{7}{2})$, $(2, 2)$

আবার সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$-3y = 2 - 4x$$

$$\text{বা, } 3y = 4x - 2$$

$$\therefore y = \frac{4x - 2}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান

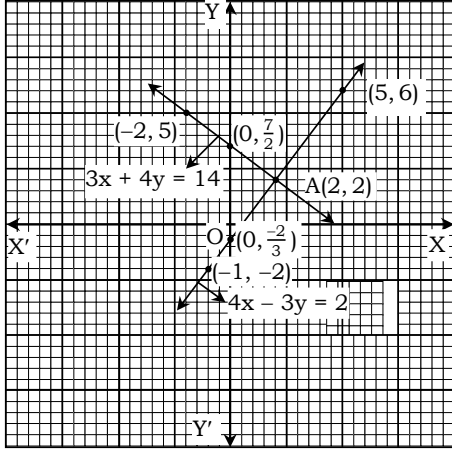
বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-1	0	5
y	-2	$-\frac{2}{3}$	6

\therefore সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-1, -2)$, $(0, -\frac{2}{3})$, $(5, 6)$ ।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।
ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন (i)নং সমীকরণের $(-2, 5)$, $(0, \frac{7}{2})$ ও $(2, 2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। আবার, (ii) নং সমীকরণের $(-1, -2)$, $(0, -\frac{2}{3})$ ও $(5, 6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(2, 2) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ সমাধান : (x, y) = (2, 2)

প্রশ্ন ১২ ২ ২x - y = 1

$$5x + y = 13$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$2x - y = 1 \dots\dots\dots (i)$$

$$5x + y = 13 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $-y = 1 - 2x$

$$\text{বা, } y = 2x - 1$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	-1	3	7

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, -1), (2, 3), (4, 7)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $y = 13 - 5x$

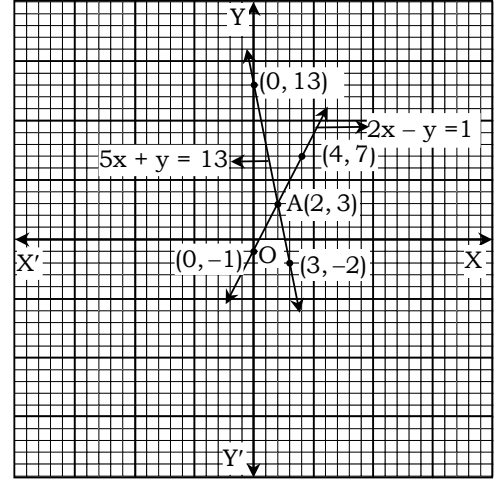
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	3
y	13	3	-2

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 13), (2, 3), (3, -2)।

মনে করি, XOY' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন, (i) নং সমীকরণের (0, -1), (2,3) (4, 7) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $2x - y = 3$ সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (0, 13), (2, 3), (3, -2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেছে এটি $5x + y = 13$ সমীকরণের লেখ। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(2, 3) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ সমাধান: (x, y) = (2, 3)

প্রশ্ন ১৩ ২ ২x + 5y = 1

$$x + 3y = 2$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$2x + 5y = 1 \dots\dots\dots (i)$$

$$x + 3y = 2 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$5y = 1 - 2x$$

$$\therefore y = \frac{1 - 2x}{5}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	3
y	1	1/5	-1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-2, 1), (0, 1/5), (3, -1)।

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$3y = 2 - x$$

$$\therefore y = \frac{2 - x}{3}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

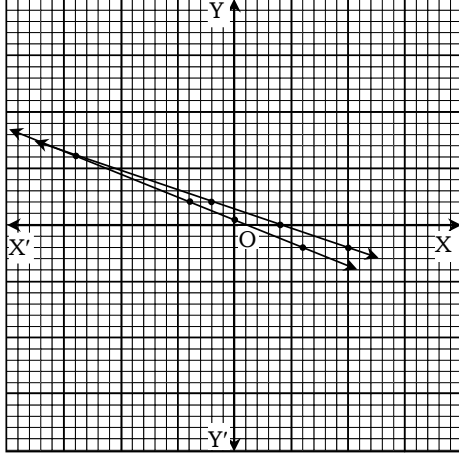
x	-1	2	5
y	1	0	-1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-1, 1), (2, 0), (5, -1)।

মনে করি, XOY' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন (i) নং সমীকরণের (-2, 1), (0, 1/5) ও (3, -1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই $2x + 5y = 1$ সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (-1, 1), (2, 0) ও (5, -1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায়, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(-7, 3) যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ সমাধান : (x, y) = (-7, 3)

প্রশ্ন ১৪ ১ $3x - 2y = 2$

$5x - 3y = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x - 2y = 2$ (i)

$5x - 3y = 5$ (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$-2y = 2 - 3x$

বা, $2y = 3x - 2$

∴ $y = \frac{3x - 2}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	4
y	-4	-1	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-2, -4), (0, -1), (4, 5)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$-3y = 5 - 5x$

বা, $3y = 5x - 5$

∴ $y = \frac{5x - 5}{3}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

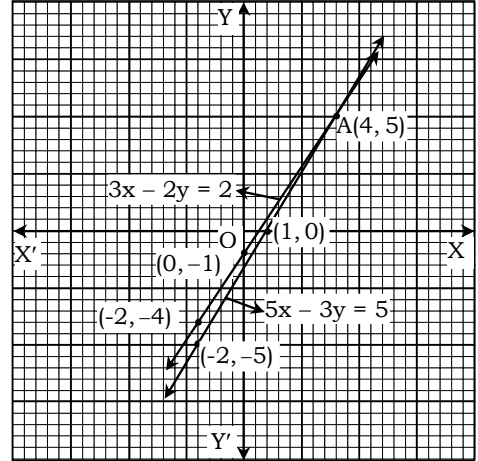
x	-2	1	4
y	-5	0	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-2, -5), (1, 0), (4, 5)

মনে করি, XO'X' ও YO'Y' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন সমীকরণ (i) এর (-2, -4), (0, -1) ও (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই সরলরেখা $3x - 2y = 2$ সমীকরণের লেখ। আবার সমীকরণ (ii) এর (-2, -5), (1, 0) ও (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই

সরলরেখা $5x - 3y = 5$ সমীকরণের লেখ। প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভূজ ও কোটি যথাক্রমে 4 ও 5.

∴ সমাধান (x, y) = (4, 5)

প্রশ্ন ১৫ ১ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

$2x + 3y = 13$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ (i)

$2x + 3y = 13$ (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{y}{3} = 2 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{4 - x}{2}$

বা, $2y = 12 - 3x$

বা, $y = \frac{12 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	6	3	0

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 6) (2, 3), (4, 0)।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

বা, $3y = 13 - 2x$

বা, $y = \frac{13 - 2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

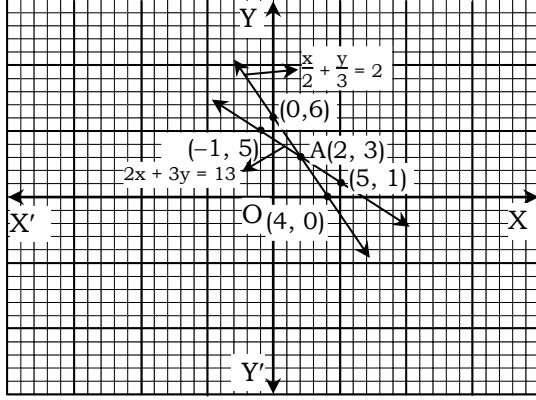
x	-1	2	5
y	5	3	1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (-1, 5) (2, 3) (5, 1)

মনে করি, XO'X' ও YO'Y' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন সমীকরণ (1) এর (0, 6), (2, 3) ও (4, 0) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া

গেল। এটি $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ সমীকরণের লেখ। আবার, সমীকরণ (2) এর $(-1, 5)$, $(2, 3)$ ও $(5, 1)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $2x + 3y = 13$ সমীকরণের লেখ। সমীকরণ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভূজ 2 কোটি 3।

∴ সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

প্রশ্ন ১৬ ১ $3x + y = 6$

$$5x + 3y = 12$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়

$$3x + y = 6 \dots\dots\dots (i)$$

$$5x + 3y = 12 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (1) থেকে পাই,

$$y = 6 - 3x$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	1	4
y	6	3	-6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, 6)$, $(1, 3)$, $(4, -6)$ ।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

$$3y = 12 - 5x$$

$$\text{বা, } y = \frac{12 - 5x}{3}$$

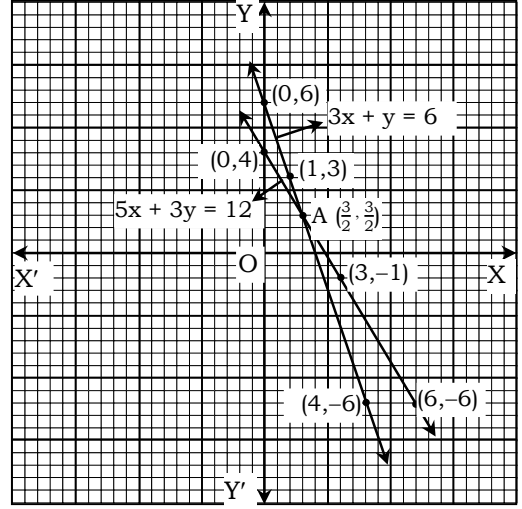
সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	3	6
y	4	-1	-6

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, 4)$, $(3, -1)$, $(6, -6)$ ।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন ছক কাগজে সমীকরণ (1) এর $(0, 6)$, $(1, 3)$ ও $(4, -6)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x + y = 6$ সমীকরণের লেখ। আবার, সমীকরণ (2) এর $(0, 4)$, $(3, -1)$ ও $(6, -6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $5x + 3y = 12$ সমীকরণের লেখ। সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভূজ $\frac{3}{2}$ বা, 1.5 ও কোটি $\frac{3}{2}$ বা, 1.5

∴ সমাধান $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ বা, $(1.5, 1.5)$

প্রশ্ন ১৭ ১ $3x + 2y = 4$

$$3x - 4y = 1$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$$3x + 2y = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$3x - 4y = 1 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$2y = 4 - 3x$$

$$\therefore y = \frac{4 - 3x}{2}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	2
y	5	2	-1

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, 5)$, $(0, 2)$, $(2, -1)$ ।

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$-4y = 1 - 3x$$

$$\text{বা, } 4y = 3x - 1$$

$$\therefore y = \frac{3x - 1}{4}$$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

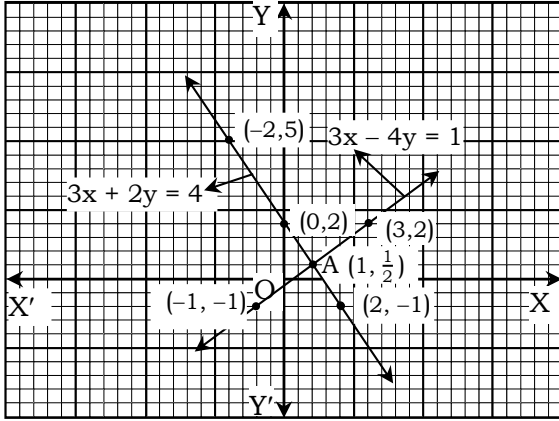
x	-1	1	3
y	-1	$\frac{1}{2}$	2

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-1, -1)$, $\left(1, \frac{1}{2}\right)$, $(3, 2)$ ।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, সমীকরণ (1) এর $(-2, 5)$, $(0, 2)$ ও $(2, -1)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে, একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x + 2y = 4$ সমীকরণের লেখ।

আবার, সমীকরণ (2) এর $(-1, -1)$, $(1, \frac{1}{2})$ ও $(3, 2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x - 4y = 1$ সমীকরণের লেখ। সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভূজ 1 ও কোটি $\frac{1}{2}$ ।

∴ সমাধান $(x, y) = (1, \frac{1}{2})$

প্রশ্ন ১৮ ১ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$

$x + \frac{y}{6} = 3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ (i)

$x + \frac{y}{6} = 3$ (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$\frac{y}{3} = 3 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{6-x}{2}$

বা, $2y = 18 - 3x$

∴ $y = \frac{18-3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	6
y	9	6	0

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(0, 9)$ $(2, 6)$, $(6, 0)$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $\frac{y}{6} = 3 - x$

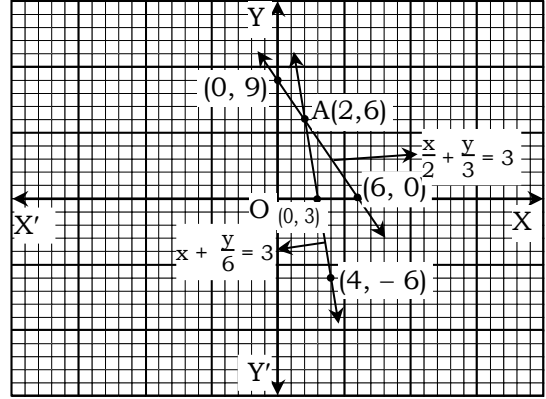
∴ $y = 18 - 6x$

সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	2	3	4
y	6	0	-6

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(2, 6)$ $(3, 0)$, $(4, -6)$ ।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন সমীকরণ (1) এর $(0, 9)$, $(2, 6)$ ও $(6, 0)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ সমীকরণের লেখ। আবার সমীকরণ (2) এর $(2, 6)$, $(3, 0)$ ও $(4, -6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $x + \frac{y}{6} = 3$ সমীকরণের লেখ। সমীকরণ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভূজ 2 কোটি 6।

∴ সমাধান $(x, y) = (2, 6)$

প্রশ্ন ১৯ ১ $3x + 2 = x - 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $3x + 2 = x - 2$

ধরি, $y = 3x + 2$ (i)

এবং $y = x - 2$ (ii)

(1)নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	1
y	-4	2	5

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, -4)$, $(0, 2)$, $(1, 5)$ ।

আবার (2) নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	1	3
y	-4	-1	1

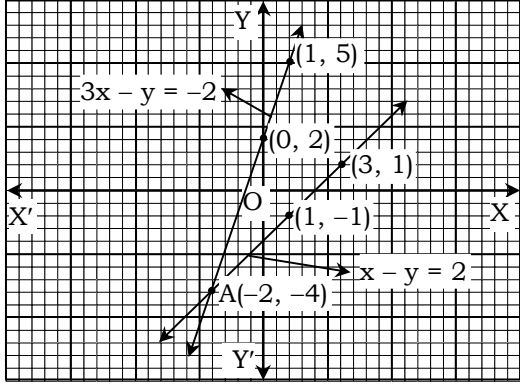
∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-2, -4)$, $(1, -1)$, $(3, 1)$ ।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y- অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, সমীকরণ (1) এর লেখের $(-2, -4)$, $(0, 2)$ ও $(1, 5)$ এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3x + 2$ সমীকরণটির লেখ।

আবার, সমীকরণ (2) এর লেখের $(-2, -4)$, $(1, -1)$ ও $(3, 1)$ এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = x - 2$ সমীকরণটি লেখ।

ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে অর্থাৎ, A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। A এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভূজ = -2.

∴ সমাধান : $x = -2$

প্রশ্ন ১০ ৥ $3x - 7 = 3 - 2x$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $3x - 7 = 3 - 2x$

ধরি, $y = 3x - 7$ (i)

এবং $y = 3 - 2x$ (ii)

সমীকরণ(i)-এ x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	3	5
y	-7	2	8

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, -7), (3, 2), (5, 8)

আবার, (2)নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	0	2	4
y	3	-1	-5

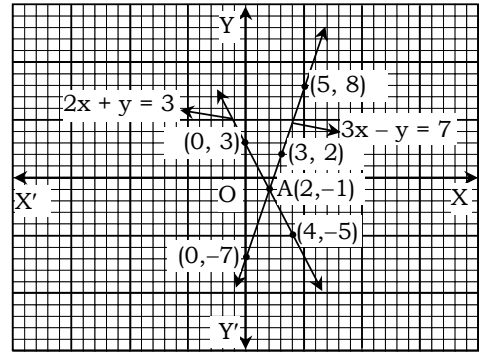
∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 3), (2, -1), (4, -5)।

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

সমীকরণ (1) লেখের (0, -7), (3, 2) ও (5, 8) এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উত্তর দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3x - 7$ সমীকরণটির লেখ।

সমীকরণ (2) লেখের (0, 3), (2, -1) ও (4, -5) এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উত্তর দিকে বর্ধিত করি। এটিই $y = 3 - 2x$ সমীকরণটির লেখ।

ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে অর্থাৎ A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। A এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।



লেখ থেকে দেখা যায়, A বিন্দুর ভূজ = 2.

∴ সমাধান : $x = 2$

অনুশীলনী ১২.৪

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ৥ নিচের কোন শর্তে $ax + by + c = 0$ ও $px + qy + r = 0$

সমীকরণদ্বয় সমান্তরাল ও পরস্পর অনির্ভরশীল হবে?

● $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$ (খ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$ (গ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$ (ঘ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$

প্রশ্ন ২ ৥ $x + y = 4$, $x - y = 2$ হলে, (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

ক. (2, 4) খ. (4, 2) ● (3, 1) ঘ. (1, 3)

প্রশ্ন ৩ ৥ $x + y = 6$ ও $2x = 4$ হলে, y এর মান কত?

ক. 2 ● 4 গ. 6 ঘ. 8

প্রশ্ন ৪ ৥ নিচের কোনটির

জন্য পাশের ছকটি সঠিক?

ক. $y = x - 4$ খ. $y = 8 - x$
 গ. $y = 4 - 2x$ ● $y = 2x - 4$

প্রশ্ন ৫ ৥ $2x - y = 8$ এবং $x - 2y = 4$ হলে, $x + y =$ কত?

ক. 0 ● 4 গ. 8 ঘ. 12

ব্যাখ্যা : $2x - y = 8$

$2x - 4y = 8$

$(-)$ $(+)$ $(-)$

$3y = 0$

∴ $y = 0$

এখন, $2x - 0 = 8$

বা, $2x = 8$ ∴ $x = 4$

∴ $x + y = 4 + 0 = 4$.

প্রশ্ন ৬ ৥ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- $2x - y = 0$ ও $x - 2y = 0$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর নির্ভরশীল।
- $x - 2y + 3 = 0$ সমীকরণের লেখচিত্রে (-3, 0) বিন্দুগামী।
- $3x + 4y = 1$ সমীকরণের লেখচিত্রে একটি সরলরেখা।

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii ● ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ১৭ ১ ১ আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা ২ মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা ২০ মিটার।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক. ১০ খ. ৪ ● ৬ ঘ. ৪

ব্যাখ্যা : ধরি প্রস্থ = x মি. \therefore দৈর্ঘ্য : $(x + 2)$ মি.

প্রশ্নমতে,

$$2(x + x + 2) = 20$$

$$\text{বা, } 2(2x + 2) = 20$$

$$\text{বা, } 4x + 4 = 20$$

$$\text{বা, } 4x = 20 - 4 = 16$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = (4 + 2) \text{ মি.} = 6 \text{ মি.}$$

(২) ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

● ২৪ খ. ৩২ গ. ৪৮ ঘ. ৪০

ব্যাখ্যা : ক্ষেত্রফল = (6×4) বর্গ মি. = ২৪ বর্গ মি.

(৩) ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে ৯০০ টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে?

ক. ৭২০০০ খ. ৪৩২০০ গ. ২৪৮০০ ● ২১৬০০

ব্যাখ্যা : প্রতি বর্গমিটার ৯০০ টাকা হিসেবে মোজাইক করতে মোট খরচ

$$= (900 \times 24) \text{ টাকা}$$

$$= 21600 \text{ টাকা।}$$

সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (৮ - ১৭) :

প্রশ্ন ১৮ ১ কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে ১ যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হবে। আবার, লব ও হরের প্রত্যেকটি থেকে ৫ বিয়োগ করলে

ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হবে। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{y}$$

$$1 \text{ ম শর্তানুসারে, } \frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5} \dots\dots(i)$$

$$2 \text{ য় শর্তানুসারে, } \frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2} \dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$5x + 5 = 4y + 4 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 5x - 4y = 4 - 5$$

$$\therefore 5x - 4y = -1 \dots\dots(iii)$$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$2x - 10 = y - 5 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 2x - y = -5 + 10$$

$$\text{বা, } 2x - y = 5$$

$$\text{বা, } 2x = y + 5$$

$$\therefore x = \frac{y+5}{2} \dots\dots(iv)$$

x এর মান সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$5 \left(\frac{y+5}{2} \right) - 4y = -1$$

$$\text{বা, } \frac{5y + 25 - 8y}{2} = -1$$

$$\text{বা, } 25 - 3y = -2$$

$$\text{বা, } -3y = -2 - 25$$

$$\text{বা, } -3y = -27$$

$$\therefore y = 9 \quad [-3 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

y এর মান সমীকরণ (iv) এ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{9+5}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{14}{2}$$

$$\therefore x = 7$$

$$\text{নির্ণেয় ভগ্নাংশ } \frac{x}{y} = \frac{7}{9}$$

প্রশ্ন ১৯ ১ কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে ১ বিয়োগ ও হরের সাথে ২ যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়। আর লব থেকে ৭ বিয়োগ এবং হর থেকে ২ বিয়োগ করলে

ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{y}$$

$$1 \text{ ম শর্তানুসারে, } \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2} \dots\dots(i)$$

$$2 \text{ য় শর্তানুসারে, } \frac{x-7}{y-2} = \frac{1}{3} \dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$y + 2 = 2x - 2 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } y = 2x - 2 - 2$$

$$\therefore y = 2x - 4 \dots\dots(iii)$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$3x - 21 = y - 2 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 3x - 21 = 2x - 4 - 2 \quad [\because y = 2x - 4]$$

$$\text{বা, } 3x - 2x = 21 - 6$$

$$\therefore x = 15$$

(iii) নং সমীকরণে x -এর মান বসিয়ে পাই,

$$\therefore y = 2 \times 15 - 4$$

$$= 30 - 4$$

$$= 26$$

$$\text{নির্ণেয় ভগ্নাংশটি } \frac{x}{y} = \frac{15}{26}$$

প্রশ্ন ১০ ১ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা ১ বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। সংখ্যাটি কত?

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y .

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10y + x$$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি $10x + y$

$$1 \text{ ম শর্তানুসারে, } x = 3y + 1 \dots\dots(1)$$

$$2 \text{ য় শর্তানুসারে, } 10x + y = 8(x + y) \dots\dots(2)$$

সমীকরণে (2) এ $x = 3y + 1$ বসিয়ে পাই,

$$10(3y + 1) + y = 8(3y + 1 + y)$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 30y + 10 + y &= 24y + 8 + 8y \\ \text{বা, } 31y + 10 &= 32y + 8 \\ \text{বা, } 31y - 32y &= 8 - 10 \text{ [পক্ষান্তর করে]} \\ \text{বা, } -y &= -2 \\ \therefore y &= 2 \quad [-1 \text{ দ্বারা গুণ করে}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই, } x &= 3 \times 2 + 1 \\ &= 6 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সংখ্যাটি} &= 10 \times 2 + 7 \\ &= 20 + 7 \\ &= 27 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১ ১১ ১১ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4; সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তার ও মূল সংখ্যাটির যোগফল 110; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক x
এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y .

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10y + x$$

$$\text{অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি} = 10x + y$$

প্রথম শর্তানুসারে,

$$x - y = 4; \text{ যখন } x > y \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$y - x = 4; \text{ যখন } x < y \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$$10y + x + 10x + y = 110 \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$$x = 4 + y \dots \dots \dots \text{(iv) [যখন } x > y]$$

$$y = 4 + x \dots \dots \dots \text{(v) [যখন } y > x]$$

সমীকরণ (iii) এ x -এর স্থলে $4 + y$ বসাই,

$$10y + 4 + y + 10(4 + y) + y = 110$$

$$\text{বা, } 10y + 4 + y + 40 + 10y + y = 110$$

$$\text{বা, } 22y = 110 - 40 - 4$$

$$\text{বা, } 22y = 66$$

$$\text{বা, } y = \frac{66}{22}$$

$$\therefore y = 3$$

সমীকরণ (iv) এ y এর মান বসাই;

$$x = 4 + 3 = 7$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10 \times 3 + 7 = 30 + 7 = 37$$

আবার সমীকরণ (iii) এর y এর স্থলে $4 + x$ বসাই,

$$10(4 + x) + x + 10x + 4 + x = 110$$

$$\text{বা, } 40 + 10x + x + 10x + 4 + x = 110$$

$$\text{বা, } 22x + 44 = 110$$

$$\text{বা, } 22x = 110 - 44$$

$$\text{বা, } 22x = 66$$

$$\therefore x = 3 \quad [\text{উভয়পক্ষকে 22 দিয়ে ভাগ করে}]$$

x এর মান সমীকরণ (v) এ বসাই,

$$y = 4 + 3 = 7$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10 \times 7 + 3 = 70 + 3 = 73$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 73 বা 37.

প্রশ্ন ১২ ১২ ১২ মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : মনে করি, দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি x বছর

এবং মাতার বর্তমান বয়স $4x$ বছর

$$5 \text{ বছর পর মাতার বয়স হবে} = (4x + 5) \text{ বছর}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং 5 বছর পর দুই কন্যার বয়স হবে} &= (x + 2 \times 5) \text{ বছর} \\ &= (x + 10) \text{ বছর} \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 4x + 5 = 2(x + 10)$$

$$\text{বা, } 4x + 5 = 2x + 20$$

$$\text{বা, } 4x - 2x = 20 - 5$$

$$\text{বা, } 2x = 15$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{2}$$

$$\therefore x = 7\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{মাতার বর্তমান বয়স} = \left(4 \times 7\frac{1}{2}\right) \text{ বছর} = \left(4 \times \frac{15}{2}\right) \text{ বছর} = 30 \text{ বছর}$$

অতএব, মাতার বর্তমান বয়স 30 বছর। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ ১৩ ১৩ একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হতো। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হতো। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

$$\therefore \text{আয়তটির ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$1 \text{ম শর্তানুসারে, } xy - (x - 5)(y + 3) = 9 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$2 \text{য় শর্তানুসারে, } (x + 3)(y + 2) - xy = 67 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$xy - (xy - 5y + 3x - 15) = 9$$

$$\text{বা, } xy - xy + 5y - 3x + 15 = 9$$

$$\text{বা, } 5y - 3x = 9 - 15$$

$$\text{বা, } 5y - 3x = -6$$

$$\text{বা, } 5y = 3x - 6 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\therefore y = \frac{3x - 6}{5} \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$xy + 3y + 2x + 6 - xy = 67$$

$$\text{বা, } 3y + 2x = 67 - 6 = 61 \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

সমীকরণ (iv) এ y এর স্থলে $\frac{3x - 6}{5}$ বসাই,

$$3 \times \frac{3x - 6}{5} + 2x = 61$$

$$\text{বা, } 9x - 18 + 10x = 305 \quad [\text{উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } 19x = 305 + 18$$

$$\text{বা, } 19x = 323$$

$$\text{বা, } x = \frac{323}{19}$$

$$\therefore x = 17$$

সমীকরণ (iii)-এ x এর মান বসাই,

$$y = \frac{3 \times 17 - 6}{5} = \frac{51 - 6}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার।

প্রশ্ন ১৪ ৥ একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় 15 কি.মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘণ্টায় 5 কি.মি.। নৌকার ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় x কি.মি.

এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় y কি.মি.

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 15$ (i)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 5$ (ii)

[যেহেতু স্রোতের অনুকূলে বেগ = দাঁড়ের বেগ + স্রোতের বেগ এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ = দাঁড়ের বেগ - স্রোতের বেগ]

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$x = 15 - y \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (ii) এ x এর স্থলে $15 - y$ বসাই,

$$15 - y - y = 5$$

$$\text{বা, } -2y = 5 - 15$$

$$\text{বা, } -2y = -10$$

$$\text{বা, } y = \frac{-10}{-2}$$

$$\therefore y = 5$$

সমীকরণ (iii)-এ y এর মান বসাই,

$$x = 15 - 5$$

$$= 10$$

নির্ণেয় স্রোতের বেগ ঘণ্টায় 5 কি.মি. এবং নৌকার বেগ 10 কি.মি./ঘণ্টা।

প্রশ্ন ১৫ ৥ একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতনবৃদ্ধি পান। তার মাসিক বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা হয়। তার চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, চাকরি শুরুর বেতন x টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ y টাকা।

4 বছরে বেতন বৃদ্ধি পায় = $4y$ টাকা

এবং 8 বছরে বেতন বৃদ্ধি পায় = $8y$ টাকা

১ম শর্তানুসারে $x + 4y = 4500$ (i)

২য় শর্তানুসারে $x + 8y = 5000$ (ii)

সমীকরণ (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$x + 8y - x - 4y = 5000 - 4500$$

$$\text{বা, } 4y = 500$$

$$\text{বা, } y = \frac{500}{4}$$

$$\therefore y = 125$$

y এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x + 4 \times 125 = 4500$$

$$\text{বা, } x + 500 = 4500$$

$$\text{বা, } x = 4500 - 500$$

$$\therefore x = 4000$$

সুতরাং চাকরি শুরুর বেতন 4000 টাকা এবং বার্ষিক বেতনবৃদ্ধি 125 টাকা।

প্রশ্ন ১৬ ৥ একটি সরল সমীকরণজোড় $x + y = 10$

$$3x - 2y = 0$$

ক. দেখাও যে, সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস। এর কয়টি সমাধান আছে?

খ. সমীকরণজোড়টি সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. প্রদত্ত সমীকরণজোড় $x + y = 10$

$$3x - 2y = 0$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{3}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{-2}$

$\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{-1}{2}$ সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস। (দেখানো হলো)

ধুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{10}{0}$

আবার, যেহেতু, $\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{2} \neq \frac{10}{0}$ $\left[\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \right]$

সুতরাং যোগ্যতার শর্তানুযায়ী সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল।

অতএব, এর একটিমাত্র সমাধান আছে।

খ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $x + y = 10$ (i)

$$3x - 2y = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) এর সাথে যোগ করে পাই,

$$2x + 2y = 20$$

$$3x - 2y = 0$$

$$\text{(+) করে, } 5x = 20$$

$$\text{বা, } x = \frac{20}{5}$$

$$\therefore x = 4$$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই, $4 + y = 10$

$$\text{বা, } y = 10 - 4$$

$$\therefore y = 6$$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (4, 6)

গ. প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় $x + y = 10$ (i)

$$3x - 2y = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) হতে পাই, $y = 10 - x$

এ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিশদ স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

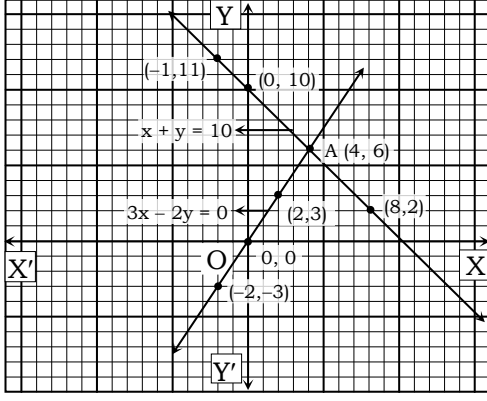
x	-1	0	4	8
y	11	10	6	2

আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই, $2y = 3x$

$$\therefore y = \frac{3}{2}x$$

এ সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিশদ স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	-2	0	2	4
y	-3	0	3	6



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x -অক্ষ ও y -অক্ষ
ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) থেকে প্রাপ্ত লেখের $(-1, 11)$ $(0, 10)$, $(4, 6)$, $(8, 2)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরপর যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। আবার, সমীকরণ (ii) থেকে প্রাপ্ত লেখের $(-2, -3)$, $(0, 0)$, $(2, 3)$, $(4, 6)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে এগুলো পরস্পর সংযুক্ত করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে ΔAOB গঠন করেছে। যার ভূমি 10 একক এবং উচ্চতা 6 একক।

$$\therefore \Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 6\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 30 \text{ বর্গ একক। (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ১৭ ১১ কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

- ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোট গঠন কর।
খ. সমীকরণজোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত?
গ. সমীকরণজোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{y}$$

$$1\text{ম শর্তানুসারে, } \frac{x+7}{y} = 2 \dots\dots\dots (i)$$

$$2\text{য় শর্তানুসারে, } \frac{x}{y-2} = 1 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{নির্ণেয় সমীকরণজোট, } \frac{x+7}{y} = 2$$

$$\frac{x}{y-2} = 1$$

খ. সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$x + 7 = 2y \text{ [আড়গুণন করে]}$$

$$\text{বা, } x - 2y + 7 = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$x = y - 2$$

$$\text{বা, } x - y + 2 = 0 \dots\dots\dots (iv)$$

সমীকরণ (ii) ও (iv) হতে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-2) \times 2 - (-1) \times 7} = \frac{y}{1 \times 7 - 1 \times 2} = \frac{1}{1 \times (-1) - 1 \times (-2)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-4 + 7} = \frac{y}{7 - 2} = \frac{1}{-1 + 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{x}{3} = 1$$

$$\text{আবার, } \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$$

$$\text{বা, } x = 3$$

$$\text{বা, } y = 5$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore y = 5$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 5)$

$$\text{এবং ভগ্নাংশটি} = \frac{3}{5}$$

গ. সমীকরণ (iii) হতে পাই, $-2y = -x - 7$

$$\text{বা, } 2y = x + 7 \text{ [-1 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\therefore y = \frac{x+7}{2}$$

এ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

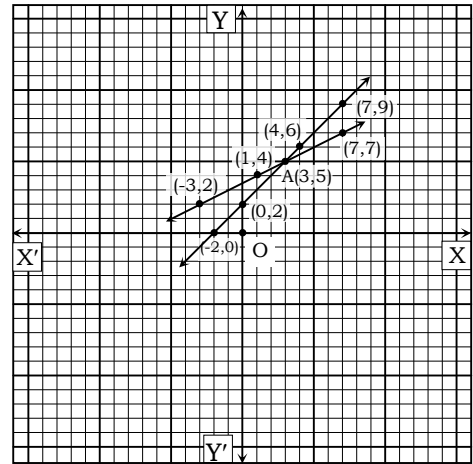
x	-3	1	3	7
y	2	4	5	7

আবার, সমীকরণ (iv) হতে পাই, $-y = -x - 2$

$$\text{বা, } y = x + 2$$

এ সমীকরণে লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	-2	0	4	7
y	0	2	6	9



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x -অক্ষ ও y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।
ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (3) থেকে পাই $(-3, 2)$, $(1, 4)$, $(3, 5)$ ও $(7, 7)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি ও বিন্দুগুলো পরপর যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই সমীকরণ (3) এর লেখ। আবার, সমীকরণ (4) থেকে প্রাপ্ত লেখের $(-2, 0)$, $(0, 2)$, $(4, 6)$ ও $(7, 9)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই সমীকরণ (4) এর লেখ।
(3) ও (4) সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 5)$ (খ) নং এর প্রাপ্ত মানের সাথে (গ) নং এর মানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

