প্রথম অধ্যায়

বাস্তব সংখ্যা

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ প্রমাণ কর যে, (ক) $\sqrt{5}$ (খ) $\sqrt{7}$ (গ) $\sqrt{10}$ প্রত্যেকে অমূলদ সংখ্যা

সমাধান : (ক) এখানে, $2^2 = 4$; $3^2 = 9$ এবং $(\sqrt{5})^2 = 5$

সুতরাং $\sqrt{5}$, 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব, $\sqrt{5}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। অর্থাৎ $\sqrt{5}$ মূলদ বা অমূলদ সংখ্যা।

মনে করি, $\sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, $q \neq 0$ এবং p, q সহমৌলিক, $q > 1$·

বা, $5 = \frac{p^2}{q^2}$; বর্গ করে

বা, $5q = \frac{p^2}{q}$; উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে।

এখানে, 5q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

সুতরাং, 5q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $5q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{5}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,

অর্থাৎ, $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

(খ) এখানে, $4 < 7 < 9$

বা, $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

বা, $2 < \sqrt{7} < 3$

$\therefore \sqrt{7}$, 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা

অতএব, $\sqrt{7}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, অর্থাৎ $\sqrt{7}$ মূলদ বা অমূলদ সংখ্যা

মনে করি, $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{7} = \frac{p}{q}$; যেখানে p, q স্বাভাবিক সংখ্যা $q \neq 0$ এবং p,q সহমৌলিক, $q > 1$

বা, $7 = \frac{p^2}{q^2}$; উভয় পক্ষকে বর্গ করে

বা, $7q = \frac{p^2}{q}$; উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে।

এখানে, 7q স্পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore$ 7q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $7q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{7}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারে কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অর্থাৎ, $\sqrt{7} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা **(প্রমাণিত)**

(গ) এখানে, $9 < 10 < 16$

বা, $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$

বা, $3 < \sqrt{10} < 4$

$\therefore \sqrt{10}$, 3 অপেক্ষা বড় কিন্তু 4 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব, $\sqrt{10}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, অর্থাৎ $\sqrt{10}$ মূলদ বা অমূলদ সংখ্যা

মনে করি, $\sqrt{10}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{10} = \frac{p}{q}$; যেখানে p, q স্বাভাবিক সংখ্যা, $q \neq 0$ এবং p, q সহমৌলিক, $q > 1$

বা, $10 = \frac{p^2}{q^2}$; উভয় পক্ষকে বর্গ করে

বা, $10q = \frac{p^2}{q}$; উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে।

এখানে, 10q পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore$ 10q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না। অর্থাৎ $10q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{10}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,

অর্থাৎ $\sqrt{10} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{10}$ একটি অমূলদ সংখ্যা **(প্রমাণিত)**

২। **(ক) 0·31 এবং 0·12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।**

সমাধান : মনে করি, একটি সংখ্যা, a = 0·30300300030·····

এবং অপর সংখ্যা, b = 0·2020020002······

স্পষ্টত : a ও b উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই 0·31 অপেক্ষা ছোট এবং 0·12 অপেক্ষা বড়

অর্থাৎ, $0·31 > 0·3030030003········ > 0·12$

এবং $0·31 > 0·2020020002······ > 0·12$

আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা, যা 0·31 এবং 0·12 এর মাঝে অবস্থিত।

নির্ণেয় সংখ্যা, 0·3030030003············

এবং 0·2020020002·············

[বি. দ্র. : এরূপ অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।]

(খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং $\sqrt{2}$ এর মধ্যে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে পাই,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}7071 \text{ এবং } \sqrt{2} = 1{\cdot}4142$$

মনে করি, একটি সংখ্যা $a = \frac{7}{5} = 1{\cdot}4$

এবং অপর সংখ্যা $b = 1{\cdot}404004000400004\cdots$

স্পষ্টত : a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\frac{1}{\sqrt{2}}$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{2}$ অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ, $0{\cdot}7071 < 1{\cdot}4 \cdots\cdots < 1{\cdot}4142$

এবং $0{\cdot}7071 < 1{\cdot}404004000400004\cdots < 1{\cdot}4142$

আবার, a কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

এখন, 0·7071 ও 1·4142 এর মাঝে a ও b অবস্থিত এবং a মূলদ সংখ্যা ও b অমূলদ সংখ্যা।

শর্তমতে, a মূলদ সংখ্যা ও b অমূলদ সংখ্যা যা 0·7071 এবং 1·4142 এর মাঝে অবস্থিত।

নির্ণেয় মূলদ সংখ্যা, $\frac{7}{5}$ বা, 1·4

এবং অমূলদ সংখ্যা 1·404004000400004 ·····

[বি. দ্র. : এরূপ অসংখ্য মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।]

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ (ক) প্রমাণ কর যে, যেকোনো বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।

সমাধান : মনে করি, n একটি বিজোড় সংখ্যা

$\therefore$ $n = 2x - 1$; যেখানে x একটি পূর্ণ সংখ্যা

$\therefore$ $n^2 = (2x-1)^2$; উভয়পক্ষকে বর্গ করে

$= (2x)^2 - 2{\cdot}2x{\cdot}1 + (1)^2$

$= 4x^2 - 4x + 1 = 4x(x-1) + 1$

এখানে, $4x(x-1)$ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য। অর্থাৎ জোড় সংখ্যা।

$\therefore$ $4x(x-1) + 1$ সংখ্যাটি বিজোড় সংখ্যা।

অতএব, n^2 বিজোড় সংখ্যা।

সুতরাং সকল বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা **(প্রমাণিত)**

(খ) প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 (আট) দ্বারা বিভাজ্য।

সমাধান : মনে করি, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা যথাক্রমে 2x ও 2x + 2

ক্রমিক সংখ্যা দুইটির গুণফল, $2x \times (2x + 2)$; যেখানে x যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।

$\therefore$ $2x \times (2x+2) = 2x\,(2x+2) = 4x^2 + 4x = 4x\,(x+1)$

এখানে, x ও x + 1 দুইটি ক্রমিক সংখ্যা। সুতরাং এদের একটি জোড় সংখ্যা হবেই।

$\therefore$ $x(x+1)$ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

$\therefore$ $4x(x+1)$ সংখ্যাটি 4×2 বা 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অতএব, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

সুতরাং x এর স্বাভাবিক মান নির্বিশেষে 8 দ্বারা $4x(x+1)$ সংখ্যাটি বিভাজ্য হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{1}{6}$

সমাধান :

$\frac{1}{6}$ = 6) 10 (0·16666
6
40
36
40
36
40
36
40
36
4

লক্ষ করি, ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করে দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত করার সময় ভাগের প্রক্রিয়া শেষ হয় নাই। দেখা যায় যে, ভাগফলে একই সংখ্যা 6 বার বার আসে।

এখানে 0·16666······ একটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = $0{\cdot}16666\cdots\cdots = 0{\cdot}1\dot{6}$

(খ) $\frac{7}{11}$

সমাধান :

$\frac{7}{11}$ = 11) 70 (0·636363····
66
40
33
70
66
40
33
70
66
4

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $0{\cdot}636363\cdots = 0{\cdot}\dot{6}\dot{3}$

(গ) $3\frac{2}{9}$

সমাধান :

$3\frac{2}{9} = \frac{29}{9}$ = 9) 29 (3·2222
27
20
18
20
18
20
18
20
18
2

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $3{\cdot}2222\cdots = 3{\cdot}\dot{2}$

(ঘ) $3\frac{8}{15}$

সমাধান : $3\frac{8}{15} = \frac{3 \times 15 + 8}{15} = \frac{45 + 8}{15} = \frac{53}{15}$

$\frac{53}{15}$ = 15) 53 (3·53333

```
15 ) 53 (3·53333
     45
     ---
      80
      75
      ---
       50
       45
       ---
        50
        45
        ---
         50
         45
         ---
          50
          45
          ---
           5
```

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $3{\cdot}53333\cdots = 3{\cdot}5\dot{3}$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) **$0{\cdot}\dot{2}$**

সমাধান : $0{\cdot}\dot{2} = {\cdot}2222\cdots\cdots$

$0{\cdot}\dot{2} \times 10 = 0{\cdot}222\cdots \times 10 = 2{\cdot}222\cdots$

এবং $0{\cdot}\dot{2} \times 1 = 0{\cdot}222\cdots \times 1 = 0{\cdot}222\cdots$

(বিয়োগ করে) $0{\cdot}\dot{2} \times 10 - 0{\cdot}\dot{2} \times 1 = 2$

বা, $0{\cdot}\dot{2}\,(10 - 1) = 2$

বা, $0{\cdot}\dot{2} \times 9 = 2$

অতএব, $0{\cdot}\dot{2} = \frac{2}{9}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{2}{9}$

(খ) **$0{\cdot}\dot{3}\dot{5}$**

সমাধান : $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} = 0{\cdot}353535\cdots\cdots$

$0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times 100 = 0{\cdot}353535\cdots \times 100 = 35{\cdot}353535\cdots$

এবং $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times 1 = 0{\cdot}353535\cdots \times 1 = 0{\cdot}353535\cdots$

(বিয়োগ করে) $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times (100 - 1) = 35$

বা, $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times 99 = 35$

$\therefore\ 0{\cdot}\dot{3}\dot{5} = \frac{35}{99}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{35}{99}$

(গ) **$0{\cdot}1\dot{3}$**

সমাধান : $0{\cdot}1\dot{3} = 0{\cdot}13333\cdots\cdots$

$0{\cdot}1\dot{3} \times 100 = 0{\cdot}13333\cdots \times 100 = 13{\cdot}333$

এবং $0{\cdot}1\dot{3} \times 10 = 0{\cdot}1333\cdots \times 10 = 1{\cdot}333$

(বিয়োগ করে) $0{\cdot}1\dot{3} \times (100 - 10) = 13 - 1$

বা, $0{\cdot}1\dot{3} \times 90 = 12$ বা, $0{\cdot}1\dot{3} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{2}{15}$

(ঘ) **$3{\cdot}7\dot{8}$**

সমাধান : $3{\cdot}7\dot{8} = 3{\cdot}78888\cdots\cdots$

$3{\cdot}7\dot{8} \times 100 = 3{\cdot}78888\cdots \times 100 = 378{\cdot}8888\cdots$

এবং $3{\cdot}7\dot{8} \times 10 = 3{\cdot}78888\cdots \times 10 = 37{\cdot}8888\cdots$

(বিয়োগ করে) $3{\cdot}7\dot{8} \times (100 - 10) = 378 - 37$

বা, $3{\cdot}7\dot{8} \times 90 = 341$ বা, $3{\cdot}7\dot{8} = \frac{341}{90} = 3\frac{71}{90}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $3\frac{71}{90}$

(ঙ) **$6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9}$**

সমাধান : $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} = 6{\cdot}2309309309\cdots\cdots$

$6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times 10000 = 6{\cdot}2309309309\cdots \times 10000 = 62309{\cdot}309309\cdots$

এবং $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times 10 = 6{\cdot}2309309309\cdots \times 10 = 62{\cdot}309309309\cdots$

(বিয়োগ করে) $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times (10000 - 10) = 62309 - 62$

বা, $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times 9990 = 62247$

বা, $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} = \frac{62247}{9990} = \frac{20749}{3330} = 6\frac{769}{3330}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $6\frac{769}{3330}$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) **$2{\cdot}\dot{3}$, $5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$**

সমাধান : $2{\cdot}\dot{3}$, $5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0, 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 ও 2। সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 হবে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে যথাক্রমে 1 ও 2 এর ল· সা· গু· 2। অর্থাৎ সদৃশ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যার দশমিকের পরে মোট সংখ্যা (1 + 2) = 3টি।

সুতরাং $2{\cdot}\dot{3} = 2{\cdot}3\dot{3}\dot{3}$

$5{\cdot}2\dot{3}\dot{5} = 5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $2{\cdot}3\dot{3}\dot{3}$, $5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$

(খ) **$7{\cdot}2\dot{6}$, $4{\cdot}23\dot{7}$**

সমাধান : $7{\cdot}2\dot{6}$ ও $4{\cdot}23\dot{7}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2 । এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা $4{\cdot}23\dot{7}$ দশমিকে বেশি এবং এ সংখ্যা হলো 2। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 হবে। $7{\cdot}2\dot{6}$ ও $4{\cdot}23\dot{7}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1। 1 ও 1এর ল· সা· গু· হলো 1। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 হবে।

সুতরাং $7{\cdot}2\dot{6} = 7{\cdot}26\dot{6}$,

$4{\cdot}23\dot{7} = 4{\cdot}23\dot{7}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $7{\cdot}26\dot{6}$,$4{\cdot}23\dot{7}$

(গ) **$5{\cdot}\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}\dot{4}$, $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5}$**

সমাধান : $5{\cdot}\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে, 0, 0 ও 0। এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা 0। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 0 হবে। $5{\cdot}\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের সংখ্যা যথাক্রমে 1, 2 ও 3। 1, 2 ও 3 এর ল·সা·গু· হলো 6। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 6 হবে।

সুতরাং $5{\cdot}\dot{7} = 5{\cdot}\dot{7}7777\dot{7}$,

$8{\cdot}\dot{3}\dot{4} = 8{\cdot}\dot{3}4343\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5} = 6{\cdot}\dot{2}4524\dot{5}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $5{\cdot}\dot{7}7777\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}4343\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4524\dot{5}$

(ঘ) $12\cdot32, 2\cdot1\dot{9}, 4\cdot32\dot{5}\dot{6}$

সমাধান : $12\cdot32$ এ অনাবৃত্ত অংশ বলতে দশমিক বিন্দুর পরে 2টি অঙ্ক এখানে আবৃত্ত অংশ নেই। $2\cdot1\dot{9}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1, $4\cdot32\dot{5}\dot{6}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2। এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সবচেয়ে বেশি হলো 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 ও 2 এর ল· সা· গু· 2। প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$\therefore\ 12\cdot32 = 12\cdot32\dot{0}\dot{0}$

$2\cdot1\dot{9} = 2\cdot19\dot{9}\dot{9}$

ও $4\cdot32\dot{5}\dot{6} = 4\cdot32\dot{5}\dot{6}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $12\cdot32\dot{0}\dot{0}$, $2\cdot19\dot{9}\dot{9}$ ও $4\cdot32\dot{5}\dot{6}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ যোগ কর :

(ক) $0\cdot4\dot{5} + 0\cdot13\dot{4}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1।

$$\begin{array}{rrl|l} \therefore & 0\cdot4\dot{5} & = 0\cdot45\dot{5} & 5 \\ & 0\cdot13\dot{4} & = 0\cdot13\dot{4} & 4 \\ \hline & & 0\cdot58\dot{9} & 9 \end{array}$$

$\therefore\ 0\cdot4\dot{5} + 0\cdot13\dot{4} = 0\cdot58\dot{9}$

নির্ণেয় যোগফল $0\cdot58\dot{9}$

(খ) $2\cdot0\dot{5} + 8\cdot0\dot{4} + 7\cdot018$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক হবে 1 ও 1 এর ল·সা·গু· 1।

প্রথমে তিনটি আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ করা হয়েছে।

$$\begin{array}{lcr|l} 2\cdot0\dot{5} & = & 2\cdot055\dot{5} & 5 \\ 8\cdot0\dot{4} & = & 8\cdot044\dot{4} & 4 \\ 7\cdot018 & = & 7\cdot018\dot{0} & 0 \\ \hline & & 17\cdot117\dot{9} & 9 \end{array}$$

$\therefore\ 2\cdot0\dot{5} + 8\cdot0\dot{4} + 7\cdot018 = 17\cdot117\dot{9}$

নির্ণেয় যোগফল $17\cdot117\dot{9}$

(গ) $0\cdot00\dot{6} + 0\cdot\dot{9}\dot{2} + 0\cdot0\dot{1}3\dot{4}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক হবে 1, 2 ও 3 এর ল·সা·গু· 6।

প্রথমে তিনটি আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ করা হয়েছে।

$$\begin{array}{lcr|l} 0\cdot00\dot{6} & = & 0\cdot00\dot{6}6666\dot{6} & 66 \\ 0\cdot\dot{9}\dot{2} & = & 0\cdot92\dot{9}2929\dot{2} & 92 \\ 0\cdot0\dot{1}3\dot{4} & = & 0\cdot01\dot{3}4134\dot{1} & 34 \\ \hline & & = 0\cdot94\dot{9}3730\dot{0} & 92 \end{array}$$

$\therefore\ 0\cdot00\dot{6} + 0\cdot\dot{9}\dot{2} + 0\cdot\dot{1}3\dot{4} = 0\cdot94\dot{9}3730\dot{0}$

নির্ণেয় যোগফল $0\cdot94\dot{9}3730\dot{0}$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ বিয়োগ কর :

(ক) $3\cdot\dot{4} - 2\cdot1\dot{3}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$\begin{array}{lr|l} 3\cdot\dot{4} & = 3\cdot4\dot{4} & 44 \\ 2\cdot1\dot{3} & = 2\cdot1\dot{3} & 33 \\ \hline & 1\cdot3\dot{1} & 11 \end{array}$$

$\therefore\ 3\cdot\dot{4} - 2\cdot1\dot{3} = 1\cdot3\dot{1}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $1\cdot3\dot{1}$

(খ) $5\cdot\dot{1}\dot{2} - 3\cdot4\dot{5}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 1 এর ল·সা·গু· 2। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$\begin{array}{lcr|l} 5\cdot\dot{1}\dot{2} & = & 5\cdot1\dot{2}\dot{1} & 21 \\ 3\cdot4\dot{5} & = & 3\cdot4\dot{5}\dot{5} & 55 \\ \hline & = & 1\cdot6\dot{6}\dot{5} & 66 \end{array}$$

$\therefore\ 5\cdot\dot{1}\dot{2} - 3\cdot4\dot{5} = 1\cdot6\dot{6}\dot{5}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $1\cdot6\dot{6}\dot{5}$

(গ) $8\cdot49 - 5\cdot3\dot{5}\dot{6}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$\begin{array}{lcr|l} 8\cdot49 & = & 8\cdot49\dot{0}\dot{0} & 00 \\ 5\cdot3\dot{5}\dot{6} & = & 5\cdot35\dot{6}\dot{5} & 65 \\ \hline & = & 3\cdot13\dot{3}\dot{4} & 35 \end{array}$$

$\therefore\ 8\cdot49 - 5\cdot3\dot{5}\dot{6} = 3\cdot13\dot{3}\dot{4}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $3\cdot13\dot{3}\dot{4}$

(ঘ) $19\cdot34\dot{5} - 13\cdot2\dot{3}4\dot{9}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 ও 3 এর ল·সা·গু· 3। এখন আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$\begin{array}{lcr|l} 19\cdot34\dot{5} & = & 19\cdot34\dot{5}5\dot{5} & 55 \\ 13\cdot2\dot{3}4\dot{9} & = & 13\cdot23\dot{4}9\dot{3} & 49 \\ \hline & = & 6\cdot11\dot{0}6\dot{2} & 06 \end{array}$$

$\therefore\ 19\cdot34\dot{5} - 13\cdot2\dot{3}4\dot{9} = 6\cdot11\dot{0}6\dot{2}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $6\cdot11\dot{0}6\dot{2}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ গুণ কর :

(ক) $0\cdot\dot{3} \times 0\cdot\dot{6}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0\cdot\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0\cdot\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore\ 0\cdot\dot{3} \times 0\cdot\dot{6} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} = 0\cdot\dot{2}$$

নির্ণেয় গুণফল $0\cdot\dot{2}$

(খ) $2\cdot\dot{4} \times 0\cdot\dot{8}\dot{1}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$2\cdot\dot{4} = \frac{24 - 2}{9} = \frac{22}{9}$$

$$0\cdot\dot{8}\dot{1} = \frac{81 - 0}{99} = \frac{81}{99} = \frac{9}{11}$$

$$\therefore\ 2{\cdot}\dot{4} \times 0{\cdot}\dot{8}\dot{1} = \frac{22^{2}}{9_{1}} \times \frac{9^{1}}{11_{1}} = 2$$

নির্ণেয় গুণফল 2

(গ) $0{\cdot}6\dot{2} \times 0{\cdot}\dot{3}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0{\cdot}6\dot{2} = \frac{62-6}{90} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}$$

$$0{\cdot}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore\ 0{\cdot}6\dot{2} \times 0{\cdot}\dot{3} = \frac{28}{45} \times \frac{1}{3} = \frac{28}{135}$$

$$= 0{\cdot}207407407\cdots\cdots = 0{\cdot}2\dot{0}7\dot{4}$$

নির্ণেয় গুণফল $0{\cdot}2\dot{0}7\dot{4}$

(ঘ) $42{\cdot}\dot{1}\dot{8} \times 0{\cdot}2\dot{8}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$42{\cdot}\dot{1}\dot{8} = \frac{4218-42}{99} = \frac{4176}{99}$$

$$0{\cdot}2\dot{8} = \frac{28-2}{90} = \frac{26}{90}$$

$$\therefore\ 42{\cdot}\dot{1}\dot{8} \times 0{\cdot}2\dot{8} = \frac{4176^{232}}{99} \times \frac{26}{90_{5}}$$

$$= \frac{6032}{495} = 12{\cdot}18585858\cdots\cdots = 12{\cdot}1\dot{8}\dot{5}$$

নির্ণেয় গুণফল $12{\cdot}1\dot{8}\dot{5}$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ ভাগ কর :

(ক) $0{\cdot}\dot{3} \div 0{\cdot}\dot{6}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0{\cdot}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0{\cdot}\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore\ 0{\cdot}\dot{3} \div 0{\cdot}\dot{6} = \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} = 0{\cdot}5$$

নির্ণেয় ভাগফল 0·5

(খ) $0{\cdot}3\dot{5} \div 1{\cdot}\dot{7}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0{\cdot}3\dot{5} = \frac{35-3}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$$

$$1{\cdot}\dot{7} = \frac{17-1}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\therefore\ 0{\cdot}3\dot{5} \div 1{\cdot}\dot{7} = \frac{16}{45} \div \frac{16}{9} = \frac{16^{1}}{45_{5}} \times \frac{9^{1}}{16_{1}} = \frac{1}{5} = 0{\cdot}2$$

নির্ণেয় ভাগফল 0·2

(গ) $2{\cdot}3\dot{7} \div 0{\cdot}4\dot{5}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$2{\cdot}3\dot{7} = \frac{237-23}{90} = \frac{214}{90}$$

$$0{\cdot}4\dot{5} = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90}$$

$$\therefore\ 2{\cdot}3\dot{7} \div 0{\cdot}4\dot{5} = \frac{214}{90} \div \frac{41}{90} = \frac{214}{90_{1}} \times \frac{90^{1}}{41}$$

$$= \frac{214}{41} = 5{\cdot}2195121951\cdots$$

$$= 5{\cdot}\dot{2}195\dot{1}$$

নির্ণেয় ভাগফল $5{\cdot}\dot{2}195\dot{1}$

(ঘ) $1{\cdot}\dot{1}8\dot{5} \div 0{\cdot}\dot{2}\dot{4}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$1{\cdot}\dot{1}8\dot{5} = \frac{1185-1}{999} = \frac{1184}{999}$$

$$0{\cdot}\dot{2}\dot{4} = \frac{24}{99}$$

$$\therefore\ 1{\cdot}\dot{1}8\dot{5} \div 0{\cdot}\dot{2}\dot{4} = \frac{1184}{999} \div \frac{24}{99}$$

$$= \frac{1184^{148}}{999_{111}} \times \frac{99^{11}}{24_{3}}$$

$$= \frac{1628}{333} = 4{\cdot}888\cdots\cdots = 4{\cdot}\dot{8}$$

নির্ণেয় ভাগফল $4{\cdot}\dot{8}$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ বর্গমূল নির্ণয় কর (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূলগুলোর আসন্ন মান লেখ :

(ক) 12

সমাধান : 12 এর বর্গমূল = $\sqrt{12}$

এখন,

$$\begin{array}{r|l|l}
3 & 12{\cdot}000000 & 3{\cdot}464 \\
 & 9 & \\ \hline
64 & 300 & \\
 & 256 & \\ \hline
686 & 4400 & \\
 & 4116 & \\ \hline
6924 & 28400 & \\
 & 27696 & \\ \hline
 & 704 &
\end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল 3·464····· (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 3·46

(খ) $0{\cdot}\dot{2}\dot{5}$

সমাধান : $0{\cdot}\dot{2}\dot{5}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{0{\cdot}\dot{2}\dot{5}}$

আমরা জানি, $0{\cdot}\dot{2}\dot{5} = 0{\cdot}252525\cdots\cdots$

এখন,

$$\begin{array}{r|l|l}
5 & 0{\cdot}252525\cdots & 0{\cdot}502 \\
 & 25 & \\ \hline
1002 & 2525 & \\
 & 2004 & \\ \hline
 & 521 &
\end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল 0·502··· (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 0·50

(গ) $1{\cdot}3\dot{4}$

সমাধান : $1{\cdot}3\dot{4}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{1{\cdot}3\dot{4}}$

আমরা জানি, $1{\cdot}3\dot{4} = 1{\cdot}34444\cdots$

এখন,

$$\begin{array}{r|l|l}
1 & 1{\cdot}34444\cdots\cdots & 1{\cdot}159 \\
 & 1 & \\ \hline
21 & 34 & \\
 & 21 & \\ \hline
225 & 1344 & \\
 & 1125 & \\ \hline
\end{array}$$

```
2309 | 21944
     | 20781
     |  1163
```

নির্ণেয় বর্গমূল 1·159 (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 1·16

(ঘ) $5\cdot1\dot{3}0\dot{2}$

সমাধান : $5\cdot1\dot{3}0\dot{2}$ এর বর্গমূল $= \sqrt{5.1\dot{3}0\dot{2}}$

আমরা জানি, $5\cdot1\dot{3}0\dot{2} = 5\cdot1302302302\cdots$

এখন,

```
     2 | 5·1302302302···  | 2·265
       | 4
    42 | 113
       |  84
   446 | 2902
       | 2676
  4525 | 22630
       | 22625
       |     5
```

নির্ণেয় বর্গমূল 2·265 (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 2·27

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ নিচের কোন সংখ্যাগুলো মূলদ এবং কোন সংখ্যাগুলো অমূলদ লেখ :

(ক) $0\cdot\dot{4}$

সমাধান : $0\cdot\dot{4} = \frac{4}{9}$

$\therefore$ $0\cdot\dot{4}$ সংখ্যাটি মূলদ

(খ) $\sqrt{9}$

সমাধান : $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

$\therefore$ $\sqrt{9}$ সংখ্যাটি মূলদ

(গ) $\sqrt{11}$

সমাধান : $\sqrt{11}$

$\therefore$ $\sqrt{11}$ সংখ্যাটি অমূলদ

(ঘ) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

সমাধান : $\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ সংখ্যাটি অমূলদ

(ঙ) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$

সমাধান : $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{4}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}\times 2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

$\therefore$ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$ সংখ্যাটি অমূলদ

(চ) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$

সমাধান : $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{9}}{\sqrt{3}\times\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$ সংখ্যাটি মূলদ

(ছ) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{7}}$

সমাধান : $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3}\div\frac{3}{7} = \frac{2}{3}\times\frac{7}{3} = \frac{14}{9}$

$\therefore$ $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{7}}$ সংখ্যাটি মূলদ

(জ) $5\cdot\dot{6}3\dot{9}$

সমাধান : $5\cdot\dot{6}3\dot{9} = \frac{5639-5}{999} = \frac{5634}{999}$

$\therefore$ $5\cdot\dot{6}3\dot{9}$ সংখ্যাটি মূলদ

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ সরল কর :

(ক) $(0\cdot\dot{3}\times 0\cdot8\dot{3})\div(0\cdot5\times 0\cdot\dot{1}) + 0\cdot3\dot{5}\div 0\cdot0\dot{8}$

সমাধান : $(0\cdot\dot{3}\times 0\cdot 8\dot{3})\div(0\cdot5\times 0\cdot\dot{1}) + 0\cdot3\dot{5}\div 0\cdot0\dot{8}$

$$= \left(\frac{3}{9}\times\frac{83-8}{90}\right)\div\left(\frac{5}{10}\times\frac{1}{9}\right)+\frac{35-3}{90}\div\frac{8-0}{90}$$

$$= \left(\frac{3^{1}}{9_{3_{1}}}\times\frac{75^{25}}{90}\right)\div\frac{5}{90}+\frac{32}{90}\div\frac{8}{90}$$

$$= \frac{25}{90}\div\frac{5}{90}+\frac{32}{90}\div\frac{8}{90}$$

$$= \frac{25^{5}}{90_{1}}\times\frac{90^{1}}{5_{1}}+\frac{32^{4}}{90_{1}}\times\frac{90^{1}}{8_{1}} = 5+4 = 9 \textbf{ (Ans.)}$$

(খ) $[(6\cdot27\times 0\cdot5)\div\{(0\cdot5\times 0\cdot75)\times 8\cdot36\}]$

$\div\{(0\cdot25\times 0\cdot1)\times(0\cdot75\times 21\cdot\dot{3})\times 0\cdot5\}$

সমাধান : $[(6\cdot27\times 0\cdot5)\div\{(0\cdot5\times 0\cdot75)\times 8\cdot36\}]$

$\div\{(0\cdot25\times 0\cdot1)\times(0\cdot75\times 21\cdot\dot{3})\times 0\cdot5\}$

$$= \left[\left(\frac{627}{100_{20}}\times\frac{\overset{1}{5}}{10}\right)\div\left\{\left(\frac{5^{1}}{10_{2}}\times\frac{75^{3}}{100_{4}}\right)\times\frac{836}{100}\right\}\right]$$

$$\div\left\{\left(\frac{25^{1}}{100_{4}}\times\frac{1}{10}\right)\times\left(\frac{75^{3}}{100_{4}}\times\frac{213-21}{9}\right)\times\frac{5^{1}}{10_{2}}\right\}$$

$$= \left[\frac{627}{200}\div\left\{\frac{3}{8_{2}}\times\frac{836^{209}}{100}\right\}\right]\div\left\{\frac{1}{40}\times\left(\frac{\overset{1}{3}}{4_{1}}\times\frac{192^{48^{16}}}{9_{3_{1}}}\right)\times\frac{1}{2}\right\}$$

$$= \left[\frac{627}{200}\div\frac{627}{200}\right]\div\left\{\frac{1}{40_{5}}\times 16^{8^{1}}\times\frac{1}{2_{1}}\right\}$$

$$= \left[\frac{627^{1}}{200_{1}}\times\frac{200^{1}}{627_{1}}\right]\div\frac{1}{5}$$

$$= 1\div\frac{1}{5} = 1\times\frac{5}{1} = 5 \textbf{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $\sqrt{5}$ ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

ক. কোনটি মূলদ ও কোনটি অমূলদ নির্দেশ কর।

খ. $\sqrt{5}$ ও 4 এদের মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান :

ক. $\sqrt{5}$ অমূলদ সংখ্যা। কারণ, 5 পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয়।

4 মূলদ সংখ্যা। কারণ $4 = \frac{4}{1}$ আকারে প্রকাশ করা যায় এবং এটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা।

খ. এখানে, $\sqrt{5} = 2{\cdot}2360679\cdots\cdots\cdots$

মনে করি, $a = 3{\cdot}020022000222\cdots\cdot$

এবং $b = 3{\cdot}505500555\cdots\cdots\cdot\cdot$

স্পষ্টত: a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ, $\sqrt{5} < 3{\cdot}020022000222\cdots\cdots\cdots < 4$

এবং $\sqrt{5} < 3{\cdot}505500555\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots < 4$

আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

প্রমাণ : $2^2 = 4; 3^2 = 9$ এবং $(\sqrt{5})^2 = 5$

সুতরাং $\sqrt{5}$, 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব, $\sqrt{5}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

মনে করি, $\sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, $q \neq 0$ এবং p, q সহমৌলিক, $q > 1$.

বা, $5 = \frac{p^2}{q^2}$; বর্গ করে

বা, $5q = \frac{p^2}{q}$; উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে

এখানে 5q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

সুতরাং 5q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $5q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{5}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারেনা,

অর্থাৎ, $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**