

দ্বিতীয় অধ্যায় সেট ও ফাংশন

অনুশীলনী ২.১

প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) $\{x \in \mathbb{N} : x^2 > 9 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

সমাধান : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 9 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

এখানে, $x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 < 9$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 130$

$x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 < 9$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 130$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 < 9$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 9$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 130$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 9$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 9$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 130$

.....
.....

\therefore শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য সংখ্যাগুলো 4, 5

নির্ণেয় সেট = $\{4, 5\}$

(খ) $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^2 \leq 36\}$

সমাধান : যে সকল পূর্ণসংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং 36 অপেক্ষা বড় নয় তাদের সেট।

আমরা জানি, পূর্ণসংখ্যার সেট $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$

এখানে,

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0^2 = 0 < 5$ এবং $0 < 36$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 5$ এবং $1 < 36$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 5$ এবং $4 < 36$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 > 5$ এবং $9 < 36$

$x = \pm 4$ হলে, $x^2 = (\pm 4)^2 = 16 > 5$ এবং $16 < 36$

$x = \pm 5$ হলে, $x^2 = (\pm 5)^2 = 25 > 5$ এবং $25 < 36$

$x = \pm 6$ হলে, $x^2 = (\pm 6)^2 = 36 > 5$ এবং $36 = 36$

$x = \pm 7$ হলে, $x^2 = (\pm 7)^2 = 49 > 5$ এবং $49 > 36$

.....
.....

\therefore শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য সংখ্যাসমূহ: $\pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6$

নির্ণেয় সেট = $\{\pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

(গ) $\{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক এবং } 6 \text{ এর গুণিতক}\}$

সমাধান : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা 36 এর গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতক তাদের সেট।

আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যা সেট $N = (1, 2, 3, 4, 5, \dots)$

এখানে, $36 = 1 \times 36$

$$= 2 \times 18$$

$$= 3 \times 12$$

$$= 4 \times 9$$

$$= 6 \times 6$$

\therefore 36 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

এবং 6 এর গুণিতকসমূহ 6, 12, 18, 24, 30, 36

\therefore 36 এর গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতকগুলো হলো যথাক্রমে 6, 12, 18, 36.

নির্ণেয় সেট = $\{6, 12, 18, 36\}$

(ঘ) $\{x \in \mathbb{N} : x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 < 264\}$

সমাধান : যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 25 অপেক্ষা ছোট এবং চতুর্ঘাত 264 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $N = (1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots)$

এখানে,

$$x = 1 \text{ হলে, } x^3 = 1^3 = 1 < 25 \text{ এবং } x^4 = 1^4 = 1 < 264$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^3 = 2^3 = 8 < 25 \text{ এবং } x^4 = 2^4 = 16 < 264$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^3 = 3^3 = 27 > 25 \text{ এবং } x^4 = 3^4 = 81 < 264$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^3 = 4^3 = 64 > 25 \text{ এবং } x^4 = 4^4 = 256 < 264$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^3 = 5^3 = 125 > 25 \text{ এবং } x^4 = 5^4 = 625 > 264$$

.....

\therefore শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ 3, 4.

নির্ণেয় সেট = $\{3, 4\}$

প্রশ্ন ৯২ নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর:

(ক) $\{3, 5, 7, 9, 11\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 3, 5, 7, 9, 11

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা যা 1 থেকে বড় এবং 13 থেকে ছোট।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{N} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 1 < x < 13\}$

(খ) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক সংখ্যা এবং 36 এর গুণনীয়ক।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক}\}$

(গ) $\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 4 দ্বারা বিভাজ্য, অর্থাৎ 4 এর গুণিতক এবং 40 এর বড় নয়।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in \mathbb{N} : x, 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 40\}$

(ঘ) $\{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ $-6, -5, -4, 4, 5, 6$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান পূর্ণসংখ্যা। বর্গ 16 অপেক্ষা ছোট নয় এবং ঘন 216 অপেক্ষা বড় নয়।

নির্ণেয় সেট = $\{x \in Z : x^2 \geq 16 \text{ এবং } x^3 \leq 216\}$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, a\}$ এবং $C = \{2, a, b\}$ হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর।

(ক) $B \setminus C$

সমাধান : দেওয়া আছে, $B = \{1, 2, a\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

$$\begin{aligned}\therefore B \setminus C &= \{1, 2, a\} \setminus \{2, a, b\} \\ &= \{1\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(খ) $A \cup B$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$

এবং $B = \{1, 2, a\}$

$$\begin{aligned}\therefore A \cup B &= \{2, 3, 4\} \cup \{1, 2, a\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, a\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(গ) $A \cap C$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

$$\begin{aligned}\therefore A \cap C &= \{2, 3, 4\} \cap \{2, a, b\} \\ &= \{2\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঘ) $A \cup (B \cap C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, a\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

এখন, $B \cap C = \{1, 2, a\} \cap \{2, a, b\} = \{2, a\}$

$$\begin{aligned}\therefore A \cup (B \cap C) &= \{2, 3, 4\} \cup \{2, a\} \\ &= \{2, 3, 4, a\} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঙ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, a\}$

এবং $C = \{2, a, b\}$

এখন, $B \cup C = \{1, 2, a\} \cup \{2, a, b\} = \{1, 2, a, b\}$

$$\therefore A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 4\} \cap \{1, 2, a, b\} = \{2\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ এবং $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ হলে, নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সত্যতা যাচাই কর :

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 6\}$

এখন, $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

\therefore বামপক্ষ = $(A \cup B)' = U \setminus \{A \cup B\}$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{7\}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } A' &= U \setminus A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{1, 3, 5\} \\ &= \{2, 4, 6, 7\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } B' &= U \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{2, 4, 6\} \\ &= \{1, 3, 5, 7\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ডানপক্ষ} &= A' \cap B' = \{2, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 7\} \\ &= \{7\} \end{aligned}$$

অর্থাৎ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

(ii) $(B \cap C)' = B' \cup C'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$$B = \{2, 4, 6\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এখন, } B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 6\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপক্ষ} &= (B \cap C)' = U \setminus (B \cap C) \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{4, 6\} \\ &= \{1, 2, 3, 5, 7\} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } B' = U \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\text{এবং } C' = U \setminus C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{1, 2\}$$

\therefore ডানপক্ষ

$$= B' \cup C'$$

$$C' = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(B \cap C)' = B' \cup C'$ (সত্যতা যাচাই করা হলো)

(iii) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এখন, } A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপক্ষ} &= (A \cup B) \cap C \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} \\ &= \{3, 4, 5, 6\} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } A \cap C = \{1, 3, 5\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{3, 5\}$$

$$\text{এবং } B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 6\}$$

$$\therefore \text{ডানপক্ষ} = (A \cap C) \cup (B \cap C) = \{3, 5\} \cup \{4, 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(সত্যতা যাচাই করা হলো)

(iv) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\} \text{ এবং } C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এখন, } A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{ \}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপক্ষ} &= (A \cap B) \cup C \\ &= \{ \} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{3, 4, 5, 6, 7\} \end{aligned}$$

$$\text{আবার, } A \cup C = \{1, 3, 5\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এবং } B \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\therefore \text{ডানপক্ষ} = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{অর্থাৎ } (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

(সত্যতা যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন ১৫ ১ $Q = \{x, y\}$ এবং $R = \{m, n, l\}$ হলে, $P(Q)$ এবং $P(R)$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $Q = \{x, y\}$ এবং $R = \{m, n, l\}$.

Q সেটের উপসেটগুলো হলো $\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \phi$

$$\therefore P(Q) = \{\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \phi\} \text{ (Ans.)}$$

আবার, R সেটের উপসেটগুলো হলো $\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\}, \{n\}, \{l\}, \phi$

$$\therefore P(R) = \{\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\}, \{n\}, \{l\}, \phi\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ ১ $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$ এবং $C = A \cup B$ হলে, দেখাও যে, $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n , যেখানে n হচ্ছে C এর উপাদান সংখ্যা।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$ এবং $C = A \cup B$.

$$\therefore C$$

$$= A \cup B$$

$$C = \{a, b\} \cup \{a, b, c\} = \{a, b, c\}$$

এখন, C সেটের উপসেটগুলো হলো $\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \phi$

$$\therefore P(C) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \phi\}$$

$$\therefore P(C) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 8 = 2^3$$

$$\therefore C \text{ সেটের উপাদান সংখ্যা } n \text{ হলে } P(C) \text{ সেটের উপাদান সংখ্যা } 2^n$$

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৭ ১ (ক) $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$ হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$

$$\text{ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে, } x - 1 = y - 2 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } y + 2 = 2x + 1 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{সমীকরণ (i) হতে পাই, } x - 1 = y - 2$$

$$\text{বা, } x = y - 2 + 1$$

$$\therefore x = y - 1 \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (ii)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$y + 2 = 2(y - 1) + 1$$

$$\text{বা, } y + 2 = 2y - 2 + 1$$

$$\text{বা, } y - 2y = -2 + 1 - 2$$

$$\text{বা, } -y = -3$$

$$\therefore y = 3$$

এখন, সমীকরণ (iii) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = 3 - 1 \therefore x = 2$$

নির্ণেয় মান $x = 2, y = 3$.

(খ) $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$ হলে, (x, y) এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে, $ax - cy = 0$ (i)

$$\text{এবং } a^2 - c^2 = ay - cx$$

$$\therefore -cx + ay = a^2 - c^2 \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) হতে পাই, $ax - cy = 0$

$$\text{বা, } ax = cy$$

$$\therefore x = \frac{cy}{a} \text{(iii)}$$

সমীকরণ (ii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$-c \frac{cy}{a} + ay = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } \frac{-c^2y + a^2y}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } \frac{y(a^2 - c^2)}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } y(a^2 - c^2) = a(a^2 - c^2)$$

$$\therefore y = a \text{ [উভয় পক্ষকে } (a^2 - c^2) \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

এখন, সমীকরণ (iii) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{c \cdot a}{a} \therefore x = c$$

নির্ণেয় মান $(x, y) = (c, a)$

(গ) $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$ হলে, (x, y) নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$

ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে, $6x - y = 1$ (i)

$$\text{এবং } 13 = 3x + 2y$$

$$\therefore 3x + 2y = 13 \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) নং সমীকরণের সাথে যোগ করি,

$$12x - 2y = 2$$

$$\underline{3x + 2y = 13}$$

$$(+ \text{ করে}) \quad 15x \quad = 15$$

$$\therefore x = 1$$

সমীকরণ (ii) এ x এর মান বসিয়ে পাই, $3 \times 1 + 2y = 13$

$$\text{বা, } 3 + 2y = 13$$

$$\text{বা, } 2y = 13 - 3$$

$$\text{বা, } 2y = 10$$

$$\text{বা, } y = \frac{10}{2} \therefore y = 5$$

$$\text{নির্ণেয় মান } (x, y) = (1, 5)$$

প্রশ্ন ১৮ ১ (ক) $P = \{a\}$, $Q = \{b, c\}$ হলে, $P \times Q$ এবং $Q \times P$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \{a\}$ এবং $Q = \{b, c\}$

$$\therefore P \times Q = \{a\} \times \{b, c\} = \{(a, b), (a, c)\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } Q \times P = \{b, c\} \times \{a\} = \{(b, a), (c, a)\} \text{ (Ans.)}$$

(খ) $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$ হলে, $(A \cap B) \times C$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$

$$\text{এখানে, } A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 5\}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A \cap B) \times C &= \{4, 5\} \times \{x, y\} \\ &= \{(4, x), (4, y), (5, x), (5, y)\} \end{aligned}$$

$$\therefore (A \cap B) \times C = \{(4, x), (4, y), (5, x), (5, y)\} \text{ (Ans.)}$$

(গ) $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$ এবং $R = P \setminus Q$ হলে, $(P \cup Q) \times R$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$

$$\therefore R = P \setminus Q = \{3, 5, 7\} \setminus \{5, 7\} = \{3\}$$

$$\text{এখানে, } P \cup Q = \{3, 5, 7\} \cup \{5, 7\} = \{3, 5, 7\}$$

$$\therefore (P \cup Q) \times R = \{3, 5, 7\} \times \{3\} = \{(3, 3), (5, 3), (7, 3)\}$$

$$\therefore (P \cup Q) \times R = \{(3, 3), (5, 3), (7, 3)\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ১ A ও B যথাক্রমে 35 এবং 45 এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $A \cup B$ এবং $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $35 = 1 \times 35 = 5 \times 7$

35 এর গুণনীয়কগুলো হলো 1, 5, 7, 35

$$\therefore A = \{1, 5, 7, 35\}$$

এবং $45 = 1 \times 45$

$$= 3 \times 15$$

$$= 5 \times 9$$

45 এর গুণনীয়কগুলো হলো, 1, 3, 5, 9, 15, 45

$$\therefore B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 5, 7, 35\} \cup \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 15, 35, 45\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 5\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০ ১ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধান : যে স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে, সে সংখ্যা হবে 31 অপেক্ষা বড় এবং $346 -$

$$31 = 315 \text{ এবং } 556 - 31 = 525 \text{ এর সাধারণ গুণনীয়ক।}$$

মনে করি, 31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুণনীয়কের সেট A

এবং 525 এর গুণনীয়কের সেট B

$$\text{এখানে, } 315 = 1 \times 315 = 3 \times 105 = 5 \times 63 = 7 \times 45 = 9 \times 35$$

$$= 15 \times 21$$

31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুণনীয়কগুলো হলো যথাক্রমে 35, 45, 63, 105 ও 315.

$$\therefore A = \{35, 45, 63, 105, 315\}$$

$$\text{আবার, } 525 = 1 \times 525 = 3 \times 175 = 5 \times 105 = 7 \times 75 = 15 \times 35$$

$$= 21 \times 25$$

31 অপেক্ষা বড় 525 এর গুণনীয়কগুলো হলো যথাক্রমে 35, 75, 105, 175 ও 525.

$$\therefore B = \{35, 75, 105, 175, 525\}$$

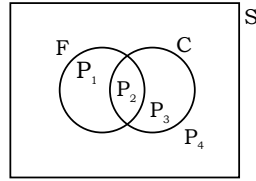
$$\therefore A \cap B = \{35, 45, 63, 105, 315\} \cap \{35, 75, 105, 175, 525\}$$

$$= \{35, 105\}$$

নির্ণেয় সেট $\{35, 105\}$

প্রশ্ন ১১ কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলাই পছন্দ করে তদ্রূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10; কতজন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না তা ভেনচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

সমাধান : নিচের আয়তাকার ভেনচিত্রটি 30 জন শিক্ষার্থীর সেট S নির্দেশ করে F ও C দ্বারা নির্দেশিত বৃত্তাকার ক্ষেত্র দুইটি যথাক্রমে ফুটবল এবং ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সেট নির্দেশ করে। ভেনচিত্রটি চারটি নিশ্চয় সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদের P_1, P_2, P_3 ও P_4 দ্বারা বিভক্ত করা হলো।



এখানে, $P_2 = F \cap C =$ দুইটি খেলাই পছন্দ করে শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = 10

$$P_1 = F \setminus P_2 = \text{শুধু ফুটবল খেলা পছন্দ করে শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা} = 20 - 10 = 10$$

$$P_3 = C \setminus P_2 = \text{শুধু ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা} = 15 - 10 = 5$$

$$\therefore F \cup C = P_1 \cup P_2 \cup P_3 = \text{এক এবং উভয় খেলা পছন্দ শিক্ষার্থীদের সেট এবং সদস্য সংখ্যা} = 10 + 10 + 5 = 25$$

$$\therefore P_4 = S \setminus (F \cup C) = \text{দুইটি খেলাই পছন্দ করে না শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা} = 30 - 25 = 5.$$

নির্ণেয় 5 জন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না।

প্রশ্ন ১২ 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় 65% শিক্ষার্থী বাংলায়, 48% শিক্ষার্থী বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস এবং 15% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

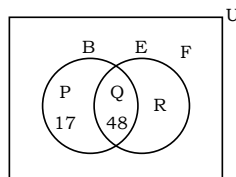
ক. সর্বাঙ্গ বিবরণসহ ওপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

খ. শুধু বাংলায় ও ইংরেজিতে পাস করেছে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. উভয় বিষয়ে পাস এবং উভয় বিষয়ে ফেল সংখ্যা দুয়ের মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট দুইটির সংযোগ সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) ভেনচিত্রে আয়তাকার ক্ষেত্রটি 100 জন পরীক্ষার্থীর সেট U এবং পরস্পরচ্ছেদী দুইটি বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা বাংলা ও ইংরেজিতে পাস পরীক্ষার্থীদের সেট যথাক্রমে B ও E নির্দেশ করা হলো।



(খ) এখানে, $Q = B \cap E =$ উভয় বিষয়ে পাস পরীক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা 48

$$\therefore P = \text{শুধু বাংলায় পাস পরীক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা}$$

$$65 - 48 = 17 \text{ এবং } R = \text{শুধু ইংরেজিতে পাস পরীক্ষার্থীদের সেট যার সদস্য সংখ্যা} = 100 - (17 + 48 + 15) = 20$$

$$17\%, 20\%. \text{ (Ans.)}$$

- (গ) উভয় বিষয়ে পাস করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 48
 এবং উভয় বিষয়ে ফেল করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা = 15
 ধরি, 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট A
 এবং 15 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট B
 48 এর মৌলিক গুণনীয়কগুলো হলো 2, 3
 এবং 15 এর মৌলিক গুণনীয়ক হলো 3, 5
 $\therefore A = \{2, 3\}$ এবং $B = \{3, 5\}$
 $\therefore A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 5\}$ (Ans)

অনুশীলনী ২.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ ৪ এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?

- (ক) $\{8, 16, 24, \dots\}$
 (গ) $\{2, 4, 8\}$ (ঘ) $\{1, 2\}$

প্রশ্ন ১২ ১ সেট C হতে সেট B এ একটি সম্পর্ক R হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $R \subset C$ (খ) $R \subset B$ ● $R \subseteq C \times B$

প্রশ্ন ১৩ ১ A = $\{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ হলে, নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(i) A সেটের সঠিক প্রকাশ কোনটি?

- (ক) $\{x \in \mathbb{N} : 6 < x < 13\}$ (খ) $\{x \in \mathbb{N} : 6 \leq x < 13\}$
 ● $\{x \in \mathbb{N} : 6 \leq x \leq 13\}$

(ii) A সেটের মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট কোনটি?

- (ক) $\{6, 8, 10, 12\}$
 ● $\{7, 11, 13\}$

(iii) A সেটের 3 এর গুণিতকগুলোর সেট কোনটি?

- (ক) $\{6, 9\}$ (খ) $\{6, 11\}$ (গ) $\{9, 12\}$

(iv) A সেটের জোড় গুণনীয়কের বৃহত্তম সেট কোনটি?

- (ক) $\{1, 13\}$ (খ) $\{1, 2, 3, 6\}$
 (গ) $\{1, 3, 9\}$ ● $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

প্রশ্ন ১৪ ১ যদি $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 4\}$ হয়, তবে A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্ক বিবেচনা করে রিলেশনটি নির্ণয় কর।
 সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{3, 4\}$ এবং $B = \{2, 4\}$

মনে করি, রিলেশনটি R

প্রশ্নানুসারে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$

এখানে, $A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 4\} = \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$

\therefore প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে $R = \{(3, 2), (4, 2)\}$

প্রশ্ন ১৫ ১ যদি $C = \{2, 5\}$, $D = \{4, 6\}$ এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x + 1 < y$ সম্পর্কটি বিবেচনা করে তাকে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $C = \{2, 5\}$ এবং $D = \{4, 6\}$ (ঘ) $\{x \in \mathbb{N} : 6 < x < 13\}$
 মনে করি, রিলেশনটি R

প্রশ্নানুসারে, $R = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } x + 1 < y\}$

এখানে, $C \times D = \{2, 5\} \times \{4, 6\} = \{(2, 4), (2, 6), (5, 4), (5, 6)\}$

\therefore প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(2, 4), (2, 6)\}$ ● $\{6, 9, 12\}$

প্রশ্ন ১৬ ১ $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে, $f(-1)$, $f(2)$ এবং $f\left(\frac{1}{2}\right)$

এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $f(x)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

R অক্ষয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 2, 2, 2

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 1, 2, 3

\therefore ডোম $R = \{2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{1, 2, 3\}$

(খ) $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

S অক্ষয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ -2, -1, 0, 1, 2

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 4, 1, 0, 1, 4

\therefore ডোম $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{0, 1, 4\}$

(গ) $F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

F অক্ষয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ $\frac{1}{2}, 1, 1, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 0, 1, -1, 2, -2

\therefore ডোম $F = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$ এবং রেঞ্জ $F = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

প্রশ্ন ১২ ৥ নিচের অক্ষয়গুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$, যেখানে

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$, যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $x + y = 1$

বা, $y = 1 - x$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 1 - x$ এর মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

যেহেতু $3 \notin A$, কাজেই $(-2, 3) \notin R$

$\therefore R = \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$

\therefore ডোম $R = \{-1, 0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{-1, 0, 1, 2\}$

(খ) $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$, যেখানে $C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$, যেখানে $C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

F এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = 2x$

F এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = 2x$

এখন, প্রত্যেক $x \in C$ এর জন্য $y = 2x$ এর মান নির্ণয় করি

x	-1	0	1	2	3
y	-2	0	2	4	6

যেহেতু, $-2, 4, 6 \notin C$, কাজেই $(-1, -2), (2, 4), (3, 6) \notin F$

$\therefore F = \{(0, 0), (1, 2)\}$

ডোম $F = \{0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $F = \{0, 2\}$

[বি. দ্র. পাঠ্য বইয়ে উত্তরমালায় ভুল আছে।]

প্রশ্ন ১৩ ৥ ছক কাগজে $(-3, 2), (0, -5), \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুগুলো স্থাপন কর।

সমাধান : ছক কাগজে A $(-3, 2)$ বিন্দুর অবস্থান : A $(-3, 2)$ বিন্দুর ভূজ ঋণাত্মক ও কোটি ধনাত্মক। তাই A বিন্দু দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত। মূল বিন্দু

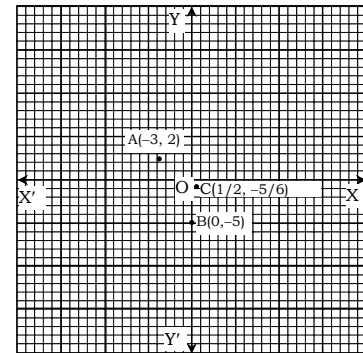
O থেকে OX' অক্ষ বরাবর 3 একক গিয়ে OY অক্ষের সমান্তরাল 2 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে A $(-3, 2)$ বিন্দুর অবস্থান।

ছক কাগজে B $(0, -5)$ বিন্দুর অবস্থান : B $(0, -5)$ বিন্দুর ভূজ শূন্য ও কোটি ঋণাত্মক। তাই B বিন্দু Y অক্ষে অবস্থিত। মূল বিন্দু O থেকে OY' অক্ষের সমান্তরাল 5 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে B $(0, -5)$ বিন্দুর অবস্থান।

ছক কাগজে C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর অবস্থান : C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর ভূজ ধনাত্মক ও কোটি ঋণাত্মক। তাই C বিন্দু চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। মূল বিন্দু O থেকে OX

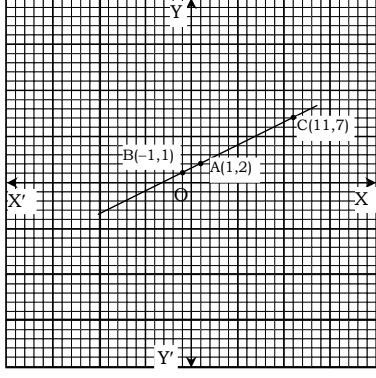
বরাবর ধনাত্মক দিকে 0.5 একক গিয়ে OY' অক্ষের ঋণাত্মক দিকে $\frac{5}{6}$ বা 0.83

একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর অবস্থান।



প্রশ্ন ১৪ ৥ ছক কাগজে $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান : মনে করি, A $(1, 2)$, B $(-1, 1)$ এবং C $(11, 7)$ তিনটি বিন্দু।



বিন্দু তিনটির লেখ অঙ্কন : ছক কাগজে পরস্পর লম্ব দুইটি অক্ষরেখা XOX' ও YOY' টানি। এখন ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $A = (1, 2)$, $B(-1, 1)$, $C(11, 7)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। অতঃপর A ও C বিন্দু দুইটি যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। দেখি যে, B বিন্দুটি AC সরলরেখার উপর অবস্থিত। অতএব, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৫ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : 3 < x < 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. A' এবং $C \setminus B$ নির্ণয় কর।

গ. $B \times C$ এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x \leq 7\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা 2 অথবা 2 থেকে বড় এবং 7 এর সমান অথবা 7 অপেক্ষা ছোট বিজোড় সংখ্যা তাদের সেট

$$\therefore A = \{3, 5, 7\} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' অংশ থেকে পাই $A = \{3, 5, 7\}$

এখানে, $U = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$= \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$\therefore A' = U \setminus A = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \setminus \{3, 5, 7\} = \{1, 9, 11, \dots\} \text{ (Ans.)}$$

আবার, দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : 3 < x < 6\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা 3 থেকে বড় এবং 6 থেকে ছোট বিজোড় সংখ্যা তাদের সেট

$$\text{এবং } C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

যেসকল স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

এখন, $x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 \not> 5$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 130$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 5$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 130$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 5$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 130$

$x = 7$ হলে, $x^2 = 7^2 = 49 > 5$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 \not< 130$

নির্ণেয় সেট $C = \{3, 5\}$

এখন, $C \setminus B = \{3, 5\} \setminus \{5\} = \{3\}$ (Ans.)

গ. খ অংশ থেকে পাই $B = \{5\}$ এবং $C = \{3, 5\}$

$$\therefore B \times C = \{5\} \times \{3, 5\} = \{(5, 3), (5, 5)\} \text{ (Ans.)}$$

এখন, $A \cap C = \{3, 5, 7\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$

$$\therefore P(A \cap C) = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, \phi\} \text{ (Ans.)}$$