

## তৃতীয় অধ্যায়

### বীজগাণিতিক রাশি

## অনুশীলনী ৩.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর :

(ক)  $2a + 3b$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } 2a + 3b \text{ এর বর্গ} &= (2a + 3b)^2 \\ &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3b + (3b)^2 \\ &= 4a^2 + 12ab + 9b^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(খ)  $2ab + 3bc$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } 2ab + 3bc \text{ এর বর্গ} &= (2ab + 3bc)^2 \\ &= (2ab)^2 + 2 \times 2ab \times 3bc + (3bc)^2 \\ &= 4a^2b^2 + 12ab^2c + 9b^2c^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(গ)  $x^2 + \frac{2}{y^2}$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } x^2 + \frac{2}{y^2} \text{ এর বর্গ} &= \left(x^2 + \frac{2}{y^2}\right)^2 \\ &= (x^2)^2 + 2 \times x^2 \times \frac{2}{y^2} + \left(\frac{2}{y^2}\right)^2 \\ &= x^4 + \frac{4x^2}{y^2} + \frac{4}{y^4} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঘ)  $a + \frac{1}{a}$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } a + \frac{1}{a} \text{ এর বর্গ} &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2 \\ &= a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঙ)  $4y - 5x$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } 4y - 5x \text{ এর বর্গ} &= (4y - 5x)^2 \\ &= (4y)^2 - 2 \times 4y \times 5x + (5x)^2 \\ &= 16y^2 - 40xy + 25x^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(চ)  $ab - c$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } ab - c \text{ এর বর্গ} &= (ab - c)^2 = (ab)^2 - 2 \times ab \times c + (c)^2 \\ &= a^2b^2 - 2abc + c^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ছ)  $5x^2 - y$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } 5x^2 - y \text{ এর বর্গ} &= (5x^2 - y)^2 \\ &= (5x^2)^2 - 2 \times 5x^2 \times y + (y)^2\end{aligned}$$

$$= 25x^4 - 10x^2y + y^2 \text{ (Ans.)}$$

(জ)  $x + 2y + 4z$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } x + 2y + 4z \text{ এর বর্গ} &= (x + 2y + 4z)^2 = \{(x + 2y) + 4z\}^2 \\ &= (x + 2y)^2 + 2 \times (x + 2y) \times 4z + (4z)^2 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 2y + (2y)^2 + 8zx + 16yz + 16z^2 \\ &= x^2 + 4xy + 4y^2 + 8zx + 16yz + 16z^2 \\ &= x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 4xy + 16yz + 8zx \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঝ)  $3p + 4q - 5r$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } 3p + 4q - 5r \text{ এর বর্গ} &= (3p + 4q - 5r)^2 \\ &= \{(3p + 4q) - 5r\}^2 \\ &= (3p + 4q)^2 - 2 \times (3p + 4q) \times 5r + (5r)^2 \\ &= (3p)^2 + 2 \times 3p \times 4q + (4q)^2 - 10r(3p + 4q) + 25r^2 \\ &= 9p^2 + 24pq + 16q^2 - 30pr - 40qr + 25r^2 \\ &= 9p^2 + 16q^2 + 25r^2 + 24pq - 40qr - 30pr \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ঞ)  $3b - 5c - 2a$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } 3b - 5c - 2a \text{ এর বর্গ} &= (3b - 5c - 2a)^2 \\ &= \{(3b - 5c) - 2a\}^2 \\ &= (3b - 5c)^2 - 2 \times (3b - 5c) \times 2a + (2a)^2 \\ &= (3b)^2 - 2 \times 3b \times 5c + (5c)^2 - (3b - 5c) \times 4a + 4a^2 \\ &= 9b^2 - 30bc + 25c^2 - 12ab + 20ca + 4a^2 \\ &= 4a^2 + 9b^2 + 25c^2 - 12ab - 30bc + 20ca \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ট)  $ax - by - cz$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } ax - by - cz \text{ এর বর্গ} &= (ax - by - cz)^2 \\ &= \{(ax - by) - cz\}^2 \\ &= (ax - by)^2 - 2 \times (ax - by) \times cz + (cz)^2 \\ &= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2 - (ax - by) \times 2cz + c^2z^2 \\ &= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 - 2cazx + 2bcyz + c^2z^2\end{aligned}$$



$$= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 - 2abxy + 2bcyz - 2cazx$$

(Ans.)

(ঠ)  $a - b + c - d$

সমাধান :  $a - b + c - d$  এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (a - b + c - d)^2 \\ &= \{(a - b) + (c - d)\}^2 \\ &= (a - b)^2 + 2 \times (a - b) \times (c - d) + (c - d)^2 \\ &= a^2 - 2 \times a \times b + b^2 + 2(a - b)(c - d) + c^2 - 2 \times c \times d + d^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2ad - 2bc + 2bd + c^2 - 2cd + d^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ab + 2ac - 2ad - 2bc + 2bd - 2cd \end{aligned}$$

(Ans.)

(ড)  $2a + 3x - 2y - 5z$

সমাধান :  $2a + 3x - 2y - 5z$  এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (2a + 3x - 2y - 5z)^2 \\ &= \{(2a + 3x) - (2y + 5z)\}^2 \\ &= (2a + 3x)^2 - 2 \times (2a + 3x) \times (2y + 5z) + (2y + 5z)^2 \\ &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3x + (3x)^2 - 2(2a + 3x)(2y + 5z) + (2y)^2 + 2 \times 2y \times 5z + (5z)^2 \\ &= 4a^2 + 12ax + 9x^2 - 2(4ay + 10az + 6xy + 15xz) + 4y^2 + 20yz + 25z^2 \\ &= 4a^2 + 12ax + 9x^2 - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 4y^2 + 20yz + 25z^2 \\ &= 4a^2 + 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12ax - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 20yz \end{aligned}$$

(ঢ) 101

সমাধান : 101 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (101)^2 \\ &= (100 + 1)^2 \\ &= (100)^2 + 2 \times 100 \times 1 + (1)^2 \\ &= 10000 + 200 + 1 = 10201 \end{aligned}$$

(ণ) 997

সমাধান : 997 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (997)^2 \\ &= (1000 - 3)^2 \\ &= (1000)^2 - 2 \times 1000 \times 3 + (3)^2 \\ &= 1000000 - 6000 + 9 = 994009 \end{aligned}$$

(ত) 1007

সমাধান : 1007 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (1007)^2 \\ &= (1000 + 7)^2 \\ &= (1000)^2 + 2 \times 1000 \times 7 + (7)^2 \end{aligned}$$

$$= 1000000 + 14000 + 49 = 1014049 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২১ সরল কর :

(ক)  $(2a + 7)^2 + 2(2a + 7)(2a - 7) + (2a - 7)^2$

সমাধান : ধরি,  $2a + 7 = x$  এবং  $2a - 7 = y$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \\ &= \{(2a + 7) + (2a - 7)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (2a + 7 + 2a - 7)^2 = (4a)^2 = 16a^2 \end{aligned}$$

(Ans.)

(খ)  $(3x + 2y)^2 + 2(3x + 2y)(3x - 2y) + (3x - 2y)^2$

সমাধান : ধরি,  $3x + 2y = a$  এবং  $3x - 2y = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ &= \{(3x + 2y) + (3x - 2y)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (3x + 2y + 3x - 2y)^2 \\ &= (6x)^2 = 36x^2 \end{aligned}$$

(গ)  $(7p + 3r - 5x)^2 - 2(7p + 3r - 5x)(8p - 4r - 5x) + (8p - 4r - 5x)^2$

সমাধান : ধরি,  $7p + 3r - 5x = a$  এবং  $8p - 4r - 5x = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= \{(7p + 3r - 5x) - (8p - 4r - 5x)\}^2 \\ & \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (7p + 3r - 5x - 8p + 4r + 5x)^2 \\ &= (-p + 7r)^2 \\ &= (-p)^2 + 2 \times (-p) \times (7r) + (7r)^2 \\ &= p^2 - 14pr + 49r^2 \\ &= p^2 + 49r^2 - 14pr \end{aligned}$$

(ঘ)  $(2m + 3n - p)^2 + (2m - 3n + p)^2 - 2(2m + 3n - p)(2m - 3n + p)$

সমাধান : ধরি,  $2m + 3n - p = a$  এবং  $2m - 3n + p = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b = (a - b)^2 \\ &= \{(2m + 3n - p) - (2m - 3n + p)\}^2 \\ & \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (2m + 3n - p - 2m + 3n - p)^2 \\ &= (6n - 2p)^2 \\ &= (6n)^2 - 2 \times 6n \times 2p + (2p)^2 \\ &= 36n^2 - 24np + 4p^2 \end{aligned}$$

(ঙ)  $6 \cdot 35 \times 6 \cdot 35 + 2 \times 6 \cdot 35 \times 3 \cdot 65 + 3 \cdot 65 \times 3 \cdot 65$

সমাধান : ধরি,  $6 \cdot 35 = a$  এবং  $3 \cdot 65 = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a \times a + 2 \times a \times b + b \times b \\ &= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ &= (6 \cdot 35 + 3 \cdot 65)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \end{aligned}$$



$$= (10)^2 = 100 \text{ (Ans.)}$$

(চ)  $5874 \times 5874 + 3774 \times 3774 - 7548 \times 5874$

সমাধান :  $5874 \times 5874 + 3774 \times 3774 - 7548 \times 5874$

$$= (5874)^2 + (3774)^2 - 2 \times 5874 \times 3774$$

ধরি,  $5874 = a$  এবং  $3774 = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$= (5874 - 3774)^2 \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]}$$

$$= (2100)^2 = 4410000 \text{ (Ans.)}$$

(ছ)  $\frac{7529 \times 7529 - 7519 \times 7519}{7529 + 7519}$

সমাধান : ধরি,  $7529 = a$  এবং  $7519 = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a \times a - b \times b}{a + b} = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$$

$$= \frac{(a + b)(a - b)}{(a + b)} = (a - b)$$

$$= (7529 - 7519) \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]}$$

$$= 10 \text{ (Ans.)}$$

(জ)  $\frac{2345 \times 2345 - 759 \times 759}{2345 - 759}$

সমাধান : ধরি,  $2345 = a$  এবং  $759 = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a \times a - b \times b}{a - b} = \frac{a^2 - b^2}{a - b}$$

$$= \frac{(a + b)(a - b)}{(a - b)} = (a + b)$$

$$= (2345 + 759) \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]}$$

$$= 3104 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ ১  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$  হলে,  $a + b$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$

আমরা জানি,  $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$$= (4)^2 + 4 \times 60 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 16 + 240 = 256$$

$$\therefore a + b = \pm \sqrt{256} = \pm 16$$

নির্ণেয় মান  $\pm 16$

প্রশ্ন ১৪ ১  $a + b = 7$  এবং  $ab = 12$  হলে  $a - b$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = 7$  এবং  $ab = 12$

আমরা জানি,  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$$= (7)^2 - 4 \times 12 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 49 - 48$$

$$= 1$$

$$\therefore a - b = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

নির্ণেয় মান  $\pm 1$

প্রশ্ন ১৫ ১  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$  হলে,  $a - b$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$

আমরা জানি,  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$$= (9m)^2 - 4 \times 18m^2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 81m^2 - 72m^2 = 9m^2$$

$$\therefore a - b = \pm \sqrt{9m^2} = \pm 3m$$

নির্ণেয় মান  $\pm 3m$

প্রশ্ন ১৬ ১  $x - y = 2$  এবং  $xy = 63$  হলে,  $x^2 + y^2$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - y = 2$  এবং  $xy = 63$

আমরা জানি,  $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

$$= (2)^2 + 2 \times 63 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 4 + 126 = 130$$

প্রশ্ন ১৭ ১  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 4$

বামপক্ষ  $= x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2$$

$$= \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(4)^2 + 2\}^2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= (16 + 2)^2 - 2 = (18)^2 - 2 = 324 - 2$$

$$= 322 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৮ ১  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $2x + \frac{2}{x} = 3$

বা,  $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{9}{4} - 2 = \frac{9 - 8}{4} = \frac{1}{4}$$



প্রশ্ন ১৯ ৥  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে, দেখাও যে,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \\ &= (2)^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\ &= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \\ &= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4 - 2)^2 - 2 \\ &= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১০ ৥  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $8ab(a^2 + b^2) = 24$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 8ab(a^2 + b^2) \\ &= 4ab \times 2(a^2 + b^2) = 4ab(2a^2 + 2b^2) \\ &= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} \\ &\{(a+b)^2 + (a-b)^2\} \\ &= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (7 - 5)(7 + 5) \\ &= 2 \times 12 = 24 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } 8ab(a^2 + b^2) = 24 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১১ ৥  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$  হলে,  $a^2 + b^2 + c^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$

$$\text{আমরা জানি, } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$\text{বা, } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 = (9)^2 - 2 \times 31 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 62$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 19 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১২ ৥  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 8$  হলে,  $(a + b + c)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 8$

$$\text{আমরা জানি, } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$= 9 + 2 \times 8 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 9 + 16 = 25 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৩ ৥  $a + b + c = 6$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$  হলে,

$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 6$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca$$

$$+ a^2$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - \{(a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)\}$$

$$c^2\}$$

$$= 2 \times 14 - \{(6)^2 - 14\} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 28 - (36 - 14) = 28 - 22 = 6 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৪ ৥  $x + y + z = 10$  এবং  $xy + yz + zx = 31$  হলে,  $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x + y + z = 10$  এবং  $xy + yz + zx = 31$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + y^2 + 2yz + z^2 + z^2 + 2zx + x^2$$

$$+ y^2$$

$$= (x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx) + (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$+ z^2\}$$

$$= (x + y + z)^2 + \{(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)\}$$

$$zx\}$$

$$= (10)^2 + \{(10)^2 - 2 \times 31\} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 100 + (100 - 62) = 100 + 38 = 138$$

$$(\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৫ ৥  $x = 3$ ,  $y = 4$  এবং  $z = 5$  হলে,  $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x = 3$ ,  $y = 4$  এবং  $z = 5$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$$

$$= (3x)^2 + (-4y)^2 + (2z)^2 + 2 \times 3x \times (-4y) +$$

$$2 \times (-4y) \times 2z + 2 \times 2z \times 3x$$

$$= (3x - 4y + 2z)^2$$

$$= (3 \times 3 - 4 \times 4 + 2 \times 5)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (9 - 16 + 10)^2 = (19 - 16)^2 = (3)^2 = 9$$

$$(\text{Ans.})$$



প্রশ্ন ১১৬ ৷ প্রমাণ কর যে,  $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2$   
 $= \left(\frac{x^2+2xy+y^2}{4} - \frac{x^2-2xy+y^2}{4}\right)^2$   
 $= \left(\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{4}\right)^2$   
 $= \left(\frac{4xy}{4}\right)^2 = x^2y^2$

ডানপক্ষ =  $\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$   
 $= \frac{(x^2)^2 + 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4} - \frac{(x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4}$   
 $= \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^4 + 2x^2y^2 - y^4}{4}$   
 $= \frac{4x^2y^2}{4} = x^2y^2$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ,  $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$   
(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১৭ ৷  $(a+2b)(3a+2c)$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

∴  $(a+2b)(3a+2c)$   
 $= \left\{\frac{(a+2b)+(3a+2c)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(a+2b)-(3a+2c)}{2}\right\}^2$   
 $= \left\{\frac{a+2b+3a+2c}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{a+2b-3a-2c}{2}\right\}^2$   
 $= \left\{\frac{4a+2b+2c}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2b-2a-2c}{2}\right\}^2$   
 $= \left\{\frac{2(2a+b+c)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2(b-a-c)}{2}\right\}^2$   
 $= (2a+b+c)^2 - (b-a-c)^2$  (Ans.)

প্রশ্ন ১১৮ ৷  $(x+7)(x-9)$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

∴  $(x+7)(x-9)$   
 $= \left\{\frac{(x+7)+(x-9)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(x+7)-(x-9)}{2}\right\}^2$   
 $= \left\{\frac{x+7+x-9}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{x+7-x+9}{2}\right\}^2$

$$= \left\{\frac{2x-2}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{16}{2}\right\}^2$$

$$= \left\{\frac{2(x-1)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2 \times 8}{2}\right\}^2 = (x-1)^2 - 8^2$$
 (Ans.)

প্রশ্ন ১১৯ ৷  $x^2 + 10x + 24$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি =  $x^2 + 10x + 24$   
 $= x^2 + 10x + 25 - 1$   
 $= (x)^2 + 2 \times x \times 5 + (5)^2 - (1)^2$   
 $= (x+5)^2 - 1^2$  (Ans.)

প্রশ্ন ১২০ ৷  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4$  হলে,

(i)  $a^2 + b^2$ , (ii)  $ab$ -এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4$

(i) এখানে,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$   
 $= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$   
 $= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$

∴  $8 = 4(a^2 - ab + b^2)$  [মান বসিয়ে]

বা,  $a^2 - ab + b^2 = \frac{8}{4} = 2$

এখন,  $a^2 + ab + b^2 = 4$  এবং  $a^2 - ab + b^2 = 2$  যোগ করে পাই,

$a^2 + ab + b^2 = 4$

$a^2 - ab + b^2 = 2$

$2a^2 + 2b^2 = 6$

বা,  $2(a^2 + b^2) = 6$

বা,  $a^2 + b^2 = \frac{6}{2} \therefore a^2 + b^2 = 3$  (Ans.)

(ii) এখানে,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$

বা,  $(a^2)^2 + 2a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 = 8$

বা,  $(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 8$

বা,  $(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 8$

বা,  $4(a^2 + b^2 - ab) = 8$

বা,  $a^2 + b^2 - ab = \frac{8}{4}$

বা,  $a^2 + b^2 - ab = 2$

বা,  $(a^2 + b^2) - ab = 2$

বা,  $3 - ab = 2$

বা,  $-ab = 2 - 3$

বা,  $-ab = -1 \therefore ab = 1$  (Ans.)



## অনুশীলনী ৩.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

(ক)  $2x + 5$

সমাধান :  $2x + 5$  এর ঘন =  $(2x + 5)^3$

$$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.5 + 3.(2x).(5)^2 + (5)^3$$
$$= 8x^3 + 3.4x^2.5 + 3.2x.25 + 125$$
$$= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $2x^2 + 3y^2$

সমাধান :  $2x^2 + 3y^2$  এর ঘন

$$= (2x^2 + 3y^2)^3$$
$$= (2x^2)^3 + 3.(2x^2)^2.3y^2 + 3.2x^2.(3y^2)^2 + (3y^2)^3$$
$$= 8x^6 + 3.4x^4.3y^2 + 3.2x^2.9y^4 + 27y^6$$
$$= 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6 \text{ (Ans.)}$$

(গ)  $4a - 5x^2$

সমাধান :  $4a - 5x^2$  এর ঘন

$$= (4a - 5x^2)^3$$
$$= (4a)^3 - 3.(4a)^2.5x^2 + 3.4a.(5x^2)^2 - (5x^2)^3$$
$$= 64a^3 - 3.16a^2.5x^2 + 3.4a.25x^4 - 125x^6$$
$$= 64a^3 - 240a^2x^2 + 300ax^4 - 125x^6 \text{ (Ans.)}$$

(ঘ)  $7m^2 - 2n$

সমাধান :  $7m^2 - 2n$  এর ঘন

$$= (7m^2 - 2n)^3$$
$$= (7m^2)^3 - 3.(7m^2)^2.2n + 3.7m^2.(2n)^2 - (2n)^3$$
$$= 343m^6 - 3.49m^4.2n + 3.7m^2.4n^2 - 8n^3$$
$$= 343m^6 - 294m^4n + 84m^2n^2 - 8n^3 \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) 403

সমাধান : 403 এর ঘন =  $(403)^3$

$$= (400 + 3)^3$$
$$= (400)^3 + 3.(400)^2.3 + 3.400.(3)^2 + (3)^3$$
$$= 64000000 + 3.160000.3 + 3.400.9 + 27$$
$$= 64000000 + 1440000 + 10800 + 27$$
$$= 65450827 \text{ (Ans.)}$$

(চ) 998

সমাধান : 998 এর ঘন =  $(998)^3$

$$= (1000 - 2)^3$$
$$= (1000)^3 - 3.(1000)^2.2 + 3.1000.(2)^2 - (2)^3$$
$$= 1000000000 - 3.1000000.2 + 3.1000.4 - 8$$

$$= 1000000000 - 6000000 + 12000 - 8$$

$$= 994011992 \text{ (Ans.)}$$

(ছ)  $2a - b - 3c$

সমাধান :  $2a - b - 3c$  এর ঘন

$$= (2a - b - 3c)^3$$

$$= \{(2a - b) - 3c\}^3$$

$$= (2a - b)^3 - 3 \cdot (2a - b)^2 \cdot 3c + 3 \cdot (2a - b) \cdot (3c)^2 - (3c)^3$$

$$= (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot (b)^2 - (b)^3 - 3 \{(2a)^2 \cdot 3c$$

$$- 2 \cdot 2a \cdot b + (b)^2 \cdot 3c + 3 \cdot (2a - b) \cdot 9c^2 - 27c^3$$

$$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 3(4a^2 - 4ab + b^2) \cdot 3c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3$$

$$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3$$

$$= 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b - 36a^2c + 6ab^2 + 54ac^2 - 9b^2c - 27bc^2 + 36abc \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ ১ সরল কর :

(ক)  $(4a - 3b)^3 - 3(4a - 3b)^2(2a - 3b) + 3(4a - 3b)(2a - 3b)^2 - (2a - 3b)^3$

সমাধান : ধরি,  $4a - 3b = x$  এবং  $2a - 3b = y$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$= (x - y)^3$$

$$= \{(4a - 3b) - (2a - 3b)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (4a - 3b - 2a + 3b)^3$$

$$= (2a)^3 = 8a^3 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $(2x + y)^3 + 3(2x + y)^2(2x - y) + 3(2x + y)(2x - y)^2 + (2x - y)^3$

সমাধান : ধরি,  $2x + y = a$  এবং  $2x - y = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= (a + b)^3$$

$$= \{(2x + y) + (2x - y)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (2x + y + 2x - y)^3$$

$$= (4x)^3 = 64x^3 \text{ (Ans.)}$$

(গ)  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

সমাধান :  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

$$= (7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 3 \cdot 2x \cdot (7x + 3b) \cdot (5x + 3b)$$

ধরি,  $7x + 3b = p$  এবং  $5x + 3b = q$

এখানে,  $p - q = 7x + 3b - 5x - 3b = 2x$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = p^3 - q^3 - 3 \cdot p \cdot q \cdot (p - q)$$

$$= p^3 - q^3 - 3pq(p - q)$$

$$= (p - q)^3$$

$$= \{(7x + 3b) - (5x + 3b)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (7x + 3b - 5x - 3b)^3$$

$$= (2x)^3 = 8x^3 \text{ (Ans.)}$$

(ঘ)  $(x - 15)^3 + (16 - x)^3 + 3(x - 15)(16 - x)$

সমাধান : ধরি,  $x - 15 = a$  এবং  $16 - x = b$

এখানে,  $a + b = x - 15 + 16 - x = 1$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + b^3 + 3 \cdot 1 \cdot ab$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$\begin{aligned}
&= (a + b)^3 \\
&= \{(x - 15) + (16 - x)\}^3 \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= (x - 15 + 16 - x)^3 = (1)^3 = 1 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**(ঙ)  $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c) \{a^2 - (b + c)^2\}$**

সমাধান : ধরি,  $a + b + c = x$  এবং  $a - b - c = y$

$$\begin{aligned}
\therefore x - y &= (a + b + c) - (a - b - c) \\
&= a + b + c - a + b + c \\
&= 2b + 2c = 2(b + c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - y^3 - 3(x - y)xy \\
&= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \\
&= (x - y)^3 \\
&= \{2(b + c)\}^3 \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= 8(b + c)^3 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**(চ)  $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$**

সমাধান : প্রদত্ত রাশি,

$$\begin{aligned}
&(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2 \\
&= (m + n)^6 - (m - n)^6 - 3 \cdot 4mn(m^2 - n^2)^2
\end{aligned}$$

ধরি,  $m + n = a$  এবং  $m - n = b$

$$\text{এখানে, } a + b = m + n + m - n = 2m$$

$$\text{এবং } a - b = m + n - m + n = 2n$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = 4mn$$

$$\text{বা, } (a^2 - b^2) = 4mn$$

$$\begin{aligned}
\text{এবং } ab &= (m + n)(m - n) \\
&= (m^2 - n^2)
\end{aligned}$$

$$\therefore a^2b^2 = (ab)^2 = (m^2 - n^2)^2$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^6 - b^6 - 3a^2b^2(a^2 - b^2) \\
&= (a^2)^3 - (b^2)^3 - 3a^2b^2(a^2 - b^2) \\
&= (a^2 - b^2)^3 \\
&= (4mn)^3 \quad [(a^2 - b^2) \text{ এর মান বসিয়ে]} \\
&= 64m^3n^3 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**(ছ)  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$**

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2) \\
&= (x^3 + y^3) + (y^3 + z^3) + (z^3 + x^3) \\
&= x^3 + y^3 + y^3 + z^3 + z^3 + x^3 \\
&= 2x^3 + 2y^3 + 2z^3 \\
&= 2(x^3 + y^3 + z^3) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**(জ)  $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x \{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$**

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : } &(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x \{4x^2 - (3y - 4z)^2\} \\
&= (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 3 \cdot 4x \cdot \{4x^2 - (3y - 4z)^2\} \\
&\text{ধরি, } 2x + 3y - 4z = a \text{ এবং } 2x - 3y + 4z = b \\
&\text{এখানে, } a + b = 2x + 3y - 4z + 2x - 3y + 4z = 4x
\end{aligned}$$

$$ab = (2x + 3y - 4z)(2x - 3y + 4z)$$

$$= \{2x + (3y - 4z)\} \{2x - (3 - 4z)\}$$

$$= \{(2x)^2 - (3y - 4z)^2\}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + b^3 + 3(a + b)ab$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$= (a + b)^3$$

$$= \{(2x + 3y - 4z) + (2x - 3y + 4z)\}^3$$

[মান বসিয়ে]

$$= \{2x + 3y - 4z + 2x - 3y + 4z\}^3$$

$$= (4x)^3 = 64x^3 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩১।  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে,  $a^3 - b^3$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 125 + 540 = 665 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪১। যদি  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$  হয়, তবে  $ab$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$

$$\text{আমরা জানি, } (a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$\text{বা, } 3ab(a - b) = (a^3 - b^3) - (a - b)^3$$

$$\text{বা, } 3ab \cdot 3 = 513 - (3)^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 9ab = 513 - 27$$

$$\text{বা, } 9ab = 486$$

$$\text{বা, } ab = \frac{486}{9} \therefore ab = 54 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫১।  $x = 19$  এবং  $y = -12$  হলে,  $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x = 19$  এবং  $y = -12$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

$$= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 + (3y)^3$$

$$= (2x + 3y)^3$$

$$= \{2 \times 19 + 3 \times (-12)\}^3 \quad [x \text{ ও } y\text{-এর মান বসিয়ে}]$$

$$= (38 - 36)^3 = (2)^3 = 8 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬১। যদি  $a = 15$  হয়, তবে  $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = 15$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = 8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$$

$$= (2a)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2a \cdot (5)^2 + (5)^3 + 5$$

$$= (2a + 5)^3 + 5$$

$$= (2 \times 15 + 5)^3 + 5$$

$$= (30 + 5)^3 + 5 = 42875 + 5 = 42880 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭১।  $a = 7$  এবং  $b = -5$  হলে,  $(3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)(4b - 2a)$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = 7$  এবং  $b = -5$

$$\text{ধরি, } 3a - 5b = x \text{ এবং } 4b - 2a = y$$

$$x + y = (3a - 5b) + (4b - 2a)$$

$$= 3a - 5b + 4b - 2a = a - b$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + y^3 + 3(x+y)xy \\
&= x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = (x+y)^3 \\
&= (3a-5b+4b-2a)^3 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
&= (a-b)^3 \\
&= \{7-(-5)\}^3 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
&= (7+5)^3 = (12)^3 = 1728 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৮ ১ যদি  $a+b=m$ ,  $a^2+b^2=n$  এবং  $a^3+b^3=p^3$  হয়, তবে দেখাও যে,  $m^3+2p^3=3mn$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a+b=m$ ,  $a^2+b^2=n$  এবং  $a^3+b^3=p^3$

$$\begin{aligned}
\text{বামপক্ষ} &= m^3 + 2p^3 \\
&= (a+b)^3 + 2(a^3+b^3) \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3 \\
&= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3 \\
&= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \\
&= 3\{a^2(a+b) + b^2(a+b)\} \\
&= 3(a+b)(a^2+b^2) \\
&= 3mn \quad [\text{মান বসিয়ে}] = \text{ডানপক্ষ}
\end{aligned}$$

$$\therefore m^3 + 2p^3 = 3mn \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৯ ১ যদি  $x+y=1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $x^3+y^3-xy=(x-y)^2$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x+y=1$

$$\begin{aligned}
\text{বামপক্ষ} &= x^3 + y^3 - xy \\
&= (x+y)(x^2-xy+y^2) - xy \\
&= 1 \cdot (x^2-xy+y^2) - xy \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= x^2 - xy + y^2 - xy \\
&= x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = \text{ডানপক্ষ}
\end{aligned}$$

$$\therefore x^3 + y^3 - xy = (x-y)^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১০ ১  $a+b=3$  এবং  $ab=2$  হলে, (ক)  $a^2-ab+b^2$  এবং (খ)  $a^3+b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : (ক) দেওয়া আছে,  $a+b=3$  এবং  $ab=2$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - ab + b^2 \\
&= a^2 + b^2 - ab \\
&= (a+b)^2 - 2ab - ab \\
&= (a+b)^2 - 3ab \\
&= (a-b)^2 + 3ab \\
&= (3)^2 - 3 \times 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= 9 - 6 = 3 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $a+b=3$  এবং  $ab=2$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\
&= (3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= 27 - 18 = 9 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১ ১  $a-b=5$  এবং  $ab=36$  হলে, (ক)  $a^2+ab+b^2$  এবং (খ)  $a^3-b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : (ক) দেওয়া আছে,  $a-b=5$  এবং  $ab=36$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + ab + b^2 = a^2 + b^2 + ab \\
&= (a-b)^2 + 2ab + ab \\
&= (a-b)^2 + 3ab \\
&= (5)^2 + 3 \cdot 36 \quad [\text{মান বসিয়ে}]
\end{aligned}$$

$$= 25 + 108 = 133 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ &= (5)^3 + 3.36.5 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 125 + 540 = 665 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ ৥  $m + \frac{1}{m} = a$  হলে,  $m^3 + \frac{1}{m^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $m + \frac{1}{m} = a$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= m^3 + \frac{1}{m^3} \\ &= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3.m.\frac{1}{m} \left(m + \frac{1}{m}\right) \\ &= (a)^3 - 3.1.a \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= a^3 - 3a \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥  $x - \frac{1}{x} = p$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = p$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - \frac{1}{x^3} = (x)^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (p)^3 + 3.1.p \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= p^3 + 3p \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥ যদি  $a - \frac{1}{a} = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = 1$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= a^3 - \frac{1}{a^3} = (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\ &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (1)^3 + 3.1.1 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 1 + 3 = 4 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে দেখাও যে,

$$\text{(ক) } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

$$\text{বা, } a + b = -c$$

$$\text{বা, } (a + b)^3 = (-c)^3 \quad [\text{উভয়পক্ষকে ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$$

$$[\text{যেহেতু } a + b + c = 0 \therefore a + b = -c]$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$(খ) \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

$$\text{বা, } b + c = -a$$

$$\therefore (b+c)^2 = (-a)^2 = a^2$$

আবার,  $c + a = -b$

$$\therefore (c+a)^2 = (-b)^2 = b^2$$

এবং  $a + b = -c$

$$\therefore (a+b)^2 = (-c)^2 = c^2$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} \\ &= \frac{a^2}{3bc} + \frac{b^2}{3ca} + \frac{c^2}{3ab} = \frac{a^2 \cdot a + b^2 \cdot b + c^2 \cdot c}{3abc} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc} = \frac{(a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3}{3abc} \\ &= \frac{(-c)^3 - 3ab(-c) + c^3}{3abc} \\ &= \frac{-c^3 + 3abc + c^3}{3abc} = \frac{3abc}{3abc} = 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৬ ॥  $p - q = r$  হলে, দেখাও যে,  $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $p - q = r$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= p^3 - q^3 - r^3 \\ &= (p-q)^3 + 3pq(p-q) - r^3 \\ &= (r)^3 + 3pq \cdot (r) - r^3 \\ &= r^3 + 3pqr - r^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 3pqr = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৭ ॥  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে, দেখাও যে,  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $2x - \frac{2}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8x^3 - \frac{8}{x^3} \\ &= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3 \\ &= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right) \\ &= (3)^3 + 12 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 27 + 36 = 63 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৮ ॥  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6 - 1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$$

[হর ও লবকে  $(\sqrt{6} - \sqrt{5})$  দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a^6 - 1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3}$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= (2\sqrt{5})^3 + 3.1.2\sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$= 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

## অনুশীলনী ৩.৩

### অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর (১ - ৪৩) :

প্রশ্ন ১১  $a^2 + ab + ac + bc$

সমাধান :  $a^2 + ab + ac + bc$

$$= a(a + b) + c(a + b) = (a + b)(a + c) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২  $ab + a - b - 1$

সমাধান :  $ab + a - b - 1$

$$= a(b + 1) - 1(b + 1) = (b + 1)(a - 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩  $(x - y)(x + y) + (x - y)(y + z) + (x - y)(z + x)$

সমাধান :  $(x - y)(x + y) + (x - y)(y + z) + (x - y)(z + x)$

$$= (x - y)\{(x + y) + (y + z) + (z + x)\}$$

$$= (x - y)(x + y + y + z + z + x)$$

$$= (x - y)(2x + 2y + 2z)$$

$$= (x - y)\{2(x + y + z)\}$$

$$= 2(x - y)(x + y + z) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪  $ab(x - y) - bc(x - y)$

সমাধান :  $ab(x - y) - bc(x - y)$

$$= (x - y)(ab - bc) = (x - y)\{b(a - c)\}$$

$$= b(x - y)(a - c) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ ৯x<sup>2</sup> + 24x + 16

সমাধান : 9x<sup>2</sup> + 24x + 16

$$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2 = (3x + 4)^2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ a<sup>4</sup> - 27a<sup>2</sup> + 1

সমাধান : a<sup>4</sup> - 27a<sup>2</sup> + 1

$$= (a^2)^2 - 2.a^2.1 + (1)^2 - 25a^2$$

$$= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$$

$$= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a)$$

$$= (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ x<sup>4</sup> - 6x<sup>2</sup>y<sup>2</sup> + y<sup>4</sup>

সমাধান : x<sup>4</sup> - 6x<sup>2</sup>y<sup>2</sup> + y<sup>4</sup>

$$= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2$$

$$= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy)$$

$$= (x^2 + 2xy - y^2)(x^2 - 2xy - y^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ (a<sup>2</sup> - b<sup>2</sup>)(x<sup>2</sup> - y<sup>2</sup>) + 4abxy

সমাধান : (a<sup>2</sup> - b<sup>2</sup>)(x<sup>2</sup> - y<sup>2</sup>) + 4abxy

$$= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy + 2abxy$$

$$= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 + 2abxy - b^2x^2$$

$$= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2)$$

$$= \{(ax)^2 + 2.ax.by + (by)^2\} - \{(ay)^2 - 2.ay.bx + (bx)^2\}$$

$$= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2$$

$$= (ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ 4a<sup>2</sup> - 12ab + 9b<sup>2</sup> - 4c<sup>2</sup>

সমাধান : 4a<sup>2</sup> - 12ab + 9b<sup>2</sup> - 4c<sup>2</sup>

$$= (2a)^2 - 2 \times 2a \times 3b + (3b)^2 - 4c^2$$

$$= (2a - 3b)^2 - (2c)^2$$

$$= (2a - 3b + 2c)(2a - 3b - 2c) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ 9x<sup>4</sup> - 45a<sup>2</sup>x<sup>2</sup> + 36a<sup>4</sup>

সমাধান : 9x<sup>4</sup> - 45a<sup>2</sup>x<sup>2</sup> + 36a<sup>4</sup>

$$= 9(x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4)$$

$$= 9(x^4 - 4a^2x^2 - a^2x^2 + 4a^4)$$

$$= 9\{x^2(x^2 - 4a^2) - a^2(x^2 - 4a^2)\}$$

$$= 9(x^2 - 4a^2)(x^2 - a^2)$$

$$= 9\{(x^2)^2 - (2a)^2\}(x + a)(x - a)$$

$$= 9(x + 2a)(x - 2a)(x + a)(x - a)$$

$$= 9(x + a)(x - a)(x + 2a)(x - 2a) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২১ a<sup>2</sup> + 6a + 8 - y<sup>2</sup> + 2y

সমাধান : a<sup>2</sup> + 6a + 8 - y<sup>2</sup> + 2y

$$= a^2 + 6a + 9 - 1 - y^2 + 2y$$

$$= a^2 + 6a + 9 - (1 - 2y + y^2)$$

$$= (a)^2 + 2.a.3 + (3)^2 - (1^2 - 2.1.y + y^2)$$

$$= (a + 3)^2 - (1 - y)^2$$

$$= (a + 3 + 1 - y)(a + 3 - 1 + y)$$

$$= (a - y + 4)(a + y + 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ ৥  $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান :  $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$$= (4x)^2 - (5y)^2 - 2z(4x - 5y)$$

$$= (4x - 5y)(4x + 5y) - 2z(4x - 5y)$$

$$= (4x - 5y)(4x + 5y - 2z) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥  $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান :  $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

$$= 4b^2c^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$$

$$= 4b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2)$$

$$= 4b^2c^2 - \{(b^2)^2 + (c^2)^2 + (-a^2)^2 + 2.b^2.c^2 + 2.c^2.(-a^2) + 2.(-a^2).b^2\}$$

$$= (2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$$

$$= (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2)$$

$$= (b^2 + 2bc + c^2 - a^2)\{a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\}$$

$$= \{(b + c)^2 - a^2\}\{a^2 - (b - c)^2\}$$

$$= (b + c + a)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c)$$

$$= (a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(c + a - b) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥  $x^2 + 13x + 36$

সমাধান :  $x^2 + 13x + 36$

$$= x^2 + 4x + 9x + 36$$

$$= x(x + 4) + 9(x + 4) = (x + 4)(x + 9) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥  $x^4 + x^2 - 20$

সমাধান :  $x^4 + x^2 - 20$

$$= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20 = x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5)$$

$$= (x^2 + 5)(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2)$$

$$= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 5) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥  $a^2 - 30a + 216$

সমাধান :  $a^2 - 30a + 216$

$$= a^2 - 18a - 12a + 216$$

$$= a(a - 18) - 12(a - 18) = (a - 18)(a - 12) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥  $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

সমাধান :  $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

$$= x^6y^6 - 3x^3y^3 + 2x^3y^3 - 6 = x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3)$$

$$= (x^3y^3 - 3)(x^3y^3 + 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥  $a^8 - a^4 - 2$

সমাধান :  $a^8 - a^4 - 2$

$$= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$$

$$= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) = (a^4 - 2)(a^4 + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥  $a^2b^2 - 8ab - 105$

সমাধান :  $a^2b^2 - 8ab - 105$

$$= a^2b^2 - 15ab + 7ab - 105$$

$$= ab(ab - 15) + 7(ab - 15)$$

$$= (ab - 15)(ab + 7) = (ab + 7)(ab - 15) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২০ ৥  $x^2 - 37x - 650$

সমাধান :  $x^2 - 37x - 650$

$$= x^2 - 50x + 13x - 650$$

$$= x(x - 50) + 13(x - 50)$$

$$= (x - 50)(x + 13) = (x + 13)(x - 50) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২১ ৥  $4x^4 - 25x^2 + 36$

সমাধান :  $4x^4 - 25x^2 + 36$

$$= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36 = 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$$

$$= (x^2 - 2^2) \{(2x)^2 - 3^2\} = (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২২ ৥  $12x^2 - 38x + 20$

সমাধান :  $12x^2 - 38x + 20$

$$= 12x^2 - 30x - 8x + 20 = 6x(2x - 5) - 4(2x - 5)$$

$$= (2x - 5)(6x - 4)$$

$$= (2x - 5) \{2(3x - 2)\} = 2(2x - 5)(3x - 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৩ ৥  $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

সমাধান :  $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

$$= y^2(9x^2 - 5x - 14) = y^2(9x^2 + 9x - 14x - 14)$$

$$= y^2 \{(9x(x + 1) - 14(x + 1))\}$$

$$= y^2(x + 1)(9x - 14) = y^2(x + 1)(9x - 14) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৪ ৥  $4x^4 - 27x^2 - 81$

সমাধান :  $4x^4 - 27x^2 - 81$

$$= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81 = 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 - 9)(4x^2 + 9)$$

$$= (x^2 - 3^2)(4x^2 + 9) = (x + 3)(x - 3)(4x^2 + 9) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৫ ৥  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান :  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$$= ax^2 + a^2x + x + a$$

$$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৬ ৥  $3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

সমাধান : ধরি,  $a^2 + 2a = x$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = 3x^2 - 22x + 40$$

$$= 3x^2 - 12x - 10x + 40$$

$$= 3x(x - 4) - 10(x - 4)$$

$$= (x - 4)(3x - 10)$$

$$= \{(a^2 + 2a) - 4\} \{3(a^2 + 2a) - 10\}$$

[x এর মান বসিয়ে]

$$= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৭ ৥  $14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$

সমাধান : ধরি,  $x + z = a$  এবং  $x + 1 = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = 14a^2 - 29ab - 15b^2$$

$$= 14a^2 - 35ab + 6ab - 15b^2$$

$$= 7a(2a - 5b) + 3b(2a - 5b)$$

$$\begin{aligned}
&= (2a - 5b)(7a + 3b) \\
&= \{2(x+z) - 5(x+1)\} \{7(x+z) + 3(x+1)\} \\
&\quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
&= (2x + 2z - 5x - 5)(7x + 7z + 3x + 3) \\
&= (2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**প্রশ্ন ২৮ ॥  $(4a - 3b)^2 - 2(4a - 3b)(a + 2b) - 35(a + 2b)^2$**

সমাধান : ধরি,  $4a - 3b = x$  এবং  $a + 2b = y$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 2xy - 35y^2 \\
&= x^2 + 5xy - 7xy - 35y^2 \\
&= x(x + 5y) - 7y(x + 5y) \\
&= (x + 5y)(x - 7y) \\
&= \{(4a - 3b) + 5(a + 2b)\} \{(4a - 3b) - 7(a + 2b)\} \\
&\quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
&= (4a - 3b + 5a + 10b)(4a - 3b - 7a - 14b) \\
&= (9a + 7b)(-3a - 17b) \\
&= (-1)(9a + 7b)(3a + 17b) \\
&= -(3a + 17b)(9a + 7b) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**প্রশ্ন ২৯ ॥  $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$**

সমাধান : ধরি,  $a - 1 = p$  এবং  $a + 1 = q$

$$\begin{aligned}
\therefore (a - 1)(a + 1) &= pq \text{ বা, } a^2 - 1 = pq \\
\therefore a^2 &= pq + 1 \\
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= px^2 + (pq + 1)xy + qy^2 \\
&= px^2 + pqxy + xy + qy^2 \\
&= px(x + qy) + y(x + qy) \\
&= (x + qy)(px + y) \\
&= \{x + (a - 1)y\} \{(a - 1)x + y\} \\
&\quad [p \text{ ও } q \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
&= (x + ay + y)(ax - x + y) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**প্রশ্ন ৩০ ॥  $24x^4 - 3x$**

সমাধান :  $24x^4 - 3x$

$$\begin{aligned}
&= 3x(8x^3 - 1) = 3x\{(2x)^3 - 1\} \\
&= 3x\{(2x - 1)\{(2x)^2 + 2x \cdot 1 + (1)^2\}\} \\
&= 3x(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**প্রশ্ন ৩১ ॥  $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$**

সমাধান :  $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

$$\begin{aligned}
&= (a^2 + b^2)^3 + (2ab)^3 \\
&= \{(a^2 + b^2) + 2ab\} \{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 + b^2) \cdot 2ab + (2ab)^2\} \\
&= (a^2 + b^2 + 2ab)\{(a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\} \\
&= (a + b)^2(a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2) \\
&= (a + b)^2(a^4 - 2a^3b + 6a^2b^2 - 2ab^3 + b^4) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

**প্রশ্ন ৩২ ॥  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$**

সমাধান :  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

$$\begin{aligned}
&= (x)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + (1)^3 + 1 \\
&= (x + 1)^3 + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (x + 1)^3 + (1)^3 \\
&= \{(x + 1) + 1\}\{(x + 1)^2 - (x + 1).1 + (1)^2\} \\
&= (x + 1 + 1)(x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1) \\
&= (x + 2)(x^2 + x + 1) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৩ ৥  $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

সমাধান :  $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

$$\begin{aligned}
&= (a)^3 - 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 - (2)^3 - 1 \\
&= (a - 2)^3 - 1 = (a - 2)^3 - (1)^3 \\
&= \{(a - 2) - 1\}\{(a - 2)^2 + (a - 2).1 + (1)^2\} \\
&= (a - 2 - 1)(a^2 - 2.a.2 + 2^2 + a - 2 + 1) \\
&= (a - 3)(a^2 - 4a + 4 + a - 2 + 1) \\
&= (a - 3)(a^2 - 3a + 3) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৪ ৥  $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$

সমাধান :  $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$

$$\begin{aligned}
&= a^3 - b^3 + (a + b)^3 - 8b^3 \\
&= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b)^3 - (2b)^3 \\
&= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b - 2b) \\
&\quad \{(a + b)^2 + (a + b).2b + (2b)^2\} \\
&= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b) \\
&\quad (a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2) \\
&= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a^2 + 4ab + 7b^2) \\
&= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2) \\
&= (a - b)(2a^2 + 5ab + 8b^2) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৫ ৥  $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

সমাধান :  $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

$$\begin{aligned}
&= (2x)^3 + 3.(2x)^2.1 + 3.2x.(1)^2 + (1)^3 - 1 - 63 \\
&= (2x + 1)^3 - 64 = (2x + 1)^3 - (4)^3 \\
&= \{(2x + 1) - 4\}\{(2x + 1)^2 + (2x + 1) \times 4 + (4)^2\} \\
&= (2x + 1 - 4)\{(2x)^2 + 2.2x.1 + (1)^2 + 8x + 4 + 16\} \\
&= (2x - 3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x + 20) \\
&= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৬ ৥  $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

সমাধান :  $8a^3 + \frac{b^3}{27} = (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$

$$\begin{aligned}
&= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left\{(2a)^2 - 2a.\frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2\right\} \\
&= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right) \\
&= \frac{1}{3}(6a + b) \times \frac{1}{9}(36a^2 - 6ab + b^2) \\
&= \frac{1}{27}(6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৭ ৥  $a^3 - \frac{1}{8}$

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : } a^3 - \frac{1}{8} &= a^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\
&= \left(a - \frac{1}{2}\right) \left\{ (a)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right\} \\
&= \left(a - \frac{1}{2}\right) \left(a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right) \\
&= \frac{1}{2}(2a - 1) \cdot \frac{1}{4}(4a^2 + 2a + 1) \\
&= \frac{1}{8}(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৩৮ ৥ } \frac{a^6}{27} - b^6$$

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : } \frac{a^6}{27} - b^6 &= \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3 \\
&= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left\{ \left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2 \right\} \\
&= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৩৯ ৥ } 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : } 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a} \\
&= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a} \\
&= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a} = \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
&= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৪০ ৥ } (3a + 1)^3 - (2a - 3)^3$$

$$\text{সমাধান : ধরি, } 3a + 1 = p \text{ এবং } 2a - 3 = q$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{ প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 = (p - q)(p^2 + pq + q^2) \\
&= \{(3a+1)-(2a-3)\} \{ (3a+1)^2 + (3a+1)(2a-3) + (2a-3)^2 \} \text{ [p ও q এর মান বসিয়ে]} \\
&= (3a+1-2a+3) \{ (3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 1 + (1)^2 + 6a^2 - 9a + 2a - 3 + (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3 + (3)^2 \} \\
&= (a+4) \{ 9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 7a - 3 + 4a^2 - 12a + 9 \} \\
&= (a+4)(19a^2 - 13a + 7) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৪১ ৥ } (x + 5)(x - 9) - 15$$

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : } (x + 5)(x - 9) - 15 \\
&= x^2 + (5 - 9)x + 5 \cdot (-9) - 15 \\
&= x^2 - 4x - 45 - 15 = x^2 - 4x - 60 \\
&= x^2 - 10x + 6x - 60 = x(x - 10) + 6(x - 10) \\
&= (x - 10)(x + 6) = (x + 6)(x - 10) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৪২ ৥ } (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$$

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : } (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48 \\
&= (x + 3)(x + 4)(x + 2)(x + 5) - 48 \\
&= (x^2 + 7x + 12)(x^2 + 7x + 10) - 48 \\
&\text{ধরি, } x^2 + 7x = a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= (a + 12)(a + 10) - 48 \\
&= a^2 + (12 + 10)a + 12 \cdot 10 - 48 \\
&= a^2 + 22a + 120 - 48 \\
&= a^2 + 22a + 72 \\
&= a^2 + 4a + 18a + 72 \\
&= a(a + 4) + 18(a + 4) \\
&= (a + 4)(a + 18) \\
&= (x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x + 18) \text{ [a এর মান বসিয়ে]}
\end{aligned}$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১৪৩ ৥  $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7) - 65$

সমাধান :  $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7) - 65$

$$= (x - 1)(x - 7)(x - 3)(x - 5) - 65$$

$$= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$$

ধরি,  $x^2 - 8x = a$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= (a + 7)(a + 15) - 65 \\
&= a^2 + (7 + 15)a + 7 \cdot 15 - 65 \\
&= a^2 + 22a + 105 - 65 = a^2 + 22a + 40 \\
&= a^2 + 20a + 2a + 40 \\
&= a(a + 20) + 2(a + 20) \\
&= (a + 20)(a + 2) \\
&= (x^2 - 8x + 20)(x^2 - 8x + 2) \text{ [a এর মান বসিয়ে]}
\end{aligned}$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১৪৪ ৥ দেখাও যে,  $x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x + 2)(x + 3)(x + 4)$

সমাধান : বামপক্ষ =  $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$

$$= (x)^3 + 3 \cdot (x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot (3)^2 + (3)^3 - x - 3$$

$$= (x + 3)^3 - x - 3 = (x + 3)^3 - 1(x + 3)$$

$$= (x + 3)\{(x + 3)^2 - (1)^2\}$$

$$= (x + 3)(x + 3 + 1)(x + 3 - 1)$$

$$= (x + 3)(x + 4)(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x + 3)(x + 4) = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x + 2)(x + 3)(x + 4) \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৪৫ ৥ দেখাও যে,  $(x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$

সমাধান : বামপক্ষ :  $(x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4)$

$$= (x + 1)(3x - 1)(x + 2)(3x - 4)$$

$$= (3x^2 + 3x - x - 1)(3x^2 + 6x - 4x - 8)$$

$$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8) = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) = (3x^2 + 2x - 1)$$

$$(3x^2 + 2x - 8) \text{ (দেখানো হলো)}$$

## অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

প্রশ্ন ১১  $6x^2 - 7x + 1$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = 6x^2 - 7x + 1$

$$\therefore f(1) = 6(1)^2 - 7(1) + 1$$

$$= 6 - 7 + 1 = 6 - 7 + 1 = 7 - 7 = 0$$

$\therefore (x - 1) \square f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $6x^2 - 7x + 1 = 6x^2 - 6x - x + 1$

$$= 6x(x - 1) - 1(x - 1) = (x - 1)(6x - 1)$$

$$= (6x - 1)(x - 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২  $3a^3 + 2a + 5$

সমাধান : ধরি,  $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

$$\therefore f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1) + 5$$

$$= -3 - 2 + 5 = -5 + 5 = 0$$

$\therefore (a + 1), f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $3a^3 + 2a + 5$

$$= 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5$$

$$= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1)$$

$$= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

সমাধান : এখানে,  $x$  কে চলক এবং  $y$  কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করি।

প্রদত্ত রাশিকে  $x$ -এর বহুপদী বিবেচনা করে

ধরি,  $f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

$$\therefore f(-y) = (-y)^3 - 7(-y)y^2 - 6y^3$$

$$= -y^3 + 7y^3 - 6y^3 = 0$$

$\therefore x - (-y)$  বা,  $(x + y), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

$$= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3$$

$$= x^2(x + y) - xy(x + y) - 6y^2(x + y)$$

$$= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2)$$

$$= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$$

$$= (x + y)\{x(x - 3y) + 2y(x - 3y)\}$$

$$= (x + y)(x - 3y)(x + 2y) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪  $x^2 - 5x - 6$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = x^2 - 5x - 6$

$$\therefore f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) - 6$$

$$= 1 + 5 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$\therefore x - (-1)$  বা,  $(x + 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^2 - 5x - 6$

$$= x^2 + x - 6x - 6 = x(x + 1) - 6(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x - 6) = (x - 6)(x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫  $2x^2 - x - 3$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = 2x^2 - x - 3$

$$\therefore f(-1) = 2(-1)^2 - (-1) - 3 = 2 + 1 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$\therefore \{x - (-1)\}$  বা,  $(x + 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $2x^2 - x - 3 = 2x^2 + 2x - 3x - 3$

$$= 2x(x + 1) - 3(x + 1) = (x + 1)(2x - 3)$$

$$= (2x - 3)(x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬  $3x^2 - 7x - 6$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$

$$\therefore f(3) = 3(3)^2 - 7(3) - 6$$

$$= 3 \times 9 - 21 - 6 = 27 - 27 = 0$$

$\therefore (x - 3), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $3x^2 - 7x - 6 = 3x^2 - 9x + 2x - 6$

$$= 3x(x - 3) + 2(x - 3) = (x - 3)(3x + 2)$$

$$\text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$$\therefore f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) - 6$$

$$= -1 + 2 + 5 - 6 = 7 - 7 = 0$$

$\therefore x - (-1)$  বা,  $(x + 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$$= x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6$$

$$= x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x + 1)(x^2 + 3x - 2x - 6)$$

$$= (x + 1)\{x(x + 3) - 2(x + 3)\}$$

$$= (x + 1)(x + 3)(x - 2)$$

$$= (x - 2)(x + 1)(x + 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

সমাধান : মনে করি,  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$\therefore f(1) = (1)^3 + 4(1)^2 + (1) - 6$$

$$= 1 + 4 + 1 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$\therefore (x - 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$= x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6$$

$$= x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1)$$

$$= (x - 1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$= (x - 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$$

$$\begin{aligned}
&= (x-1)\{x(x+3) + 2(x+3)\} \\
&= (x-1)(x+3)(x+2) \\
&= (x-1)(x+2)(x+3) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥  $a^3 + 3a + 36$

সমাধান : মনে করি,  $f(a) = a^3 + 3a + 36$

$$\begin{aligned}
f(-3) &= (-3)^3 + 3(-3) + 36 \\
&= -27 - 9 + 36 = 36 - 36 = 0
\end{aligned}$$

$\therefore a - (-3)$  বা,  $(a+3)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 + 3a + 36$

$$\begin{aligned}
&= a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36 \\
&= a^2(a+3) - 3a(a+3) + 12(a+3) \\
&= (a+3)(a^2 - 3a + 12) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১০ ৥  $a^4 - 4a + 3$

সমাধান : মনে করি,  $f(a) = a^4 - 4a + 3$

$$\begin{aligned}
\therefore f(1) &= (1)^4 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 4 - 4 \\
&= 0
\end{aligned}$$

$\therefore (a-1)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^4 - 4a + 3$

$$\begin{aligned}
&= a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3 \\
&= a^3(a-1) + a^2(a-1) + a(a-1) - 3(a-1) \\
&= (a-1)(a^3 + a^2 + a - 3) \\
&= (a-1)(a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3) \\
&= (a-1)\{a^2(a-1) + 2a(a-1) + 3(a-1)\} \\
&= (a-1)(a-1)(a^2 + 2a + 3) \\
&= (a-1)^2(a^2 + 2a + 3) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১ ৥  $a^3 - a^2 - 10a - 8$

সমাধান : মনে করি,  $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

$$\begin{aligned}
f(-1) &= (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8 \\
&= -1 - 1 + 10 - 8 \\
&= -10 + 10 = 0
\end{aligned}$$

$\therefore a - (-1)$  বা,  $(a+1)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 - a^2 - 10a - 8$

$$\begin{aligned}
&= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8 \\
&= a^2(a+1) - 2a(a+1) - 8(a+1) \\
&= (a+1)(a^2 - 2a - 8) \\
&= (a+1)(a^2 - 4a + 2a - 8) \\
&= (a+1)\{a(a-4) + 2(a-4)\} \\
&= (a+1)(a-4)(a+2) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ ৥  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$$\begin{aligned}
\therefore f(2) &= (2)^3 - 3(2)^2 + 4 \cdot 2 - 4 \\
&= 8 - 12 + 8 - 4 = 16 - 16 = 0
\end{aligned}$$

$\therefore (x-2)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$$\begin{aligned}
&= x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4 \\
&= x^2(x-2) - x(x-2) + 2(x-2) \\
&= (x-2)(x^2 - x + 2) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

সমাধান : ধরি,  $f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

$$\begin{aligned}
\therefore f(b) &= (b)^3 - 7(b)^2 \cdot b + 7(b)b^2 - b^3 \\
&= b^3 - 7b^3 + 7b^3 - b^3 = 0
\end{aligned}$$

$\therefore (a-b)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

$$\begin{aligned}
&= a^3 - a^2b - 6a^2b + 6ab^2 + ab^2 - b^3 \\
&= a^2(a-b) - 6ab(a-b) + b^2(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 - 6ab + b^2) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥  $x^3 - x - 24$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = x^3 - x - 24$

$$\therefore f(3) = (3)^3 - 3 - 24 = 27 - 27 = 0$$

$\therefore (x-3)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - x - 24 = x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24$

$$\begin{aligned}
&= x^2(x-3) + 3x(x-3) + 8(x-3) \\
&= (x-3)(x^2 + 3x + 8) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥  $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$$\begin{aligned}
\therefore f(-y) &= (-y)^3 + 6(-y)^2 \cdot y + 11(-y) \cdot y^2 + 6y^3 \\
&= -y^3 + 6y^3 - 11y^3 + 6y^3 \\
&= 12y^3 - 12y^3 = 0
\end{aligned}$$

$\therefore x - (-y)$  বা,  $(x+y)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

তাহলে,  $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$$\begin{aligned}
&= x^3 + x^2y + 5x^2y + 5xy^2 + 6xy^2 + 6y^3 \\
&= x^2(x+y) + 5xy(x+y) + 6y^2(x+y) \\
&= (x+y)(x^2 + 5xy + 6y^2) \\
&= (x+y)(x^2 + 3xy + 2xy + 6y^2) \\
&= (x+y)\{x(x+3y) + 2y(x+3y)\} \\
&= (x+y)(x+2y)(x+3y) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥  $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

সমাধান : ধরি  $f(x)$

$$\begin{aligned}
\therefore f(2) &= 2 \cdot (2)^4 - 3 \cdot (2)^3 - 3 \cdot 2 - 2 \\
&= 32 - 24 - 6 - 2 = 32 - 32 = 0
\end{aligned}$$

$\therefore (x-2)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

$$\begin{aligned}
&= 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2 \\
&= 2x^3(x-2) + x^2(x-2) + 2x(x-2) + 1(x-2) \\
&= (x-2)(2x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \\
&= (x-2)\{2x(x^2+1) + 1(x^2+1)\} \\
&= (x-2)(x^2+1)(2x+1) \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$$\therefore f(-1) = 4(-1)^4 + 12(-1)^3 + 7(-1)^2 - 3(-1) - 2 \\ = 4 - 12 + 7 + 3 - 2 = 14 - 14 = 0$$

$\therefore x - (-1)$  বা,  $(x + 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$$= 4x^4 + 4x^3 + 8x^3 + 8x^2 - x^2 - x - 2x - 2 \\ = 4x^3(x + 1) + 8x^2(x + 1) - x(x + 1) - 2(x + 1) \\ = (x + 1)(4x^3 + 8x^2 - x - 2) \\ = (x + 1)\{4x^2(x + 2) - 1(x + 2)\} \\ = (x + 1)(x + 2)(4x^2 - 1) \\ = (x + 1)(x + 2)(2x + 1)(2x - 1) \\ = (2x - 1)(x + 1)(x + 2)(2x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

$$\therefore f(1) = (1)^6 - (1)^5 + (1)^4 - (1)^3 + (1)^2 - 1 \\ = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = 3 - 3 = 0$$

$\therefore (x - 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

$$= x(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \\ = x\{x^4(x - 1) + x^2(x - 1) + 1(x - 1)\} \\ = x(x - 1)(x^4 + x^2 + 1) \\ = x(x - 1)\{(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 - x^2\} \\ = x(x - 1)\{(x^2 + 1)^2 - (x)^2\} \\ = x(x - 1)(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) \\ = x(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

$$\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{4}\right) - 1$$

$$= 4 \times \frac{1}{64} - 5 \cdot \frac{1}{16} + \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1$$

- 1

$$= \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16} = \frac{21 - 21}{16} = \frac{0}{16} = 0$$

$\therefore \left(x - \frac{1}{4}\right)$  বা,  $(4x - 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

$$= 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1 \\ = x^2(4x - 1) - x(4x - 1) + 1(4x - 1) \\ = (4x - 1)(x^2 - x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ ৥  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

সমাধান : ধরি,  $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 18\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 15\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \\ = 18 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + 15 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2 \\ = -\frac{9}{4} + \frac{15}{4} + \frac{1}{2} - 2 \\ = \frac{-9 + 15 + 2 - 8}{4} = \frac{-17 + 17}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

0

$\therefore x - \left(-\frac{1}{2}\right)$  বা,  $(2x + 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$$= 18x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 3x - 4x - 2 \\ = 9x^2(2x + 1) + 3x(2x + 1) - 2(2x + 1) \\ = (2x + 1)(9x^2 + 3x - 2) \\ = (2x + 1)(9x^2 - 3x + 6x - 2) \\ = (2x + 1)\{3x(3x - 1) + 2(3x - 1)\} \\ = (2x + 1)(3x - 1)(3x + 2) \text{ (Ans.)}$$

## অনুশীলনী ৩.৫

### অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ২২ ৥ ক একটি কাজ p দিনে করে এবং খ 2p দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ x

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	1 দিনে পারে x কাজের অংশ
ক	p	$\frac{x}{p}$

খ	2p	$\frac{x}{2p}$
খ	r	$\frac{xr}{2p}$
ক + খ	1	$\frac{x}{p} + \frac{x}{2p} = \frac{2x + x}{2p} = \frac{3x}{2p}$

খ, r দিন কাজ করায় কাজের বাকি থাকে  $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$  অংশ

অর্থাৎ, কাজটির  $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$  অংশ ক ও খ একত্রে করে।

এখন, ক ও খ একত্রে  $\frac{3x}{2p}$  অংশ করে 1 দিনে

∴ " " 1 " "  $\frac{2p}{3x}$  দিনে

∴ " "  $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$  " "  $\frac{2p}{3x} \left(x - \frac{xr}{2p}\right)$  দিনে  
 $= \frac{2p}{3x} \times x \left(1 - \frac{r}{2p}\right)$  দিনে  
 $= \frac{2p}{3} \left(1 - \frac{r}{2p}\right)$  দিনে

∴ কাজটি শেষ হয়েছিল  $\left\{r + \frac{2p}{3} \left(1 - \frac{r}{2p}\right)\right\}$  দিনে  
 $= \left\{r + \frac{2p}{3} - \frac{2p}{3} \times \frac{r}{2p}\right\}$  দিনে  
 $= \left\{r + \frac{2p}{3} - \frac{r}{3}\right\}$  দিনে  $= \left(\frac{3r + 2p - r}{3}\right)$  দিনে  
 $= \frac{2r + 2p}{3}$  দিনে  $= \frac{2}{3} (p + r)$  দিনে

∴ কাজটি  $\frac{2}{3} (p + r)$  দিনে শেষ হয়েছিল।

প্রশ্ন ২৩ ৥ দৈনিক 8 ঘণ্টা পরিশ্রম করে 50 জন লোক একটি কাজ 12 দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে 60 জনে 16 দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

সমাধান : আমরা জানি, কয়েকজন লোক একটি কাজ সম্পন্ন করলে,

কাজের পরিমাণ,  $W = qnx$

যেখানে, q = প্রত্যেকে একক সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

n = কাজ সম্পাদনকারীর সংখ্যা

x = কাজের মোট সময়

$W = n$  জনে x সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

মনে করি, দৈনিক 8 ঘণ্টা পরিশ্রম করে 50 জন লোক যে কাজটি 12 দিনে করতে পারে দৈনিক x ঘণ্টা পরিশ্রম করে 60 জনে 16 দিনে ঐ কাজটি করতে পারে।

প্রত্যেকের একক সময়ে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ q হলে,

$$q \times 50 \times 12 \times 8 = q \times 60 \times x \times 16$$

$$\text{বা, } 4800 = x \times 960$$

$$\text{বা, } x = \frac{4800}{960} \therefore x = 5$$

∴ দৈনিক 5 ঘণ্টা পরিশ্রম করে 60 জনে 16 দিনে ঐ কাজটি করতে পারে। (Ans.)

প্রশ্ন ২৪ ৥ মিতা একটি কাজ x দিনে করতে পারে। রিতা সে কাজ y দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

সমাধান : মনে করি, মিতা ও রিতা একত্রে d দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	1 দিনে পারে কাজের অংশ	d দিনে করে
মিতা	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{d}{x}$
রিতা	y	$\frac{1}{y}$	$\frac{d}{y}$

প্রশ্নানুসারে,  $\frac{d}{x} + \frac{d}{y} = 1$  [ $\because$  সম্পূর্ণ কাজ 1 অংশ]

$$\text{বা, } d\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$$

$$\text{বা, } d\left(\frac{x+y}{xy}\right) = 1$$

$$\text{বা, } d = \frac{1}{\frac{x+y}{xy}} = 1 \times \frac{xy}{x+y}$$

$$\therefore d = \frac{xy}{x+y}$$

সুতরাং তারা একত্রে  $\frac{xy}{x+y}$  দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে। (Ans.)

প্রশ্ন ১২৫ ৥ বনভোজনে যাওয়ার জন্য 5700 টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 5 জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া 3 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, বাসে যাওয়া যাত্রী সংখ্যা x জন

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া হবে } \frac{5700}{x} \text{ টাকা}$$

আবার, 5 জন যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রীর সংখ্যা হতো (x + 5) জন

$$\therefore \text{এক্ষেত্রে মাথাপিছু ভাড়া হতো } \frac{5700}{x+5} \text{ টাকা।}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{5700}{x} - \frac{5700}{x+5} = 3$$

$$\text{বা, } 5700\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+5}\right) = 3$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} - \frac{1}{x+5} = \frac{3}{5700}$$

$$\text{বা, } \frac{x+5-x}{x(x+5)} = \frac{1}{1900}$$

$$\text{বা, } \frac{5}{x(x+5)} = \frac{1}{1900}$$

$$\text{বা, } x(x+5) = 5 \times 1900$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x = 9500$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 100x - 95x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+100) - 95(x+100) = 0$$

$$\text{বা, } (x+100)(x-95) = 0$$

$$\text{হয়, } x+100 = 0 \quad \text{অথবা, } x-95 = 0$$

$$\therefore x = -100$$

$$\therefore x = 95$$

যেহেতু x যাত্রীসংখ্যা নির্দেশ করে তাই x কখনই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 95$$

অর্থাৎ, বাসে 95 জন যাত্রী গিয়েছিল।

প্রশ্ন ১২৬ ১ একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে  $p$  ঘণ্টায়  $d$  কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার  $q$  ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান : মনে করি, স্রোতের বেগ ঘণ্টায়  $v$  কি.মি. এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘণ্টায়  $u$  কি.মি.।

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায়  $(u + v)$  কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায়  $(u - v)$  কি.মি.

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } u + v = \frac{d}{q} \dots\dots\dots (i)$$

$$\left[ \text{যেহেতু, বেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}} \right]$$

$$\text{এবং } u - v = \frac{d}{p} \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2u = \frac{d}{p} + \frac{d}{q} = d \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

$$\therefore u = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2v = d \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\therefore v = \frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

সুতরাং, স্রোতের বেগ ঘণ্টায়  $\frac{d}{2} \left( \frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$  কি.মি.

এবং নৌকার বেগ ঘণ্টায়  $\frac{d}{2} \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$  কি.মি. (Ans.)

প্রশ্ন ১২৭ ১ একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে 4 ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততক্ষণে 3 কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায়  $u$  কি.মি এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায়  $v$  কি.মি.

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায়  $(u + v)$  কি.মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ ঘণ্টায়  $(u - v)$  কি.মি.

$$\therefore \text{১ম শর্তানুসারে, } \frac{15}{u + v} + \frac{15}{u - v} = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{২য় শর্তানুসারে, } \frac{5}{u + v} = \frac{3}{u - v} \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$\frac{5}{u + v} = \frac{3}{u - v}$$

$$\text{বা, } 5(u - v) = 3(u + v)$$

$$\text{বা, } 5u - 5v = 3u + 3v$$

$$\text{বা, } 5u - 3u = 5v + 3v$$

$$\text{বা, } 2u = 8v$$

$$\text{বা, } u = \frac{8}{2} v \therefore u = 4v \dots\dots\dots (iii)$$

এখন,  $u$  এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{15}{4v + v} + \frac{15}{4v - v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{15}{5v} + \frac{15}{3v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3}{v} + \frac{5}{v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3 + 5}{v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{8}{v} = 4 \quad \therefore v = \frac{8}{4} = 2$$

এখন,  $v$  এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই,  $u = 4 \times 2 = 8$

অর্থাৎ, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় ৪ কি.মি. এবং প্রস্রাবের বেগ ঘণ্টায় ২ কি.মি (Ans.)

প্রশ্ন ১২৮ ৥ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি  $t_1$  মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা  $t_2$  মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? (এখানে  $t_1 > t_2$ )

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে  $p$  লিটার পানি প্রবেশ করে ও দ্বিতীয় নল দ্বারা  $q$  লিটার পানি বের হয় এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট  $v$  লিটার পানি ধরে।

ধরি, নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে খালি চৌবাচ্চা  $t$  মিনিটে পূর্ণ হয়।

প্রথম নল দ্বারা  $t_1$  মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore v = pt_1 \dots\dots\dots (i)$$

দ্বিতীয় নল দ্বারা  $t_2$  মিনিটে পূর্ণ চৌবাচ্চা খালি হয়।

$$0 = v - qt_2$$

$$\text{বা, } v = qt_2 \dots\dots\dots (ii)$$

দুইটি নল দ্বারা  $t$  মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$v = pt - qt$$

$$\text{বা, } v = (p - q)t \dots\dots\dots (iii)$$

$$(i) \text{ থেকে, } p = \frac{v}{t_1}$$

$$(ii) \text{ থেকে, } q = \frac{v}{t_2}$$

$$\therefore (iii) \text{ থেকে } v = \left( \frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2} \right) t$$

$$\text{বা, } v = v \left( \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) t$$

$$\text{বা, } 1 = \left( \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) t = \left( \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right) t$$

$$\therefore t = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$$

নির্ণেয় সময়  $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$  মিনিট (Ans.)

প্রশ্ন ১২৯ ৥ একটি নল দ্বারা ১২ মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা ১ মিনিটে তা থেকে ১৫ লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি ৪৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে  $p$  লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট  $q$  লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নানুসারে, প্রথম নল দ্বারা ১২ মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$$\therefore q = 12p \dots\dots\dots (i)$$

আবার, দুইটি নল দ্বারা ৪৮ মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়

$$\therefore q = 48p - 48 \times 15 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,  $p = \frac{q}{12}$

এখন,  $p$  এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$$q = 48 \times \frac{q}{12} - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } q = 4q - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 4q - q = 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 3q = 48 \times 15 \therefore q = \frac{48 \times 15}{3} = 240$$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩০ ৥ একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, কলমটির ক্রয়মূল্য  $C$  টাকা

10% লাভে কলমটির বিক্রয়মূল্য =  $C + C$  এর 10%

$$= \left( C + C \times \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= C \left( 1 + \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= C \left( 1 + \frac{1}{10} \right) \text{ টাকা}$$

প্রশ্নানুসারে,  $C \left( 1 + \frac{1}{10} \right) = 11$

$$\text{বা, } C \left( \frac{10+1}{10} \right) = 11$$

$$\text{বা, } C \left( \frac{11}{10} \right) = 11$$

$$\text{বা, } C = \frac{11 \times 10}{11} \therefore C = 10$$

অর্থাৎ, কলমটির ক্রয়মূল্য 10 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩১ ৥ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য  $x$  টাকা

তাহলে, খাতাটি 36 টাকায় বিক্রয় করায় ক্ষতি হলো  $(x - 36)$  টাকা

এবং 72 টাকায় বিক্রয় করায় লাভ হলো  $(72 - x)$  টাকা

প্রশ্নানুসারে,  $72 - x = 2 \cdot (x - 36)$

$$\text{বা, } 72 - x = 2x - 72$$

$$\text{বা, } 2x - 72 = 72 - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 72 + 72$$

$$\text{বা, } 3x = 144$$

$$\text{বা, } x = \frac{144}{3} \therefore x = 48$$

সুতরাং, খাতাটির ক্রয়মূল্য 48 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ১৩২ ৥ ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা এরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর সমান হয়।

সমাধান : মনে করি, ক অংশ  $x$  টাকা, খ অংশ  $y$  টাকা এবং গ অংশ  $z$  টাকা

প্রশ্নানুসারে,  $2x = 3y = 4z$

এখানে,  $2x = 3y$

$$\text{বা, } y = \frac{2}{3}x$$

$$\text{আবার, } 4z = 2x \text{ বা, } z = \frac{2}{4}x \therefore z = \frac{1}{2}x$$

$$\text{এখন, } x + y + z = 260$$

$$\text{বা, } x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 260$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 4x + 3x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } \frac{13x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } 13x = 6 \times 260$$

$$\text{বা, } x = \frac{6 \times 260}{13} \therefore x = 120$$

অতএব, ক পাবে 120 টাকা, খ পাবে  $\left(\frac{2}{3} \times 120\right)$  টাকা বা 80 টাক এবং পাবে  $\left(\frac{1}{2} \times 120\right)$  টাকা বা 60 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৩৩ ৥ একটি দ্রব্য  $x\%$  ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়,  $3x\%$  লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে  $18x$  টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

সমাধান : মনেকরি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য C টাকা

$\therefore x\%$  ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য  $(C - C \text{ এর } x\%)$  টাকা

$$= \left(C - C \times \frac{x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C - \frac{Cx}{100}\right) \text{ টাকা}$$

এবং  $3x\%$  লাভে বিক্রয়মূল্য  $(C + C \text{ এর } 3x\%)$  টাকা

$$= \left(C + C \times \frac{3x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C + \frac{3Cx}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left(C + \frac{3Cx}{100}\right) - \left(C - \frac{Cx}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } C + \frac{3Cx}{100} - C + \frac{Cx}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{3Cx}{100} + \frac{Cx}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{100} (3 + 1) = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{100} \times 4 = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{25} = 18x$$

$$\text{বা, } C = \frac{25 \times 18x}{x} \therefore C = 450$$

অতএব, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৩৪ ৥ মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 148 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : মনে করি, শতকরা মুনাফার হার  $r\%$

এখানে, মূলধন (P) = 300 টাকা, সময় (n) = 4 বছর

আমরা জানি,  $I = Pnr$

তাহলে, ১ম শর্তানুসারে  $I_1 = Pnr = 300 \cdot 4 \cdot r = 1200r$

এবং ২য় শর্তানুসারে,  $I_2 = Pnr$

$$= 400 \cdot 5 \cdot r \left[ \begin{array}{l} \because P = 400 \text{ টাকা} \\ n = 5 \text{ বছর} \end{array} \right]$$
$$= 2000r$$

প্রশ্নানুসারে,  $1200r + 2000r = 148$  [ $\because I_1 + I_2 = 148$ ]

$$\text{বা, } (1200 + 2000)r = 148$$

$$\text{বা, } 3200r = 148$$

$$\text{বা, } r = \frac{148}{3200}$$

$$\text{বা, } r = \frac{148 \times 100}{3200} \% \therefore r = 4 \frac{5}{8} \% \text{ বা, } 4.625\%$$

সুতরাং মুনাফার হার 4.625% (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৩৫ ১ 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান : মনে করি, মূলধন = P টাকা

এখানে, n =

2 বছর

$$r = 4\%$$

আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে  $I = Pnr = P \times 2 \times 4\%$

$$= P \times 2 \times \frac{4}{100} \text{ টাকা} = \frac{2P}{25} \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল C হলে,  $C = P(1 + r)^2$

$$= P \left( 1 + \frac{4}{100} \right)^2 = P \left( 1 + \frac{1}{25} \right)^2$$
$$= P \left( \frac{26}{25} \right)^2 = P \cdot \frac{26 \cdot 26}{25 \cdot 25} = \frac{676}{625} P$$

$\therefore$  চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = সবৃদ্ধিমূল - মূলধন

$$= C - P = \frac{676}{625} P - P$$

$$= \left( \frac{676}{625} - 1 \right) P = \left( \frac{676 - 625}{625} \right) P = \frac{51}{625} P$$

প্রশ্নানুসারে,  $\frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} = 1$

$$\text{বা, } \frac{51P - 50P}{625} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{P}{625} = 1$$

$$\therefore P = 625$$

অর্থাৎ, মূলধন 625 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৩৬ ১ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : আমরা জানি,  $A = P(I + nr)$  টাকা

যেখানে, n = নির্দিষ্ট সময়

P = মূলধন

r = একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা

A = n সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন

১ম শর্তানুসারে,  $A = P(1 + 3r) = 460$  .....(i)

২য় শর্তানুসারে,  $A = P(1 + 5r) = 600$  .....(ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{P(1 + 5r)}{P(1 + 3r)} = \frac{600}{460}$$

বা,  $\frac{1 + 5r}{1 + 3r} = \frac{30}{23}$

বা,  $23(1 + 5r) = 30(1 + 3r)$

বা,  $23 + 115r = 30 + 90r$

বা,  $115r - 90r = 30 - 23$

বা,  $25r = 7$

$\therefore r = \frac{7}{25}$

$\therefore$  মুনাফার হার =  $\frac{7}{25} \times 100\% = 28\%$  । (Ans.)

প্রশ্ন ১৩৭ ৥ শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা ১৩ বছরে সর্ব্বৃদ্ধিমূল ৯৮৫ টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি,  $S = P(1 + nr)$

এখানে, মূলধন = P টাকা

$n = 13$  বছর

$s = 5$  টাকা

$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$

দেওয়া আছে,  $S = 985$  টাকা

প্রশ্নানুসারে,  $985 = P \left( 1 + 13 \cdot \frac{5}{100} \right)$

বা,  $985 = P \left( 1 + \frac{13}{20} \right)$

বা,  $985 = P \times \frac{33}{20}$

বা,  $P = \frac{985 \times 20}{33} \therefore P = 596.97$  (প্রায়)

নির্ণেয় মূলধন ৫৯৬.৯৭ টাকা (প্রায়) । (Ans.)

প্রশ্ন ১৩৮ ৥ শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার মুনাফায় কত টাকা ১২ বছরে সর্ব্বৃদ্ধিমূল ১২৪৮ টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি,  $S = P(1 + nr)$

এখানে, P = মূলধন

$n = 12$  বছর

$s = 5$  টাকা

$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$

দেওয়া আছে,  $S = 1248$  টাকা

প্রশ্নানুসারে,  $1248 = P \left( 1 + 12 \times \frac{5}{100} \right)$

বা,  $1248 = P \left( 1 + \frac{3}{5} \right)$

বা,  $1248 = P \cdot \frac{8}{5}$

$$\text{বা, } P = \frac{1248 \times 5}{8} \therefore$$

$$P = 780$$

অর্থাৎ, মূলধন 780 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩৯ ৷ 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,  $P = 8000$  টাকা

$$n = 3 \text{ বছর}$$

$$r = 5\% = \frac{5}{100}$$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,  $I = Pnr$

$$= 8000 \times 3 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 1200 \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে সর্বমূল্য,

$$C = P(1+r)^n$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{1}{20}\right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(\frac{20+1}{20}\right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(\frac{21}{20}\right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= \frac{8000 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 21}{20 \times 20 \times 20} \text{ টাকা}$$

$$= 21 \times 21 \times 21 \text{ টাকা} = 9261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = C - P$$

$$= (9261 - 8000) \text{ টাকা} = 1261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ উভয় মুনাফার পার্থক্য} = (1261 - 1200) \text{ টাকা} = 61 \text{ টাকা।}$$

নির্ণয় পার্থক্য 61 টাকা।

প্রশ্ন ১৪০ ৷ মিষ্টির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT)  $x\%$ । একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ  $P$  টাকার মিষ্টি বিক্রয় করলে তাঁকে কত ভ্যাট দিতে হবে?  $x = 15$ ,  $P = 2300$  হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

সমাধান : মনেকরি, ভ্যাট বাদে বিক্রয়মূল্য  $C$  টাকা

$$x\% \text{ ভ্যাটসহ মিষ্টির বিক্রয়মূল্য} = \left(C + \frac{Cx}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= C \left(1 + \frac{x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } C \left(1 + \frac{x}{100}\right) = P$$

$$\text{বা, } C = \frac{P}{1 + \frac{x}{100}} = \frac{P}{\frac{100+x}{100}} = \frac{100P}{100+x}$$

$$\therefore \text{ ভ্যাটের পরিমাণ } (P - C) \text{ টাকা} = \left(P - \frac{100P}{100+x}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100P + Px - 100P}{100 + x} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{Px}{100 + x} \text{ টাকা}$$

এখন,  $x = 15$  এবং  $P = 2300$  হলে,

$$\text{ভ্যাটের পরিমাণ} = \frac{15 \times 2300}{100 + 15} \text{ টাকা} \quad [x \text{ ও } p \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{15 \times 2300}{115} \text{ টাকা} = 300 \text{ টাকা}$$

অতএব, বিক্রেতাকে ভ্যাট দিতে হবে  $\frac{Px}{(100 + x)}$  টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ 300 টাকা। (Ans.)

পশু ৯১ ৥ কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 3-

ক. সংখ্যাটিকে  $x$  চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ.  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$

সমাধান :

(ক) মনে করি, সংখ্যাটি  $x$

$$\therefore x \text{ এর গুণাত্মক বিপরীত } \frac{1}{x}$$

$$\text{নির্ণয়ে সমীকরণ, } x + \frac{1}{x} = 3$$

(খ) 'ক' থেকে পাই,  $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\text{আমরা জানি, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2 - 4 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4 = 5 \therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \text{ প্রদত্ত রাশি} = x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

নির্ণয়ে মান  $8\sqrt{5}$

(গ) এখানে,  $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$$= x^5 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x^5} = \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{এখানে, } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27 - 9 = 18$$

$$\text{এবং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 18.7 - 3 \quad [ \text{মান বসিয়ে} ]$$

$$= 126 - 3 = 123 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৪২ ১ কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক. সমিতির সদস্য সংখ্যা  $x$  এবং মোট চাঁদার পরিমাণ  $A$  হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. মোট চাঁদার  $\frac{1}{4}$  অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, সমিতির সদস্য সংখ্যা  $x$  জন

এবং জনপ্রতি দেয় চাঁদার পরিমাণ  $100x$  টাকা

তাহলে, মোট চাঁদা  $A = x \times 100x$  টাকা =  $100x^2$  টাকা (Ans.)

খ. 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায়, প্রকৃতপক্ষে সদস্য সংখ্যা ছিল

$(x - 4)$  জন এবং চাঁদা হলো  $(100x + 500)$  টাকা

প্রশ্নানুসারে,  $(x - 4)(100x + 500) = 100x^2$

বা,  $100x^2 + 500x - 400x - 2000 = 100x^2$

বা,  $100x = 2000$

$$\text{বা, } x = \frac{2000}{100}$$

$$\therefore x = 20$$

$\therefore$  সমিতির সদস্য সংখ্যা = 20 জন এবং

$$\begin{aligned} \text{মোট চাঁদার পরিমাণ} &= 100x^2 \text{ টাকা} \\ &= 100 \times (20)^2 \text{ টাকা} \\ &= 100 \times 400 \text{ টাকা} \\ &= 40000 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$\therefore$  সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন এবং মোট চাঁদার পরিমাণ 40000 টাকা। (Ans.)

গ. মোট টাকার  $\frac{1}{4}$  অংশ =  $\left(\frac{1}{4} \times 40000\right)$  টাকা

$$= 10000 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  অবশিষ্ট টাকা =  $(40000 - 10000)$  টাকা

$$= 30000 \text{ টাকা}$$

5% হারে,  $r_1 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$  টাকা

সময়,  $n = 2$  বছর

মূলধন,  $P_1 = 10000$  টাকা

মুনাফা,  $I_1 = ?$

$$\text{আমরা জানি, } I_1 = P_1 n r_1 = 10000 \times 2 \times \frac{1}{20} = 1000 \text{ টাকা}$$

আবার, 4% হারে,  $r_2 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$  টাকা

সময়,  $n = 2$  বছর

মূলধন,  $P_2 = 30000$  টাকা

মুনাফা,  $I_2 = ?$

$$\text{আমরা জানি, } I_2 = P_2 n r_2 = 30000 \times 2 \times \frac{1}{25} = 2400 \text{ টাকা}$$

---

মোট মুনাফা,  $I = I_1 + I_2 = (1000 + 2400)$  টাকা  
= 3400 টাকা (**Ans.**)

---