

## চতুর্থ অধ্যায়

# সূচক ও লগারিদম

## অনুশীলনী ৪.১

### অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সরল কর (১ – ১০) :

প্রশ্ন ১১  $\frac{3^3 \cdot 3^5}{3^6}$

সমাধান :  $\frac{3^3 \cdot 3^5}{3^6} = \frac{3^{3+5}}{3^6}$   $[\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$   
 $= \frac{3^8}{3^6} = 3^{8-6}$   $[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$   
 $= 3^2 = 9$  (Ans.)

প্রশ্ন ১২  $\frac{5^3 \cdot 8}{2^4 \cdot 125}$

সমাধান :  $\frac{5^3 \cdot 8}{2^4 \cdot 125} = \frac{5^3 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 5^3}$   $[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$   
 $= 5^{3-3} \times 2^{3-4}$   $[\because a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}]$   
 $= 5^0 \times 2^{-1} = 1 \times \frac{1}{2}$   
 $= \frac{1}{2}$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৩  $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$

সমাধান :  $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}} = \frac{7^{3-3}}{3^{1-4}}$   $[\because a^m \times a^{-n} = a^{m-n}]$   
 $= \frac{7^0}{3^{-3}}$   
 $= \frac{1}{3^{-3}}$   $[\because a^0 = 1]$   
 $= 3^3$   $[\because \frac{1}{a^{-n}} = a^n]$   
 $= 27$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৪  $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$

সমাধান :  $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (7)^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}}$   $[\because \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}]$   
 $= \frac{7^{2 \times \frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}}$   $[(a^m)^n = a^{mn}]$   
 $= \frac{7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}}$   $[\because a^m \times a^n = a^{m+n}]$

$$\begin{aligned} &= \frac{7^{\frac{2+1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{3}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^1}{7^{\frac{1}{2}}} \\ &= 7^{1-\frac{1}{2}} \quad [\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}] \\ &= 7^{\frac{2-1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫  $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$

সমাধান :  $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$   
 $= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)^{-1}$   $[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}]$   
 $= \left(\frac{5+2}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{10}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{7}{10}} = 1 \times \frac{10}{7} = \frac{10}{7}$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৬  $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$

সমাধান :  $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$   
 $= \left(2 \times \frac{1}{a} + 3 \times \frac{1}{b}\right)^{-1}$   $[\because a^{-n} = \frac{1}{a^n}]$   
 $= \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right)^{-1}$   
 $= \left(\frac{2b+3a}{ab}\right)^{-1}$   
 $= \frac{1}{\frac{2b+3a}{ab}}$   $[\because a^{-n} = \frac{1}{a^n}]$   
 $= 1 \times \frac{ab}{3a+2b} = \frac{ab}{3a+2b}$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৭  $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b}\right)^2$

সমাধান :  $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b}\right)^2$   
 $= \left(\frac{a^2}{a^{-2}} \times \frac{b^{-1}}{b}\right)^2$   
 $= (a^{2-(-2)} \times b^{-1-1})^2$   $[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$   
 $= (a^{2+2} \times b^{-2})^2$   
 $= (a^4 \times b^{-2})^2 = \left(\frac{a^4}{b^2}\right)^2 = \frac{(a^4)^2}{(b^2)^2} = \frac{a^4 \times 2}{b^2 \times 2} = \frac{a^8}{b^4}$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৮  $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$ , ( $x > 0, y > 0, z > 0$ )

সমাধান :  $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$

$$= \sqrt{x^{-1}y \cdot y^{-1}z \cdot z^{-1}x}$$

$$= \sqrt{x^{-1+1} \cdot y^{1-1} \cdot z^{1-1}}$$

$$= \sqrt{x^0 \cdot y^0 \cdot z^0} = \sqrt{1 \cdot 1 \cdot 1} = \sqrt{1} = 1 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ॥  $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

সমাধান :  $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

$$= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^2 \cdot 2^n \cdot 2^1}{2^n \cdot 2^2 \div 2}$$

$$= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^{2+1} \cdot 2^n}{2^n \cdot 2^{2-1}}$$

$$= \frac{2^n \cdot 2^4 - 2^3 \cdot 2^n}{2^n \cdot 2} = \frac{2^n \cdot 2(2^3 - 2^2)}{2^n \cdot 2} = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০ ॥  $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

সমাধান :  $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

$$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{(m+1)(m-1)}}$$

$$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}}$$

$$= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1}$$

$$= 3^{2m+1-m^2} \div 3^{2m-m^2+3}$$

$$= 3^{2m+1-m^2-2m+m^2-3} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \text{ (Ans.)}$$

[ বি. দ্র. প্রশ্নে তথ্যগত ত্রুটি আছে,  $2^m$  এর পরিবর্তে  $3^m$  হবে। ]

প্রমাণ কর (১১ - ১৮) :

প্রশ্ন ১১ ॥  $\frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\frac{4^n - 1}{2^n - 1}$

$$= \frac{(2^2)^n - 1}{2^n - 1}$$

$$= \frac{(2^n)^2 - (1)^2}{2^n - 1} = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{(2^n - 1)} = 2^n + 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২ ॥  $\frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p} = \frac{1}{50}$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p}$

$$= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot (2 \times 3)^q}{(2 \times 3)^p (2 \times 5)^{q+2} (3 \times 5)^p}$$

$$= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 3^q \cdot 2^q}{3^q \cdot 2^p \cdot 5^{q+2} \cdot 2^q \cdot 3^2 \cdot 5^q}$$

$$= \frac{2^{p+q+1} \cdot 3^{2p-q+q} \cdot 5^{p+q} \cdot 2^q}{2^{p+q+2} \cdot 3^{p+p} \cdot 5^{p+q+2}}$$

$$= 2^{p+q+1-p-q-2} \cdot 3^{2p-2p} \cdot 5^{p+q-p-q-2}$$

$$= 2^{-1} \cdot 3^0 \cdot 5^{-2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{5^2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{50} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-q} \cdot 5^{p+q} \cdot 6^q}{6^p \cdot 10^{q+2} \cdot 15^p} = \frac{1}{50}$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ ॥  $\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m$

$$= (a^{l-m})^n \cdot (a^{m-n})^l \cdot (a^{n-l})^m$$

$$= a^{ln-mn} \cdot a^{ml-ln} \cdot a^{mn-ml}$$

$$= a^{ln-ln-mn+mn+ml-ml}$$

$$= a^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ॥  $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\left(\frac{a^{p+q}}{a^{2r}}\right) \left(\frac{a^{q+r}}{a^{2p}}\right) \left(\frac{a^{r+p}}{a^{2q}}\right)$

$$= (a^{p+q-2r}) (a^{q+r-2p}) (a^{r+p-2q})$$

$$= a^{p+q-2r+q+r-2p+r+p-2q}$$

$$= a^{2p-2p+2q-2q+2r-2r}$$

$$= a^0$$

$$= 1 \quad [\because a^0 = 1]$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ॥  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$

$$= (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \cdot (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \cdot (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}}$$

$$= x^{\frac{a-b}{ab}} \cdot x^{\frac{b-c}{bc}} \cdot x^{\frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{ca - bc + ab - ca + bc - ab}{abc}}$$

$$= x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ॥  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$

$$= (x^{a-b})^{a+b} \cdot (x^{b-c})^{b+c} \cdot (x^{c-a})^{c+a}$$

$$= x^{(a-b)(a+b)} \cdot x^{(b-c)(b+c)} \cdot x^{(c-a)(c+a)}$$

$$= x^{a^2-b^2} \cdot x^{b^2-c^2} \cdot x^{c^2-a^2}$$

$$= x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}$$

$$= x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1$  (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৭ ॥  $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ =  $\left(\frac{X^p}{X^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{X^q}{X^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{X^r}{X^p}\right)^{r+p-q}$   
 $= X^{(p-q)(p+q-r)} \times X^{(q-r)(q+r-p)} \times X^{(r-p)(r+p-q)}$   
 $= X^{(p^2+pq-pr-pq-q^2+qr)} \times X^{(q^2+qr-pr-qr-r^2+pr)} \times X^{(r^2+pr-qr-pr-p^2+pq)}$   
 $= X^{(p^2-pr+qr-q^2)} \times X^{(q^2-r^2-pq+pr)} \times X^{(r^2-qr-p^2+pq)}$   
 $= X^{p^2-pr+qr-q^2+q^2-r^2-pq+pr+r^2-qr-p^2+pq}$   
 $= X^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$   
 $\therefore \left(\frac{X^p}{X^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{X^q}{X^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{X^r}{X^p}\right)^{r+p-q} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$

প্রশ্ন ১৮ ॥ যদি  $a^x = b$ ,  $b^y = c$  এবং  $c^z = a$  হয়, তবে দেখাও যে,  $xyz = 1$ .

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^x = b$ ,  $b^y = c$  এবং  $c^z = a$

এখানে,  $a^x = b$

বা,  $(c^z)^x = b$   $[\because c^z = a]$

বা,  $c^{xz} = b$

বা,  $(b^y)^{xz} = b$   $[\because b^y = c]$

বা,  $b^{xyz} = b^1$

$\therefore xyz = 1$

$[\because a^x = a^y \text{ হলে } x = y \text{ যখন } a > 0, a \neq 1]$

(দেখানো হলো)

সমাধান কর (১৯ – ২২) :

প্রশ্ন ১৯ ॥  $4^x = 8$

সমাধান :  $4^x = 8$

বা,  $2^{2x} = 2^3$

বা,  $2^{2x} = 2^3$

বা,  $2x = 3$   $[\because a^x = a^y \text{ হলে } x = y]$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

নির্ণেয় সমাধান :  $x = \frac{3}{2}$

প্রশ্ন ২০ ॥  $2^{2x+1} = 128$

সমাধান :  $2^{2x+1} = 128$

বা,  $2^{2x} \cdot 2 = 128$

বা,  $2^{2x} = \frac{128}{2}$

বা,  $2^{2x} = 64$

বা,  $2^{2x} = 2^6$   $[\because 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6]$

$\therefore 2x = 6$   $[\because a^x = a^y \text{ হলে, } x = y]$

বা,  $x = \frac{6}{2} \therefore x = 3$

নির্ণেয় সমাধান :  $x = 3$

প্রশ্ন ২১ ॥  $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

সমাধান :  $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

বা,  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}$   $[\because \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}; \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}]$

বা,  $3^{\frac{1}{2} \times (x+1)} = 3^{\frac{1}{3} \times (2x-1)}$   $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

বা,  $3^{\frac{x+1}{2}} = 3^{\frac{2x-1}{3}}$

$\therefore \frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3}$   $[\because a^x = a^y \text{ হলে } x = y]$

বা,  $2(2x-1) = 3(x+1)$  [আড়গুণন করে]

বা,  $4x - 2 = 3x + 3$

বা,  $4x - 3x = 3 + 2 \therefore x = 5$

নির্ণেয় সমাধান :  $x = 5$

প্রশ্ন ২২ ॥  $2^x + 2^{1-x} = 3$

সমাধান :  $2^x + 2^{1-x} = 3$

বা,  $2^x + 2 \cdot 2^{-x} = 3$

বা,  $2^x(2^x + 2 \cdot 2^{-x}) = 3 \times 2^x$  [উভয়পক্ষকে  $2^x$  দ্বারা গুণ করে]

বা,  $2^{2x} + 2 \cdot 2^{-x+x} = 3 \times 2^x$

বা,  $2^{2x} + 2 \cdot 2^0 = 3 \times 2^x$

বা,  $2^{2x} + 2 \cdot 1 = 3 \times 2^x$

বা,  $(2^x)^2 + 2 = 3 \times 2^x$

বা,  $(2^x)^2 - 3 \times 2^x + 2 = 0$

বা,  $a^2 - 3a + 2 = 0$   $[2^x = a \text{ ধরে}]$

বা,  $a(a-2) - 1(a-2) = 0$

বা,  $(a-2)(a-1) = 0$

হয়,  $a-2 = 0$

বা,  $a = 2$

বা,  $2^x = 2$  [মান বসিয়ে]

বা,  $2^x = 2^1$

$\therefore x = 1$

নির্ণেয় সমাধান :  $x = 0, 1$

অথবা,  $a-1 = 0$

বা,  $a = 1$

বা,  $2^x = 1$  [মান বসিয়ে]

বা,  $2^x = 2^0$   $[\because 2^0 = 1]$

$\therefore x = 0$

## অনুশীলনী ৪.২

### অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ॥ মান নির্ণয় কর :

(ক)  $\log_3 81$

সমাধান :  $\log_3 81$

$= \log_3 3^4$

$= 4 \log_3 3$

$[\because \log_a M^r = r \log_a M]$

$= 4 \times 1$

$[\because \log_a a = 1]$

$= 4 \text{ (Ans.)}$

(খ)  $\log_5 \sqrt[3]{5}$

সমাধান :  $\log_5 \sqrt[3]{5}$

$$= \log_5 5^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \log_5 5 \quad [\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 \quad [\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

(গ)  $\log_4 2$

সমাধান :  $\log_4 2$

$$= \log_4 \sqrt{4}$$

$$= \log_4 (4)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \log_4 4 \quad [\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \quad [\because \log_a a = 1]$$

$$= \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

(ঘ)  $\log_{2\sqrt{5}} 400$

সমাধান :  $\log_{2\sqrt{5}} 400$

$$= \log_{2\sqrt{5}} (2\sqrt{5})^4$$

$$= 4 \log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5} \quad [\because \log_a M^r = r \log_a M]$$

$$= 4 \times 1 \quad [\because \log_a a = 1]$$

$$= 4 \text{ (Ans.)}$$

(ঙ)  $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$

সমাধান :  $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5}) = \log_5 (5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}})$

$$= \log_5 (5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}) = \log_5 (5^{\frac{2+3}{6}})$$

$$= \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_5 5$$

$$= \frac{5}{6} \times 1 = \frac{5}{6} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ এর মান নির্ণয় কর :

(ক)  $\log_5 x = 3$

সমাধান :  $\log_5 x = 3$

$$\therefore x = (5)^3 \quad [\text{সংজ্ঞানুযায়ী}]$$

$$= 125 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $\log_x 25 = 2$

সমাধান :  $\log_x 25 = 2$

$$\therefore x^2 = 25$$

$$\text{বা, } x^2 = (5)^2 \quad [\text{সংজ্ঞানুযায়ী}]$$

$$\therefore x = 5 \text{ (Ans.)}$$

(গ)  $\log_x \frac{1}{16} = -2$

সমাধান :  $\log_x \frac{1}{16} = -2$

$$\text{বা, } x^{-2} = \frac{1}{16}$$

[সংজ্ঞানুযায়ী]

$$\text{বা, } x^{-2} = \frac{1}{4^2}$$

$$\text{বা, } x^{-2} = 4^{-2}$$

$$\therefore x = 4 \text{ (Ans.)} \quad [\text{যদি } x \neq 0 \text{ এবং } a^x = b^x \text{ হয় তবে } a = b]$$

প্রশ্ন ১৩ দেখাও যে,

(ক)  $5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$

সমাধান : বামপক্ষ =  $5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25$

$$= \log_{10} 5^5 - \log_{10} 5^2$$

$$= \log_{10} \left( \frac{5^5}{5^2} \right) \quad [\because \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N]$$

$$= \log_{10} 5^{(5-2)} \quad [\because a^m \div a^n = a^{m-n}]$$

$$= \log_{10} 5^3 = \log_{10} 125 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(খ)  $\log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$

সমাধান : এখানে,  $50 = 2 \times 25 = 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 5^2$

$$\text{এবং } 147 = 3 \times 49 = 3 \times 7 \times 7 = 3 \times 7^2$$

$$\text{বামপক্ষ} = \log_{10} \frac{50}{147}$$

$$= \log_{10} 50 - \log_{10} 147 \quad [\because \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N]$$

$$= \log_{10} (2 \times 5^2) - \log_{10} (3 \times 7^2)$$

$$= \log_{10} 2 + \log_{10} 5^2 - (\log_{10} 3 + \log_{10} 7^2)$$

$$= \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$$

(দেখানো হলো)

(গ)  $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$

সমাধান : বামপক্ষ =  $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5$

$$= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3^2 + \log_{10} 5$$

$$= \log_{10} (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)$$

$$= \log_{10} (8 \cdot 9 \cdot 5)$$

$$= \log_{10} 360 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৪ সরল কর :

(ক)  $7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80}$

সমাধান :  $7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80}$

$$= \log_{10} \left( \frac{10}{9} \right)^7 - \log_{10} \left( \frac{25}{24} \right)^2 + \log_{10} \left( \frac{81}{80} \right)^3$$

$$= \log_{10} \left\{ \left( \frac{10}{9} \right)^7 \div \left( \frac{25}{24} \right)^2 \times \left( \frac{81}{80} \right)^3 \right\}$$

$$= \log_{10} \left\{ \left( \frac{10}{9} \right)^7 \times \left( \frac{24}{25} \right)^2 \times \left( \frac{81}{80} \right)^3 \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \log_{10} \left\{ \left( \frac{5 \times 2}{3 \times 3} \right)^7 \times \left( \frac{3 \times 8}{5 \times 5} \right)^2 \times \left( \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} \right)^3 \right\} \\
&= \log_{10} \left\{ \left( \frac{5 \times 2}{3^2} \right)^7 \times \left( \frac{3 \times 2^3}{5^2} \right)^2 \times \left( \frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)^3 \right\} \\
&= \log_{10} \left( \frac{5^7 \times 2^7}{3^{14}} \times \frac{3^2 \times 2^6}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \times 5^3} \right) \\
&= \log_{10} \left( \frac{2^{7+6} \cdot 3^{2+12} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^{4+3}} \right) \\
&= \log_{10} \left( \frac{2^{13} \cdot 3^{14} \cdot 5^7}{2^{12} \cdot 3^{14} \cdot 5^7} \right) \\
&= \log_{10} (2^{13-12} \cdot 3^{14-14} \cdot 5^{7-7}) \\
&= \log_{10} (2 \cdot 3^0 \cdot 5^0) \\
&= \log_{10} (2 \cdot 1 \cdot 1) \\
&= \log_{10} 2 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

(খ)  $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$

সমাধান :  $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$

$$\begin{aligned}
&= \log_7 \left( 7^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} \right) - \log_3 3^{\frac{1}{3}} + \log_4 \sqrt{4} \\
&= \log_7 \left( 7^{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{3} \log_3 3 + \log_4 4^{\frac{1}{2}} \\
&= \log_7 \left( 7^{\frac{7}{10}} \right) - \frac{1}{3} \log_3 3 + \log_4 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \log_7 7^{\frac{2+5}{10}} - \frac{1}{3} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_4 4 \\
&= \log_7 7^{\frac{7}{10}} - \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \\
&= \frac{7}{10} \log_7 7 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \\
&= \frac{7}{10} \cdot 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \\
&= \frac{21 - 10 + 15}{30} = \frac{11 + 15}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15} \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

(গ)  $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$

সমাধান :  $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$

$$\begin{aligned}
&= \log_e \left( \frac{a^3 b^3}{c^3} \cdot \frac{b^3 c^3}{d^3} \cdot \frac{c^3 d^3}{a^3} \right) - 3 \log_e b^2 c \quad [\log_e \text{ এর সূত্রানুসারে}] \\
&= \log_e b^6 c^3 - 3 \log_e b^2 c \\
&= \log_e (b^2 c)^3 - 3 \log_e b^2 c \\
&= 3 \log_e b^2 c - 3 \log_e b^2 c = 0 \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

## অনুশীলনী ৪.৩

### অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ১ ৥ কোন শর্তে  $a^0 = 1$ ?

ক.  $a = 0$       ●  $a \neq 0$       গ.  $a > 0$       ঘ.  $a \neq 1$

প্রশ্ন ২ ২ ৥  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$  এর মান নিচের কোনটি?

ক.  $\sqrt[6]{5}$       খ.  $(\sqrt[3]{5})^3$       গ.  $(\sqrt{5})^3$       ●  $\sqrt[3]{25}$

ব্যাখ্যা :  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5 \times 5} = \sqrt[3]{25}$

প্রশ্ন ৩ ৩ ৥ কোন শর্তে  $\log_a a = 1$ ?

ক.  $a > 0$       খ.  $a \neq 1$       ●  $a > 0, a \neq 1$       ঘ.  $a \neq 0, a > 1$

প্রশ্ন ৪ ৪ ৥  $\log_x 4 = 2$  হলে,  $x$  এর মান কত?

● 2      খ.  $\pm 2$       গ. 4      ঘ. 10

ব্যাখ্যা :  $\log_x 4 = 2$  বা,  $x^2 = 4$  বা,  $x^2 = 2^2 \therefore x = 2$

প্রশ্ন ৫ ৫ ৥ একটি সংখ্যাকে  $a \times 10^n$  আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি?

ক.  $1 < a < 10$       খ.  $1 \leq a \leq 10$   
 ●  $1 \leq a < 10$       ঘ.  $1 < a \leq 10$

প্রশ্ন ৬ ৬ ৥ নিচের উক্তিগুলো লক্ষ কর :

i.  $\log_a (m)^p = p \log_a m$

ii.  $2^4 = 16$  এবং  $\log_2 16 = 4$  সমার্থক

iii.  $\log_a (m + n) = \log_a m + \log_a n$

উক্তিগুলোর প্রেক্ষিতে নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii      খ. ii ও iii      গ. i ও iii      ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ৭ ৭ ৥ 0.0035 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ক. 3      খ. 1      গ.  $\bar{2}$       ●  $\bar{3}$

ব্যাখ্যা :  $0.0035 = 3.5 \times 10^{-3}$

$\therefore 0.0035$  এর সাধারণ লগের পূর্ণক =  $-3$  বা  $\bar{3}$

প্রশ্ন ৮ ৮ ৥ 0.0225 সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) সংখ্যাটির  $a^n$  আকার নিচের কোনটি?

ক.  $(2.5)^2$       খ.  $(.015)^2$   
 গ.  $(1.5)^2$       ●  $(.15)^2$

ব্যাখ্যা :  $0.0225 = 0.15 \times 0.15 = (.15)^2$

(২) সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিকরূপ নিচের কোনটি?

- ক.  $225 \times 10^{-4}$       খ.  $22.5 \times 10^{-3}$   
 ●  $2.25 \times 10^{-2}$       ঘ.  $.225 \times 10^{-1}$

ব্যাখ্যা :  $0.0225 = 2.25 \times 10^{-2}$

(৩) সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

- $\bar{2}$       খ.  $\bar{1}$       গ. 0      ঘ. 2

ব্যাখ্যা :  $0.0225 = 2.25 \times 10^{-2}$

∴ 0.0225 এর সাধারণ লগের পূর্ণক =  $-2$  বা  $\bar{2}$

প্রশ্ন ১৯ ৥ বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ কর :

(ক) 6530

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 6530  
 $= 653 \times 10$   
 $= \frac{653}{100} \times 100 \times 10$   
 $= \frac{653}{100} \times 10^2 \times 10$   
 $= 6.53 \times 10^3$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি  $6.53 \times 10^3$

(খ) 60.831

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 60.831  
 $= \frac{60831}{1000} = \frac{60831}{10000} \times 10$   
 $= 6.0831 \times 10^1$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি  $6.0831 \times 10^1$

(গ) 0.000245

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 0.000245  
 $= \frac{245}{1000000} = 245 \times \frac{1}{10^6}$   
 $= \frac{245}{100} \times 100 \times \frac{1}{10^6}$   
 $= 2.45 \times \frac{10^2}{10^6} = 2.45 \times (10^2)^{-6}$   
 $= 2.45 \times 10^{-4}$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি  $2.45 \times 10^{-4}$

(ঘ) 37500000

সমাধান : প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি = 37500000  
 $= 375 \times 100000$   
 $= 375 \times 10^5$   
 $= \frac{375}{100} \times 100 \times 10^5$   
 $= \frac{375}{100} \times 10^2 \times 10^5$   
 $= 3.75 \times 10^7$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি  $3.75 \times 10^7$

(ঙ) 0.00000014

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি = 0.00000014  
 $= \frac{14}{100000000} = 14 \times \frac{1}{10^8}$   
 $= \frac{14}{10} \times 10 \times \frac{1}{10^8} = 1.4 \times \frac{10}{10^8}$

$= 1.4 \times (10)^{1-8}$   
 $= 1.4 \times 10^{-7}$

নির্ণেয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশিত রাশি  $1.4 \times 10^{-7}$

প্রশ্ন ১০ ৥ সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশ কর :

(ক)  $10^5$

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি =  $10^5$   
 $= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 100000

(খ)  $10^{-5}$

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি =  $10^{-5}$   
 $= \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = 0.00001$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 0.00001

(গ)  $2.53 \times 10^4$

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি =  $2.53 \times 10^4$   
 $= \frac{253}{100} \times 10000 = 25300$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 25300

(ঘ)  $9.813 \times 10^{-3}$

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি =  $9.813 \times 10^{-3}$   
 $= \frac{9813}{1000} \times \frac{1}{10^3} = \frac{9813}{1000} \times \frac{1}{1000}$   
 $= \frac{9813}{1000000} = 0.009813$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 0.009813

(ঙ)  $3.12 \times 10^{-5}$

সমাধান : প্রদত্ত বৈজ্ঞানিক রাশি =  $3.12 \times 10^{-5}$   
 $= \frac{312}{100} \times \frac{1}{10^5}$   
 $= \frac{312}{100} \times \frac{1}{100000}$   
 $= \frac{312}{10000000}$   
 $= 0.0000312$

নির্ণেয় সাধারণ দশমিকরূপে প্রকাশিত রাশি 0.0000312

প্রশ্ন ১১ ৥ নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে) :

(ক) 4820

সমাধান :  $4820 = 4.820 \times 1000 = 4.820 \times 10^3$

∴ সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক 3.

অন্যভাবে, দেওয়া আছে, সংখ্যাটি = 4820

4820 সংখ্যাটিতে অঙ্কের সংখ্যা 4 টি

∴ সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক =  $4 - 1 = 3$  (Ans.)

(খ) 72.245

সমাধান :  $72.245 = 7.2245 \times 10^1$

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 2টি অঙ্ক আছে।

∴ সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক =  $2 - 1 = 1$  (Ans.)

(গ) 1-734

সমাধান :  $1.734 = 1.734 \times 10^0$

∴ সংখ্যাটির পূর্ণক 0

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 1টি অঙ্ক আছে।

∴ সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক =  $1 - 1 = 0$  (Ans.)

(ঘ) 0.045

সমাধান :  $0.045 = 4.5 \times 10^{-2}$

∴ সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক - 2 বা,  $\bar{2}$

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী প্রথম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে 1টি 0 (শূন্য) আছে।

∴ সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক =  $-(1 + 1) = -2$  বা,  $\bar{2}$  (Ans.)

(ঙ) 0.000036

সমাধান :  $0.000036 = 3.6 \times 10^{-5}$

∴ সংখ্যাটির পূর্ণক - 5 বা,  $\bar{5}$ .

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী প্রথম সার্থক অঙ্ক 3 এর মাঝে 4টি 0 (শূন্য) আছে।

∴ সংখ্যাটিতে লগের পূর্ণক =  $-(4 + 1) = -5$  বা,  $\bar{5}$  (Ans.)

প্রশ্ন ১২ ৥ ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর :

(ক) 27

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

1.43136

∴ log 27 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .43136

(খ) 63.147

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

1.80035

∴ log 63.147 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .80035

(গ) 1.405

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

0.14765

∴ log 1.405 এর পূর্ণক 0 এবং অংশক 0.14765

(ঘ) 0.0456

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

-2.65896

∴ log 0.0456 এর পূর্ণক - 2 বা,  $\bar{2}$  এবং অংশক .65896

(ঙ) 0.000673

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

-4.82802

∴ log 0.000673 এর পূর্ণক - 4 বা,  $\bar{4}$  এবং অংশক .82802

প্রশ্ন ১৩ ৥ গুণফলের/ভাগফলের সাধারণ লগ (আসন্ন পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর :

(ক)  $5.34 \times 8.7$

সমাধান :  $\log (5.34 \times 8.7)$

=  $\log 5.34 + \log 8.7$  [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

=  $0.727541 + 0.939519$

=  $1.66706$  (Ans.) [পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]

(খ)  $0.79 \times 0.56$

সমাধান :  $\log (0.79 \times 0.56)$

=  $\log 0.79 + \log 0.56$  [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

=  $-0.102373 + (-0.251811)$

=  $-0.102373 - 0.251811$

=  $-0.35418$

=  $\bar{0}.35418$  (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)

(গ)  $22.2642 \div 3.42$

সমাধান :  $\log (22.2642 \div 3.42)$

=  $\log 22.2642 - \log 3.42$

=  $1.347607 - 0.5340261$

=  $0.8135808$

=  $0.81358$  (Ans.) [পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]

(ঘ)  $0.19926 \div 32.4$

সমাধান :  $\log (0.19926 \div 32.4)$

=  $\log 0.19926 - \log 32.4$

=  $-0.7005798 - 1.570545$

=  $-2.21112$  (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত)

=  $\bar{2}.21112$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ ৥ যদি  $\log 2 = 0.30103$ ,  $\log 3 = 0.47712$  এবং  $\log 7 = 0.84510$  হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(ক)  $\log 9$

সমাধান :  $\log 9 = \log (3 \times 3)$

=  $\log 3 + \log 3$

=  $0.47712 + 0.47712$  [ $\because \log 3 = 0.47712$ ]

=  $0.95424$  (Ans.)

(খ)  $\log 28$

সমাধান :  $\log 28 = \log (2 \times 2 \times 7)$

=  $\log 2 + \log 2 + \log 7$

=  $0.30103 + 0.30103 + 0.84510$

=  $1.44716$  (Ans.) [ $\because \log 2 = 0.30103$ ,  $\log 7 = 0.84510$ ]

(গ)  $\log 42$

সমাধান :  $\log 42$

=  $\log (2 \times 3 \times 7)$

=  $\log 2 + \log 3 + \log 7$

=  $0.30103 + 0.47712 + 0.84510 = 1.62325$  (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ ৥ দেওয়া আছে,  $x = 1000$  এবং  $y = 0.0625$

ক.  $x$  কে  $a^n b^m$  আকারে প্রকাশ কর, যেখানে  $a$  ও  $b$  মৌলিক সংখ্যা।

খ.  $x$  ও  $y$  এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

গ.  $xy$  এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক.  $x = 1000$

বা,  $x = 10^3$

বা,  $x = (2 \times 5)^3$

বা,  $x = 2^3 \times 5^3$

$\therefore x$  এর  $a^n b^n$  আকারে প্রকাশ  $2^3 \cdot 5^3$  (Ans.)

খ.  $xy = 1000 \times 0.0625$

$= 6.25 = 6.25 \times 10^1$

$\therefore x$  ও  $y$  এর গুণফলের বৈজ্ঞানিক আকার  $6.25 \times 10^1$  (Ans.)

গ.  $\log(xy)$

$= \log x + \log y$

$= \log 1000 + \log 0.0625$

$= \log 10^3 + \log 0.0625$

$= 3 \log 10 + (-1.204119983)$

$= 3 \times 1 - 1.204119983$

$= 3 - 1.20412$

$= 1.79588$

$\therefore \log(xy)$  এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .79588 (Ans.)