

পঞ্চম অধ্যায়

এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ

অনুশীলনী ৫.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

■ সমাধান কর (১-১০) :

প্রশ্ন ১ ১ $3(5x - 3) = 2(x + 2)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $3(5x - 3) = 2(x + 2)$

বা, $15x - 9 = 2x + 4$

বা, $13x - 2x = 4 + 9$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $13x = 13$

বা, $x = \frac{13}{13}$

$\therefore x = 1$ [উভয়পক্ষকে 13 দ্বারা ভাগ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1$

প্রশ্ন ১ ২ $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{a^2y - b^2y}{ab} = a^2 - b^2$

বা, $y(a^2 - b^2) = ab(a^2 - b^2)$ [আড়গুণন করে]

বা, $y = ab$ [উভয়পক্ষকে $(a^2 - b^2)$ দ্বারা ভাগ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $y = ab$

প্রশ্ন ১ ৩ $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

বা, $z^2 - 2z + z - 2 = z^2 + 2z - 4z - 8$

বা, $z^2 - z - 2 = z^2 - 2z - 8$

বা, $z^2 - z - z^2 + 2z = -8 + 2$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore z = -6$ (Ans.)

প্রশ্ন ১ ৪ $\frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$

বা, $\frac{7x}{3} - \frac{2x}{5} = -\frac{4}{3} - \frac{3}{5}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{35x - 6x}{15} = \frac{-20 - 9}{15}$

বা, $\frac{29x}{15} = \frac{-29}{15}$ $\therefore x = -1$ (Ans.)

প্রশ্ন ১ ৫ $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

বা, $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{15}{5x+4} + \frac{10}{5x+4}$

বা, $\frac{4}{2x+1} - \frac{10}{5x+4} = \frac{15}{5x+4} - \frac{9}{3x+2}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{20x + 16 - 20x - 10}{(2x+1)(5x+4)} = \frac{45x + 30 - 45x - 36}{(5x+4)(3x+2)}$

বা, $\frac{6}{2x+1} = \frac{-6}{3x+2}$ [উভয়পক্ষকে $(5x+4)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{1}{2x+1} = \frac{-1}{3x+2}$

বা, $3x + 2 = -2x - 1$

বা, $3x + 2x = -1 - 2$

বা, $5x = -3$ $\therefore x = -\frac{3}{5}$

প্রশ্ন ১ ৬ $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

বা, $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{x+3-x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)}$

বা, $\frac{2}{x^2+4x+3} = \frac{2}{x^2+6x+8}$

বা, $\frac{1}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x^2+6x+8}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2+6x+8 = x^2+4x+3$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2+6x-x^2-4x = 3-8$

বা, $2x = -5$

$\therefore x = -\frac{5}{2}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১ ৭ $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

বা, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-a-b} + \frac{b}{x-a-b}$

বা, $\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-a-b} = \frac{b}{x-a-b} - \frac{b}{x-b}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{ax - a^2 - ab - ax + a^2}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{bx - b^2 - bx + ab + b^2}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\frac{-ab}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{ab}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\frac{-1}{x-a} = \frac{1}{x-b}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{ab}{x-a-b}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x-a = -x+b$ [আড়গুণন করে]

বা, $x+x = a+b$

বা, $2x = a+b$

$\therefore x = \frac{a+b}{2}$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3(a+b)}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x}{a+b} - 3 = 0$

বা, $\left(\frac{x-a}{b}-1\right) + \left(\frac{x-b}{a}-1\right) + \left(\frac{x}{a+b}-1\right) = 0$

বা, $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$

বা, $(x-a-b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}\right) = 0$

এখানে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b} \neq 0$ [\therefore চলক বর্জিত রাশি]

$\therefore x-a-b=0 = a+b$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ ৥ $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

বা, $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{-(a^2-b^2)}$

বা, $\frac{x-a}{a^2-b^2} + \frac{x-b}{a^2-b^2} = 0$

বা, $\frac{1}{a^2-b^2}(x-a+x-b) = 0$

বা, $x-a+x-b=0$ [উভয় পক্ষকে a^2-b^2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x = a+b$

$\therefore x = \frac{a+b}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{a+b}{2}$

প্রশ্ন ১০ ৥ $(3+\sqrt{3})z+2=5+3\sqrt{3}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $(3+\sqrt{3})z+2=5+3\sqrt{3}$

বা, $(3+\sqrt{3})z=5-2+3\sqrt{3}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $(3+\sqrt{3})z=3+3\sqrt{3}$

বা, $z = \frac{3+3\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$ [উভয়পক্ষকে $3+\sqrt{3}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $z = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+3)}{(\sqrt{3}+3)}$

$\therefore z = \sqrt{3}$ (Ans.)

■ সমাধান সেট নির্ণয় কর (১১ - ১৯) :

প্রশ্ন ১১ ৥ $2x(x+3) = 2x^2 + 12$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x(x+3) = 2x^2 + 12$

বা, $2x^2 + 6x = 2x^2 + 12$

বা, $2x^2 + 6x - 2x^2 = 12$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $6x = 12$

বা, $x = \frac{12}{6} = 2$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{2\}$

প্রশ্ন ১২ ৥ $2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$

বা, $2x - 3x = -4 - 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-x = -4 - 4\sqrt{2}$

বা, $-x = -4(1 + \sqrt{2})$

বা, $x = 4(1 + \sqrt{2})$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x = 4(1 + \sqrt{2})$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{4(1 + \sqrt{2})\}$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $\frac{x+a}{x-b} = \frac{x+a}{x+c}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x+a}{x-b} = \frac{x+a}{x+c}$

বা, $(x+a)(x+c) = (x+a)(x-b)$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $x^2 + cx + ax + ac = x^2 + ax - bx - ab$

বা, $x^2 + cx + ax - x^2 + bx - ax = -ab - ac$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $bx + cx = -a(b+c)$

বা, $x(b+c) = -a(b+c)$

$\therefore x = \frac{-a(b+c)}{(b+c)}$

$\therefore x = -a$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{-a\}$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{z-2}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{z-2}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$

বা, $\frac{z-1-1}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$

বা, $\frac{z-1}{z-1} - \frac{1}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$

বা, $1 - \frac{1}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$

বা, $1 = 2$ যা অসম্ভব

\therefore এ সমীকরণে কোনো সমাধান নেই।

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{\}$ বা \emptyset

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1}$

বা, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1}$

বা, $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$

বা, $\frac{x-1-x}{x(x-1)} = \frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)}$

বা, $\frac{-1}{x} = \frac{2}{x+1}$ [উভয়পক্ষকে $(x-1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x = -x-1$ [আড়গুণন করে]

$$\text{বা, } 2x + x = -1$$

$$\text{বা, } 3x = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৬} \parallel \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m+n}{m+n-x}$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m+n}{m+n-x}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m}{m+n-x} + \frac{n}{m+n-x}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{m-x} - \frac{m}{m+n-x} = \frac{n}{m+n-x} - \frac{n}{n-x} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } m \left(\frac{1}{m-x} - \frac{1}{m+n-x} \right) = n \left(\frac{1}{m+n-x} - \frac{1}{n-x} \right)$$

$$\text{বা, } m \left\{ \frac{m+n-x-m+x}{(m-x)(m+n-x)} \right\} = n \left\{ \frac{n-x-m-n+x}{(m+n-x)(n-x)} \right\}$$

$$\text{বা, } \frac{mn}{(m-x)(m+n-x)} = \frac{-mn}{(m+n-x)(n-x)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{m-x} = \frac{-1}{n-x} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } \frac{mn}{m+n-x} \text{ দিয়ে ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } -m+x = n-x$$

$$\text{বা, } x+x = m+n$$

$$\text{বা, } 2x = m+n$$

$$\therefore x = \frac{m+n}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \left\{ \frac{m+n}{2} \right\}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৭} \parallel \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x+3-x-2}{(x+2)(x+3)} = \frac{x+5-x-4}{(x+4)(x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{1}{(x+4)(x+5)}$$

$$\text{বা, } (x+4)(x+5) = (x+2)(x+3) \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + 9x + 20 = x^2 + 5x + 6$$

$$\text{বা, } x^2 + 9x - x^2 - 5x = 6 - 20 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 4x = -14$$

$$\text{বা, } x = -\frac{14}{4}$$

$$\therefore x = -\frac{7}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \left\{ -\frac{7}{2} \right\}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৮} \parallel \frac{2t-6}{9} + \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18}$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{2t-6}{9} + \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18} - \frac{2t-6}{9} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15-4t+12}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{-3}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = -\frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } -12+5t = 90-12t \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 5t+12t = 90+12 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 17t = 102$$

$$\text{বা, } t = \frac{102}{17} \therefore t = 6$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \{6\}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৯} \parallel \frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} = 0$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} +$$

$$(a-b) + (b-c) + (c-a) = 0$$

$$[\because (a-b) + (b-c) + (c-a) = 0]$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + (a-b) + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + (b-c)$$

$$+ \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} + (c-a) = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x+2b^2+c^2+a^2-b^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2+b^2-c^2}{b+c}$$

$$+ \frac{x+2a^2+b^2+c^2-a^2}{c+a} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x+a^2+b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+a^2+b^2+c^2}{b+c} + \frac{x+a^2+b^2+c^2}{c+a} = 0$$

$$\text{বা, } (x+a^2+b^2+c^2) \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) = 0$$

$$\text{এখানে, } \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \neq 0$$

[চলক বর্জিত রাশি, কেননা a, b, c প্রত্যেকে ধুবক]

$$\therefore x + (a^2 + b^2 + c^2) = 0$$

$$\therefore x = -(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \{ -(a^2 + b^2 + c^2) \}$$

■ সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (২০ - ২৭) :

প্রশ্ন ২০ ॥ একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার $\frac{2}{5}$ গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি 98 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, একটি সংখ্যা x তাহলে অপর সংখ্যা $\frac{2}{5}x$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } x + \frac{2x}{5} = 98$$

$$\text{বা, } \frac{5x+2x}{5} = 98$$

$$\text{বা, } 7x = 490$$

$$\text{বা, } x = \frac{490}{7} \therefore x = 70$$

$$\therefore \text{একটি সংখ্যা } x = 70 \text{ এবং অপর সংখ্যা} = \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \times 70 = 28$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুটি 70 এবং 28.

প্রশ্ন ১১ ১১ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর 1; লব থেকে 2 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে যে ভগ্নাংশটি পাওয়া যাবে, তা $\frac{1}{6}$ এর সমান।

ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, প্রকৃত ভগ্নাংশের লব = x

$$\therefore \text{প্রকৃত ভগ্নাংশের হর} = x + 1$$

[\therefore প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা বড়]

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{x}{x+1}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x-2}{x+1+2} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } 6x - 12 = x + 1 + 2 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 6x - x = 3 + 12 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 5x = 15$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{5} \therefore x = 3$$

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ ১২ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 9; অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 45 কম হবে। সংখ্যাটি কত?

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক = x

তাহলে সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্ক = $(9 - x)$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সংখ্যাটি} &= 10 \times \text{দশক স্থানীয় অঙ্ক} + \text{একক স্থানীয় অঙ্ক} \\ &= 10(9 - x) + x \\ &= 90 - 10x + x \\ &= 90 - 9x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি} &= 10x + (9 - x) \\ &= 9x + 9 \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 9x + 9 = 90 - 9x - 45$$

$$\text{বা, } 9x + 9x = 90 - 45 - 9 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 18x = 36$$

$$\text{বা, } x = \frac{36}{18} \therefore x = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সংখ্যাটি} &= 90 - 9x \\ &= 90 - (9 \times 2) \\ &= 90 - 18 = 72 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ১৩ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ। দেখাও যে, সংখ্যাটি অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাত গুণ।

সমাধান : ধরি, একক স্থানীয় অঙ্ক = x

তাহলে, দশক স্থানীয় অঙ্ক = $2x$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সংখ্যাটি} &= 10 \times 2x + x \\ &= 20x + x = 21x \end{aligned}$$

$$\text{আবার, অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি} = x + 2x = 3x$$

$$\text{অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাতগুণ} = 3x \times 7 = 21x$$

\therefore সংখ্যাটি অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির 7 গুণের সমান। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৪ ১৪ একজন ক্ষুদ্র ব্যবসায়ী 5600 টাকা বিনিয়োগ করে এক বছর পর কিছু টাকার উপর 5% এবং অবশিষ্ট টাকার উপর 4% লাভ করলেন। মোট 256 টাকা লাভ করলে তিনি কত টাকার উপর 5% লাভ করলেন?

সমাধান : মনে করি, ঐ ব্যক্তি 5% হারে x টাকা বিনিয়োগ করেছেন।

তাহলে, 4% হারে $(5600 - x)$ টাকা বিনিয়োগ করেছেন।

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$

এক্ষেত্রে, মুনাফা = I

মূলধন = p

সময় = $n = 1$ বছর

$$5\% \text{ হারে, } r = \frac{5}{100} \text{ এবং } 4\% \text{ হারে, } r = \frac{4}{100}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x \cdot 1 \cdot \frac{5}{100} + (5600 - x) \cdot 1 \cdot \frac{4}{100} = 256$$

$$\text{বা, } 5x + 22400 - 4x = 25600 \quad [100 \text{ দ্বারা উভয়পক্ষে গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } x = 25600 - 22400 \therefore x = 3200$$

ঐ ব্যক্তি 3200 টাকার উপর 5% লাভ করলেন। (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ ১৫ একটি লঞ্চে যাত্রী সংখ্যা 47; মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 30 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 1680 টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা কত?

সমাধান : কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = x

তাহলে, ডেকের যাত্রী সংখ্যা = $(47 - x)$

প্রশ্নমতে, ডেকের মাথাপিছু ভাড়া = 30 টাকা

$$\therefore \text{কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া} = (30 \times 2) \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 60x + 30(47 - x) = 1680$$

$$\text{বা, } 60x + 1410 - 30x = 1680$$

$$\text{বা, } 30x = 1680 - 1410$$

$$\text{বা, } x = \frac{270}{30} \therefore x = 9$$

কেবিনের যাত্রী সংখ্যা 9। (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ ১৬ 120 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট 35 টাকা হলে, কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি?

সমাধান : পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা x টি

$$\therefore \text{পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা} (120 - x) \text{ টি}$$

$$\text{পঁচিশ পয়সার মুদ্রার টাকার মান} \frac{x \times 25}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার টাকার মান} \frac{(120 - x) \times 50}{100}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{x \times 25}{100} + \frac{(120 - x) \times 50}{100} = 35$$

$$\text{বা, } 25x + (120 - x) 50 = 3500$$

$$\text{বা, } 25x + 6000 - 50x = 3500$$

$$\text{বা, } -25x = 3500 - 6000$$

$$\text{বা, } 25x = 2500 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } -1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{বা, } x = \frac{2500}{25} \therefore x = 100$$

\therefore পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা 100 টি

এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা $(120 - 100)$ টি বা, 20 টি। (Ans.)

প্রশ্ন ১২৭ ১ একটি গাড়ি ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কিছু পথ এবং ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলো। গাড়িটি মোট 5 ঘণ্টায় 240 কি.মি.

পথ অতিক্রম করলে, ঘণ্টায় 60 কি. মি. বেগে কতদূর গিয়েছে?

সমাধান : ধরি, 60 কি.মি./ঘণ্টা বেগে x কি.মি. দূরত্ব গিয়েছিল।

তাহলে, ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে গিয়েছিল $(240 - x)$ কি.মি.।

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x}{60} + \frac{240-x}{40} = 5$$

বা, $2x + 3(240 - x) = 600$ [উভয়পক্ষে 120 দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } 2x + 720 - 3x = 600$$

$$\text{বা, } -x = 600 - 720$$

$$\text{বা, } -x = -120 \therefore x = 120$$

\therefore গাড়িটি 60 কি.মি. বেগে 120 কি.মি. গিয়েছিল। (Ans.)

অনুশীলনী ৫.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ ১ x কে চলক ধরে $a^2x + b = 0$ সমীকরণটির ঘাত নিচের কোনটি?

ক. 3 খ. 2 ● 1 ঘ. 0

ব্যাখ্যা : $a^2x + b = 0$ সমীকরণের চলক x , এর সর্বোচ্চ ঘাত 1.

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণটির ঘাত 1.

প্রশ্ন ১২ ১ নিচের কোনটি অভেদ?

ক. $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 4x$

● $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 2(x^2 + 1)$

গ. $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 2ab$

ঘ. $(a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ব্যাখ্যা : বামপক্ষ = $(x + 1)^2 + (x - 1)^2$
 $= x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1$
 $= 2x^2 + 2$
 $= 2(x^2 + 1)$

প্রশ্ন ১৩ ১ $(x - 4)^2 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি?

ক. 1টি ● 2টি গ. 3টি ঘ. 4টি

ব্যাখ্যা : $(x - 4)^2 = 0$

বা, $(x - 4)(x - 4) = 0$

$x = 4, 4$

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের মূল 2টি

প্রশ্ন ১৪ ১ $x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি?

ক. 3, 4 খ. 3, -4

● -3, 4 ঘ. -3, -4

ব্যাখ্যা : $x^2 - x - 12 = 0$

বা, $x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$

বা, $x(x - 4) + 3(x - 4) = 0$

বা, $(x - 4)(x + 3) = 0$

$\therefore x = 4, -3$

প্রশ্ন ১৫ ১ $3x^2 - x + 5 = 0$ সমীকরণে x এর সহগ কত?

ক. 3 খ. 2 গ. 1 ● -1

ব্যাখ্যা : $3x^2 - x + 5 = 0$

$\therefore 3x^2 + (-1)x + 5 = 0$ এখানে, x এর সহগ -1.

প্রশ্ন ১৬ ১ নিচের সমীকরণগুলো লক্ষ কর :

i. $2x + 3 = 9$

ii. $\frac{x}{2} - 2 = -1$

iii. $2x + 1 = 5$

উপরের কোন সমীকরণগুলো পরস্পর সমতুল?

ক. i ও ii ● ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ১৭ ১ $x^2 - (a + b)x + ab = 0$ সমীকরণের সমাধান সেট নিচের কোনটি?

● $\{a, b\}$ খ. $\{a, -b\}$ গ. $\{-a, b\}$ ঘ. $\{-a, -b\}$

ব্যাখ্যা : $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

বা, $x^2 - ax - bx + ab = 0$

বা, $x(x - a) - b(x - a) = 0$

বা, $(x - a)(x - b) = 0 \therefore x = a, b$

\therefore সমাধান সেট $S = \{a, b\}$

প্রশ্ন ১৮ ১ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ। এই তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

(১) একক স্থানীয় অঙ্ক x হলে, সংখ্যাটি কত?

ক. $2x$ খ. $3x$ গ. $12x$ ● $21x$

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, একক স্থানীয় অঙ্ক x

\therefore দশক স্থানীয় অঙ্ক $2x$

\therefore সংখ্যাটি = $x + 10 \cdot 2x = 21x$

(২) অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত হবে?

ক. $3x$ খ. $4x$ ● $12x$ ঘ. $21x$

ব্যাখ্যা : অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি = $10 \cdot x + 2x = 12x$

(৩) $x = 2$ হলে, মূল সংখ্যার সাথে স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যার পার্থক্য কত?

● 18 খ. 20 গ. 34 ঘ. 36

ব্যাখ্যা : (১) হতে পাই,

সংখ্যাটি $21x = 21 \cdot 2 = 42$

(২) নং হতে পাই, সংখ্যাটি = $12x = 12 \cdot 2 = 24$

সংখ্যা দুইটির পার্থক্য, $42 - 24 = 18$

■ সমাধান কর (৯ - ১৮) :

প্রশ্ন ১৯ ১ $(x + 2)(x - \sqrt{3}) = 0$

সমাধান : $(x + 2)(x - \sqrt{3}) = 0$

হয়, $(x + 2) = 0$

$\therefore x = -2$

অথবা, $x - \sqrt{3} = 0$

$\therefore x = \sqrt{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = -2$ অথবা $\sqrt{3}$

প্রশ্ন ১০ ৥ $(\sqrt{2x+3})(\sqrt{3x-2}) = 0$

সমাধান : $(\sqrt{2x+3})(\sqrt{3x-2}) = 0$

হয়, $\sqrt{2x+3} = 0$

বা, $\sqrt{2x} = -3$

বা, $x = \frac{-3}{\sqrt{2}}$

বা, $x = \frac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$

$\therefore x = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$

অথবা, $\sqrt{3x-2} = 0$

বা, $\sqrt{3x} = 2$

বা, $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

বা, $x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}$

$\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$ অথবা, $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

প্রশ্ন ১১ ৥ $y(y-5) = 6$

সমাধান : $y(y-5) = 6$

বা, $y^2 - 5y = 6$

বা, $y^2 - 5y - 6 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $y^2 - 6y + y - 6 = 0$

বা, $y(y-6) + 1(y-6) = 0$

বা, $(y-6)(y+1) = 0$

হয়, $y-6 = 0$

অথবা, $y+1 = 0$

$\therefore y = 6$

$\therefore y = -1$

নির্ণেয় সমাধান : $y = 6$ অথবা, -1

প্রশ্ন ১২ ৥ $(y+5)(y-5) = 24$

সমাধান : $(y+5)(y-5) = 24$

বা, $y^2 - 5^2 = 24$

বা, $y^2 - 25 = 24$

বা, $y^2 = 24 + 25$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $y = \pm\sqrt{49} \therefore y = \pm 7$

নির্ণেয় সমাধান $y = \pm 7$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $2(z^2-9) + 9z = 0$

সমাধান : $2(z^2-9) + 9z = 0$

বা, $2z^2 - 18 + 9z = 0$

বা, $2z^2 + 9z - 18 = 0$

বা, $2z^2 + 12z - 3z - 18 = 0$

বা, $2z(z+6) - 3(z+6) = 0$

বা, $(z+6)(2z-3) = 0$

হয়, $z+6 = 0$

অথবা, $2z-3 = 0$

$\therefore z = -6$

বা, $2z = 3 \therefore z = \frac{3}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $z = -6$ অথবা, $\frac{3}{2}$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{3}{2z+1} + \frac{4}{5z-1} = 2$

সমাধান : $\frac{3}{2z+1} + \frac{4}{5z-1} = 2$

বা, $\frac{15z-3+8z+4}{(2z+1)(5z-1)} = 2$

বা, $\frac{23z+1}{10z^2+5z-2z-1} = 2$

বা, $20z^2+10z-4z-2 = 23z+1$

বা, $20z^2+6z-23z-2-1 = 0$

বা, $20z^2-17z-3 = 0$

বা, $20z^2-20z+3z-3 = 0$

বা, $20z(z-1)+3(z-1) = 0$

বা, $(z-1)(20z+3) = 0$

হয়, $z-1 = 0$ অথবা, $20z+3 = 0$

$\therefore z = 1$

বা, $20z = -3$

$\therefore z = \frac{-3}{20}$

নির্ণেয় সমাধান : $z = 1$ অথবা $-\frac{3}{20}$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $(z-10)(z+10) = 21$

সমাধান : $(z-10)(z+10) = 21$

বা, $z^2 - (10)^2 = 21$ [$\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$]

বা, $z^2 - 100 = 21$

বা, $z^2 = 21 + 100$

বা, $z^2 = 121$

বা, $z = \pm\sqrt{121} \therefore z = \pm 11$

নির্ণেয় সমাধান : $z = \pm 11$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $\frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$

সমাধান : $\frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$

বা, $\frac{6(x-2)}{x-6} = 1 - \frac{x-2}{x+2}$

বা, $\frac{6(x-2)}{x-6} = \frac{x+2-x+2}{x+2}$

বা, $\frac{6(x-2)}{x-6} = \frac{4}{x+2}$

বা, $6(x+2)(x-2) = 4(x-6)$ [আড় গুণন করে]

বা, $6(x^2-4) = 4(x-6)$

বা, $6x^2 - 24 = 4x - 24$

বা, $6x^2 - 24 - 4x + 24 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $6x^2 - 4x = 0$

বা, $3x^2 - 2x = 0$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x(3x-2) = 0$

হয়, $x = 0$

অথবা, $3x-2 = 0$

বা, $3x = 2$

$\therefore x = \frac{2}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $x = 0$ অথবা, $\frac{2}{3}$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{b} + \frac{b}{x}$

সমাধান : $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{b} + \frac{b}{x}$

বা, $\frac{x}{a} - \frac{x}{b} = \frac{b}{x} - \frac{a}{x}$

[পক্ষান্তর করে]

$$\text{বা, } \frac{x(b-a)}{ab} = \frac{b-a}{x}$$

$$\text{বা, } x^2(b-a) = ab(b-a) \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{ab(b-a)}{(b-a)}$$

$$\text{বা, } x^2 = ab$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{ab} \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } x = \pm \sqrt{ab}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৮ ॥ } \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{x-a}{x-b} - \frac{a}{b} + \frac{x-b}{x-a} - \frac{b}{a} = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{bx-ab-ax+ab}{b(x-b)} + \frac{ax-ab-bx+ab}{a(x-a)} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{bx-ax}{b(x-b)} + \frac{ax-bx}{a(x-a)} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x(b-a)}{b(x-b)} + \frac{x(a-b)}{a(x-a)} = 0$$

$$\text{বা, } x \left\{ \frac{b-a}{b(x-b)} + \frac{a-b}{a(x-a)} \right\} = 0$$

$$\text{হয়, } x = 0 \text{ অথবা, } \frac{b-a}{b(x-b)} + \frac{a-b}{a(x-a)} = 0$$

$$\text{বা, } -\frac{a-b}{b(x-b)} + \frac{a-b}{a(x-a)} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{a-b}{a(x-a)} = \frac{a-b}{b(x-b)}$$

$$\text{বা, } a(x-a) = b(x-ba)$$

$$\text{বা, } ax - a^2 = bx - b^2 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } ax - bx = a^2 - b^2$$

$$\text{বা, } x(a-b) = (a+b)(a-b)$$

$$\text{বা, } x = \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)}$$

$$\therefore x = a+b$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান : } x = 0 \text{ অথবা, } a+b$$

■ সমাধান সেট নির্ণয় কর (১৯ – ২৫) :

$$\text{প্রশ্ন ১৯ ॥ } \frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$$

$$\text{সমাধান : } \frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{3(x+1)+4x}{x(x+1)} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{3x+3+4x}{x(x+1)} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{7x+3}{x^2+x} = 2$$

$$\text{বা, } 2x^2+2x = 7x+3 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 2x^2+2x-7x-3 = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 2x^2-5x-3 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2-6x+x-3 = 0$$

$$\text{বা, } 2x(x-3)+1(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } (x-3)(2x+1) = 0$$

$$\text{হয়, } x-3 = 0 \quad \text{অথবা, } 2x+1 = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad \text{বা, } 2x = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \left\{ 3, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\text{প্রশ্ন ২০ ॥ } \frac{x+7}{x+1} + \frac{2x+6}{2x+1} = 5$$

$$\text{সমাধান : } \frac{x+7}{x+1} + \frac{2x+6}{2x+1} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{x+1+6}{x+1} + \frac{2x+1+5}{2x+1} = 5$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{6}{x+1} + 1 + \frac{5}{2x+1} = 5$$

[লবকে স্ব-স্ব হর দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } \frac{6}{x+1} + \frac{5}{2x+1} = 5-1-1$$

$$\text{বা, } \frac{12x+6+5x+5}{(x+1)(2x+1)} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{17x+11}{2x^2+3x+1} = 3$$

$$\text{বা, } 6x^2+9x+3 = 17x+11$$

$$\text{বা, } 6x^2+9x-17x+3-11 = 0$$

$$\text{বা, } 6x^2-8x-8 = 0$$

$$\text{বা, } 6x^2-12x+4x-8 = 0$$

$$\text{বা, } 6x(x-2)+4(x-2) = 0$$

$$\text{বা, } (x-2)(6x+4) = 0$$

$$\text{হয়, } x-2 = 0 \quad \text{অথবা, } 6x+4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \quad \text{বা, } 6x = -4$$

$$\therefore x = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট } S = \left\{ -\frac{2}{3}, 2 \right\}$$

$$\text{প্রশ্ন ২১ ॥ } \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x+a+b} = \frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x+a+b} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x-x-a-b}{x(x+a+b)} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{-(a+b)}{x(x+a+b)} = \frac{a+b}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{-1}{x(x+a+b)} = \frac{1}{ab}$$

[উভয়পক্ষকে (a+b) দিয়ে ভাগ করে]

$$\text{বা, } x(x+a+b) = -ab \quad [\text{আড় গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } x^2+ax+bx+ab = 0$$

$$\text{বা, } x(x+a)+b(x+a) = 0$$

$$\text{বা, } (x+a)(x+b) = 0$$

$$\text{হয়, } x+a = 0 \quad \text{অথবা, } x+b = 0$$

$$\therefore x = -a \quad \text{বা, } x = -b$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \{-a, -b\}$$

প্রশ্ন ২২ ॥ $\frac{ax+b}{a+bx} = \frac{cx+d}{c+dx}$

সমাধান : $\frac{ax+b}{a+bx} = \frac{cx+d}{c+dx}$

বা, $(ax+b)(c+dx) = (a+bx)(cx+d)$ [আড়গুণন করে]

বা, $acx+bc+adx^2+bdx = acx+bcx^2+ad+bdx$

বা, $acx+adx^2+bdx-acx-bcx^2-bdx = ad-bc$

[পক্ষান্তর করে]

বা, $adx^2-bcx^2 = ad-bc$

বা, $x^2(ad-bc) = ad-bc$

বা, $x^2 = \frac{(ad-bc)}{(ad-bc)}$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{1, -1\}$

প্রশ্ন ২৩ ॥ $x + \frac{1}{x} = 2$

সমাধান : $x + \frac{1}{x} = 2$

বা, $\frac{x^2+1}{x} = 2$

বা, $x^2+1 = 2x$ [আড়গুণন করে]

বা, $x^2-2x+1 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $(x-1)^2 = 0$

বা, $x-1 = 0 \therefore x = 1$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{1\}$

প্রশ্ন ২৪ ॥ $2x^2 - 4ax = 0$

সমাধান : $2x^2 - 4ax = 0$

বা, $2x(x-2a) = 0$

হয়, $2x = 0$ | অথবা, $x-2a = 0$

$\therefore x = 0$ | $\therefore x = 2a$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \{0, 2a\}$

প্রশ্ন ২৫ ॥ $\frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = 2$

সমাধান :

$\frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = 2$

বা, $\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} = 2$ [$x+1 = a$ এবং $x-1 = b$ ধরে]

বা, $\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a-b)} = 2$

বা, $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = 2$

বা, $a^2+ab+b^2 = 2a+2b$ [আড়গুণন করে]

বা, $(x+1)^2 + (x+1)(x-1) + (x-1)^2 = 2(x+1) + 2(x-1)$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

বা, $x^2+2x+1+x^2-1+x^2-2x+1 = 2x+2+2x-2$

বা, $x^2+2x+1+x^2-1+x^2-2x+1-2x-2-2x+2 = 0$

বা, $3x^2-4x+1 = 0$

বা, $3x^2-3x-x+1 = 0$

বা, $3x(x-1)-1(x-1) = 0$

বা, $(x-1)(3x-1) = 0$

হয়, $3x-1 = 0$

অথবা, $x-1 = 0$

$\therefore 3x = 1$

$\therefore x = 1$

$\therefore x = \frac{1}{3}$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S = \left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$

■ সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (২৬-৩১) :

প্রশ্ন ২৬ ॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 15 এবং এদের গুণফল 56; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্কটি x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি $= 15 - x$

\therefore সংখ্যাটি $= 10 \times (15 - x) + x$
 $= 150 - 10x + x = 150 - 9x$

প্রশ্নানুসারে, $x(15 - x) = 56$

বা, $15x - x^2 = 56$

বা, $15x - x^2 - 56 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-(x^2 - 15x + 56) = 0$

বা, $x^2 - 15x + 56 = 0$ [উভয় পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x^2 - 7x - 8x + 56 = 0$

বা, $x(x-7) - 8(x-7) = 0$

বা, $(x-7)(x-8) = 0$

হয়, $x-7 = 0$ | অথবা, $x-8 = 0$

$\therefore x = 7$ | $\therefore x = 8$

এখন, $x = 7$ হলে, সংখ্যাটি $(150 - 9x) = (150 - 9 \times 7)$
 $= 150 - 63 = 87$

$\therefore x = 8$ হলে, সংখ্যাটি $(150 - 9x) = (150 - 9 \times 8)$
 $= 150 - 72 = 78$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 78 অথবা 87

প্রশ্ন ২৭ ॥ একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। মেঝের দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে ও প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, কক্ষটির দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

\therefore কক্ষটির প্রস্থ $= \frac{192}{x}$ মিটার [\therefore দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ $=$ ক্ষেত্রফল]

প্রশ্নমতে, $(x-4) \left(\frac{192}{x} + 4 \right) = 192$

বা, $192 + 4x - \frac{768}{x} - 16 = 192$

বা, $192 + 4x - \frac{768}{x} - 16 - 192 = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $4x - \frac{768}{x} - 16 = 0$

বা, $4x^2 - 768 - 16x = 0$ [উভয়পক্ষকে x দিয়ে গুণ করে]

বা, $x^2 - 192 - 4x = 0$ [উভয়পক্ষকে 4 দিয়ে ভাগ করে]

$$\text{বা, } x^2 - 4x - 192 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 16x + 12x - 192 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 16) + 12(x - 16) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 16)(x + 12) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 16 = 0 \quad \text{অথবা, } x + 12 = 0$$

$$\therefore x = 16$$

$$\therefore x = -12$$

যেহেতু, দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না, সুতরাং দৈর্ঘ্য = 16 মিটার।

$$\therefore \text{প্রস্থ } \frac{192}{x} \text{ মিটার} = \frac{192}{16} \text{ মিটার} = 12 \text{ মিটার}$$

\therefore কক্ষটির মেঝের দৈর্ঘ্য 16 মিটার ও প্রস্থ 12 মিটার। (Ans.)

প্রশ্ন ১২৮ ৥ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি. ও অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অন্তর 3 সে.মি.। ঐ বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি.

এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $(x + 3)$ সে.মি.

ত্রিভুজটি সমকোণী হওয়ায় পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$x^2 + (x + 3)^2 = 15^2$$

$$\text{বা, } x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 6x + 9 - 225 = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 2x^2 + 6x - 216 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 3x - 108 = 0 \quad [\text{উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + 12x - 9x - 108 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 12) - 9(x + 12) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 12)(x - 9) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 12 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 9 = 0$$

$$\therefore x = -12$$

$$\therefore x = 9$$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না, তাই ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য 9 সে.মি.

\therefore অপর বাহুর দৈর্ঘ্য = $(9 + 3)$ সে.মি. = 12 সে.মি.

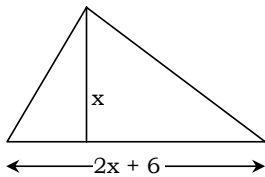
নির্ণেয় ত্রিভুজটির বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 9 সে.মি. এবং 12 সে.মি.

প্রশ্ন ১২৯ ৥ একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুণ অপেক্ষা 6 সে.মি. বেশি।

ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 810 বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?

সমাধান : ধরি, ত্রিভুজটির উচ্চতা = x মিটার

তাহলে ত্রিভুজ ভূমি = $(2x + 6)$ মিটার



$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2} \cdot (2x + 6) \cdot x = 810$$

$$[\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}]$$

$$\text{বা, } (x + 3)x = 810$$

$$\text{বা, } x^2 + 3x - 810 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 30x - 27x - 810 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 30) - 27(x + 30) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 30)(x - 27) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 30 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 27 = 0$$

$$\therefore x = -30$$

$$\therefore x = 27$$

যেহেতু উচ্চতা ঋণাত্মক হতে পারে না, তাই ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের উচ্চতা 27 m.wg.।

নির্ণেয় ত্রিভুজটির উচ্চতা 27 সে. মি.। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩০ ৥ একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তার সহপাঠীর সংখ্যার সমান টাকা চাঁদা দেওয়ায় মোট 420 টাকা চাঁদা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত এবং প্রত্যেকে কত টাকা করে চাঁদা দিল?

সমাধান :

মনে করি, ঐ শ্রেণিতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা x জন

\therefore প্রত্যেক শিক্ষার্থীর সহপাঠীর সংখ্যা $(x-1)$ জন

সুতরাং প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ $(x-1)$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $x(x-1) = 420$

$$\text{বা, } x^2 - x = 420$$

$$\text{বা, } x^2 - x - 420 = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - 21x + 20x - 420 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 21) + 20(x - 21) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 21)(x + 20) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 21 = 0 \quad \text{আবার, } x + 20 = 0$$

$$\therefore x = 21$$

$$\therefore x = -20$$

যেহেতু, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা 21 জন।

এবং প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ $(21-1)$ টাকা বা 20 টাকা করে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩১ ৥ একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও 30 পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়াতে মোট 70 টাকা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?

সমাধান : মনে করি, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = x জন

\therefore প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ = $(x + 30)$ পয়সা

এবং মোট চাঁদা = $x(x + 30)$ পয়সা

আবার, মোট চাঁদা = 70 টাকা

$$= 70 \times 100 \text{ পয়সা} = 7000 \text{ পয়সা}$$

প্রশ্নমতে, $x(x + 30) = 7000$

$$\text{বা, } x^2 + 30x - 7000 = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + 100x - 70x - 7000 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 100) - 70(x + 100) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 100)(x - 70) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 100 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 70 = 0$$

$$\therefore x = -100$$

$$\therefore x = 70$$

যেহেতু, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা হবে 70 জন।

ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের সংখ্যা 70 জন। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩২ ৥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7; অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে 9 বেশি।

- ক. চলক x এর মাধ্যমে প্রদত্ত সংখ্যাটি ও স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি লেখ।
 খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর।
 গ. প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি সেন্টিমিটারে কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে তবে ঐ আয়তক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। কর্ণটিকে কোনো বর্গের বাহু ধরে বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক = x

$$\therefore \text{দশক স্থানীয় অঙ্ক} = 7 - x$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10(7 - x) + x$$

$$= 70 - 10x + x = 70 - 9x \text{ (Ans.)}$$

অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি হয়।

$$= 10x + (7 - x) = 10x + 7 - x = 9x + 7 \text{ (Ans.)}$$

খ. প্রশ্নানুসারে, $9x + 7 = 70 - 9x + 9$

$$\text{বা, } 9x + 9x = 70 + 9 - 7 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

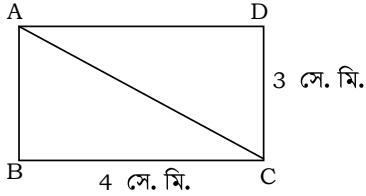
$$\text{বা, } 18x = 72$$

$$\text{বা, } x = \frac{72}{18} \therefore x = 4$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 70 - 9 \cdot 4 = 70 - 36 = 34 \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রশ্নানুসারে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 4 সে.মি.

এবং আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $(7 - 4)$ সে.মি. বা 3 সে.মি.



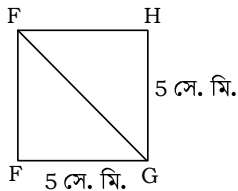
$$\begin{aligned} \text{চিত্রানুসারে আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য } AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{কর্ণের দৈর্ঘ্য } AC = 5 \text{ সে.মি.}$$

আবার, কর্ণের দৈর্ঘ্য বর্গের বাহু হলে,

$$\text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \text{বর্গের বাহু} = 5 \text{ সে.মি.}$$

আয়তক্ষেত্রের কর্ণকে বর্গক্ষেত্রের বাহু ধরে গঠিত বর্গক্ষেত্রটি হলো :



$$\begin{aligned} \therefore \text{বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য } EG &= \sqrt{EF^2 + FG^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{25 + 25} \\ &= \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $5\sqrt{2}$ সে.মি. (Ans.)

প্রশ্ন II ৩৩ II একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা যথাক্রমে $(x - 1)$ সে.মি. ও x সে.মি. এবং একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ত্রিভুজটির উচ্চতার সমান। আবার, একটি আয়তক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $(x + 3)$ সে.মি. ও প্রস্থ x সে.মি.।

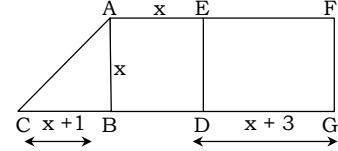
ক. একটিমাত্র চিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলো দেখাও।

খ. ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 10 বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?

গ. ত্রিভুজক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারাবাহিক অনুপাত বের কর।

সমাধান :

ক. উপরের তথ্যগুলো একটিমাত্র চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো :



খ. আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

$$\text{বা, } 10 = \frac{1}{2} \cdot (x - 1) \cdot x$$

$$\text{বা, } 20 = x^2 - x$$

$$\text{বা, } x^2 - x - 20 = 0 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 5) + 4(x - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 5 = 0 \quad \text{অথবা, } x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 5 \quad \therefore x = -4$$

যেহেতু উচ্চতা ঋণাত্মক হতে পারে না কাজেই ত্রিভুজটির উচ্চতা 5 সে.মি.

ত্রিভুজটির উচ্চতা 5 সে.মি. (Ans.)

গ. ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

$$= \frac{1}{2} \cdot (x - 1) \cdot x$$

$$= \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 5 \quad [\because x = 5]$$

$$= 10$$

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহুর দৈর্ঘ্য)² = $(5)^2$ বর্গ সে.মি.

$$= 25 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ

$$= (x + 3) \cdot x \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= (5 + 3) \cdot 5 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 8 \cdot 5 \text{ বর্গ সে.মি.} = 40 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

\therefore ত্রিভুজক্ষেত্র : বর্গক্ষেত্র : আয়তক্ষেত্র = 10 : 25 : 40

$$= 2 : 5 : 8$$

[অনুপাতের প্রতিটি রাশিকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

নির্ণেয় অনুপাত = 2 : 5 : 8।