ষষ্ঠ অধ্যায়

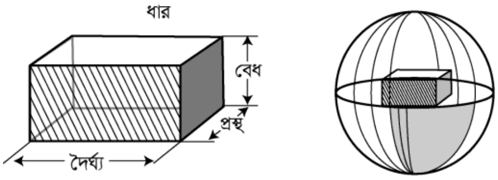
রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ

অনুশীলনী ৬.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

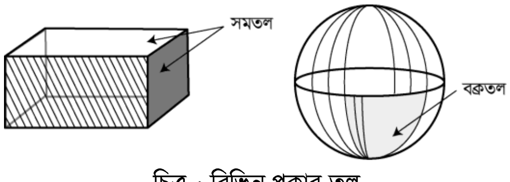
প্রশ্ন ॥ ১ ॥ স্থান, তল, রেখা এবং বিন্দুর ধারণা দাও।

উত্তর : স্থান (Space) : যে অংশ জুড়ে বিভিন্ন বস্তু অবস্থান করে সে অংশই হচ্ছে স্থান। আমাদের চারপাশে বিস্তৃত জগৎ সীমাহীন। এর বিভিন্ন অংশ জুড়ে রয়েছে ছোট–বড় নানারকম বস্তু। বস্তু বলতে বালুকণা, আলপিন, পেন্সিল, কাগজ, বই, চেয়ার, টেবিল, ইট, বাক্স, বাড়িঘর, পাহাড়, পৃথিবী, গ্রহ–নক্ষত্র সবই বোঝান হয়। বিভিন্ন বস্তু স্থানের যে অংশ জুড়ে থাকে সে স্থানটুকুর আকার, আকৃতি, অবস্থান, বৈশিষ্ট্য প্রভৃতি থেকেই জ্যামিতিক ধ্যান–ধারণার উদ্ভব হয়েছে।



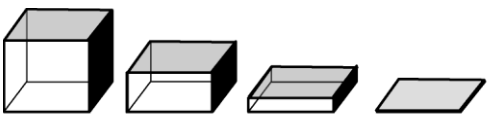
চিত্র : ঘনবস্তু থেকে স্থানের ধারণা

তল (Surface) : ঘনবস্তুর উপরিভাগ তল নির্দেশ করে। অর্থাৎ, প্রত্যেক ঘনবস্তু এক বা একাধিক তল দ্বারা সীমাবদ্ধ থাকে। যেমন, একটি বাক্সের ছয়টি পৃষ্ঠ ছয়টি তলের অংশ। তলের শুধু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কোনো বেধ নেই। এ কারণে তল দ্বিমাত্রিক। তল দুই প্রকার। যথা– সমতল ও বক্রতল।



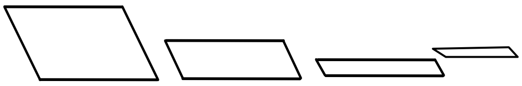
চিত্র : বিভিন্ন প্রকার তল

ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণা :

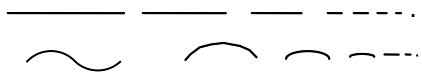

চিত্র : ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণা

রেখা (Line) : দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদস্থলে একটি রেখা উৎপন্ন হয়। যেমন, বাক্সের দুইটি পৃষ্ঠতল বাক্সের একধারে একটি রেখায় মিলিত হয়। এ রেখা একটি সরলরেখা। রেখার শুধু দৈর্ঘ্য আছে, প্রস্থ বা বেধ নেই। এ কারণে রেখা একমাত্রিক। রেখা দুই প্রকার। যথা– সরলরেখা *(Straight line)* ও বক্ররেখা *(Curved line)*


চিত্র : সরলরেখা চিত্র : বক্ররেখা


চিত্র : তল থেকে রেখার ধারণা

বিন্দু (Point) **:** দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে বিন্দুর উৎপত্তি হয়। অর্থাৎ দুইটি রেখার ছেদস্থান বিন্দু দ্বারা নির্দিষ্ট হয়। বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নেই, শুধু অবস্থান আছে। একটি রেখার দৈর্ঘ্য ক্রমশ হ্রাস পেয়ে অবশেষে শূন্য হলে, একটি বিন্দু মাত্র অবশিষ্ট থাকে। বিন্দুকে শূন্য মাত্রার সত্তা বলে গণ্য করা হয়।


চিত্র : রেখা হতে বিন্দুর ধারণা

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ ইউক্লিডের পাঁচটি স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান : ইউক্লিড প্রদত্ত পাঁচটি স্বীকার্য হলো :

স্বীকার্য ১। একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দু পর্যন্ত একটি সরলরেখা আঁকা যায়।

স্বীকার্য ২। খণ্ডিত রেখাকে যথেচ্ছভাবে বাড়ানো যায়।

স্বীকার্য ৩। যেকোনো কেন্দ্র ও যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকা যায়।

স্বীকার্য ৪। সকল সমকোণ পরস্পর সমান।

স্বীকার্য ৫। একটি সরলরেখা দুইটি সরলরেখাকে ছেদ করলে এবং ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম হলে, রেখা দুইটিকে যথেচ্ছভাবে বর্ধিত করলে যেদিকে কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম, সেদিকে মিলিত হয়।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ পাঁচটি আপতন স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান : আপতন স্বীকার্য : বিমূর্ত জ্যামিতিক ধারণা হিসেবে স্থানকে বিন্দুসমূহের সেট ধরা হয় এবং সরলরেখা ও সমতলকে এই সার্বিক সেটের উপসেট বিবেচনা করা হয়। এই বিবেচ্য বৈশিষ্ট্যসমূহকে জ্যামিতিক স্বীকার্য বলা হয়। স্বীকার্য –১ থেকে স্বীকার্য–৫ কে আপতন স্বীকার্য বলা হয়।

স্বীকার্য ১। জগৎ *(Space)* সকল বিন্দুর সেট এবং সমতল ও সরলরেখা এই সেটের উপসেট।

এই স্বীকার্য থেকে আমরা লক্ষ করি যে, প্রত্যেক সমতল ও প্রত্যেক সরলরেখা এক একটি সেট, যার উপাদান হচ্ছে বিন্দু। জ্যামিতিক বর্ণনায় সাধারণত সেট প্রতীকের ব্যবহার পরিহার করা হয়। যেমন, কোনো বিন্দু একটি সরলরেখার (বা সমতলের) অন্তর্ভুক্ত হলে বিন্দুটি ঐ সরলরেখায় (বা সমতলে) অবস্থিত অথবা, সরলরেখাটি (বা সমতলটি) ঐ বিন্দু দিয়ে যায়। একইভাবে, একটি সরলরেখা একটি সমতলের উপসেট হলে সরলরেখাটি ঐ সমতলে অবস্থিত, অথবা সমতলটি ঐ সরলরেখা দিয়ে যায় এ রকম বাক্য দ্বারা তা বর্ণনা করা হয়।

স্বীকার্য ২। দুইটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সরলরেখা আছে যাতে উভয় বিন্দু অবস্থিত।

স্বীকার্য ৩। একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সমতল আছে যাতে বিন্দু তিনটি অবস্থিত।

স্বীকার্য ৪। কোনো সমতলের দুইটি ভিন্ন বিন্দু দিয়ে যায় এমন সরলরেখা ঐ সমতলে অবস্থিত।

স্বীকার্য ৫। (ক) জগতে *(Space)* একাধিক সমতল বিদ্যমান।

(খ) প্রত্যেক সমতলে একাধিক সরলরেখা অবস্থিত।

(গ) প্রত্যেক সরলরেখার বিন্দুসমূহ এবং বাস্তব সংখ্যাসমূহকে এমনভাবে সম্পর্কিত করা যায় যেন, রেখাটির প্রত্যেক বিন্দুর সঙ্গে একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয় এবং প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যার সঙ্গে রেখাটির একটি অনন্য বিন্দু সংশ্লিষ্ট হয়।

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ দূরত্ব স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান : নিচে দূরত্ব স্বীকার্যটি বর্ণনা করা হলো :

জ্যামিতিতে দূরত্বের ধারণাও একটি প্রাথমিক ধারণা। এ জন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,

(ক) P ও Q বিন্দুযুগল একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দিষ্ট করে থাকে। সংখ্যাটিকে P বিন্দু থেকে Q বিন্দুর দূরত্ব বলা হয় এবং PQ দ্বারা সূচিত করা হয়।

(খ) P ও Q ভিন্ন বিন্দু হলে PQ সংখ্যাটি ধনাত্মক। অন্যথায়, $PQ = 0$।

(গ) P থেকে Q-এর দূরত্ব এবং Q থেকে P-এর দূরত্ব একই। অর্থাৎ $PQ = QP$।

$PQ = QP$ হওয়াতে এই দূরত্বকে সাধারণত P বিন্দু ও Q বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বলা হয়। ব্যবহারিকভাবে, এই দূরত্ব পূর্ব নির্ধারিত এককের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়।

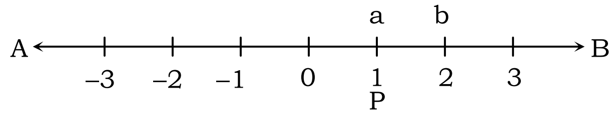
প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ রুলার স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান : কোনো সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট এবং বাস্তব সংখ্যার সেটের মধ্যে এমনভাবে এক–এক মিল স্থাপন করা যায়, যেন রেখাটির যেকোনো বিন্দু P, Q এর জন্য $PQ = |a - b|$ হয়, যেখানে মিলকরণের ফলে P ও Q এর সঙ্গে যথাক্রমে a ও b বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয়।

এই স্বীকার্যে বর্ণিত মিলকরণ করা হলে, রেখাটি একটি সংখ্যারেখায় পরিণত হয়েছে বলা হয়। সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সঙ্গে a সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে P কে a-এর লেখবিন্দু এবং a-কে P-এর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ সংখ্যারেখা বর্ণনা কর।

সমাধান : সংখ্যারেখা : বাস্তব সংখ্যাকে সরলরেখার ওপর বিন্দুর সাহায্যে চিত্রের মাধ্যমে দেখানো যায়। যে রেখায় বিন্দুর সঙ্গে সংখ্যার এক–এক মিল দেখানো হয়, তাকে সংখ্যারেখা বলে।



AB দ্বারা একটি অসীম রেখা সূচিত করা হলো।

সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সঙ্গে a সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে P কে a এর লেখবিন্দু এবং a কে P এর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

কোনো সরলরেখাকে সংখ্যারেখায় পরিণত করার জন্য প্রথমে রেখাটির একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 0 এবং অপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 1 ধরে নেওয়া হয়। এতে রেখাটিতে একটি একক দূরত্ব এবং একটি ধনাত্মক দিক নির্দিষ্ট হয়।

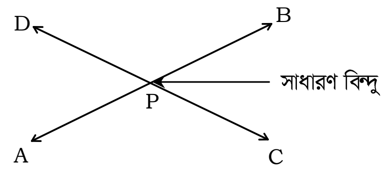
সংখ্যারেখায় সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার সঙ্গে সংখ্যারেখাস্থ সকল বিন্দুর এক–এক মিল রয়েছে। a ও b দুইটি অসমান বাস্তব সংখ্যা হলে, হয় $a > b$ না হয় $a < b$ হবে, সংখ্যারেখায় $a > b$ এর অর্থ, a এর প্রতিরূপী বিন্দু b এর প্রতিরূপী বিন্দুর ডানে অবস্থিত।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ রুলার স্থাপন স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান : রুলার স্থাপন স্বীকার্য : কোনো সরলরেখাকে সংখ্যা রেখায় পরিণত করার জন্য প্রথমে রেখাটির একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 0 এবং অপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 1 ধরে নেওয়া হয়। এতে রেখাটিতে একটি একক দূরত্ব এবং একটি ধনাত্মক দিক নির্দিষ্ট হয়। এজন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে, যেকোনো সরলরেখা AB কে এমনভাবে সংখ্যা রেখায় পরিণত করা যায় যে, A এর স্থানাঙ্ক 0 (শূন্য) এবং B এর স্থানাঙ্ক ধনাত্মক হয়। একে রুলার স্থাপন স্বীকার্য বলে।

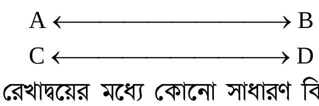
প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ পরস্পরছেদী সরলরেখা ও সমান্তরাল সরলরেখার সংজ্ঞা দাও।

সমাধান : পরস্পরছেদী সরলরেখা: একই সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে পরস্পরছেদী বলা হয়, যদি উভয়রেখায় অবস্থিত একটি সাধারণ বিন্দু থাকে।



চিত্রে AB ও CD রেখাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু P। তাই AB ও CD পরস্পরছেদী সরলরেখা।

সমান্তরাল সরলরেখা : একই সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে সমান্তরাল সরলরেখা বলা হয় যদি তাদের কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে।



চিত্রে, AB ও CD রেখাদ্বয়ের মধ্যে কোনো সাধারণ বিন্দু নেই। তাই AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখা।

লক্ষণীয় যে,

(১) দুইটি ভিন্ন সরলরেখার সর্বাধিক একটি সাধারণ বিন্দু থাকতে পারে। কারণ স্বীকার্য–২ অনুযায়ী দুই ভিন্ন বিন্দু কেবল একটি সরলরেখাতেই অবস্থিত থাকতে পারে।

(২) একই সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখা হয় সমান্তরাল, না হয় তারা কেবল এক বিন্দুতে ছেদ করে।

অনুশীলনী ৬.২

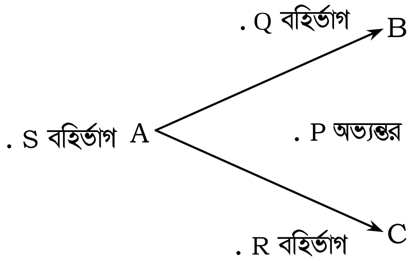
অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ কোণের অভ্যন্তর ও বহির্ভাগের সংজ্ঞা দাও।

সমাধান : কোণের অভ্যন্তর : যেকোনো একটি কোণ, যেমন, $\angle BAC$ এর অভ্যন্তর হলো $\overleftrightarrow{AB}$ এর C পার্শ্বে এবং $\overleftrightarrow{AC}$ এর B পার্শ্বে অবস্থিত সমতলের সকল বিন্দুর সেট।

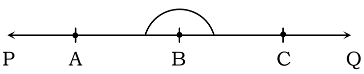
কোণের বহির্ভাগ : কোণটির অভ্যন্তরে অথবা কোনো বাহুতে অবস্থিত নয়, সমতলস্থ এমন সকল বিন্দুর সেটকে তার বহির্ভাগ বলা হয়।

চিত্রে, P বিন্দু $\angle BAC$ এর অভ্যন্তরে এবং Q, S ও R বিন্দু তার বহির্ভাগে অবস্থিত।



প্রশ্ন ॥ ২ ॥ যদি একই সরলরেখাস্থ তিনটি ভিন্ন বিন্দু হয়, তবে চিত্রের উৎপন্ন কোণগুলোর নামকরণ কর।

সমাধান :



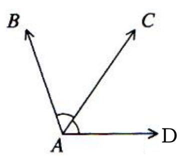
চিত্রে, PQ সরলরেখাস্থ A, B ও C তিনটি ভিন্ন বিন্দু।

আমরা জানি, দুইটি পরস্পর বিপরীত রশ্মি তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দুতে সরলকোণ তৈরি করে।

চিত্রে, AQ রশ্মির প্রান্তবিন্দু A থেকে AQ এর বিপরীত দিকে AP রশ্মি। AP ও AQ রশ্মিদ্বয় তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু A তে $\angle PAQ$ উৎপন্ন করে। $\angle PAQ$ এক সরলকোণ। অনুরূপভাবে, B ও C বিন্দুতে $\angle PBQ$ এবং $\angle PCQ$ উৎপন্ন করে। এরা প্রত্যেকে এক সরলকোণ।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ সন্নিহিত কোণের সংজ্ঞা দাও এবং এর বাহুগুলো চিহ্নিত কর।

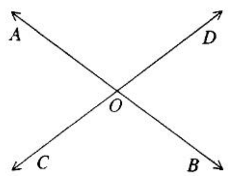
সমাধান : যদি সমতলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় ও তাদের একটি সাধারণ রশ্মি থাকে এবং কোণদ্বয় সাধারণ রশ্মির বিপরীত পাশে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে।



চিত্রে, A বিন্দুটি $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ এর শীর্ষবিন্দু। A বিন্দু $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ উৎপন্নকারী রশ্মিগুলোর মধ্যে AC সাধারণ রশ্মি। কোণ দুইটি সাধারণ রশ্মি AC এর বিপরীত পাশে অবস্থিত। $\angle BAC$ এবং $\angle CAD$ পরস্পর সন্নিহিত কোণ।

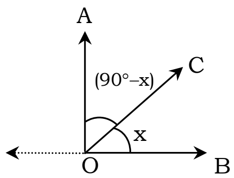
প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও : বিপ্রতীপ কোণ, পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ, সমকোণ, সূক্ষ্মকোণ এবং স্থূলকোণ।

সমাধান : বিপ্রতীপ কোণ : কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তা ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ।



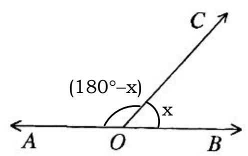
চিত্রে, OA ও OB পরস্পর বিপরীত রশ্মি। আবার, OC ও OD পরস্পর বিপরীত রশ্মি। $\angle BOD$ ও $\angle AOC$ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। আবার $\angle BOC$ ও $\angle DOA$ একটি অপরটির বিপ্রতীপ কোণ। দুইটি সরলরেখা কোনো বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করলে, ছেদ বিন্দুতে দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয়।

পূরক কোণ : দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 1 সমকোণ হলে কোণ দুইটির একটি অপরটির পূরক কোণ।



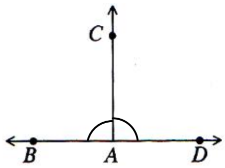
চিত্রে, $\angle AOB$ একটি সমকোণ। OC রশ্মি কোণটির বাহুদ্বয়ের অভ্যন্তরে অবস্থিত। এর ফলে $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির পরিমাপের যোগফল $\angle AOB$ এর পরিমাপের সমান, অর্থাৎ 1 সমকোণ। $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ পরস্পর পূরণ কোণ।

সম্পূরক কোণ : দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 2 সমকোণ হলে কোণ দুইটি পরস্পর সম্পূরক কোণ।



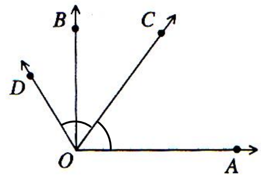
AB একটি সরলরেখার O অন্তঃস্থ একটি বিন্দু। OC একটি রশ্মি যা OA রশ্মি ও OB রশ্মি থেকে ভিন্ন। এর ফলে $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির পরিমাপের যোগফল $\angle AOB$ কোণের পরিমাপের সমান, অর্থাৎ 2 সমকোণ, কেননা $\angle AOB$ একটি সরলকোণ। $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ পরস্পর সম্পূরক কোণ।

সমকোণ : একটি সরলকোণের সমদ্বিখণ্ডককে লম্ব এবং সংশ্লিষ্ট সন্নিহিত কোণের প্রত্যেকটিকে সমকোণ বলে।



চিত্রে, $\angle BAD$ সরলকোণ A বিন্দুতে AC রশ্মি দ্বারা উৎপন্ন $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ সন্নিহিত কোণ দুইটির প্রত্যেকে সমকোণ এবং BD ও AC বাহুদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব।

সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ : এক সমকোণ থেকে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ এবং এক সমকোণ থেকে বড় কিন্তু দুই সমকোণ থেকে ছোট কোণকে স্থূলকোণ বলা হয়।



চিত্রে $\angle AOC$ সূক্ষ্মকোণ এবং $\angle AOD$ স্থূলকোণ। এখানে $\angle AOB$ এক সমকোণ।

অনুশীলনী ৬.৩

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিচে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হলো। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব?

● ৫ সে.মি., ৬ সে.মি. ও ৭ সে.মি.
খ. ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৭ সে.মি.
গ. ৫ সে.মি., ৭ সে.মি. ও ১৪ সে.মি.
ঘ. ২ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৮ সে.মি.

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

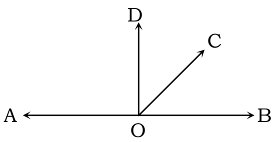
প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে
ii. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে
iii. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii ● ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রদত্ত চিত্র অনুযায়ী ৩ ও ৪নং পশ্নের উত্তর দাও :



প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ এক সমকোণের সমান কোণ কোনটি?

ক. $\angle BOC$ খ. $\angle BOD$ গ. $\angle COD$ ঘ. $\angle AOD$

[বি. দ্র. খ ও ঘ উভয়ই এক সমকোণের সমান]

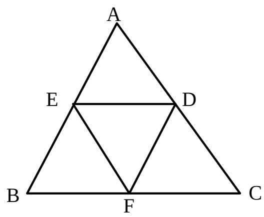
প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\angle BOC$ এর পূরক কোণ কোনটি?

ক. $\angle AOC$ খ. $\angle BOD$ ● $\angle COD$ ঘ. $\angle AOD$

ব্যাখ্যা : $\angle BOC + \angle COD = 90°$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার তিন বাহু সমান। অর্থাৎ, AB = BC = AC। F, D ও E যথাক্রমে BC, AC এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু। মধ্যবিন্দু তিনটি যোগ করলে DEF ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔDEF সমবাহু।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔBEF ও ΔCDF এর মধ্যে	
BE = CD	[সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]
BF = CF	[$\because$ F, BC এর মধ্যবিন্দু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle C$	[$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ সমান]
$\therefore \Delta BEF \cong \Delta CDF$ .... (i)	
অতএব, EF = FD	
(২) আবার, ΔCDF ও ΔAED এর মধ্যে	
CD = AD	[$\because$ D, AC এর মধ্যবিন্দু]
AE = CF	[সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle C$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle A$	
$\therefore \Delta CDF \cong \Delta AED$	

$\therefore$ FD = ED .... (ii)

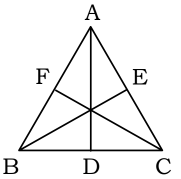
(৩) সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে পাই,

EF = FD = ED

$\therefore \Delta$DEF সমবাহু। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, অর্থাৎ AB = BC = AC. AD, BE এবং CF যথাক্রমে BC, CA এবং AB এর উপর তিনটি মধ্যমা। D, E এবং F যথাক্রমে BC, AC এবং AB এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD = BE = CF.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABD ও ΔACF এর মধ্যে

AB = AC [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]

BD = AF [সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle$B = অন্তর্ভুক্ত $\angle$A

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACF$

অতএব, AD = CF .... (i)

(২) এরূপে ΔBCE ও ΔACF নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে,

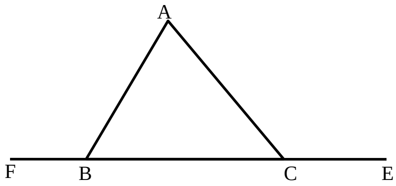
BE = CF ....(ii)

(৩) সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই

$\therefore$ AD = BE = CF. **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC ভূমিকে একদিকে E পর্যন্ত এবং অপরদিকে F পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। ফলে বহিঃস্থ $\angle$ACE এবং বহিঃস্থ $\angle$ABF উৎপন্ন হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACE + \angle ABF > 2$ সমকোণ

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) $\angle ACE = \angle A + \angle B$ .... (i) [যেহেতু ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুইটির যোগফলের সমান]

এবং $\angle ABF = \angle A + \angle C$ .... (ii)

(২) সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

অতএব, $\angle ACE + \angle ABF = \angle A + \angle B + \angle A + \angle C$

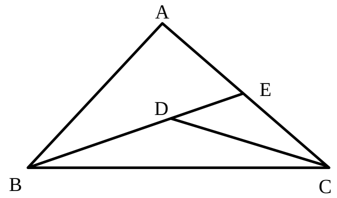
কিন্তু ΔABC এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 2$ সমকোণ

(৩) $\therefore \angle ACE + \angle ABF = \angle A + 2$ সমকোণ

সুতরাং, $\angle ACE + \angle ABF > 2$ সমকোণ **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ΔABC এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, AB + AC > BD + DC.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর অভ্যন্তরে D যেকোনো একটি বিন্দু। B, D এবং C, D যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > BD + CD.

অঙ্কন : BD কে বর্ধিত করি যেন তা AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABE–এ,

AB + AE > BE [$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, AB + AE > BD + DE.............(i) [$\because$ BE = BD + DE]

(২) আবার, ΔCDE এ, CE + DE > CD......(ii)

(i) ও (ii) নং অসমতা হতে পাই,

AB + AE + CE + DE > BD + DE + CD

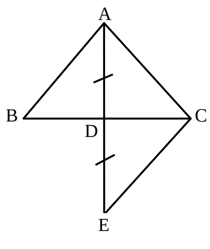
বা, AB + AE + CE > BD + CD [উভয়পক্ষ হতে DE বাদ দিয়ে পাই]

(৩) যেহেতু AE + EC = AC

$\therefore$ AB + AC > BD + CD. **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ কর যে, AB + AC > 2AD.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D; A, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AD.

অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন AD = DE হয় এবং E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABD ও ΔCDE এর মধ্যে

BD = CD, [D, BC এর মধ্যবিন্দু]

AD = DE [অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠ADB = অন্তর্ভুক্ত ∠CDE [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$

$\therefore AB = CE$

(2) এখন, ΔACE এ,

$AC + CE > AE$ [∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

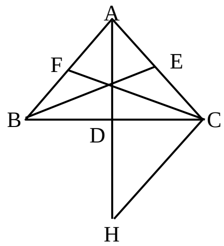
বা, $AC + AB > AD + DE$ [$\because AB = CE$]

বা, $AB + AC > AD + AD$ [$\because DE = AD$]

$\therefore AB + AC > 2AD$· [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে,

$AD + BE + CF < AB + BC + AC$·

অঙ্কন : AD কে H পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন AD = DH হয় এবং C, H যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABD ও ΔCDH এর মধ্যে

$BD = CD$ [∵ D, BC এর মধ্যবিন্দু]

$AD = DH$ [অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠ADB = অন্তর্ভুক্ত ∠HDC [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDH$

$\therefore AB = CH$

(২) এখন ΔACH এ,

$AC + CH > AH$ [∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, $AC + AB > AD + DH$ [$\because AB = CH$]

বা, $AB + AC > AD + AD$

বা, $AB + AC > 2AD$

অর্থাৎ $2AD < AB + AC$·····(i)

(৩) এরূপে BE ও CF কে AD এর মতো বর্ধিত করে প্রমাণ করা যায় যে, $2BE < AB + BC$······(ii)

এবং $2CF < AC + BC$··············· (iii)

অসমতা (i), (ii) ও (iii) নং হতে পাই,

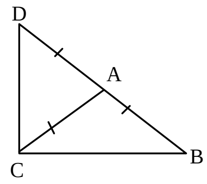
$2AD + 2BE + 2CF < AB + AC + AB + BC + AC + BC$

বা, $2(AD + BE + CF) < 2(AB + BC + AC)$

$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে, BA বাহুকে D পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করা হলো, যেন BA = AD হয়। প্রমাণ কর যে, ∠BCD একটি সমকোণ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC সমদ্বিবাহু, যার AB = AC· A শীর্ষবিন্দু এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BA = AD হয়। C, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BCD একটি সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABC এ, $AB = AC$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ·········· (i)

(২) আবার, অঙ্কনানুসারে BA = AD হওয়ায়

$AC = AD$

(৩) এখন, ΔACD এ, $AC = AD$

$\therefore \angle ACD = \angle ADC$ ··········· (ii)

(৪) ΔBCD এ, $\angle BCD + \angle DBC + \angle CDB = 180°$ [চিত্রানুসারে]

বা, $\angle BCD + \angle ABC + \angle ADC = 180°$ [সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে]

বা, $\angle BCD + \angle ACB + \angle ACD = 180°$

বা, $\angle BCD + \angle BCD = 180°$ [$\because \angle ACB + \angle ACD = \angle BCD$]

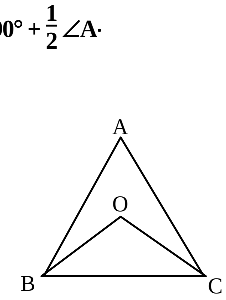
বা, $2\angle BCD = 180°$

বা, $\angle BCD = 90°$

অর্থাৎ ∠BCD একটি সমকোণ। [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ ΔABC এর ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$·

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC –এর ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABC–এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ ······· (i) [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(২) আবার, ΔBOC এ, $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(৩) কিন্তু $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle B$ এবং $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle C$ [BO ও CO যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

(৪) সুতরাং $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = \angle A + \angle B + \angle C$ [(i) নং হতে]

বা, $\angle BOC = \angle A + \angle B - \frac{1}{2}\angle B + \angle C - \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A$

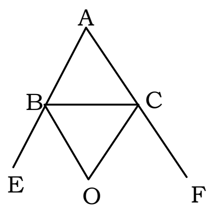
বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) + \frac{1}{2}\angle A$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2} \times 180° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুতে যে বহিঃকোণ দুইটি উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$·

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে E এবং F বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।
B ও C বিন্দুতে উৎপন্ন বহিঃকোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$·

পমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔABC এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) আবার, ΔBOC এ, $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$	
(৩) কিন্তু $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle EBC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$	
এবং $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle BCF$	
$= \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$	[বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ দুইটির সমষ্টির সমান]
(৪) সুতরাং $\angle BOC + \frac{1}{2}(\angle A + \angle C + \angle A + \angle B) = 180°$	

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(180° + \angle A) = 180°$

[$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180°$]

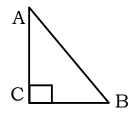
বা, $\angle BOC + \frac{1}{2} \times 180° + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

বা, $\angle BOC + 90° + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

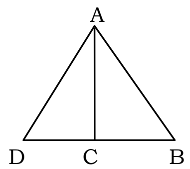
বা, $\angle BOC = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$· [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ চিত্রে, দেওয়া আছে, $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$· প্রমাণ কর যে, AB = 2BC·



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$· প্রমাণ করতে হবে যে, AB = 2BC

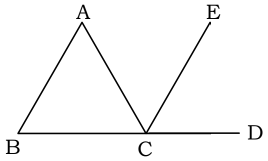
অঙ্কন : BC কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BC = CD হয় এবং D, A যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) $\angle ACB$ = এক সমকোণ হওয়ায় $\angle ACD$ = এক সমকোণ।	[$\because$ কোণ দুইটি সনিহিত]
(২) এখন, ABC ও ADC সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে	
BC = CD	[কল্পনা]
AC সাধারণ বাহু	
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD$	[সমকোণ]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$	
সুতরাং, $\angle B = \angle D$	
এবং $\angle BAC = \angle CAD$	
(৩) $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$ $= \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle B = \angle B$	[$\because \angle B = 2\angle A$ বা, $\angle A = \frac{1}{2}\angle B$]
(৪) অতএব, ΔABD এ $\angle B = \angle D = \angle DAB$ হওয়ায় ত্রিভুজটি সমবাহু।	
$\therefore$ AB = BD	
বা, AB = BC + CD	[$\because$ BC = CD]
বা, AB = BC + BC	
$\therefore$ AB = 2BC· [প্রমাণিত]	

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$

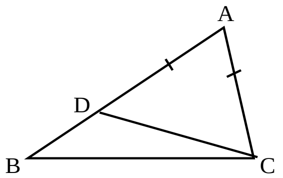
অঙ্কন : C বিন্দুতে BA রেখার সমান্তরাল CE রেখা টানি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) যেহেতু BA ও CE সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক।	
$\therefore \angle BAC = \angle ACE$ ······· (i)	[একান্তর কোণ]
(২) আবার, BA ও CE সমান্তরাল এবং BD তাদের ছেদক	
$\therefore \angle ABC = \angle ECD$ ········ (ii)	[অনুরূপ কোণ]
(৩) (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,	
$\therefore \angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$	
বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$	[অঙ্কনানুসারে]
$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ (প্রমাণিত)	

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



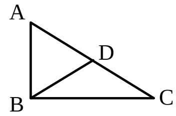
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। AC এর ক্ষুদ্রতম বাহু এবং AB বৃহত্তম বাহু। প্রমাণ করতে হবে যে, এর যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। অর্থাৎ $AB - AC < BC$·

অঙ্কন : AB হতে AC এর সমান করে AD অংশ কেটে নেই এবং D, C যোগ করি।

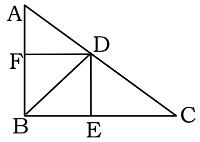
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔACD এ	
$\angle ACD = \angle ADC$	[$\because AD = DC$]
(২) আবার, Δ ACD-এ	
বহিঃস্থ $\angle BDC >$ অন্তঃস্থ $\angle ACD$	[বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ
$\therefore \angle BDC > \angle ACD$	কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি অপেক্ষা
(৩) আবার, Δ BDC-এ	বৃহত্তর]
বহিঃস্থ $\angle ADC >$ অন্তঃস্থ $\angle BCD$	[একই]
$\therefore \angle ADC > \angle BCD$	
(৪) এখন, Δ BDC-এ	
$\angle BDC > \angle BCD$	[বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু
$\therefore BC > BD$	ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু
বা, $BD \angle BC$	অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AB - AD < BC$	
$\therefore AB - AC < BC$	[$\because AD = AC$] (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ চিত্রে, ABC ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BD = \frac{1}{2}$ AC·



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। B, D যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2}$ AC·

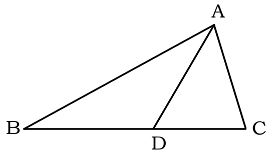
অঙ্কন : F, AB এর এবং E, BC−এর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করি। F, D এবং E, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) FD, AC এবং AB এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ।	
$\therefore FD \parallel BC$	
(২) আবার DE, BC ও AC এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ।	
$\therefore DE \parallel AB$	[অনুরূপ কোণ বলে]
এখন, $\angle AFD = \angle B$	
$\angle AFD$ = এক সমকোণ	
তাহলে, $\angle DFB$ = এক সমকোণ	
(৩) ΔAFD ও ΔBFD ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে	[অঙ্কনানুসারে]
$AF = BF$	
FD সাধারণ বাহু।	[সমকোণ বলে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AFD$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BFD$	
$\therefore \Delta AFD \cong \Delta BFD$	
অতএব $\angle FAD = \angle FBD$	
(৪) ΔABD এ	[সমান সমান বাহুর
$\angle DAB = \angle ABD$	বিপরীত কোণ]
$\therefore AD = BD$	
(৫) এরূপে, ΔBDE ও ΔCDE নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, $BD = CD$	
$\therefore BD + BD = AD + CD$	
বা, $2BD = AC$	
$\therefore BD = \frac{1}{2}$ AC [প্রমাণিত]	

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ ΔABC এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

সমাধান :



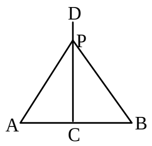
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$ এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\triangle ABD$ এ, AB বাহুর বিপরীত $\angle ADB$ এবং $\triangle ACD$ এ AC বাহুর বিপরীত $\angle ADC$. এখন, $AB > AC$	
$\therefore \angle ADB > \angle ADC$	[ত্রিভুজের এক বাহু অপর এক বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]
(২) $\angle ADB + \angle ADC$ = এক সরলকোণ = 180°	
(৩) যেহেতু $\angle ADB > \angle ADC$ সুতরাং $\angle ADB >$ এক সমকোণ $\therefore \angle ADB$ স্থূলকোণ। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডকের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু উক্ত রেখাংশের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।

সমাধান : সাধারণ নিবচন : কোনো রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডকের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু উক্ত সরলরেখার প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB সরলরেখার উপর CD লম্বদ্বিখণ্ডক এবং P, CD এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PA = PB$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) CD লম্বদ্বিখণ্ডক হওয়ায় $AC = BC$	[$\because PC \perp AB$]
এবং $\angle PCA = \angle PCB$	[সমকোণ]
(২) $\triangle APC$ ও $\triangle BPC$ এর মধ্যে $AC = BC$, PC সাধারণ বাহু এবং	
অন্তর্ভুক্ত $\angle ACP$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BCP$	[$\because$ প্রত্যেকে সমকোণ]
$\triangle APC \cong \triangle BPC$	[$\because$ দুই বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয় সমান]
$\therefore PA = PB$ **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ = এক সমকোণ। BC বাহুর মধ্যবিন্দু D.

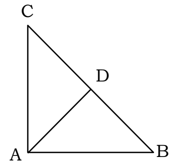
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. দেখাও যে, $AB + AC > 2AD$.

গ. প্রমাণ কর যে, $AD = \frac{1}{2}BC$.

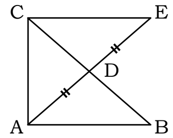
সমাধান :

ক.



চিত্রে, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ = এক সমকোণ। BC বাহুর মধ্যবিন্দু D.

খ. দেখাতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$.

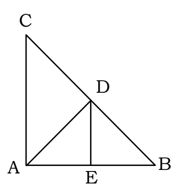


অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $AD = DE$ হয় এবং E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\triangle ABD$ ও $\triangle CDE$ এর মধ্যে	
$BD = CD$	[D, BC এর মধ্যবিন্দু]
$AD = DE$	[অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CDE$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDE$	[বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore AB = CE$	
(২) এখন $\triangle ACE$–এ $AC + CE > AE$	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয়–বাহু–অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AC + AB > AD + DE$	[$\because AB = CE$]
বা, $AB + AC > AD + AD$	[$\because AD = DE$]
$\therefore AB + AC > 2AD$ **[দেখানো হলো]**	

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = \frac{1}{2}BC$.



অঙ্কন : AB এর মধ্যবিন্দু E নির্ণয় করি। D, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\triangle ABC$–এ D ও E বিন্দু যথাক্রমে BC ও AB এর মধ্যবিন্দু।	
$\therefore DE \setminus AC$	
$\therefore \angle DEB = \angle CAE$	[অনুরূপ কোণ এবং প্রত্যেকে এক সমকোণ]
$\therefore \angle DEA = \angle DEB$	[সমকোণ]

(২) এখন, ΔDEB ও ΔDEA–এ

$AE = EB$ [অঙ্কনানুসারে]

$DE = DE$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle DEB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle DEA$

$\therefore \Delta DEB \cong \Delta DEA$ [বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AD = BD$

$\therefore AD = \frac{1}{2} BC$ (প্রমাণিত) [$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু

অর্থাৎ, $BD = \frac{1}{2} BC$]