সপ্তম অধ্যায়
ব্যবহারিক জ্যামিতি

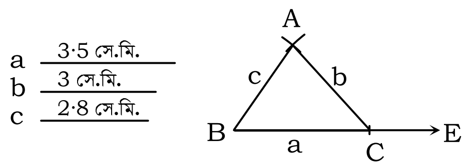
অনুশীলনী ৭.১

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন কর :

ক. তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 3·5 সে.মি., 2·8 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 3·5 সে.মি., b = 3 সে.মি. এবং c = 2·8 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) এখন B কে কেন্দ্র করে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে এবং C কে কেন্দ্র করে b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC রেখার একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A, B ও A, C যোগ করি।

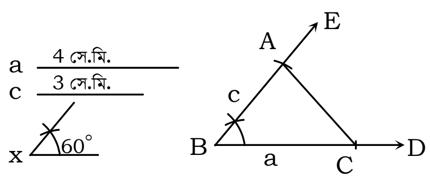
তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABCএ AB = 2·8 সে.মি., BC = 3·5 সে.মি. এবং AC = 3 সে.মি.।

$\therefore$ ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

খ. দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি., 3 সে.মি. এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

সমাধান :



মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু a = 4 সে.মি. ও c = 3 সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 60^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) BC রেখার B বিন্দুতে $\angle$x এর সমান করে $\angle$CBE আঁকি।

(৩) BE রেখা হতে C এর সমান করে BA রেখাংশ কেটে নিই।

(৪) A, C যোগ করি।

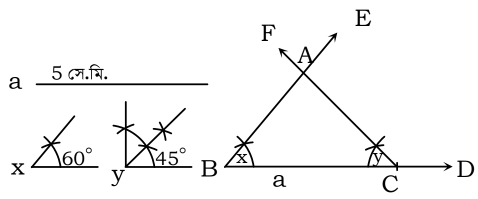
তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে ΔABC-এ AB = 3 সে.মি., BC = 4 সে.মি. এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC = 60^\circ$।

$\therefore$ ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ. দুইটি কোণ 60° ও 45° এবং এদের সংলগ্ন বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ ও $\angle y = 45^\circ$ এবং সংলগ্ন একটি বাহু a = 5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) BC রেখার B বিন্দুতে $\angle$x এর সমান করে $\angle$CBE আঁকি।

(৩) আবার, BC রেখার C বিন্দুতে $\angle$y এর সমান করে BC রেখার যে পাশে $\angle$EBC আছে সেই পাশে $\angle$BCF আঁকি।

তারা পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

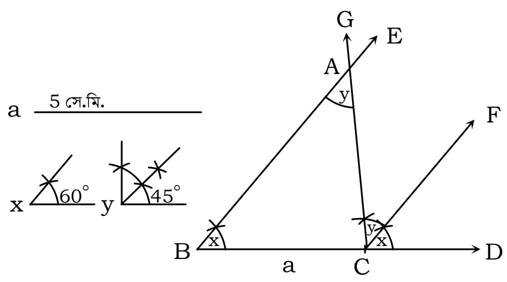
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC এ,

$\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$ এবং কোণদ্বয়ের সংলগ্ন বাহু BC = 5 সে.মি.

$\therefore$ ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

ঘ. দুইটি কোণ 60° ও 45° এবং 45° কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ ও $\angle y = 45^\circ$ এবং 45° কোণের বিপরীত বাহু a = 5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) BC রেখার B ও C বিন্দুতে $\angle$x এর সমান করে $\angle$CBE ও $\angle$DCF আঁকি।

(৩) আবার, CF রেখার C বিন্দুতে এর যে পাশে $\angle$x অবস্থিত তার বিপরীত পাশে $\angle$y এর সমান করে $\angle$FCG আঁকি।

(৪) CG রেখা BE রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করল।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\angle ABC = \angle FCD$। কিন্তু কোণ দুইটি অনরূপ হওয়ায় $AB \| CF$.

এখন, $AB \| CF$ এবং AC তাদের ছেদক।

$\therefore \angle BAC =$ একান্তর $\angle ACF = 45°$

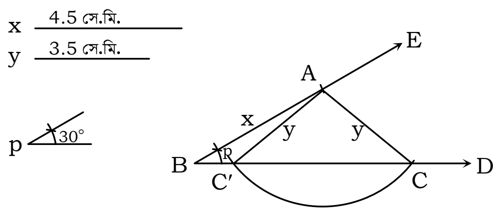
অতএব, ΔABC-এ

$\angle BAC = 45°$, $\angle ABC = 60°$ এবং $\angle BAC$ এর বিপরীত বাহু BC = 5 সে.মি.।

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

ঙ· দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4·5 সে.মি. ও 3·5 সে.মি. এবং দ্বিতীয় বাহুর বিপরীত কোণ 30°।

সমাধান :



মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু x = 4·5 সে.মি. ও y = 3·5 সে.মি. এবং দ্বিতীয় বাহুর বিপরীত কোণ $\angle P = 30°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BD নিই। BD রশ্মির B বিন্দুতে $\angle P$ এর সমান করে $\angle DBE$ আঁকি।

(২) BE রেখা হতে x এর সমান করে BA রেখাংশ কেটে নিই।

(৩) এখন, A কে কেন্দ্র করে y এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD কে C ও C′ বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, C ও A, C′ যোগ করি।

তাহলে, ΔABC এবং $\Delta ABC'$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

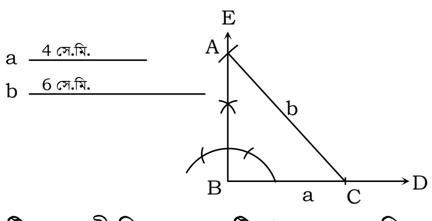
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC-এ AB = 4·5 সে.মি., AC = 3·5 সে.মি. এবং AC বাহুর বিপরীত কোণ $\angle ABC = 30°$।

আবার, $\Delta ABC'$-এ AB = 4·5 সে.মি., AC′ = 3·5 সে.মি. এবং AC′ বাহুর বিপরীত কোণ $\angle ABC' = 30°$।

$\therefore \Delta ABC$ এবং $\Delta ABC'$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

চ· সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 4 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহু a = 4 সে.মি. এবং অতিভুজ b = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি BD থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) BC রেখাংশের B বিন্দুতে BE লম্ব আঁকি।

(৩) BC রেখাংশের C কে কেন্দ্র করে b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যা BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, C যোগ করি।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

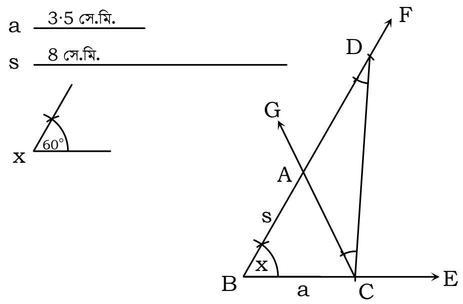
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC-এ অতিভুজ AC = 6 সে.মি., BC = 4 সে.মি. এবং $\angle ABC = 90°$

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন কর :

ক. ভূমি 3·5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ 60° ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি 8 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a = 3·5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 60°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি s = 8 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBF$ আঁকি।

(২) BF রশ্মি থেকে s এর সমান করে BD অংশ কাটি।

(৩) C, D যোগ করি। C বিন্দুতে DC রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান করে $\angle DCG$ আঁকি।

(৪) CG রশ্মি BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ΔACD এ $\angle ADC = \angle ACD$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore AC = AD$

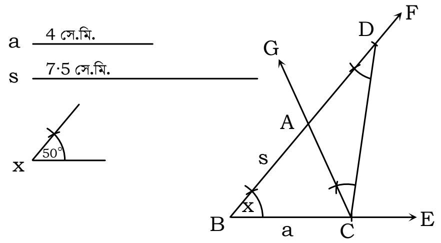
এখন, ΔABC এ, $\angle ABC = \angle x$, BC = a [অঙ্কন অনুসারে]

এবং BA + AC = BA + AD = BD = s

অতএব, ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

খ. ভূমি 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ 50° ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি 7·5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 50°$ এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি $s = 7·5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CBF$ আঁকি।

(২) BF রশ্মি থেকে s এর সমান করে BD অংশ কাটি।

(৩) C, D যোগ করি। C বিন্দুতে DC রেখাংশের যে পাশে B বিন্দু আছে সেই পাশে $\angle BDC$ এর সমান করে $\angle DCG$ আঁকি।

(৪) CG রশ্মি BD রেখাংশকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ΔACD এ $\angle ADC = \angle ACD$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore AC = AD$

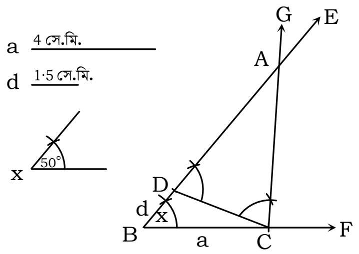
এখন, ΔABC এ $\angle ABC = \angle x$, $BC = a$ [অঙ্কন অনুসারে]

এবং $BA + AC = BA + AD = BD = s$

অতএব, ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ. ভূমি 4 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ 50° ও অপর দুই বাহুর অন্তর 1·5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 4$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ 50° ও অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 1·5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBE$ আঁকি।

(২) BE রশ্মি থেকে d এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(৩) C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$ এর সমান করে $\angle DCG$ আঁকি।

(৪) CG রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔACD এ $\angle ADC = \angle ACD$

$\therefore AC = AD$

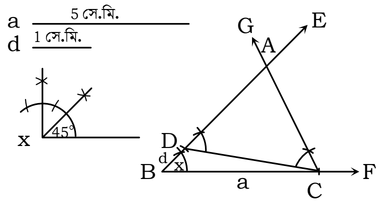
সুতরাং দুই বাহুর অন্তর, $AB – AC = AB – AD = BD = d$

এখন, ΔABC-এ $BC = a$, $AB – AC = d$ এবং $\angle ABC = \angle x$

সুতরাং ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

ঘ. ভূমি 5 সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ 45° ও অপর দুই বাহুর অন্তর 1 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি $a = 5$ সে.মি., ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ $\angle x = 45°$ ও অপর দুই বাহুর অন্তর $d = 1$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BF থেকে ভূমি a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBE$ আঁকি।

(২) BE রশ্মি থেকে d এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(৩) C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$ এর সমান করে $\angle DCG$ আঁকি।

(৪) CG রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔACD এ $\angle ADC = \angle ACD$

$\therefore AC = AD$

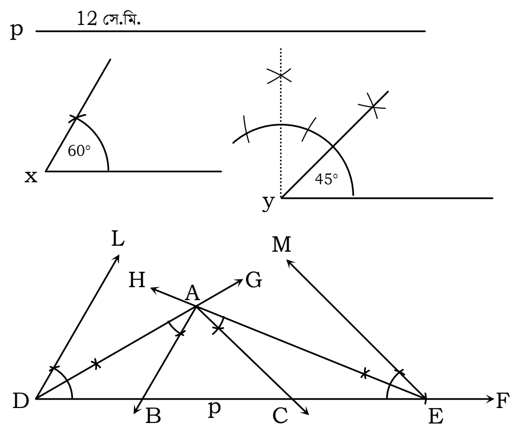
সুতরাং দুই বাহুর অন্তর, $AB – AC = AB – AD = BD = d$

এখন, ΔABC-এ $BC = a$, $AB – AC = d$ এবং $\angle ABC = \angle x$

সুতরাং ΔABC-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

ঙ· ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি যথাক্রমে 60° ও 45° ও পরিসীমা 12 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা $P = 12$ সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা P এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান করে $\angle EDL$ এবং $\angle Y$ এর সমান করে $\angle DEM$ আঁকি।

(২) কোণ দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি।

(৩) মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান করে $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান করে $\angle EAC$ আঁকি।

(৪) AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\triangle ADB$ এ, $\angle ADB = \angle DAB$

$\therefore AB = DB$

আবার, $\triangle ACE$ এ $\angle AEC = \angle EAC$

$\therefore CA = CE$

সুতরাং $\triangle ABC$ এ

$AB + BC + CA = DB + BC + CE = DE = P$

$\angle ABC = \angle ADB + \angle DAB$

$= \frac{1}{2}\angle x + \frac{1}{2}\angle x$

$= \angle x$

এবং $\angle ACB = \angle AEC + \angle EAC$

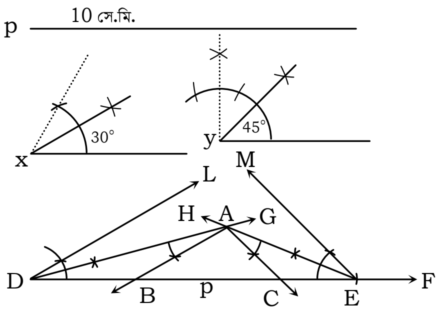
$= \frac{1}{2}\angle y + \frac{1}{2}\angle y$

$= \angle y$

সুতরাং $\triangle ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

চ· ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি যথাক্রমে 30° ও 45° ও পরিসীমা 10 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, ত্রিভুজের পরিসীমা P = 10 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 30°$ ও $\angle y = 45°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন:

(১) যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা P এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান করে $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান করে $\angle DEM$ আঁকি।

(২) কোণ দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি।

(৩) মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান করে $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান করে $\angle EAC$ আঁকি।

(৪) AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\triangle ADB$ এ, $\angle ADB = \angle DAB$

$\therefore AB = DB$

আবার, $\triangle ACE$ এ $\angle AEC = \angle EAC$

$\therefore CA = CE$

সুতরাং $\triangle ABC$ এ

$AB + BC + CA = DB + BC + CE = DE = P$

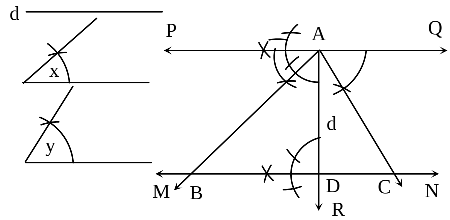
$\angle ABC = \angle ADB + \angle DAB = \frac{1}{2}\angle x + \frac{1}{2}\angle x = \angle x$

এবং $\angle ACB = \angle AEC + \angle EAC = \frac{1}{2}\angle y + \frac{1}{2}\angle y = \angle y$

সুতরাং $\triangle ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ এবং শীর্ষ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন দুইটি কোণ x ও y এবং শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি AR হতে AD = d কেটে নিই।

(২) AD রেখার উপর A ও D বিন্দুতে যথাক্রমে PAQ ও MDN লম্বরেখা আঁকি।

(৩) PQ রেখার A বিন্দুতে $\angle PAB = \angle x$ কোণ এবং $\angle QAC = \angle y$ কোণ আঁকি। AB ও AC রেখা দুইটি MN রেখাকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $\triangle ABC$–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : PQ এবং MN রেখাদ্বয় AD রেখার উপর লম্ব বলে এরা সমান্তরাল।

$\therefore \angle ABC =$ একান্তর $\angle PAB = \angle x$ কোণ [একান্তর কোণ বলে]

এবং $\angle ACB = \angle QAC = \angle y$

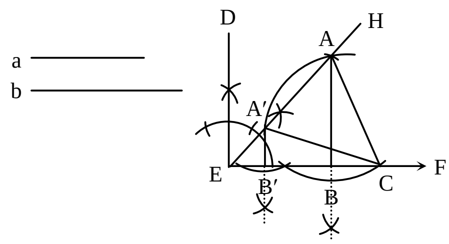
অতএব, $\triangle ABC$–এ

$\angle ABC = \angle x$ কোণ, $\angle ACB = \angle y$ কোণ এবং উচ্চতা AD = d,

$\therefore \triangle ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a এবং অপর বাহু দুইটির সমষ্টি b দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) $\overrightarrow{EF}$ রশ্মি হতে EC = b কেটে নিই। EC রেখাংশের E বিন্দুতে ED লম্ব আঁকি।

(২) এখন $\angle E$-কে EH রেখাংশ দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত করি।

(৩) C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে E এর মধ্যবর্তী অংশে EH রেখার দিকে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি EH রেখাকে A ও A′ বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) এখন A ও A' হতে EC রেখার উপর AB ও $A'B'$ লম্ব আঁকি। লম্ব দুইটি EC রেখাংশকে B ও B' বিন্দুতে ছেদ করে। A ও C এবং A' ও C যোগ করি।

তাহলে ΔABC অথবা $\Delta A'B'C$ উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ΔABC বা $\Delta A'B'C$ এর AB ও $A'B'$ অঙ্কনানুসারে লম্ব হওয়ায় ত্রিভুজ দুইটি সমকোণী।

এখন, ΔABE এর $\angle AEB = 45^\circ = \angle BAE$

$\therefore AB = BE$

সুতরাং, ΔABC এ $AB + BC = BE + BC = EC = b$

এবং অতিভুজ $AC = a$

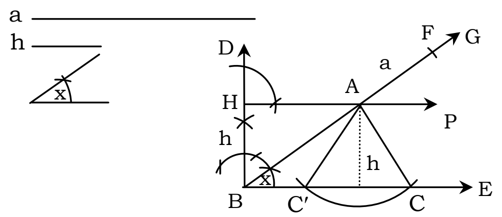
এরূপে দেখানো যায়, $\Delta A'B'C$ এ

$A'B' + B'C = EB' + B'C = EC = b$ এবং $A'C = a$

$\therefore \Delta ABC$ বা $\Delta A'B'C$ উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ, উচ্চতা ও অপর দুই বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ $\angle x$, উচ্চতা h এবং অপর দুই বাহুর সমষ্টি a দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) $\overrightarrow{BE}$ একটি রশ্মি নিই। BE এর B বিন্দুতে $\angle GBE = \angle x$ এবং BD লম্ব আঁকি। BD হতে $BH = h$ কেটে নিই।

(২) H বিন্দু দিয়ে $HP \| BE$ টানি। HP রেখা BG কে A বিন্দুতে ছেদ করে। এখন BG হতে $BF = a$ কেটে নিই।

(৩) A কে কেন্দ্র করে AF এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle x$ এর মধ্যবর্তী অংশে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BE কে C ও C' বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A ও C এবং A ও C' যোগ করি। তাহলে ΔABC বা $\Delta ABC'$ উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে ΔABC বা $\Delta ABC'$ এর ভূমি সংলগ্ন $\angle B = \angle x$ এবং উচ্চতা h.

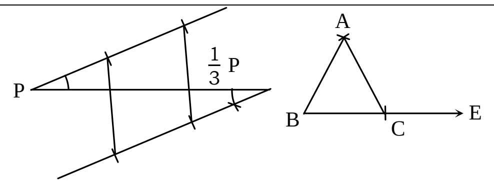
এখন, ΔABC এ, $AB + AC = AB + AF = BF = a$

এবং $\Delta ABC'$ এ, $AB + AC' = AB + AF = BF = a$

$\therefore \Delta ABC$ বা $\Delta ABC'$ উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা p দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) p কে সমান তিন অংশে বিভক্ত করি।

(২) যেকোনো রেখাংশ BE হতে $BC = \frac{1}{3}$ p কেটে নিই।

(৩) এখন BC রেখাংশের একই পার্শ্বে $\frac{1}{3}$ p এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে B ও C কে কেন্দ্র করে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, B ও A, C যোগ করি।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : ΔABC এর পরিসীমা, $p = AB + BC + CA$

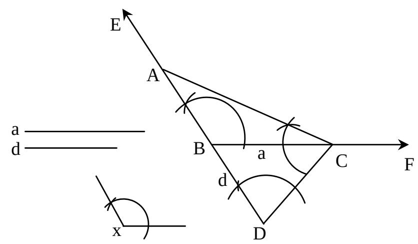
$$= \frac{1}{3}p + \frac{1}{3}p + \frac{1}{3}p$$

$$= p$$

$\therefore$ নির্ণেয় ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ ত্রিভুজের ভূমি, ভূমি সংলগ্ন একটি স্থূলকোণ ও অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, কোনো ত্রিভুজের ভূমি a, ভূমি সংলগ্ন একটি স্থূলকোণ $\angle x$ ও অপর দুই বাহুর অন্তর d দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি BF থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই। BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBE$ আঁকি।

(২) EB কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $BD = d$ হয়।

(৩) C, D যোগ করি। DC রেখাংশের যে পাশে E বিন্দু আছে সেই পাশে C বিন্দুতে $\angle EDC$-এর সমান করে $\angle DCA$ আঁকি। CA রশ্মি BE রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔADC-এ $\angle ADC = \angle ACD$

$\therefore AD = AC$

$\therefore$ দুই বাহুর অন্তর $AC - AB = AD - AB = ED = d$

এখন, ΔABC-এ $BC = a$, $AC - AB = d$ এবং $\angle ABC = \angle x$

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

অনুশীলনী ৭.২

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. **সমকোণী ত্রিভুজের অপর দুইটি কোণের পরিমাণ দেওয়া থাকলে নিম্নের কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব?**

ক. $63°$ ও $36°$ খ. $30°$ ও $70°$ ● $40°$ ও $50°$ ঘ. $80°$ ও $20°$

ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ। বাকি দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণ হবে। সুতরাং $40° + 50° = 90°$

২. i. আয়ত একটি সামান্তরিক ii. বর্গ একটি আয়ত

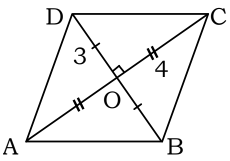
iii. রম্বস একটি বর্গ

ওপরের তথ্যের আলোকে নিম্নের কোনটি সঠিক?

● i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : iii. সত্য নয়। কারণ বর্গের সবগুলো কোণই সমকোণ কিন্তু রম্বসের কোনো কোণই সমকোণ নয়।

প্রদত্ত চিত্রের আলোকে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও



৩. **ΔAOB এর ক্ষেত্রফল কত?**

● 6 বর্গ একক খ. 7 বর্গ একক

গ. 12 বর্গ একক ঘ. 14 বর্গ একক

ব্যাখ্যা : চিত্রে $\angle COD = 90°$ হওয়ায় $\angle AOB = 90°$

$\therefore$ AOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ বর্গ একক।

৪. **চতুর্ভুজটির পরিসীমা**

ক. 12 একক খ. 14 একক ● 20 একক ঘ. 28 একক

ব্যাখ্যা : $\angle COD = 90°$ সুতরাং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অতএব ABCD একটি রম্বস।

Δ COD হতে পাই,

$CD^2 = CO^2 + OD^2$

বা, $CD = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

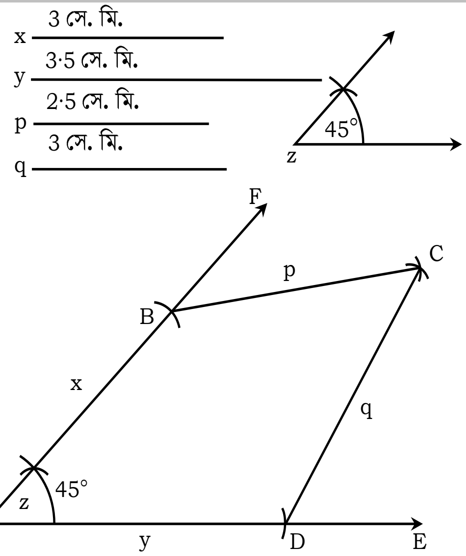
$\therefore AB = BC = CD = AD = 5$

$\therefore$ ABCD এর পরিসীমা $= 4 \times 5 = 20$ একক।

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন কর :

(ক) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3·5 সে.মি., 2·5 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং একটি কোণ 45°।

সমাধান :



একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু x, y, p, q যথাক্রমে 3 সে.মি., 3·5 সে.মি., 2·5 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং কোণ $\angle z = 45°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে y এর সমান করে AD অংশ কেটে নিই। AD এর A বিন্দুতে $\angle z$ এর সমান করে $\angle DAF$ আঁকি।

(২) AF †_‡K x এর সমান করে AB অংশ কেটে নিই।

(৩) এখন, B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে p ও q এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle BAD$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) এখন B, C ও C, D যোগ করি।

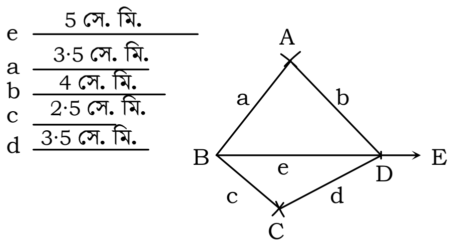
সুতরাং, ABCD-ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে, ABCD চতুর্ভুজের AB = 3 সে.মি. BC = 2·5 সে.মি., CD = 3 সে.মি. ও AD = 3·5 সে.মি. এবং $\angle BAD = 45°$।

সুতরাং ABCD-ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ। **[প্রমাণিত]**

(খ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3·5 সে.মি., 4 সে.মি., 2·5 সে.মি. ও 3·5 সে.মি. এবং একটি কর্ণ 5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 3·5 সে.মি., b = 4 সেমি, c = 2·5 সে.মি. ও d = 3·5 সে.মি. এবং কর্ণ e = 5 সে.মি. দেওয়া আছে যেখানে, a + b > e এবং c + d > e। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে e এর সমান করে BD রেখাংশ কেটে নিই।

(২) B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্ত চাপদ্বয় A বিন্দুতে ছেদ করে।

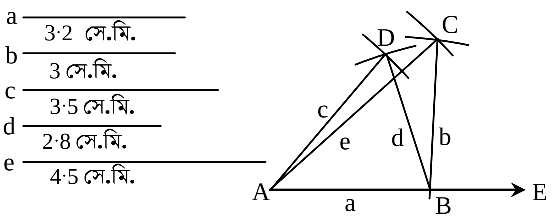
(৩) আবার, B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে d ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেদিকে A আছে তার বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্ত চাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে, AB = a, AD = b, BC = c, CD = d এবং কর্ণ BD = e। সুতরাং ABCD-ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(গ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3·2 সে.মি., 3 সে.মি., 3·5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণ 2·8 সে.মি. ও 4·5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a = 3·2 সে.মি., b = 3 সে.মি., c = 3·5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণ d = 2·8 সে.মি. ও c = 4·5 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে AB = a = 3·2 সে.মি. কেটে নিই।

(২) A ও B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c = 3·5 সে.মি. ও d = 2·8 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) বৃত্তচাপ দুইটি D বিন্দুতে ছেদ করে। D, A এবং D, B যোগ করি।

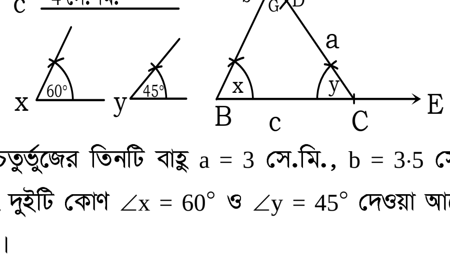
(৪) আবার, A ও B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে e = 4·5 সে.মি. এবং b = 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৫) বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। (C, A), (C, B) এবং (C, D) যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে, AB = a = 3·2 সে.মি., BC = b = 3 সে.মি., AD = c = 3·5 সে.মি. এবং কর্ণ AC = e = 4·5 সে.মি. ও কর্ণ BD = d = 2·8 সে.মি.। সুতরাং ABCD-ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(ঘ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3·5 সে.মি., 4 সে.মি. এবং দুইটি কোণ 60° ও 45°।

সমাধান :



মনে করি, চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a = 3 সে.মি., b = 3·5 সে.মি., c = 4 সে.মি. এবং দুইটি কোণ ∠x = 60° ও ∠y = 45° দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = c নিই।

(২) BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে ∠x ও ∠y এর সমান করে ∠CBF এবং ∠BCG আঁকি।

(৩) BF রশ্মি থেকে b এর সমান করে BA রেখাংশ কেটে নিই এবং CG রশ্মি থেকে a এর সমান করে CD রেখাংশ কেটে নিই।

(৪) A, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে,

AB = b, BC = c, CD = a,

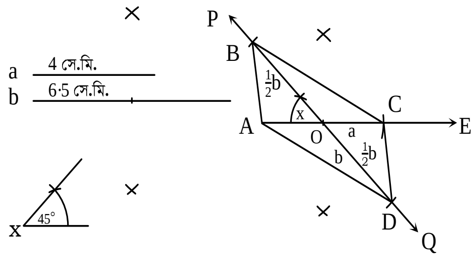
∠ABC = ∠x ও ∠BCD = ∠y

সুতরাং ABCD-ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে সামান্তরিক অঙ্কন কর :

ক. দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি., 6·5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ 45°।

সমাধান :



মনে করি, সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি a = 4 সে.মি. b = 6·5 সে.মি. এবং কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ ∠x = 45° দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে a এর সমান করে AC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(৩) O বিন্দুতে ∠x এর সমান করে ∠AOP অঙ্কন করি। OP এর বিপরীত রশ্মি OQ অঙ্কন করি। OP ও OQ রশ্মিদ্বয় হতে $\frac{1}{2}$b এর সমান করে OB ও OD রেখাংশদ্বয় কেটে নিই।

(৪) A, B; A, D; C, B ও C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ : ΔAOB ও ΔCOD এ OA = OC = $\frac{1}{2}$a, OB = OD = $\frac{1}{2}$b [অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠AOB = অন্তর্ভুক্ত ∠COD [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, ΔAOB ≅ ΔCOD

সুতরাং AB = CD

এবং ∠ABO = ∠CDO; কিন্তু কোণ দুইটি একান্তর কোণ।

∴ AB ও CD সমান ও সমান্তরাল।

অনুরূপভাবে, AD ও BC সমান ও সমান্তরাল।

সুতরাং, ABCD একটি সামান্তরিক যার কর্ণদ্বয়

$AC = AO + OC = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = a$

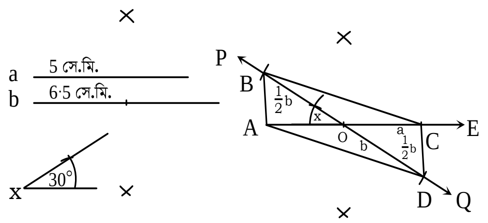
ও $BD = BO + OD = \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}b = b$

এবং কর্ণ দুইটির অন্তর্ভুক্ত ∠AOB = ∠x

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

খ. দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. 6·5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ 30°।

সমাধান :



মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $a = 5$ সে.মি. $b = 6·5$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 30°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি AB থেকে a এর সমান করে AC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(৩) O বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle AOP$ অঙ্কন করি। OP এর বিপরীত রশ্মি OQ অঙ্কন করি। OP ও OQ রশ্মিদ্বয় হতে $\frac{1}{2}b$ এর সমান করে OB ও OD রেখাংশদ্বয় কেটে নিই।

(৪) A, B; A, D; C, B ও C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ : ΔAOB ও ΔCOB এ $OA = OC = \frac{1}{2}a$, $OB = OD = \frac{1}{2}b$

[অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle COD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

অতএব, $\Delta AOB \cong \Delta COD$

সুতরাং $AB = CD$

এবং $\angle ABO = \angle CDO$; কিন্তু কোণ দুইটি একান্তর কোণ।

$\therefore$ AB ও CD সমান ও সমান্তরাল।

অনুরূপভাবে, AD ও BC সমান ও সমান্তরাল।

সুতরাং, ABCD একটি সামান্তরিক যার কর্ণদ্বয়

$AC = AO + OC = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = a$

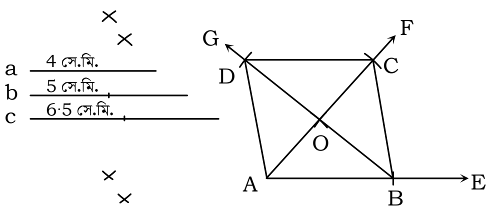
ও $BD = BO + OD = \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}b = b$

এবং কর্ণ দুইটির অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB = \angle x$

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

গ. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি., 6·5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, সামান্তরিকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $b = 5$ সে.মি. ও $c = 6·5$ সে.মি. দেওয়া আছে। সমান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) b ও c কর্ণদ্বয়কে সমান দুইভাগে বিভক্ত করি।

(২) যেকোনো রশ্মি AE থেকে a এর সমান করে AB রেখাংশ কেটে নিই।

(৩) A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{b}{2}$ ও $\frac{c}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O ও B, O যোগ করি।

(৪) AO কে AF বরাবর এবং BO কে BG বরাবর বর্ধিত করি। OF থেকে $\frac{b}{2} = OC$ এবং OG থেকে $\frac{c}{2} = OD$ নিই।

(৫) A, D; D, C ও B, C যোগ করি।

তাহলে, ABCDই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক

প্রমাণ : ΔAOB ও ΔCOD এ, $OA = OC = \frac{b}{2}$; $OB = OD = \frac{c}{2}$

[অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle COD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$

$\therefore AB = CD$ এবং $\angle ABO = \angle ODC$; কিন্তু কোণ দুইটি একান্তর কোণ।

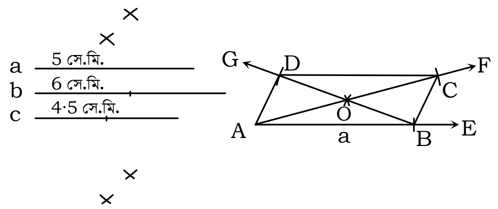
$\therefore$ AB ও CD সমান ও সমান্তরাল।

অনরূপভাবে, AD ও BC সমান ও সমান্তরাল।

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

ঘ. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 4·5 সে.মি., 6 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, সামান্তরিকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5$ সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $b = 6$ সে.মি. ও $c = 4·5$ সে.মি. দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) b ও c কর্ণদ্বয়কে সমান দুইভাগে বিভক্ত করি। যেকোনো রশ্মি AE থেকে a এর সমান করে AB রেখাংশ কেটে নিই।

(২) A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{b}{2}$ ও $\frac{c}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O ও B, O যোগ করি।

(৩) AO কে AF বরাবর এবং BO কে BG বরাবর বর্ধিত করি। OF থেকে $\frac{b}{2} = OC$ এবং OG থেকে $\frac{c}{2} = OD$ নিই।

(৪) A, D; D, C ও B, C যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক

প্রমাণ : ΔAOB ও ΔCOD এ, $OA = OC = \frac{b}{2}$; $OB = OD = \frac{c}{2}$ [অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle COD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$

$\therefore AB = CD$ এবং $\angle ABO = \angle ODC$; কিন্তু কোণ দুইটি একান্তর কোণ।

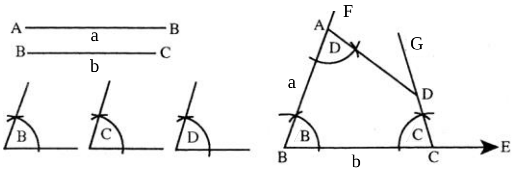
$\therefore$ AB ও CD সমান ও সমান্তরাল।

অনুরূপভাবে, AD ও BC সমান ও সমান্তরাল।

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ ABCD চতুর্ভুজের AB ও BC বাহু এবং $\angle B$, $\angle C$ ও $\angle D$ কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি চতুর্ভুজ ABCD এর দুইটি বাহু BC = b ও AB = a এবং তিনটি কোণ $\angle B, \angle C$ ও $\angle D$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) BE রশ্মি হতে BC = b কেটে নিই।

(২) B ও C বিন্দুতে $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ এবং $\angle BCG$ আঁকি। এখন BF হতে AB = a কেটে নিই।

(৩) A বিন্দুতে $\angle BAD = \angle D$ আঁকি। AD রেখা CG রেখাংশকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, চতুর্ভুজ ABCD এ BC = b; AB = a

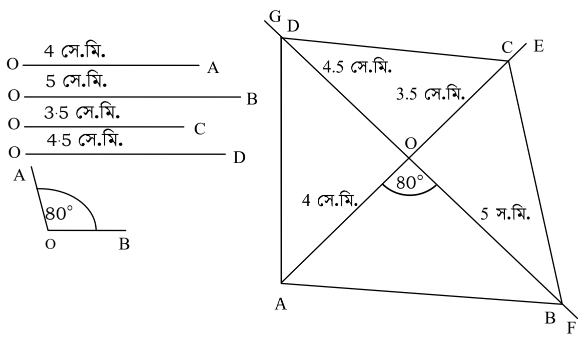
এবং $\angle CBA = \angle B$, $\angle BCD = \angle C$

এবং $\angle BAD = \angle D$

$\therefore$ ABCD–ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দু দ্বারা কর্ণ দুইটির চারটি খণ্ডিত অংশ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ যথাক্রমে OA = 4 সে.মি., OB = 5 সে.মি., OC = 3·5 সে.মি., OD = 4·5 সে.মি. ও $\angle AOB = 80°$. চতুর্ভুজটি আঁক।

সমাধান :



ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দু কর্ণ দুটিকে চারটি অংশে যথাক্রমে, OA = 4 সে.মি., OB = 5 সে.মি., OC = 3·5 সে.মি., OD = 4·5 সে.মি. খণ্ডিত করে এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle AOB = 80°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) AE যেকোনো একটি সরলরেখা নিই। AE রেখা হতে 4 সে.মি. এর সমান করে AO এবং 3·5 সে.মি. এর সমান করে OC অংশ কেটে নিই।

(২) AO রেখার O বিন্দুতে $\angle AOB$ এর সমান করে $\angle AOF$ আঁকি। OF এর বিপরীত দিক OG টানি ।

(৩) OF রেখা হতে 5 সে.মি. এর সমান করে OB এবং OG হতে 4·5 সে.মি. এর সমান করে OD অংশ কেটে নিই।

(৪) এখন, A, B; B, C; C, D ও A, D যোগ করি।

সুতরাং, ABCD নির্ণেয় চতুর্ভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD দুটি কর্ণ। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। এখন কর্ণদ্বয়ের চারটি খণ্ডিত অংশ

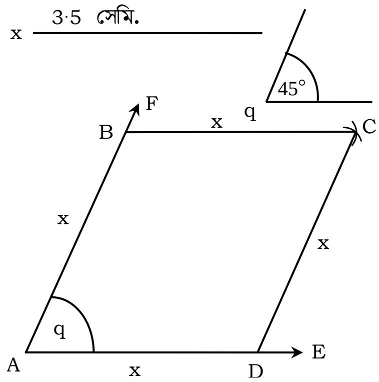
OA = 4 সে.মি.; OB = 5 সে.মি.; OC = 3·5 সে.মি. এবং OD = 4·5 সে.মি. এবং

কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle AOB = 80°$।

$\therefore$ ABCD-ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3·5 সে.মি. ও একটি কোণ 45°; রম্বসটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য x = 3·5 সে.মি. ও একটি কোণ $\angle q = 45°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো একটি সরলরেখা AE নিই। AE হতে x এর সমান করে AD অংশ কেটে নিই।

(২) AD এর A বিন্দুতে $\angle q$ এর সমান করে $\angle DAF$ আঁকি। AF হতে x এর সমান করে AB অংশ কেটে নিই।

(৩) এখন B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে x এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle A$ এর বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। উক্ত বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করল।

(৪) এখন, B, C ও C, D যোগ করি।

সুতরাং ABCD নির্ণেয় রম্বস অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : ABCD চতুর্ভুজে যেহেতু AB = BC = CD = DA·

$\therefore$ এর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।

অর্থাৎ $\angle A = \angle C$ এবং $\angle B = \angle D$

এবং $\angle A + \angle D = 180°$

বা, $\angle D = 180° - \angle A$

বা, $\angle D = 180° - 45° = 135°$ [$\because \angle A = 45°$ দেওয়া আছে]

$\therefore \angle A = \angle C = 45°$ এবং $\angle B = \angle D = 135°$

সুতরাং ABCD চতুর্ভুজের যেহেতু প্রত্যেকটা বাহুই সমান এবং একটি কোণও সমকোণ নয়। সুতরাং ইহা একটি রম্বস।

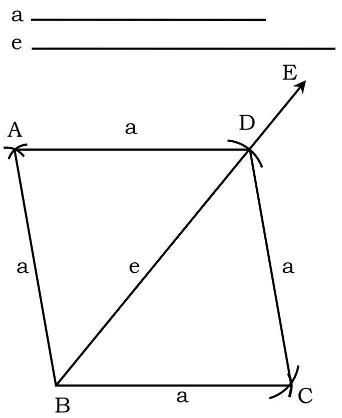
এখন, ABCD চতুর্ভুজের

AB = BC = CD = DA = 3·5 সে.মি. এবং $\angle A = 45°$।

∴ ABCD-ই নির্ণেয় রম্বস। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ রম্বসের একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, রম্বসের একটি বাহু a ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে e এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(২) এখন B বিন্দুতে a এর সমান করে BD এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) আবার, D বিন্দুতে BD এর উভয় পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) এখন, A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A বিন্দুগুলো যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে,

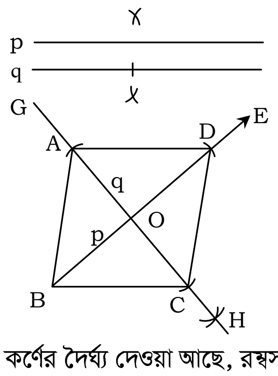
AB = BC = CD = DA = a এবং BD = e

এবং AB || CD ও BC || AD

অতএব, ABCD ই নির্ণেয় রম্বস।

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, p ও q দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে কর্ণ p এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই। BD রেখাকে O বিন্দুতে GH রেখা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত করি।

(২) এখন O কে কেন্দ্র করে q এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় GH রেখাকে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A বিন্দুগুলো যোগ করি। তাহলে ABCD ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

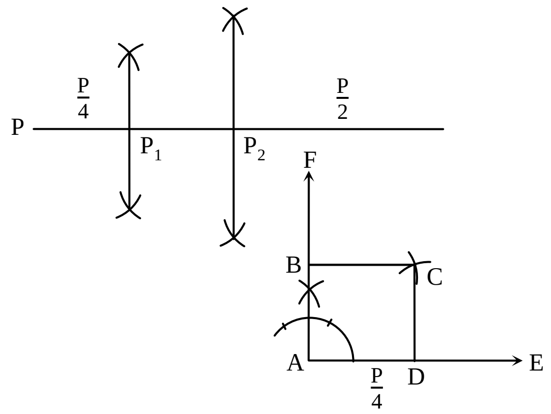
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে,

AB = BC = CD = DA
OB = OD, OA = OC
এবং ∠AOB = ∠BOC = ∠COD = ∠DOA = এক সমকোণ।

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় রম্বস।

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা দেওয়া আছে। বর্গক্ষেত্রটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা p। বর্গক্ষেত্রটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) p কে প্রথমে p_2 বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। আবার p_2 কে p_1 বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

(২) এখন, $\overrightarrow{AE}$ যেকোনো রশ্মি থেকে $\frac{P}{4}$ এর সমান করে AD অংশ কেটে নিই।

(৩) A বিন্দুতে AF লম্ব আঁকি। AF হতে AB = AD কেটে নিই। B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে AB অথবা AD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠A এর মধ্যবর্তী অংশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) C ও B এবং C ও D যোগ করি।

তাহলে, ABCD নির্ণেয় বর্গক্ষেত্র।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ABCD চতুর্ভুজে,

AB = BC = CD = DA = $\frac{1}{4}$ p এবং ∠A = 1 সমকোণ।

∴ ABCD বর্গক্ষেত্রটি নির্ণেয় বর্গক্ষেত্র। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ জকী ও জাফর সাহেবের বসত বাড়ি একই সীমারেখার মধ্যে অবস্থিত এবং বাড়ির ক্ষেত্রফল সমান। তবে জকী সাহেবের বাড়ির আকৃতি আয়তাকার এবং জাফর সাহেবের বাড়ি সামান্তরিক আকৃতির।

ক. ভূমির দৈর্ঘ্য 10 একক এবং উচ্চতা 8 একক ধরে তাদের বাড়ির সীমারেখা অঙ্কন কর।

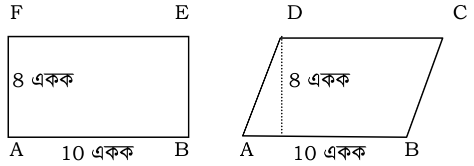
খ. দেখাও যে, জকী সাহেবের বাড়ির পরিসীমা জাফর সাহেবের বাড়ির পরিসীমা অপেক্ষা ছোট।

গ. জকী সাহেবের বাড়ির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং ক্ষেত্রফল 300 বর্গ একক হলে, তাদের বাড়ির ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. প্রশ্নমতে, জকী ও জাফর সাহেবের বসত বাড়ি একই সীমারেখার মধ্যে অবস্থিত এবং বাড়ির ক্ষেত্রফল সমান। জকীর বাড়ির আকৃতি আয়তাকার এবং জাফর সাহেবের বাড়ি সামান্তরিক আকৃতির।

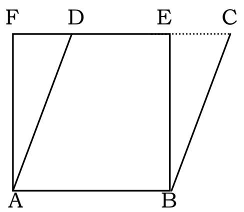
ভূমির দৈর্ঘ্য 10 একক এবং উচ্চতা 8 একক ধরে তাদের বাড়ির সীমারেখা নিচে অঙ্কন করা হলো :



চিত্র : ১ চিত্র : ২

চিত্রে ABEF এবং ABCD হলো যথাক্রমে জকী ও জাফর সাহেবের বাড়ি।

খ. দেখাতে হবে যে, জকী সাহেবের বাড়ির পরিসীমা জাফর সাহেবের বাড়ির পরিসীমা অপেক্ষা ছোট।



প্রশ্নমতে, জকী এবং জাফর সাহেবের বাড়ির ক্ষেত্রফল সমান।

অর্থাৎ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হওয়ায়,

জকী সাহেবের বাড়ি (ABEF আয়তক্ষেত্র) এবং জাফর সাহেবের বাড়ি (ABCD সামান্তরিক) একই ভূমি AB-এর ওপর এবং একই সমান্তরাল যুগল AB ও CE-এর মধ্যে অবস্থিত।

দেখা যায় যে, জকীর বাড়ির প্রতিটি কোণ সমকোণ।

সুতরাং ΔBCE সমকোণী ত্রিভুজ। BC,

ΔBCE-এর অতিভুজ হওয়ায় $BC > BE$·

এখন, জকীর বাড়ির পরিসীমা $= 2(AB + BE)$

$= 2AB + 2BE$

এবং জাফর সাহেবের বাড়ির পরিসীমা $= 2(AB + BC)$

$= 2AB + 2BC$

যেহেতু $BC > BE$

সুতরাং $2AB + 2BC > 2AB + 2BE$

অর্থাৎ জকীর বাড়ির পরিসীমা জাফর সাহেবের বাড়ির পরিসীমা অপেক্ষা ছোট।

গ. প্রশ্নমতে, জকীর বাড়ির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত $= 4 : 3$

মনে করি, জকীর বাড়ির দৈর্ঘ্য $= 4x$ একক

এবং প্রস্থ $= 3x$ একক

$\therefore$ জকীর বাড়ির ক্ষেত্রফল $= (4x \,.\, 3x)$ বর্গ একক

$= 12x^2$ বর্গ একক

তাহলে, $12x^2 = 300$

বা, $x^2 = \frac{300}{12}$

বা, $x^2 = 25$

বা, $x = \sqrt{25}$

$\therefore$ $x = 5$ একক

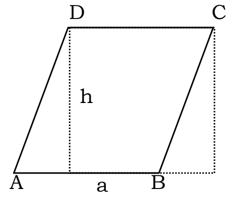
জকীর বাড়ির দৈর্ঘ্য $= (4 \times 5)$ একক

$= 20$ একক

এবং প্রস্থ $= (3 \times 5)$ একক

$= 15$ একক

চিত্র অনুসারে, জাফর সাহেবের বাড়ির ক্ষেত্রফল



$=$ (ভূমি $\times$ উচ্চতা) বর্গ একক

$= ah$ বর্গ একক

$= (20 \times 15)$ বর্গ একক

$= 300$ বর্গ একক

$\therefore$ জকী ও জাফর সাহেবের বাড়ির ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 300 : 300$

$= 1 : 1$

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 5 সে.মি. ও এক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি.

ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক)

গ. ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক)

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে, অতিভুজ = 5 সে.মি., এক বাহু = 4 সে.মি. এবং অপর বাহু = ?

আমরা জানি, (অতিভুজ)² = (এক বাহু)² + (অপর বাহু)²

বা, $5^2 = 4^2$ + (অপর বাহু)²

বা, $25 = 16$ + (অপর বাহু)²

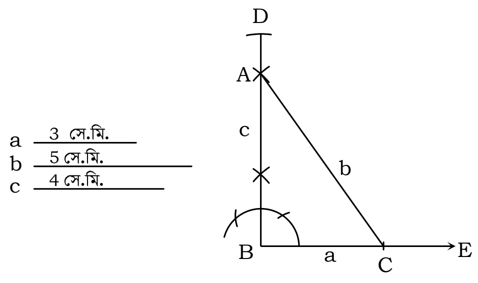
বা, (অপর বাহু)² $= 25 - 16$

বা, (অপর বাহু)² $= 9$

$\therefore$ অপর বাহু $= \sqrt{3} = 3$ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. (প্রায়)

(খ)



সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ b = 5 সে.মি. এবং অপর বাহু দুইটি $c = 4$ সে.মি. ও $a = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান করে BC রেখাংশ কেটে নিই।

(২) BC রেখার B বিন্দুতে $\angle CBD = 90°$ অঙ্কন করি।

(৩) BC রেখার B ও C কে কেন্দ্র করে c ও b এর ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যা BD রশ্মির A বিন্দুতে ছেদ করে।

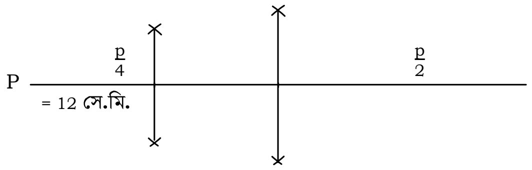
(৪) A, C যোগ করি। তাহলে, ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

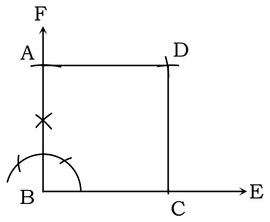
(গ) খ থেকে পাই, ΔABC-এর পরিসীমা $= AB + BC + AC$

$= 4 + 3 + 5$

$= 12$

$\therefore$ ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গ আঁকতে হবে।





অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $\frac{1}{4}$P এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC রেখাংশ অঙ্কন করি।

(২) BC রেখার B বিন্দুতে BF লম্ব আঁকি। BF রশ্মি থেকে $\frac{1}{4}$P এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BA রেখাংশ কেটে নিই।

(৩) এখন, A ও C কে কেন্দ্র করে $\frac{1}{4}$P এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, D ও C, D যোগ করি। তাহলে, ABCDই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ ABCD চতুর্ভুজের AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি.। $\angle A = 85°$, $\angle B = 80°$ এবং $\angle C = 95°$.

ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ক. $\angle D$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক)।

গ. প্রদত্ত বাহু দুইটিকে একটি সামন্তরিকের বাহু এবং $\angle B = 80°$ ধরে সামন্তরিকটি অঙ্কন কর (অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক)।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের $\angle A = 85°$, $\angle B = 80°$ এবং $\angle C = 95°$

আমরা জানি, চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ বা 360°

অর্থাৎ, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

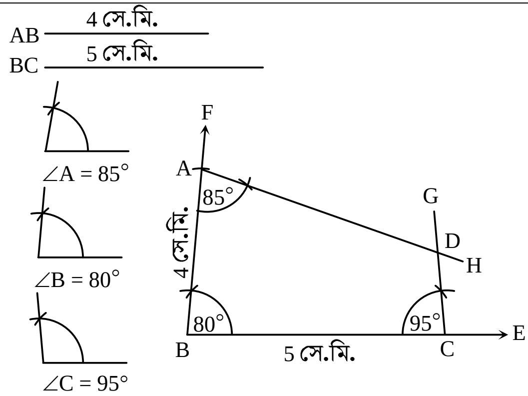
বা, $85° + 80° + 95° + \angle D = 360°$

বা, $260° + \angle D = 360°$

বা, $\angle D = 360° - 260°$

$\therefore \angle D = 100°$

খ.



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহু AB = 4 সে.মি. BC = 5 সে.মি. এবং তিনটি কোণ $\angle A = 85°$, $\angle B = 80°$ এবং $\angle C = 95°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = 5 সে.মি. নিই।

(২) B ও C বিন্দুতে $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও BCG অঙ্কন করি।

(৩) BF থেকে BA = 4 সে.মি. অংশ নিই। A বিন্দুতে $\angle A$ এর সমান করে $\angle BAH$ অঙ্কন করি।

(৪) AH ও CG পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

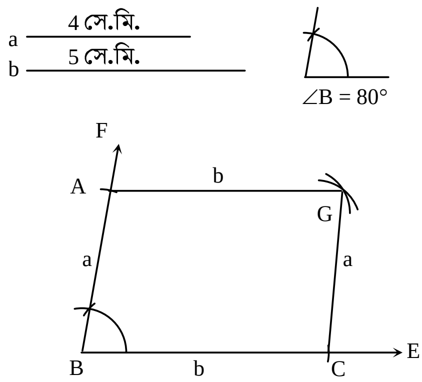
তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, AB = 4 সে.মি., BC = 5 সে.মি.

$\angle ABC = 80°$, $\angle BCD = 95°$, $\angle BAD = 85°$

সুতরাং ABCD ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

গ.



মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু a = 4 সে.মি. ও b = 5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle B = 80°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = b নিই।

(২) B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle B = 80°$ অঙ্কন করি। BF থেকে a এর সমান BA নিই।

(৩) A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, D ও C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD–ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ : A, C যোগ করি। ΔABC ও ΔADC এ

AB = CD = a

$AD = BC = b$ এবং AC সাধারণ বাহু। $\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC.$ অতএব, $\angle BAC = \angle DCA$; কিন্তু কোণ দুইটি একান্তর কোণ। $\therefore AB \parallel CD$ অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $BC \parallel AD$.	সুতরাং, ABCD একটি সামান্তরিক। আবার, অঙ্কন অনুসারে $\angle ABC = \angle B = 80°$ অতএব, ABCD ই নির্ণেয় সামান্তরিক।