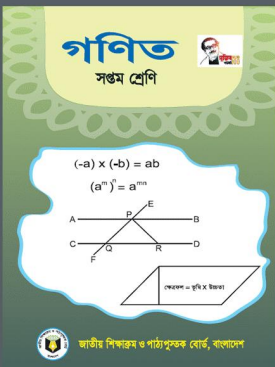
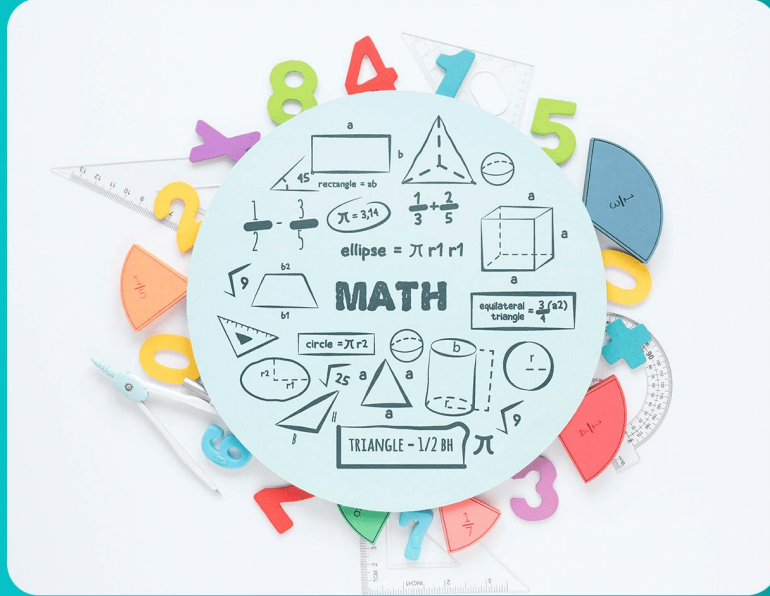


সপ্তম শ্রেণি গণিত সমাধান

A+



Version

1

11

Chapter Solution

174

Pages



Update in Progress

May 2021

পুনরায় খরচ ছাড়াই নতুন ভার্সন গুলো পাওয়া যাবে

সপ্তম শ্রেণি গণিত সমাধান শিক্ষার্থী, শিক্ষক সবার কাজে আসবে বলে আশা করা যায়। প্রথম ভাসনে কোনও অনাকাঙ্ক্ষিত ভুল চোখে পড়লে আমাদের জানানোর অনুরোধ করা হলো। পরবর্তী ভাসনগুলোতে তা সংশোধন করে প্রকাশ করা হবে। পুনরায় খরচ ছাড়া পরবর্তী ভাসনগুলো ফ্রিতেই পেতে আমাদের ওয়েবসাইট, অ্যাপ অথবা ফেসবুক পেইজ ছাড়া অন্য কোথাও থেকে ক্রয় করা হতে বিরত থাকুন। প্রতিনিয়ত আপডেট জানতে আমাদের ওয়েবসাইট, অ্যাপ অথবা ফেসবুক পেইজের সাথে সংযুক্ত থাকুন। ধন্যবাদ।

ওয়েবসাইট: www.myschool4d.com

ফেসবুক পেইজ: www.facebook.com/myschool4d

সূচিপত্র

অধ্যায়	বিষয়	অনুশীলনী	পৃষ্ঠা
১	মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা Rational & Irrational Numbers	১.১	৫
		১.২	১০
২	সমানুপাত ও লাভ-ক্ষতি Proportion, Profit & Loss	২.১	২১
		২.২	৩২
		২.৩	৩৯
৩	পরিমাপ Measurement	৩	৫১
৪	বীজগণিতীয় রাশির গুন ও ভাগ Multiplication & Division of Algebraic Expressions	৪.১	৬১
		৪.২	৬৬
		৪.৩	৭৪
৫	বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ Algebraic Formulae & Applications	৫.১	৮০
		৫.২	৮৭
		৫.৩	৮৯
		৫.৪	৯২
৬	বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ Algebraic Fractions	৬.১	১০০
		৬.২	১০৬
৭	সরল সমীকরণ Simple Equations	৭.১	১১৩
		৭.২	১১৯
		৭.৩	১২৪
৮	সমান্তরাল সরলরেখা Parallel Straight Lines	৮	১৩২
৯	ত্রিভুজ Triangles	৯.১	১৩৫
		৯.২	১৩৮
		৯.৩	১৪৩
১০	সর্বসমতা ও সদৃশতা Congruence & Similarity	১০.১	১৫৫
		১০.২	১৫৯
		১০.৩	১৬৩
১১	তথ্য ও উপাত্ত Information & Data	১১	১৬৯



প্রশ্ন ১ ৥ মৌলিক গুণনীয়কের সাহায্যে বর্গমূল নির্ণয় কর:

(ক) ১৬৯

সমাধান :
$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 169} \\ \underline{13} \\ 39 \\ \underline{39} \\ 0 \end{array}$$

এখানে, $169 = 13 \times 13$

$\therefore 169$ এর বর্গমূল $= \sqrt{169} = 13$ (উত্তর)

(খ) ৫২৯

সমাধান :
$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 529} \\ \underline{46} \\ 69 \\ \underline{69} \\ 0 \end{array}$$

এখানে, $529 = 23 \times 23$

$\therefore 529$ এর বর্গমূল $= \sqrt{529} = 23$ (উত্তর)

(গ) ১৫২১

সমাধান :
$$\begin{array}{r} 39 \overline{) 1521} \\ \underline{9} \\ 609 \\ \underline{609} \\ 0 \end{array}$$

এখানে, $1521 = 3 \times 3 \times 13 \times 13$

$= (3 \times 3) \times (13 \times 13)$

$\therefore 1521$ এর বর্গমূল $= \sqrt{1521} = 3 \times 13 = 39$ (উত্তর)

(ঘ) ১১০২৫

সমাধান :
$$\begin{array}{r} 33 \overline{) 11025} \\ \underline{99} \\ 1125 \\ \underline{990} \\ 1350 \\ \underline{1350} \\ 0 \end{array}$$

এখানে, $11025 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$

$= (3 \times 3) \times (5 \times 5) \times (7 \times 7)$

$\therefore 11025$ এর বর্গমূল $= \sqrt{11025} = 3 \times 5 \times 7 = 105$ (উত্তর)

প্রশ্ন ২ ৥ ভাগের সাহায্যে বর্গমূল নির্ণয় কর :

(ক) ২২৫

সমাধান :
$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 225} \\ \underline{15} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore 225$ এর বর্গমূল $= \sqrt{225} = 15$ (উত্তর)

পূর্ণ বর্গসংখ্যা: সাধারণভাবে একটি স্বাভাবিক সংখ্যা m কে যদি অন্য একটি স্বাভাবিক সংখ্যা n এর বর্গ n^2 আকারে প্রকাশ করা যায় তবে m বর্গসংখ্যা। m সংখ্যাগুলোকে পূর্ণবর্গসংখ্যা বলা হয়।

১, ৪, ৯, ২৫, ৪৯ সংখ্যাগুলোর বৈশিষ্ট্য হলো যে, এগুলো কোনো পূর্ণসংখ্যা n এর নিজের গুণফল হিসেবে প্রকাশ করা যায়। ১, ৪, ৯, ২৫, ৪৯ এ ধরনের সংখ্যা পূর্ণ বর্গসংখ্যা।

পূর্ণবর্গসংখ্যার বর্গমূল একটি স্বাভাবিক সংখ্যা। যেমন : ২১ এর বর্গ 21^2 বা ৪৪১ একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা এবং ৪৪১ এর বর্গমূল ২১ একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।

বর্গমূলের চিহ্ন: বর্গমূল প্রকাশের জন্য $\sqrt{\quad}$ চিহ্ন প্রতীক হিসেবে ব্যবহৃত হয়। ২৫ এর বর্গমূল বোঝাতে লেখা হয় $\sqrt{25}$ ।

আমরা জানি, $5 \times 5 = 25$, কাজেই ২৫ এর বর্গমূল ৫।

(খ) ৯৬১

সমাধান :

$$\begin{array}{r|l} 30 & 961 \\ 3 & \\ \hline 30 & 90 \\ & 61 \\ \hline & 0 \end{array}$$

∴ ৯৬১ এর বর্গমূল = $\sqrt{961} = 31$ (উত্তর)

(গ) ৩৯৬৯

সমাধান :

$$\begin{array}{r|l} 63 & 3969 \\ 3 & \\ \hline 63 & 36 \\ & 69 \\ \hline & 0 \end{array}$$

∴ ৩৯৬৯ এর বর্গমূল = $\sqrt{3969} = 63$ (উত্তর)

(ঘ) ১০৪০৪

সমাধান :

$$\begin{array}{r|l} 102 & 10404 \\ 1 & \\ \hline 20 & 04 \\ & 00 \\ \hline 202 & 808 \\ & 808 \\ \hline & 0 \end{array}$$

∴ ১০৪০৪ এর বর্গমূল = $\sqrt{10404} = 102$ (উত্তর)

প্রশ্ন II ৩ II নিচের সংখ্যাগুলোকে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে গুণফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে ?

(ক) ১৪৭

সমাধান :

$$\begin{array}{r|l} 3 & 147 \\ 9 & 81 \\ \hline & 9 \end{array}$$

∴ ১৪৭ = $3 \times (9 \times 9)$

এখানে উৎপাদক ৩ জোড়াবিহীন। ৩ যদি জোড়ায় থাকত তাহলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হতো। সুতরাং, ৩ দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৩ (উত্তর)

(খ) ৩৮৪

সমাধান :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 384 \\ 2 & 192 \\ 2 & 96 \\ 2 & 48 \\ 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ & 3 \end{array}$$

∴ ৩৮৪ = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
= $(2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times 2 \times 3$

এখানে, উৎপাদক (2×3) জোড়াবিহীন। সুতরাং (2×3) বা ৬ দ্বারা গুণ করলে গুণফল পূর্ণবর্গ হবে।

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৬। (উত্তর)

(গ) ১৪৭০

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1470} \\ \underline{28} \\ 147 \\ \underline{28} \\ 1470 \\ \underline{1470} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 1470} \\ \underline{42} \\ 105 \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 1470} \\ \underline{35} \\ 112 \\ \underline{112} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 1470} \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 1470 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7$$

$$= 2 \times 3 \times 5 \times (7 \times 7)$$

এখানে, উৎপাদক (২ × ৩ × ৫) জোড়াবিহীন।

সুতরাং (২ × ৩ × ৫) বা ৩০ দ্বারা গুণ করলে গুণফল পূর্ণবর্গ হবে।

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৩০। (উত্তর)

(ঘ) ২৩৮০৫

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 23805} \\ \underline{69} \\ 169 \\ \underline{169} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 23805} \\ \underline{47} \\ 191 \\ \underline{191} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 23805} \\ \underline{46} \\ 192 \\ \underline{192} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 23805 = (3 \times 3) \times 5 \times (23 \times 23)$$

এখানে দেখা যাচ্ছে যে, উৎপাদক ৫ জোড়াবিহীন। ৫ যদি জোড়ায় থাকত তাহলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হতো। সুতরাং, ৫ দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৫। (উত্তর)

প্রশ্ন ৪ ৥ নিচের সংখ্যাগুলোকে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে ?

(ক) ৯৭২

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 972} \\ \underline{18} \\ 884 \\ \underline{884} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 972} \\ \underline{32} \\ 652 \\ \underline{652} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 972} \\ \underline{32} \\ 652 \\ \underline{652} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 972} \\ \underline{32} \\ 652 \\ \underline{652} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 972} \\ \underline{32} \\ 652 \\ \underline{652} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 972 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times 3$$

এখানে উৎপাদক ৩ জোড়াবিহীন। ৩ যদি জোড়ায় থাকত তাহলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হতো। সুতরাং, ৩ দ্বারা ভাগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৩। (উত্তর)

(খ) ৪০৫৬

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4056} \\ \underline{81} \\ 324 \\ \underline{324} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4056} \\ \underline{81} \\ 324 \\ \underline{324} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4056} \\ \underline{81} \\ 324 \\ \underline{324} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 4056} \\ \underline{135} \\ 270 \\ \underline{270} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 4056} \\ \underline{13} \\ 270 \\ \underline{270} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 4056 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 13$$

প্রশ্ন ১। ১ $\frac{২৮৯}{৩৬১}$ এর বর্গমূল কত ?

(ক) $\frac{১৩}{১৯}$ ● $\frac{১৭}{১৯}$ (গ) $\frac{১৯}{১৩}$ (ঘ) $\frac{১৯}{১৭}$

ব্যাখ্যা : $\sqrt{\frac{২৮৯}{৩৬১}} = \sqrt{\frac{১৭ \times ১৭}{১৯ \times ১৯}} = \frac{১৭}{১৯}$

প্রশ্ন ২। ১।১০২৫ এর বর্গমূল কত ?

(ক) ১.৫ (খ) ১.০০৫ ● ১.০৫ (ঘ) ০.০৫

ব্যাখ্যা : ১.১০২৫ এর বর্গমূল = $\sqrt{\frac{১১০২৫}{১০০০০}}$

এখানে, লব ১১০২৫ এর বর্গমূল = ১০৫

এবং হর ১০০০০ এর বর্গমূল = ১০০

∴ ১.১০২৫ এর বর্গমূল = $\frac{১০৫}{১০০} = ১.০৫$ ।

প্রশ্ন ৩। একটি মূলদ সংখ্যা হলো-

i. ০ ii. ৫ iii. $\frac{৫}{২}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : যেহেতু শূন্য (০) সহ, সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ও ভগ্নাংশ সংখ্যা হচ্ছে মূলদ সংখ্যা।

সেহেতু ০, ৫ এবং $\frac{৫}{২}$ হচ্ছে মূলদ সংখ্যা। সুতরাং (i), (ii) ও (iii) সঠিক।

দুইটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের অন্তর ১৯।

এই তথ্য থেকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৪। একটি সংখ্যা ১০ হলে অপরটি কত?

ক) ১২ খ) ১১ ● ৯ ঘ) ৮

ব্যাখ্যা : অপর সংখ্যাটি ক হলে, $(১০)^২ - ক^২ = ১৯$

বা, $১০০^২ - ক^২ = ১৯$

বা, $ক^২ = ১০০ - ১৯ = ৮১$

∴ $ক = \sqrt{৮১} = ৯$

৫। সংখ্যা দুইটির বর্গের যোগফল কত?

ক) ২৮১ খ) ২২১ ● ১৮১ ঘ) ১৬৪

ব্যাখ্যা : সংখ্যা দুইটির বর্গের যোগফল = $(১০)^২ + ৯^২ = ১০০ + ৮১ = ১৮১$

৬। ০.০১ এর বর্গমূল নিচের কোনটি?

ক) ০.০১ ● ০.১ গ) ০.২ ঘ) ১

পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ: কোনো ভগ্নাংশের লব ও হর পূর্ণবর্গ সংখ্যা বা ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করলে যদি তার লব ও হর পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়, তবে ঐ ভগ্নাংশকে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ বলা হয়।

এখানে, $\frac{২৫}{১৬}$ ভগ্নাংশের লব ২৫ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা এবং হর ১৬ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা। সুতরাং $\frac{২৫}{১৬}$ একটি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ।

ভগ্নাংশের বর্গমূল: ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করে ভগ্নাংশের লবের বর্গমূলকে হরের বর্গমূল দ্বারা ভাগ করলে ভগ্নাংশের বর্গমূল পাওয়া যায়। হর যদি পূর্ণবর্গ সংখ্যা না হয়, তবে গুণন দ্বারা পূর্ণবর্গ করে নিতে হবে।

মূলদ সংখ্যা: যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যাকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় তাকে মূলদ সংখ্যা বলে। শূন্যসহ সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ও ভগ্নাংশ সংখ্যা সবই মূলদ সংখ্যা। যেমন: $১ = \frac{১}{১}$, $২ = \frac{২}{১}$, $০.১ = \frac{১}{১০}$, $১.৫ = \frac{১৫}{১০}$, $২.০৩ = \frac{২০৩}{১০০}$, $০ = \frac{০}{১}$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা: যে সকল সংখ্যাকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না তাদের অমূলদ সংখ্যা বলে।

আবার, অসীম দশমিক এবং পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয় এরূপ সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা। যেমন: $\sqrt{২} = ১. ৪১৪২১৩৫.....$, $\sqrt{৩}$, $\sqrt{৫}$, $\sqrt{৬}....$ ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা।

৭। কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ২ বা ৮ হলে তার বর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি হবে-

ক) ২ ● ৪ গ) ৬ ঘ) ৮

ব্যাখ্যা : $২^২ = ২ \times ২ = ৪$

$৮^২ = ২ \times ২ = ৬৪$

∴ কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ২ বা ৮ হলে তার বর্গসংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি হবে ৮।

৮। $৩ \times ৭ \times ৫ \times ৭ \times ৩$ কে কত দ্বারা গুণ ভাগ করলে পূর্ণ বর্গসংখ্যা হবে?

ক) ৩ ● ৫ গ) ৭ ঘ) ১১

ব্যাখ্যা : $৩ \times ৭ \times ৫ \times ৭ \times ৩ = (৩ \times ৩) \times ৫ \times (৭ \times ৭)$

এখানে, ৫ আছে জোড়বিহীন

অতএব, $(৩ \times ৩) \times ৫ \times (৭ \times ৭)$ কে ৫ দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে পূর্ণ বর্গসংখ্যা হবে।

৯। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?

● $\sqrt{২}$ খ) $\sqrt{৯}$ গ) $\sqrt{১৬}$ ঘ) $\sqrt{২৫}$

ব্যাখ্যা : পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয় এরূপ সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা যেহেতু ২ পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয়;

সেহেতু $\sqrt{২}$ অমূলদ সংখ্যা।

প্রশ্ন ১০ ৥ একজন কৃষক বাগান করার জন্য ৫৯৫টি চারাগাছ কিনে আনেন। প্রত্যেকটি চারাগাছের মূল্য ১২ টাকা।

(ক) চারাগাছগুলো কিনতে তাঁর কত খরচ হয়েছে ?

(খ) বাগানে প্রত্যেক সারিতে সমান সংখ্যক গাছ লাগানোর পর কয়টি চারাগাছ অবশিষ্ট থাকবে ?

(গ) খরচের টাকার সংখ্যা ও চারাগাছের সংখ্যার বিয়োগফলের সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?

সমাধান :

(ক) ১ টি চারা গাছের মূল্য ১২ টাকা

∴ ৫৯৫টি ,, ,, ,, (৫৯৫ × ১২) ,, বা ৭১৪০ টাকা

উত্তর : চারা গাছগুলো কিনতে তার খরচ হয়েছে ৭১৪০ টাকা।

(খ)

$$\begin{array}{r} \overline{৫ \ ৯৫} \quad ২৪ \\ ৪ \\ ৮৮ \overline{) ১৯৫} \\ \underline{১৭৬} \\ ১৯ \end{array}$$

উত্তর : বাগানে প্রত্যেক সারিতে সমান সংখ্যক গাছ লাগানোর পর ১৯ টি চারাগাছ অবশিষ্ট থাকবে।

(গ) 'ক' হতে পাই, খরচ ৭১৪০ টাকা এবং চারাগাছের সংখ্যা ৫৯৫টি।

∴ বিয়োগফল = $৭১৪০ - ৫৯৫$ বা ৬৫৪৫

এখন,

$$\begin{array}{r} \overline{৬৫৪৫} \quad ৮০ \\ ৬৪ \\ \hline ১৬০ \quad ১৪৫ \\ \quad ০০০ \\ \hline \quad \quad ১৪৫ \end{array}$$

যেহেতু সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় করার সময় ভাগশেষ ১৪৫ থাকে তাই ৬৫৪৫ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ নয়। ৬৫৪৫ এর সাথে কোনো একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি এর সাথে যোগ করলে তা পূর্ণবর্গ হবে এবং তখন এর বর্গমূল হবে $(৮০ + ১)$ বা ৮১।

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি} &= ৮১ \times ৮১ - ৬৫৪৫ \\ &= ৬৫৬১ - ৬৫৪৫ = ১৬ \end{aligned}$$

(উত্তর)

প্রশ্ন ১১ ১ বর্গমূল নির্ণয় কর :

(ক) ০.৩৬

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{০.৩৬} \quad ০.৬ \\ ৩৬ \\ \hline ০ \end{array}$$

উত্তর : বর্গমূল ০.৬

(খ) ২.২৫

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{২.২৫} \quad ১.৫ \\ ১ \\ \hline ২৫ \quad ১২৫ \\ \quad ১২৫ \\ \hline \quad \quad ০ \end{array}$$

উত্তর : বর্গমূল ১.৫

(গ) ০.০০৪৯

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{০.০০৪৯} \quad ০.০৭ \\ ৪৯ \\ \hline ০ \end{array}$$

উত্তর : বর্গমূল ০.০৭

(ঘ) ৬৪১.১০২৪

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{৬৪১.১০২৪} \quad ২৫.৩২ \\ ৪ \\ \hline ৪৫ \quad ২৪১ \\ \quad ২২৫ \\ \hline ৫০৩ \quad ১৬১০ \\ \quad ১৫০৯ \\ \hline ৫০৬২ \quad ১০১২৪ \\ \quad ১০১২৪ \\ \hline \quad \quad ০ \end{array}$$

উত্তর : বর্গমূল ২৫.৩২

(ঙ) ০.০০০৫৭৬

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{0.000576} \quad 0.028 \\ 8 \\ 88 \quad \begin{array}{r} 196 \\ 196 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

উত্তর : বর্গমূল ০.০২৪

(চ) ১৪৪.৮৪১২২৫

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{144.841225} \quad 12.035 \\ 25 \\ 1 \\ 22 \quad \begin{array}{r} 88 \\ 88 \\ \hline 2803 \quad 8412 \\ 9209 \\ \hline 28065 \quad 120325 \\ 120325 \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

উত্তর : বর্গমূল ১২.০৩৫

প্রশ্ন ১১ ৥ দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল নির্ণয় কর :

(ক) ৭

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{9.000000} \quad 2.685 \\ 8 \\ 86 \quad \begin{array}{r} 300 \\ 296 \\ \hline 428 \quad 2800 \\ 2096 \\ \hline 4285 \quad 30800 \\ 26825 \\ \hline 3975 \end{array} \end{array}$$

উত্তর : দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল ২.৬৫ (প্রায়)

(খ) ২৩.২৪

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{23.280000} \quad 8.820 \\ 16 \\ 88 \quad \begin{array}{r} 928 \\ 908 \\ \hline 862 \quad 2000 \\ 1828 \\ \hline 8680 \quad 9600 \\ 0000 \\ \hline 9600 \end{array} \end{array}$$

উত্তর : দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল = ৪.৮২ (প্রায়)

(গ) ০.০৩৬

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \overline{0.036000} \quad 0.189 \\ 0.01 \\ 28 \quad \begin{array}{r} 260 \\ 228 \\ \hline 369 \quad 3600 \\ 3321 \\ \hline 299 \end{array} \end{array}$$

উত্তর : দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল ০.১৯ (প্রায়)

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ নিচের ভগ্নাংশগুলোর বর্গমূল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{১}{৬৪}$

সমাধান : $\frac{১}{৬৪}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{\frac{১}{৬৪}} = \sqrt{\frac{১ \times ১}{৮ \times ৮}} = \frac{১}{৮}$

উত্তর : নির্ণেয় বর্গমূল $\frac{১}{৮}$

(খ) $\frac{৪৯}{১২১}$

সমাধান : $\frac{৪৯}{১২১}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{\frac{৪৯}{১২১}} = \sqrt{\frac{৭ \times ৭}{১১ \times ১১}} = \frac{৭}{১১}$

উত্তর : বর্গমূল $\frac{৭}{১১}$

(গ) $\frac{৯৭}{১১১৪৪}$

সমাধান : $\frac{৯৭}{১১১৪৪} = \frac{১৬৮১}{১৪৪}$

$\frac{১৬৮১}{১৪৪}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{\frac{১৬৮১}{১৪৪}} = \sqrt{\frac{৪১ \times ৪১}{১২ \times ১২}}$
 $= \frac{৪১}{১২} = ৩ \frac{৫}{১২}$

উত্তর : বর্গমূল $৩ \frac{৫}{১২}$

(ঘ) $\frac{৩২}{৩২৪}$

সমাধান : $\frac{৩২}{৩২৪} = \frac{১০৬০৯}{৩২৪}$

$\frac{১০৬০৯}{৩২৪}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{\frac{১০৬০৯}{৩২৪}} = \sqrt{\frac{১০৩ \times ১০৩}{১৮ \times ১৮}}$
 $= \frac{১০৩}{১৮} = ৫ \frac{১৩}{১৮}$

উত্তর : বর্গমূল $৫ \frac{১৩}{১৮}$

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল নির্ণয় কর ।

(ক) $\frac{৬}{৭}$

সমাধান : $\frac{৬}{৭}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{\frac{৬}{৭}} = \sqrt{\frac{৬ \times ৭}{৭ \times ৭}} = \frac{\sqrt{৪২}}{৭}$

এখানে, $\overline{82.000000} \quad | \quad ৬.৪৮০৭$

১২৪	৬০০
	৪৯৬
১২৮৮	১০৪০০
	১০৩০৪
১২৯৬০৭	৯৬০০০০
	৯০৭২৪৯
	৫২৭৫১

$$\therefore \sqrt{\frac{82}{9}} = \frac{৬.৪৮১}{৭} = ০.৯২৫৮$$

উত্তর : তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল ০.৯২৬ (প্রায়)

(খ) $২\frac{৫}{৬}$

সমাধান : $২\frac{৫}{৬}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{২\frac{৫}{৬}} = \sqrt{\frac{১৭}{৬}} = \sqrt{\frac{১৭ \times ৬}{৬ \times ৬}} = \frac{\sqrt{১০২}}{৬}$

এখানে,

	$\overline{102.000000} \quad \quad ১০.০৯৯৫$
	১০০
	১
২০০৯	২০০০০
	১৮০৮১
২০১৮৯	১৯১৯০০
	১৮১৭০১
২০১৯৮৫	১০১৯৯০০
	১০০৯৯২৫
	৯৯৭৫

$$\therefore \frac{\sqrt{১০২}}{৬} = \frac{১০.০৯৯৫}{৬} = ১.৬৮৩২৫$$

উত্তর : নির্ণেয় তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল ১.৬৮৩ (প্রায়)

(গ) $৭\frac{৯}{১৩}$

সমাধান : $৭\frac{৯}{১৩}$ এর বর্গমূল = $\sqrt{৭\frac{৯}{১৩}} = \sqrt{\frac{১০০}{১৩}}$

$$= \sqrt{\frac{১০০ \times ১৩}{১৩ \times ১৩}} = \frac{\sqrt{১৩০০}}{১৩}$$

এখানে,

$$\begin{array}{r} \overline{13} \overline{00} \overline{00} \overline{00} \overline{00} \quad 36.0555 \\ \overline{00} \\ 3 \\ \hline 66 \quad 800 \\ \quad 396 \\ \hline 9205 \quad 80000 \\ \quad 36025 \\ \hline 92105 \quad 399500 \\ \quad 360525 \\ \hline 921105 \quad 3689500 \\ \quad 3605525 \\ \hline \quad 31895 \end{array}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{1300}}{13} = \frac{36.055}{13} = 2.7735 = 2.778$$

উত্তর : তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল ২.৭৭৮ (প্রায়)

প্রশ্ন II ১৫ II ৫৬৭২৮ জন সৈন্য থেকে কমপক্ষে কতজন সৈন্য সরিয়ে রাখলে বা তাদের সাথে কমপক্ষে আর কতজন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, মোট সৈন্য = ৫৬৭২৮ জন

এখন,

$$\begin{array}{r} \overline{23} \overline{9} \overline{28} \quad 239 \\ 8 \\ \hline 83 \quad 169 \\ \quad 128 \\ \hline 868 \quad 3828 \\ \quad 3988 \\ \hline \quad 8 \end{array}$$

∴ কমপক্ষে ৮ জন সৈন্য সরিয়ে রাখলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

আবার,

∴ ৫৬৭২৮ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ নয়। ২৩৮ এর সাথে ১ যোগ করে যোগফল এর বর্গ পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

$$238 + 1 = 239$$

$$\therefore 239 \text{ এর বর্গ} = (239)^2 = 57121$$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং সৈন্যসংখ্যা বাড়াতে হবে} &= (57121 - 56728) \text{ জন} \\ &= 393 \text{ জন} \end{aligned}$$

উত্তর : ৮ জন সরিয়ে রাখলে বা ৩৯৩ জন যোগ দিলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

প্রশ্ন II ১৬ II কোনো বিদ্যালয়ের ২৭০৮ জন শিক্ষার্থীকে প্রাত্যহিক সমাবেশ করার জন্য বর্গাকারে সাজানো হলো। প্রত্যেক সারিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীর সংখ্যা = ২৭০৮

প্রত্যেক সারিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা হবে ২৭০৮ এর বর্গমূলের সমান।

$$\begin{array}{r} \overline{29} \overline{08} \quad 52 \\ 25 \\ \hline 102 \quad 208 \\ \quad 208 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

উত্তর : প্রত্যেক সারিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা ৫২ জন।

প্রশ্ন ১৭ ৥ একটি সমবায় সমিতির যতজন সদস্য ছিল প্রত্যেকে তত ২০ টাকা করে চাঁদা দেওয়ায় মোট ২০৪৮০ টাকা হলো। ঐ সমিতির সদস্য সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সমিতির সদস্য সংখ্যা = 'ক'

প্রত্যেকে চাঁদা দেয় = (ক × ২০) বা ২০ ক টাকা

∴ মোট চাঁদার পরিমাণ = (২০ ক × ক) টাকা = ২০ ক^২ টাকা

প্রশ্নমতে, ২০ক^২ = ২০৪৮০

$$\text{বা, ক}^2 = \frac{২০৪৮০}{২০}$$

$$\text{বা, ক}^2 = ১০২৪$$

$$\text{বা, ক} = \sqrt{১০২৪}$$

$$\text{বা, ক} = \sqrt{৩২ \times ৩২}$$

$$\therefore \text{ক} = ৩২$$

উত্তর : সমিতির সদস্য সংখ্যা ৩২ জন।

প্রশ্ন ১৮ ৥ কোনো বাগানে ১৮০০টি চারাগাছ বর্গাকারে লাগাতে গিয়ে ৩৬টি গাছ বেশি হলো। প্রত্যেক সারিতে চারা গাছের সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : যেহেতু ৩৬টি গাছ বেশি। সুতরাং প্রত্যেক সারিতে চারা গাছের সংখ্যা হবে (১৮০০ - ৩৬) বা ১৭৬৪ এর বর্গমূলের সমান।

এখন,

$$\begin{array}{r} \overline{১৭৬৪} \quad ৪২ \\ ১৬ \\ \hline ৮২ \quad ১৬৪ \\ \quad ১৬৪ \\ \hline ০ \end{array}$$

উত্তর : প্রত্যেক সারিতে চারাগাছের সংখ্যা ৪২টি।

প্রশ্ন ১৯ ৥ কোন ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা ৯, ১৫ এবং ২৫ দ্বারা বিভাজ্য ?

সমাধান : নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হবে ৯, ১৫ এবং ২৫ এর ল. সা. গু.

$$\begin{array}{r} ৩ \quad | \quad ৯, ১৫, ২৫ \\ \hline ৫ \quad | \quad ৩, ৫, ২৫ \\ \hline ৩, ১, ৫ \end{array}$$

$$\therefore \text{ল. সা. গু.} = ৩ \times ৫ \times ৩ \times ৫ = ২২৫$$

উত্তর : ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যাটি ২২৫।

প্রশ্ন ২০ ৥ একটি ধানক্ষেতের ধান কাটতে শ্রমিক নেওয়া হলো। প্রত্যেক শ্রমিকের দৈনিক মজুরি তাদের সংখ্যার ১০ গুণ। দৈনিক মোট মজুরি ৬২৫০ টাকা হলে শ্রমিকের সংখ্যা বের কর।

সমাধান : মনে করি, শ্রমিকের সংখ্যা = ক

প্রত্যেক শ্রমিকের দৈনিক মজুরি = (ক × ১০) টাকা বা ১০ ক টাকা

∴ দৈনিক মোট মজুরি = (১০ক × ক) টাকা = ১০ ক^২ টাকা

প্রশ্নমতে, ১০ক^২ = ৬২৫০

$$\text{বা, ক}^2 = \frac{৬২৫০}{১০}$$

$$\text{বা, ক}^2 = ৬২৫$$

$$\text{বা, ক} = \sqrt{৬২৫}$$

$$\therefore \text{ক} = ২৫$$

উত্তর : শ্রমিকের সংখ্যা ২৫ জন।

প্রশ্ন ২১ ৥ দুইটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের অন্তর ৩৭ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একটি সংখ্যা = ক
এবং অপর সংখ্যা = ক + ১

$$\text{প্রশ্নমতে, } (ক + ১)^2 - ক^2 = ৩৭$$

$$\text{বা, } ক^2 + ২ক + ১ - ক^2 = ৩৭$$

$$\text{বা, } ২ক + ১ = ৩৭$$

$$\text{বা, } ২ক = ৩৭ - ১$$

$$\text{বা, } ২ক = ৩৬$$

$$\text{বা, } \frac{২ক}{২} = \frac{৩৬}{২} \text{ [উভয়পক্ষকে ২ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore ক = ১৮$$

$$\therefore \text{একটি সংখ্যা} = ১৮$$

$$\text{এবং অপর সংখ্যা} = (১৮ + ১) = ১৯$$

উত্তর : ক্রমিক সংখ্যা দুই ১৮ ও ১৯

প্রশ্ন ২২ ৥ এমন দুইটি ক্ষুদ্রতম ক্রমিক সংখ্যা নির্ণয় কর যাদের বর্গের অন্তর একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

সমাধান : মনে করি,

ক্ষুদ্রতম ক্রমিক সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে ক ও (ক + ১)

$$\begin{aligned} \therefore \text{তাদের বর্গের অন্তর} &= (ক + ১)^2 - ক^2 \\ &= ক^2 + ২ক + ১ - ক^2 \\ &= ২ক + ১ \end{aligned}$$

এখন, ক = ১, ২, ৩, ৪, ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

ক = ১ হলে, $২ \times ১ + ১ = ৩$; যা পূর্ণবর্গ নয়।

ক = ২ হলে, $২ \times ২ + ১ = ৫$; যা পূর্ণবর্গ নয়।

ক = ৩ হলে, $২ \times ৩ + ১ = ৭$; যা পূর্ণবর্গ নয়।

ক = ৪ হলে, $২ \times ৪ + ১ = ৯$; যা পূর্ণবর্গ।

ক = ৫ হলে, $২ \times ৫ + ১ = ১১$; যা পূর্ণবর্গ নয়।

$$\therefore \text{ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি} = ক = ৪$$

$$\therefore \text{অপর সংখ্যাটি} = (ক + ১) = ৪ + ১ = ৫$$

উত্তর : ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে ৪ ও ৫

২৩। ৩৮৪ এবং ২১৮৭ দুইটি সংখ্যা।

(ক) প্রথম সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা কিনা উৎপাদকের সাহায্যে যাচাই কর।

(খ) দ্বিতীয় সংখ্যাটি যদি পূর্ণবর্গ না হয় তবে, কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে এটি একটি

পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে? পূর্ণবর্গ সংখ্যাটি কত?

(গ) দ্বিতীয় সংখ্যাটির সাথে কত যোগ করলে এটি একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?

সমাধান :

ক) প্রথম সংখ্যাটি ৩৮৪

$$\begin{array}{r} ২ \overline{) ৩৮৪} \\ \underline{২ \ ১৬} \\ ২ \ ৮৪ \\ \underline{২ \ ৮৪} \\ ০ \end{array}$$

$$\therefore 384 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$= (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times 2 \times 3$$

এখানে, 2×3 বা ৬ জোড়াবিহীন।

$\therefore 384$ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

খ) দ্বিতীয় সংখ্যাটি ২১৮৭

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 2187} \\ \underline{6} \\ 1587 \\ \underline{15} \\ 87 \\ \underline{87} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 2187 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times 3$$

এখানে, ৩ জোড়াবিহীন। সুতরাং ২১৮৭ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ নয়।

$\therefore 3$ দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে।

$$\text{তখন পূর্ণবর্গ সংখ্যাটি হবে} = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 6561$$

নির্ণয় পূর্ণবর্গ সংখ্যা ৬৫৬১।

গ)

$$\begin{array}{r} 2187 \quad 86 \\ \underline{16} \\ 527 \\ \underline{516} \\ 11 \end{array}$$

যেহেতু সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় করার সময় ভাগশেষ ১১ আছে। কাজেই প্রদত্ত সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

২১৮৭ এর সাথে কোনো একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে এবং তখন এর বর্গমূল হবে $(86 + 1) = 87$ ।

$$\text{এখন, } 87 \text{ এর বর্গ} = 87 \times 87 = 2209$$

$$\text{অর্থাৎ } 2187 \text{ এর সাথে } (2209 - 2187)$$

বা ২২ যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে।

\therefore দ্বিতীয় সংখ্যাটির সাথে ২২ যোগ করলে এটি একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

প্রশ্ন ২৪ ৥ একটি সৈন্যদলকে ৫,৬,৯ সারিতে সাজানো যায়, কিন্তু বর্গাকারে সাজানো যায় না।

(ক) ৬ এর গুণনীয়কগুলো বের কর।

(খ) সৈন্যসংখ্যাকে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে সৈন্যসংখ্যাকে বর্গাকারে সাজানো যাবে ?

(গ) ঐ দলে কমপক্ষে কতজন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে ?

সমাধান :

$$(ক) 6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$$

৬ এর গুণনীয়কগুলো হলো ১, ২, ৩, ৬

$$(খ) \begin{array}{r} 3 \overline{) 5, 6, 9} \\ \underline{5, 2, 3} \end{array}$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = 3 \times 5 \times 2 \times 3$$

∴ প্রাপ্ত ল.সা.গু. $(3 \times 3) \times 2 \times 5$ কে বর্গাকারে সাজানো যায় না।

এখন, $(3 \times 3) \times 2 \times 5$ কে বর্গসংখ্যা করতে হলে কমপক্ষে 2×5 বা 10 দ্বারা গুণ করতে হবে।

উত্তর : সৈন্য সংখ্যাকে 10 দ্বারা গুণ করলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

(গ) 'খ' থেকে প্রাপ্ত সৈন্য সংখ্যা $= 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 90$

এখন,

$$\begin{array}{r|l} 90 & 9 \\ \hline 81 & \end{array}$$

৯

∴ 90 সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ নয়। 9 এর সাথে 1 যোগ করে যোগফল এর বর্গ হবে পূর্ণ বর্গসংখ্যা।

$$9 + 1 = 10$$

$$\therefore 10 \text{ এর বর্গ} = (10)^2 = 100$$

সুতরাং সৈন্য যোগ করতে হবে $= (100 - 90)$ জন $= 10$ জন

উত্তর : 10 জন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

প্রশ্ন ১১ ৥ নিচের রাশিগুলো দিয়ে সমানুপাত লেখ :

(ক) ৩ কেজি, ৫ টাকা, ৬ কেজি, ১০ টাকা

সমাধান :

মনে করি, ১ম রাশি = ৩ কেজি, ২য় রাশি = ৬ কেজি, ৩য় রাশি = ৫ টাকা এবং ৪র্থ রাশি = ১০ টাকা

আমরা জানি, ১ম রাশি : ২য় রাশি :: ৩য় রাশি : ৪র্থ রাশি
বা, ৩ : ৬ :: ৫ : ১০

নির্ণেয় সমানুপাত ৩ : ৬ :: ৫ : ১০।

(খ) ৯ বছর, ১০ দিন, ১৮ বছর ও ২০ দিন

সমাধান :

মনে করি, ১ম রাশি = ৯ বছর, ২য় রাশি = ১৮ বছর, ৩য় রাশি = ১০ দিন এবং ৪র্থ রাশি = ২০ দিন

আমরা জানি, ১ম রাশি : ২য় রাশি :: ৩য় রাশি : ৪র্থ রাশি
বা, ৯ : ১৮ :: ১০ : ২০

নির্ণেয় সমানুপাত ৯ : ১৮ :: ১০ : ২০।

(গ) ৭ সে.মি., ১৫ সেকেন্ড, ২৮ সে.মি. ও ১ মিনিট

সমাধান : মনে করি, ১ম রাশি = ৭ সে.মি., ২য় রাশি = ২৮ সে.মি., ৩য় রাশি = ১৫ সেকেন্ড এবং ৪র্থ রাশি = ১ মিনিট বা ৬০ সেকেন্ড

আমরা জানি, ১ম রাশি : ২য় রাশি :: ৩য় রাশি : ৪র্থ রাশি
বা, ৭ : ২৮ :: ১৫ : ৬০

নির্ণেয় সমানুপাত ৭ : ২৮ :: ১৫ : ৬০।

(ঘ) ১২টি খাতা, ১৫টি পেন্সিল, ২০ টাকা ও ২৫ টাকা

সমাধান : মনে করি, ১ম রাশি = ১২টি খাতা, ২য় রাশি = ১৫টি পেন্সিল,

৩য় রাশি = ২০ টাকা এবং ৪র্থ রাশি = ২৫ টাকা

আমরা জানি, ১ম রাশি : ২য় রাশি :: ৩য় রাশি : ৪র্থ রাশি
বা, ১২ : ১৫ :: ২০ : ২৫

নির্ণেয় সমানুপাত ১২ : ১৫ :: ২০ : ২৫।

(ঙ) ১২৫ জন ছাত্র ও ২৫ জন শিক্ষক, ২৫০০ টাকা ও ৫০০ টাকা

সমাধান : মনে করি,

১ম রাশি = ১২৫ জন ছাত্র, ২য় রাশি = ২৫ জন শিক্ষক

৩য় রাশি = ২৫০০ টাকা এবং ৪র্থ রাশি = ৫০০ টাকা

আমরা জানি, ১ম রাশি : ২য় রাশি :: ৩য় রাশি : ৪র্থ রাশি
বা, ১২৫ : ২৫ :: ২৫০০ : ৫০০

নির্ণেয় সমানুপাত ১২৫ : ২৫ :: ২৫০০ : ৫০০।

প্রশ্ন ১২ ৥ নিচের ক্রমিক সমানুপাতের প্রান্তীয় রাশি দুইটি দেওয়া আছে। সমানুপাত তৈরি কর :

(ক) ৬, ২৪

সমাধান : মনে করি, মধ্য রাশি = ক

এখানে, ১ম রাশি = ৬ এবং ৩য় রাশি = ২৪

আমরা জানি, ক্রমিক সমানুপাতে, (মধ্য রাশি)^২ = ১ম রাশি × ৩য় রাশি

$$\text{বা, } k^2 = 6 \times 24$$

$$\text{বা, } k^2 = 144$$

$$\text{বা, } k = \sqrt{144}$$

অনুপাত: দুইটি এক জাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।

বহুরাশিক অনুপাত: তিন বা ততোধিক রাশির অনুপাতকে বহুরাশিক অনুপাত বলে।

মনে করি, একটি বাস্তব দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ৮ সে.মি., ৫ সে.মি. ও ৬ সে.মি.

দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত = ৮ : ৫ : ৬
সংক্ষেপে, দৈর্ঘ্য : প্রস্থ : উচ্চতা = ৮ : ৫ : ৬

ধারাবাহিক অনুপাত: দুইটি অনুপাত ক : খ এবং খ : গ আকারের হলে, তাদের সাধারণত ক : খ : গ আকারে লেখা হয়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলে। সুতরাং প্রথম অনুপাতের উত্তর রাশি দ্বিতীয় অনুপাতের পূর্ব রাশি পরস্পর সমান হলে তাদের ধারাবাহিক অনুপাতে প্রকাশ করা যায়।

সমানুপাতী: চারটি রাশির ১ম ও ২য় রাশির অনুপাত এবং ৩য় ও ৪র্থ রাশির অনুপাত পরস্পর সমান হলে, রাশি চারটি একটি সমানুপাত তৈরি করে। সমানুপাতের প্রত্যেক রাশিকে সমানুপাতী বলে।

$$\therefore k = 12$$

নির্ণেয় ক্রমিক সমানুপাত $6 : 12 :: 12 : 24$ ।

(খ) ২৫, ৮১

সমাধান : মনে করি, মধ্য রাশি = k

এখানে, ১ম রাশি = ২৫ এবং ৩য় রাশি = ৮১

আমরা জানি, ক্রমিক সমানুপাতে,

$$(\text{মধ্য রাশি})^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } k^2 = ২৫ \times ৮১$$

$$\text{বা, } k^2 = ২০২৫$$

$$\text{বা, } k = \sqrt{২০২৫}$$

$$\therefore k = ৪৫$$

নির্ণেয় ক্রমিক সমানুপাত $২৫ : ৪৫ :: ৪৫ : ৮১$ ।

(গ) ১৬, ৪৯

সমাধান : মনে করি, মধ্য রাশি = k

এখানে, ১ম রাশি = ১৬ এবং ৩য় রাশি = ৪৯

আমরা জানি, ক্রমিক সমানুপাতে,

$$(\text{মধ্য রাশি})^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } k^2 = ১৬ \times ৪৯$$

$$\text{বা, } k = \sqrt{৪^2 \times ৭^2}$$

$$\text{বা, } k = ৪ \times ৭$$

$$\therefore k = ২৮$$

নির্ণেয় ক্রমিক সমানুপাত $১৬ : ২৮ :: ২৮ : ৪৯$ ।

(ঘ) $\frac{৫}{৭}, ১\frac{২}{৫}$

সমাধান : মনে করি, মধ্য রাশি = k

এখানে, ১ম রাশি = $\frac{৫}{৭}$ এবং ৩য় রাশি = $১\frac{২}{৫}$ বা $\frac{৭}{৫}$

আমরা জানি, ক্রমিক সমানুপাতে,

$$(\text{মধ্য রাশি})^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } k^2 = \frac{৫}{৭} \times \frac{৭}{৫}$$

$$\text{বা, } k^2 = ১$$

$$\text{বা, } k = \sqrt{১}$$

$$\therefore k = ১$$

নির্ণেয় ক্রমিক সমানুপাত $\frac{৫}{৭} : ১ :: ১ : \frac{৭}{৫}$ ।

(ঙ) ১.৫, ১৩.৫

সমাধান : মনে করি, মধ্য রাশি = k

$$\text{এখানে, } ১ম রাশি = ১.৫ = \frac{১৫}{১০} = \frac{৩}{২}$$

$$\text{এবং } ৩য় রাশি = ১৩.৫ = \frac{১৩৫}{১০} = \frac{২৭}{২}$$

আমরা জানি, ক্রমিক সমানুপাতে,

$$(\text{মধ্য রাশি})^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } k^2 = \frac{7}{2} \times \frac{29}{2}$$

$$\text{বা, } k^2 = \frac{81}{8}$$

$$\text{বা, } k = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2} = 8.5$$

$$\therefore k = 8.5$$

নির্ণেয় ত্রিমিক সমানুপাত ১.৫ : ৪.৫ :: ৪.৫ : ১৩.৫।

প্রশ্ন II ৩ II শূন্যস্থান পূরণ কর :

(ক) ১১ : ২৫ :: : ৫০

সমাধান : ১১ : ২৫ :: : ৫০

$$\text{বা, } \frac{11}{25} = \frac{\square}{50}$$

$$\text{বা, } ২৫ \times \square = ৫০ \times ১১$$

$$\text{বা, } \square = \frac{৫০ \times ১১}{২৫}$$

$$\therefore \square = ২২$$

উত্তর : ১১ : ২৫ :: : ৫০।

(খ) ৭ : :: ৮ : ৬৪

সমাধান : ৭ : :: ৮ : ৬৪

$$\text{বা, } \frac{৭}{\square} = \frac{৮}{৬৪}$$

$$\text{বা, } \square \times ৮ = ৭ \times ৬৪$$

$$\text{বা, } \square = \frac{৭ \times ৬৪}{৮}$$

$$\therefore \square = ৫৬$$

উত্তর : ৭ : :: ৮ : ৬৪।

(গ) ২.৫ : ৫.০ :: ৭ :

সমাধান : ২.৫ : ৫.০ :: ৭ :

$$\text{বা, } \frac{২.৫}{৫.০} = \frac{৭}{\square}$$

$$\text{বা, } \frac{২৫}{৫০} = \frac{৭}{\square}$$

$$\text{বা, } \square \times ২৫ = ৭ \times ৫০$$

$$\text{বা, } \square = \frac{৭ \times ৫০}{২৫}$$

$$\therefore \square = 18$$

$$\text{উত্তর : } 2.5 : 5.0 :: 9 : \boxed{18} \text{।}$$

$$\text{(ঘ) } \frac{1}{3} : \frac{1}{4} :: \square : \frac{9}{10}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{1}{3} : \frac{1}{4} :: \square : \frac{9}{10}$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{\square}{\frac{9}{10}}$$

$$\text{বা, } \frac{4}{3} = \frac{10 \times \square}{9}$$

$$\text{বা, } 30 \times \square = 35$$

$$\text{বা, } \square = \frac{35}{30}$$

$$\therefore \square = \frac{7}{6}$$

$$\text{উত্তর : } \frac{1}{3} : \frac{1}{4} :: \boxed{\frac{7}{6}} : \frac{9}{10} \text{।}$$

$$\text{(ঙ) } \square : 12.5 :: 5 : 25$$

$$\text{সমাধান : } \square : 12.5 :: 5 : 25$$

$$\text{বা, } \frac{\square}{12.5} = \frac{5}{25}$$

$$\text{বা, } \square \times 25 = 5 \times 12.5$$

$$\text{বা, } \square = \frac{5 \times 12.5}{25}$$

$$\therefore \square = 2.5$$

$$\text{উত্তর : } \boxed{2.5} : 12.5 :: 5 : 25 \text{।}$$

প্রশ্ন ৯ ৯ নিচের রাশিগুলোর ৪র্থ সমানুপাতী নির্ণয় কর :

(ক) ৫, ৭, ১০

সমাধান: এখানে, ১ম রাশি ৫, ২য় রাশি ৭, ৩য় রাশি ১০

আমরা জানি, সমানুপাতে,

$$1\text{ম রাশি} \times ৪\text{র্থ রাশি} = ২য় রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } ৫ \times ৪\text{র্থ রাশি} = ৭ \times ১০$$

$$\text{বা, } ৪\text{র্থ রাশি} = \frac{৭ \times ১০}{৫}$$

$$\therefore ৪\text{র্থ রাশি} = 14$$

নির্ণেয় ৪র্থ সমানুপাতী 14।

(খ) ১৫, ২৫, ৩৩

সমাধান : এখানে ১ম রাশি ১৫, ২য় রাশি ২৫, ৩য় রাশি ৩৩

আমরা জানি, সমানুপাতে,

$$১ম রাশি \times ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$বা, ১৫ \times ৪র্থ রাশি = ২৫ \times ৩৩$$

$$বা, ৪র্থ রাশি = \frac{২৫ \times ৩৩}{১৫}$$

$$\therefore ৪র্থ রাশি = ৫৫$$

নির্ণেয় ৪র্থ সমানুপাতী ৫৫।

(গ) ১৬, ২৪, ৩২

সমাধান: এখানে ১ম রাশি ১৬, ২য় রাশি ২৪, ৩য় রাশি ৩২

আমরা জানি, সমানুপাতে,

$$১ম রাশি \times ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$বা, ১৬ \times ৪র্থ রাশি = ২৪ \times ৩২$$

$$বা, ৪র্থ রাশি = \frac{২৪ \times ৩২}{১৬}$$

$$\therefore ৪র্থ রাশি = ৪৮$$

নির্ণেয় ৪র্থ সমানুপাতী ৪৮।

(ঘ) ৮, $৮\frac{১}{২}$, ৪

সমাধান : এখানে ১ম রাশি ৮, ২য় রাশি $৮\frac{১}{২}$ বা $\frac{১৭}{২}$, ৩য় রাশি ৪

আমরা জানি, সমানুপাতে,

$$১ম রাশি \times ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$বা, ৮ \times ৪র্থ রাশি = \frac{১৭}{২} \times ৪$$

$$বা, ৪র্থ রাশি = \frac{১৭ \times ৪}{২ \times ৮}$$

$$\therefore ৪র্থ রাশি = \frac{১৭}{৪}$$

নির্ণেয় ৪র্থ সমানুপাতী $\frac{১৭}{৪}$ ।

(ঙ) ৫, ৪.৫, ৭

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি ৫, ২য় রাশি ৪.৫, ৩য় রাশি ৭

আমরা জানি, সমানুপাতে,

$$১ম রাশি \times ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$বা, ৫ \times ৪র্থ রাশি = ৪.৫ \times ৭$$

$$বা, ৪র্থ রাশি = \frac{৪.৫ \times ৭}{৫}$$

$$\therefore ৪র্থ রাশি = \frac{৬৩}{১০} = ৬.৩০$$

নির্ণেয় ৪র্থ সমানুপাতী ৬.৩০।

প্রশ্ন ১৫ ১৫ কেজি চালের দাম ৬০০ টাকা হলে, এরূপ ২৫ কেজি চালের দাম কত?

সমাধান : মনে করি, ২৫ কেজি চালের দাম = ক টাকা

চালের পরিমাণ যে অনুপাতে বাড়ে চালের দামও ঐ অনুপাতে বাড়বে।

∴ চালের পরিমাণের অনুপাত = চালের দামের অনুপাত

বা, ১৫ : ২৫ = ৬০০ : ক

$$\text{বা, } \frac{১৫}{২৫} = \frac{৬০০}{ক}$$

বা, ১৫ × ক = ৬০০ × ২৫

$$\text{বা, ক} = \frac{৬০০ \times ২৫}{১৫}$$

∴ ক = ১০০০

উত্তর : চালের দাম ১০০০ টাকা।

প্রশ্ন ১৬ ১ একটি গার্মেন্টস ফ্যাক্টরিতে দৈনিক ৫৫০ টি শার্ট তৈরি হয়। ঐ ফ্যাক্টরিতে একই হারে ১ সপ্তাহে কতটি শার্ট তৈরি হয়?

সমাধান : এখানে দিন বাড়লে শার্ট তৈরির পরিমাণও বাড়বে।

অর্থাৎ দিনের অনুপাত = শার্ট তৈরির অনুপাত

আমরা জানি, ১ সপ্তাহ = ৭ দিন

মনে করি, ৭ দিনে শার্ট তৈরির পরিমাণ = ক

∴ ১ : ৭ = ৫৫০ : ক

$$\text{বা, } \frac{১}{৭} = \frac{৫৫০}{ক}$$

বা, ১ × ক = ৫৫০ × ৭

∴ ক = ৩৮৫০

উত্তর : ঐ ফ্যাক্টরিতে ১ সপ্তাহে ৩৮৫০টি শার্ট তৈরি হয়।

প্রশ্ন ১৭ ১ কবির সাহেবের তিন পুত্রের বয়স যথাক্রমে ৫ বছর, ৭ বছর ও ৯ বছর। তিনি ৪২০০ টাকা তিন পুত্রকে তাদের বয়স অনুপাতে ভাগ করে দিলেন, কে কত টাকা পাবে?

সমাধান : তিন পুত্রের বয়স যথাক্রমে ৫ বছর, ৭ বছর, ৯ বছর

∴ তিন পুত্রের বয়সের অনুপাত = ৫ : ৭ : ৯

তাদের প্রাপ্ত টাকার অনুপাত = ৫ : ৭ : ৯

∴ অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = ৫ + ৭ + ৯ = ২১

৪২০০ টাকার মধ্যে, ১ম পুত্র পাবে = ৪২০০ টাকার $\frac{৫}{২১}$ অংশ

$$\begin{aligned} &= \left(৪২০০ \text{ এর } \frac{৫}{২১} \right) \text{ টাকা} \\ &= ১০০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

২য় পুত্র পাবে = ৪২০০ টাকার $\frac{৭}{২১}$ অংশ

$$= \left(৪২০০ \text{ এর } \frac{৭}{২১} \right) \text{ টাকা} = ১৪০০ \text{ টাকা}$$

এবং ৩য় পুত্র পাবে = ৪২০০ টাকার $\frac{৯}{২১}$ অংশ

$$= \left(৪২০০ \text{ এর } \frac{৯}{২১} \right) \text{ টাকা} = ১৮০০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : ১ম পুত্র পাবে ১০০০ টাকা, ২য় পুত্র পাবে ১৪০০ টাকা ও ৩য় পুত্র পাবে ১৮০০ টাকা।

প্রশ্ন ১৮ ২১৬০ টাকা রুমি, জেসমিন ও কাকলির মধ্যে ১ : ২ : ৩ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

রুমির টাকা : জেসমিনের টাকা : কাকলির টাকা = ১ : ২ : ৩

∴ অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = ১ + ২ + ৩ = ৬

২১৬০ টাকার মধ্যে,

রুমি পাবে = ২১৬০ টাকার $\frac{১}{৬}$ অংশ

$$= \left(২১৬০ \text{ এর } \frac{১}{৬} \right) \text{ টাকা} = ৩৬০ \text{ টাকা}$$

জেসমিন পাবে = ২১৬০ টাকার $\frac{২}{৬}$ অংশ

$$= \left(২১৬০ \text{ এর } \frac{২}{৬} \right) \text{ টাকা} = ৭২০ \text{ টাকা}$$

এবং কাকলি পাবে = ২১৬০ টাকার $\frac{৩}{৬}$ অংশ

$$= \left(২১৬০ \text{ এর } \frac{৩}{৬} \right) \text{ টাকা} = ১০৮০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : রুমি পাবে ৩৬০ টাকা, জেসমিন পাবে ৭২০ টাকা এবং কাকলি পাবে ১০৮০ টাকা।

প্রশ্ন ১৯ ১৮০ টাকা লাভি, সামি ও সিয়াম এর মধ্যে ৫ : ৪ : ২ অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো। সিয়াম ১৮০ টাকা পেলে লাভি ও সামি কত টাকা পাবে নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

লাভির টাকা : সামির টাকা : সিয়ামের টাকা = ৫ : ৪ : ২

∴ লাভির টাকা : সিয়ামের টাকা = ৫ : ২

সামির টাকা : সিয়ামের টাকা = ৪ : ২

মনে করি, লাভি পাবে ক টাকা এবং সামি পাবে খ টাকা

প্রশ্নমতে, লাভির টাকা : সিয়ামের টাকা = ৫ : ২

বা, ক : ১৮০ = ৫ : ২

$$\text{বা, } \frac{ক}{১৮০} = \frac{৫}{২}$$

বা, $২ \times ক = ১৮০ \times ৫$

$$\text{বা, } ক = \frac{১৮০ \times ৫}{২}$$

বা, ক = ৪৫০

∴ লাভি পাবে ৪৫০ টাকা।

আবার, সামির টাকা : সিয়ামের টাকা = ৪ : ২

বা, খ : ১৮০ = ৪ : ২

$$\text{বা, } \frac{খ}{১৮০} = \frac{৪}{২}$$

বা, $২ \times খ = ১৮০ \times ৪$

$$\text{বা, } খ = \frac{১৮০ \times ৪}{২}$$

বা, খ = ৩৬০

∴ সামি পাবে ৩৬০ টাকা

উত্তর : লাভি পাবে ৪৫০ টাকা, সামি পাবে ৩৬০ টাকা।

প্রশ্ন ১০ ৥ সবুজ, ডালিম ও লিংকন তিন ভাই। তাদের পিতা ৬৩০০ টাকা তাদের মধ্যে ভাগ করে দিলেন।

এতে সবুজ ডালিমের $\frac{৩}{৫}$ অংশ এবং ডালিম লিংকনের দ্বিগুণ টাকা পায়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ বের কর।

সমাধান : মনে করি, লিংকন পায় = ক টাকা

ডালিম পায় = ২ক টাকা

$$\text{এবং সবুজ পায়} = \left(২ক \text{ এর } \frac{৩}{৫} \right) \text{ টাকা} = \frac{৬ক}{৫} \text{ টাকা}$$

∴ সবুজের টাকা : ডালিমের টাকা : লিংকনের টাকা

$$= \frac{৬ক}{৫} : ২ক : ক$$

$$= \frac{৬}{৫} : ২ : ১ \text{ [ক দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$= ৬ : ১০ : ৫ \text{ [৫ দ্বারা গুণ করে]}$$

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = ৬ + ১০ + ৫ = ২১

$$\begin{aligned} \text{সবুজ পাবে} &= ৬৩০০ \text{ টাকার } \frac{৬}{২১} \text{ অংশ} = \left(৬৩০০ \times \frac{৬}{২১} \right) \text{ টাকা} \\ &= ১৮০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডালিম পাবে} &= ৬৩০০ \text{ টাকার } \frac{১০}{২১} \text{ অংশ} = \left(৬৩০০ \times \frac{১০}{২১} \right) \text{ টাকা} \\ &= ৩০০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং লিংকন পাবে} &= ৬৩০০ \text{ টাকার } \frac{৫}{২১} \text{ অংশ} = \left(৬৩০০ \times \frac{৫}{২১} \right) \text{ টাকা} \\ &= ১৫০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

উত্তর : সবুজ পাবে ১৮০০ টাকা, ডালিম পাবে ৩০০০ টাকা ও লিংকন পাবে ১৫০০ টাকা।

প্রশ্ন ১১ ৥ তামা, দস্তা ও রূপা মিশিয়ে এক রকমের গহনা তৈরি করা হলো। ঐ গহনায় তামা ও দস্তার অনুপাত ১ : ২ এবং দস্তা ও রূপার অনুপাত ৩ : ৫। ১৯ গ্রাম ওজনের গহনায় কত গ্রাম রূপা আছে ?

সমাধান : দেওয়া আছে,

তামার ওজন : দস্তার ওজন = ১ : ২ = ৩ : ৬ [৩ দ্বারা গুণ করে]

দস্তার ওজন : রূপার ওজন = ৩ : ৫ = ৬ : ১০ [২ দ্বারা গুণ করে]

∴ তামার ওজন : দস্তার ওজন : রূপার ওজন = ৩ : ৬ : ১০

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = ৩ + ৬ + ১০ = ১৯

∴ ১৯ গ্রাম গহনায় রূপা আছে = ১৯ গ্রামের $\frac{১০}{১৯}$ ভাগ

$$= \left(১৯ \times \frac{১০}{১৯} \right) \text{ গ্রাম} = ১০ \text{ গ্রাম}$$

উত্তর : রূপার পরিমাণ ১০ গ্রাম।

প্রশ্ন ১২ ৥ দুইটি সমান মাপের গ্লাস শরবতে পূর্ণ আছে। ঐ শরবতে পানি ও সিরাপের অনুপাত যথাক্রমে প্রথম গ্লাসে ৩ : ২ ও দ্বিতীয় গ্লাসে ৫ : ৪। ঐ দুইটি গ্লাসের শরবত একত্রে মিশ্রণ করলে পানি ও সিরাপের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

প্রথম গ্লাসে পানি ও সিরাপের অনুপাত = ৩ : ২

অনুপাতের সংখ্যা দুইটির যোগফল = ৩ + ২ = ৫

∴ প্রথম গ্লাসে $\frac{৩}{৫}$ ভাগ পানি এবং $\frac{২}{৫}$ ভাগ সিরাপ আছে

আবার, দ্বিতীয় গ্লাসে পানি ও সিরাপের অনুপাত = ৫ : ৪

অনুপাতের সংখ্যা দুইটির যোগফল = (৫ + ৪) বা ৯

∴ দ্বিতীয় গ্লাসে $\frac{৫}{৯}$ ভাগ পানি এবং $\frac{৪}{৯}$ ভাগ সিরাপ আছে।

$$\begin{aligned}\therefore \text{নতুন পাত্রে পানির পরিমাণ} &= \left(\frac{৩}{৫} + \frac{৫}{৯}\right) \text{ ভাগ} = \left(\frac{২৭ + ২৫}{৪৫}\right) \text{ ভাগ} \\ &= \frac{৫২}{৪৫} \text{ ভাগ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং নতুন পাত্রে সিরাপের পরিমাণ} &= \left(\frac{২}{৫} + \frac{৪}{৯}\right) \text{ ভাগ} \\ &= \left(\frac{১৮ + ২০}{৪৫}\right) \text{ ভাগ} = \frac{৩৮}{৪৫} \text{ ভাগ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{নতুন পাত্রের পানি ও সিরাপের অনুপাত} &= \frac{৫২}{৪৫} : \frac{৩৮}{৪৫} \\ &= ৫২ : ৩৮ \text{ [৪৫ দ্বারা গুণ করে]} \\ &= ২৬ : ১৯ \text{ [২ দ্বারা ভাগ করে]}\end{aligned}$$

উত্তর : মিশ্রণের ফলে পানি ও সিরাপের অনুপাত = ২৬ : ১৯।

প্রশ্ন ১৩ ৥ ক : খ = ৪ : ৭, খ : গ = ১০ : ৭ হলে, ক : খ : গ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned}\text{ক : খ} &= ৪ : ৭ = ৪ \times ১০ : ৭ \times ১০ \text{ [১০ দ্বারা গুণ করে]} \\ &= ৪০ : ৭০\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{খ : গ} &= ১০ : ৭ = ১০ \times ৭ : ৭ \times ৭ \text{ [৭ দ্বারা গুণ করে]} \\ &= ৭০ : ৪৯\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ক : খ : গ} = ৪০ : ৭০ : ৪৯$$

উত্তর : ৪০ : ৭০ : ৪৯

প্রশ্ন ১৪ ৥ ৯৬০০ টাকা সারা, মাইমুনা ও রাইসার মধ্যে ৪ : ৩ : ১ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে ?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\text{সারার টাকা : মাইমুনার টাকা : রাইসার টাকা} = ৪ : ৩ : ১$$

$$\text{অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল} = ৪ + ৩ + ১ = ৮$$

$$\begin{aligned}\text{সারা পাবে} &= ৯৬০০ \text{ টাকার } \frac{৪}{৮} \text{ অংশ} = \left(৯৬০০ \times \frac{৪}{৮}\right) \text{ টাকা} \\ &= ৪৮০০ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{মাইমুনা পাবে} &= ৯৬০০ \text{ টাকার } \frac{৩}{৮} \text{ অংশ} = \left(৯৬০০ \times \frac{৩}{৮}\right) \text{ টাকা} \\ &= ৩৬০০ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং রাইসা পাবে} &= ৯৬০০ \text{ টাকার } \frac{১}{৮} \text{ অংশ} = \left(৯৬০০ \times \frac{১}{৮}\right) \text{ টাকা} \\ &= ১২০০ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

উত্তর : সারা পাবে ৪৮০০ টাকা, মাইমুনা পাবে ৩৬০০ টাকা এবং রাইসা পাবে ১২০০ টাকা।

প্রশ্ন ১৫ ৥ তিনজন ছাত্রের মধ্যে ৪২০০ টাকা তাদের শ্রেণি অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো। তারা যদি যথাক্রমে ৬ষ্ঠ, ৭ম ও ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থী হয়, তবে কে কত টাকা পাবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\text{তিনজন ছাত্রের শ্রেণির অনুপাত} = ৬ : ৭ : ৮$$

∴ তাদের প্রাপ্ত টাকার অনুপাত = ৬ : ৭ : ৮

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = ৬ + ৭ + ৮ = ২১

৪২০০ টাকার মধ্যে,

৬ষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থী পাবে = ৪২০০ টাকার $\frac{৬}{২১}$ অংশ

$$= \left(৪২০০ \times \frac{৬}{২১} \right) \text{ টাকা} = ১২০০ \text{ টাকা}$$

৭ম শ্রেণির শিক্ষার্থী পাবে = ৪২০০ টাকার $\frac{৭}{২১}$ অংশ

$$= \left(৪২০০ \times \frac{৭}{২১} \right) \text{ টাকা} = ১৪০০ \text{ টাকা}$$

৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থী পাবে = ৪২০০ টাকার $\frac{৮}{২১}$ অংশ

$$= \left(৪২০০ \times \frac{৮}{২১} \right) \text{ টাকা} = ১৬০০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : ৬ষ্ঠ শ্রেণির ছাত্র পাবে ১২০০ টাকা, ৭ম শ্রেণির ছাত্র পাবে ১৪০০ টাকা এবং ৮ম শ্রেণির ছাত্র পাবে ১৬০০ টাকা।

প্রশ্ন ১৬ ১ সোলায়মান ও সালমানের আয়ের অনুপাত ৫ : ৭। সালমান ও ইউসুফের আয়ের অনুপাত ৪ : ৫। সোলায়মানের আয় ১২০ টাকা হলে ইউসুফের আয় কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

সোলায়মানের আয় : সালমানের আয় = ৫ : ৭

$$= ৫ \times ৪ : ৭ \times ৪ \text{ [৪ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= ২০ : ২৮$$

সালমানের আয় : ইউসুফের আয় = ৪ : ৫

$$= ৪ \times ৭ : ৫ \times ৭ \text{ [৭ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= ২৮ : ৩৫$$

∴ সোলায়মানের আয় : সালমানের আয় : ইউসুফের আয়

$$= ২০ : ২৮ : ৩৫$$

সোলায়মানের আয় : ইউসুফের আয় = ২০ : ৩৫

মনে করি, ইউসুফের আয় = ক টাকা

এখানে, সোলায়মানের আয় : ইউসুফের আয় = ২০ : ৩৫

$$\text{বা, } ১২০ : ক = ২০ : ৩৫$$

$$\text{বা, } \frac{১২০}{ক} = \frac{২০}{৩৫}$$

$$\text{বা, } ২০ \times ক = ৩৫ \times ১২০$$

$$\text{বা, } ক = \frac{৩৫ \times ১২০}{২০}$$

$$\therefore ক = ২১০$$

উত্তর : ইউসুফের আয় ২১০ টাকা।

প্রশ্ন ১ ১ ৥ একজন দোকানদার প্রতি মিটার ২০০ টাকা দরে ৫ মিটার কাপড় কিনে প্রতি মিটার ২২৫ টাকা দরে বিক্রয় করলে কত লাভ হয়েছে ?

সমাধান : ১ মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা

$$\therefore ৫ \text{ ,, ,, ,, } (২০০ \times ৫) \text{ টাকা} \\ = ১০০০ \text{ টাকা}$$

আবার,

১ মিটার কাপড়ের বিক্রয়মূল্য ২২৫ টাকা

$$\therefore ৫ \text{ ,, ,, ,, } (২২৫ \times ৫) \text{ টাকা} \\ = ১১২৫ \text{ টাকা}$$

এখানে, বিক্রয়মূল্য, ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি হওয়ায় লাভ হয়েছে।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য} \\ = (১১২৫ - ১০০০) \text{ টাকা বা } ১২৫ \text{ টাকা}$$

উত্তর : লাভ হয়েছে ১২৫ টাকা।

প্রশ্ন ১ ২ ৥ একজন কমলাবিক্রেতা প্রতি হালি ৬০ টাকা দরে ৫ ডজন কমলা কিনে প্রতি হালি ৫০ টাকা দরে বিক্রয় করলে কত ক্ষতি হয়েছে ?

সমাধান : আমরা জানি, ১ ডজন = ৩ হালি

$$\therefore ৫ \text{ ডজন} = (৩ \times ৫) \text{ হালি} \\ = ১৫ \text{ হালি}$$

১ হালি কমলার ক্রয়মূল্য ৬০ টাকা

$$\therefore ১৫ \text{ ,, ,, ,, } ৬০ \times ১৫ \text{ টাকা} \\ = ৯০০ \text{ টাকা}$$

১ হালি কমলার বিক্রয়মূল্য ৫০ টাকা

$$\therefore ১৫ \text{ ,, ,, ,, } ৫০ \times ১৫ \text{ টাকা} \\ = ৭৫০ \text{ টাকা}$$

এখানে,

বিক্রয়মূল্য অপেক্ষা ক্রয়মূল্য বেশি হওয়ায় ক্ষতি হয়েছে।

$$\therefore \text{ক্ষতি} = \text{ক্রয়মূল্য} - \text{বিক্রয়মূল্য} \\ = (৯০০ - ৭৫০) \text{ টাকা বা } ১৫০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : ক্ষতি হয়েছে ১৫০ টাকা।

প্রশ্ন ১ ৩ ৥ রবি প্রতি কেজি ৪০ টাকা দরে ৫০ কেজি চাউল কিনে ৪৪ টাকা কেজি দরে বিক্রয় করলে কত লাভ বা ক্ষতি হবে ?

সমাধান : ১ কেজি চাউলের ক্রয়মূল্য ৪০ টাকা

$$\therefore ৫০ \text{ ,, ,, ,, } (৫০ \times ৪০) \text{ টাকা} \\ = ২০০০ \text{ টাকা}$$

১ কেজি চাউলের বিক্রয়মূল্য ৪৪ টাকা

$$\therefore ৫০ \text{ ,, ,, ,, } (৫০ \times ৪৪) \text{ টাকা} \\ = ২২০০ \text{ টাকা}$$

ক্রয়মূল্য: কোনো জিনিস যে মূল্যে ক্রয় করা হয়, তাকে ক্রয়মূল্য বলে।

বিক্রয়মূল্য: যে মূল্যে বিক্রয় করা হয়, তাকে বিক্রয়মূল্য বলে।

লাভ: ক্রয়মূল্যের চেয়ে বিক্রয়মূল্য বেশি হলে, লাভ হয়।

$$\text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$

ক্ষতি বা লোকসান: ক্রয়মূল্যের চেয়ে বিক্রয়মূল্য কম হলে, ক্ষতি বা লোকসান হয়।

$$\text{ক্ষতি} = \text{ক্রয়মূল্য} - \text{বিক্রয়মূল্য}$$

এখানে,

বিক্রয়মূল্য, ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি হওয়ায় লাভ হয়েছে।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$

$$= (2200 - 2000) \text{ টাকা} = 200 \text{ টাকা}$$

উত্তর : লাভ হবে ২০০ টাকা।

প্রশ্ন ১৪ ৥ প্রতি লিটার মিল্কভিটা দুধ ৫২ টাকায় কিনে ৫৫ টাকা দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হয় ?

সমাধান : দেওয়া আছে, ক্রয়মূল্য = ৫২ টাকা

$$\text{এবং বিক্রয়মূল্য} = ৫৫ \text{ টাকা}$$

এখানে, বিক্রয়মূল্য, ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি হওয়ায় লাভ হয়েছে।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$

$$= (৫৫ - ৫২) \text{ টাকা বা } ৩ \text{ টাকা}$$

৫২ টাকায় লাভ হয় ৩ টাকা

$$\therefore ১ \text{ ” ” ” } \frac{৩}{৫২} \text{ ” ”}$$

$$\therefore ১০০ \text{ ” ” ” } \frac{৩ \times ১০০}{৫২} \text{ ” ”}$$

$$= \frac{৩০০}{৫২} = ৫ \frac{১০}{১৩} \text{ টাকা}$$

উত্তর : লাভ হয় $৫ \frac{১০}{১৩} \%$ ।

প্রশ্ন ১৫ ৥ প্রতিটি চকলেট ৮ টাকা হিসেবে ক্রয় করে ৮.৫০ টাকা হিসেবে বিক্রয় করে ২৫ টাকা লাভ হলো, মোট কয়টি চকলেট ক্রয় করা হয়েছিল ?

সমাধান : দেওয়া আছে, প্রতি চকলেটের ক্রয়মূল্য = ৮ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য = ৮.৫০ টাকা

এখানে, বিক্রয়মূল্য, ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি হওয়ায় লাভ হয়েছে।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$

$$= (৮.৫০ - ৮) \text{ টাকা}$$

$$= ০.৫০ \text{ টাকা}$$

০.৫০ টাকা লাভ হয় ১ টি চকলেটে

$$\therefore ১ \text{ ” ” ” } \frac{১}{০.৫০} \text{ ” ”}$$

$$\therefore ২৫ \text{ ” ” ” } \frac{১ \times ২৫ \times ১০০}{৫০} \text{ ” ”}$$

$$= ৫০ \text{ টি চকলেটে}$$

উত্তর : মোট ৫০ টি চকলেট ক্রয় করা হয়েছিল।

প্রশ্ন ১৬ ৥ প্রতি মিটার ১২৫ টাকা দরে কাপড় ক্রয় করে ১৫০ টাকা দরে বিক্রয় করলে দোকানদারের ২০০০ টাকা লাভ হয়। দোকানদার মোট কত মিটার কাপড় ক্রয় করেছিলেন ?

সমাধান : দেওয়া আছে, প্রতি মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য ১২৫ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ১৫০ টাকা

বিক্রয়মূল্য, ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি হওয়ায় লাভ হয়েছে।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$

$$= (১৫০ - ১২৫) \text{ টাকা বা } ২৫ \text{ টাকা}$$

২৫ টাকা লাভ হয় ১ মিটার কাপড়ে

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{1}{25} \text{ " " "}$$

$$\therefore 2000 \text{ " " " } \frac{1 \times 2000}{25} \text{ " " "}$$
$$= 80 \text{ মিটার}$$

উত্তর : দোকানদার মোট ৮০ মিটার কাপড় ক্রয় করেছিলেন।

প্রশ্ন ১৭ ১ একটি দ্রব্য ১৯০ টাকায় ক্রয় করে ১৭৫ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ?

সমাধান : দেওয়া আছে, ক্রয়মূল্য ১৯০ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ১৭৫ টাকা

এখানে, ক্রয়মূল্যের চেয়ে বিক্রয়মূল্য কম হওয়ায় ক্ষতি হয়েছে।

$$\therefore \text{ক্ষতি} = \text{ক্রয়মূল্য} - \text{বিক্রয়মূল্য}$$
$$= (190 - 175) \text{ টাকা বা } 15 \text{ টাকা}$$

১৯০ টাকায় ক্ষতি হয় ১৫ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{15}{190} \text{ টাকা}$$

$$\therefore 100 \text{ " " " } \frac{15 \times 100}{190} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{150}{19} \text{ টাকা} = 7 \frac{11}{19} \text{ টাকা}$$

উত্তর : ক্ষতি হবে $7 \frac{11}{19} \%$ ।

প্রশ্ন ১৮ ১ ২৫ মিটার কাপড় যে মূল্যে ক্রয় করে, সেই মূল্যে ২০ মিটার কাপড় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ?

সমাধান : মনে করি,

২৫ মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{100}{25} \text{ টাকা}$$
$$= 8 \text{ টাকা}$$

২০ মিটার কাপড়ের বিক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{100}{20} \text{ টাকা}$$
$$= 5 \text{ টাকা}$$

এখানে, ক্রয়মূল্যের চেয়ে বিক্রয়মূল্য বেশি হওয়ায় লাভ হয়েছে।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$
$$= (5 - 8) \text{ টাকা বা } 1 \text{ টাকা}$$

৪ টাকায় লাভ হয় ১ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{1}{8} \text{ টাকা}$$

$$\therefore 100 \text{ " " " } \frac{1 \times 100}{8} \text{ টাকা} = 12.5 \text{ টাকা}$$

উত্তর : লাভ হবে ১২.৫%।

প্রশ্ন ৯ ৫ টাকায় ৮টি আমলকি ক্রয় করে ৫ টাকায় ৬টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ?

সমাধান : ৮ টি আমলকির ক্রয়মূল্য ৫ টাকা

$$\therefore ১ \text{ টি } ,, ,, \frac{৫}{৮} \text{ টাকা}$$

৬ টি আমলকির বিক্রয়মূল্য ৫ টাকা

$$\therefore ১ \text{ টি } ,, ,, \frac{৫}{৬} \text{ টাকা}$$

এখানে, ক্রয়মূল্যের চেয়ে বিক্রয়মূল্য বেশি হওয়ায় লাভ হয়েছে।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$

$$= \left(\frac{৫}{৬} - \frac{৫}{৮} \right) \text{ টাকা} = \left(\frac{২০ - ১৫}{২৪} \right) \text{ টাকা} = \frac{৫}{২৪} \text{ টাকা}$$

$$\frac{৫}{৮} \text{ টাকায় লাভ হয় } \frac{৫}{২৪} \text{ টাকা}$$

$$\therefore ১ ,, ,, \left(\frac{৫ \times ৮}{২৪ \times ৫} \right) \text{ টাকা}$$

$$\therefore ১০০ ,, ,, \left(\frac{৫ \times ৮ \times ১০০}{২৪ \times ৫} \right) \text{ টাকা}$$
$$= \frac{১০০}{৩} \text{ টাকা} = ৩৩ \frac{১}{৩} \text{ টাকা}$$

উত্তর : শতকরা লাভ হবে $৩৩ \frac{১}{৩} \%$ ।

প্রশ্ন ১০ ৥ একটি গাড়ির বিক্রয়মূল্য গাড়িটির ক্রয়মূল্যের $\frac{৪}{৫}$ অংশের সমান। শতকরা লাভ বা ক্ষতি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গাড়িটির ক্রয়মূল্য ক টাকা

$$\therefore ,, \text{বিক্রয়মূল্য} \left(\text{ক এর } \frac{৪}{৫} \right) \text{ টাকা} = \frac{৪ক}{৫} \text{ টাকা}$$

এখানে, ক্রয়মূল্য, বিক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি তাই ক্ষতি হয়েছে।

$$\therefore \text{ক্ষতি} = \text{ক্রয়মূল্য} - \text{বিক্রয়মূল্য}$$

$$= \left(\text{ক} - \frac{৪ক}{৫} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(\frac{৫ক - ৪ক}{৫} \right) \text{ টাকা} = \frac{ক}{৫} \text{ টাকা}$$

$$\text{ক টাকায় ক্ষতি হয় } \frac{ক}{৫} \text{ টাকা}$$

$$\therefore ১ ,, ,, \left(\frac{ক}{৫ \times ক} \right) \text{ টাকা}$$

$$\therefore ১০০ ,, ,, \left(\frac{ক \times ১০০}{৫ \times ক} \right) \text{ টাকা}$$
$$= ২০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : ক্ষতি ২০%।

বিকল্প পদ্ধতি

সমাধান : মনে করি, গাড়িটির ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

$$\therefore \text{ বিক্রয়মূল্য} = ১০০ \text{ টাকার } \frac{৪}{৫} \text{ অংশ}$$
$$= ৮০ \text{ টাকা}$$

এখানে, ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি তাই ক্ষতি হয়েছে।

$$\therefore \text{ ক্ষতি} = (১০০ - ৮০) \text{ টাকা} = ২০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : ক্ষতি ২০%।

প্রশ্ন ১১ ৥ একটি দ্রব্য ৪০০ টাকায় বিক্রয় করলে যত ক্ষতি হয় ৪৮০ টাকায় বিক্রয় করলে, তার তিনগুণ লাভ হয়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ৪০০ টাকায় বিক্রয় করলে ক্ষতি = ক টাকা

$$\therefore \text{ ক্রয়মূল্য} = (৪০০ + ক) \text{ টাকা}$$

আবার, ৪৮০ টাকায় বিক্রয় করলে লাভ হয় ক এর তিনগুণ

$$\therefore \text{ লাভ} = (৩ \times ক) \text{ টাকা} = ৩ক \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ ক্রয়মূল্য} = (৪৮০ - ৩ক) \text{ টাকা}$$

প্রশ্নমতে, $৪০০ + ক = ৪৮০ - ৩ক$

$$\text{বা, } ক + ৩ক = ৪৮০ - ৪০০$$

$$\text{বা, } ৪ক = ৮০$$

$$\text{বা, } ক = \frac{৮০}{৪}$$

$$\therefore ক = ২০$$

$$\therefore \text{ ক্রয়মূল্য} = (৪০০ + ২০) \text{ টাকা} = ৪২০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ৪২০ টাকা।

প্রশ্ন ১২ ৥ একটি ঘড়ি ৬২৫ টাকায় বিক্রয় করলে ১০% ক্ষতি হয়। কত টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে ?

সমাধান : ১০% ক্ষতিতে,

$$\text{ক্রয়মূল্য } ১০০ \text{ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য } (১০০ - ১০) \text{ টাকা}$$
$$= ৯০ \text{ টাকা}$$

বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\text{,, } ১ \text{ ,, ,, ,, } \frac{১০০}{৯০} \text{ টাকা}$$

$$\text{,, } ৬২৫ \text{ ,, ,, ,, } \left(\frac{১০০ \times ৬২৫}{৯০} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৬২৫০}{৯} \text{ টাকা}$$

আবার, ১০% লাভে,

$$\text{ক্রয়মূল্য } ১০০ \text{ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য } (১০০ + ১০) \text{ টাকা}$$
$$= ১১০ \text{ টাকা}$$

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা

∴ ১ " " " " $\frac{১১০}{১০০}$ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore \frac{৬২৫০}{৯} " " " " \left(\frac{১১০ \times ৬২৫০}{১০০ \times ৯} \right) \text{ টাকা} \\ = \frac{৬৮৭৫}{৯} \text{ টাকা} = ৭৬৩ \frac{৮}{৯} \text{ টাকা} \end{aligned}$$

উত্তর : $৭৬৩ \frac{৮}{৯}$ টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে।

প্রশ্ন ১৩ ৥ মাইশা প্রতি মিটার ২০ টাকা দরে ১৫ মিটার লাল ফিতা ক্রয় করলো। ভ্যাটের হার ৪ টাকা। সে দোকানিকে ৫০০ টাকার একটি নোট দিল। দোকানি তাকে কত টাকা ফেরত দেবেন?

সমাধান : ১ মিটার লাল ফিতার ক্রয়মূল্য ২০ টাকা

$$\therefore ১৫ " " " " (২০ \times ১৫) \text{ টাকা} = ৩০০ \text{ টাকা}$$

ভ্যাটের হার ৪ টাকা,

অর্থাৎ ১০০ টাকায় ভ্যাট ৪ টাকা

$$\therefore ১ " " " \frac{৪}{১০০} \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \therefore ৩০০ " " " \left(\frac{৪ \times ৩০০}{১০০} \right) \text{ টাকা} \\ = ১২ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ভ্যাটসহ ফিতার ক্রয়মূল্য } (৩০০ + ১২) \text{ টাকা} = ৩১২ \text{ টাকা}$$

দোকানিকে দেওয়া হলো ৫০০ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore \text{দোকানি তাকে ফেরত দিবেন } (৫০০ - ৩১২) \text{ টাকা} \\ = ১৮৮ \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

উত্তর : দোকানি ফেরত দেবেন ১৮৮ টাকা।

প্রশ্ন ১৪ ৥ মি. রায় একজন সরকারি কর্মকর্তা। তিনি তীর্থস্থান পরিদর্শনের জন্য ভারতে যাবেন। যদি বাংলাদেশি ১ টাকা সমান ভারতীয় ০.৬৩ রুপি হয়, তবে ভারতীয় ৩০০০ রুপির জন্য বাংলাদেশের কত টাকা প্রয়োজন হবে ?

সমাধান : ভারতীয় ০.৬৩ রুপি সমান বাংলাদেশি ১ টাকা

$$\therefore " ১ " " " \frac{১}{০.৬৩} \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \therefore " ৩০০০ " " " \left(\frac{১ \times ৩০০০}{০.৬৩} \right) \text{ টাকা} \\ = ৪৭৬১.৯০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

উত্তর : বাংলাদেশের ৪৭৬১.৯০ টাকা প্রয়োজন হবে।

প্রশ্ন ১৫ ৥ নীলিম একজন চাকুরিজীবী। তাঁর মাসিক মূলবেতন ২২,২৫০ টাকা। বার্ষিক মোট আয়ের প্রথম এক লক্ষ আশি হাজার টাকার আয়কর ০ (শূন্য) টাকা। পরবর্তী টাকার উপর আয়করের হার ১০ টাকা হলে নীলিম কর বাবদ কত টাকা পরিশোধ করেন ?

সমাধান : ১ মাসের মূল বেতন ২২,২৫০ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore ১২ " " " (২২,২৫০ \times ১২) \text{ টাকা} \\ = ২৬৭০০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{করযোগ্য টাকার পরিমাণ (২৬৭০০০ - ১৮০০০০) টাকা}$$
$$= ৮৭০০০ \text{ টাকা}$$

১০০ টাকার আয়কর ১০ টাকা

$$\therefore ১ \text{ ,, ,, } \frac{১০}{১০০} \text{ টাকা}$$

$$\therefore ৮৭০০০ \text{ ,, ,, } \left(\frac{১০ \times ৮৭০০০}{১০০} \right) \text{ টাকা}$$
$$= ৮৭০০ \text{ টাকা}$$

উত্তর : নীলিম কর বাবদ ৮৭০০ টাকা পরিশোধ করেন।

১। ৪ : ৯ এর দ্বিভাজিত অনুপাত কোনটি?

- ২:৩ খ) ৪:৯ গ) ৯:৪ ঘ) ১৬ : ৮১

ব্যাখ্যা: ৪:৯ এর দ্বিভাজিত অনুপাত = $\sqrt{৪} : \sqrt{৯} = ২:৩$

২। ক : খ = ৪ : ৭ এবং খ : গ = ১০ : ৭ হলে গ:খ: ক এর মান কত?

- ৪৯ : ৭০ : ৪০ খ) ৪৯ : ৪০ : ৭০

- গ) ৪০ : ৭০ : ৪৯ ঘ) ৪০ : ৪৯ : ৭০

ব্যাখ্যা: ক : খ = ৪ : ৭ = $(৪ \times ১০) : (৭ \times ১০) = ৪০ : ৭০$

খ : গ = ১০ : ৭ = $(১০ \times ৭) : (৭ \times ৭) = ৭০ : ৪৯$

∴ ক : খ : গ = ৪০ : ৭০ : ৪৯

অর্থাৎ গ : খ : ক = ৪৯ : ৭০ : ৪০

৩। ৪ : ৩ ও ৫ : ৬ এর ধারাবাহিক অনুপাতের দ্বিতীয় রাশির মান কত?

- ক) ২০ খ) ১৮ গ) ১৬ ● ১৫

ব্যাখ্যা: ৪ : ৩ = $(৪ \times ৫) : (৩ \times ৫) = ২০ : ১৫$

৫ : ৬ = $(৫ \times ৩) : (৬ \times ৩) = ১৫ : ১৮$

∴ অনুপাত দুইটির ধারাবাহিক অনুপাত = ২০:১৫:১৮

∴ ধারাবাহিক অনুপাতের দ্বিতীয় রাশির মান ১৫।

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪ ও ৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৩০ মিটার কাপড় মাইশা, মারিয়া ও তানিয়ার মধ্যে ৫ : ৩ : ২ অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো।

৪। মাইশা কত মিটার কাপড় পেল?

- ১৫ খ) ৯ গ) ৬ ঘ) ৩

ব্যাখ্যা: মাইশা কাপড় পেল = ৩০ মিটারের $\frac{৫}{৫+৩+২}$ অংশ
= ৩০ মিটারের $\frac{৫}{১০}$ অংশ = ১৫ মিটার

৫। তানিয়া থেকে মারিয়া কত মিটার কাপড় বেশি পেল?

- ৩ খ) ৫ গ) ৬ ঘ) ৯

ব্যাখ্যা: মারিয়া কাপড় পেল = ৩০ মিটারের $\frac{৩}{৫+৩+২}$ অংশ
= ৩০ মিটারের $\frac{৩}{১০}$ অংশ = ৯ মিটার

তানিয়া কাপড় পেল = ৩০ মিটারের $\frac{২}{৫+৩+২}$ অংশ
= ৩০ মিটারের $\frac{২}{১০}$ অংশ = ৬ মিটার

তানিয়া থেকে মারিয়া কাপড় বেশি পেল = $(৯ - ৬)$ মিটার = ৩ মিটার

স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ হলো তার প্রকৃত গতিবেগ।

শ্রোতস্বিনী নদীতে নৌকা যে গতিবেগে চলে তা নৌকার কার্যকরী গতিবেগ। শ্রোতের অনুকূলে চললে নৌকার প্রকৃত গতিবেগের সাথে শ্রোতের বেগ যোগ করে কার্যকরী গতিবেগ বের করা হয়।

আবার শ্রোতের প্রতিকূলে চললে নৌকার প্রকৃত বেগ থেকে শ্রোতের বেগ বিয়োগ করে নৌকার কার্যকরী বেগ নির্ণয় করা হয়।

অতএব,

শ্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী গতিবেগ = নৌকার প্রকৃত গতিবেগ + শ্রোতের গতিবেগ

শ্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী গতিবেগ = নৌকার প্রকৃত গতিবেগ - শ্রোতের গতিবেগ

৬। ৫:৩ এবং ২: ৫ এর ধারাবাহিক অনুপাত কোনটি?

● ১০ : ৬ : ১৫ খ) ৩ : ৫ : ৬

গ) ৫ : ৬ : ৫ ঘ) ১৫ : ৬ : ১০

ব্যাখ্যা: ৫ : ৩ = (৫ × ২) : (৩ × ২) = ১০ : ৬

২ : ৫ = (২ × ৩) : (৫ × ৩) = ৬ : ১৫

অনুপাত দুইটির ধারাবাহিক অনুপাত = ১০ : ৬ : ১৫

৭। ৩, ৫, ১৫- এর চতুর্থ সমানুপাতী কোনটি?

ক) ২০ ● ২৫ গ) ৩০ ঘ) ৩৫

ব্যাখ্যা: ১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২ রাশি × ৩য় রাশি

বা, ৩ × ৪র্থ রাশি = ৫ × ১৫

∴ ৪র্থ রাশি = $\frac{৫ \times ১৫}{৩} = ২৫$

∴ চতুর্থ সমানুপাতী ২৫

৮। একজন দোকানদার একটি দিয়াশনই বস্ত্র ১.৫০ টাকায় ক্রয় করে ২.০০ টাকায় বিক্রয় করলে তার শতকরা কত লাভ হবে?

ক) ২০% খ) ১৫% গ) ২৫% ● ৩৩ $\frac{১}{৩}$ %

ব্যাখ্যা: লাভ = $\frac{২.০০ - ১.৫০}{১.৫০} \times ১০০\% = \frac{১০০}{৩}\% = ৩৩ \frac{১}{৩}\%$

প্রশ্ন ৯। একজন কলাবিক্রেতা প্রতি হালি কলা ২৫ টাকা দরে ক্রয় করে প্রতি হালি ২৭ টাকা দরে বিক্রয় করলে, তাঁর ৫০ টাকা লাভ হয়। সে কত হালি কলা ক্রয় করেছিল ?

● ২৫ হালি (খ) ২০ হালি (গ) ৫০ হালি (ঘ) ২৭ হালি

ব্যাখ্যা : প্রতি হালিতে লাভ = (২৭ - ২৫) টাকা = ২ টাকা

২ টাকা লাভ হয় ১ হালিতে

∴ ৫০ " " $\frac{১ \times ৫০}{২}$ হালিতে = ২৫ হালিতে

প্রশ্ন ১০। নিচের রাশিগুলো দাগ টেনে মিল কর :

(ক) ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের চেয়ে বেশি হলে	(ক) কম লাগে
(খ) ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের চেয়ে কম হলে	(খ) লাভ হয়
(গ) শোভের অনুকূলে সময়	(গ) বেশি লাগে
(ঘ) শোভের প্রতিকূলে সময়	(ঘ) ক্ষতি হয়

সমাধান :

(ক) ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের চেয়ে বেশি হলে	(ক) কম লাগে
(খ) ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের চেয়ে কম হলে	(খ) লাভ হয়
(গ) শোভের অনুকূলে সময়	(গ) বেশি লাগে
(ঘ) শোভের প্রতিকূলে সময়	(ঘ) ক্ষতি হয়

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ৫ জন শ্রমিক ৬ দিনে ৮ বিঘা জমির ফসল উঠাতে পারে। ২০ বিঘা জমির ফসল উঠাতে ২৫ জন শ্রমিকের কত দিন লাগবে ?

সমাধান :

৫ জন শ্রমিক ৮ বিঘা জমির ফসল উঠাতে পারে ৬ দিনে

$$\therefore ১ \text{ ,, } ১ \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \left(\frac{৬ \times ৫}{৮} \right) \text{ ,,}$$

$$\therefore ২৫ \text{ ,, } ২০ \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \left(\frac{৬ \times ৫ \times ২০}{৮ \times ২৫} \right) \text{ ,,}$$

$$= ৩ \text{ দিনে}$$

উত্তর : ২০ বিঘা জমির ফসল উঠাতে ২৫ জন লোকের ৩ দিন লাগবে।

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ স্বপন একটি কাজ ২৪ দিনে করতে পারে। রতন উক্ত কাজ ১৬ দিনে করতে পারে। স্বপন ও রতন একত্রে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে ?

সমাধান : মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ = ১ অংশ

স্বপন ২৪ দিনে করতে পারে ১টি বা সম্পূর্ণ কাজ

$$\therefore \text{ ,, } ১ \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ কাজটির } \frac{১}{২৪} \text{ অংশ}$$

আবার, রতন ১৬ দিনে করতে পারে ১টি বা সম্পূর্ণ কাজ

$$\therefore \text{ ,, } ১ \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ কাজটির } \frac{১}{১৬} \text{ অংশ}$$

\therefore স্বপন ও রতন একত্রে

$$\begin{aligned} ১ \text{ দিনে করতে পারে কাজটির } \left(\frac{১}{২৪} + \frac{১}{১৬} \right) \text{ অংশ} \\ = \left(\frac{২+৩}{৪৮} \right) \text{ অংশ} = \frac{৫}{৪৮} \text{ অংশ} \end{aligned}$$

স্বপন ও রতন কাজটির $\frac{৫}{৪৮}$ অংশ করে ১ দিনে

$$\begin{aligned} \therefore \text{ ,, } ও \text{ ,, } ১ \text{ বা (সম্পূর্ণ) ,, } \left(\frac{১ \times ৪৮}{৫} \right) \text{ দিনে} \\ = \frac{৪৮}{৫} \text{ দিনে} \\ = ৯ \frac{৩}{৫} \text{ দিনে} \end{aligned}$$

উত্তর : স্বপন ও রতন একত্রে $৯ \frac{৩}{৫}$ দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ হাবিবা ও হালিমা একটি কাজ একত্রে ২০ দিনে করতে পারে। হাবিবা ও হালিমা একত্রে ৮ দিন কাজ করার পর হাবিবা চলে গেল। হালিমা বাকি কাজ ২১ দিনে শেষ করল। সম্পূর্ণ কাজটি হালিমা কত দিনে করতে পারত?

সমাধান : হাবিবা ও হালিমা,

২০ দিনে করতে পারে ১ টি কাজ

$$\therefore ১ \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ কাজটির } \frac{১}{২০} \text{ অংশ}$$

$$\therefore ৮ \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ ,, } \text{ কাজটির } \left(\frac{১ \times ৮}{২০} \right) \text{ অংশ}$$

$$= \frac{2}{5} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{বাকি থাকে কাজের } \left(1 - \frac{2}{5}\right) \text{ অংশ} = \left(\frac{5-2}{5}\right) \text{ অংশ}$$
$$= \frac{3}{5} \text{ অংশ}$$

হালিমা $\frac{3}{5}$ অংশ কাজ করে ২১ দিনে

$$\therefore \text{, ১ বা (সম্পূর্ণ) , , } \left(\frac{21 \times 5}{3}\right) \text{ দিনে}$$
$$= ৩৫ \text{ দিনে}$$

উত্তর : হালিমা সম্পূর্ণ কাজটি ৩৫ দিনে করতে পারত।

প্রশ্ন ১১৪ ১১ ৩০ জন শ্রমিক ২০ দিনে একটি বাড়ি তৈরি করতে পারে। কাজ শুরু ১০ দিন পরে খারাপ আবহাওয়ার জন্য ৬ দিন কাজ বন্ধ রাখতে হয়েছে। নির্ধারিত সময়ে কাজটি শেষ করতে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক লাগবে?

সমাধান : মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ ১ অংশ

৩০ জন শ্রমিক ২০ দিনে তৈরি করে ১ অংশ

$$\therefore ৩০ \text{ " " ১ " " " } \text{এ বাড়ির } \frac{1}{20} \text{ অংশ}$$

$$\therefore ৩০ \text{ " " ১০ " " " " } \left(\frac{1 \times 10}{20}\right) \text{ অংশ}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ অংশ}$$

সুতরাং কাজ বাকি $\left(1 - \frac{1}{2}\right)$ অংশ বা $\left(\frac{2-1}{2}\right)$ অংশ বা $\frac{1}{2}$ অংশ

এবং সময় বাকি $\{20 - (10 + 6)\}$ দিন $= (20 - 16)$ দিন $= ৪$ দিন

১০ দিনে $\frac{1}{2}$ অংশ তৈরি করে ৩০ জন শ্রমিক

$$\therefore ১ \text{ , } \frac{1}{2} \text{ , , , } ৩০ \times ১০ \text{ , , ,}$$

$$\therefore ৪ \text{ , } \frac{1}{2} \text{ , , , } \frac{৩০ \times ১০}{৪} \text{ , , ,}$$

$$= ৭৫ \text{ জন শ্রমিক}$$

\therefore অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে $(৭৫ - ৩০)$ বা ৪৫ জন

উত্তর : নির্ধারিত সময়ে কাজটি শেষ করতে অতিরিক্ত ৪৫ জন শ্রমিক লাগবে।

প্রশ্ন ১১৫ ১১ একটি কাজ ক ও খ একত্রে ১৬ দিনে, খ ও গ একত্রে ১২ দিনে এবং ক ও গ একত্রে ২০ দিনে করতে পারে। ক, খ ও গ একত্রে কাজটি কত দিনে করতে পারবে?

সমাধান : মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ ১ অংশ

ক ও খ একত্রে ১৬ দিনে করে ১ অংশ

$$\therefore \text{ক ও খ , ১ , , } \frac{1}{16} \text{ অংশ}$$

খ ও গ একত্রে ১২ দিনে করে ১ অংশ কাজ

$$\therefore \text{খ ও গ , ১ , , } \text{কাজটির } \frac{1}{12} \text{ অংশ}$$

আবার,

ক ও গ একত্রে ২০ দিনে করে ১ অংশ কাজ

∴ ক ও গ ,, ১ ,, ,, কাজটির $\frac{১}{২০}$ অংশ

∴ (ক + খ) + (খ + গ) + (ক + গ) একত্রে ১ দিনে করতে পারে

কাজটির $\left(\frac{১}{১৬} + \frac{১}{১২} + \frac{১}{২০}\right)$ অংশ

বা, ২ (ক + খ + গ) একত্রে ১ দিনে করে কাজটির $\left(\frac{১৫ + ২০ + ১২}{২৪০}\right)$ অংশ
 $= \frac{৪৭}{২৪০}$ অংশ

∴ (ক + খ + গ) একত্রে ১ দিনে করে কাজটির $\left(\frac{৪৭}{২৪০ \times ২}\right)$ অংশ $= \frac{৪৭}{৪৮০}$ অংশ

(ক + খ + গ) একত্রে $\frac{৪৭}{৪৮০}$ অংশ কাজ করে ১ দিনে

∴ (ক + খ + গ) ,, ১ বা (সম্পূর্ণ) ,, ,, $\frac{১ \times ৪৮০}{৪৭}$ দিনে
 $= \frac{৪৮০}{৪৭}$ দিনে $= ১০ \frac{১০}{৪৭}$ দিনে

উত্তর : ক, খ ও গ একত্রে কাজটি $১০ \frac{১০}{৪৭}$ দিনে করতে পারবে।

প্রশ্ন ১১৬ ৥ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল আছে। প্রথম ও দ্বিতীয় নল দ্বারা যথাক্রমে ১২ ঘণ্টা ও ১৮ ঘণ্টায় খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়। দুইটি নল এক সাথে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কত ঘণ্টায় পূর্ণ হবে?

সমাধান : প্রথম নল দ্বারা,

১২ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ অংশ

∴ ১ " " " " $\frac{১}{১২}$ অংশ

দ্বিতীয় নল দ্বারা ,

১৮ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ অংশ

∴ ১ " " " " $\frac{১}{১৮}$ অংশ

∴ দুইটি নল একত্রে খুলে দিলে

১ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির $\left(\frac{১}{১২} + \frac{১}{১৮}\right)$ অংশ
 $= \left(\frac{৩ + ২}{৩৬}\right)$ অংশ $= \frac{৫}{৩৬}$ অংশ

দুইটি নল দ্বারা $\frac{৫}{৩৬}$ অংশ পূর্ণ হয় ১ ঘণ্টায়

∴ " " " ১ বা সম্পূর্ণ " " " $\left(\frac{১ \times ৩৬}{৫}\right)$ ঘণ্টায়
 $= \frac{৩৬}{৫}$ ঘণ্টায় $= ৭ \frac{১}{৫}$ ঘণ্টায়

উত্তর : চৌবাচ্চাটি $৭ \frac{১}{৫}$ ঘণ্টায় পূর্ণ হবে।

প্রশ্ন ১৭ ৥ শ্রোতের অনুকূলে একটি নৌকা ৪ ঘণ্টায় ৩৬ কি.মি. পথ অতিক্রম করে। শ্রোতের বেগ প্রতিঘণ্টায় ৩ কি.মি. হলে, স্থির পানিতে নৌকার বেগ কত ?

সমাধান : শ্রোতের অনুকূলে,

৪ ঘণ্টায় যায় ৩৬ কি.মি.

$$\therefore ১ \text{ " } \text{ " } \frac{৩৬}{৪} \text{ কি.মি.}$$

$$= ৯ \text{ কি.মি.}$$

\therefore শ্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ ৯ কি. মি. / ঘণ্টা

শ্রোতের বেগ ঘণ্টায় ৩ কি.মি.

আমরা জানি,

শ্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ = শ্রোতের বেগ + নৌকার বেগ

বা, ৯ কি.মি./ঘণ্টা = ৩ কি.মি./ ঘণ্টা + নৌকার বেগ

$$\therefore \text{ নৌকার বেগ} = (৯ - ৩) \text{ কি.মি./ঘণ্টা} = ৬ \text{ কি.মি. /ঘণ্টা}$$

উত্তর : স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ৬ কি.মি./ঘণ্টা।

প্রশ্ন ১৮ ৥ শ্রোতের প্রতিকূলে একটি জাহাজ ১১ ঘণ্টায় ৭৭ কি.মি. পথ অতিক্রম করে। স্থির পানিতে জাহাজের গতিবেগ প্রতিঘণ্টায় ৯ কি.মি. হলে, শ্রোতের গতিবেগ প্রতিঘণ্টায় কত ?

সমাধান : শ্রোতের প্রতিকূলে,

১১ ঘণ্টায় যায় ৭৭ কি.মি.

$$\therefore ১ \text{ " } \text{ " } \frac{৭৭}{১১} \text{ কি. মি. বা, ৭ কি.মি.}$$

$$\therefore \text{ শ্রোতের প্রতিকূলে জাহাজের বেগ} ৭ \text{ কি.মি./ঘণ্টা}$$

এবং স্থির পানিতে জাহাজের বেগ ঘণ্টায় ৯ কি.মি.

আমরা জানি,

শ্রোতের প্রতিকূলে জাহাজের বেগ = জাহাজের বেগ - শ্রোতের বেগ

বা, ৭ কি.মি./ঘণ্টা = ৯ কি.মি./ঘণ্টা - শ্রোতের বেগ

$$\therefore \text{ শ্রোতের বেগ} = (৯ - ৭) \text{ কি.মি./ ঘণ্টা} = ২ \text{ কি.মি./ঘণ্টা}$$

উত্তর : শ্রোতের গতিবেগ ২ কি.মি./ঘণ্টা।

প্রশ্ন ১৯ ৥ দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা শ্রোতের অনুকূলে ১৫ মিনিটে ৩ কি.মি. এবং শ্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে ১ কি.মি. পথ অতিক্রম করে। স্থির পানিতে নৌকা ও শ্রোতের গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, ১ ঘণ্টা = ৬০ মিনিট

$$১৫ \text{ মিনিট} = \frac{১৫}{৬০} \text{ ঘণ্টা} = \frac{১}{৪} \text{ ঘণ্টা}$$

শ্রোতের অনুকূলে নৌকাটি ,

$\frac{১}{৪}$ ঘণ্টায় যায় ৩ কিমি.

$$\therefore ১ \text{ ,, ,, } \left(\frac{৩ \times ৪}{১} \right) \text{ কিমি. বা, ১২ কি.মি.}$$

শ্রোতের প্রতিকূলে নৌকাটি ,

$\frac{১}{৪}$ ঘণ্টায় যায় ১ কিমি.

$$\therefore ১ \text{ ,, ,, } \left(\frac{১ \times ৪}{১} \right) \text{ কি.মি. বা, ৪ কি.মি}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নৌকার প্রকৃত গতিবেগ} + \text{স্রোতের গতিবেগ} &= 12 \text{ কি.মি./ঘণ্টা} \\ \text{নৌকার প্রকৃত গতিবেগ} - \text{স্রোতের গতিবেগ} &= 8 \text{ কি.মি./ঘণ্টা} \\ (+) \text{ করে, } 2 \times \text{নৌকার প্রকৃত গতিবেগ} &= 16 \text{ কি.মি./ঘণ্টা} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নৌকার প্রকৃত গতিবেগ} &= \frac{16}{2} \text{ কি.মি./ঘণ্টা} = 8 \text{ কি.মি./ঘণ্টা} \\ \therefore \text{স্রোতের গতিবেগ} &= (12 - 8) \text{ কি.মি./ঘণ্টা} = 4 \text{ কি.মি./ঘণ্টা} \end{aligned}$$

উত্তর : স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ৮ কি.মি./ঘণ্টা এবং স্রোতের গতিবেগ ৪ কি.মি./ঘণ্টা।

প্রশ্ন ২০ ৥ একজন কৃষক ৫ জোড়া গরু দ্বারা ৮ দিনে ৪০ হেক্টর জমি চাষ করতে পারেন। তিনি ৭ জোড়া গরু দ্বারা ১২ দিনে কত হেক্টর জমি চাষ করতে পারবেন ?

সমাধান : একজন কৃষক,

৫ জোড়া গরু দ্বারা ৮ দিনে জমি চাষ করে ৪০ হেক্টর

$$\therefore ১ \text{ ,, ,, ,, } ১ \text{ ,, ,, ,, } \left(\frac{৪০}{৫ \times ৮} \right) \text{ হেক্টর}$$

$$\begin{aligned} \therefore ৭ \text{ ,, ,, ,, } ১২ \text{ ,, ,, ,, } \left(\frac{৪০ \times ৭ \times ১২}{৫ \times ৮} \right) \text{ হেক্টর} \\ = ৮৪ \text{ হেক্টর} \end{aligned}$$

উত্তর : তিনি ৮৪ হেক্টর জমি চাষ করতে পারবেন।

প্রশ্ন ২১ ৥ লিলি একা একটি কাজ ১০ ঘণ্টায় করতে পারেন। মিলি একা ঐ কাজটি ৮ ঘণ্টায় করতে পারেন। লিলি ও মিলি একত্রে ঐ কাজটি কত ঘণ্টায় করতে পারবেন ?

সমাধান : মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ = ১ অংশ

লিলি ১০ ঘণ্টায় করতে পারে ১টি কাজ

$$\therefore \text{ ,, } ১ \text{ ,, ,, ,, } \text{ কাজটির } \frac{১}{১০} \text{ অংশ}$$

মিলি ৮ ঘণ্টায় করতে পারে ১টি কাজ

$$\therefore \text{ ,, } ১ \text{ ,, ,, ,, } \text{ কাজটির } \frac{১}{৮} \text{ অংশ}$$

\therefore \text{ লিলি ও মিলি একত্রে,}

$$\begin{aligned} ১ \text{ ঘণ্টায় করতে পারে কাজটির } \left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{৮} \right) \text{ অংশ} \\ = \left(\frac{৪ + ৫}{৪০} \right) \text{ অংশ} = \frac{৯}{৪০} \text{ অংশ} \end{aligned}$$

লিলি ও মিলি কাজটির $\frac{৯}{৪০}$ অংশ করে ১ ঘণ্টায়

$$\begin{aligned} \therefore \text{ ,, ও ,, } ১ \text{ বা (সম্পূর্ণ) ,, ,, } \left(\frac{১ \times ৪০}{৯} \right) \text{ ঘণ্টায়} \\ = \frac{৪০}{৯} \text{ ঘণ্টায়} = ৪ \frac{৪}{৯} \text{ ঘণ্টায়} \end{aligned}$$

উত্তর : লিলি ও মিলি একত্রে কাজটি $৪ \frac{৪}{৯}$ ঘণ্টায় করতে পারবেন।

প্রশ্ন ২২ ৥ দুইটি নল দ্বারা একটি খালি চৌবাচ্চা যথাক্রমে ২০ মিনিটে ও ৩০ মিনিটে পানি-পূর্ণ করা যায়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল এক সাথে খুলে দেওয়া হলো। প্রথম নলটি কখন বন্ধ করলে চৌবাচ্চাটি ১৮ মিনিটে পানি-পূর্ণ হবে ?

সমাধান : প্রথম নল দ্বারা,

২০ মিনিটে পানি পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ বা সম্পূর্ণ অংশ

$$\therefore ১ \text{ ,, ,, ,, ,, ,, ,, } \frac{১}{২০} \text{ ,,}$$

দ্বিতীয় নল দ্বারা,

৩০ মিনিটে পানি পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ বা সম্পূর্ণ অংশ

$$\therefore ১ \text{ ,, ,, ,, ,, ,, ,, } \frac{১}{৩০} \text{ ,,}$$

$$\therefore ১৮ \text{ ,, ,, ,, ,, ,, ,, } \frac{১ \times ১৮}{৩০} \text{ ,,}$$

$$\text{বা, } \frac{৩}{৫} \text{ অংশ}$$

মনে করি, সম্পূর্ণ চৌবাচ্চা ১ অংশ

$$\therefore \text{ খালি থাকে চৌবাচ্চার } \left(১ - \frac{৩}{৫} \right) \text{ অংশ}$$

$$= \left(\frac{৫ - ৩}{৫} \right) \text{ অংশ} = \frac{২}{৫} \text{ অংশ}$$

প্রথম নল দ্বারা $\frac{১}{২০}$ অংশ পূর্ণ হয় ১ মিনিটে

$$\therefore \text{ ,, ,, } ১ \text{ (সম্পূর্ণ) অংশ } \text{ ,, } ২০ \times ১ \text{ মিনিটে}$$

$$\therefore \text{ ,, ,, } \frac{২}{৫} \text{ ,, ,, ,, } \frac{২০ \times ১ \times ২}{১ \times ৫} \text{ মিনিটে}$$

$$= ৮ \text{ মিনিটে}$$

উত্তর : প্রথম নলটি ৮ মিনিট পর বন্ধ করলে চৌবাচ্চাটি ১৮ মিনিটে পূর্ণ হবে।

প্রশ্ন ২৩ ৥ ১০০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেনের গতিবেগ ঘণ্টায় ৪৮ কিলোমিটার। ঐ ট্রেনটি ৩০ সেকেন্ডে একটি সেতু অতিক্রম করে। সেতুটির দৈর্ঘ্য কত ?

সমাধান : দেওয়া আছে, ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ১০০ মিটার

আমরা জানি, ১ কি. মি. = ১০০০ মিটার

$$৪৮ \text{ কি.মি.} = (৪৮ \times ১০০০) \text{ মিটার}$$

$$= ৪৮০০০ \text{ মিটার}$$

এবং ১ ঘণ্টা = ৬০ মিনিট = (৬০ × ৬০) সেকেন্ড

$$= ৩৬০০ \text{ সেকেন্ড}$$

ট্রেনটি ৩৬০০ সেকেন্ডে অতিক্রম করে ৪৮০০০ মিটার

$$\therefore \text{ ,, } ১ \text{ ,, ,, ,, } \frac{৪৮০০০}{৩৬০০} \text{ ,,}$$

$$\therefore \text{ ,, } ৩০ \text{ ,, ,, ,, } \left(\frac{৪৮০০০ \times ৩০}{৩৬০০} \right) \text{ ,,}$$

$$= ৪০০ \text{ মিটার}$$

সেতুটি অতিক্রম করতে হলে ট্রেনটির অতিক্রম করতে হয় = (ট্রেনের দৈর্ঘ্য + সেতুর দৈর্ঘ্য)

$$\therefore \text{ ট্রেনের দৈর্ঘ্য + সেতুর দৈর্ঘ্য} = ৪০০ \text{ মিটার}$$

বা, সেতুর দৈর্ঘ্য = ৪০০ মিটার - ট্রেনের দৈর্ঘ্য

∴ সেতুর দৈর্ঘ্য = (৪০০ - ১০০) মিটার = ৩০০ মিটার

উত্তর : সেতুটির দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার।

প্রশ্ন ২৪ ৥ ১২০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ৩৩০ মিটার দীর্ঘ একটি সেতু অতিক্রম করবে। ট্রেনটির গতিবেগ ঘণ্টায় ৩০ কি.মি. হলে, সেতুটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে ?

সমাধান : আমরা জানি, ১ কি.মি. = ১০০০ মিটার

∴ ৩০ কি.মি. = (১০০০ × ৩০) মিটার

= ৩০০০০ মিটার

এবং ১ ঘণ্টা = ৬০ মিনিট = (৬০ × ৬০) সেকেন্ডে
= ৩৬০০ সেকেন্ড

এখানে, ট্রেনের দৈর্ঘ্য ১২০ মিটার এবং সেতুর দৈর্ঘ্য ৩৩০ মিটার

সেতু অতিক্রম করতে হলে ট্রেনের অতিক্রম করতে হয়

= (ট্রেনের দৈর্ঘ্য + সেতুর দৈর্ঘ্য)

= (১২০ + ৩৩০) মিটার = ৪৫০ মিটার

ট্রেনটি ৩০০০০ মিটার অতিক্রম করে ৩৬০০ সেকেন্ড

∴ ,, ১ ,, ,, ,, $\frac{৩৬০০}{৩০০০০}$,,

∴ ,, ৪৫০ ,, ,, ,, $\left(\frac{৩৬০০ \times ৪৫০}{৩০০০০} \right)$,,
= ৫৪ সেকেন্ডে

উত্তর : সেতুটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির ৫৪ সেকেন্ড সময় লাগবে।

প্রশ্ন ২৫। তামা, দস্তা ও রূপা মিশিয়ে একটি গহনা তৈরি করা হলো। ঐ গহনায় তামা ও দস্তার অনুপাত ১ : ২ এবং দস্তা : রূপার অনুপাত ৩ : ৫। গহনার ওজন ১৯০ গ্রাম।

ক. তামা, দস্তা ও রূপার অনুপাত নির্ণয় কর।

খ. গহনায় তামা, দস্তা ও রূপার ওজন পৃথকভাবে নির্ণয় কর।

গ. ঐ গহনায় কি পরিমাণ দস্তা মিশালে তামা ও দস্তার অনুপাত ১:৩ হবে।

সমাধানঃ

ক. তামা ও দস্তার অনুপাত = ১ : ২

= ১ × ৩ : ২ × ৩ = ৩ : ৬

দস্তা ও রূপার অনুপাত = ৩ : ৫

= ৩ × ২ : ৫ × ২ = ৬ : ১০

∴ তামা, দস্তা ও রূপার অনুপাত = ৩ : ৬ : ১০।

ব. গহনাটিতে তামা, দস্তা ও রূপার অনুপাত = ৩ : ৬ : ১০

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = ৩ + ৬ + ১০ = ১৯

∴ তামার ওজন = ১৯০ গ্রামের $\frac{৩}{১৯}$ অংশ = ৩০ গ্রাম

দস্তার ওজন = ১৯০ গ্রামের $\frac{৬}{১৯}$ অংশ = ৬০ গ্রাম

রূপার ওজন = ১৯০ গ্রামের $\frac{১০}{১৯}$ অংশ = ১০০ গ্রাম

∴ গহনায় তামার ওজন ৩০ গ্রাম, দস্তার ওজন ৬০ গ্রাম এবং রূপার ওজন ১০০ গ্রাম।

গ. মনে করি, ঐ গহনায় ক গ্রাম দস্তা মিশালে তামা ও দস্তার অনুপাত ১ : ৩ হবে।

শর্তমতে,

$$৩০ : ৬০ + ক = ১ : ৩$$

$$\text{বা, } \frac{৩০}{৬০ + ক} = \frac{১}{৩}$$

$$\text{বা, } ৬০ + ক = ৯০$$

$$\text{বা, } ক = ৯০ - ৬০ = ৩০$$

∴ ঐ গহনায় ৩০ গ্রাম দস্তা মিশালে তামা ও দস্তার অনুপাত ১ : ৩ হবে।

প্রশ্ন-২৬। রাসেল একজন ঘড়ি ব্যবসায়ী। তিনি একটি ঘড়ি ৬২৫ টাকায় বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হলো।

ক. ঘড়িটি বিক্রিতে কত টাকা ক্ষতি হলো।

খ. ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত?

গ. ঘড়িটি কত টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে?

সমাধানঃ

ক. মনে করি, ঘড়িটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

$$১০\% \text{ ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য} = (১০০ - ১০) \text{ টাকা} = ৯০ \text{ টাকা}$$

বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে ক্ষতি ১০ টাকা

$$\text{বিক্রয়মূল্য } ১ \text{ টাকা হলে ক্ষতি } \frac{১০}{৯০} \text{ টাকা}$$

$$\text{বিক্রয়মূল্য } ৬২৫ \text{ টাকা হলে ক্ষতি } \frac{১০ \times ৬২৫}{৯০} = \frac{৬২৫}{৯} \text{ টাকা} = ৬৯\frac{৪}{৯} \text{ টাকা}$$

∴ ঘড়িটি বিক্রিতে $৬৯\frac{৪}{৯}$ টাকা ক্ষতি হলো।

খ. এখানে, ঘড়িটির বিক্রয়মূল্য ৬২৫ টাকা।

ক-হতে প্রাপ্ত,

$$\text{ঘড়িটি বিক্রি করায় ক্ষতি হয়} = ৬৯\frac{৪}{৯} \text{ টাকা}$$

∴ ঘড়িটির ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি

$$= (৬২৫ + ৬৯\frac{৪}{৯}) \text{ টাকা} = ৬৯৪\frac{৪}{৯} \text{ টাকা}$$

∴ ঘড়িটির ক্রয়মূল্য $৬৯৪\frac{৪}{৯}$ টাকা।

প. মনে করি, ঘড়িটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

১০% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ১০) টাকা = ১১০ টাকা

'খ' হতে পাই, ঘড়িটির ক্রয়মূল্য $৬৯৪ \frac{৪}{৯}$ টাকা বা $\frac{৬২৫০}{৯}$ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা

ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১০}{১০০}$ টাকা

ক্রয়মূল্য $\frac{৬২৫০}{৯}$ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১১০ \times ৬২৫০}{১০০ \times ৯}$ টাকা
 $= \frac{৬৮৭৫}{৯}$ টাকা = $৭৩৬ \frac{৮}{৯}$ টাকা

∴ ঘড়িটি $৭৩৬ \frac{৮}{৯}$ টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে।

প্রশ্ন ২৭ ৥ জসিম সাহেব একজন কন্ট্রাক্টর। তিনি ২ কি.মি. রাস্তা ৩০ দিনে ২ লক্ষ টাকায় মেরামতের জন্য কাজ পেলেন। তিনি এই কাজটি করার জন্য ২০ জন শ্রমিক নিয়োগ দিলেন। কিন্তু ১২ দিন পর খারাপ আবহাওয়ার কারণে তাঁকে ৪ দিন কাজ বন্ধ রেখে বাকি কাজ শেষ করতে হলো। কাজ শেষে দেখা গেল ২,২৫,০০০ টাকা খরচ হলো। এমতাবস্থায় নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- (ক) ১২ দিনে রাস্তার শতকরা কত অংশ সম্পন্ন হয়েছিল ?
(খ) নির্দিষ্ট সময়ে বাকি কাজ করায় অতিরিক্ত কত জন শ্রমিক লেগেছিল?
(গ) অতিরিক্ত শ্রমিকসংখ্যা প্রদত্ত শ্রমিক সংখ্যার শতকরা কত ?
(ঘ) কাজটি সম্পন্ন করায় তাঁর শতকরা কত ক্ষতি হলো?

সমাধান :

(ক) ৩০ দিনে মেরামত হয় রাস্তার সম্পূর্ণ অংশ বা ১ অংশ

$$\therefore ১ \text{ " " " " " } \frac{১}{৩০} \text{ "}$$

$$\therefore ১২ \text{ " " " " " } \frac{১ \times ১২}{৩০} \text{ "}$$

$$= \frac{২}{৫} = \frac{২}{৫} \times ১০০\%$$

$$= ৪০\%$$

[শতকরায় প্রকাশ করে]

উত্তর : ১২ দিনে রাস্তার ৪০% সম্পন্ন হয়েছিল।

(খ) ৪ দিন কাজ বন্ধ থাকার পর সময় বাকি ছিল {৩০ - (১২ + ৪)} দিন

$$= ১৪ \text{ দিন}$$

কাজ বাকি ছিল (১০০ - ৪০)% = ৬০%

∴ ৪০% রাস্তা ১২ দিনে করতে পারে ২০ জন শ্রমিক

$$\therefore ১\% \text{ " } ১ \text{ " " " } \frac{২০ \times ১২}{৪০} \text{ " "}$$

$$\therefore ৬০\% \text{ " } ১৪ \text{ " " " } \frac{২০ \times ১২ \times ৬০}{৪০ \times ১৪} \text{ " "}$$

$$= \frac{১৮০}{৭} \text{ জন} = ২৫.৭১ \text{ জন (প্রায়)}$$

$$= ২৬ \text{ জন}$$

শ্রমিক সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারে না। এজন্য ২৬ জন শ্রমিক কাজ করেছিল।

∴ অতিরিক্ত শ্রমিক লেগেছিল (২৬ - ২০) জন = ৬ জন

উত্তর : ৬ জন।

(গ) 'খ' হতে পাই, অতিরিক্ত শ্রমিকের সংখ্যা ৬ জন।

অতিরিক্ত শ্রমিক সংখ্যা প্রদত্ত শ্রমিক সংখ্যার $\frac{৬}{২০}$ অংশ

$$= \frac{৬}{২০} \times ১০০\% \text{ (শতকরায় প্রকাশ করে)}$$

$$= ৩০\%$$

উত্তর : ৩০%

(ঘ) কাজটি সম্পন্ন করায় তার ক্ষতি হলো

$$= (২২৫০০০ - ২০০০০০) \text{ টাকা} = ২৫০০০ \text{ টাকা}$$

২০০০০০ টাকায় ক্ষতি হয় ২৫০০০ টাকা

$$\therefore ১ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{২৫০০০}{২০০০০০} "$$

$$\therefore ১০০ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{২৫০০০ \times ১০০}{২০০০০০} "$$

$$= \frac{২৫}{২} \text{ টাকা} = ১২ \frac{১}{২} \text{ টাকা}$$

উত্তর : ক্ষতি $১২ \frac{১}{২} \%$ ।

১। ১ বর্গফুট = কত বর্গ সে. মি.?

ক) ৭২৯ বর্গ সে. মি. খ) ৮২৯ বর্গ সে. মি.

● ৯২৯ বর্গ সে.মি. ঘ) ৯৯২ বর্গ সে. মি.

২। একটি ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য ৩ মিটার হলে তলগুলোর ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি

● ৫৪ বর্গমিটার খ) ১৮ বর্গমিটার গ) ৯ বর্গমিটার ঘ) ৯ মিটার

ব্যাখ্যা: এখানে, ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য, $k = ৩$ মিটার

$$\begin{aligned} \therefore \text{ঘনকের তলগুলোর ক্ষেত্রফল} &= ৬k^2 \text{ বর্গ একক} \\ &= ৬ \times ৩^2 \text{ বর্গ মিটার} \\ &= ৬ \times ৯ \text{ বর্গ মিটার} = ৫৪ \text{ বর্গ মিটার} \end{aligned}$$

নিচের তথ্যের আলোকে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ। এর চারদিকে একবার প্রদক্ষিণ করলে হাঁটা হয় ৪০০ মিটার।

৩। বাগানের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক) ৫০ খ) ১০০ ● ১৫০ ঘ) ২০০

ব্যাখ্যা: ধরি বাগানের প্রস্থ k মিটার

$$\begin{aligned} \therefore \text{বাগানের দৈর্ঘ্য} &= ৩k \text{ মিটার} \\ \therefore \text{বাগানের পরিসীমা} &= ২(k + ৩k) \text{ মিটার} \\ &= ২ \times ৪k \text{ মিটার} = ৮k \text{ মিটার} \end{aligned}$$

প্রশ্নমতে, $৮k = ৪০০$

বা, $k = ৪০০/৮$

$\therefore k = ৫০$

\therefore বাগানের দৈর্ঘ্য $= ৩k = ৩ \times ৫০$ মিটার $= ১৫০$ মিটার

৪। বাগানের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক) ৪০০ খ) ২৫০০ গ) ৫০০০ ● ৭৫০০

ব্যাখ্যা: বাগানের দৈর্ঘ্য $= ১৫০$ মিটার এবং প্রস্থ $= ৫০$ মিটার

\therefore বাগানের ক্ষেত্রফল $= (১৫০ \times ৫০)$ বর্গমিটার $= ৭৫০০$ বর্গমিটার

৫। ল্যাটিন ভাষায় ডেসি অর্থ কী?

ক) পঞ্চমাংশ ● দশমাংশ গ) সহস্রাংশ ঘ) ৪ শতাংশ

নিচের তথ্যের আলোকে ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি জমির দৈর্ঘ্য ২০ মিটার এবং প্রস্থ ১৫ মিটার।

৬। ঐ জমির পরিসীমা কত?

ক) ৩৫ মিটার ● ৭০ মিটার গ) ১৪০ মিটার ঘ) ৩০০ মিটার

পরিমাপ: সাধারণভাবে কোনো কিছুর মাপজোখের নামই পরিমাপ। তবে কোনো কিছু মাপা এবং তা সংখ্যা ও একক দিয়ে প্রকাশ করাকেই পরিমাপ বলা হয়। উদাহরণ : একটি টেবিলকে মেপে ৩ মিটার পাওয়া গেল। তাহলে ঐ ৩ মিটারই হলো ঐ টেবিলের দৈর্ঘ্যের পরিমাপ।

দৈর্ঘ্য পরিমাপ: প্রত্যেক সীমাবদ্ধ দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বস্তুরই নির্দিষ্ট পরিমাপ রয়েছে এবং এ পরিমাপকেই বস্তুর দৈর্ঘ্য পরিমাপ বলা হয়। দৈর্ঘ্য পরিমাপের জন্য ২টি পদ্ধতি প্রচলিত।

(১) ব্রিটিশ পদ্ধতি (২) মেট্রিক পদ্ধতি।

ব্রিটিশ পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক হলো গজ, ফুট, ইঞ্চি।

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক মিটার, সেন্টিমিটার, কিলোমিটার চালু রয়েছে।

ব্যাখ্যা: জমির পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$$= ২(২০ + ১৫) \text{ মিটার}$$

$$= ২ \times ৩৫ \text{ মিটার} = ৭০ \text{ মিটার}$$

৭। ঐ জমির ভিতরে ২ মিটার চওড়া রাস্তা তৈরি করা হলো। রাস্তাবাদে জমির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক) ৭০ খ) ১২৪ ● ১৭৬ ঘ) ৩০০

ব্যাখ্যা: রাস্তাবাদে জমির দৈর্ঘ্য = (২০ - ২×২) মিটার

$$= (২০ - ৪) \text{ মিটার} = ১৬ \text{ মিটার}$$

রাস্তাবাদে জমির প্রস্থ = (১৫ - ২×২) মিটার = ১৫ - ৪ = ১১ মিটার

∴ রাস্তাবাদে জমির ক্ষেত্রফল = (১৬ × ১১) বর্গমিটার = ১৭৬ বর্গমিটার

প্রশ্ন ১৮। কিলোমিটারে প্রকাশ কর :

(ক) ৪০৩৯০ সে. মি.

(খ) ৭৫ মিটার ২৫০ মি. মি.

সমাধান :

(ক) ৪০৩৯০ সে. মি.

$$= \frac{৪০৩৯০}{১০০} \text{ মি.} \quad [∵ ১০০ \text{ সে.মি.} = ১ \text{ মি.}]$$

$$= ৪০৩.৯ \text{ মি.}$$

$$= \frac{৪০৩.৯}{১০০০} \text{ কি.মি.} \quad [∵ ১০০০ \text{ মি.} = ১ \text{ কি. মি.}]$$

$$= ০.৪০৩৯ \text{ কি.মি.}$$

উত্তর : ০.৪০৩৯ কি.মি.

(খ) ৭৫ মিটার ২৫০ মি. মি.

$$= ৭৫ \text{ মি.} + \frac{২৫০}{১০০০} \text{ মি.} \quad [∵ ১০০০ \text{ মি.মি.} = ১ \text{ মি.}]$$

$$= ৭৫ \text{ মি.} + ০.২৫ \text{ মি.}$$

$$= ৭৫.২৫ \text{ মি.}$$

$$= \frac{৭৫.২৫}{১০০০} \text{ কি.মি.} \quad [∵ ১০০০ \text{ মি.} = ১ \text{ কি. মি.}]$$

$$= ০.০৭৫২৫ \text{ কি.মি.}$$

উত্তর : ০.০৭৫২৫ কি.মি.

প্রশ্ন ১৯। ৫.৩৭ ডেকামিটারকে মিটার ও ডেসিমিটারে প্রকাশ কর :

সমাধান : ৫.৩৭ ডেকামিটার

$$= (৫.৩৭ \times ১০) \text{ মিটার} \quad [∵ ১ \text{ ডেকা. মি.} = ১০ \text{ মি.}]$$

$$= ৫৩.৭০ \text{ মিটার}$$

$$= ৫৩.৭ \text{ মিটার}$$

আবার, ৫.৩৭ ডেকামিটার

$$= (৫.৩৭ \times ১০) \text{ মিটার}$$

$$= ৫৩.৭০ \text{ মিটার}$$

$$= (৫৩.৭০ \times ১০) \text{ ডেসি. মি.} \quad [∵ ১ \text{ মি.} = ১০ \text{ ডেসি.মি.}]$$

= ৫৩৭ ডেসিমিটার

উত্তর : ৫৩.৭ মিটার ও ৫৩৭ ডেসিমিটার

প্রশ্ন ১০ ৥ নিচে কয়েকটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া হলো। ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর :

(ক) ভূমি ১০মি. ও উচ্চতা ৬ মি.।

(খ) ভূমি ২৫ সে.মি. ও উচ্চতা ১৪ সে. মি.।

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে, ভূমি = ১০মি. এবং উচ্চতা = ৬ মি.

$$\begin{aligned}\therefore \text{ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{2} \times ১০ \text{ মি.} \times ৬ \text{ মি.} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times ১০ \times ৬ \right) \text{ বর্গ মি.} \\ &= ৩০ \text{ বর্গ মি.}\end{aligned}$$

উত্তর : ক্ষেত্রফল ৩০ বর্গমিটার

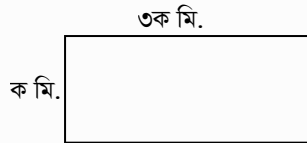
(খ) দেওয়া আছে, ভূমি = ২৫ সে.মি. এবং উচ্চতা = ১৪ সে.মি.

$$\begin{aligned}\therefore \text{ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{2} \times ২৫ \text{ সে.মি.} \times ১৪ \text{ সে.মি.} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times ২৫ \times ১৪ \right) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= ১৭৫ \text{ বর্গ সে.মি.}\end{aligned}$$

উত্তর : ক্ষেত্রফল ১৭৫ বর্গসেন্টিমিটার

প্রশ্ন ১১ ৥ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। এর চারিদিকে একবার প্রদক্ষিণ করলে ১ কিলোমিটার হাঁটা হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ক মিটার

এবং দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

এর পরিসীমা = ১ কি.মি. = ১০০০ মিটার

$$\begin{aligned}\text{এখন, ক্ষেত্রটির পরিসীমা} &= ২ \times (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \\ &= ২ \times (৩ক + ক) \text{ মিটার} \\ &= ২ \times ৪ক \text{ মিটার} \\ &= ৮ক \text{ মিটার}\end{aligned}$$

প্রশ্নমতে, ৮ক = ১০০০

$$\text{বা, ক} = \frac{১০০০}{৮}$$

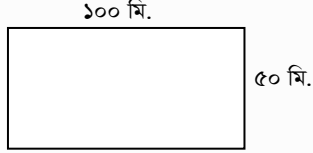
$$\therefore k = 125$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ} &= 125 \text{ মিটার} \\ \text{এবং দৈর্ঘ্য} &= (3 \times 125) \text{ মিটার} \\ &= 375 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

উত্তর : আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৭৫ মিটার এবং প্রস্থ ১২৫ মিটার।

প্রশ্ন ১২ ॥ প্রতি মিটার ১০০ টাকা দরে ১০০ মিটার লম্বা ও ৫০ মিটার চওড়া একটি আয়তাকার পার্কের চারিদিকে বেড়া দিতে কত খরচ লাগবে?

সমাধান :



দেওয়া আছে, আয়তাকার পার্কের দৈর্ঘ্য = ১০০ মিটার
এবং প্রস্থ = ৫০ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তাকার পার্কের পরিসীমা} &= 2 \times (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \\ &= 2 \times (100 + 50) \text{ মিটার} \\ &= 2 \times 150 \text{ মিটার} \\ &= 300 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

১ মিটারে বেড়া দিতে খরচ হয় ১০০ টাকা

$$\begin{aligned}\therefore 300 \text{ " " " " " } &(300 \times 100) \text{ টাকা} \\ &= 30000 \text{ টাকা}\end{aligned}$$

উত্তর : আয়তাকার পার্কের চারদিকে বেড়া দিতে ৩০০০০ টাকা লাগবে।

প্রশ্ন ১৩ ॥ একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি ৪০ মিটার ও উচ্চতা ৫০ মিটার। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

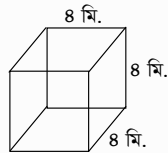
সমাধান : দেওয়া আছে, সামান্তরিকের ভূমি = ৪০ মি.
এবং উচ্চতা = ৫০ মি.

$$\begin{aligned}\text{সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল} &= \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= (40 \times 50) \text{ বর্গ মি.} \\ &= 2000 \text{ বর্গ মি.}\end{aligned}$$

উত্তর : সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল ২০০০ বর্গ মি.।

প্রশ্ন ১৪ ॥ একটি ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার। ঘনকটির তলগুলোর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে, ঘনকের এক ধারের দৈর্ঘ্য = ৪ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{ঘনকের তলগুলোর ক্ষেত্রফল} &= 2 \times (8^2 + 8^2 + 8^2) \text{ বর্গমি.} \\ &= 2 \times (64 + 64 + 64) \text{ বর্গমি.} \\ &= 2 \times 192 \text{ বর্গমি.} \\ &= 384 \text{ বর্গমি.}\end{aligned}$$

উত্তর : ঘনকের তলগুলোর ক্ষেত্রফল ৩৮৪ বর্গমিটার।

প্রশ্ন ১৫ ৥ যোসেফ তাঁর এক খন্ড জমিতে ৫০০ কে. জি. ৭০০ গ্রাম আলু উৎপাদন করেন। তিনি একই ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ১১ খন্ড জমিতে কী পরিমাণ আলু উৎপাদন করবেন ?

সমাধান : ৫০০ কেজি ৭০০ গ্রাম

$$= (৫০০ \times ১০০০) \text{ গ্রাম} + ৭০০ \text{ গ্রাম} \quad [\because ১০০০ \text{ গ্রাম} = ১ \text{ কেজি}]$$

$$= ৫০০০০০ \text{ গ্রাম} + ৭০০ \text{ গ্রাম}$$

$$= ৫০০৭০০ \text{ গ্রাম}$$

১ খন্ড জমিতে আলু উৎপাদিত হয় ৫০০৭০০ গ্রাম

$$\therefore ১১ \text{ " " " " " " } (৫০০৭০০ \times ১১) \text{ গ্রাম}$$

$$= ৫৫০৭৭০০ \text{ গ্রাম}$$

$$= ৫৫০৭ \text{ কেজি } ৭০০ \text{ গ্রাম}$$

$$[\because ১০০০ \text{ গ্রাম} = ১ \text{ কেজি}]$$

$$= ৫০০০ \text{ কেজি} + ৫০৭ \text{ কেজি} + ৭০০ \text{ গ্রাম}$$

$$= ৫ \text{ মেট্রিক টন} + ৫০৭ \text{ কেজি} + ৭০০ \text{ গ্রাম}$$

$$[\because ১০০০ \text{ কেজি} = ১ \text{ মে. টন}]$$

$$= ৫ \text{ মেট্রিক টন } ৫০৭ \text{ কেজি } ৭০০ \text{ গ্রাম}$$

উত্তর : যোসেফ জমিতে ৫ মেট্রিক টন ৫০৭ কেজি ৭০০ গ্রাম আলু উৎপাদন করতে পারবেন।

প্রশ্ন ১৬ ৥ পরেশের ১৬ একর জমিতে ২৮ মেট্রিক টন ধান উৎপন্ন হয়েছে। তাঁর প্রতি একর জমিতে কী পরিমাণ ধান হয়েছে ?

সমাধান : ১৬ একর জমিতে ধান উৎপন্ন হয়েছে ২৮ মেট্রিক টন

$$\therefore ১ \text{ " " " " " " } \frac{২৮}{১৬} \text{ মেট্রিক টন}$$

$$= \frac{৭}{৪} \text{ মেট্রিক টন}$$

$$= ১\frac{৩}{৪} \text{ মেট্রিক টন}$$

$$\text{এখন, } ১\frac{৩}{৪} \text{ মেট্রিক টন} = ১ \text{ মে.টন} + \frac{৩}{৪} \times ১০০০ \text{ কেজি}$$

$$[\because ১ \text{ মে. টন} = ১০০০ \text{ কেজি}]$$

$$= ১ \text{ মে. টন} + ৭৫০ \text{ কেজি}$$

$$= ১ \text{ মে. টন } ৭৫০ \text{ কেজি}$$

উত্তর : পরেশের প্রতি একর জমিতে ধান উৎপন্ন হয়েছে ১ মেট্রিক টন ৭৫০ কেজি।

প্রশ্ন ১৭ ৥ একটি স্টিল মিলে এক মাসে ২০০০০ মেট্রিক টন রড তৈরি হয়। ঐ মিলে দৈনিক কী পরিমাণ রড তৈরি হয়?

সমাধান : আমরা জানি, ১ মাস = ৩০ দিন

৩০ দিনে রড তৈরি হয় ২০০০০ মেট্রিক টন

$$\therefore ১ \text{ " " " " " " } \frac{২০০০০}{৩০} \text{ মেট্রিক টন}$$

$$= \frac{২০০০}{৩} \text{ মেট্রিক টন}$$

$$= ৬৬৬\frac{২}{৩} \text{ মেট্রিক টন}$$

$$= ৬৬৬ \text{ মে. টন} + \frac{২ \times ১০০০}{৩} \text{ কেজি}$$

$$[\because ১ \text{ মে.টন} = ১০০০ \text{ কেজি}]$$

$$\begin{aligned}
&= ৬৬৬ \text{ মে. টন} + ৬৬৬ \frac{২}{৩} \text{ কেজি} \\
&= ৬৬৬ \text{ মে.টন} + ৬৬৬ \text{ কেজি} + \frac{২ \times ১০০০}{৩} \text{ গ্রাম} \quad [∵ ১ \text{ কেজি} = ১০০০ \text{ গ্রাম}] \\
&= ৬৬৬ \text{ মে.টন} + ৬৬৬ \text{ কেজি} + ৬৬৬ \frac{২}{৩} \text{ গ্রাম}
\end{aligned}$$

উত্তর : মিলে ৬৬৬ মে.টন ৬৬৬ কেজি ৬৬৬ $\frac{২}{৩}$ গ্রাম রড তৈরি হয়।

প্রশ্ন ১৮ ॥ এক ব্যবসায়ী কোনো একদিন ২০ কে. জি. ৪০০ গ্রাম ডাল বিক্রয় করেন। এ হিসাবে কী পরিমাণ ডাল তিনি এক মাসে বিক্রয় করবেন ?

সমাধান : আমরা জানি, ১ মাস = ৩০ দিন

১ দিনে ডাল বিক্রয় করেন ২০ কে. জি. ৪০০ গ্রাম

∴ ৩০ " " " " " (২০ কে. জি. ৪০০ গ্রাম) × ৩০

$$= ৬০০ \text{ কে.জি. } ১২০০০ \text{ গ্রাম}$$

$$= ৬০০ \text{ কে.জি.} + \frac{১২০০০}{১০০০} \text{ কে.জি.}$$

$$[∵ ১০০০ \text{ গ্রাম} = ১ \text{ কে.জি.}]$$

$$= ৬০০ \text{ কে.জি.} + ১২ \text{ কে.জি.}$$

$$= ৬১২ \text{ কে.জি.}$$

উত্তর : তিনি এক মাসে ৬১২ কে.জি. ডাল বিক্রয় করেন।

প্রশ্ন ১৯ ॥ একখন্ড জমিতে ২০ কে. জি. ৮৫০ গ্রাম সরিষা উৎপন্ন হলে, অনুরূপ ৭ খন্ড জমিতে মোট কী পরিমাণ সরিষা উৎপন্ন হবে ?

সমাধান : ১ খন্ড জমিতে সরিষা উৎপন্ন হয় ২০ কে. জি. ৮৫০ গ্রাম

∴ ৭ " " " " " (২০ কে. জি. ৮৫০ গ্রাম) × ৭

$$= ১৪০ \text{ কে.জি. } ৫৯৫০ \text{ গ্রাম}$$

$$= ১৪০ \text{ কে.জি.} + \frac{৫৯৫০}{১০০০} \text{ কে.জি.} \quad [∵ ১০০০ \text{ গ্রাম} = ১ \text{ কেজি}]$$

$$= ১৪০ \text{ কে.জি.} + ৫ \text{ কে.জি.} + ৯৫০ \text{ গ্রা.}$$

$$= ১৪৫ \text{ কে.জি. } ৯৫০ \text{ গ্রাম}$$

উত্তর : ১৪৫ কে.জি. ৯৫০ গ্রাম সরিষা উৎপন্ন হবে।

প্রশ্ন ২০ ॥ একটি মগের ভিতরের আয়তন ১৫০০ ঘন সেন্টিমিটার হলে, ২৭০ লিটারে কত মগ পানি হবে ?

সমাধান : দেওয়া আছে, পানির পরিমাণ = ২৭০ লিটার

মগের আয়তন = ১৫০০ ঘন সেন্টিমিটার

$$= \frac{১৫০০}{১০০০} \text{ লিটার} \quad [∵ ১০০০ \text{ ঘন সে.মি.} = ১ \text{ লিটার}]$$

$$= ১.৫ \text{ লিটার}$$

১.৫ লিটার পানি ধরে ১টি মগে

$$∴ ১ \text{ " " " } \frac{১}{১.৫} \text{ " "}$$

$$∴ ২৭০ \text{ " " " } ১ \times \frac{২৭০}{১.৫} \text{ " "}$$

$$= \frac{২৭০ \times ১০}{১৫} \text{ " "}$$

$$= ১৮০ \text{ টি মগে}$$

উত্তর : ১৮০ মগ পানি হবে।

প্রশ্ন ২১ ৥ এক ব্যবসায়ী কোনো একদিন ১৮ কে. জি. ৩০০ গ্রাম চাল এবং ৫ কে. জি. ৭৫০ গ্রাম লবণ বিক্রয় করেন। এ হিসাবে মাসে তিনি কী পরিমাণ চাল ও লবণ বিক্রয় করেন ?

সমাধান : আমরা জানি, ১ মাস = ৩০ দিন

১ দিনে চাল বিক্রয় করেন ১৮ কে. জি. ৩০০ গ্রাম

$$\begin{aligned} \therefore 30 \text{ " " " " " } & (18 \text{ কে.জি. } 300 \text{ গ্রাম}) \times 30 \\ & = 540 \text{ কে.জি. } 9000 \text{ গ্রাম} \\ & = \left(540 + \frac{9000}{1000} \right) \text{ কে.জি.} \end{aligned}$$

[\therefore ১০০০ গ্রাম = ১ কেজি]

$$= (540 + 9) \text{ কে.জি.}$$

$$= 549 \text{ কে.জি.}$$

আবার,

১ দিনে লবণ বিক্রয় করেন ৫ কে. জি. ৭৫০ গ্রাম

$$\begin{aligned} \therefore 30 \text{ " " " " " } & (5 \text{ কে. জি. } 750 \text{ গ্রাম}) \times 30 \\ & = 150 \text{ কে.জি. } 22500 \text{ গ্রাম} \\ & = 150 \text{ কে.জি} + \frac{22500}{1000} \text{ কে.জি.} \end{aligned}$$

[\therefore ১০০০ গ্রাম = ১ কে.জি.]

$$= 150 \text{ কে.জি} + 22 \text{ কে. জি. } 500 \text{ গ্রাম}$$

$$= 172 \text{ কে.জি } 500 \text{ গ্রাম}$$

উত্তর : তিনি মাসে ৫৪৯ কে.জি. চাল এবং ১৭২ কে.জি. ৫০০ গ্রাম লবণ বিক্রয় করেন।

প্রশ্ন ২২ ৥ কোনো পরিবারে দৈনিক ১.২৫ লিটার দুধ লাগে। প্রতি লিটার দুধের দাম ৫২ টাকা হলে, ঐ পরিবারে ৩০ দিনে কত টাকার দুধ লাগবে ?

সমাধান : ১ দিনে দুধ লাগে ১.২৫ লিটার

$$\begin{aligned} \therefore 30 \text{ " " " " } & (1.25 \times 30) \text{ লিটার} \\ & = 37.5 \text{ লিটার} \end{aligned}$$

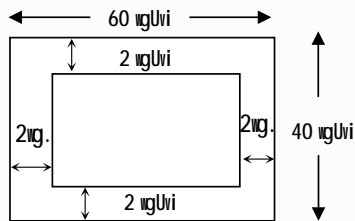
১ লিটার দুধের দাম ৫২ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore 37.5 \text{ " " " } & (52 \times 37.5) \text{ টাকা} \\ & = 1950 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

উত্তর : ৩০ দিনে ১৯৫০ টাকার দুধ লাগবে।

প্রশ্ন ২৩ ৥ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৬০ মিটার, ৪০ মিটার। এর ভিতরে চতুর্দিকে ২ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে, রাস্তাসহ আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার

এবং রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = ৪০ মিটার

$$\begin{aligned} \therefore \text{ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} &= (60 \times 40) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 2400 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} &= \{60 - (2 \times 2)\} \text{ মিটার} \\ &= (60 - 8) \text{ মিটার} \\ &= 52 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ} &= \{80 - (2 \times 2)\} \text{ মিটার} \\ &= (80 - 8) \text{ মিটার} \\ &= 72 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} &= (52 \times 72) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 2016 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} &= \text{রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} - \text{রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} \\ &= (2800 - 2016) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 784 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

উত্তর : রাস্তাটির ক্ষেত্রফল 784 বর্গমিটার।

প্রশ্ন ২৪ ॥ একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে মুড়তে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ঘরের প্রস্থ = ক মিটার
এবং দৈর্ঘ্য = ৩ × ক বা ৩ক মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{ঘরের ক্ষেত্রফল} &= (৩ক \times ক) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ৩ক^2 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

৭.৫০ টাকা ব্যয় হয় ১ বর্গমিটারে

$$\therefore ১ \text{ " " " } \frac{১}{৭.৫০} \text{ " " "}$$

$$\begin{aligned}\therefore ১১০২.৫০ \text{ " " " } &= \frac{১ \times ১১০২.৫০}{৭.৫০} \text{ বর্গমিটারে} \\ &= ১৪৭ \text{ বর্গমিটারে}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ঘরের ক্ষেত্রফল} = ১৪৭ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ৩ক^2 = ১৪৭$$

$$\text{বা, } ক^2 = \frac{১৪৭}{৩}$$

$$\text{বা, } ক^2 = ৪৯$$

$$\text{বা, } ক = \sqrt{৪৯}$$

$$\therefore ক = ৭$$

$$\therefore \text{ঘরের প্রস্থ} = ৭ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ঘরের দৈর্ঘ্য} = (৭ \times ৩) \text{ মিটার বা } ২১ \text{ মিটার}$$

উত্তর : ঘরটির দৈর্ঘ্য ২১ মিটার ও প্রস্থ ৭ মিটার।

প্রশ্ন ২৫ ॥ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৫০ মি. এবং প্রস্থ ৩০ মি. এবং বাগানের চারিদিকে ৩ মিটার চওড়া রাস্তা আছে।

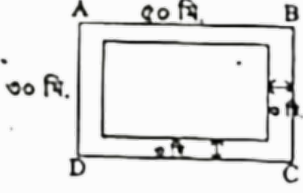
ক. উপরের তথ্যের আলোকে আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর।

খ. রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. রাস্তাবাদে বাগানের পরিসীমায় বেড়া দিতে প্রতি মিটারে ২৫ টাকা হিসেবে মোট খরচ হবে?

সমাধানঃ

ক.



চিত্রে ABCD আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য AB = ৫০ মি. ও প্রস্থ AD = ৩০ মি. এবং বাগানের ভিতরে চারদিকে ৩ মিটার চওড়া রাস্তা আছে।

খ. দেওয়া আছে, রাস্তাসহ আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = ৫০ মি. এবং প্রস্থ = ৩০ মি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{রাস্তাসহ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল} &= (৫০ \times ৩০) \text{ বর্গমি.} \\ &= ১৫০০ \text{ বর্গমি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} &= \{৫০ - (৩ + ৩)\} \text{ মি.} \\ &= (৫০ - ৬) \text{ মি.} = ৪৪ \text{ মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ} &= \{৩০ - (৩ + ৩)\} \text{ মি.} \\ &= (৩০ - ৬) \text{ মি.} = ২৪ \text{ মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} &= (৪৪ \times ২৪) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ১০৫৬ \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (১৫০০ - ১০৫৬) \text{ বর্গমিটার} = ৪৪৪ \text{ বর্গমিটার}$$

\therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল ৪৪৪ বর্গমিটার।

গ. 'খ' হতে পাই,

$$\text{রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} = ৪৪ \text{ মি. এবং প্রস্থ} = ২৪ \text{ মি.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{রাস্তাবাদে বাগানের পরিসীমা} &= ২ (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \\ &= ২(৪৪ + ২৪) \text{ মি.} = ২ \times ৬৮ \text{ মি.} = ১৩৬ \text{ মি.} \end{aligned}$$

এখন, ১ মিটারে খরচ হয় ২৫ টাকা

$$\therefore ১৩৬ \text{ মিটারে খরচ হয় } (১৩৬ \times ২৫) \text{ টাকা} = ৩৪০০ \text{ টাকা}$$

\therefore রাস্তাবাদে বাগানের পরিসীমায় বেড়া দিতে মোট ৩৪০০ টাকা খরচ হবে।

প্রশ্ন ২৬। একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি ৪০ মি. ও উচ্চতা ৩০ মি.। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

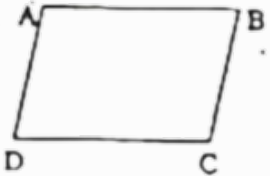
ক. চিত্রসহ সামান্তরিকের সংজ্ঞা লিখ।

খ. সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

ক. যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল তাকে সামান্তরিক বলা হয়। চিত্রে ABCD একটি সামান্তরিক।



খ. দেওয়া আছে, সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি = ৪০ মি. এবং উচ্চতা = ৩০ মি.

$$\begin{aligned}\therefore \text{সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= (৪০ \times ৩০) \text{ বর্গ মি.} = ১২০০ \text{ বর্গ মি.}\end{aligned}$$

\therefore সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল ১২০০ বর্গ মি.।

গ. ধরি, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ক

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = k^2$$

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

$$\text{বা, } k^2 = ১২০০$$

$$\text{বা, } k = \sqrt{১২০০} = ৩৪.৬৪$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা} &= ৪ \times \text{বাহুর দৈর্ঘ্য} = ৪k \\ &= ৪ \times ৩৪.৬৪ \text{ মি.} = ১৩৮.৫৬ \text{ মি.}\end{aligned}$$

\therefore বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ১৩৮.৫৬ মি.।

১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা গুণ কর (১ থেকে ২৪) :

প্রশ্ন ১ ১ $3ab, 4a^3$

সমাধান : $3ab \times 4a^3$

$$= (3 \times 4) \times (a \times a^3) \times b$$

$$= 12a^4b$$

নির্ণেয় গুণফল : $12a^4b$.

প্রশ্ন ২ ২ $5xy, 6az$

সমাধান : $5xy \times 6az$

$$= (5 \times 6) \times x \times a \times y \times z$$

$$= 30axyz$$

নির্ণেয় গুণফল : $30axyz$.

প্রশ্ন ৩ ৩ $5a^2x^2, 3ax^5y$

সমাধান : $5a^2x^2 \times 3ax^5y$

$$= (5 \times 3) \times (a^2 \times a) \times (x^2 \times x^5) \times y$$

$$= 15a^3x^7y$$

নির্ণেয় গুণফল : $15a^3x^7y$.

প্রশ্ন ৪ ৪ $8a^2b, -2b^2$

সমাধান : $8a^2b \times -2b^2$

$$= 8 \times (-2) \times a^2 \times (b \times b^2)$$

$$= -16a^2b^3$$

নির্ণেয় গুণফল : $-16a^2b^3$.

প্রশ্ন ৫ ৫ $-2abx^2, 10b^3xyz$

সমাধান : $-2abx^2 \times 10b^3xyz$

$$= (-2 \times 10) \times a \times (b \times b^3) \times (x^2 \times x) \times y \times z$$

$$= -20ab^4x^3yz$$

নির্ণেয় গুণফল : $-20ab^4x^3yz$

প্রশ্ন ৬ ৬ $-3p^2q^3, -6p^5q^4$

সমাধান : $-3p^2q^3 \times -6p^5q^4$

$$= (-3) \times (-6) \times (p^2 \times p^5) \times (q^3 \times q^4)$$

$$= 18p^7q^7$$

নির্ণেয় গুণফল : $18p^7q^7$

প্রশ্ন ৭ ৭ $-12m^2a^2x^3, -2ma^2x^2$

সমাধান : $-12m^2a^2x^3 \times -2ma^2x^2$

$$= (-12) \times (-2) \times (m^2 \times m) \times (a^2 \times a^2) \times (x^3 \times x^2)$$

$$= 24m^3a^4x^5$$

নির্ণেয় গুণফল : $24m^3a^4x^5$

প্রশ্ন ৮ ৮ $7a^3bx^5y^2, -3x^5y^3a^2b^2$

সমাধান : $7a^3bx^5y^2 \times -3x^5y^3a^2b^2$

$$= 7 \times (-3) \times (a^3 \times a^2) \times (b \times b^2) \times (x^5 \times x^5) \times (y^2 \times y^3)$$

$$= -21a^5b^3x^{10}y^5$$

নির্ণেয় গুণফল : $-21a^5b^3x^{10}y^5$

বীজগণিতীয় রাশির গুণ :

গুণের বিনিময় বিধি :

আমরা জানি, $2 \times 3 = 6$ আবার, $3 \times 2 = 6$
 $\therefore 2 \times 3 = 3 \times 2$; যা গুণের বিনিময় বিধি।

একইভাবে, a, b যেকোনো দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হলে, $a \times b = b \times a$ অর্থাৎ, গুণ্য ও গুণকের স্থান বিনিময় করলে, গুণফলের কোনো পরিবর্তন হয় না।

গুণের সংযোগ বিধি :

$(2 \times 3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$;

আবার, $2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$

$(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$; যা গুণের সংযোগ বিধি।

একইভাবে, a, b, c যেকোনো তিনটি বীজগণিতীয় রাশির জন্য

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ যা গুণের সংযোগ বিধি।

গুণের সূচক বিধি :

সাধারণভাবে, $a^m \times a^n = a^{m+n}$ m, n যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

গুণের বন্টন বিধি :

$2(a + b) = 2a + 2b$

সাধারণভাবে,

$m(a + b + c + \dots) = ma + mb + mc + \dots$

চিহ্নযুক্ত রাশির গুণ

যেকোনো বীজগণিতীয় রাশি a ও b এর জন্য

$$a \times b = ab \dots \dots \dots (i)$$

সাধারণভাবে,

$$(-a) \times b = -(a \times b) = -ab \dots \dots \dots (ii)$$

আবার, $a \times (-b) = (-b) \times a$, গুণের বিনিময় বিধি

$$a \times (-b) = -(a \times b) = -ab \dots \dots \dots (iii)$$

$$(-a) \times (-b) = ab \dots \dots \dots (iv)$$

লক্ষ করি :

একই চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির গুণফল (+) চিহ্নযুক্ত হবে।

বিপরীত চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির গুণফল (-) চিহ্নযুক্ত হবে।

$$(+) \times (+) = +$$

$$(-) \times (-) = +$$

$$(+) \times (-) = -$$

$$(-) \times (+) = -$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $2x + 3y, 5xy$

সমাধান : $(2x + 3y) \times 5xy$

$$= (2x \times 5xy) + (3y \times 5xy)$$

$$= (2 \times 5) \times (x \times x) \times y + (3 \times 5) \times x \times (y \times y)$$

$$= 10x^2y + 15xy^2$$

নির্ণেয় গুণফল : $10x^2y + 15xy^2$

প্রশ্ন ১০ ৥ $5x^2 - 4xy, 9x^2y^2$

সমাধান : $(5x^2 - 4xy) \times 9x^2y^2$

$$= (5x^2 \times 9x^2y^2) - (4xy \times 9x^2y^2)$$

$$= (5 \times 9) \times (x^2 \times x^2) \times y^2 - (4 \times 9) \times (x \times x^2) \times (y \times y^2)$$

$$= 45x^4y^2 - 36x^3y^3$$

নির্ণেয় গুণফল : $45x^4y^2 - 36x^3y^3$

প্রশ্ন ১১ ৥ $2a^2 - 3b^2 + c^2, a^3b^2$

সমাধান : $(2a^2 - 3b^2 + c^2) \times a^3b^2$

$$= (2a^2 \times a^3b^2) - (3b^2 \times a^3b^2) + (c^2 \times a^3b^2)$$

$$= 2 \times (a^2 \times a^3) \times b^2 - 3 \times a^3 \times (b^2 \times b^2) + c^2 \times a^3b^2$$

$$= 2a^5b^2 - 3a^3b^4 + a^3b^2c^2$$

নির্ণেয় গুণফল : $2a^5b^2 - 3a^3b^4 + a^3b^2c^2$

প্রশ্ন ১২ ৥ $x^3 - y^3 + 3xyz, x^4y$

সমাধান : $(x^3 - y^3 + 3xyz) \times x^4y$

$$= (x^3 \times x^4y) - (y^3 \times x^4y) + (3xyz \times x^4y)$$

$$= x^7y - x^4y^4 + 3x^5y^2z$$

নির্ণেয় গুণফল : $x^7y - x^4y^4 + 3x^5y^2z$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $2a - 3b, 3a + 2b$

সমাধান : $2a - 3b$ ← গুণ্য

$3a + 2b$ ← গুণক

$$6a^2 - 9ab \quad \leftarrow 3a \text{ দ্বারা গুণ করে}$$

$$4ab - 6b^2 \quad \leftarrow 2b \text{ দ্বারা গুণ করে}$$

$$\text{যোগ করে, } 6a^2 - 5ab - 6b^2 \quad \leftarrow \text{গুণফল}$$

নির্ণেয় গুণফল : $6a^2 - 5ab - 6b^2$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $a + b, a - b$

সমাধান : $a + b$ ← গুণ্য

$a - b$ ← গুণক

$$a^2 + ab \quad \leftarrow a \text{ দ্বারা গুণ করে}$$

$$- ab - b^2 \quad \leftarrow b \text{ দ্বারা গুণ করে}$$

$$\text{যোগ করে, } a^2 - b^2 \quad \leftarrow \text{গুণফল}$$

নির্ণেয় গুণফল : $a^2 - b^2$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $x^2 + 1, x^2 - 1$

সমাধান : $x^2 + 1$ ← গুণ্য
 $x^2 - 1$ ← গুণক

$x^4 + x^2$ ← x^2 দ্বারা গুণ করে
 $-x^2 - 1$ ← 1 দ্বারা গুণ করে

যোগ করে, $x^4 - 1$ ← গুণফল

নির্ণেয় গুণফল : $x^4 - 1$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $a^2 + b^2, a + b$

সমাধান : $a^2 + b^2$
 $a + b$

$a^3 + ab^2$
 $+ a^2b + b^3$

যোগ করে, $a^3 + ab^2 + a^2b + b^3$

নির্ণেয় গুণফল : $a^3 + ab^2 + a^2b + b^3$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $a^2 - ab + b^2, a + b$

সমাধান : $a^2 - ab + b^2$
 $a + b$

$a^3 - a^2b + ab^2$
 $a^2b - ab^2 + b^3$

যোগ করে, $a^3 + b^3$

নির্ণেয় গুণফল : $a^3 + b^3$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $x^2 + 2xy + y^2, x + y$

সমাধান : $x^2 + 2xy + y^2$
 $x + y$

$x^3 + 2x^2y + xy^2$
 $x^2y + 2xy^2 + y^3$

যোগ করে, $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

নির্ণেয় গুণফল : $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $x^2 - 2xy + y^2, x - y$

সমাধান : $x^2 - 2xy + y^2$
 $x - y$

$x^3 - 2x^2y + xy^2$
 $-x^2y + 2xy^2 - y^3$

যোগ করে, $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

নির্ণেয় গুণফল : $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

প্রশ্ন ১২০ ৥ $x^2 + 2x - 3, x + 3$

সমাধান :
$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 3 \\ x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 3x \\ 3x^2 + 6x - 9 \end{array}$$

যোগ করে, $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$

নির্ণেয় গুণফল : $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$

প্রশ্ন ১২১ ৥ $a^2 + ab + b^2, b^2 - ab + a^2$

সমাধান :
$$\begin{array}{r} a^2 + ab + b^2 \\ b^2 - ab + a^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^2b^2 + ab^3 + b^4 \\ -a^2b^2 - ab^3 \quad -a^3b \\ +a^2b^2 \quad +a^3b + a^4 \end{array}$$

যোগ করে, $a^2b^2 + b^4 + a^4$

নির্ণেয় গুণফল : $a^4 + a^2b^2 + b^4$

প্রশ্ন ১২২ ৥ $a + b + c, a + b + c$

সমাধান :
$$\begin{array}{r} a + b + c \\ a + b + c \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^2 + ab + ca \\ ab \quad + b^2 + bc \\ ca \quad + bc + c^2 \end{array}$$

যোগ করে, $a^2 + 2ab + 2ca + b^2 + 2bc + c^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

নির্ণেয় গুণফল : $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

প্রশ্ন ১২৩ ৥ $x^2 + xy + y^2, x^2 - xy + y^2$

সমাধান :
$$\begin{array}{r} x^2 + xy + y^2 \\ x^2 - xy + y^2 \\ \hline x^4 + x^3y + x^2y^2 \\ -x^3y - x^2y^2 - xy^3 \\ \hline x^2y^2 + xy^3 + y^4 \\ \hline x^4 + x^2y^2 + y^4 \end{array}$$

নির্ণেয় গুণফল : $x^4 + x^2y^2 + y^4$

প্রশ্ন ১২৪ ৥ $y^2 - y + 1, 1 + y + y^2$

সমাধান :
$$\begin{array}{r} y^2 - y + 1 \\ 1 + y + y^2 \\ \hline y^2 - y + 1 \\ -y^2 + y \quad + y^3 \\ \hline y^2 \quad -y^3 + y^4 \end{array}$$

যোগ করে, $y^2 + 1 + y^4$
 $= y^4 + y^2 + 1$

নির্ণেয় গুণফল : $y^4 + y^2 + 1$

প্রশ্ন ১২৫ ৷ $A = x^2 + xy + y^2$ এবং $B = x - y$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AB = x^3 - y^3$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = x^2 + xy + y^2$ এবং $B = x - y$

বামপক্ষ = AB

$$\begin{aligned} &= (x^2 + xy + y^2)(x - y) \\ &= x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 + xy + y^2) \\ &= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3 \\ &= x^3 - y^3 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

অর্থাৎ $AB = x^3 - y^3$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১২৬ ৷ $A = a^2 - ab + b^2$ এবং $B = a + b$ হলে, $AB =$ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = a^2 - ab + b^2$ এবং $B = a + b$

এখন, $AB = (a^2 - ab + b^2)(a + b)$

$$\begin{aligned} &= a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2) \\ &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২৭ ৷ দেখাও যে, $(a + 1)(a - 1)(a^2 + 1) = a^4 - 1$.

সমাধান : বামপক্ষ = $(a + 1)(a - 1)(a^2 + 1)$

$$\begin{aligned} &= \{a(a - 1) + 1(a - 1)\}(a^2 + 1) \\ &= (a^2 - a + a - 1)(a^2 + 1) \\ &= (a^2 - 1)(a^2 + 1) \\ &= a^2(a^2 + 1) - 1(a^2 + 1) \\ &= a^4 + a^2 - a^2 - 1 \\ &= a^4 - 1 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

অর্থাৎ, $(a + 1)(a - 1)(a^2 + 1) = a^4 - 1$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২৮ ৷ দেখাও যে, $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4$

সমাধান : বামপক্ষ = $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2)$

$$\begin{aligned} &= \{x(x - y) + y(x - y)\}(x^2 + y^2) \\ &= (x^2 - xy + xy - y^2)(x^2 + y^2) \\ &= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) \\ &= x^2(x^2 + y^2) - y^2(x^2 + y^2) \\ &= x^4 + x^2y^2 - x^2y^2 - y^4 \\ &= x^4 - y^4 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

অর্থাৎ, $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4$ (দেখানো হলো)

প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর :

প্রশ্ন ১১ ৪৫a⁴, 9a²

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } 45a^4 \div 9a^2 &= \frac{45a^4}{9a^2} = \frac{45}{9} \times \frac{a^4}{a^2} \\ &= 5 \times a^{4-2} = 5a^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : 5a²

প্রশ্ন ১২ ২৪a⁵, 3a²

$$\text{সমাধান : } -24a^5 \div 3a^2 = \frac{-24a^5}{3a^2} = \frac{-24}{3} \times \frac{a^5}{a^2} = -8 \times a^{5-2} = -8a^3$$

নির্ণেয় ভাগফল : -8a³

প্রশ্ন ১৩ 30a⁴x³, -6a²x.

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } 30a^4x^3 \div (-6a^2x) &= \frac{30a^4x^3}{-6a^2x} = \frac{30}{-6} \times \frac{a^4}{a^2} \times \frac{x^3}{x} \\ &= -5 \times a^{4-2} \times x^{3-1} = -5a^2x^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : -5a²x²

প্রশ্ন ১৪ -28x⁴y³z², 4xy²z

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } -28x^4y^3z^2 \div 4xy^2z &= \frac{-28x^4y^3z^2}{4xy^2z} = \frac{-28}{4} \times \frac{x^4}{x} \times \frac{y^3}{y^2} \times \frac{z^2}{z} \\ &= -7 \times x^{4-1} \times y^{3-2} \times z^{2-1} \\ &= -7 \times x^3 \times y \times z \\ &= -7x^3yz \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : -7x³yz

প্রশ্ন ১৫ -36a³z³y², -4ayz

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } (-36a^3z^3y^2) \div (-4ayz) &= \frac{-36a^3z^3y^2}{-4ayz} = \frac{-36}{-4} \times \frac{a^3}{a} \times \frac{y^2}{y} \times \frac{z^3}{z} \\ &= 9 \times a^{3-1} \times y^{2-1} \times z^{3-1} = 9a^2yz^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : 9a²yz²

প্রশ্ন ১৬ -22x³y²z, -2xyz.

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } -22x^3y^2z \div (-2xyz) &= \frac{-22x^3y^2z}{-2xyz} = \frac{-22}{-2} \times \frac{x^3}{x} \times \frac{y^2}{y} \times \frac{z}{z} \\ &= 11 \times x^{3-1} \times y^{2-1} \times z^{1-1} \\ &= 11x^2y \times z^0 \\ &= 11x^2y \times 1 \quad [\because z^0 = 1] \\ &= 11x^2y \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : 11x²y

বীজগণিতীয় রাশির ভাগ :

■ ভাগের সূচক বিধি

$$a^5 \div a^2 = \frac{a^5}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a}$$

[লব ও হর থেকে সাধারণ উৎপাদক বর্জন করে]

$$= a \times a \times a$$

$$= a^3$$

$$= a^{5-2}, a \neq 0$$

সাধারণভাবে, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ যেখানে m ও n স্বাভাবিক সংখ্যা এবং m > n, a ≠ 0.

এই প্রক্রিয়াকে ভাগের সূচক বিধি বলা হয়।

■ চিহ্নযুক্ত রাশির ভাগ

আমরা জানি, a × (-b) = (-a) × b = -ab
সুতরাং, -ab ÷ a = a × (-b) ÷ a = -b

একইভাবে, -ab ÷ b = -a

$$-ab \div (-a) = b$$

$$-ab \div (-b) = a$$

অন্যভাবে,

$$\frac{-ab}{a} = a \times (-b)$$

$$\frac{-ab}{b} = \frac{(-a) \times b}{b} = -a$$

$$\frac{-ab}{-a} = \frac{(-a) \times b}{-a} = b$$

$$\frac{-ab}{-b} = \frac{a \times (-b)}{-b} = a$$

প্রশ্ন ৭৭ $3a^3b^2 - 2a^2b^3, a^2b^2$

সমাধান : $3a^3b^2 - 2a^2b^3 \div a^2b^2$

$$\begin{aligned} &= \frac{3a^3b^2 - 2a^2b^3}{a^2b^2} = \frac{3a^3b^2}{a^2b^2} - \frac{2a^2b^3}{a^2b^2} \\ &= 3a^{3-2}b^{2-2} - 2a^{2-2}b^{3-2} \\ &= 3ab^0 - 2a^0b \\ &= 3a \times 1 - 2 \times 1 \times b \quad [\because a^0 = 1; b^0 = 1] \\ &= 3a - 2b \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $3a - 2b$

প্রশ্ন ৮৭ $36x^4y^3 + 9x^5y^2, 9xy$

সমাধান : $(36x^4y^3 + 9x^5y^2) \div 9xy$

$$\begin{aligned} &= \frac{36x^4y^3 + 9x^5y^2}{9xy} = \frac{36x^4y^3}{9xy} + \frac{9x^5y^2}{9xy} \\ &= 4x^{4-1}y^{3-1} + x^{5-1}y^{2-1} \\ &= 4x^3y^2 + x^4y \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $4x^3y^2 + x^4y$

প্রশ্ন ৯৭ $a^3b^4 - 3a^7b^7, -a^3b^3$

সমাধান : $(a^3b^4 - 3a^7b^7) \div (-a^3b^3)$

$$\begin{aligned} &= \frac{a^3b^4 - 3a^7b^7}{-a^3b^3} = \frac{a^3b^4}{-a^3b^3} + \frac{3a^7b^7}{a^3b^3} \\ &= -a^{3-3}b^{4-3} + 3a^{7-3}b^{7-3} \\ &= -a^0b + 3a^4b^4 \\ &= -b + 3a^4b^4 \quad [\because a^0 = 1] \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $-b + 3a^4b^4$

প্রশ্ন ১০৭ $6a^5b^3 - 9a^3b^4, 3a^2b^2$

সমাধান : $(6a^5b^3 - 9a^3b^4) \div 3a^2b^2$

$$\begin{aligned} &= \frac{6a^5b^3 - 9a^3b^4}{3a^2b^2} = \frac{6a^5b^3}{3a^2b^2} - \frac{9a^3b^4}{3a^2b^2} \\ &= 2a^{5-2}b^{3-2} - 3a^{3-2}b^{4-2} \\ &= 2a^3b - 3ab^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $2a^3b - 3ab^2$

প্রশ্ন ১১১ $15x^3y^3 + 12x^3y^2 - 12x^5y^3, 3x^2y^2$

সমাধান : $(15x^3y^3 + 12x^3y^2 - 12x^5y^3) \div (3x^2y^2)$

$$\begin{aligned} &= \frac{15x^3y^3 + 12x^3y^2 - 12x^5y^3}{3x^2y^2} \\ &= \frac{15x^3y^3}{3x^2y^2} + \frac{12x^3y^2}{3x^2y^2} - \frac{12x^5y^3}{3x^2y^2} \\ &= 5x^{3-2}y^{3-2} + 4x^{3-2}y^{2-2} - 4x^{5-2}y^{3-2} \\ &= 5xy + 4xy^0 - 4x^3y \\ &= 5xy + 4x \cdot 1 - 4x^3y \quad [\because y^{2-2} = y^0 = 1] \\ &= 5xy + 4x - 4x^3y \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $5xy + 4x - 4x^3y$

প্রশ্ন ১২ ৥ $6x^8y^6z - 4x^4y^3z^2 + 2x^2y^2z^2, 2x^2y^2z$

সমাধান : $(6x^8y^6z - 4x^4y^3z^2 + 2x^2y^2z^2) \div 2x^2y^2z$

$$= \frac{6x^8y^6z - 4x^4y^3z^2 + 2x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$$

$$= \frac{6x^8y^6z}{2x^2y^2z} - \frac{4x^4y^3z^2}{2x^2y^2z} + \frac{2x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$$

$$= 3x^{8-2}y^{6-2}z^{1-1} - 2x^{4-2}y^{3-2}z^{2-1} + x^{2-2}y^{2-2}z^{2-1}$$

$$= 3x^6y^4z^0 - 2x^2y^1z^1 + x^0y^0z^1$$

$$= 3x^6y^4 - 2x^2yz + z$$

নির্ণেয় ভাগফল : $3x^6y^4 - 2x^2yz + z$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $24a^2b^2c - 15a^4b^4c^4 - 9a^2b^6c^2, -3ab^2$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$(24a^2b^2c - 15a^4b^4c^4 - 9a^2b^6c^2) \div (-3ab^2)$$

$$= \frac{24a^2b^2c - 15a^4b^4c^4 - 9a^2b^6c^2}{-3ab^2}$$

$$= \frac{24a^2b^2c}{-3ab^2} - \frac{15a^4b^4c^4}{-3ab^2} - \frac{9a^2b^6c^2}{-3ab^2}$$

$$= -8a^{2-1}b^{2-2}c + 5a^{4-1}b^{4-2}c^4 + 3a^{2-1}b^{6-2}c^2$$

$$= -8ab^0c + 5a^3b^2c^4 + 3ab^4c^2$$

$$= -8a \cdot 1 \cdot c + 5a^3b^2c^4 + 3ab^4c^2 \quad [\because b^0 = 1]$$

$$= -8ac + 5a^3b^2c^4 + 3ab^4c^2$$

নির্ণেয় ভাগফল : $-8ac + 5a^3b^2c^4 + 3ab^4c^2$.

প্রশ্ন ১৪ ৥ $a^3b^2 + 2a^2b^3, a + 2b$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} a + 2b \overline{) a^3b^2 + 2a^2b^3} \\ \underline{a^3b^2 + 2a^2b^3} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : a^2b^2

প্রশ্ন ১৫ ৥ $6x^2 + x - 2, 2x - 1$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 2x - 1 \overline{) 6x^2 + x - 2} \\ \underline{6x^2 - 3x} \\ 4x - 2 \\ \underline{4x - 2} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $3x + 2$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $6y^2 + 3x^2 - 11xy, 3x - 2y$

সমাধান : ভাজকে x এর ঘাতের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,

$$3x^2 - 11xy + 6y^2$$

এখন,

$$\begin{array}{r} 3x - 2y) 3x^2 - 11xy + 6y^2 (x - 3y \\ \underline{3x^2 - 2xy} \\ (-) (+) \\ - 9xy + 6y^2 \\ - 9xy + 6y^2 \\ \underline{ (+) (-) } \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x - 3y$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $x^3 + y^3$, $x + y$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x + y) x^3 + y^3 (x^2 - xy + y^2 \\ \underline{x^3 + x^2y} \\ - x^2y + y^3 \\ - x^2y - xy^2 \\ + \\ xy^2 + y^3 \\ xy^2 + y^3 \\ \underline{ (-) (-) } \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x^2 - xy + y^2$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $a^2 + 4axyz + 4x^2y^2z^2$, $a + 2xyz$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} a + 2xyz) a^2 + 4axyz + 4x^2y^2z^2 (a + 2xyz \\ \underline{a^2 + 2axyz} \\ 2axyz + 4x^2y^2z^2 \\ 2axyz + 4x^2y^2z^2 \\ \underline{ (-) (-) } \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $a + 2xyz$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $16p^4 - 81q^4$, $2p + 3q$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 2p + 3q) 16p^4 - 81q^4 (8p^3 - 12p^2q + 18pq^2 - 27q^3 \\ \underline{16p^4 + 24p^3q} \\ (-) (-) \\ - 24p^3q - 81q^4 \\ - 24p^3q - 36p^2q^2 \\ (+) \\ 36p^2q^2 - 81q^4 \\ 36p^2q^2 + 54pq^3 \\ (-) (-) \\ - 54pq^3 - 81q^4 \\ - 54pq^3 - 81q^4 \\ (+) (+) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $8p^3 - 12p^2q + 18pq^2 - 27q^3$

প্রশ্ন ১২০। $64 - a^3, a - 4$

সমাধান : ভাজ্যকে a এর ঘাতের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,

$$= -a^3 + 64$$

এখন,

$$\begin{array}{r} a - 4) - a^3 + 64 \quad (- a^2 - 4a - 16) \\ \underline{- a^3 + 4a^2} \\ (+) \quad (-) \\ - 4a^2 + 64 \\ \underline{- 4a^2 + 16a} \\ (+) \quad (-) \\ - 16a + 64 \\ \underline{- 16a + 64} \\ (+) \quad (-) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $-a^2 - 4a - 16$

প্রশ্ন ১২১। $x^2 - 8xy + 16y^2, x - 4y$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x - 4y) x^2 - 8xy + 16y^2 \quad (x - 4y) \\ \underline{x^2 - 4xy} \\ (-) \quad (+) \\ - 4xy + 16y^2 \\ \underline{- 4xy + 16y^2} \\ (+) \quad (-) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x - 4y$

প্রশ্ন ১২২। $x^4 + 8x^2 + 15, x^2 + 5$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x^2 + 5) x^4 + 8x^2 + 15 \quad (x^2 + 3) \\ \underline{x^4 + 5x^2} \\ (-) \quad (-) \\ 3x^2 + 15 \\ \underline{3x^2 + 15} \\ (-) \quad (-) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x^2 + 3$

প্রশ্ন ১২৩। $x^4 + x^2 + 1, x^2 - x + 1$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1) x^4 + x^2 + 1 \quad (x^2 + x + 1) \\ \underline{x^4 - x^3 + x^2} \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ x^3 + 1 \\ \underline{x^3 - x^2 + x} \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ x^2 - x + 1 \\ \underline{x^2 - x + 1} \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x^2 + x + 1$

প্রশ্ন ২৪ ৥ $4a^4 + b^4 - 5a^2b^2, 4a^2 - b^2$

সমাধান : ভাজকে a এর ঘাতের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,

$$4a^4 - 5a^2b^2 + b^4$$

এখন,

$$4a^2 - b^2) 4a^4 - 5a^2b^2 + b^4 (a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{r} 4a^4 - a^2b^2 \\ \underline{(-) \quad (+)} \\ -4a^2b^2 + b^4 \\ -4a^2b^2 + b^4 \\ \underline{(+) \quad (-)} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $a^2 - b^2$

প্রশ্ন ২৫ ৥ $2a^2b^2 + 5abd + 3d^2, ab + d$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$ab + d) 2a^2b^2 + 5abd + 3d^2 (2ab + 3d$$

$$\begin{array}{r} 2a^2b^2 + 2abd \\ \underline{(-) \quad (-)} \\ 3abd + 3d^2 \\ 3abd + 3d^2 \\ \underline{(-) \quad (-)} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $2ab + 3d$

প্রশ্ন ২৬ ৥ $x^4y^4 - 1, x^2y^2 + 1$.

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$x^2y^2 + 1) x^4y^4 - 1(x^2y^2 - 1$$

$$\begin{array}{r} x^4y^4 + x^2y^2 \\ \underline{(-) \quad (-)} \\ -x^2y^2 - 1 \\ -x^2y^2 - 1 \\ \underline{(+) \quad (+)} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x^2y^2 - 1$

প্রশ্ন ২৭ ৥ $1 - x^6, 1 - x + x^2$

সমাধান : ভাজ্য ও ভাজক উভয়কে x এর ঘাতের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $-x^6 + 1, x^2 - x + 1$

এখন,

$$x^2 - x + 1) -x^6 + 1 (-x^4 - x^3 + x + 1$$

$$\begin{array}{r} -x^6 + x^5 - x^4 \\ \underline{(+) \quad (-) \quad (+)} \\ -x^5 + x^4 + 1 \\ -x^5 + x^4 - x^3 \\ \underline{(+) \quad (-) \quad (+)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 1 \\ x^3 - x^2 + x \\ \underline{- \quad + \quad -} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1 \\ x^2 - x + 1 \\ \underline{- \quad + \quad -} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $1 + x - x^3 - x^4$ (সাজিয়ে)

প্রশ্ন ২৮ ॥ $x^2 - 8abx + 15a^2b^2, x - 3ab$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x - 3ab \) \ x^2 - 8abx + 15a^2b^2 \\ \underline{x^2 - 3abx} \\ (-) + 5abx \\ \underline{5abx - 15a^2b^2} \\ (-) + 15a^2b^2 \\ \underline{15a^2b^2 - 15a^2b^2} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x - 3ab$

প্রশ্ন ২৯ ॥ $x^3y - 2x^2y^2 + axy, x^2 - 2xy + a$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x^2 - 2xy + a \) \ x^3y - 2x^2y^2 + axy \\ \underline{x^3y - 2x^2y^2} \\ (-) + 2x^2y^2 \\ \underline{2x^2y^2 - 2x^2y^2} \\ (-) + axy \\ \underline{axy - axy} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : xy

প্রশ্ন ৩০ ॥ $a^2bc + b^2ca + c^2ab, a + b + c$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} a + b + c \) \ a^2bc + b^2ca + c^2ab \\ \underline{a^2bc + b^2ca + c^2ab} \\ (-) + (-) + (-) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : abc

প্রশ্ন ৩১ ॥ $a^2x - 4ax + 3ax^2, a + 3x - 4$

সমাধান : ভাজ্যকে a এর ঘাতের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,

$$\begin{array}{r} a^2x + 3ax^2 - 4ax \\ \text{এখন, } a + 3x - 4 \) \ a^2x + 3ax^2 - 4ax \\ \underline{a^2x + 3ax^2 - 4ax} \\ (-) + (-) + (+) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : ax

প্রশ্ন ৩২ ॥ $81x^4 + y^4 - 22x^2y^2, 9x^2 + 2xy - y^2$

সমাধান : ভাজ্যকে x এর ঘাতের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,

$$\begin{array}{r} 81x^4 - 22x^2y^2 + y^4 \\ \text{এখন, } 9x^2 + 2xy - y^2 \) \ 81x^4 + y^4 \\ \underline{81x^4 + 18x^3y - 9x^2y^2} \\ (-) + (-) + (+) \\ \underline{- 18x^3y - 13x^2y^2 + y^4} \\ - 18x^3y - 4x^2y^2 + 2xy^3 \\ (+) + (+) + (-) \\ \underline{- 9x^2y^2 - 2xy^3 + y^4} \\ - 9x^2y^2 - 2xy^3 + y^4 \\ (+) + (+) + (-) \\ \underline{- 9x^2y^2 - 2xy^3 + y^4} \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $9x^2 - 2xy - y^2$

প্রশ্ন ১ ৩৩। $12a^4 + 11a^2 + 2, 3a^2 + 2$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 3a^2 + 2 \quad 12a^4 + 11a^2 + 2 \quad (4a^2 + 1) \\ 12a^4 + 8a^2 \\ \hline (-) \quad (-) \\ 3a^2 + 2 \\ 3a^2 + 2 \\ \hline (-) \quad (-) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $4a^2 + 1$

প্রশ্ন ১ ৩৪। $x^4 + x^2y^2 + y^4, x^2 - xy + y^2$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} x^2 - xy + y^2 \quad x^4 + x^2y^2 + y^4 \quad (x^2 + xy + y^2) \\ x^4 - x^3y + x^2y^2 \\ \hline (-) \quad (+) \quad (-) \\ x^3y + y^4 \\ x^3y - x^2y^2 + xy^3 \\ \hline (-) \quad (+) \quad (-) \\ x^2y^2 - xy^3 + y^4 \\ x^2y^2 - xy^3 + y^4 \\ \hline (-) \quad (+) \quad (-) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $x^2 + xy + y^2$

প্রশ্ন ১ ৩৫। $a^5 + 11a - 12, a^2 - 2a + 3$

সমাধান : ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} a^2 - 2a + 3 \quad a^5 + 11a - 12 \quad (a^3 + 2a^2 + a - 4) \\ a^5 - 2a^4 - 3a^3 \\ \hline (-) \quad (+) \quad (-) \\ 2a^4 - 3a^3 + 11a - 12 \\ 2a^4 - 4a^3 + 6a^2 \\ \hline (-) \quad (+) \quad (-) \\ a^3 - 6a^2 + 11a - 12 \\ a^3 - 2a^2 + 3a \\ \hline (-) \quad (+) \quad (-) \\ -4a^2 + 8a - 12 \\ -4a^2 + 8a - 12 \\ \hline (+) \quad (-) \quad (+) \\ 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল : $a^3 + 2a^2 + a - 4$

প্রশ্ন ১১ ১ $3a^2b$ এবং $-4ab^2$ এর গুণফল নিচের কোনটি?

(ক) $-12a^2b^2$ (খ) $-12a^3b^2$ (গ) $-12a^2b^3$ ● $-12a^3b^3$

ব্যাখ্যা : $3a^2b \times (-4ab^2) = 3 \times (-4) \times (a^2 \times a) \times (b \times b^2) = -12a^3b^3$

প্রশ্ন ১২ ২ $20a^6b^3$ কে $4a^3b$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল নিচের কোনটি ?

(ক) $5a^3b$ (খ) $5a^6b^2$ ● $5a^3b^2$ (ঘ) $5a^3b^3$

ব্যাখ্যা : $\frac{20a^6b^3}{4a^3b} = \frac{20}{4} \times \frac{a^6}{a^3} \times \frac{b^3}{b} = 5a^{6-3} \times b^{3-1} = 5a^3b^2$

প্রশ্ন ১৩ ৩ $\frac{-25x^3y}{5xy^3} =$ কত ?

(ক) $-5x^2y^2$ (খ) $5x^2y^2$ (গ) $\frac{5x^2}{y^2}$ ● $-\frac{5x^2}{y^2}$

ব্যাখ্যা : $\frac{-25x^3y}{5xy^3} = \frac{-25}{5} \times \frac{x^3}{x} \times \frac{y}{y^3} = \frac{-5 \times x^{3-1}}{y^{3-1}} = -\frac{5x^2}{y^2}$

প্রশ্ন ১৪ ৪ $a = 3, b = 2$ হলে, $(8a - 2b) + (-7a + 4b)$ এর মান কত ?

(ক) 3 (খ) 4 ● 7 (ঘ) 15

প্রশ্ন ১৫ ৫ $x = -1$ হলে, $x^3 + 2x^2 - 1$ এর মান নিচের কোনটি?

● 0 (খ) -1 (গ) 1 (ঘ) -2

প্রশ্ন ১৬ ৬ $10x^6y^5z^4$ কে $-5x^2y^2z^2$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে ?

(ক) $-2x^4y^2z^3$ ● $-2x^4y^3z^2$ (গ) $-2x^3y^3z^3$ (ঘ) $-2x^4y^3z^3$

প্রশ্ন ১৭ ৭ $4a^4 - 6a^3 + 3a + 14$ একটি বীজগণিতীয় রাশি। একজন শিক্ষার্থী রাশিটি থেকে নিচের তথ্যগুলো লিখলো:

- (i) বহুপদী রাশিটির চলক a
- (ii) বহুপদীটির মাত্রা 4
- (iii) a^3 এর সহগ 6

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

● i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

প্রশ্ন ১৮ ৮ ২ বছর পূর্বে বাবুলের বয়স x বছর এবং তার মা'র বয়স 5x বছর ছিল। তাহলে

(১) মা'র বর্তমান বয়স কত ?

(ক) x বছর (খ) 5x বছর
(গ) (x + 2) বছর ● (5x + 2) বছর

ব্যাখ্যা : যেহেতু ২ বছর পূর্বে মা'র বয়স 5x বছর। সুতরাং মা'র বর্তমান বয়স (5x + 2) বছর।

(২) দুইজনের বর্তমান বয়সের সমষ্টি কত ?

(ক) 6x বছর (খ) (5x + 4) বছর
● (6x + 4) বছর (ঘ) (6x + 2) বছর

ব্যাখ্যা : বাবুলের বর্তমান বয়স = (x + 2) বছর

এবং মায়ের বর্তমান বয়স = (5x + 2) বছর

∴ দুইজনের মোট বয়স = {(5x + 2) + (x + 2)} বছর
= {5x + 2 + x + 2} বছর
= (6x + 4) বছর

বন্ধনীর ব্যবহার

একটি স্কুলের ম্যানেজিং কমিটি তাদের স্কুলের 10 জন গরীব শিক্ষার্থীর জন্য দুগু কল্যাণ তহবিল থেকে a টাকা বরাদ্দ করল। সেই টাকা থেকে প্রত্যেক শিক্ষার্থীকে প্রতিটি b টাকা মূল্যের ২ টি করে খাতা ও প্রতিটি c টাকা মূল্যের 1 টি করে কলম বিতরণ করা হলো। এতে কিছু টাকা উদ্বৃত্ত হলো। এই টাকার সাথে আরও d টাকা যোগ করে তা ২ জন প্রতিবন্ধী শিক্ষার্থীর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া হলো।

উপরে বর্ণিত তথ্যগুলোকে বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি :

$$[a - (2b + c) \times 10] + d \div 2$$

এখানে, ১ম বন্ধনী (), ২য় বন্ধনী { }, ৩য় বন্ধনী [] ব্যবহার করা হয়েছে। বন্ধনী স্থাপনের নিয়ম হচ্ছে [()]। এ ছাড়াও রাশিটিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন +, -, × ও ÷ ব্যবহার করা হয়েছে। এরূপ রাশির সরলীকরণে BEDMAS অনুসরণ করা হয়। আবার, বন্ধনীর ক্ষেত্রে পর্যায়ক্রমে ১ম, ২য় ও ৩য় বন্ধনীর কাজ করতে হয়।

(৩) দুইজনের বর্তমান বয়সের পার্থক্য কত ?

(ক) $(6x - 4)$ বছর (খ) $(4x - 2)$ বছর

(গ) $(x - 2)$ বছর ● $4x$ বছর

ব্যাখ্যা : দুইজনের বর্তমান বয়সের পার্থক্য = মায়ের বর্তমান বয়স - বাবুলের বর্তমান বয়স

$$= \{(5x + 2) - (x + 2)\} \text{ বছর}$$
$$= \{5x + 2 - x - 2\} \text{ বছর} = 4x \text{ বছর}$$

সরল কর (৯ থেকে ২৩) :

প্রশ্ন ৯ ৥ $7 + 2[-8 - \{-3 - (-2 - 3)\} - 4]$

সমাধান : $7 + 2[-8 - \{-3 - (-2 - 3)\} - 4]$

$$= 7 + 2[-8 - \{-3 - (-5)\} - 4]$$
$$= 7 + 2[-8 - \{-3 + 5\} - 4]$$
$$= 7 + 2[-8 - \{2\} - 4]$$
$$= 7 + 2[-8 - 2 - 4]$$
$$= 7 + 2[-14]$$
$$= 7 - 28$$
$$= -21 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ $-5 - [-8 - \{-4 - (-2 - 3)\} + 13]$

সমাধান : $-5 - [-8 - \{-4 - (-2 - 3)\} + 13]$

$$= -5 - [-8 - \{-4 - (-5)\} + 13]$$
$$= -5 - [-8 - \{-4 + 5\} + 13]$$
$$= -5 - [-8 - \{1\} + 13]$$
$$= -5 - [-8 - 1 + 13]$$
$$= -5 - [-9 + 13]$$
$$= -5 - [4]$$
$$= -5 - 4$$
$$= -9 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ৥ $7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2(4 - 3)\}]$

সমাধান : $7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2(4 - 3)\}]$

$$= 7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2(1)\}]$$
$$= 7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2\}]$$
$$= 7 - 2[-6 + 3\{-3\}]$$
$$= 7 - 2[-6 - 9]$$
$$= 7 - 2[-15]$$
$$= 7 + 30$$
$$= 37 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ ৥ $x - \{a + (y - b)\}$

সমাধান : $x - \{a + (y - b)\}$

$$= x - \{a + y - b\}$$
$$= x - a - y + b$$
$$= x - y - a + b \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $3x + (4y - z) - \{a - b - (2c - 4a) - 5a\}$

সমাধান : $3x + (4y - z) - \{a - b - (2c - 4a) - 5a\}$

$$= 3x + 4y - z - \{a - b - 2c + 4a - 5a\}$$
$$= 3x + 4y - z - \{-b - 2c\}$$
$$= 3x + 4y - z + b + 2c \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ $- a + [- 5b - \{- 9c + (- 3a - 7b + 11c)\}]$

সমাধান : $- a + [- 5b - \{- 9c + (- 3a - 7b + 11c)\}]$

$$= - a + [- 5b - \{- 9c - 3a - 7b + 11c\}]$$

$$= - a + [- 5b - \{- 3a - 7b + 2c\}]$$

$$= - a + [- 5b + 3a + 7b - 2c]$$

$$= - a + [3a + 2b - 2c]$$

$$= - a + 3a + 2b - 2c$$

$$= 2a + 2b - 2c \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ $- a - [- 3b - \{- 2a - (- a - 4b)\}]$

সমাধান : $- a - [- 3b - \{- 2a - (- a - 4b)\}]$

$$= - a - [- 3b - \{- 2a + a + 4b\}]$$

$$= - a - [- 3b - \{- a + 4b\}]$$

$$= - a - [- 3b + a - 4b]$$

$$= - a - [a - 7b]$$

$$= - a - a + 7b$$

$$= 7b - 2a \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ $\{2a - (3b - 5c)\} - [a - \{2b - (c - 4a)\} - 7c]$

সমাধান : $\{2a - (3b - 5c)\} - [a - \{2b - (c - 4a)\} - 7c]$

$$= \{2a - 3b + 5c\} - [a - \{2b - c + 4a\} - 7c]$$

$$= 2a - 3b + 5c - [a - 2b + c - 4a - 7c]$$

$$= 2a - 3b + 5c - [- 3a - 2b - 6c]$$

$$= 2a - 3b + 5c + 3a + 2b + 6c$$

$$= 5a - b + 11c \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ $- a + [- 6b - \{- 15c + (- 3a - 9b - 13c)\}]$

সমাধান : $- a + [- 6b - \{- 15c + (- 3a - 9b - 13c)\}]$

$$= - a + [- 6b - \{- 15c - 3a - 9b - 13c\}]$$

$$= - a + [- 6b - \{- 3a - 9b - 28c\}]$$

$$= - a + [- 6b + 3a + 9b + 28c]$$

$$= - a + [3a + 3b + 28c]$$

$$= - a + 3a + 3b + 28c$$

$$= 2a + 3b + 28c \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ $- 2x - [- 4y - \{- 6z - (8x - 10y + 12z)\}]$

সমাধান : $- 2x - [- 4y - \{- 6z - (8x - 10y + 12z)\}]$

$$= - 2x - [- 4y - \{- 6z - 8x + 10y - 12z\}]$$

$$= - 2x - [- 4y - \{- 8x + 10y - 18z\}]$$

$$= - 2x - [- 4y + 8x - 10y + 18z]$$

$$= - 2x - [8x - 14y + 18z]$$

$$= - 2x - 8x + 14y - 18z$$

$$= - 10x + 14y - 18z \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ $3x - 5y + [2 + (3y - x) + \{2x - (x - 2y)\}]$

সমাধান : $3x - 5y + [2 + (3y - x) + \{2x - (x - 2y)\}]$

$$= 3x - 5y + [2 + 3y - x + \{2x - x + 2y\}]$$

$$= 3x - 5y + [2 + 3y - x + \{x + 2y\}]$$

$$= 3x - 5y + [2 + 3y - x + x + 2y]$$

$$= 3x - 5y + [2 + 5y]$$

$$= 3x - 5y + 2 + 5y$$

$$= 3x + 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২০১ $4x + [-5y - \{9z + (3x - 7y + x)\}]$

সমাধান : $4x + [-5y - \{9z + (3x - 7y + x)\}]$

$$= 4x + [-5y - \{9z + (4x - 7y)\}]$$

$$= 4x + [-5y - \{9z + 4x - 7y\}]$$

$$= 4x + [-5y - 9z - 4x + 7y]$$

$$= 4x + [-4x + 2y - 9z]$$

$$= 4x - 4x + 2y - 9z$$

$$= 2y - 9z \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২১১ $20 - [\{(6a + 3b) - (5a - 2b)\} + 6]$

সমাধান : $20 - [\{(6a + 3b) - (5a - 2b)\} + 6]$

$$= 20 - [\{6a + 3b - 5a + 2b\} + 6]$$

$$= 20 - [\{a + 5b\} + 6]$$

$$= 20 - [a + 5b + 6]$$

$$= 20 - a - 5b - 6$$

$$= 14 - a - 5b \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২২১ $15a + 2 [3b + 3 \{2a - 2(2a + b)\}]$

সমাধান : $15a + 2 [3b + 3 \{2a - 2(2a + b)\}]$

$$= 15a + 2 [3b + 3 \{2a - 4a - 2b\}]$$

$$= 15a + 2 [3b + 3 \{-2a - 2b\}]$$

$$= 15a + 2 [3b - 6a - 6b]$$

$$= 15a + 2 [-6a - 3b]$$

$$= 15a - 12a - 6b$$

$$= 3a - 6b \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৩১ $[8b - 3\{2a - 3(2b + 5) - 5(b - 3)\}] - 3b$

সমাধান : $[8b - 3\{2a - 3(2b + 5) - 5(b - 3)\}] - 3b$

$$= [8b - 3\{2a - 6b - 15 - 5b + 15\}] - 3b$$

$$= [8b - 3\{2a - 11b\}] - 3b$$

$$= [8b - 6a + 33b] - 3b$$

$$= [-6a + 41b] - 3b$$

$$= -6a + 41b - 3b$$

$$= 38b - 6a \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৪ ১ বন্ধনীর পূর্বে (-) চিহ্ন দিয়ে $a - b + c - d$ এর ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পদ প্রথম বন্ধনীর ভিতর স্থাপন কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি,

$$a - b + c - d$$

শর্তানুসারে, বন্ধনীয়ুক্ত রাশি

$$= a - (b - c + d) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৫ ১ $a - b - c + d - m + n - x + y$ রাশিতে বন্ধনীর আগে (-) চিহ্ন দিয়ে ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পদ ও (+) চিহ্ন দিয়ে ৬ষ্ঠ ও ৭ম পদ প্রথম বন্ধনীভুক্ত কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি,

$$a - b - c + d - m + n - x + y$$

শর্তানুসারে, বন্ধনীয়ুক্ত রাশি,

$$a - (b + c - d) - m + (n - x) + y \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৬ ॥ $7x - 5y + 8z - 9$ এর তৃতীয় ও চতুর্থ পদ বন্ধনীর আগে (-) চিহ্ন দিয়ে প্রথম বন্ধনীভুক্ত কর।
পরে দ্বিতীয় পদ ও প্রথম বন্ধনীভুক্ত রাশিকে দ্বিতীয় বন্ধনীভুক্ত কর যেন বন্ধনীর আগে (+) চিহ্ন থাকে।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি,

$$7x - 5 + 8z - 9$$

শর্তানুসারে, বন্ধনীযুক্ত রাশি,

$$\text{প্রথমে, } 7x - 5y - (-8z + 9)$$

$$\text{পরে, } 7x + \{-5y - (-8z + 9)\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৭ ॥ $15x^2 + 7x - 2$ এবং $5x - 1$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম রাশি থেকে দ্বিতীয় রাশি বিয়োগ কর।

খ. রাশিদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর।

গ. প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :

$$\text{ক. } 15x^2 + 7x - 2$$

$$5x - 1$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\hline 15x^2 + 2x - 1$$

$$\text{নির্ণেয় বিয়োগফল : } 15x^2 + 2x - 1$$

$$\text{খ. } 15x^2 + 7x - 2$$

$$5x - 1$$

$$\hline 75x^3 + 35x^2 - 10x$$

$$- 15x^2 - 7x + 2$$

$$\hline 75x^3 + 20x^2 - 17x + 2 \text{ (যোগ করে)}$$

$$\text{নির্ণেয় গুণফল : } 75x^3 + 20x^2 - 17x + 2$$

$$\text{গ. } 5x - 1 \quad) \quad 15x^2 + 7x - 2 \quad (\quad 3x + 2$$

$$15x^2 - 3x$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\hline 10x - 2$$

$$10x - 2$$

$$- \quad +$$

$$\hline 0$$

$$\text{নির্ণেয় ভাগফল : } 3x + 2$$

প্রশ্ন ২৮ ॥ $2x + y$, $3x - z$ এবং $x - 4y - 3z + 2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির যোগফল বের কর।

খ. তৃতীয় রাশির যোগাত্মক বিপরীত রাশি লেখ এবং প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির যোগফল থেকে প্রাপ্ত তৃতীয় রাশি বিয়োগ কর।

$$\text{গ. সরল কর : } 7 + [(2x + y) - \{(3x - z) - (x - 4y - 3z + 2) + 10\}]$$

ঘ. তৃতীয় রাশিকে প্রথম রাশি দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

$$\text{ক. } 2x + y$$

$$3x - z$$

$$\hline 5x + y - z \text{ (যোগ করে)}$$

$$\text{নির্ণেয় যোগফল : } 5x + y - z$$

খ. তৃতীয় রাশির যোগাত্মক বিপরীত রাশি

$$\begin{aligned} &= -(x - 4y - 3z + 2) \\ &= -x + 4y + 3z - 2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

এখন,

$$\begin{array}{r} 5x + y - z \\ -x + 4y + 3z - 2 \\ \hline (+) (-) (-) (+) \\ 6x - 3y - 4z + 2 \text{ (বিয়োগ করে)} \end{array}$$

$$\text{নির্ণেয় বিয়োগফল : } 6x - 3y - 4z + 2$$

গ. $7 + [(2x + y) - \{(3x - z) - (x - 4y - 3z + 2) + 10\}]$

$$\begin{aligned} &= 7 + [2x + y - \{3x - z - x + 4y + 3z - 2 + 10\}] \\ &= 7 + [2x + y - \{2x + 4y + 2z + 8\}] \\ &= 7 + [2x + y - 2x - 4y - 2z - 8] \\ &= 7 + [-3y - 2z - 8] \\ &= 7 - 3y - 2z - 8 \\ &= -3y - 2z - 1. \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ. $x - 4y - 3z + 2$

$$\begin{array}{r} \underline{2x + y} \\ 2x^2 - 8xy - 6zx + 4x \\ + xy \qquad \qquad - 4y^2 - 3yz + 2y \end{array}$$

$$2x^2 - 7xy - 6zx + 4x - 4y^2 - 3yz + 2y \quad [\text{যোগ করে}]$$

$$= 2x^2 - 7xy - 3yz - 6zx + 4x + 2y - 4y^2$$

$$\text{নির্ণেয় গুণফল : } 2x^2 - 7xy - 6zx - 3yz + 4x + 2y - 4y^2$$

সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর (১-১৬) :

প্রশ্ন ১। $a + 5$

সমাধান : $a + 5$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (a + 5)^2 \\ &= (a)^2 + 2 \times a \times 5 + (5)^2 \\ &= a^2 + 10a + 25 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২। $5x - 7$

সমাধান : $5x - 7$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (5x - 7)^2 \\ &= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 7 + (7)^2 \\ &= 25x^2 - 70x + 49 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩। $3a - 11xy$

সমাধান : $3a - 11xy$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (3a - 11xy)^2 \\ &= (3a)^2 - 2 \times 3a \times 11xy + (11xy)^2 \\ &= 9a^2 - 66axy + 121x^2y^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৪। $5a^2 + 9m^2$

সমাধান : $5a^2 + 9m^2$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (5a^2 + 9m^2)^2 \\ &= (5a^2)^2 + 2 \times 5a^2 \times 9m^2 + (9m^2)^2 \\ &= 25a^4 + 90a^2m^2 + 81m^4 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৫। 55

সমাধান : 55 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (55)^2 \\ &= (50 + 5)^2 \\ &= (50)^2 + 2 \times 50 \times 5 + (5)^2 \\ &= 2500 + 500 + 25 \\ &= 3025 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৬। 990

সমাধান : 990 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (990)^2 \\ &= (1000 - 10)^2 \\ &= (1000)^2 - 2 \times 1000 \times 10 + (10)^2 \\ &= 1000000 - 20000 + 100 \\ &= 1000100 - 20000 \\ &= 980100 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৭। $xy - 6y$

সমাধান : $xy - 6y$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (xy - 6y)^2 \\ &= (xy)^2 - 2 \times xy \times 6y + (6y)^2 \\ &= x^2y^2 - 12xy^2 + 36y^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

■ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

সূত্র ১। $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

দুইটি রাশির যোগফলের বর্গ = ১ম রাশির বর্গ + ২ × ১ম রাশি × ২য় রাশি + ২য় রাশির বর্গ

সূত্র ২। $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

দুইটি রাশির বিয়োগফলের বর্গ = ১ম রাশির বর্গ - ২ × ১ম রাশি × ২য় রাশি + ২য় রাশির বর্গ

অনুসিদ্ধান্ত ১। $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২। $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫। $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

অনুসিদ্ধান্ত ৬। $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $ax - by$

সমাধান : $ax - by$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (ax - by)^2 \\ &= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2 \\ &= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ 97

সমাধান : 97 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (97)^2 \\ &= (100 - 3)^2 \\ &= (100)^2 - 2 \times 100 \times 3 + (3)^2 \\ &= 10000 - 600 + 9 \\ &= 10009 - 600 \\ &= 9409 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ $2x + y - z$

সমাধান : $(2x + y - z)$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (2x + y - z)^2 \\ &= \{(2x + y) - z\}^2 \\ &= (2x + y)^2 - 2 \times (2x + y) \times z + z^2 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times y + y^2 - 2z(2x + y) + z^2 \\ &= 4x^2 + 4xy + y^2 - 4xz - 2yz + z^2 \\ &= 4x^2 + y^2 + z^2 + 4xy - 4xz - 2yz \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১ ৥ $2a - b + 3c$

সমাধান : $2a - b + 3c$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (2a - b + 3c)^2 \\ &= \{(2a - b) + 3c\}^2 \\ &= (2a - b)^2 + 2 \times (2a - b) \times 3c + (3c)^2 \\ &= (2a)^2 - 2 \times 2a \times b + b^2 + 6c(2a - b) + 9c^2 \\ &= 4a^2 - 4ab + b^2 + 12ac - 6bc + 9c^2 \\ &= 4a^2 + b^2 + 9c^2 - 4ab + 12ac - 6bc \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ ৥ $x^2 + y^2 - z^2$

সমাধান : $x^2 + y^2 - z^2$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (x^2 + y^2 - z^2)^2 \\ &= \{(x^2 + y^2) - z^2\}^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - 2 \times (x^2 + y^2) \times z^2 + (z^2)^2 \\ &= (x^2)^2 + 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2 - 2z^2(x^2 + y^2) + z^4 \\ &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2 + z^4 \\ &= x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $a - 2b - c$

সমাধান : $a - 2b - c$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (a - 2b - c)^2 \\ &= \{(a - 2b) - c\}^2 \\ &= (a - 2b)^2 - 2 \times (a - 2b) \times c + c^2 \\ &= a^2 - 2 \times a \times 2b + (2b)^2 - 2c(a - 2b) + c^2 \\ &= a^2 - 4ab + 4b^2 - 2ac + 4bc + c^2 \\ &= a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab + 4bc - 2ac \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $3x - 2y + z$

সমাধান : $(3x - 2y + z)$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (3x - 2y + z)^2 \\ &= \{(3x - 2y) + z\}^2 \\ &= (3x - 2y)^2 + 2 \times (3x - 2y) \times z + z^2 \\ &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2 + 2z(3x - 2y) + z^2 \\ &= 9x^2 - 12xy + 4y^2 + 6xz - 4yz + z^2 \\ &= 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy + 6xz - 4yz \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $bc + ca + ab$

সমাধান : $bc + ca + ab$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (bc + ca + ab)^2 \\ &= \{(bc + ca) + ab\}^2 \\ &= (bc + ca)^2 + 2 \times (bc + ca) \times ab + (ab)^2 \\ &= (bc)^2 + 2 \times bc \times ca + (ca)^2 + 2ab(bc + ca) + a^2b^2 \\ &= b^2c^2 + 2abc^2 + c^2a^2 + 2ab^2c + 2a^2bc + a^2b^2 \\ &= b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2 + 2abc^2 + 2ab^2c + 2a^2bc \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $2a^2 + 2b - c^2$

সমাধান : $2a^2 + 2b - c^2$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (2a^2 + 2b - c^2)^2 \\ &= \{(2a^2 + 2b) - c^2\}^2 \\ &= (2a^2 + 2b)^2 - 2 \times (2a^2 + 2b) \times c^2 + (c^2)^2 \\ &= (2a^2)^2 + 2 \times 2a^2 \times 2b + (2b)^2 - 2c^2(2a^2 + 2b) + c^4 \\ &= 4a^4 + 8a^2b + 4b^2 - 4a^2c^2 - 4bc^2 + c^4 \\ &= 4a^4 + 4b^2 + c^4 + 8a^2b - 4a^2c^2 - 4bc^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

সরল কর (১৭- ২৪) :

প্রশ্ন ১৭ ৥ $(2a + 1)^2 - 4a(2a + 1) + 4a^2$

সমাধান : $(2a + 1)^2 - 4a(2a + 1) + 4a^2$

$$\begin{aligned} &= (2a + 1)^2 - 2 \times (2a + 1) \times 2a + (2a)^2 \\ &= (2a + 1 - 2a)^2 \\ &= 1^2 = 1 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $(5a + 3b)^2 + 2(5a + 3b)(4a - 3b) + (4a - 3b)^2$

সমাধান : মনে করি, $5a + 3b = x$ এবং $4a - 3b = y$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= (5a + 3b + 4a - 3b)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (9a)^2 \\ &= 81a^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $(7a + b)^2 - 2(7a + b)(7a - b) + (7a - b)^2$

সমাধান : মনে করি, $7a + b = x$ এবং $7a - b = y$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 2xy + y^2 \\ &= (x - y)^2 \\ &= \{(7a + b) - (7a - b)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \{7a + b - 7a + b\}^2 \\ &= (2b)^2 \\ &= 4b^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২০ ৥ $(2x + 3y)^2 + 2(2x + 3y)(2x - 3y) + (2x - 3y)^2$

সমাধান : মনে করি, $2x + 3y = a$ এবং $2x - 3y = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + 2 \times a \times b + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= (a + b)^2 \\ &= (2x + 3y + 2x - 3y)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (4x)^2 \\ &= 16x^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২১ ৥ $(5x - 2)^2 + (5x + 7)^2 - 2(5x - 2)(5x + 7)$

সমাধান : মনে করি, $5x - 2 = a$ এবং $5x + 7 = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= (a - b)^2 \\ &= \{(5x - 2) - (5x + 7)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (5x - 2 - 5x - 7)^2 \\ &= (-9)^2 \\ &= 81 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২২ ৥ $(3ab - cd)^2 + 9(cd - ab)^2 + 6(3ab - cd)(cd - ab)$

সমাধান : $(3ab - cd)^2 + 9(cd - ab)^2 + 6(3ab - cd)(cd - ab)$

$$= (3ab - cd)^2 + \{3(cd - ab)\}^2 + 2(3ab - cd) \times 3(cd - ab)$$

মনে করি, $3ab - cd = x$ এবং $3(cd - ab) = y$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + y^2 + 2 \times x \times y \\ &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= \{3ab - cd + 3cd - 3ab\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (2cd)^2 \\ &= 4c^2d^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২৩ ৥ $(2x + 5y + 3z)^2 + (5y + 3z - x)^2 - 2(5y + 3z - x)(2x + 5y + 3z)$

সমাধান : মনে করি, $2x + 5y + 3z = a$ এবং $5y + 3z - x = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + b^2 - 2 \times b \times a \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= (a - b)^2 \\ &= \{(2x + 5y + 3z) - (5y + 3z - x)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (2x + 5y + 3z - 5y - 3z + x)^2 \\ &= (3x)^2 \\ &= 9x^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২৪ ৥ $(2a - 3b + 4c)^2 + (2a + 3b - 4c)^2 + 2(2a - 3b + 4c)(2a + 3b - 4c)$

সমাধান : মনে করি, $2a - 3b + 4c = x$ এবং $2a + 3b - 4c = y$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + y^2 + 2xy \\ &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= (2a - 3b + 4c + 2a + 3b - 4c)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (4a)^2 = 16a^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

মান নির্ণয় কর (২৫-২৮) :

প্রশ্ন ২৫ ৥ $25x^2 + 36y^2 - 60xy$, যখন $x = -4$, $y = -5$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = -4$, $y = -5$.

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 25x^2 + 36y^2 - 60xy \\ &= 25x^2 - 60xy + 36y^2 \\ &= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 6y + (6y)^2 \\ &= (5x - 6y)^2 \\ &= \{5(-4) - 6(-5)\}^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (-20 + 30)^2 \\ &= (10)^2 \\ &= 100 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৬ ৥ $16a^2 - 24ab + 9b^2$, যখন $a = 7$, $b = 6$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$, $b = 6$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 16a^2 - 24ab + 9b^2 \\ &= (4a)^2 - 2 \times 4a \times 3b + (3b)^2 \\ &= (4a - 3b)^2 \\ &= (4 \times 7 - 3 \times 6)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (28 - 18)^2 \\ &= (10)^2 \\ &= 100 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৭ ৥ $9x^2 + 30x + 25$, যখন $x = -2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = -2$.

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 9x^2 + 30x + 25 \\ &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 \\ &= (3x + 5)^2 \\ &= \{3(-2) + 5\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (-6 + 5)^2 \\ &= (-1)^2 \\ &= 1 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৮ ৥ $81a^2 + 18ac + c^2$, যখন $a = 7$, $c = -67$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$, $c = -67$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 81a^2 + 18ac + c^2 \\ &= (9a)^2 + 2 \times 9a \times c + c^2 \\ &= (9a + c)^2 \\ &= \{(9 \times 7) + (-67)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (63 - 67)^2 \\ &= (-4)^2 \\ &= 16 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৯ ৥ $a - b = 7$ এবং $ab = 3$ হলে, দেখাও যে, $(a + b)^2 = 61$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 7$ এবং $ab = 3$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= (a + b)^2 \\ &= (a - b)^2 + 4ab \\ &= 7^2 + 4 \times 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 49 + 12 \\ &= 61 = \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$\therefore (a + b)^2 = 61$. (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩০ ৷ $a + b = 5$ এবং $ab = 12$ হলে, দেখাও যে, $a^2 + b^2 = 1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 5$ এবং $ab = 12$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= a^2 + b^2 \\ &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= 5^2 - 2 \times 12 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 25 - 24 \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \\ \therefore a^2 + b^2 &= 1 \text{ (দেখানো হলো)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩১ ৷ $x + \frac{1}{x} = 5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = 525$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4 \times x^2 \times \frac{1}{x^2} \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4 \\ &= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x}\right\}^2 - 4 \\ &= \{(5)^2 - 2\}^2 - 4 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= \{25 - 2\}^2 - 4 \\ &= \{23\}^2 - 4 \\ &= 529 - 4 \\ &= 525 = \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$$\therefore \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = 525 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৩২ ৷ $a + b = 8$ এবং $a - b = 4$ হলে, $ab =$ কত ?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 8$ এবং $a - b = 4$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } ab &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{8}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 4^2 - 2^2 \\ &= 16 - 4 \\ &= 12 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৩ ৷ $x + y = 7$ এবং $xy = 10$ হলে, $x^2 + y^2 + 5xy$ এর মান কত ?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 7$ এবং $xy = 10$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + y^2 + 5xy \\ &= x^2 + y^2 + 2xy + 3xy \\ &= (x + y)^2 + 3xy \\ &= 7^2 + 3 \times 10 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 49 + 30 = 79 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ৷ ৩৪ ৷ $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, দেখাও যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

$$\text{বামপক্ষ} = m^4 + \frac{1}{m^4}$$

$$= (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$$

$$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$$

$$= \left\{ \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \{4 - 2\}^2 - 2$$

$$= 2^2 - 2$$

$$= 4 - 2$$

$$= 2 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore m^4 + \frac{1}{m^4} = 2 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর :

প্রশ্ন ১১ (4x + 3), (4x - 3)

সমাধান : (4x + 3)(4x - 3)

$$=(4x)^2 - (3)^2 \quad [∵ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$=16x^2 - 9 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ (13 - 12p), (13 + 12p)

সমাধান : (13 - 12p)(13 + 12p)

$$=(13)^2 - (12p)^2 \quad [∵ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$=169 - 144p^2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ (ab + 3), (ab - 3)

সমাধান : (ab + 3)(ab - 3)

$$=(ab)^2 - (3)^2 \quad [∵ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$=a^2b^2 - 9 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ (10 - xy), (10 + xy)

সমাধান : (10 - xy)(10 + xy)

$$=(10)^2 - (xy)^2 \quad [∵ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$=100 - x^2y^2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ (4x² + 3y²), (4x² - 3y²)

সমাধান : (4x² + 3y²)(4x² - 3y²)

$$=(4x^2)^2 - (3y^2)^2 \quad [∵ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$=16x^4 - 9y^4 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ (a - b - c), (a + b + c)

সমাধান : (a - b - c)(a + b + c)

$$=\{a - (b + c)\} \{a + (b + c)\}$$

$$=a^2 - (b + c)^2 \quad [∵ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$=a^2 - (b^2 + 2bc + c^2)$$

$$=a^2 - b^2 - 2bc - c^2$$

$$=a^2 - b^2 - c^2 - 2bc \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ (x² - x + 1), (x² + x + 1)

সমাধান : (x² - x + 1)(x² + x + 1)

$$=\{(x^2 + 1) - x\} \{(x^2 + 1) + x\}$$

$$=(x^2 + 1)^2 - x^2 \quad [∵ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$$

$$=(x^2)^2 + 2 \times x^2 \times 1 + 1^2 - x^2$$

$$=x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$$

$$=x^4 + x^2 + 1 \text{ (Ans.)}$$

সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় :

সূত্র ৩ | (a + b)(a - b) = a² - b²

দুইটি রাশির যোগফল × এদের
বিয়োগফল = রাশি দুইটির
বর্গের বিয়োগফল

সূত্র ৪ | (x + a)(x + b) = x² + (a + b)x + ab

প্রশ্ন ১৮ ৥ $(x - \frac{1}{2}a), (x - \frac{5}{2}a)$

সমাধান : $(x - \frac{1}{2}a)(x - \frac{5}{2}a)$

$$= x^2 + (-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}a)x + (-\frac{1}{2}a) \times (-\frac{5}{2}a)$$

$$[\because (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab]$$

$$= x^2 + \left(\frac{-a-5a}{2}\right)x + \frac{5}{4}a^2$$

$$= x^2 - \frac{6ax}{2} + \frac{5}{4}a^2$$

$$= x^2 - 3ax + \frac{5}{4}a^2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $(\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y), (\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y)$

সমাধান : $(\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y)(\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y)$

$$= \left(\frac{1}{4}x\right)^2 - \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ $(a^4 + 3a^2x^2 + 9x^4), (9x^4 - 3a^2x^2 + a^4)$

সমাধান : $(a^4 + 3a^2x^2 + 9x^4)(9x^4 - 3a^2x^2 + a^4)$

$$= \{(a^4 + 9x^4) + 3a^2x^2\} \{(a^4 + 9x^4) - 3a^2x^2\}$$

$$= (a^4 + 9x^4)^2 - (3a^2x^2)^2 \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= (a^4)^2 + 2 \times a^4 \times 9x^4 + (9x^4)^2 - (3a^2x^2)^2$$

$$= a^8 + 18a^4x^4 + 81x^8 - 9a^4x^4$$

$$= a^8 + 81x^8 + 9a^4x^4 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ৥ $(x+1), (x-1), (x^2+1)$

সমাধান : $(x+1)(x-1)(x^2+1)$

$$= (x^2 - 1^2)(x^2 + 1)$$

$$= (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$= (x^2)^2 - 1^2 \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= x^4 - 1 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ ৥ $(9a^2 + b^2), (3a+b), (3a-b)$

সমাধান : $(9a^2 + b^2)(3a+b)(3a-b)$

$$= (9a^2 + b^2) \{(3a)^2 - (b)^2\} \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= (9a^2 + b^2)(9a^2 - b^2)$$

$$= (9a^2)^2 - (b^2)^2 \quad [\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= 81a^4 - b^4 \text{ (Ans.)}$$

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

প্রশ্ন ১১ $x^2 + xy + zx + yz$

সমাধান : $x^2 + xy + zx + yz$
 $= x(x + y) + z(x + y)$
 $= (x + y)(x + z)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১২ $a^2 + bc + ca + ab$

সমাধান : $a^2 + bc + ca + ab$
 $= a^2 + ab + ca + bc$
 $= a(a + b) + c(a + b)$
 $= (a + b)(a + c)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ $ab(px + qy) + a^2qx + b^2py$

সমাধান : $ab(px + qy) + a^2qx + b^2py$
 $= abpx + abqy + a^2qx + b^2py$
 $= abpx + a^2qx + b^2py + abqy$
 $= ax(bp + aq) + by(bp + aq)$
 $= (bp + aq)(ax + by)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ $4x^2 - y^2$

সমাধান : $4x^2 - y^2$
 $= (2x)^2 - (y)^2$
 $= (2x + y)(2x - y)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ $9a^2 - 4b^2$

সমাধান : $9a^2 - 4b^2$
 $= (3a)^2 - (2b)^2$
 $= (3a + 2b)(3a - 2b)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ $a^2b^2 - 49y^2$

সমাধান : $a^2b^2 - 49y^2$
 $= (ab)^2 - (7y)^2$
 $= (ab + 7y)(ab - 7y)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৭ $16x^4 - 81y^4$

সমাধান : $16x^4 - 81y^4$
 $= (4x^2)^2 - (9y^2)^2$
 $= (4x^2 + 9y^2)(4x^2 - 9y^2)$
 $= (4x^2 + 9y^2)\{(2x)^2 - (3y)^2\}$
 $= (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$
 $= (2x + 3y)(2x - 3y)(4x^2 + 9y^2)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ $a^2 - (x + y)^2$

সমাধান : $a^2 - (x + y)^2$
 $= \{a + (x + y)\}\{a - (x + y)\}$
 $= (a + x + y)(a - x - y)$ (Ans.)

বীজগণিতীয় রাশির উৎপাদক :

কোনো বীজগণিতীয় রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথম রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়।

বীজগণিতীয় বিভিন্ন সূত্র এবং গুণের বিনিময়বিধি, সংযোগবিধি ও বণ্টনবিধি ব্যবহার করে বীজগণিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা হয়।

আমরা জানি, $6 = 2 \times 3$.

এখানে, 2 ও 3 হলো 6 এর দুইটি উৎপাদক বা গুণনীয়ক।

৩ নং সূত্র থেকে

আমরা জানি, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

তাহলে,

$(a + b)$ ও $(a - b)$ বীজগণিতীয় রাশি $a^2 - b^2$ এর দুইটি উৎপাদক বা গুণনীয়ক।

প্রশ্ন ৯ ৥ $(2x - 3y + 5z)^2 - (x - 2y + 3z)^2$

সমাধান : $(2x - 3y + 5z)^2 - (x - 2y + 3z)^2$
 $= \{(2x - 3y + 5z) + (x - 2y + 3z)\}$
 $\{(2x - 3y + 5z) - (x - 2y + 3z)\}$
 $= (2x - 3y + 5z + x - 2y + 3z)$
 $(2x - 3y + 5z - x + 2y - 3z)$
 $= (3x - 5y + 8z)(x - y + 2z)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১০ ৥ $4 + 8a^2 + 9a^4$

সমাধান : $4 + 8a^2 + 9a^4$
 $= 9a^4 + 8a^2 + 4$
 $= (3a^2)^2 + 2 \times 3a^2 \times 2 + (2)^2 - 4a^2$
 $= (3a^2 + 2)^2 - (2a)^2$
 $= (3a^2 + 2 + 2a)(3a^2 + 2 - 2a)$
 $= (3a^2 + 2a + 2)(3a^2 - 2a + 2)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৥ $2a^2 + 6a - 80$

সমাধান : $2a^2 + 6a - 80$
 $= 2(a^2 + 3a - 40)$
 $= 2[a^2 + \{8 + (-5)\}a + 8 \times (-5)]$
 $= 2(a + 8)(a - 5)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১২ ৥ $y^2 - 6y - 91$

সমাধান : $y^2 - 6y - 91$
 $= y^2 + (-13 + 7)y + (-13) \times 7$
 $= (y + 7)(y - 13)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৩ ৥ $p^2 - 15p + 56$

সমাধান : $p^2 - 15p + 56$
 $= p^2 + \{-8 + (-7)\}p + (-8) \times (-7)$
 $= (p - 8)(p - 7)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ ৥ $45a^8 - 5a^4x^4$

সমাধান : $45a^8 - 5a^4x^4$
 $= 5a^4(9a^4 - x^4)$
 $= 5a^4\{(3a^2)^2 - (x^2)^2\}$
 $= 5a^4(3a^2 + x^2)(3a^2 - x^2)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ ৥ $a^2 + 3a - 40$

সমাধান : $a^2 + 3a - 40$
 $= a^2 + \{8 + (-5)\}a + 8 \times (-5)$
 $= (a + 8)(a - 5)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ ৥ $(x^2 + 1)^2 - (y^2 + 1)^2$

সমাধান : $(x^2 + 1)^2 - (y^2 + 1)^2$
 $= \{(x^2 + 1) + (y^2 + 1)\}\{(x^2 + 1) - (y^2 + 1)\}$
 $= (x^2 + 1 + y^2 + 1)(x^2 + 1 - y^2 - 1)$
 $= (x^2 + y^2 + 2)(x^2 - y^2)$
 $= (x + y)(x - y)(x^2 + y^2 + 2)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৭ ৥ $x^2 + 11x + 30$

সমাধান : $x^2 + 11x + 30$

$$= x^2 + (5 + 6)x + 5 \times 6$$

$$= (x + 5)(x + 6) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

সমাধান : $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$$= a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)$$

$$= a^2 - (b - c)^2$$

$$= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\}$$

$$= (a + b - c)(a - b + c) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $144x^7 - 25x^3a^4$

সমাধান : $144x^7 - 25x^3a^4$

$$= x^3(144x^4 - 25a^4)$$

$$= x^3\{(12x^2)^2 - (5a^2)^2\}$$

$$= x^3(12x^2 + 5a^2)(12x^2 - 5a^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ ৥ $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 16a^2$

সমাধান : $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 16a^2$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2 - (4a)^2$$

$$= (2x + 3y)^2 - (4a)^2$$

$$= (2x + 3y + 4a)(2x + 3y - 4a) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ১ ১ 11 এর বর্গ কত?

- (ক) 22 (খ) 101 (গ) 111 ● 121

ব্যাখ্যা : 11 এর বর্গ = $(11)^2 = 11 \times 11 = 121$

প্রশ্ন ১২ ১ ১ $a - 5$ এর বর্গ কোনটি ?

- (ক) $a^2 + 10a + 25$ ● $a^2 - 10a + 25$
(গ) $a^2 + 5a + 25$ (ঘ) $a^2 - 5a + 25$

ব্যাখ্যা : $a - 5$ এর বর্গ = $(a - 5)^2 = (a)^2 - 2 \cdot a \cdot 5 + (5)^2$
= $a^2 - 10a + 25$.

প্রশ্ন ১৩ ১ ১ $(2x + 3)$ ও $(2x - 3)$ এর গুণফল কত ?

- $4x^2 - 9$ (খ) $4x^2 + 12x - 9$
(গ) $4x^2 - 12x - 9$ (ঘ) $4x^2 + 9$

ব্যাখ্যা : $(2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - (3)^2 = 4x^2 - 9$.

প্রশ্ন ১৪ ১ ১ $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$ এর মান কোনটি ?

- (ক) $8x^2$ (খ) $8y^2$
● $4x^2$ (ঘ) $4y^2$

ব্যাখ্যা : $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2 = (x + y + x - y)^2 = (2x)^2 = 4x^2$

প্রশ্ন ১৫ ১ ১ $a + b = 4$ এবং $a - b = 2$ হলে, ab এর মান কত?

- 3 (খ) 8 (গ) 12 (ঘ) 16

ব্যাখ্যা : $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 = (2)^2 - (1)^2 = 4 - 1 = 3$

প্রশ্ন ১৬ ১ ১ একটি রাশি অপর একটি রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের কী বলা হয় ?

- (ক) ভাগফল (খ) ভাগশেষ ● গুণিতক (ঘ) গুণনীয়ক

প্রশ্ন ১৭ ১ ১ $a, a^2, a(a + b)$ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক কোনটি?

- (ক) a (খ) a^2 (গ) $a(a + b)$ ● $a^2(a + b)$

ব্যাখ্যা : a, a^2 ও $a(a + b)$ রাশিগুলোতে সম্ভাব্য উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও $(a + b)$ নির্ণয়ে ল.সা.গু. = $a^2(a + b)$.

প্রশ্ন ১৮ ১ ১ $2a$ ও $3b$ এর গ.সা.গু. কত ?

- 1 (খ) 6 (গ) a (ঘ) b

প্রশ্ন ১৯ ১ ১ (i) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(ii) $4ab = (a + b)^2 + (a - b)^2$

(iii) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ● i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i তথ্যানুসারে সঠিক।

ii $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$ ∴ উক্তিটি সঠিক নয়।

iii তথ্যানুসারে সঠিক।

ভাজ্য, ভাজক, গুণনীয়ক ও গুণিতক,
গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. :

ভাজ্য: যে রাশিকে ভাগ করা হয় তাকে ভাজ্য বলে।

ভাজক: যে রাশি দ্বারা ভাগ করা হয় তাকে ভাজক বলে।

ভাগফল: ভাগ প্রক্রিয়ায় যে ফলাফল পাওয়া যায় তাকে ভাগফল বলে।

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু.)

যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক, ঐ রাশিকে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলা হয়।

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু.)

দুই বা ততোধিক সংখ্যার ল.সা.গু. হচ্ছে এমন একটি সংখ্যা যা প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে ছোট।

- প্রশ্ন ১১০ ১ (i) ল.সা.গু. এর পূর্ণ রূপ হলো লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক
(ii) ল.সা.গু. নির্ণয়ের জন্য রাশিগুলোর সাধারণ গুণিতক নির্ণয় করতে হয়
(iii) গ.সা.গু. এর পূর্ণ রূপ হলো গরিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

- i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : iii. গ.সা.গু. এর পূর্ণরূপ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক। সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক নয়।

প্রশ্ন ১১১ ১ (i) $x^2 - 16$ এবং (ii) $x^2 + 3x - 4$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি-

- (১) $x = 1$ হলে, (i) ও (ii) এর অন্তর নিচের কোনটি ?
(ক) 0 ● -15 (গ) 15 (ঘ) 16

ব্যাখ্যা : $x^2 - 16 = (1)^2 - 16 = 1 - 16 = -15$

$$x^2 + 3x - 4 = (1)^2 + 3(1) - 4$$

$$= 1 + 3 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$\therefore \text{অন্তর} = -15 - 0 = -15$$

- (২) (ii) এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি ?

- $(x-1)(x+4)$ (খ) $(x+1)(x-4)$
(গ) $(-x+1)(x+4)$ (ঘ) $(-x+1)(4-x)$

ব্যাখ্যা : $x^2 + 3x - 4 = x^2 + 4x - x - 4$
 $= x(x+4) - 1(x+4) = (x+4)(x-1)$

- (৩) (i) ও (ii) এর সাধারণ উৎপাদক নিচের কোনটি ?

- (ক) $(x-4)$ (খ) $(x-1)$
(গ) $(x+1)$ ● $(x+4)$

ব্যাখ্যা : i) $x^2 - 16 = (x)^2 - (4)^2 = (x+4)(x-4)$ এবং
২ নং থেকে পাই, $x^2 + 3x - 4 = (x+4)(x-1)$
 \therefore সাধারণ উৎপাদক $(x+4)$

প্রশ্ন ১১২ ১ $(x^3y - xy^3)$ ও $(x-y)(x+2y)$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি। তাহলে,

- (১) প্রথম রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?

- (ক) $(x+y)(x-y)$ (খ) $x(x+y)(x-y)$
(গ) $y(x+y)(x-y)$ ● $xy(x+y)(x-y)$

ব্যাখ্যা : $x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2) = xy(x+y)(x-y)$

- (২) বীজগণিতীয় রাশি দুইটির গ.সা.গু. নিচের কোনটি?

- (ক) $(x+y)$ ● $(x-y)$
(গ) $y(x+y)$ (ঘ) $x(x-y)$

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি = $x^3y - xy^3 = xy(x+y)(x-y)$
২য় রাশি = $(x-y)(x+2y)$
১ম ও ২য় রাশির সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $(x-y)$
নির্ণেয় গ.সা.গু. $(x-y)$

- (৩) বীজগণিতীয় রাশি দুইটির ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

- (ক) $x(x+y)(x-y)$ (খ) $y(x+y)(x-y)$
● $xy(x^2 - y^2)(x+2y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x+2y)$

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি = $x^3y - xy^3 = xy(x+y)(x-y)$
২য় রাশি = $(x-y)(x+2y)$
 \therefore ল.সা.গু. = $xy(x+y)(x-y)(x+2y)$
 $= xy(x^2 - y^2)(x+2y)$

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১৩ – ২২) :

প্রশ্ন ১৩ ৥ $3a^3b^2c, 6ab^2c^2$

সমাধান : ১ম রাশি = $3a^3b^2c = 3 \times a \times a \times a \times b \times b \times c$

২য় রাশি = $6ab^2c^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b \times c \times c$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়কগুলো 3, a, b, b, c

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $3 \times a \times b \times b \times c = 3ab^2c$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $5ab^2x^2, 10a^2by^2$

সমাধান : ১ম রাশি = $5ab^2x^2 = 5 \times a \times b \times b \times x \times x$

২য় রাশি = $10a^2by^2 = 2 \times 5 \times a \times a \times b \times y \times y$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়কগুলো 5, a, b.

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $5 \times a \times b = 5ab$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $3a^2x^2, 6axy^2, 9ay^2$

সমাধান : ১ম রাশি = $3a^2x^2 = 3 \times a \times a \times x \times x$

২য় রাশি = $6axy^2 = 2 \times 3 \times a \times x \times y \times y$

৩য় রাশি = $9ay^2 = 3 \times 3 \times a \times y \times y$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়কগুলো 3, a

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $3 \times a = 3a$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $16a^3x^4y, 40a^2y^3x, 28ax^3$

সমাধান : ১ম রাশি = $16a^3x^4y = 2^4 \times a^3 \times x^4 \times y$

২য় রাশি = $40a^2y^3x = 2^3 \times 5 \times a^2 \times y^3 \times x$

৩য় রাশি = $28ax^3 = 2^2 \times 7 \times a \times x^3$

এখানে, সাংখ্যিক সহগ 16, 40 এবং 28 এর গ. সা. গু. 4 সাধারণ মৌলিক উৎপাদক a এর সর্বোচ্চ শক্তি a

সাধারণ মৌলিক উৎপাদক x এর সর্বোচ্চ শক্তি x

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $4 \times a \times x = 4ax$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $a^2 + ab, a^2 - b^2$

সমাধান : ১ম রাশি = $a^2 + ab = a(a + b)$

২য় রাশি = $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

এখানে ১ম ও ২য় রাশির সাধারণ গুণনীয়ক (a + b)

নির্ণেয় গ.সা.গু. (a + b)

প্রশ্ন ১৮ ৥ $x^3y - xy^3, (x - y)^2$

সমাধান : ১ম রাশি = $x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2) = xy(x + y)(x - y)$

২য় রাশি = $(x - y)^2 = (x - y)(x - y)$

এখানে ১ম ও ২য় রাশির সাধারণ গুণনীয়ক (x - y)

নির্ণেয় গ.সা.গু. (x - y)

প্রশ্ন ১৯ ৥ $x^2 + 7x + 12, x^2 + 9x + 20$

সমাধান : প্রথম রাশি = $x^2 + 7x + 12 = x^2 + (3 + 4)x + 3 \times 4$
= $(x + 3)(x + 4)$

দ্বিতীয় রাশি = $x^2 + 9x + 20$

= $x^2 + (4 + 5)x + 4 \times 5$

= $(x + 4)(x + 5)$

এখানে ১ম ও ২য় রাশির সাধারণ মৌলিক উৎপাদক বা গুণনীয়ক (x + 4)

নির্ণেয় গ.সা.গু. (x + 4)

প্রশ্ন ১২০ ৥ $a^3 - ab^2, a^4 + 2a^3b + a^2b^2$

সমাধান : প্রথম রাশি = $a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a + b)(a - b)$

দ্বিতীয় রাশি = $a^4 + 2a^3b + a^2b^2$
= $a^2(a^2 + 2ab + b^2)$
= $a^2(a + b)^2$
= $a^2(a + b)(a + b)$

এখানে ১ম ও ২য় রাশির সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলো $a, (a + b)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $a \times (a + b) = a(a + b)$

প্রশ্ন ১২১ ৥ $a^2 - 16, 3a + 12, a^2 + 5a + 4$

সমাধান : প্রথম রাশি = $a^2 - 16 = (a)^2 - (4)^2 = (a + 4)(a - 4)$

দ্বিতীয় রাশি = $3a + 12 = 3(a + 4)$

তৃতীয় রাশি = $a^2 + 5a + 4 = a^2 + (4 + 1)a + 4 \times 1$
= $(a + 4)(a + 1)$

এখানে, প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $(a + 4)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $(a + 4)$

প্রশ্ন ১২২ ৥ $xy - y, x^3y - xy, x^2 - 2x + 1$

সমাধান : প্রথম রাশি = $xy - y = y(x - 1)$

দ্বিতীয় রাশি = $x^3y - xy = xy(x^2 - 1) = xy(x^2 - 1^2)$
= $xy(x + 1)(x - 1)$

তৃতীয় রাশি = $x^2 - 2x + 1 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + (1)^2$
= $(x - 1)^2$
= $(x - 1)(x - 1)$

এখানে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $(x - 1)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $(x - 1)$

ল.সা.গু. নির্ণয় কর (২৩ - ৩২) :

প্রশ্ন ১২৩ ৥ $6a^3b^2c, 9a^4bd^2$

সমাধান : ১ম রাশি = $6a^3b^2c = 2 \times 3 \times a^3 \times b^2 \times c$

২য় রাশি = $9a^4bd^2 = 3 \times 3 \times a^4 \times b \times d^2$

সাংখ্যিক সহগ 6 ও 9 এর ল.সা.গু. 18

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত সর্বোচ্চ ঘাত বিশিষ্ট উৎপাদকগুলো যথাক্রমে a^4, b^2, c ও d^2

নির্ণেয় ল.সা.গু. $18a^4b^2cd^2$

প্রশ্ন ১২৪ ৥ $5x^2y^2, 10xz^3, 15y^3z^4$

সমাধান : ১ম রাশি = $5x^2y^2 = 5 \times x^2 \times y^2$

২য় রাশি = $10xz^3 = 2 \times 5 \times x \times z^3$

৩য় রাশি = $15y^3z^4 = 3 \times 5 \times y^3 \times z^4$

সাংখ্যিক সহগ 5, 10 ও 15 এর ল.সা.গু. = $5 \times 2 \times 3 = 30$

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো যথাক্রমে x^2, y^3 ও z^4

নির্ণেয় ল.সা.গু. $30 x^2y^3z^4$

প্রশ্ন ১২৫ ৥ $2p^2xy^2, 3pq^2, 6pqx^2$

সমাধান : ১ম রাশি = $2p^2xy^2 = 2 \times p^2 \times x \times y^2$

২য় রাশি = $3pq^2 = 3 \times p \times q^2$

৩য় রাশি = $6pqx^2 = 2 \times 3 \times p \times q \times x^2$

সাংখ্যিক সহগ 2, 3 ও 6 এর ল.সা.গু. 6

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো যথাক্রমে p^2 , q^2 , x^2 ও y^2
নির্ণেয় ল.সা.গু. $6p^2q^2x^2y^2$

প্রশ্ন ২৬ ॥ $(b^2 - c^2)$, $(b + c)^2$

সমাধান : প্রথম রাশি = $(b^2 - c^2) = (b + c)(b - c)$

দ্বিতীয় রাশি = $(b + c)^2$

প্রদত্ত রাশিগুলোর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো

$(b - c)$ ও $(b + c)^2$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $(b - c)(b + c)^2$

প্রশ্ন ২৭ ॥ $x^2 + 2x$, $x^2 + 3x + 2$

সমাধান : প্রথম রাশি = $x^2 + 2x = x(x + 2)$

দ্বিতীয় রাশি = $x^2 + 3x + 2$

= $x^2 + (2 + 1)x + 2 \times 1$

= $x^2 + 2x + x + 2$

= $x(x + 2) + 1(x + 2)$

= $(x + 2)(x + 1)$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো

x , $(x + 2)$, $(x + 1)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $x(x + 2)(x + 1) = x(x^2 + 3x + 2)$

প্রশ্ন ২৮ ॥ $9x^2 - 25y^2$, $15ax - 25ay$

সমাধান : প্রথম রাশি = $9x^2 - 25y^2 = (3x)^2 - (5y)^2$
= $(3x + 5y)(3x - 5y)$

দ্বিতীয় রাশি = $15ax - 25ay = 5a(3x - 5y)$

সাংখ্যিক সহগ 1 ও 5 এর ল. সা. গু. 5

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো a , $(3x + 5y)$, $(3x - 5y)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $5a(3x + 5y)(3x - 5y) = 5a(9x^2 - 25y^2)$

প্রশ্ন ২৯ ॥ $x^2 - 3x - 10$, $x^2 - 10x + 25$

সমাধান : প্রথম রাশি = $x^2 - 3x - 10$

= $x^2 + (-5 + 2)x + (-5) \times 2$

= $x^2 - 5x + 2x - 10$

= $x(x - 5) + 2(x - 5)$

= $(x - 5)(x + 2)$

দ্বিতীয় রাশি = $x^2 - 10x + 25$

= $x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + (5)^2$

= $(x - 5)^2$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো

$(x - 5)^2$ ও $(x + 2)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $(x + 2)(x - 5)^2$

প্রশ্ন ৩০ ॥ $a^2 - 7a + 12$, $a^2 + a - 20$, $a^2 + 2a - 15$.

সমাধান : প্রথম রাশি = $a^2 - 7a + 12$

= $a^2 + (-3 - 4)a + (-3) \times (-4)$

= $a^2 - 3a - 4a + 12$

= $a(a - 3) - 4(a - 3)$

= $(a - 3)(a - 4)$

$$\begin{aligned}
\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^2 + a - 20 \\
&= a^2 + (5 - 4)a + 5 \times (-4) \\
&= a^2 + 5a - 4a - 20 \\
&= a(a + 5) - 4(a + 5) \\
&= (a + 5)(a - 4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{তৃতীয় রাশি} &= a^2 + 2a - 15 \\
&= a^2 + (5 - 3)a + (5 \times -3) \\
&= a^2 + 5a - 3a - 15 \\
&= a(a + 5) - 3(a + 5) \\
&= (a + 5)(a - 3)
\end{aligned}$$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো
(a - 3), (a - 4) ও (a + 5)

$$\begin{aligned}
\text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (a - 3)(a - 4)(a + 5) \\
&= (a^2 - 7a + 12)(a + 5) \\
&= (a + 5)(a^2 - 7a + 12)
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩১ ৷ $x^2 - 8x + 15$, $x^2 - 25$, $x^2 + 2x - 15$

$$\begin{aligned}
\text{সমাধান : প্রথম রাশি} &= x^2 - 8x + 15 \\
&= x^2 + (-5 - 3)x + (-5)(-3) \\
&= x^2 - 5x - 3x + 15 \\
&= x(x - 5) - 3(x - 5) \\
&= (x - 5)(x - 3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 25 \\
&= (x)^2 - (5)^2 \\
&= (x + 5)(x - 5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 + 2x - 15 \\
&= x^2 + (5 - 3)x + 5(-3) \\
&= x^2 + 5x - 3x - 15 \\
&= x(x + 5) - 3x(x + 5) \\
&= (x + 5)(x - 3)
\end{aligned}$$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো
(x - 3), (x - 5) ও (x + 5)

$$\begin{aligned}
\text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x - 3)(x - 5)(x + 5) \\
&= (x - 3)(x^2 - 5^2) \\
&= (x - 3)(x^2 - 25)
\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩২ ৷ $x + 5$, $x^2 + 5x$, $x^2 + 7x + 10$.

সমাধান : প্রথম রাশি = x + 5

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 + 5x = x(x + 5)$$

$$\begin{aligned}
\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 + 7x + 10 \\
&= x^2 + (5 + 2)x + 5 \times 2 \\
&= x^2 + 5x + 2x + 10 \\
&= x(x + 5) + 2(x + 5) \\
&= (x + 5)(x + 2)
\end{aligned}$$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ঘাতবিশিষ্ট উৎপাদকগুলো
x, (x + 2) ও (x + 5)

$$\text{নির্ণেয় ল.সা.গু. } x(x + 2)(x + 5) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৩ ৷ $a = 2x - 3$ এবং $b = 2x + 5$ হলে-

(ক) $a + b$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) সূত্রের সাহায্যে a^2 এর মান নির্ণয় কর।

(গ) সূত্রের সাহায্যে a ও b এর গুণফল নির্ণয় কর। $x = 2$ হলে, $ab =$ কত?

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে, $a = 2x - 3$ এবং $b = 2x + 5$

$$\begin{aligned}\therefore a + b &= 2x - 3 + 2x + 5 \\ &= 4x + 2 \\ &= 2(2x + 1) \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(খ) দেওয়া আছে, $a = 2x - 3$

$$\begin{aligned}\therefore a^2 &= (2x - 3)^2 \quad [\text{বর্গ করে}] \\ &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 \\ &= 4x^2 - 12x + 9 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(গ) দেওয়া আছে, $a = 2x - 3$ এবং $b = 2x + 5$

$$\begin{aligned}\therefore ab &= (2x - 3)(2x + 5) \\ &= (2x)^2 + (-3 + 5) \times 2x + (-3) \times 5 \\ &= 4x^2 + 2 \times 2x - 15 \\ &= 4x^2 + 4x - 15\end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $4x^2 + 4x - 15$

এখন, $x = 2$ হলে,

$$\begin{aligned}ab &= 4 \times (2)^2 + 4 \times 2 - 15 \\ &= 4 \times 4 + 8 - 15 \\ &= 16 + 8 - 15 \\ &= 24 - 15 \\ &= 9 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৪ ৷ $x^4 - 625$ এবং $x^2 + 3x - 10$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি। তাহলে-

(ক) প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হলে, কোন সূত্রটি ব্যবহার করতে হবে ?

(খ) দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

(গ) রাশি দুইটির গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

(ঘ) রাশি দুইটির ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে, প্রথম রাশি $= x^4 - 625$
 $= (x^2)^2 - (25)^2$ ইহা $a^2 - b^2$ আকারের।

সুতরাং প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ সূত্রটি ব্যবহার করতে হবে।}$$

অর্থাৎ দুইটি রাশির বর্গের বিয়োগফলের সূত্রটি ব্যবহার করতে হবে।

(খ) দ্বিতীয় রাশি $= x^2 + 3x - 10$

$$\begin{aligned}&= x^2 + (5 - 2)x + 5 \times (-2) \\ &= x^2 + 5x - 2x - 10 \\ &= x(x + 5) - 2(x + 5) \\ &= (x + 5)(x - 2)\end{aligned}$$

(গ) প্রথম রাশি $= x^4 - 625$

$$\begin{aligned}&= (x^2)^2 - (25)^2 \\ &= (x^2 + 25)(x^2 - 25) \\ &= (x^2 + 25)\{(x)^2 - (5)^2\} \\ &= (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 + 3x - 10 \\ &= (x + 5)(x - 2) \quad [\text{'খ' থেকে}]\end{aligned}$$

এখানে ১ম ও ২য় রাশির সাধারণ গুণনীয়ক $(x + 5)$ যা দুইটি রাশির মধ্যে রয়েছে।
নির্ণেয় গ.সা.গু. $(x + 5)$

(ঘ) 'গ' থেকে পাই,

$$\text{প্রথম রাশি} = (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = (x + 5)(x - 2)$$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে

$$(x + 5), (x^2 + 25), (x - 5) \text{ ও } (x - 2)$$

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)(x - 2) \\ &= (x^2 + 25)(x^2 - 25)(x - 2) \\ &= (x^2 + 25)(x^2 - 25)(x - 2) \\ &= \{(x^2)^2 - (25)^2\}(x - 2) \\ &= (x^4 - 625)(x - 2)\end{aligned}$$

লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর (১-১০) :

প্রশ্ন ১ ৥ $\frac{a^2b}{a^3c}$

সমাধান : $\frac{a^2b}{a^3c} = \frac{a \times a \times b}{a \times a \times a \times c} = \frac{b}{ac}$

Ans : $\frac{a^2b}{a^3c}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $\frac{b}{ac}$

প্রশ্ন ২ ৥ $\frac{a^2bc}{ab^2c}$

সমাধান : $\frac{a^2bc}{ab^2c} = \frac{a \times a \times b \times c}{a \times b \times b \times c} = \frac{a}{b}$

Ans : $\frac{a^2bc}{ab^2c}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a}{b}$

প্রশ্ন ৩ ৥ $\frac{x^3y^3z^3}{x^2y^2z^2}$

সমাধান : $\frac{x^3y^3z^3}{x^2y^2z^2} = \frac{x^2y^2z^2 \times xyz}{x^2y^2z^2} = xyz$

Ans : $\frac{x^3y^3z^3}{x^2y^2z^2}$ এর লঘিষ্ঠ আকার xyz

প্রশ্ন ৪ ৥ $\frac{x^2 + x}{xy + y}$

সমাধান : $\frac{x^2 + x}{xy + y} = \frac{x(x + 1)}{y(x + 1)} = \frac{x}{y}$

Ans : লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x}{y}$

প্রশ্ন ৫ ৥ $\frac{4a^2b}{6a^3b}$

সমাধান : $\frac{4a^2b}{6a^3b}$

$= \frac{2a^2b \times 2}{2a^2b \times 3a}$ [লব ও হরের গ.সা.গু $2a^2b$]

$= \frac{2}{3a}$

Ans : $\frac{4a^2b}{6a^3b}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $\frac{2}{3a}$

প্রশ্ন ৬ ৥ $\frac{2a - 4ab}{1 - 4b^2}$

সমাধান : $\frac{2a - 4ab}{1 - 4b^2} = \frac{2a(1 - 2b)}{(1)^2 - (2b)^2} = \frac{2a(1 - 2b)}{(1 + 2b)(1 - 2b)} = \frac{2a}{1 + 2b}$

Ans : $\frac{2a - 4ab}{1 - 4b^2}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $\frac{2a}{1 + 2b}$

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ: যদি কোনো ভগ্নাংশের শুধু লব বা শুধু হর বা লব ও হর উভয়কে বীজগণিতীয় প্রতীক বা রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তবে তা হবে বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

সমতুল ভগ্নাংশ: কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরকে শূন্য ছাড়া একই রাশি দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে, ভগ্নাংশের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না।

ভগ্নাংশের লঘুকরণ: কোনো ভগ্নাংশের লঘুকরণের অর্থ হলো ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করা। এ জন্য লব ও হরকে তাদের সাধারণ গুণনীয়ক বা উৎপাদক দ্বারা ভাগ করা হয়। কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের মধ্যে কোনো সাধারণ গুণনীয়ক বা উৎপাদক না থাকলে এরূপ ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে ভগ্নাংশ বলা হয়।

সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ: সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশও বলে। এক্ষেত্রে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর সমান করতে হয়।

প্রশ্ন ৯ ॥ $\frac{2a + 3b}{4a^2 - 9b^2}$

সমাধান : $\frac{2a + 3b}{4a^2 - 9b^2} = \frac{2a + 3b}{(2a)^2 - (3b)^2} = \frac{(2a + 3b)}{(2a + 3b)(2a - 3b)} = \frac{1}{2a - 3b}$

Ans : $\frac{2a + 3b}{4a^2 - 9b^2}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $\frac{1}{2a - 3b}$

প্রশ্ন ৮ ॥ $\frac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 4}$

সমাধান : $\frac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 4} = a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + (2)^2$
 $= \frac{(a + 2)(a + 2)}{(a + 2)(a - 2)} = \frac{a + 2}{a - 2}$

Ans : $\frac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 4}$ এর লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a + 2}{a - 2}$.

প্রশ্ন ৯ ॥ $\frac{x^2 - y^2}{(x + y)^2}$

সমাধান : $\frac{x^2 - y^2}{(x + y)^2} = \frac{(x + y)(x - y)}{(x + y)(x + y)} = \frac{x - y}{x + y}$

Ans : লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x - y}{x + y}$.

প্রশ্ন ১০ ॥ $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 9x + 20}$

সমাধান : $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 9x + 20} = \frac{x^2 + 5x - 3x - 15}{x^2 + 5x + 4x + 20}$
 $= \frac{x(x + 5) - 3(x + 5)}{x(x + 5) + 4(x + 5)} = \frac{(x + 5)(x - 3)}{(x + 5)(x + 4)}$
 $= \frac{x - 3}{x + 4}$

Ans : লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x - 3}{x + 4}$.

সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর (১১ - ২০):

প্রশ্ন ১১ ॥ $\frac{a}{bc}, \frac{a}{ac}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশদ্বয়ের হর bc ও ac এর ল.সা.গু = abc

$\therefore \frac{a}{bc} = \frac{a \times a}{bc \times a} \quad [\because abc \div bc = a]$
 $= \frac{a^2}{abc}$

এবং $\frac{a}{ac} = \frac{a \times b}{ac \times b} \quad [\because abc \div ac = b]$
 $= \frac{ab}{abc}$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{a^2}{abc}, \frac{ab}{abc}$

প্রশ্ন ১২ ৥ $\frac{x}{pq}, \frac{y}{pr}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশদ্বয়ের হর pq ও pr এর ল.সা.গু. = pqr

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x}{pq} &= \frac{x \times r}{pq \times r} \quad [\because pqr \div pq = r] \\ &= \frac{rx}{pqr}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } \frac{y}{pr} &= \frac{y \times q}{pr \times q} \quad [\because pqr \div pr = q] \\ &= \frac{qy}{pqr}\end{aligned}$$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{rx}{pqr}, \frac{qy}{pqr}$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $\frac{2x}{3m}, \frac{3y}{2n}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশদ্বয়ের হর 3m ও 2n এর ল.সা.গু. = 6mn

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2x}{3m} &= \frac{2x \times 2n}{3m \times 2n} \quad [\because 6mn \div 3m = 2n] \\ &= \frac{4nx}{6mn}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } \frac{3y}{2n} &= \frac{3y \times 3m}{2n \times 3m} \quad [\because 6mn \div 2n = 3m] \\ &= \frac{9my}{6mn}\end{aligned}$$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{4nx}{6mn}, \frac{9my}{6mn}$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশদ্বয়ের হর a - b ও a + b এর ল.সা.গু. = (a + b)(a - b)

$$\begin{aligned}\therefore \frac{a}{a-b} &= \frac{a \times (a+b)}{(a-b) \times (a+b)} \quad [\because (a+b)(a-b) \div (a-b) = (a+b)] \\ &= \frac{a(a+b)}{a^2-b^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } \frac{b}{a+b} &= \frac{b \times (a-b)}{(a+b)(a-b)} \quad [\because (a+b)(a-b) \div (a+b) = (a-b)] \\ &= \frac{b(a-b)}{a^2-b^2}\end{aligned}$$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{a(a+b)}{a^2-b^2}, \frac{b(a-b)}{a^2-b^2}$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\frac{x^2}{a^2-2ab}, \frac{y^2}{a+2b}$

সমাধান :

১ম ভগ্নাংশের হর = $a^2 - 2ab = a(a - 2b)$

২য় ভগ্নাংশের হর = $a + 2b$

\therefore হরগুলোর ল.সা.গু. = $a(a + 2b)(a - 2b)$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2 - 2ab} = \frac{x^2}{a(a - 2b)}$$

$$= \frac{x^2 \times (a + 2b)}{a(a - 2b) \times (a + 2b)}$$

$$[\because a(a + 2b)(a - 2b) \div a(a - 2b) = (a + 2b)]$$

$$= \frac{x^2(a + 2b)}{a(a^2 - 4b^2)}$$

$$\text{এবং } \frac{y^2}{a + 2b} = \frac{y^2 \times a(a - 2b)}{(a + 2b) \times a(a - 2b)}$$

$$[\because a(a + 2b)(a - 2b) \div (a + 2b) = a(a - 2b)]$$

$$= \frac{a(a - 2b)y^2}{a(a^2 - 4b^2)}$$

$$\text{Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুটি } \frac{(a + 2b)x^2}{a(a^2 - 4b^2)}, \frac{a(a - 2b)y^2}{a(a^2 - 4b^2)}$$

$$\text{প্রশ্ন ১১৬} \parallel \frac{3}{a^2 - 4}, \frac{2}{a(a + 2)}$$

সমাধান :

$$1\text{ম ভগ্নাংশের হর} = a^2 - 4 = (a)^2 - (2)^2 = (a + 2)(a - 2)$$

$$2\text{য় ভগ্নাংশের হর} = a(a + 2)$$

$$\therefore \text{হরগুলোর ল.সা.গু. } a(a + 2)(a - 2)$$

$$\therefore \frac{3}{a^2 - 4} = \frac{3}{(a + 2)(a - 2)}$$

$$= \frac{3 \times a}{(a + 2)(a - 2) \times a} \quad [\text{লব ও হরকে } a \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$= \frac{3a}{a(a^2 - 4)}$$

$$\text{এবং } \frac{2}{a(a + 2)} = \frac{2 \times (a - 2)}{a(a + 2) \times (a - 2)}$$

$$[\text{লব ও হরকে } (a - 2) \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\text{Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি } \frac{3a}{a(a^2 - 4)}, \frac{2(a - 2)}{a(a^2 - 4)}$$

$$\text{প্রশ্ন ১১৭} \parallel \frac{a}{a^2 - 9}, \frac{b}{a + 3}$$

সমাধান :

$$1\text{ম ভগ্নাংশের হর} = a^2 - 9 = (a)^2 - (3)^2 = (a + 3)(a - 3)$$

$$2\text{য় ভগ্নাংশের হর} = a + 3$$

$$\therefore \text{হরগুলোর ল.সা.গু.} = (a + 3)(a - 3)$$

$$\therefore \frac{a}{a^2 - 9} = \frac{a}{(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{a \times 1}{(a + 3)(a - 3) \times 1} \quad [\text{লব ও হরকে } 1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$= \frac{a}{a^2 - 9}$$

এবং $\frac{b}{(a+3)} = \frac{b \times (a-3)}{(a+3) \times (a-3)}$ [লব ও হরকে $(a-3)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{b(a-3)}{a^2-9}$$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{a}{a^2-9}, \frac{b(a-3)}{a^2-9}$

প্রশ্ন ১৮ ৷ $\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a-b}, \frac{c}{a-c}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর $a+b, a-b$ ও $a-c$ এর ল.সা.গু. $= (a+b)(a-b)(a-c)$

\therefore ১ম ভগ্নাংশ $= \frac{a}{a+b} = \frac{a \times (a-b)(a-c)}{(a+b) \times (a-b)(a-c)}$

[লব ও হরকে $(a-b)(a-c)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{a(a-b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)}$$

২য় ভগ্নাংশ $= \frac{b}{a-b} = \frac{b \times (a+b)(a-c)}{(a-b) \times (a+b)(a-c)}$

[লব ও হরকে $(a+b)(a-c)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{b(a+b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)}$$

৩য় ভগ্নাংশ $= \frac{c}{a-c} = \frac{c \times (a+b)(a-b)}{(a-c)(a+b)(a-b)}$

[লব ও হরকে $(a+b)(a-b)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{c(a+b)(a-b)}{(a^2-b^2)(a-c)}$$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ তিনটি

$$\frac{a(a-b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)}, \frac{b(a+b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)} \text{ ও } \frac{c(a+b)(a-b)}{(a^2-b^2)(a-c)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৷ $\frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}, \frac{c}{a(a+b)}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর $a-b, a+b$ ও $a(a+b)$ এর ল.সা.গু. $= a(a+b)(a-b)$

\therefore ১ম ভগ্নাংশ $= \frac{a}{a-b} = \frac{a \times a(a+b)}{(a-b) \times a(a+b)}$

[লব ও হরকে $a(a+b)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{a^2(a+b)}{a(a^2-b^2)}$$

২য় ভগ্নাংশ $= \frac{b}{a+b} = \frac{b \times a(a-b)}{(a+b) \times a(a-b)}$

[লব ও হরকে $a(a-b)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{ab(a-b)}{a(a^2-b^2)}$$

৩য় ভগ্নাংশ $= \frac{c}{a(a+b)} = \frac{c \times (a-b)}{a(a+b)(a-b)}$

[লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{c(a-b)}{a(a^2-b^2)}$$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ তিনটি $\frac{a^2(a+b)}{a(a^2-b^2)}$, $\frac{ab(a-b)}{a(a^2-b^2)}$ ও $\frac{c(a-b)}{a(a^2-b^2)}$

প্রশ্ন ১২০ ১ $\frac{2}{x^2-x-2}$, $\frac{3}{x^2+x-6}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{১ম ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - x - 2 \\ &= x^2 - 2x + x - 2 \\ &= x(x-2) + 1(x-2) \\ &= (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 + x - 6 \\ &= x^2 + 3x - 2x - 6 \\ &= x(x+3) - 2(x+3) \\ &= (x+3)(x-2) \end{aligned}$$

∴ ভগ্নাংশদ্বয়ের হরগুলোর ল.সা.গু. = $(x-2)(x+1)(x+3)$

$$\begin{aligned} \text{১ম ভগ্নাংশ} &= \frac{2}{x^2-x-2} = \frac{2}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{2 \times (x+3)}{(x-2)(x+1) \times (x+3)} \end{aligned}$$

[লব ও হরকে $(x+3)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{2(x+3)}{(x+1)(x-2)(x+3)}$$

$$\begin{aligned} \text{২য় ভগ্নাংশ} &= \frac{3}{x^2+x-6} = \frac{3}{(x-2)(x+3)} \\ &= \frac{3 \times (x+1)}{(x-2)(x+3) \times (x+1)} \end{aligned}$$

[লব ও হরকে $(x+1)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-2)(x+3)}$$

Ans : সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি

$$\frac{2(x+3)}{(x+1)(x-2)(x+3)}, \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-2)(x+3)}$$

প্রশ্ন ১১ ১ ৥ $\frac{ab}{xy}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ নিচের কোনটি?

- (ক) $\frac{abc}{xyz}$ (খ) $\frac{a^2b}{x^2y}$ ● $\frac{abz}{xyz}$ (ঘ) $\frac{a}{x}$

ব্যাখ্যা : $\frac{ab}{xy} = \frac{ab \times z}{xy \times z} = \frac{abz}{xyz}$

প্রশ্ন ১২ ৥ $\frac{2x + x^2}{6x}$ এর লঘিষ্ঠ আকার নিচের কোনটি?

- (ক) $\frac{1}{3}$ ● $\frac{2+x}{6}$ (গ) $\frac{x}{6}$ (ঘ) $\frac{1+x}{3}$

ব্যাখ্যা : $\frac{2x + x^2}{6x} = \frac{x(2+x)}{x \times 6} = \frac{2+x}{6}$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $\frac{2}{3a}$ ও $\frac{3}{5ab}$ এর সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ নিচের কোনটি?

- $\frac{10b}{15ab}, \frac{9}{15ab}$ (খ) $\frac{6}{15ab}, \frac{b}{15ab}$
(গ) $\frac{2}{15ab}, \frac{3}{15ab}$ (ঘ) $\frac{10a}{15a^2b}, \frac{9a}{15a^2b}$

ব্যাখ্যা : ভগ্নাংশের হর $3a$ ও $5ab$ এর ল. সা. গু. $15ab$.

১ম ভগ্নাংশ = $\frac{2}{3a} = \frac{2 \times 5b}{3a \times 5b} = \frac{10b}{15ab}$

২য় ভগ্নাংশ = $\frac{3}{5ab} = \frac{3 \times 3}{5ab \times 3} = \frac{9}{15ab}$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{10b}{15ab}, \frac{9}{15ab}$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{x}{yz}$ ও $\frac{y}{zx}$ এর সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ নিচের কোনটি?

- (ক) $\frac{zx^2}{xyz^2}, \frac{y^2z}{xyz^2}$ (খ) $\frac{x^2}{xyz^2}, \frac{y^2}{xyz^2}$
(গ) $\frac{x}{xyz}, \frac{y}{xyz}$ ● $\frac{x^2}{xyz}, \frac{y^2}{xyz}$

ব্যাখ্যা : ভগ্নাংশগুলোর হর yz ও zx এর ল. সা. গু. xyz

∴ $\frac{x}{yz} = \frac{x \times x}{yz \times x} = \frac{x^2}{xyz}$ এবং $\frac{y}{zx} = \frac{y \times y}{zx \times y} = \frac{y^2}{xyz}$

প্রশ্ন ১৫ ৥ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\frac{ac}{bd} + 1 = \frac{ac + 1}{bd + 1}$,

ii. $\frac{a}{2b} + \frac{a}{4b} = \frac{3a}{4b}$,

iii. $\frac{3x}{y} - \frac{2x}{5y} = \frac{13x}{5y}$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সত্য?

- (ক) i ও ii ● ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ ও সরলীকরণ :

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগের নিয়ম :

- ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হরবিশিষ্ট করতে হবে।
- যোগফলের হর হবে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর এবং লব হবে রূপান্তরিত ভগ্নাংশগুলোর লবের যোগফল।
- বিয়োগফলের হর হবে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর এবং লব হবে রূপান্তরিত ভগ্নাংশগুলোর লবের বিয়োগফল।

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের সরলীকরণ

প্রক্রিয়া চিহ্ন দ্বারা সংযুক্ত দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় ভগ্নাংশকে একটি ভগ্নাংশে বা রাশিতে পরিণত করাই হলো ভগ্নাংশের সরলীকরণ। এতে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা হয়।

ব্যাখ্যা : i. $\frac{ac}{bd} + 1 = \frac{ac + bd}{bd}$, সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক নয়।

ii. $\frac{a}{2b} + \frac{a}{4b} = \frac{2a + a}{4b} = \frac{3a}{4b}$ সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক।

iii. $\frac{3x}{y} - \frac{2x}{5y} = \frac{15x - 2x}{5y} = \frac{13x}{5y}$, সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক।

প্রশ্ন ১৬ ৥ $\frac{a}{x+1}$, $\frac{a}{2x+2}$, $\frac{3a}{x^2-1}$ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

(১) ১ম ভগ্নাংশ থেকে ২য় ভগ্নাংশ বিয়োগ করলে বিয়োগফল নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{1}{2x+2}$

(খ) $\frac{2a}{x+2}$

(গ) $\frac{a}{x+1}$

● $\frac{a}{2(x+1)}$

ব্যাখ্যা : বিয়োগফল = $\frac{a}{x+1} - \frac{a}{2x+2} = \frac{a}{x+1} - \frac{a}{2(x+1)}$
 $= \frac{2a - a}{2(x+1)} = \frac{a}{2(x+1)}$

(২) হর তিনটির ল.সা.গু. নিচের কোনটি?

● $2(x^2 - 1)$

(খ) $(x+1)^3(x-1)$

(গ) $2(x^2 + 1)$

(ঘ) $2(x+1)$

ব্যাখ্যা : ১ম ভগ্নাংশের হর = $x+1$

২য় ভগ্নাংশের হর = $2x+2 = 2(x+1)$

৩য় ভগ্নাংশের হর = $x^2-1 = (x+1)(x-1)$

∴ হর তিনটির ল.সা.গু. $2(x+1)(x-1) = 2(x^2-1)$

(৩) ভগ্নাংশ তিনটিকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর করলে ২য় ভগ্নাংশটি কী হবে?

(ক) $\frac{a}{2(x^2-1)}$

● $\frac{a(x-1)}{2(x^2-1)}$

(গ) $\frac{a(x-1)}{2(x+1)}$

(ঘ) $\frac{2a(x-1)}{x^2-1}$

ব্যাখ্যা : ২য় ভগ্নাংশ = $\frac{a}{2x+2} = \frac{a \times (x-1)}{2(x+1) \times (x-1)} = \frac{a(x-1)}{2(x^2-1)}$

যোগফল নির্ণয় কর (৭ - ১২) :

প্রশ্ন ১৭ ৥ $\frac{3a}{5} + \frac{2b}{5}$

সমাধান : $\frac{3a}{5} + \frac{2b}{5} = \frac{3a+2b}{5}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ ৥ $\frac{1}{5x} + \frac{2}{5x}$

সমাধান : $\frac{1}{5x} + \frac{2}{5x} = \frac{1+2}{5x} = \frac{3}{5x}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ ৥ $\frac{x}{2a} + \frac{y}{3b}$

সমাধান : $\frac{x}{2a} + \frac{y}{3b}$

= $\frac{x \times 3b + y \times 2a}{6ab}$ [2a ও 3b এর ল.সা.গু. 6ab]

= $\frac{3bx + 2ay}{6ab}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১০ ॥ $\frac{2a}{x+1} + \frac{2a}{x-2}$

সমাধান : $\frac{2a}{x+1} + \frac{2a}{x-2}$
 $= \frac{2a(x-2) + 2a(x+1)}{(x+1)(x-2)}$
 $= \frac{2ax - 4a + 2ax + 2a}{(x+1)(x-2)}$
 $= \frac{4ax - 2a}{(x+1)(x-2)} = \frac{2a(2x-1)}{(x+1)(x-2)}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ॥ $\frac{a}{a+2} + \frac{2}{a-2}$

সমাধান : $\frac{a}{a+2} + \frac{2}{a-2}$
 $= \frac{a(a-2) + 2(a+2)}{(a+2)(a-2)}$
 $= \frac{a^2 - 2a + 2a + 4}{a^2 - 2^2} = \frac{a^2 + 4}{a^2 - 4}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১২ ॥ $\frac{3}{x^2 - 4x - 5} + \frac{4}{x+1}$

সমাধান : $\frac{3}{x^2 - 4x - 5} + \frac{4}{x+1}$
 $= \frac{3}{x^2 - 5x + x - 5} + \frac{4}{x+1}$
 $= \frac{3}{x(x-5) + 1(x-5)} + \frac{4}{x+1}$
 $= \frac{3}{(x-5)(x+1)} + \frac{4}{x+1}$
 $= \frac{3 + 4(x-5)}{(x-5)(x+1)}$ [হরদ্বয়ের ল.সা.গু $(x-5)(x+1)$]
 $= \frac{3 + 4x - 20}{(x-5)(x+1)} = \frac{4x - 17}{(x-5)(x+1)}$ (Ans.)

বিয়োগফল নির্ণয় কর ১৩ - ১৮ :

প্রশ্ন ১৩ ॥ $\frac{2a}{7} - \frac{4b}{7}$

সমাধান : $\frac{2a}{7} - \frac{4b}{7} = \frac{2a - 4b}{7}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ ॥ $\frac{2x}{5a} - \frac{4y}{5a}$

সমাধান : $\frac{2x}{5a} - \frac{4y}{5a}$
 $= \frac{2x - 4y}{5a}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ ॥ $\frac{a}{8x} - \frac{b}{4y}$

সমাধান : $\frac{a}{8x} - \frac{b}{4y}$

$= \frac{a \times y - b \times 2x}{8xy}$ [হর 8x ও 4y এর ল.সা.ও. 8xy]

$= \frac{ay - 2bx}{8xy}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৬ ॥ $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x+2}$

সমাধান : $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x+2}$

$= \frac{3(x+2) - 2(x+3)}{(x+2)(x+3)}$ [হরদ্বয়ের ল.সা.ও. (x+2)(x+3)]

$= \frac{3x+6-2x-6}{(x+2)(x+3)} = \frac{x}{(x+2)(x+3)}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৭ ॥ $\frac{p+q}{pq} - \frac{q+r}{qr}$

সমাধান : $\frac{p+q}{pq} - \frac{q+r}{qr}$

$= \frac{r \times (p+q) - p \times (q+r)}{pqr}$ [হরদ্বয়ের ল.সা.ও. pqr]

$= \frac{pr+qr-pq-pr}{pqr} = \frac{qr-pq}{pqr} = \frac{q(r-p)}{pqr}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ ॥ $\frac{2x}{x^2-4y^2} - \frac{x}{xy+2y^2}$

সমাধান : $\frac{2x}{x^2-4y^2} - \frac{x}{xy+2y^2}$

$= \frac{2x}{(x)^2 - (2y)^2} - \frac{x}{y(x+2y)}$

$= \frac{2x}{(x+2y)(x-2y)} - \frac{x}{y(x+2y)}$

$= \frac{2x \times y - x \times (x-2y)}{y(x+2y)(x-2y)}$ [হরদ্বয়ের ল.সা.ও. y(x+2y)(x-2y)]

$= \frac{2xy - x^2 + 2xy}{y(x+2y)(x-2y)}$

$= \frac{4xy - x^2}{y(x+2y)(x-2y)} = \frac{x(4y-x)}{y(x^2-4y^2)}$ (Ans.)

সরল কর (১৯-২৪) :

প্রশ্ন ১৯ ॥ $\frac{5}{a^2-6a+5} + \frac{1}{a-1}$

সমাধান : $\frac{5}{a^2-6a+5} + \frac{1}{a-1}$

$= \frac{5}{a^2-5a-a+5} + \frac{1}{a-1}$

$$= \frac{5}{a(a-5)-1(a-5)} + \frac{1}{a-1}$$

$$= \frac{5}{(a-5)(a-1)} + \frac{1}{a-1} = \frac{5+1 \times (a-5)}{(a-5)(a-1)}$$

$$= \frac{5+a-5}{(a-5)(a-1)} = \frac{a}{a^2-6a+5} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ ৥ $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x^2-4}$

সমাধান : $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x^2-4}$

$$= \frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x)^2 - (2)^2}$$

$$= \frac{1}{x+2} - \frac{1}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{1 \times (x-2) - 1}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2-1}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-3}{x^2-4} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২১ ৥ $\frac{a}{3} + \frac{a}{6} - \frac{3a}{8}$

সমাধান : $\frac{a}{3} + \frac{a}{6} - \frac{3a}{8}$

$$= \frac{8a+4a-9a}{24} \quad [3, 6 \text{ ও } 8 \text{ এর ল.সা.গু. } 24]$$

$$= \frac{12a-9a}{24} = \frac{3a}{24} = \frac{a}{8} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২২ ৥ $\frac{a}{b} - \frac{3a}{2b} + \frac{2a}{3b}$

সমাধান : $\frac{a}{b} - \frac{3a}{2b} + \frac{2a}{3b}$

$$= \frac{6a-9a+4a}{6b} \quad [b, 2b \text{ ও } 3b \text{ এর ল.সা.গু. } 6b]$$

$$= \frac{10a-9a}{6b} = \frac{a}{6b} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৩ ৥ $\frac{x}{yz} - \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy}$

সমাধান : $\frac{x}{yz} - \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy}$

$$= \frac{x \times x - y \times y + z \times z}{xyz} \quad [\text{হর } yz, zx \text{ ও } xy \text{ এর ল. সা. গু. } xyz]$$

$$= \frac{x^2 - y^2 + z^2}{xyz} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৪ ৥ $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

সমাধান : $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

$$= \frac{z \times (x-y) + x \times (y-z) + y \times (z-x)}{xyz}$$

[∵ হর xy, yz ও zx এর ল. সা. গু. xyz]

$$= \frac{zx - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz} = \frac{0}{xyz} = 0 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৫ ৥ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ :

$$\frac{x}{x+y}, \frac{x}{x-4y}, \frac{y}{x^2-3xy-4y^2}$$

ক. ৩য় ভগ্নাংশের হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. ১ম ও ২য় ভগ্নাংশকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

গ. ভগ্নাংশ তিনটির যোগফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{ক. } x^2 - 3xy - 4y^2 \\ &= x^2 - 4xy + xy - 4y^2 \\ &= x(x - 4y) + y(x - 4y) \\ &= (x - 4y)(x + y) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\text{খ. } \frac{x}{x+y}, \frac{x}{x-4y}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশদ্বয়ের হর } (x + y) \text{ ও } (x - 4y) \text{ এর ল.সা.গু} \\ &= (x + y)(x - 4y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x}{x+y} &= \frac{x \times (x-4y)}{(x+y) \times (x-4y)} \text{ [লব ও হরকে } (x-4y) \text{ দ্বারা গুণ করে]} \\ &= \frac{x(x-4y)}{(x+y)(x-4y)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } \frac{x}{x-4y} &= \frac{x \times (x+y)}{(x-4y) \times (x+y)} \\ &= \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-4y)} \end{aligned}$$

[লব ও হরকে $(x + y)$ দ্বারা গুণ করে]

ভগ্নাংশ দুইটির সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ

$$\frac{x(x-4y)}{(x+y)(x-4y)}, \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-4y)}$$

গ. ভগ্নাংশ তিনটির যোগফল

$$\begin{aligned} &= \frac{x}{x+y} + \frac{x}{x-4y} + \frac{y}{x^2-3xy-4y^2} \\ &= \frac{x}{x+y} + \frac{x}{x-4y} + \frac{y}{(x+y)(x-4y)} \text{ ['ক' হতে]} \\ &= \frac{x(x-4y) + x(x+y) + y}{(x-4y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 - 4xy + x^2 + xy + y}{(x-4y)(x+y)} \\ &= \frac{2x^2 - 3xy + y}{(x-4y)(x+y)} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৬ ৥ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ :

$$\frac{1}{a(a+2)}, \frac{1}{a^2+5a+6}, \frac{1}{a^2-a-6}$$

ক. ৩য় ভগ্নাংশের হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. ২য় ও ৩য় ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

গ. ২য় ও ৩য় ভগ্নাংশের যোগফল থেকে ১ম ভগ্নাংশ বিয়োগ কর।

সমাধান :

ক. ৩য় ভগ্নাংশের হর = $a^2 - a - 6$
= $a^2 - 3a + 2a - 6$
= $a(a - 3) + 2(a - 3)$
= $(a + 2)(a - 3)$ (Ans.)

খ. দ্বিতীয় ভগ্নাংশের হর = $a^2 + 5a + 6$
= $a^2 + 3a + 2a + 6$
= $a(a + 3) + 2(a + 3)$
= $(a + 3)(a + 2)$

তৃতীয় ভগ্নাংশের হর = $a^2 - a - 6$
= $(a - 3)(a + 2)$ ['ক' হতে প্রাপ্ত]

হর দুইটির ল.সা.গু. = $(a + 2)(a + 3)(a - 3)$

$$\therefore \frac{1}{a^2 + 5a + 6} = \frac{1}{(a + 2)(a + 3)} = \frac{1 \times (a - 3)}{(a + 2)(a + 3) \times (a - 3)}$$

[লব ও হরকে $(a - 3)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{a - 3}{(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

$$\therefore \frac{1}{a^2 - a - 6} = \frac{1}{(a + 2)(a - 3)} = \frac{1 \times (a + 3)}{(a + 2)(a - 3) \times (a + 3)}$$

[লব ও হরকে $(a + 3)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{a + 3}{(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

ভগ্নাংশ দুইটির সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশরূপ

$$\frac{a - 3}{(a + 2)(a + 3)(a - 3)}, \frac{a + 3}{(a + 2)(a + 3)(a - 3)} \text{ (Ans.)}$$

গ. ২য় ভগ্নাংশ + ৩য় ভগ্নাংশ - ১ম ভগ্নাংশ =

$$\frac{1}{a^2 + 5a + 6} + \frac{1}{a^2 - a - 6} - \frac{a}{a(a + 2)}$$
$$= \frac{1}{(a + 2)(a + 3)} + \frac{1}{(a + 2)(a - 3)} - \frac{1}{a(a + 2)}$$

$$= \frac{1 \times a(a - 3) + a(a + 3) - (a + 3)(a - 3)}{a(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

[হরগুলোর ল. সা. গু. $a(a + 2)(a + 3)(a - 3)$]

$$= \frac{a^2 - 3a + a^2 + 3a - (a^2 - 9)}{a(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{a^2 - 3a + a^2 + 3a - a^2 + 9}{a(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{a^2 + 9}{a(a + 2)(a^2 - 9)} \text{ (Ans.)}$$

সমাধান কর :

প্রশ্ন ১১ $4x + 1 = 2x + 7$

সমাধান : $4x + 1 = 2x + 7$

বা, $4x - 2x = 7 - 1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x = 6$

বা, $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 3$

\therefore সমাধান : $x = 3$

প্রশ্ন ১২ $5x - 3 = 2x + 3$

সমাধান : $5x - 3 = 2x + 3$

বা, $5x - 2x = 3 + 3$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x = 6$

বা, $\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 2$

\therefore সমাধান : $x = 2$

প্রশ্ন ১৩ $3y + 1 = 7y - 1$

সমাধান : $3y + 1 = 7y - 1$

বা, $3y - 7y = -1 - 1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-4y = -2$

বা, $-2 \times 2y = -2 \times 1$

বা, $2y = 1$ [উভয়পক্ষ থেকে সাধারণ উৎপাদক -2 বর্জন করে]

বা, $\frac{2y}{2} = \frac{1}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore y = \frac{1}{2}$

\therefore সমাধান : $y = \frac{1}{2}$

প্রশ্ন ১৪ $7y - 5 = y - 1$

সমাধান : $7y - 5 = y - 1$

বা, $7y - y = -1 + 5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $6y = 4$

বা, $2 \times 3y = 2 \times 2$

বা, $3y = 2$ [উভয়পক্ষ থেকে সাধারণ উৎপাদক 2 বর্জন করে]

বা, $\frac{3y}{3} = \frac{2}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore y = \frac{2}{3}$

\therefore সমাধান : $y = \frac{2}{3}$

প্রশ্ন ১৫ $17 - 2z = 3z + 2$

সমাধান : $17 - 2z = 3z + 2$

বা, $-2z - 3z = 2 - 17$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-5z = -15$

বা, $-5 \times z = -5 \times 3$

$\therefore z = 3$ [উভয়পক্ষ থেকে সাধারণ উৎপাদক -5 বর্জন করে]

সমীকরণ: প্রক্রিয়া চিহ্ন ও সমান চিহ্ন সংবলিত গাণিতিক বাক্যকে সমীকরণ বলে। আর চলকের একঘাত বিশিষ্ট সমীকরণকে সরল সমীকরণ বলে। সরল সমীকরণ এক বা একাধিক চলকবিশিষ্ট হতে পারে। যেমন, $x + 3 = 7$, $2y - 1 = y + 3$, $2x - y + 1 = x + y$ ইত্যাদি সরল সমীকরণ।

সমীকরণের মূল: সমীকরণ সমাধান করে চলকের যে মান পাওয়া যায়, তাকে সমীকরণটির মূল বলে।

■ সমীকরণের বিধিসমূহ

১. **পক্ষান্তর বিধি:** কোনো সমীকরণের যেকোনো পদকে এক পক্ষ থেকে চিহ্ন পরিবর্তন করে অপরপক্ষে সরাসরি স্থানান্তর করা যায়। এই স্থানান্তরকে বলে পক্ষান্তর বিধি।

২. বর্জন বিধি :

➤ **যোগের বর্জন বিধি:** কোনো সমীকরণের উভয়পক্ষ থেকে একই চিহ্নযুক্ত সদৃশ পদ সরাসরি বর্জন করা যায়। একে বলা হয় যোগের (বা বিয়োগের) বর্জন বিধি।

➤ **গুণের বর্জন বিধি :** কোনো সমীকরণের উভয়পক্ষ থেকে সাধারণ উৎপাদক সরাসরি বর্জন করা যায়। একে বলা হয় গুণের বর্জন বিধি।

৩. **আড়গুণন বিধি :** বামপক্ষের লব \times ডানপক্ষের হর = বামপক্ষের হর \times ডানপক্ষের লব। একে বলা হয় আড়গুণন বিধি।

৪. **প্রতিসাম্য বিধি:** একই সাথে বামপক্ষের সবগুলো পদ ডানপক্ষে ও ডানপক্ষের সবগুলো পদ বামপক্ষে কোনো চিহ্ন পরিবর্তন না করে স্থানান্তর করা যায়। একে বলা হয় প্রতিসাম্য বিধি।

∴ সমাধান : $z = 3$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $13z - 5 = 3 - 2z$

সমাধান : $13z - 5 = 3 - 2z$

বা, $13z + 2z = 3 + 5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $15z = 8$

বা, $\frac{15z}{15} = \frac{8}{15}$ [উভয়পক্ষকে 15 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $z = \frac{8}{15}$

∴ সমাধান : $z = \frac{8}{15}$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $\frac{x}{4} = \frac{1}{3}$

সমাধান : $\frac{x}{4} = \frac{1}{3}$

বা, $3x = 4$ [আড়গুণন করে]

বা, $\frac{3x}{3} = \frac{4}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $x = \frac{4}{3}$

∴ সমাধান : $x = \frac{4}{3}$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $\frac{x}{2} + 1 = 3$

সমাধান : $\frac{x}{2} + 1 = 3$

বা, $\frac{x}{2} = 3 - 1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{x}{2} = 2$

বা, $x = 2 \times 2$ [আড়গুণন করে]

∴ $x = 4$

∴ সমাধান : $x = 4$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $\frac{x}{3} + 5 = \frac{x}{2} + 7$

সমাধান : $\frac{x}{3} + 5 = \frac{x}{2} + 7$

বা, $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} = 7 - 5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{2x - 3x}{6} = 2$ [হর 2 ও 3 এর ল.সা.গু. 6]

বা, $\frac{-x}{6} = 2$

বা, $-x = 6 \times 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $-x = 12$

∴ $x = -12$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

∴ সমাধান : $x = -12$

$$\text{প্রশ্ন ১১০} \parallel \frac{y}{2} - \frac{y}{3} = \frac{y}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{y}{2} - \frac{y}{3} = \frac{y}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{2} - \frac{y}{3} - \frac{y}{5} = -\frac{1}{6} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{15y - 10y - 6y}{30} = -\frac{1}{6} \quad [\text{হর 2, 3 ও 5 এর ল.সা.গু. 30}]$$

$$\text{বা, } \frac{-y}{30} = -\frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } -6 \times y = -30 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } -6 \times y = -6 \times 5$$

$$\therefore y = 5 \quad [\text{উভয়পক্ষ থেকে সাধারণ উৎপাদক -6 বর্জন করে}]$$

$$\therefore \text{সমাধান : } y = 5$$

$$\text{প্রশ্ন ১১১} \parallel \frac{y}{5} - \frac{2}{7} = \frac{5y}{7} - \frac{4}{5}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{y}{5} - \frac{2}{7} = \frac{5y}{7} - \frac{4}{5}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{5} - \frac{5y}{7} = \frac{2}{7} - \frac{4}{5} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{7y - 25y}{35} = \frac{10 - 28}{35} \quad [\text{হর 5 ও 7 এর ল.সা.গু. 35}]$$

$$\text{বা, } \frac{-18y}{35} = \frac{-18}{35}$$

$$\text{বা, } \frac{-18y}{35} \times \frac{-35}{18} = \frac{-18}{35} \times \frac{-35}{18} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } \frac{-35}{18} \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\therefore y = 1$$

$$\therefore \text{সমাধান : } y = 1$$

$$\text{প্রশ্ন ১১২} \parallel \frac{2z - 1}{3} = 5$$

$$\text{সমাধান : } \frac{2z - 1}{3} = 5$$

$$\text{বা, } 2z - 1 = 5 \times 3 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 2z = 15 + 1 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 2z = 16$$

$$\text{বা, } \frac{2z}{2} = \frac{16}{2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore z = 8$$

$$\therefore \text{সমাধান : } z = 8$$

$$\text{প্রশ্ন ১১৩} \parallel \frac{5x}{7} + \frac{4}{5} = \frac{x}{5} + \frac{2}{7}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{5x}{7} + \frac{4}{5} = \frac{x}{5} + \frac{2}{7}$$

$$\text{বা, } \frac{5x}{7} - \frac{x}{5} = \frac{2}{7} - \frac{4}{5} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{25x - 7x}{35} = \frac{10 - 28}{35} \quad [\text{হর 5 ও 7 এর ল.সা.গু. 35}]$$

$$\text{বা, } \frac{18x}{35} = \frac{-18}{35}$$

$$\text{বা, } \frac{18x}{35} \times \frac{35}{18} = \frac{-18}{35} \times \frac{35}{18} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } \frac{35}{18} \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\therefore x = -1$$

$$\therefore \text{সমাধান : } x = -1$$

$$\text{প্রশ্ন ১৪ ৥ } \frac{y-2}{4} + \frac{2y-1}{3} = y - \frac{1}{3}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{y-2}{4} + \frac{2y-1}{3} = y - \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{y-2}{4} + \frac{2y-1}{3} - y = -\frac{1}{3} \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{3(y-2) + 4(2y-1) - 12y}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{3y - 6 + 8y - 4 - 12y}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{11y - 12y - 10}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{-y - 10}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } (-y - 10) \times 3 = -1 \times 12 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } -3y - 30 = -12$$

$$\text{বা, } -3y = -12 + 30 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } -3y = 18$$

$$\text{বা, } \frac{-3y}{-3} = \frac{18}{-3} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } -3 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore y = -6$$

$$\therefore \text{সমাধান : } y = -6$$

$$\text{প্রশ্ন ১৫ ৥ } \frac{3y+1}{5} = \frac{3y-7}{3}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{3y+1}{5} = \frac{3y-7}{3}$$

$$\text{বা, } 3 \times (3y+1) = 5 \times (3y-7) \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 9y + 3 = 15y - 35$$

$$\text{বা, } 9y - 15y = -35 - 3 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } -6y = -38$$

$$\text{বা, } \frac{-6y}{-6} = \frac{-38}{-6} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } -6 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore y = \frac{19}{3}$$

$$\therefore \text{সমাধান : } y = \frac{19}{3}$$

$$\text{প্রশ্ন ১৬} \parallel \frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{5} = 2$$

$$\text{সমাধান : } \frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{5} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{15(x+1) - 10(x-2) - 6(x-3)}{30} = 2$$

[হর 2, 3 ও 5 এর ল. সা. গু. 30]

$$\text{বা, } 15x + 15 - 10x + 20 - 6x + 18 = 2 \times 30$$

$$\text{বা, } 15x - 16x + 53 = 60 \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } -x + 53 = 60$$

$$\text{বা, } -x = 60 - 53$$

$$\text{বা, } -x = 7$$

$$\therefore x = -7 \quad [\text{উভয়পক্ষকে } -1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\therefore \text{সমাধান : } x = -7$$

$$\text{প্রশ্ন ১৭} \parallel 2(x+3) = 10$$

$$\text{সমাধান : } 2(x+3) = 10$$

$$\text{বা, } 2x + 6 = 10 \quad [\text{বন্টন বিধি অনুসারে}]$$

$$\text{বা, } 2x = 10 - 6 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 2x = 4$$

$$\text{বা, } \frac{2x}{2} = \frac{4}{2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore \text{সমাধান : } x = 2$$

$$\text{প্রশ্ন ১৮} \parallel 5(x-2) = 3(x-4)$$

$$\text{সমাধান : } 5(x-2) = 3(x-4)$$

$$\text{বা, } 5x - 10 = 3x - 12 \quad [\text{বন্টন বিধি অনুসারে}]$$

$$\text{বা, } 5x - 3x = -12 + 10 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } 2x = -2$$

$$\text{বা, } \frac{2x}{2} = \frac{-2}{2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore x = -1$$

$$\therefore \text{সমাধান : } x = -1$$

$$\text{প্রশ্ন ১৯} \parallel 7(3-2y) + 5(y-1) = 34$$

$$\text{সমাধান : } 7(3-2y) + 5(y-1) = 34$$

$$\text{বা, } 21 - 14y + 5y - 5 = 34 \quad [\text{বন্টন বিধি অনুসারে}]$$

$$\text{বা, } 16 - 9y = 34$$

$$\text{বা, } -9y = 34 - 16 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } -9y = 18$$

$$\text{বা, } \frac{-9y}{-9} = \frac{18}{-9} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } -9 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore y = -2$$

$$\therefore \text{সমাধান : } y = -2$$

$$\text{প্রশ্ন ১২০ ১ } (z-1)(z+2) = (z+4)(z-2)$$

$$\text{সমাধান : } (z-1)(z+2) = (z+4)(z-2)$$

$$\text{বা, } z^2 + 2z - z - 2 = z^2 - 2z + 4z - 8$$

$$\text{বা, } z^2 + z - 2 = z^2 + 2z - 8$$

$$\text{বা, } z^2 + z - z^2 - 2z = -8 + 2 \quad [\text{পক্ষান্তর করে}]$$

$$\text{বা, } -z = -6$$

$$\therefore z = 6 \quad [\text{উভয়পক্ষকে } -1 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\therefore \text{সমাধান : } z = 6$$

নিচের সমস্যাগুলো থেকে সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর :

প্রশ্ন ১ ১ ৥ কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে 5 যোগ করলে যোগফল 25 হবে?

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\therefore \text{সংখ্যাটির দ্বিগুণ} = 2x$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2x + 5 = 25$$

$$\text{বা, } 2x = 25 - 5 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } 2x = 20$$

$$\text{বা, } \frac{2x}{2} = \frac{20}{2} \text{ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore x = 10$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } 10$$

প্রশ্ন ২ ২ ৥ কোন সংখ্যা থেকে 27 বিয়োগ করলে বিয়োগফল - 21 হবে?

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\text{প্রশ্নমতে, } x - 27 = -21$$

$$\text{বা, } x = -21 + 27 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\therefore x = 6$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } 6$$

প্রশ্ন ৩ ৩ ৥ কোন সংখ্যার এক-তৃতীয়াংশ 4 এর সমান হবে?

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\therefore \text{সংখ্যাটির এক-তৃতীয়াংশ} = x \text{ এর } \frac{1}{3} = \frac{x}{3}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x}{3} = 4$$

$$\text{বা, } x = 4 \times 3 \text{ [আড়গুণন করে]}$$

$$\therefore x = 12$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } 12$$

প্রশ্ন ৪ ৪ ৥ কোন সংখ্যা থেকে 5 বিয়োগ করলে বিয়োগফলের 5 গুণ সমান 20 হবে ?

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\therefore \text{সংখ্যাটি থেকে 5 বিয়োগ করলে পাই, } x - 5$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 5(x - 5) = 20$$

$$\text{বা, } 5x - 25 = 20 \text{ [বন্টন বিধি অনুসারে]}$$

$$\text{বা, } 5x = 20 + 25 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } 5x = 45$$

$$\text{বা, } \frac{5x}{5} = \frac{45}{5} \text{ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore x = 9$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি } 9$$

প্রশ্ন ৫ ৫ ৥ কোন সংখ্যার অর্ধেক থেকে তার এক-তৃতীয়াংশ বিয়োগ করলে বিয়োগফল 6 হবে ?

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\therefore \text{সংখ্যাটির অর্ধেক} = x \text{ এর } \frac{1}{2} = \frac{x}{2}$$

সরল সমীকরণ গঠন ও সমাধান: বাস্তব জীবনভিত্তিক সমস্যা পাটিগণিতের নিয়মে সমাধান করা যায়। আবার, ঐ সকল সমস্যা বীজগণিতের সমীকরণের নিয়ম ব্যবহার করে সহজে সমাধান করা যায়। যেকোনো বাস্তব সমস্যাকে বীজগণিতীয় রাশির তথা সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। সাধারণত সমস্যার অজ্ঞাত রাশির মান যেকোনো চলক (x) ধরে নিয়ে প্রশ্নের শর্তমতে, সমীকরণ গঠন করা হয়। এই সমীকরণকে সমাধান করে নিলে চলকের (x) এর মান পাওয়া যায়, যা থেকে সমস্যাটির সমাধান নির্ণীত হয়।

এবং সংখ্যাটির এক-তৃতীয়াংশ = x এর $\frac{1}{3} = \frac{x}{3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 6$

বা, $\frac{3x - 2x}{6} = 6$ [হর 2, 3 এর ল.সা.গু. 6]

বা, $\frac{x}{6} = 6$

বা, $x = 6 \times 6$ [আড়গুণন করে]

$\therefore x = 36$

\therefore সংখ্যাটি 36

প্রশ্ন ৬ ৥ তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 63 হলে, সংখ্যা তিনটি বের কর।

সমাধান : মনে করি, ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে $x, x + 1$ ও $x + 2$

প্রশ্নমতে, $x + (x + 1) + (x + 2) = 63$

বা, $x + x + 1 + x + 2 = 63$

বা, $3x + 3 = 63$

বা, $3x = 63 - 3$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x = 60$

বা, $\frac{3x}{3} = \frac{60}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 20$

অতএব, 1ম সংখ্যাটি $x = 20$

2য় সংখ্যাটি $= (x + 1) = (20 + 1)$ বা, 21

এবং 3য় সংখ্যাটি $(x + 2) = (20 + 2)$ বা, 22

\therefore সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে 20, 21, 22

প্রশ্ন ৭ ৥ দুইটি সংখ্যার যোগফল 55 এবং বড় সংখ্যাটির 5 গুণ ছোট সংখ্যাটির 6 গুণের সমান। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ছোট সংখ্যাটি x

\therefore বড় সংখ্যাটি $(55 - x)$

প্রশ্নমতে, $6x = 5(55 - x)$

বা, $6x = 275 - 5x$ [বন্টন বিধি অনুসারে]

বা, $6x + 5x = 275$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $11x = 275$

বা, $\frac{11x}{11} = \frac{275}{11}$ [উভয়পক্ষকে 11 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 25$

অতএব, ছোট সংখ্যাটি $x = 25$

এবং বড় সংখ্যাটি $(55 - x) = (55 - 25)$ বা, 30

\therefore সংখ্যা দুইটি 25 ও 30

প্রশ্ন ৮ ৥ গীতা, রিতা ও মিতার একত্রে 180 টাকা আছে। রিতার চেয়ে গীতার 6 টাকা কম ও মিতার 12 টাকা বেশি আছে। কার কত টাকা আছে ?

সমাধান : মনে করি, রিতার আছে x টাকা

গীতার আছে $(x - 6)$ টাকা

এবং মিতার আছে $(x + 12)$ টাকা

প্রশ্নমতে, $x + (x - 6) + (x + 12) = 180$

বা, $x + x - 6 + x + 12 = 180$

বা, $3x + 6 = 180$

বা, $3x = 180 - 6$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x = 174$

বা, $\frac{3x}{3} = \frac{174}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x = 58$

অতএব, রিতার আছে $x = 58$ টাকা

\therefore গীতার আছে $(x - 6) = (58 - 6)$ টাকা = 52 টাকা

এবং মিতার আছে $(x + 12) = (58 + 12)$ টাকা = 70 টাকা

\therefore গীতার 52 টাকা, রিতার 58 টাকা এবং মিতার 70 টাকা আছে। (Ans.)

প্রশ্ন ৯ ॥ একটি খাতা ও একটি কলমের মোট দাম 75 টাকা। খাতার দাম 5 টাকা কম ও কলমের দাম 2 টাকা বেশি হলে, খাতার দাম কলমের দামের দ্বিগুণ হতো। খাতা ও কলমের কোনটির দাম কত ?

সমাধান : মনে করি, একটি খাতার দাম x টাকা

\therefore একটি কলমের দাম $(75 - x)$ টাকা

5 টাকা কম হলে খাতার দাম হয় $(x - 5)$ টাকা

2 টাকা বেশি হলে কলমের দাম হয় $\{(75 - x) + 2\}$ টাকা
= $(77 - x)$ টাকা

প্রশ্নমতে, $x - 5 = 2(77 - x)$

বা, $x - 5 = 154 - 2x$ [বন্টন বিধি অনুসারে]

বা, $x + 2x = 154 + 5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x = 159$

বা, $\frac{3x}{3} = \frac{159}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 53$

\therefore খাতার দাম 53 টাকা

এবং কলমের দাম $(75 - 53)$ টাকা = 22 টাকা

\therefore খাতা ও কলমের দাম যথাক্রমে 53 টাকা ও 22 টাকা

প্রশ্ন ১০ ॥ একজন ফল বিক্রেতার মোট ফলের $\frac{1}{2}$ অংশ আপেল, $\frac{1}{3}$ অংশ কমলালেবু ও 40 টি আম আছে।

তঁার নিকট মোট কতগুলো ফল আছে?

সমাধান : মনেকরি,

ফল বিক্রেতার মোট ফলের সংখ্যা x টি

আপেল আছে = x টি $\frac{1}{2}$ অংশ = $\frac{x}{2}$ টি

এবং কমলালেবু আছে = x টি $\frac{1}{3}$ অংশ = $\frac{x}{3}$ টি

প্রশ্নমতে, $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 40$

বা, $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 40$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{6x - 3x - 2x}{6} = 40$

বা, $\frac{x}{6} = 40$

বা, $x = 40 \times 6$ [আড়গুণন করে]

$$\therefore x = 240$$

ফল বিক্রোতার নিকট মোট 240টি ফল আছে।

প্রশ্ন ১১ পিতার বর্তমান বয়স পুত্রের বর্তমান বয়সের 6 গুণ। 5 বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি হবে 45 বছর। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত ?

সমাধান : মনে করি, পুত্রের বর্তমান বয়স x বছর

$$\therefore \text{পিতার বর্তমান বয়স } 6x \text{ বছর}$$

5 বছর পরে, পুত্রের বয়স হবে $(x + 5)$ বছর

এবং পিতার বর্তমান বয়স হবে $(6x + 5)$ বছর

প্রশ্নমতে, $(x + 5) + (6x + 5) = 45$

$$\text{বা, } x + 5 + 6x + 5 = 45$$

$$\text{বা, } 7x + 10 = 45$$

$$\text{বা, } 7x = 45 - 10 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } 7x = 35$$

$$\text{বা, } \frac{7x}{7} = \frac{35}{7} \text{ [উভয়পক্ষকে 7 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore x = 5$$

\therefore পুত্রের বর্তমান বয়স 5 বছর

পিতার বর্তমান বয়স (6×5) বা 30 বছর।

\therefore পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে 5 বছর ও 30 বছর।

প্রশ্ন ১২ লিজা ও শিখার বয়সের অনুপাত 2 : 3। তাদের দুইজনের বয়সের সমষ্টি 30 বছর হলে, কার বয়স কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, লিজার বয়স : শিখার বয়স = 2 : 3

মনে করি, লিজার বয়স $2x$ বছর এবং শিখার বয়স $3x$ বছর

প্রশ্নমতে, $2x + 3x = 30$

$$\text{বা, } 5x = 30$$

$$\text{বা, } \frac{5x}{5} = \frac{30}{5} \text{ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } x = 6$$

\therefore লিজার বয়স $2x$ বছর বা (2×6) বছর = 12 বছর

শিখার বয়স $3x$ বছর বা (3×6) বছর = 18 বছর।

\therefore লিজা ও শিখার বয়স যথাক্রমে 12 বছর ও 18 বছর।

প্রশ্ন ১৩ একটি ক্রিকেট খেলায় ইমন ও সুমনের মোট রানসংখ্যা 58। ইমনের রানসংখ্যা সুমনের রানসংখ্যার দ্বিগুণের চেয়ে 5 রান কম। ঐ খেলায় ইমনের রানসংখ্যা কত ?

সমাধান : মনে করি, সুমনের রানসংখ্যা x

$$\therefore \text{ইমনের রানসংখ্যা } (2x - 5)$$

প্রশ্নমতে, $x + (2x - 5) = 58$

$$\text{বা, } x + 2x - 5 = 58$$

$$\text{বা, } 3x = 58 + 5 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } 3x = 63$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{3} = \frac{63}{3} \text{ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore x = 21$$

সুমনের রান সংখ্যা $x = 21$

$$\therefore \text{ইমনের রানসংখ্যা } (2x - 5) = (2 \times 21 - 5) = 37$$

\therefore ইমনের রান সংখ্যা 37 (Ans.)

প্রশ্ন ১৪ ৥ একটি ট্রেন ঘণ্টায় 30 কি.মি. বেগে চলে কমলাপুর স্টেশন থেকে নারায়ণগঞ্জ স্টেশনে পৌঁছাল। ট্রেনটির বেগ ঘণ্টায় 25 কি.মি. হলে 10 মিনিট সময় বেশি লাগত। দুই স্টেশনের মধ্যে দূরত্ব কত ?

সমাধান : আমরা জানি, 1 ঘন্টা = 60 মিনিট

মনে করি, দুই স্টেশনের মধ্যে দূরত্ব x কি.মি.

ট্রেনটি 30 কি.মি.যায় 60 মিনিটে

$$\therefore \text{ ,, } x \text{ ,, ,, } \left(\frac{60 \times x}{30} \right) \text{ মিনিটে}$$
$$= 2x \text{ মিনিটে}$$

আবার ট্রেনটি 25 কি.মি.যায় 60 মিনিটে

$$\therefore \text{ ,, } x \text{ ,, ,, } \left(\frac{60 \times x}{25} \right) \text{ মিনিটে}$$
$$= \frac{12x}{5} \text{ মিনিটে}$$

প্রশ্নমতে, $\frac{12x}{5} - 2x = 10$

বা, $\frac{12x - 10x}{5} = 10$

বা, $\frac{2x}{5} = 10$

বা, $2x = 50$ [আড়গুণন করে]

বা, $\frac{2x}{2} = \frac{50}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 25$

\therefore দুই স্টেশনের মধ্যে দূরত্ব 25 কি.মি.। (Ans.)

প্রশ্ন ১৫ ৥ একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং জমিটির পরিসীমা 40 মিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার জমির প্রস্থ = x মিটার

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = 3x \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{জমিটির পরিসীমা} = 2 \times (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \text{ একক}$$
$$= 2 \times (3x + x) \text{ মিটার}$$
$$= 2 \times 4x \text{ মিটার}$$
$$= 8x \text{ মিটার}$$

প্রশ্নমতে, $8x = 40$

বা, $\frac{8x}{8} = \frac{40}{8}$ [উভয়পক্ষকে 8 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x = 5$

জমির প্রস্থ = 5 মিটার

এবং দৈর্ঘ্য = $(3 \times 5) = 15$ মিটার

\therefore জমির দৈর্ঘ্য 15 মিটার, প্রস্থ 5 মিটার

প্রশ্ন ১১ $\frac{x}{2} = \frac{1}{3}$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?

- ক. $\frac{1}{2}$ ● $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{3}{2}$ ঘ. 6

ব্যাখ্যা : $\frac{x}{2} = \frac{1}{3}$ বা, $x = \frac{2}{3}$

প্রশ্ন ১২ $\frac{x}{3} - 3 = 0$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?

- ক. $\frac{1}{3}$ খ. 3 ● 9 ঘ. -9

ব্যাখ্যা : $\frac{x}{3} - 3 = 0$ বা, $\frac{x}{3} = 3 \therefore x = 9$

প্রশ্ন ১৩ একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য $(x + 1)$ সে.মি., $(x + 2)$ সে.মি. ও $(x + 3)$ সে.মি. $(x > 0)$ । ত্রিভুজটির পরিসীমা 15 সে.মি. হলে, x এর মান কত?

- ক. 1 সে.মি. খ. 2 সে.মি. ● 3 সে.মি. ঘ. 6 সে.মি.

ব্যাখ্যা : $x + 1 + x + 2 + x + 3 = 15$

$$\text{বা, } 3x + 6 = 15$$

$$\text{বা, } 3x = 15 - 6 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

প্রশ্ন ১৪ কোন সংখ্যার এক-চতুর্থাংশ 4 এর সমান হবে?

- 16 খ. 12 গ. 4 ঘ. $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা : মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x}{4} = 4$$

$$\therefore x = 16$$

প্রশ্ন ১৫ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

- সমীকরণের উভয়পক্ষ থেকে সাধারণ উৎপাদক বর্জন করা যায়
- $2x + 1 = x - 3$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ
- $x + 2 = 2$ সমীকরণের মূল 0

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

- ক. i ও ii ● i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ১৬ কনকের নিকট 8টি ও কেয়ার নিকট 12টি চকলেট আছে। তাহলে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) কেয়া কনককে x টি চকলেট দিলে তাদের চকলেটের সংখ্যা সমান হবে। সেক্ষেত্রে নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক?

- ক. $8 + x = 12$ খ. $8 = 12 - x$
● $8 + x = 12 - x$ ঘ. $8 - x = x - 12$

(২) x এর মান কত হলে তাদের চকলেটের সংখ্যা সমান হবে?

- 2 খ. 4 গ. 6 ঘ. 10

ব্যাখ্যা : $8 + x = 12 - x$

$$\text{বা, } x + x = 12 - 8$$

$$\text{বা, } 2x = 4$$

$$\therefore x = 2$$

লেখচিত্র :

স্থানাক্ষের ধারণা: ফ্রান্সের বিখ্যাত গণিতবিদ রেনে দেকার্তে (Rene Descartes : 1596-1650) সর্বপ্রথম স্থানাক্ষের ধারণা দেন। তিনি দুইটি পরস্পরছেদী লম্বরেখার সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান ব্যাখ্যা করেন।

বিন্দু পাতন : ছক কাগজে কোনো বিন্দুর অবস্থান দেখানোকে বা কোনো বিন্দু স্থাপন করাকে বিন্দু পাতন বলে।

লেখচিত্রে সমীকরণের সমাধান :

লেখচিত্রের সাহায্যে সহজেই সমীকরণের সমাধান বের করা যায়।

মনে করি, $2x - 5 = 0$ সমীকরণটি সমাধান করতে হবে। সমীকরণের বামপক্ষ $2x - 5$ রাশিতে x -এর বিভিন্ন মান বসালে রাশিটির বিভিন্ন মান পাওয়া যায়। লেখচিত্রে প্রতিটি x কে ভুজ এবং রাশিটির মানকে কোটি ধরে একটি করে বিন্দু পাওয়া যাবে। বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা অঙ্কিত হবে।

সরলরেখাটি যে বিন্দুতে অক্ষকে ছেদ করে, সেই বিন্দুর ভুজই নির্ণেয় সমাধান। কেননা, x -এর এই মানের জন্য রাশিটির মান 0 হয়, যা সমীকরণের ডানপক্ষের মানের সমান হয়।

এ ক্ষেত্রে সমীকরণটির সমাধান $x = \frac{5}{2}$ ।

(৩) কনক কেয়াকে কয়টি চকলেট দিলে কেয়ার চকলেট কনকের চকলেটের চারগুণ হবে?

ক. 2 ● 4 গ. 6 ঘ. 10

ব্যাখ্যা : মনে করি, কনক x টি চকলেট দিলে কেয়ার চকলেট কনকের চকলেটের চারগুণ হবে।

$$\text{অর্থাৎ } 4(8 - x) = (12 + x)$$

$$\text{বা, } 32 - 4x = 12 + x$$

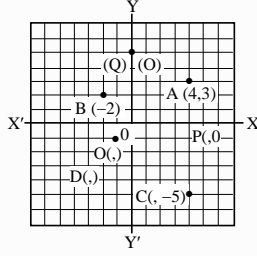
$$\text{বা, } 32 - 12 = x + 4x$$

$$\text{বা, } 20 = 5x \therefore x = 4$$

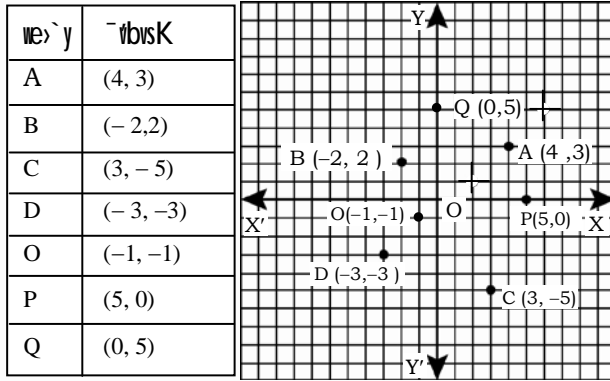
প্রশ্ন II ৭ II চিত্র থেকে নিচের ছকটি পূরণ কর :

(উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে)

বিন্দু	স্থানাঙ্ক
A	(4, 3)
B	(-2,)
C	(, -5)
D	(,)
O	(,)
P	(, 0)
Q	(0,)



সমাধান :



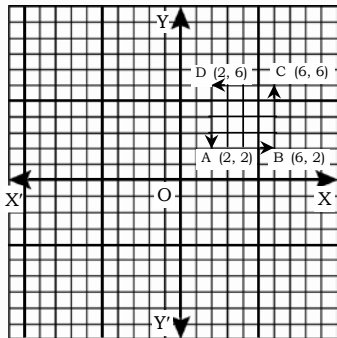
প্রশ্ন II ৮ II নিচের বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে তীর চিহ্ন অনুযায়ী যোগ কর ও চিত্রটির জ্যামিতিক নামকরণ কর :

(ক) $(2, 2) \rightarrow (6, 2) \rightarrow (6, 6) \rightarrow (2, 6) \rightarrow (2, 2)$

(খ) $(0, 0) \rightarrow (-6, -6) \rightarrow (8, 6) \rightarrow (0, 0)$

সমাধান :

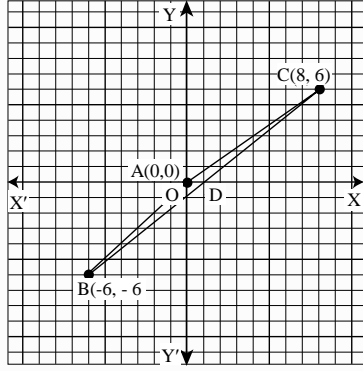
(ক) ধরি, বিন্দু চারটি যথাক্রমে A, B, C, D। অর্থাৎ A(2, 2), B(6, 2), C(6, 6) এবং D(2, 6)। ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। A বিন্দুটি স্থাপন করতে মূলবিন্দু O থেকে X-অক্ষের ডানদিক বরাবর 2টি ছোট বর্গের বাহুর সমান দূরে গিয়ে উপরের দিকে 2টি ছোট বর্গের বাহুর সমান উঠে গেলে যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, তা A বিন্দু। অনুরূপভাবে প্রদত্ত অবশিষ্ট বিন্দুসমূহ স্থাপন করি।



তারপর $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ এভাবে বিন্দুগুলো যোগ করি। এতে ABCD চিত্রটি পাওয়া গেল। দেখা যায় যে, ABCD চিত্রটি একটি বর্গ।

(খ) ধরি, বিন্দু চারটিকে যথাক্রমে A, B, C, D।

অর্থাৎ, A(0, 0) B(-6, -6), C(8, 6) এবং D(0, 0)



ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। A বিন্দুটি স্থাপন করতে মূলবিন্দুই হবে A বিন্দুটি আবার B বিন্দুটি মূলবিন্দু O থেকে x-অক্ষের বামদিক বরাবর 6 টি ছোট বর্গের বাহুর সমান দূরে গিয়ে নিচের দিকে 6 টি ছোট বর্গের বাহুর সমান গেলে যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, তা B বিন্দু। অনুরূপভাবে প্রদত্ত অবশিষ্ট C ও D বিন্দু স্থাপন করি। তারপর A → B → C → D → A এভাবে বিন্দুগুলো যোগ করি। এতে ABC চিত্রটি পাওয়া গেল। দেখা যায় যে, ABC চিত্রটি একটি ত্রিভুজাকৃতির।

প্রশ্ন ১৯ সমাধান কর এবং সমাধান লেখচিত্রে দেখাও :

(ক) $x - 4 = 0$ (খ) $2x + 4 = 0$ (গ) $x + 3 = 8$

(ঘ) $2x + 1 = x - 3$ (ঙ) $3x + 4 = 5x$

সমাধান :

(ক) $x - 4 = 0$

বা, $x = 4$ [পক্ষান্তর করে]

∴ সমাধান : $x = 4$.

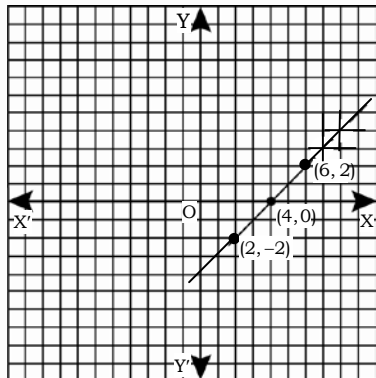
লেখচিত্রে অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ $x - 4 = 0$

x-এর কয়েকটি মান নিয়ে $x - 4$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	$x - 4$	(x, $x - 4$)
2	-2	(2, -2)
4	0	(4, 0)
6	2	(6, 2)

লেখচিত্রটি অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু (2, -2) (4, 0) ও (6, 2) নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।



ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (2, -2), (4, 0) ও (6, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরস্পর সংযোগ করি। লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই।

সরলরেখাটি x-অক্ষকে (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভূজ হলো 4।

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান $x = 4$ ।

(খ)

$$2x + 4 = 0$$

বা, $2x = -4$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{2x}{2} = \frac{-4}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$$\therefore x = -2$$

$$\therefore \text{সমাধান : } x = -2$$

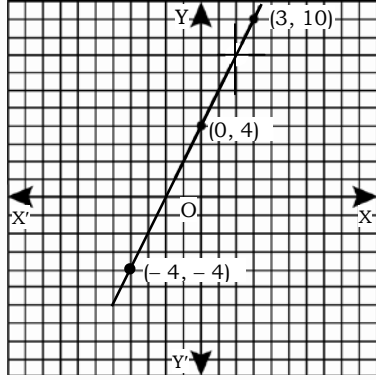
লেখচিত্রটি অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ $2x + 4 = 0$

x-এর কয়েকটি মান নিয়ে $2x + 4$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	$2x + 4$	$(x, 2x + 4)$
-4	-4	$(-4, -4)$
0	4	$(0, 4)$
3	10	$(3, 10)$

লেখচিত্রটি অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু $(-4, -4)$ $(0, 4)$ ও $(3, 10)$ নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।



ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক বাছুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(-4, -4)$, $(0, 4)$ ও $(3, 10)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরপর সংযোগ করি। লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই।

সরলরেখাটি x-অক্ষকে $(-2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভূজ হলো -2 ।

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণে সমাধান $x = -2$ ।

(গ)

$$x + 3 = 8$$

বা, $x = 8 - 3$ [পক্ষান্তর করে]

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore \text{সমাধান : } x = 5$$

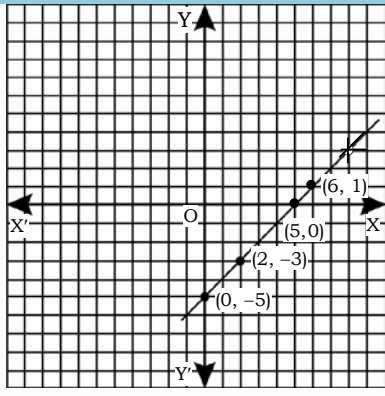
লেখচিত্র অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ $x - 5 = 0$

x-এর কয়েকটি মান নিয়ে $x - 5$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	$x - 5$	$(x, x - 5)$
0	-5	$(0, -5)$
2	-3	$(2, -3)$
6	1	$(6, 1)$

লেখচিত্রটি অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু $(0, -5)$ $(2, -3)$ ও $(6, 1)$ নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y- অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।



ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(0, -5)$, $(2, -3)$, $(6, 1)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরপর সংযোগ করি। লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই। সরলরেখাটি x -অক্ষকে $(5, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভুজ হলো 5। সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান $x = 5$ ।

(ঘ) $2x + 1 = x - 3$
 বা, $2x - x = -3 - 1$ [পক্ষান্তর করে]
 $\therefore x = -4$
 \therefore সমাধান : $x = -4$

লেখচিত্র অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ $2x + 1 = x - 3$

x -এর কয়েকটি মান নিয়ে $2x + 1$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	$2x + 1$	$(x, 2x + 1)$
0	1	$(0, 1)$
2	5	$(2, 5)$
4	9	$(4, 9)$

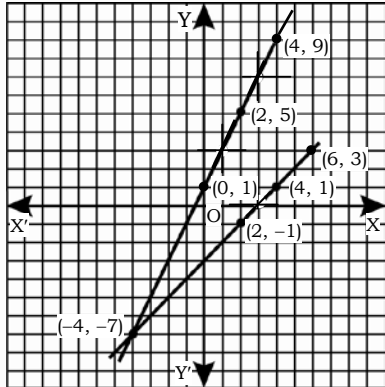
$\therefore 2x + 1$ এর লেখের উপরে তিনটি বিন্দু $(0, 1)$, $(2, 5)$ ও $(4, 9)$ নেওয়া হলো।

আবার, x -এর কয়েকটি মান নিয়ে $x - 3$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	$x - 3$	$(x, x - 3)$
2	-1	$(2, -1)$
4	1	$(4, 1)$
6	3	$(6, 3)$

$\therefore x - 3$ এর লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(2, -1)$, $(4, 1)$ ও $(6, 3)$ নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX' ও YOY' যথাক্রমে x -অক্ষ ও y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।



ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(0, 1)$, $(2, 5)$ ও $(4, 9)$ এবং $(2, -1)$, $(4, 1)$ ও $(6, 3)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরপর সংযোগ করি। লেখচিত্রে দুইটি সরলরেখা পাই যারা পরস্পরকে $(-4, -7)$ বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভুজ হলো -4 ।

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান $x = -4$ ।

(ঙ) $3x + 4 = 5x$

বা, $3x - 5x = -4$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-2x = -4$

বা, $\frac{-2x}{-2} = \frac{-4}{-2}$ [উভয়পক্ষকে -2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 2$

\therefore সমাধান $x = 2$

লেখচিত্র অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ $3x + 4 = 5x$

x এর কয়েকটি মান নিয়ে $3x + 4$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	$3x + 4$	$(x, 3x + 4)$
-4	-8	$(-4, -8)$
0	4	$(0, 4)$
1	7	$(1, 7)$

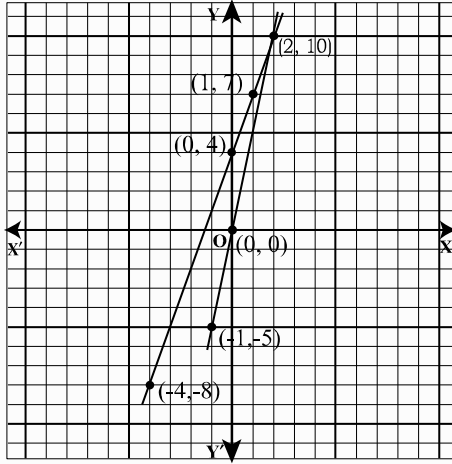
$\therefore 3x + 4$ এর লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-4, -8)$, $(0, 4)$ ও $(1, 7)$ নেওয়া হলো।

আবার, x এর কয়েকটি মান নিয়ে $5x$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	$5x$	$(x, 5x)$
-1	-5	$(-1, -5)$
0	0	$(0, 0)$
2	10	$(2, 10)$

$\therefore 5x$ -এর লেখের উপর তিনটি বিন্দু $(-1, -5)$, $(0, 0)$ ও $(2, 10)$ নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX' ও YOY' যথাক্রমে x -অক্ষ ও y -অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।



ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $(-4, -8)$, $(0, 4)$ ও $(1, 7)$ এবং $(-1, -5)$, $(0, 0)$ ও $(2, 10)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরপর সংযোগ করি। লেখচিত্রে দুইটি সরলরেখা পাই। সরলরেখা দুইটি পরস্পর $(2, 10)$ বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভুজ হলো 2।

সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান $x = 2$ ।

প্রশ্ন ১০ ৥ একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য $(x + 2)$ সে.মি., $(x + 4)$ সে.মি. ও $(x + 6)$ সে.মি. ($x > 0$) এবং ত্রিভুজটির পরিসীমা 18 সে.মি.।

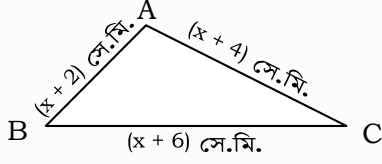
ক) প্রদত্ত শর্তানুযায়ী আনুপাতিক চিত্র আঁক।

খ) সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর।

গ) সমাধানের লেখচিত্র আঁক।

সমাধান :

ক) প্রদত্ত শর্তানুযায়ী আনুপাতিক চিত্র আঁকা হলো :



খ) প্রদত্ত শর্তানুযায়ী সমীকরণটি হবে,

$$x + 2 + x + 4 + x + 6 = 8$$

$$\text{বা, } 3x + 12 = 18$$

$$\text{বা, } 3x + 12 - 18 = 0 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } 3x - 6 = 0$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } 3x - 6 = 0$$

$$\text{এখন, } 3x - 6 = 0$$

$$\text{বা, } 3x = 6 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \text{ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore x = 2$$

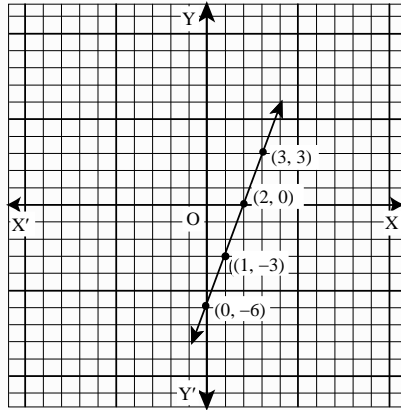
$$\therefore \text{সমাধান : } x = 2$$

গ) প্রাপ্ত সমীকরণ $3x - 6 = 0$

x এর কয়েকটি মান নিয়ে $3x - 6$ এর মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	$3x - 6$	$(x, 3x - 6)$
0	-6	(0, -6)
1	-3	(1, -3)
3	3	(3, 3)

লেখচিত্রটি অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু (0, -6), (1, -3) ও (3, 3) নেওয়া হলো।



ছক কাগজে উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (0, -6), (1, -3) ও (3, 3) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরপর সংযোগ করি। লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই। সরলরেখাটি x অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভূজ হলো 2।

সুতরাং প্রাপ্ত সমীকরণের সমাধান $x = 2$ ।

প্রশ্ন ১১ ঢাকা ও আরিচার মধ্যবর্তী দূরত্ব 77 কি.মি.। একটি বাস ঘণ্টায় 30 কি.মি. বেগে ঢাকা থেকে আরিচার পথে রওনা দিল। অপর একটি বাস ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে আরিচা থেকে ঢাকার পথে একই সময়ে রওনা দিল ও বাস দুইটি ঢাকা থেকে x কি.মি. দূরে মিলিত হলো।

ক) বাস দুইটি আরিচা থেকে কত দূরে মিলিত হবে তা x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ) x এর মান নির্ণয় কর।

গ) গন্তব্যস্থানে পৌঁছাতে কোন বাসের কত সময় লাগবে?

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, ঢাকা ও আরিচার মধ্যবর্তী দূরত্ব 77 কি. মি.। বাস দুইটি ঢাকা থেকে x কি. মি. দূরে মিলিত হলো।

∴ বাস দুইটি আরিচা থেকে (77 - x) কি.মি. দূরে মিলিত হবে।

খ)

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x}{30} = \frac{77-x}{40}$$

$$\text{বা, } 40x = 2310 - 30x$$

$$\text{বা, } 40x + 30x = 2310 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } 70x = 2310$$

$$\text{বা, } x = \frac{2310}{70}$$

$$\therefore x = 33$$

নির্ণেয় মান : 33 কি.মি.।

গ)

ঢাকা থেকে 33 কি.মি. দূরে বাস দুইটি মিলিত হবে।

১ম বাসটির ঐ স্থানে যেতে সময় লাগবে $\frac{77}{30}$ ঘণ্টা

$$= \frac{77}{30} \times 60 \text{ মিনিট}$$

$$= 154 \text{ মিনিট}$$

$$= 2 \text{ ঘণ্টা } 34 \text{ মিনিট}$$

অর্থাৎ, ঢাকা থেকে আরিচাগামী বাসটির আরিচায় পৌঁছাতে সময় লাগে 2 ঘণ্টা 34 মিনিট

২য় বাসটির ঐ স্থানে যেতে সময় লাগবে $\frac{77}{40}$ ঘণ্টা

$$= \frac{77}{40} \times 60 \text{ মিনিট}$$

$$= \frac{231}{2} \text{ মিনিট}$$

$$= 1 \text{ ঘণ্টা } \frac{111}{2} \text{ মিনিট}$$

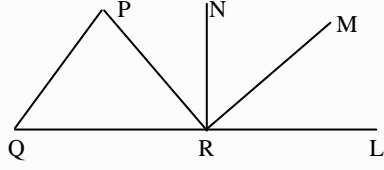
$$= 1 \text{ ঘণ্টা } 55 \frac{1}{2} \text{ মিনিট}$$

$$= 1 \text{ ঘণ্টা } 55 \text{ মিনিট } 30 \text{ সেকেন্ড}$$

∴ অর্থাৎ, আরিচা থেকে ঢাকাগামী বাসটির ঢাকায় পৌঁছাতে সময় লাগে = 1 ঘণ্টা 55 মিনিট 30 সেকেন্ড

∴ ঢাকা থেকে আরিচা 2 ঘণ্টা 34 মিনিট, আরিচা থেকে ঢাকা 1 ঘণ্টা 55 $\frac{1}{2}$ মিনিট লাগবে। (Ans.)

প্রশ্ন ১১



চিত্রে, $\angle PQR = 55^\circ$, $\angle LNR = 90^\circ$ এবং $PQ \parallel MR$ হলে, $\angle MRN$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. 35° খ. 45° গ. 55° ঘ. 90°

ব্যাখ্যা : যেহেতু $PQ \parallel MR$

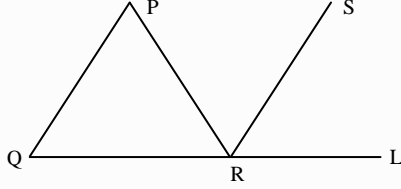
$$\therefore \angle PQR = \text{অনুরূপ } \angle LRM$$

$$\text{এখানে, } \angle MRN + \angle LRM = \angle LNR$$

$$\text{বা, } \angle MRN + 55^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle MRN = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

প্রশ্ন ১২



চিত্রে, $PQ \parallel SR$, $PQ = PR$ এবং $\angle PRQ = 50^\circ$ হলে, $\angle LRS$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. 80° ● 50° গ. 55° ঘ. 75°

ব্যাখ্যা : ΔPQR এ $PQ = PR$

$$\therefore \angle PQR = \angle PRQ = 50^\circ \text{ [দেওয়া আছে]}$$

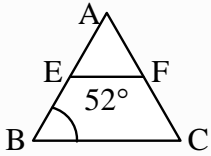
আবার, $PQ \parallel SR$ এবং QRL তাদের ছেদক

$$\text{সুতরাং } \angle PQR = \angle LRS = 50^\circ \text{ [অনুরূপ কোণ]}$$

প্রশ্ন ১৩ ১ ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে ভূমি BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB এবং AC কে যথাক্রমে E , F বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle B = 52^\circ$ হলে, AEF ত্রিভুজে $\angle A + \angle F$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. 76° খ. 104° ● 128° ঘ. 156°

ব্যাখ্যা :



$BC \parallel EF$ এবং AB এদের ছেদক

$$\therefore \angle B = \angle E = 52^\circ \text{ [অনুরূপ কোণ]}$$

আবার, ΔAEF -এ, $\angle A + \angle E + \angle F = 180^\circ$

$$\text{বা, } \angle A + 52^\circ + \angle F = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle A + \angle F = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$

প্রতিজ্ঞা: জ্যামিতিতে যে সকল বিষয়ের আলোচনা করা হয়, সাধারণভাবে তাদের প্রতিজ্ঞা বলা হয়।

সম্পাদ্য: যে প্রতিজ্ঞায় কোনো জ্যামিতিক বিষয় অঙ্কন করে দেখানো হয় এবং যুক্তি দ্বারা অঙ্কনের নির্ভুলতা প্রমাণ করা যায়, একে সম্পাদ্য বলা হয়।

সম্পাদ্যের বিভিন্ন অংশ :

(ক) উপাত্ত: সম্পাদ্যে যা দেওয়া থাকে, তাই উপাত্ত।

(খ) অঙ্কন: সম্পাদ্যে যা করণীয়, তাই অঙ্কন।

(গ) প্রমাণ: যুক্তি দ্বারা অঙ্কনের নির্ভুলতা যাচাই হলো প্রমাণ।

উপপাদ্য: যে প্রতিজ্ঞায় কোনো জ্যামিতিক বিষয়কে যুক্তি দ্বারা প্রতিষ্ঠিত করা হয়, তাকে উপপাদ্য বলে।

উপপাদ্যের বিভিন্ন অংশ :

(ক) সাধারণ নির্বচন: এ অংশে প্রতিজ্ঞার বিষয়টি সরলভাবে বর্ণনা করা হয়।

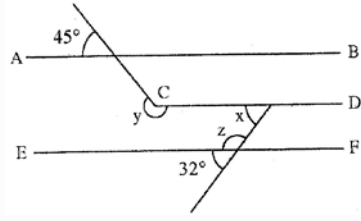
(খ) বিশেষ নির্বচন: এ অংশে প্রতিজ্ঞার বিষয়টি চিত্র দ্বারা বিশেষভাবে দেখানো হয়।

(গ) অঙ্কন: এ অংশে প্রতিজ্ঞা সমাধানের বা প্রমাণের জন্য অতিরিক্ত অঙ্কন করতে হয়।

(ঘ) প্রমাণ: এ অংশে স্বতঃসিদ্ধগুলো এবং পূর্বে গঠিত জ্যামিতিক সত্য ব্যবহার করে উপযুক্ত যুক্তি দ্বারা প্রস্তাবিত বিষয়টিকে প্রতিষ্ঠিত করা হয়।

অনুসিদ্ধান্ত : কোনো জ্যামিতিক প্রতিজ্ঞা প্রতিষ্ঠিত করে এর সিদ্ধান্ত থেকে এক বা একাধিক যে নতুন সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায়, এদেরকে অনুসিদ্ধান্ত বলা হয়।

প্রশ্ন ১৪



AB || CD || EF

(১) $\angle x$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. 28° ● 32° গ. 45° ঘ. 58°

ব্যাখ্যা : CD || EF এবং CD ও EF

এদের ছেদক রেখার সাথে x ও 32°

অনুরূপ কোণ তৈরি করেছে।

$$\therefore \angle x = 32^\circ$$

(২) $\angle z$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. 58° খ. 103° গ. 122° ● 148°

ব্যাখ্যা : চিত্রানুসারে, $\angle z + 32^\circ = 180^\circ$

$$\text{বা, } \angle z = 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ$$

(৩) নিচের কোনটি $y - z$ এর মান?

- ক. 58° ● 77° গ. 103° ঘ. 122°

ব্যাখ্যা : AB || CD এবং তাদের ছেদক দ্বারা উৎপন্ন $\angle c + 45^\circ = 180^\circ$

$$\therefore \angle c = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

আবার, চিত্র হতে, $y + c = 360^\circ$ বা, $y + 135^\circ = 360^\circ$

$$\text{বা, } y = 360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$$

$$\therefore y - z = 225^\circ - 148^\circ = 77^\circ$$

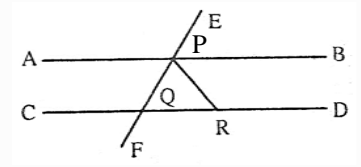
প্রশ্ন ১৫

- একই রেখার উপর অবস্থিত দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর সমান হতে পারে
- বিপ্রতীপ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডক একই সরলরেখায় অবস্থিত
- একটি রেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু দিয়ে ঐ রেখার সমান্তরাল একাধিক রেখা আঁকা যায়

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রশ্ন ১৬



চিত্রে, AB || CD, $\angle BPE = 60^\circ$ এবং $PQ = PR$.

ক) দেখাও যে, $\frac{1}{2}\angle APE = 60^\circ$

খ) $\angle CQF$ এর মান বের কর।

গ) প্রমাণ কর যে, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান :

ক) চিত্রানুসারে, $\angle BPE = 60^\circ$

আবার, $\angle BPE + \angle APE = 180^\circ$ [রৈখিক যুগল কোণ]

$$\text{বা, } 60^\circ + \angle APE = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle APE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle APE = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle APE = 60^\circ$$

খ) $AB \parallel CD$ এবং EF তাদের ছেদক

$$\angle PQR = \text{অনুরূপ } \angle BPE = 60^\circ \text{ [অনুরূপ কোণ সমান]}$$

$$\text{আবার, } \angle CQF = \text{বিপ্রতীপ } \angle PQR = 60^\circ$$

গ) চিত্রানুসারে প্রমাণ করতে হবে যে, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ :

ধাপ : যথার্থতা

১. ΔPQR এ $PQ = PR$ [কল্পনা]

$$\therefore \angle PQR = \angle PRQ = 60^\circ \text{ [ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]}$$

২. আবার, $\angle PQR + \angle PRQ$

$$+ \angle QPR = 180^\circ \text{ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]}$$

$$\text{বা, } 60^\circ + 60^\circ + \angle QPR = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle QPR = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

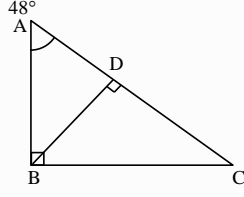
$$\text{বা, } \Delta PQR \text{ এ } \angle PQR = \angle PRQ = \angle QPR$$

[প্রত্যেকেই 60° এর সমান]

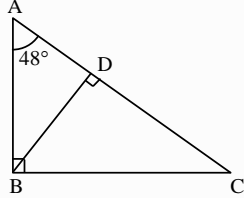
৩. $\therefore PQ = QR = PR$ [সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

$$\therefore PQR \text{ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।} \quad \text{[প্রমাণিত]}$$

প্রশ্ন ১ ১ $\angle ABD$, $\angle CBD$ এবং $\angle ADB$ এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান :



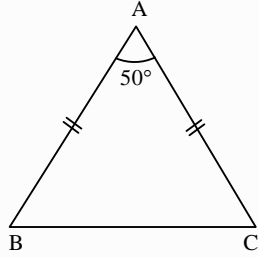
চিত্রে, $\triangle ABC$ এর $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = 48^\circ$ এবং $BD \perp AC$.

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \angle ABD = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$$

$$\angle BDC = 90^\circ, \angle CBD = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

প্রশ্ন ১ ২ ১ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে অবস্থিত কোণটির মান 50° । অবশিষ্ট কোণ দুইটির মান নির্ণয় কর।

সমাধান :



$\triangle ABC$ -এ $AB = AC$ এবং শীর্ষবিন্দুতে অবস্থিত $\angle BAC = 50^\circ$.

অবশিষ্ট কোণ দুইটির মান নির্ণয় : $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB$$

[ত্রিভুজের সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয়

সমান]

$$\text{আবার, } \triangle ABC\text{-এ } \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$$

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই

সমকোণ]

$$\text{বা, } \angle ABC + \angle ABC + 50^\circ = 180^\circ$$

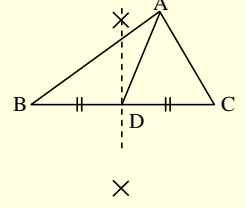
$$[\therefore \angle ABC = \angle ACB]$$

$$\text{বা, } 2\angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

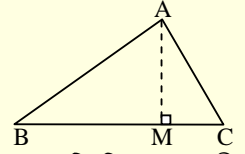
$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 65^\circ$$

ত্রিভুজের মধ্যমা: ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত অঙ্কিত রেখাংশ মধ্যমা।



চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ। A, B, C ত্রিভুজটির তিনটি শীর্ষবিন্দু। AB, BC, CA ত্রিভুজটির তিনটি বাহু এবং $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ তিনটি কোণ। ত্রিভুজটির যেকোনো একটি বাহু BC-এর মধ্যবিন্দু D নির্ণয় করি এবং D হতে বিপরীত শীর্ষবিন্দু A পর্যন্ত রেখাংশ আঁকি। AD, ABC ত্রিভুজের একটি মধ্যমা।

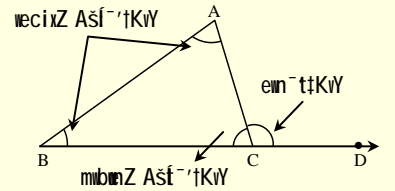
ত্রিভুজের উচ্চতা : শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্বই ত্রিভুজের উচ্চতা।



চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ। A শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহু BC এর লম্ব দূরত্বই ত্রিভুজের উচ্চতা। A হতে BC এর উপর লম্ব AM অঙ্কন করি। AM, ABC ত্রিভুজের উচ্চতা। প্রত্যেক শীর্ষবিন্দু হতে ত্রিভুজের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।

ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ:

কোনো ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে কোণ উৎপন্ন হয় তা ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ। এই কোণের সন্নিহিত কোণটি ছাড়া ত্রিভুজের অপর দুইটি কোণকে এই বহিঃস্থ কোণের বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলা হয়।

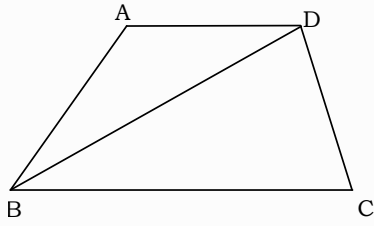


চিত্রে, $\triangle ABC$ এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। $\angle ACD$ ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ।

$\angle ABC$, $\angle BAC$ ও $\angle ACB$ ত্রিভুজটির তিনটি অন্তঃস্থ কোণ। $\angle ACB$ কে $\angle ACD$ এর প্রেক্ষিতে সন্নিহিত অন্তঃস্থ কোণ বলা হয়। $\angle ABC$ ও $\angle BAC$ এর প্রত্যেককে $\angle ACD$ এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলা হয়।

প্রশ্ন ১৩ ৥ প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণের সমান।

সমাধান :



মনে করি, $\Delta ABCD$ একটি চতুর্ভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = \text{চার সমকোণ।}$$

প্রমাণ :

ধাপ :

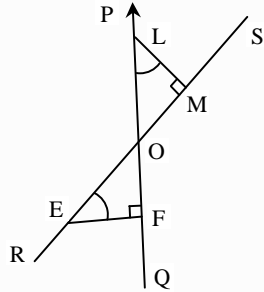
১. ΔABD এ $\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB =$ দুই সমকোণ।
 ২. ΔBCD -এ $\angle BCD + \angle DBC + \angle BDC =$ দুই সমকোণ।
 ৩. $\therefore \angle BAD + \angle BCD + (\angle ABD + \angle DBC) + (\angle ADB + \angle BDC) =$ চার সমকোণ
 - $\therefore \angle BAD + \angle BCD + \angle ABC + \angle ADC =$ চার সমকোণ
- [প্রমাণিত]

যথার্থতা

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
[১ ও ২ হতে]

প্রশ্ন ১৪ ৥ দুইটি রেখা PQ এবং RS পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এবং RS এর উপর যথাক্রমে L ও M এবং E ও F চারটি বিন্দু, যেন, $LM \perp RS$, $EF \perp PQ$. প্রমাণ কর যে, $\angle MLO = \angle FEO$.

সমাধান :



মনে করি, PQ এবং RS রেখাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এবং RS এর উপর যথাক্রমে L ও M এবং E ও F চারটি বিন্দু যেন $LM \perp RS$ এবং $EF \perp PQ$ হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MLO = \angle FEO$.

প্রমাণ :

ধাপ :

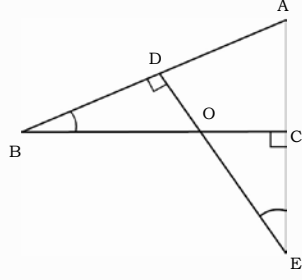
১. $\angle LMO = \angle EFO$
২. $\angle MOL = \angle EOF$
৩. $\angle MOL + \angle MLO + \angle LMO = \angle EOF + \angle EFO + \angle FEO$
৪. $\angle MLO = \angle FEO$ [প্রমাণিত]

যথার্থতা

[সমকোণ]
[বিপ্রতীপ কোণ]
[প্রত্যেকেই দুই সমকোণের সমান]
[সমান সমান কোণ বাদ দিয়ে]

প্রশ্ন ১৫ ১ $\triangle ABC$ -এর $AC \perp BC$; E , AC এর বর্ধিতাংশের উপর যেকোনো বিন্দু এবং $ED \perp AB$. ED এবং BC পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $\angle CEO = \angle DBO$.

সমাধান :



মনে করি, $\triangle ABC$ এর $AC \perp BC$; E , AC এর বর্ধিতাংশের উপর যেকোনো বিন্দু এবং $ED \perp AB$. ED এবং BC পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle CEO = \angle DBO$.

প্রমাণ :

ধাপ :

১. $\angle BOD = \angle COE$

যথার্থতা

[বিপ্রতীপ কোণ]

২. $\angle BDO = \angle OCE$

[সমকোণ]

৩. $\triangle BDO$ এ- $\angle DBO + \angle BDO + \angle BOD =$ দুই সমকোণ।

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

৪. তদ্রূপ $\triangle CEO$ এ $\angle COE + \angle OCE + \angle CEO =$ দুই সমকোণ।

[একইভাবে]

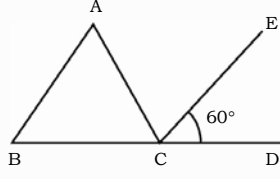
$\therefore \angle COE + \angle OCE + \angle CEO = \angle DBO + \angle BDO + \angle BOD$

[৩ এবং ৪ হতে]

$\therefore \angle CEO = \angle DBO$ [প্রমাণিত]

[উভয়পক্ষ থেকে সমান কোণ বাদ দিয়ে]

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ১-৩ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে, CE, $\angle ACD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। $AB \parallel CE$ এবং $\angle ECD = 60^\circ$

প্রশ্ন ১ $\angle BAC$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. 30° খ. 45° ● 60° ঘ. 120°

ব্যাখ্যা : যেহেতু $AB \parallel CE$ এবং AC ছেদক

$$\therefore \angle BAC = \angle ACE \text{ [একান্তর কোণ]}$$

কিন্তু CE, $\angle ACD$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

$$\text{সুতরাং } \angle ACE = \angle ECD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ$$

প্রশ্ন ২ $\angle ACD$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক. 60° খ. 90° ● 120° ঘ. 180°

$$\text{ব্যাখ্যা : } \angle ACD = \angle ACE + \angle ECD = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

প্রশ্ন ৩ $\triangle ABC$ কোন ধরনের ত্রিভুজ?

- ক. স্থূলকোণী খ. সমদ্বিবাহু ● সমবাহু ঘ. সমকোণী

ব্যাখ্যা : যেহেতু $BA \parallel CE$ এবং BD ছেদক

$$\therefore \angle ABC = \angle ECD = 60^\circ \text{ [অনুরূপ কোণ]}$$

$$\text{আবার, } \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 60^\circ + 60^\circ + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle ACB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ$$

$$\text{সুতরাং } \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$$

অতএব, $\triangle ABC$ সমবাহু

প্রশ্ন ৪ $\triangle ABC$ এ $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$ হলে $\triangle ABC$ কী ধরনের ত্রিভুজ?

- ক. স্থূলকোণী খ. সমকোণী গ. সমবাহু ● সমদ্বিবাহু

প্রশ্ন ৫ একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে 5 সে.মি. এবং 4 সে.মি. ত্রিভুজটির অপর বাহুটি নিচের কোনটি হতে পারে?

- ক. 1 সে.মি. ● 4 সে.মি. গ. 9 সে.মি. ঘ. 10 সে.মি.

$$\text{ব্যাখ্যা : } 5 \text{ সে.মি.} + 4 \text{ সে.মি.} = 9 \text{ সে.মি.} > 4 \text{ সে.মি.}$$

প্রশ্ন ৬ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়কে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের একটি 120° হলে, অপরটি কত?

- 120° খ. 90° গ. 60° ঘ. 30°

ব্যাখ্যা : সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়কে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ও সমান হবে।

প্রশ্ন ৭ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি 40° হলে, অপর সূক্ষ্মকোণের মান নিচের কোনটি?

- ক. 40° খ. 45° ● 50° ঘ. 60°

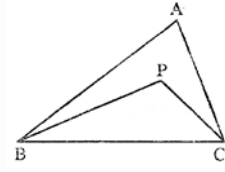
$$\text{ব্যাখ্যা : অপর সূক্ষ্মকোণ} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ কোনো ত্রিভুজের একটি কোণ অপর দুইটি কোণের সমষ্টির সমান হলে, ত্রিভুজটি কী ধরনের হবে?

ক. সমবাহু খ. সূক্ষ্মকোণী ● সমকোণী ঘ. স্থূলকোণী

প্রশ্ন ১৯ ৥ $\triangle ABC$ -এ $AB > AC$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে।
প্রমাণ কর যে, $PB > PC$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$ এ $AB > AC$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ কর যে, $PB > PC$.

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. $\triangle ABC$ -এ $AB > AC$

[কল্পনা]

$\therefore \angle ACB > \angle ABC$

[ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\therefore \frac{1}{2} \angle ACB > \frac{1}{2} \angle ABC$.

[উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

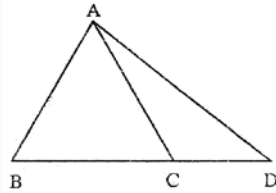
বা, $\angle PCB > \angle PBC$ [PB ও PC যথাক্রমে $\angle ABC$ এবং $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

২. $\triangle PBC$ -এ $\angle PCB > \angle PBC$

$\therefore PB > PC$. [প্রমাণিত] [বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

প্রশ্ন ১০ ৥ ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর $AB = AC$; BC কে যেকোনো দূরত্বে D পর্যন্ত বাড়ানো হলো। প্রমাণ কর যে, $AD > AB$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$; BC কে যেকোনো দূরত্বে D পর্যন্ত বাড়ানো হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AD > AB$.

প্রমাণ :

ধাপ:

যথার্থতা

১. $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$

[কল্পনা]

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$

[ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

২. $\triangle ADC$ -এর বহিঃস্থ $\angle ACB$

$\therefore \angle ACB > \angle ADC$

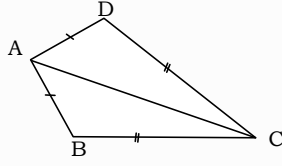
[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর]

৩. $\triangle ABD$ -এ $\angle ABD > \angle ADB$ [ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\therefore AD > AB$. [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১১ ৷ ABCD চতুর্ভুজে AB = AD, BC = CD এবং CD > AD. প্রমাণ কর যে, $\angle DAB > \angle BCD$.

সমাধান :



মনে করি, ABCD চতুর্ভুজে AB = AD, BC = CD এবং CD > AD. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DAB > \angle BCD$.

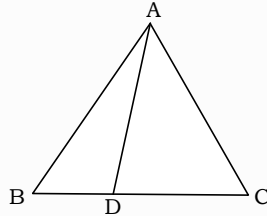
অঙ্কন : A, C যোগ করি।

প্রমাণ :

- | ধাপ | যথার্থতা |
|---|----------|
| ১. $\triangle ADC$ -এ $CD > AD$
$\therefore \angle DAC > \angle DCA$ [ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর] | [কল্পনা] |
| ২. $\triangle ABC$ -এ $BC > AB$ [$CD = BC$ এবং $AD = AB$]
$\therefore \angle BAC > \angle BCA$ [১ নং অনুসারে] | |
| ৩. $\angle DAC + \angle BAC > \angle DAC + \angle BCA$
[উভয়পক্ষে $\angle DAC$ যোগ করে] | |
| বা, $\angle DAC + \angle BAC > \angle DCA + \angle BCA$ [$\because \angle DAC > \angle DCA$] | |
| $\therefore \angle DAB > \angle BCD$ [প্রমাণিত] | |

প্রশ্ন ১২ ৷ $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$ এবং D, BC-এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $AB > AD$.

সমাধান :



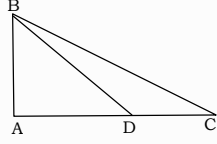
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$ এবং D, BC-এর উপর একটি বিন্দু। A, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB > AD$.

প্রমাণ :

- | ধাপ | যথার্থতা |
|--|----------|
| ১. $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$
$\therefore \angle ABC = \angle ACB$. [সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান] | |
| ২. $\triangle ADC$ -এর বহিঃস্থ $\angle ADB > \angle ACD$ [ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ কোণ বিপরীত কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $\angle ADB > \angle ACB$.
বা, $\angle ADB > \angle ABC$. [১ নং হতে]
বা, $\angle ADB > \angle ABD$. | |
| ৩. $\triangle ABD$ -এ $\angle ADB > \angle ABD$.
$\therefore AB > AD$. [প্রমাণিত] [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর] | |

প্রশ্ন ১৩ ৥ ΔABC -এ $AB \perp AC$ এবং D , AC -এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BC > BD$.

সমাধান :



মনে করি, ΔABC -এ $AB \perp AC$ এবং D , AC -এর উপর একটি বিন্দু। B , D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC > BD$.

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. ΔABD -এ $\angle BAD = 90^\circ$ [$AB \perp AC$]

এবং $\angle ACB < 90^\circ$ [$\angle ACB + \angle ABC = 90^\circ$]

$\therefore \angle BAD > \angle ACB$.

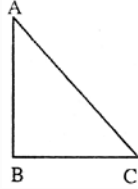
২. ΔABD -এর বহিঃস্থ $\angle BDC > \angle BAD$. [ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

৩. ΔBDC -এ $\angle BDC > \angle BCD$. [১ এবং ২ হতে]

$\therefore BC > BD$. [প্রমাণিত] [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

প্রশ্ন ১৪ ৥ প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তম বাহু।

সমাধান :



মনে করি, ΔABC -এ AB ও BC সমকোণী সংলগ্ন দুইটি বাহু এবং AC অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC > AB$ এবং $AC > BC$.

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. ΔABC -এ $\angle ABC > \angle ACB$ [$\angle ABC = 90^\circ$ এবং $\angle ACB < 90^\circ$]

$\therefore AC > AB$ [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

২. $\angle ABC > \angle BAC$

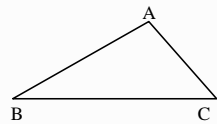
$AC > BC$

$\therefore AC$ -ই বৃহত্তম বাহু

অর্থাৎ, অতিভুজই ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহু। [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৫ ৥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম।

সমাধান :



মনে করি, ΔABC -এ BC বাহু বৃহত্তম। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC$ বৃহত্তম কোণ।

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. ΔABC -এ $BC > AB$ [BC বৃহত্তর বাহু]

$\therefore \angle BAC > \angle ACB$. [বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

২. আবার $BC > AC$ [কল্পনা]

$\therefore \angle BAC > \angle ABC$ [বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

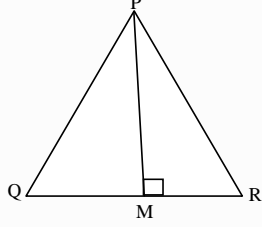
$\therefore \angle BAC$ -ই বৃহত্তম কোণ। [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৬ ৥ চিত্রে, $\angle QPM = \angle RPM$ এবং $\angle QPR = 90^\circ$

ক) $\angle QPM$ এর মান নির্ণয় কর।

খ) $\angle PQM$ ও $\angle PRM$ এর মান কত?

গ) $PQ = 6$ সে.মি. হলে, PR এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান :

ক) চিত্রানুসারে,

$$\angle QPM + \angle RPM = \angle QPR = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \angle QPM + \angle QPM = 90^\circ [\angle QPM = \angle RPM]$$

$$\text{বা, } 2\angle QPM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle QPM = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

খ) ΔPQM -এ $\angle PMQ = 90^\circ$ [$PM \perp QR$]

$$\angle QPM = 45^\circ \quad [\text{ক নং হতে}]$$

$$\therefore \angle PQM + \angle QPM = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \angle PQM + 45^\circ = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \angle PQM = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\text{আবার, } \angle RPM = \angle QPM = 45^\circ, \angle PMR = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PRM = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

গ) ΔPQR এ $\angle PQR = \angle PRQ$ [\therefore প্রত্যেকেই 45° এর সমান]

$$\therefore PQ = PR \quad [\text{ত্রিভুজের সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু সমান}]$$

$$\therefore PR = 6 \text{ সে.মি.} \quad [\therefore PQ = 6 \text{ সে.মি.}]$$

প্রশ্ন ১১ কোনো ত্রিভুজের দুইটি বাহু এবং এদের একটি বিপরীত কোণ দেওয়া থাকলে, সর্বাধিক কয়টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে?

- ক. 1 ● 2 গ. 3 ঘ. 4

প্রশ্ন ১২ কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব যখন তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য—

- ক. 1 সে.মি., 2 সে. মি. 3 সে. মি.
● 3 সে.মি., 4 সে. মি. 5 সে. মি.
গ. 2 সে.মি., 4 সে. মি. 6 সে. মি.
ঘ. 3 সে.মি., 4 সে. মি. 7 সে. মি.

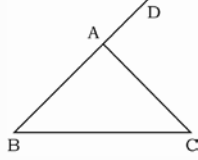
ব্যখ্যা : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। এখানে, $3 + 4 > 5$ বা, $7 > 5$

- প্রশ্ন ১৩ i. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে, ত্রিভুজটি আঁকা যায়।
ii. দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, ত্রিভুজটি আঁকা যায়।
iii. কোনো ত্রিভুজের একাধিক স্থূলকোণ থাকতে পারে।

উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের চিত্র অনুসারে ৪-৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :



প্রশ্ন ৪ C বিন্দুতে BA রেখার সমান্তরাল রেখা আঁকতে হলে, কোন কোণের সমান কোণ আঁকতে হবে?

- $\angle ABC$ খ. $\angle ACB$ গ. $\angle BAC$ ঘ. $\angle CAD$

প্রশ্ন ৫ $\angle CAD$ এর সমান নিচের কোনটি?

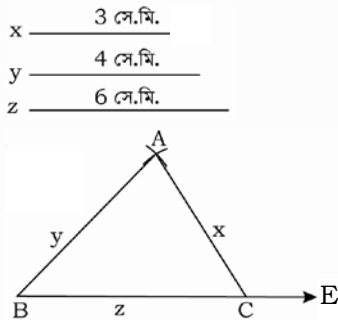
- ক. $\angle BAC + \angle ACB$ ● $\angle ABC + \angle ACB$
গ. $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC$ ঘ. $\angle ABC + \angle BAC$

প্রশ্ন ৬ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

- (ক) 3 সে.মি., 4 সে.মি., 6 সে.মি.
(খ) 3.5 সে.মি., 4.7 সে.মি., 5.6 সে.মি.

সমাধান :

(ক)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য $x = 3$ সে.মি., $y = 4$ সে.মি. এবং $z = 6$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

- BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
- BE রশ্মি হতে z -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

ত্রিভুজ অঙ্কন: প্রত্যেক ত্রিভুজের ছয়টি অংশ আছে; তিনটি বাহু এবং তিনটি কোণ। ত্রিভুজের এই ছয়টি অংশের কয়েকটি অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ অংশের সমান হলে দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হতে পারে। সুতরাং কেবল ঐ অংশগুলো দেওয়া থাকলে ত্রিভুজটির আকার নির্দিষ্ট হয় এবং ত্রিভুজটি আঁকা যায়।

নিচের উপাত্তগুলো জানা থাকলে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ সহজেই আঁকা যায়:

- (১) তিনটি বাহু
- (২) দুইটি বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ
- (৩) একটি বাহু ও এর সংলগ্ন দুইটি কোণ
- (৪) দুইটি কোণ ও এর একটির বিপরীত বাহু
- (৫) দুইটি বাহু ও এর একটির বিপরীত কোণ
- (৬) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর একটি বাহু অথবা কোণ।

৩. এখন, B কে কেন্দ্র করে y- এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে এবং C কে কেন্দ্র করে x- এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC এর একই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। উক্ত বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করল।

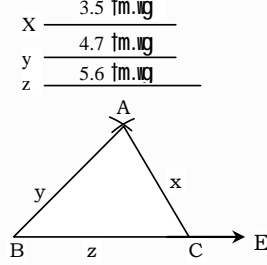
৪. এখন A,B ও A,C যোগ করি।

সুতরাং $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\triangle ABC$ -এ $AB = 4$ সে.মি., $BC = 6$ সে.মি. এবং $AC = 3$ সে.মি.।

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য $x = 3.5$ সে.মি., $y = 4.7$ সে.মি. এবং $z = 5.6$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।

২. BE রশ্মি হতে z-এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

৩. এখন, B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে y ও x এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC এর একই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। উক্ত বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করল।

৪. এখন, A, B ও A, C যোগ করি।

সুতরাং $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\triangle ABC$ -এ $AB = 4.7$ সে.মি., $BC = 5.6$ সে.মি. এবং $AC = 3.5$ সে.মি.।

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

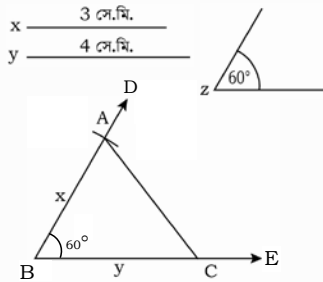
প্রশ্ন ১৭ একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) 3 সে.মি., 4 সে.মি., 60°

(খ) 3.8 সে.মি., 4.7 সে.মি., 45°

সমাধান :

(ক)



বিশেষ নির্বচন : একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু $x = 3$ সে.মি. ও $y = 4$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle z = 60^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।

২. BE রেখাংশ হতে y-এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

৩. B বিন্দুতে $\angle z$ -এর সমান করে $\angle EBD$ আঁকি।

৪. BD রেখা হতে x-এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই।

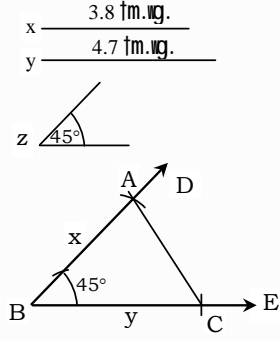
৫. এখন A, C যোগ করি।

সুতরাং $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC -এ $AB = 3$ সে.মি., $BC = 4$ সে.মি. এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC = 60^\circ$ ।

$\therefore \Delta ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু $x = 3.8$ সে.মি. ও $y = 4.7$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle z = 45^\circ$ । ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

1. BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
2. BE রশ্মি হতে y -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
3. B বিন্দুতে $\angle z$ -এর সমান করে $\angle EBD$ আঁকি।
4. BD রশ্মি হতে x -এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই।
5. এখন A, C যোগ করি।

সুতরাং ΔABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC -এ $AB = 3.8$ সে.মি.,
 $BC = 4.7$ সে.মি. এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC = 45^\circ$ ।
 $\therefore \Delta ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

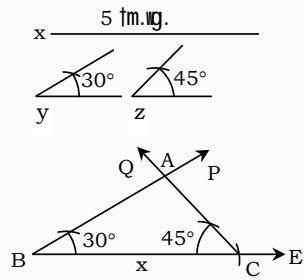
প্রশ্ন ১৮ ৥ একটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও এর সংলগ্ন দুইটি কোণ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) 5 সে.মি., 30° , 45°

(খ) 4.5 সে.মি., 45° , 60°

সমাধান :

(ক)



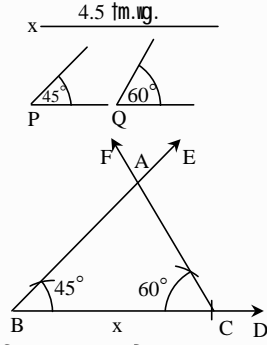
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু $x = 5$ সে.মি. এবং এর সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle y = 30^\circ$ ও $\angle z = 45^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

1. BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
2. BE রশ্মি হতে x -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
3. B বিন্দুতে $\angle y$ -এর সমান করে $\angle CBP$ এবং C বিন্দুতে $\angle z$ -এর সমান করে $\angle BCQ$ আঁকি।
4. এখন, BP ও CQ রেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করল। সুতরাং ΔABC -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC -এ $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$ এবং $BC = 5$ সে.মি.।
 $\therefore \Delta ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু $x = 4.5$ সে.মি. এবং এর সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle P = 45^\circ$ ও $\angle Q = 60^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. BD যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
 ২. BD রশ্মি হতে x -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
 ৩. B বিন্দুতে $\angle P$ -এর সমান করে $\angle CBE$ এবং C বিন্দুতে $\angle Q$ -এর সমান করে $\angle BCF$ আঁকি।
 ৪. এখন, BE ও CF বাহুদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করল।
- সুতরাং $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\triangle ABC$ -ই এ

$BC = 4.5$ সে.মি., $\angle ABC = 45^\circ$ এবং $\angle ACB = 60^\circ$ ।

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

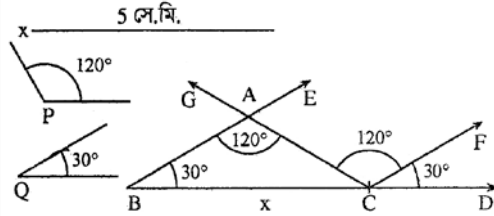
প্রশ্ন ৯ ৥ একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও প্রথম কোণের বিপরীত বাহু দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) $120^\circ, 30^\circ, 5$ সে.মি.

(খ) $60^\circ, 30^\circ, 4$ সে.মি.

সমাধান :

(ক)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle P = 120^\circ$ এবং $\angle Q = 30^\circ$ ও $\angle P$ এর বিপরীত বাহু $x = 5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. BD যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
২. BD রশ্মি হতে x -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
৩. BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে $\angle Q$ -এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBE$ ও $\angle DCF$ আঁকি।
৪. আবার, CF রেখার C বিন্দুতে এর যে পাশে $\angle Q$ অবস্থিত তার বিপরীত পাশে $\angle P$ -এর সমান করে $\angle FCG$ আঁকি। CG রেখা BE রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করল।

সুতরাং $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\angle ABC = \angle FCD$. কিন্তু কোণ দুইটি অনুরূপ হওয়ায় $AB \parallel CF$.

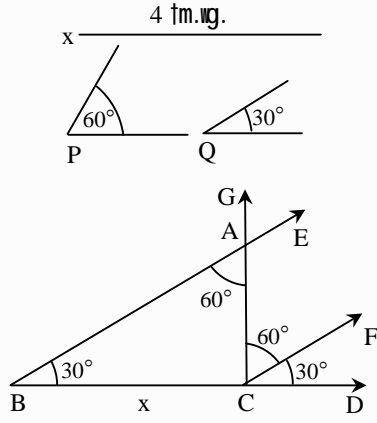
এখন, $AB \parallel CF$ এবং AC তাদের ছেদক।

$\therefore \angle BAC =$ একান্তর $\angle ACF = 120^\circ$

এখন, $\triangle ABC$ -এ $\angle BAC = 120^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$ এবং $\angle BAC$ -এর বিপরীত বাহু $BC = 5$ সে.মি.।

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ $\angle P = 60^\circ$ ও $\angle Q = 30^\circ$ এবং $\angle P$ এর বিপরীত বাহু $x = 4$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

1. BD যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
2. BD রশ্মি হতে x -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
3. BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle Q$ -এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBE$ ও $\angle DCF$ আঁকি।
8. আবার, CF রেখার C বিন্দুতে এর যে পাশে $\angle Q$ অবস্থিত তার বিপরীত পাশে $\angle P$ -এর সমান করে $\angle FCG$ আঁকি। CG রেখা BE রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করল।

সুতরাং $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\angle ABC = \angle FCD$ কিন্তু কোণ দুইটি অনুরূপ হওয়ায় $AB \parallel CF$ ।

এখন, $AB \parallel CF$ এবং AC তাদের ছেদক।

$\therefore \angle BAC =$ একান্তর $\angle ACF = 60^\circ$

অতএব, $\triangle ABC$ -এ

$\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$ এবং $\angle BAC$ -এর বিপরীত বাহু $BC = 4$ সে.মি.।

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

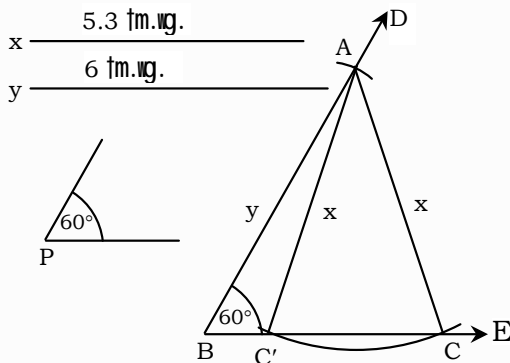
প্রশ্ন ১০ ৥ একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু ও প্রথম বাহুর বিপরীত কোণ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) 5.3 সে.মি., 6 সে.মি., 60°

(খ) 4 সে.মি., 5 সে.মি., 30°

সমাধান :

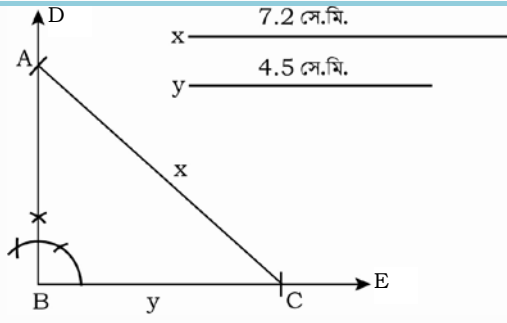
(ক)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু $x = 5.3$ সে.মি. ও $y = 6$ সে.মি. এবং প্রথম বাহুর বিপরীত কোণ $\angle P = 60^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

1. BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
2. BE রশ্মির B বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle P$ -এর সমান $\angle EBD$ আঁকি।
3. BD রেখা হতে y -এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $x = 7.2$ সে.মি. এবং এর সংলগ্ন বাহু $y = 4.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

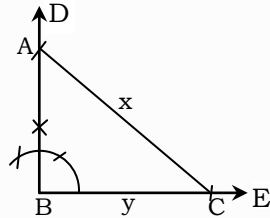
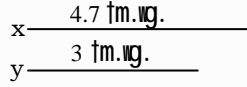
১. BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
২. BE রশ্মি হতে y -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
৩. BC রেখার B বিন্দুতে BC এর উপর BD লম্ব আঁকি।
৪. C বিন্দুকে কেন্দ্র করে x -এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যেন এটা BD রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
৫. এখন, A, C যোগ করি।

সুতরাং $\triangle ABC$ -ই সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, $\triangle ABC$ -এ অতিভুজ $AC = 7.2$ সে.মি., $BC = 4.5$ সে.মি. এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

(খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $x = 4.7$ সে.মি. এবং এর সংলগ্ন বাহু $y = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. BE যেকোনো একটি রশ্মি নিই।
২. BE রশ্মি হতে y -এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
৩. BC রেখার B বিন্দুতে BC এর উপর BD লম্ব আঁকি।
৪. C বিন্দুকে কেন্দ্র করে x -এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যেন এটা BD রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
৫. এখন A, C যোগ করি।

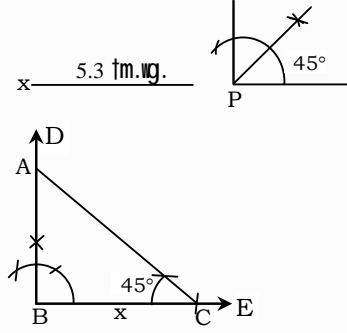
সুতরাং $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\triangle ABC$ -এ অতিভুজ $AC = 4.7$ সে.মি., $BC = 3$ সে.মি. এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্ণেয় সমকোণী ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১২ ৥ একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহু 5.3 সে.মি. এবং একটি সূক্ষ্মকোণ 45° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি নির্দিষ্ট বাহু $x = 5.3$ সে.মি. এবং একটি সূক্ষ্মকোণ $\angle P = 45^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE নিই।
২. BE রশ্মি হতে x -এর সমান করে BC কেটে নিই।
৩. B বিন্দুতে BD লম্ব আঁকি এবং C বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle P$ এর সমান করে $\angle BCA$ আঁকি। AC রেখা BD কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং $\triangle ABC$ -ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : $AB \perp BC$ হওয়ায় $\angle ABC =$ এক সমকোণ।
এবং অঙ্কনানুসারে, $\angle ACB = 45^\circ$ ও $BC = 5.3$ সে.মি.

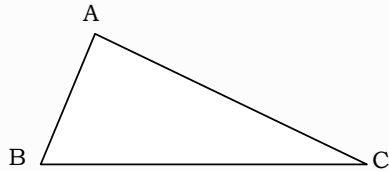
$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্ণেয় সমকোণী ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৩ ৥ একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দু A, B ও C.

- (ক) বিন্দু তিনটি দিয়ে একটি ত্রিভুজ আঁক।
- (খ) অঙ্কিত ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর লম্ব আঁক।
- (গ) অঙ্কিত ত্রিভুজের ভূমি যে সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ হয়, ঐ ত্রিভুজটি আঁক।

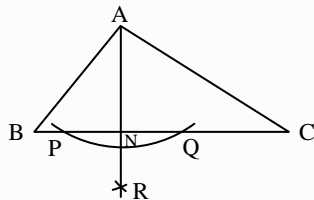
সমাধান :

(ক)



একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় A, B, C এমন তিনটি বিন্দু।
A, B; B, C এবং A, C যোগ করি। ফলে $\triangle ABC$ আঁকা হলো।

- (খ) মনে করি, $\triangle ABC$ এর শীর্ষবিন্দু A, ভূমি BC।
A বিন্দু থেকে ভূমি BC উপর একটি লম্ব আঁকতে হবে।

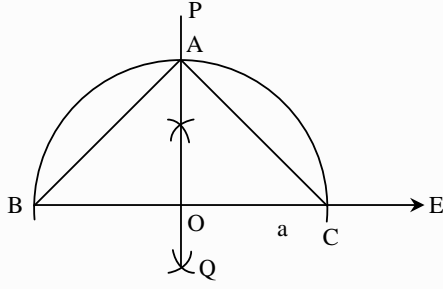


অঙ্কন :

১. A বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন তা BC কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।
২. P ও Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে PQ এর সমান বা অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।
৩. A, R যোগ করি।

8. AR, BC কে N বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, AN ই নির্ণেয় লম্ব।

(গ) a —————



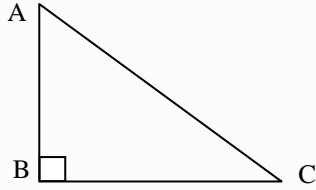
অঙ্কিত $\triangle ABC$ এর ভূমি $BC = a$ । একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ a দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

- যেকোনো রশ্মি BE হতে $BC = a$ কেটে নিই।
- BC এর লম্বদ্বিখণ্ডক PQ আঁকি যেন তা BC কে O বিন্দুতে ছেদ করে।
- O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OB বা OC এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি অর্ধবৃত্ত আঁকি যেন এটি PQ কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- A, B এবং A, C যোগ করি।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১১৪ ৥



(ক) চিত্রের ত্রিভুজটির অতিভুজ কোনটি?

(খ) অতিভুজের পরিমাণ সেন্টিমিটারে নির্ণয় কর এবং $\angle ACB$ এর সমান করে একটি কোণ আঁক।

(গ) একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক, যার অতিভুজ চিত্রে অঙ্কিত ত্রিভুজের অতিভুজ অপেক্ষা 2 সে.মি. বড় এবং একটি কোণ, $\angle ACB$ এর সমান হয়।

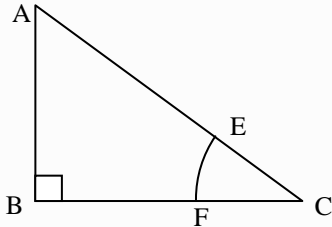
সমাধান :

(ক) চিত্রে, $\triangle ABC$ -এ $AB \perp BC$.

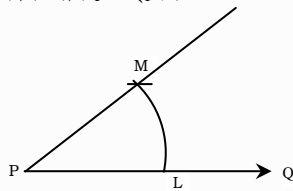
$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

$\therefore ABC$ ত্রিভুজের অতিভুজ AC।

(খ) স্কেলের সাহায্যে পরিমাপ করে দেখা গেল অতিভুজ $AC = 6$ সে.মি.



$\angle ACB$ এর সমান করে একটি কোণ আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

- PQ যেকোনো রশ্মি নেই।
- C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AC এবং BC কে যথাক্রমে E ও F

বিন্দুতে ছেদ করে।

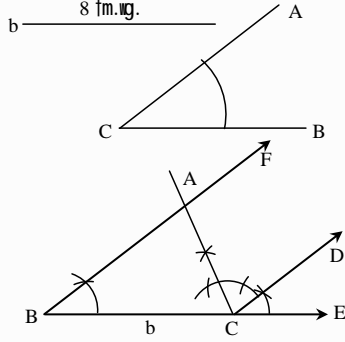
৩. P বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা PQ কে L বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. এখন, L বিন্দুকে কেন্দ্র করে EF এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন এটি পূর্বের বৃত্তচাপকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. M, P যোগ করে বর্ধিত করি।

তাহলে, $\angle MPL$ নির্ণেয় কোণ অঙ্কিত হলো।

(গ) একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকতে হবে যার অতিভুজ $b = 6 + 2 = 8$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle ACB$ এর সমান হয়।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE হতে $BC = b$ কেটে নিই।

২. এখন B ও C বিন্দুতে $\angle ACB$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle ECD$ আঁকি।

৩. এখন C বিন্দুতে $\angle DCA = 90^\circ$ আঁকি। CA রেখা BF রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

৪. ফলে $\angle BAC = 90^\circ$ এবং $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজ।

তাহলে, $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ : $\triangle ABC$ এ $\angle BAC = 90^\circ$ (অঙ্কনানুসারে)

এর অতিভুজ $BC = b$ সে.মি.

এবং $\angle ABC = \angle ACB$.

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১৫ ৥ একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু $a = 3.2$ সে.মি., $b = 4.5$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle B = 30^\circ$

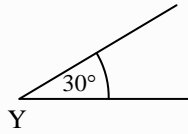
(ক) $\angle B$ এর সমান একটি কোণ আঁকি।

(খ) একটি ত্রিভুজ আঁক, যার দুই বাহু a ও b এর সমান এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ এর সমান হয়।

(গ) এমন একটি ত্রিভুজ আঁক, যার একটি বাহু b এবং $\angle B$ এর বিপরীত বাহু $2a$ হয়।

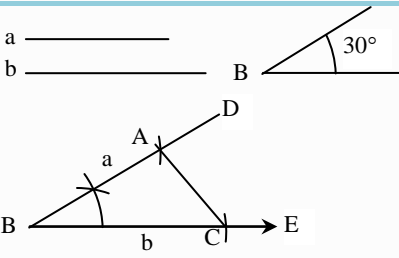
সমাধান :

(ক)



চাঁদা ব্যবহার করে $\angle B = 30^\circ$ এর সমান একটি $\angle Y$ আঁকা হলো।

(খ) একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু $a = 3.2$ সে. মি. এবং $b = 4.5$ সে. মি. ও তাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle B = 30^\circ$ দেওয়া আছে। এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যার দুটি বাহু a ও b এর সমান এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ এর সমান।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE হতে $BC = b$ কেটে নিই।
২. B বিন্দুতে $\angle CBD = \angle B$ আঁকি।
৩. BD হতে $BA = a$ কেটে নিই।
৪. A, C যোগ করি।

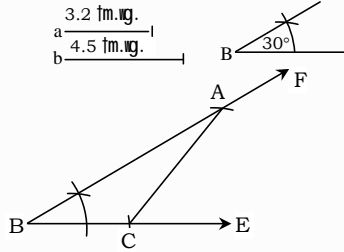
সুতরাং $\triangle ABC$ -ই হলো নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ : $\triangle ABC$ এ $BC = b$, $AB = a$ এবং

অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC = \angle B$.

$\therefore \triangle ABC$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

গ) একটি ত্রিভুজের একটি বাহু b এবং $\angle B$ কোণের বিপরীত বাহু a দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = b$ কেটে নিই।
২. এখন B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle B$ আঁকি।
৩. C বিন্দুকে কেন্দ্র করে $2a$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
৪. A, C যোগ করি।

তাহলে $\triangle ABC$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রমাণ : $\triangle ABC$ এ $BC = b$, $AC = 2a$ এবং $\angle ABC = \angle B$

$\therefore \triangle ABC$ ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১১৬ ॥ একটি ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে. মি. এবং ঐ বাহু সংলগ্ন কোণ দুইটি 37° ও 46° .

(ক) ত্রিভুজটির অপর কোণের পরিমাণ কত?

(খ) ত্রিভুজটি কী ধরনের এবং কেন?

(গ) ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :

(ক) ত্রিভুজের দুইটি কোণের পরিমাণ দেওয়া আছে 37° ও 46°

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি = 180°

$$\therefore \text{ত্রিভুজের অপর কোণটির পরিমাণ} = 180^\circ - (37^\circ + 46^\circ) \\ = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$$

(খ) ত্রিভুজটির তিনটি কোণ পরস্পর অসমান। ফলে এর তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান। এজন্য এটি একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ

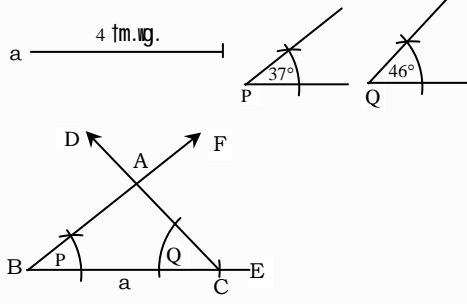
আবার, এর একটি কোণ 97° যা এক সমকোণ অপেক্ষা বড়।

সুতরাং এর একটি কোণ স্থূলকোণ। অতএব ত্রিভুজটি স্থূলকোণী।

\therefore ত্রিভুজটি একটি বিষমবাহু স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

(গ) একটি ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি. এবং a বাহু সংলগ্ন $\angle P = 37^\circ$ এবং $\angle Q = 46^\circ$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :



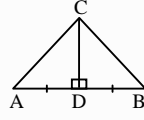
১. যেকোনো রশ্মি BE হতে $BC = a$ কেটে নিই।
২. B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle P$ এবং C বিন্দুতে $\angle BCD = \angle Q$ আঁকি।
৩. BF ও CD পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

তাহলে $\triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

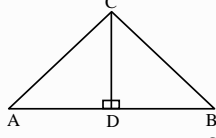
প্রমাণ : $\triangle ABC$ এ $BC = a$, $\angle ABC = \angle P$, $\angle ACB = \angle Q$

$\therefore \triangle ABC$ -ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

প্রশ্ন ১১ চিত্রে, CD, AB এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক, প্রমাণ কর যে,
 $\triangle ADC \cong \triangle BDC$



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এ CD, AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ADC \cong \triangle BDC$

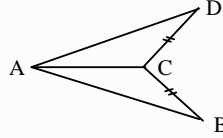
প্রমাণ :

ধাপ : যথার্থতা

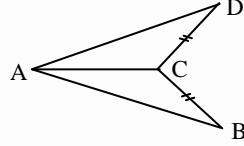
$\triangle ADC$ এবং $\triangle BDC$ -এ

1. $AD = BD$ [D, AB এর মধ্যবিন্দু]
2. $CD = CD$ [সাধারণ বাহু]
3. অন্তর্ভুক্ত $\angle ADC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BDC$ [সমকোণ]
 $\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDC$ [প্রমাণিত] [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

প্রশ্ন ১২ চিত্রে, $CD = CB$ এবং $\angle DCA = \angle BCA$
প্রমাণ কর যে, $AB = AD$



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $CD = CB$ এবং $\angle DCA = \angle BCA$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AD$.

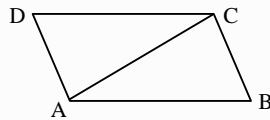
প্রমাণ :

ধাপ : যথার্থতা

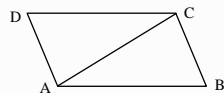
$\triangle ADC$ এবং $\triangle ABC$ -এ

1. $CD = CB$ [দেওয়া আছে]
2. $AC = AC$ [সাধারণ বাহু]
3. অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
 $\therefore AD = AB$ [প্রমাণিত] [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]

প্রশ্ন ১৩ চিত্রে, $\angle BAC = \angle ACD$ এবং $AB = DC$ প্রমাণ কর যে, $AD = BC$, $\angle CAD = \angle ACB$ এবং $\angle ADC = \angle ABC$.

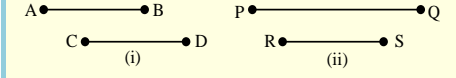


সমাধান :



দুইটি রেখাংশ কখন সর্বসম হবে?

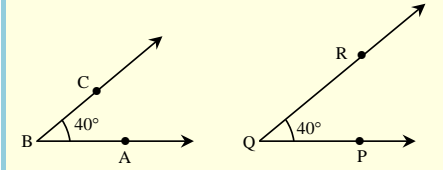
দুইটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান হলে রেখাংশ দুইটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুইটি রেখাংশ সর্বসম হলে এদের দৈর্ঘ্য সমান।



চিত্রে দুই জোড়া রেখাংশ আঁকা হয়েছে। উপরিপাতন পদ্ধতিতে AB এর অনুরূপ কপি CD-এর উপর রেখে দেখি যে, AB রেখাংশ CD রেখাংশকে ঢেকে দিয়েছে এবং A ও B বিন্দু যথাক্রমে C ও D বিন্দুর উপর পতিত হয়েছে। সুতরাং রেখাংশ দুইটি সর্বসম। একই কাজ দ্বিতীয় জোড়া সরলরেখার জন্য করে দেখি যে, রেখাংশ দুইটি সর্বসম নয়। লক্ষ করি, কেবল প্রথম জোড়া রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান।

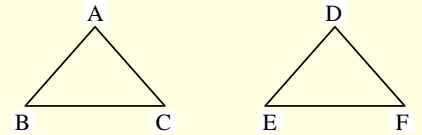
দুইটি কোণ কখন সর্বসম হবে?

দুইটি কোণের পরিমাপ সমান হলে কোণ দুইটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুইটি কোণ সর্বসম হলে এদের পরিমাপও সমান।



চিত্রে 40° দুইটি কোণ আঁকা হয়েছে। উপরিপাতন পদ্ধতি গ্রহণ করে প্রথম চিত্রের একটি অনুরূপ কপি করে দ্বিতীয়টির উপর রাখি। B বিন্দু Q বিন্দুর উপর এবং BA রশ্মি QP রশ্মির উপর পতিত হয়েছে। লক্ষ করি, কোণ দুইটির পরিমাপ সমান বলে BC রশ্মি QR রশ্মির উপর পতিত হয়েছে। অর্থাৎ $\angle ABC \cong \angle PQR$

ত্রিভুজের সর্বসমতা: একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুইটি সর্বতোভাবে মিলে যায়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয়। সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলো সমান। নিচের চিত্রে $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সর্বসম।



এখানে, $AB = DE$, $AC = DF$, $BC = EF$.

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ হবে।

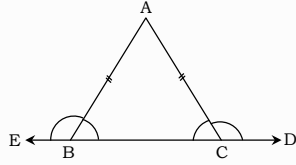
$\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সর্বসম বোঝাতে $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ লেখা হয়।

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\angle BAC = \angle ACD$ এবং $AB = DC$.
 প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BC$, $\angle CAD = \angle ACB$ এবং $\angle ADC = \angle ABC$

প্রমাণ :
 ধাপ : যথার্থতা
 $\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ -এ
 ১. $AB = CD$ [দেওয়া আছে]
 ২. $AC = AC$ [সাধারণ বাহু]
 ৩. অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
 $\therefore AD = BC$, $\angle CAD = \angle ACB$
 এবং $\angle ADC = \angle ABC$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৪ ৥ প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহু বাদে অপর বাহু উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ দুইটি পরস্পর সমান।

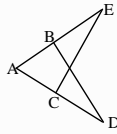
সমাধান :



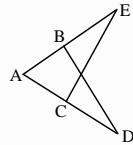
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$ এর $AB = AC$, BC কে উভয়দিকে D ও E পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। ফলে বহিঃস্থ $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABE = \angle ACD$.

প্রমাণ :
 ধাপ : যথার্থতা
 ১. $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$ [কল্পনা]
 $\therefore \angle ACB = \angle ABC$ [ত্রিভুজের সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]
 ২. $\angle ABE = 180^\circ - \angle ABC$ [সম্পূরক কোণ]
 বা, $\angle ABC = 180^\circ - \angle ABE$
 এবং $\angle ACD = 180^\circ - \angle ACB$ [সম্পূরক কোণ]
 বা, $\angle ACB = 180^\circ - \angle ACD$
 ৩. $180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - \angle ABE$ [$\angle ACB = \angle ABC$]
 বা, $\angle ACD = \angle ABE$
 $\therefore \angle ABE = \angle ACD$. [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৫ ৥ চিত্রে, $AD = AE$,
 $BD = CE$ এবং $\angle AEC = \angle ADB$
 প্রমাণ কর যে, $AB = AC$.



সমাধান :



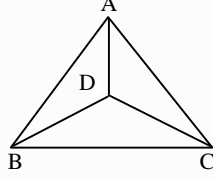
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $AD = AE$, $BD = CE$ এবং $\angle AEC = \angle ADB$. প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$.

প্রমাণ :
 ধাপ : যথার্থতা
 $\triangle ADB$ ও $\triangle AEC$ -এ
 ১. $AD = AE$, [দেওয়া আছে]
 ২. $BD = CE$ [একই]
 ৩. অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AEC$ [একই]

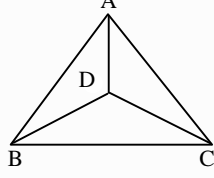
$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ABC$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = AC$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৬ চিত্রে, ΔABC এবং ΔDBC দুইটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC -এ $AB = AC$ এবং ΔDBC -এ $BD = CD$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.

প্রমাণ :

ধাপ : যথার্থতা

ΔABD ও ΔADC -এ

১. $AB = AC$ [দেওয়া আছে]

২. $BD = CD$ [দেওয়া আছে]

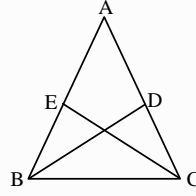
৩. $AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ADC$ [প্রমাণিত] [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

প্রশ্ন ১৭ প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত মধ্যমা দ্বয় সমান।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC -এ $AB = AC$, BD এবং CE যথাক্রমে AC ও AB এর উপর মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = CE$



প্রমাণ :

ধাপ :

ΔABD ও ΔACE এ যথার্থতা

১. $AB = AC$ [কল্পনা]

২. $AD = AE$ [$\frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} AB$]

৩. অন্তর্ভুক্ত $\angle DAB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle EAC$ [সাধারণ কোণ]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

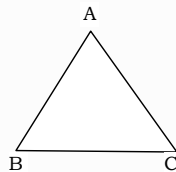
$\therefore BD = CE$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৮ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলো পরস্পর সমান।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC -এ $AB = BC = AC$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A = \angle B = \angle C$.



প্রমাণ :

ধাপ : যথার্থতা

১. $\triangle ABC$ -এ

$AB = AC$ [কল্পনা]

২. $\angle ACB = \angle ABC$ [ত্রিভুজের সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

৩. আবার $\triangle ABC$ এ $AC = BC$

৪. $\angle ABC = \angle BAC$

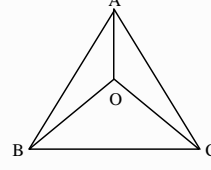
৫. সুতরাং $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC$ [ধাপ (২) ও (৪) হতে]

$\therefore \angle ABC = \angle BAC = \angle ACB$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১১ ΔABC এ $AB = AC$ এবং O , ΔABC এর অভ্যন্তরে এমন একটি বিন্দু যেন $OB = OC$ হয়। প্রমাণ কর যে, $\angle AOB = \angle AOC$.

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এ $AB = AC$ এবং O , ΔABC এর অভ্যন্তরে এমন একটি বিন্দু যেন $OB = OC$ হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB = \angle AOC$



প্রমাণ :

ধাপ

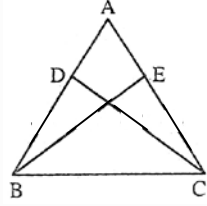
ΔAOB এবং ΔAOC -এ

১. $AB = AC$ [দেওয়া আছে]
 ২. $OB = OC$ [দেওয়া আছে]
 ৩. এবং $OA = OA$ [সাধারণ বাহু]
- $\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$ [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
- $\therefore \angle AOB = \angle AOC$ (প্রমাণিত)

যথার্থতা

প্রশ্ন ১২ ΔABC এর AB ও AC বাহুতে যথাক্রমে D ও E এমন দুইটি বিন্দু যেন $BD = CE$ এবং $BE = CD$. প্রমাণ কর যে, $\angle ABC = \angle ACB$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর AB ও AC বাহুতে যথাক্রমে D ও E এমন দুইটি বিন্দু যেন $BD = CE$ এবং $BE = CD$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC = \angle ACB$

প্রমাণ :

ধাপ

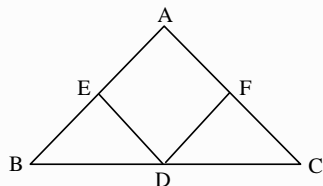
যথার্থতা

ΔBDC এবং ΔBEC -এ

১. $BD = CE$, [দেওয়া আছে]
 ২. $CD = BE$ [দেওয়া আছে]
 ৩. এবং $BC = BC$ [সাধারণ বাহু]
- $\therefore \Delta BDC \cong \Delta BEC$ [বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
- $\therefore \angle DBC = \angle ECB$
- $\therefore \angle ABC = \angle ACB$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৩ চিত্রে, $AB = AC$, $BD = DC$ এবং $BE = CF$ । প্রমাণ কর যে, $\angle EDB = \angle FDC$.

সমাধান :



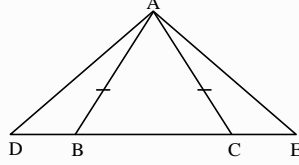
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $AB = AC$, $BD = DC$ এবং $BE = CF$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EDB = \angle FDC$

প্রমাণ :

- ধাপ যথার্থতা
১. $\triangle ABC$ -এ $AB = AC$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB$ [ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণ দুইটি সমান]
২. $\triangle BED$ এবং $\triangle FDC$ -এ
 $BD = DC$. [দেওয়া আছে]
 $BE = CF$ [দেওয়া আছে]
- এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle EBD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle FCD$ [$\because \angle ABC = \angle ACB$]
 $\therefore \triangle BED \cong \triangle FDC$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
 $\therefore \angle EDB = \angle FDC$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৪ ৷ চিত্রে, $AB = AC$ এবং $\angle BAD = \angle CAE$ । প্রমাণ কর যে, $AD = AE$ ।

সমাধান :



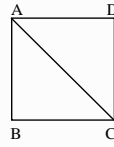
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $AB = AC$ এবং $\angle BAD = \angle CAE$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = AE$

- প্রমাণ :
- ধাপ যথার্থতা
১. $\triangle ABC$ এ $AB = AC$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB$ [ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় সমান]
বা, $180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \angle ACB$
 $\therefore \angle ABD = \angle ACE$
২. $\triangle ABD$ ও $\triangle ACE$ এ
 $AB = AC$ [দেওয়া আছে]
 $\angle BAD = \angle CAE$ [দেওয়া আছে]
এবং $\angle ABD = \angle ACE$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ [কোণ-বাহু -কোণ- উপপাদ্য]
 $\therefore AD = AE$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৫ ৷ $ABCD$ চতুর্ভুজে AC , $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ কর যে, $\angle B = \angle D$ ।

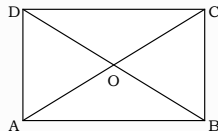
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : $ABCD$ চতুর্ভুজে AC , $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B = \angle D$

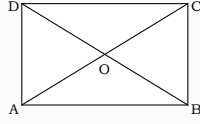


- প্রমাণ :
- ধাপ যথার্থতা
- $\triangle ABC$ ও $\triangle ACD$ -এ
১. $\angle BAC = \angle DAC$, [AC , $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
২. $\angle ACB = \angle ACD$
৩. $AC = AC$. [সাধারণ বাহু]
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ [কোণ- বাহু - কোণ- উপপাদ্য]
 $\therefore \angle B = \angle D$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৬ ৷ চিত্রে, AB এবং CD পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং AC ও BD কর্ণ দুইটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, $AD = BC$ ।



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের AB এবং CD পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং AC ও BD কর্ণ দুইটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BC$.

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

$\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ -এ

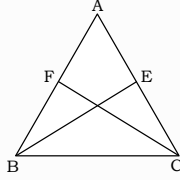
1. $AB = CD$ [দেওয়া আছে]
2. $AC = AC$ [সাধারণ বাহু]
3. এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD$. [একান্তর কোণ]
[$AD \parallel CB$, AC ছেদক]

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC$

$\therefore AD = BC$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৭ ১১ প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দুদ্বয় থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় পরস্পর সমান।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$ -এ ভূমি BC এবং $AB = AC$. $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. প্রমাণ করতে হবে যে, $BE = CF$.

প্রমাণ :

ধাপ

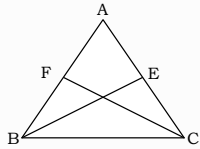
যথার্থতা

$\triangle ABE$ এবং $\triangle ACF$ -এ

1. $AB = AC$ [দেওয়া আছে]
2. $\angle BAE = \angle CAF$. [সাধারণ কোণ]
3. এবং $\angle AEB = \angle AFC$. [সমকোণ]
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ [কোণ-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
 $\therefore BE = CF$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৮ ১১ প্রমাণ কর যে, কোনো ত্রিভুজের ভূমির প্রান্ত বিন্দুদ্বয় থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় যদি সমান হয়, তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$ -এ ভূমি BC. $BE \perp AC$ এবং $CF \perp AB$. এবং $BE = CF$. প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

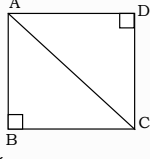
$\triangle ABE$ এবং $\triangle ACF$ -এ

1. $\angle AEB = \angle AFC$ [সমকোণ]
2. $\angle BAE = \angle CAF$ [সাধারণ কোণ]
3. এবং $BE = CF$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFC$ [কোণ-বাহু-কোণ-উপপাদ্য]

$\therefore AB = AC$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৯। $ABCD$ চতুর্ভুজের $AB = AD$ এবং $\angle B = \angle D =$ এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে, $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

সমাধান :

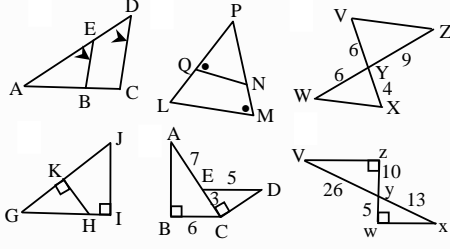


বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $ABCD$ চতুর্ভুজের $AB = AD$ এবং $\angle B = \angle D =$ এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

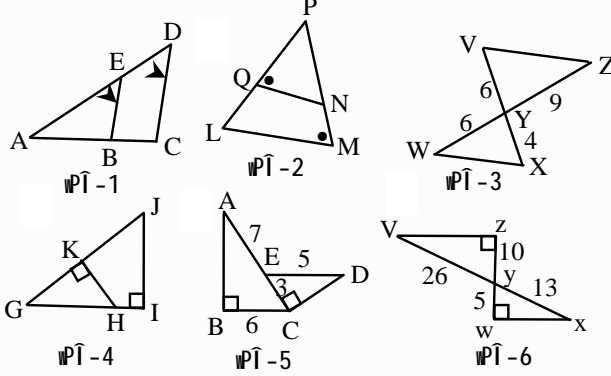
প্রমাণ :

- | ধাপ | যথার্থতা |
|---|-----------------------|
| ১. $\angle B = \angle D =$ এক সমকোণ | [কল্পনা] |
| \therefore সমকোণী $\triangle ABC$ ও সমকোণী $\triangle ADC$ -এ | |
| ২. অতিভুজ $AC =$ অতিভুজ AC | [সাধারণ বাহু] |
| ৩. এবং $AB = AD$. | [দেওয়া আছে] |
| $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$. [প্রমাণিত] | [অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য] |

প্রশ্ন ১১ নিচের প্রতিটি চিত্রে ত্রিভুজ দুইটির সদৃশতার কারণ বর্ণনা কর।



সমাধান :



প্রথম চিত্রে, $\triangle ABE$ এবং $\triangle ACD$ সদৃশ কারণ

$\angle ABE =$ অনুরূপ $\angle ACD$ [$\because BE \parallel CD$ এবং AC এদের ছেদক]

$\angle AEB =$ অনুরূপ $\angle ADC$ [$\because BE \parallel CD$ এবং AD এদের ছেদক]

এবং $\angle BAE = \angle CAD$ [সাধারণ কোণ]

ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ তিনটি কোণ পরস্পর সমান হওয়ায় এরা পরস্পর সদৃশ।

দ্বিতীয় চিত্রে, $\triangle PLM$ এবং $\triangle PQN$ সদৃশ কারণ

$\angle PML = \angle PQN$ [প্রদত্ত]

$\angle MPL = \angle NPQ$ [সাধারণ কোণ]

ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ দুইটি কোণ সমান হওয়ায় এরা সদৃশ।

তৃতীয় চিত্রে, $\triangle WXY$ এবং $\triangle VYZ$ সদৃশ কারণ

$\angle WYX =$ বিপ্রতীপ $\angle ZYV$

$$\frac{WY}{YZ} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \frac{XY}{YZ} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \therefore \frac{WY}{YZ} = \frac{XY}{YZ} = \frac{2}{3}$$

এদের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমানুপাতিক এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান হওয়ায় এরা সদৃশ।

চতুর্থ চিত্রে, $\triangle KGH$ এবং $\triangle JIG$ সদৃশ কারণ

$\angle GKH = \angle GIT$ [সমকোণ]

এবং $\angle KGH = \angle JGI$ [সাধারণ কোণ]

এদের একটির দুই কোণ অপরটির দুই কোণের সমান হওয়ায় এরা সদৃশ।

পঞ্চম চিত্রে, $AC = AE + CE = 7 + 3 = 10$

$$\therefore \frac{AC}{ED} = \frac{10}{5} = 2, \frac{BC}{CE} = \frac{6}{3} = 2, \angle ABC = \angle ECD \text{ [এক সমকোণ]}$$

$\therefore AC$ ও ED দুইটি অতিভুজ।

\therefore সমকোণী $\triangle ABC$ ও সমকোণী $\triangle ECD$ সদৃশ কারণ এদের অতিভুজ ও একটি বাহু অপরটির অতিভুজ ও অনুরূপ বাহুর সমানুপাতিক।

দুইটি ত্রিভুজ বা বহুভুজ সদৃশ হলে

Π অনুরূপ কোণগুলো সমান।

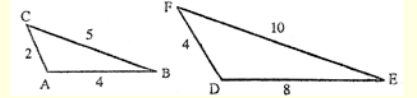
Π অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

সদৃশ ত্রিভুজ: দুইটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ কোণগুলো সমান এবং অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

ত্রিভুজের সদৃশতার শর্ত :

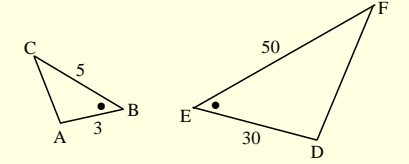
শর্ত ১। (বাহু-বাহু-বাহু)

যদি একটি ত্রিভুজের তিন বাহু অপর একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমানুপাতিক হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ।



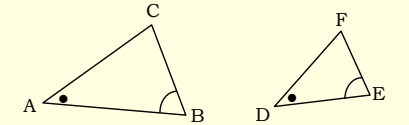
শর্ত ২। (বাহু-কোণ-বাহু)

যদি দুইটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমানুপাতিক হয় এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ।



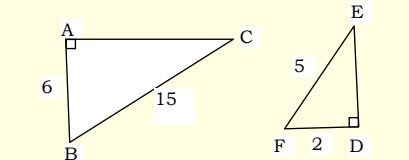
শর্ত ৩। (কোণ-কোণ)

যদি দুইটি ত্রিভুজের একটির দুইটি কোণ অপরটির দুইটি কোণের সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ।



শর্ত ৪। (অতিভুজ-বাহু)

যদি দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির অতিভুজ ও একটি বাহু যথাক্রমে অপরটির অতিভুজ ও অনুরূপ বাহুর সমানুপাতিক হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ।



সদৃশ চতুর্ভুজ :

দুইটি চতুর্ভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে চতুর্ভুজ দুইটি সদৃশ।

লক্ষণীয় যে, দুইটি সদৃশ চতুর্ভুজের

(ক) অনুরূপ কোণগুলো সমান এবং

(খ) অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

ষষ্ঠ চিত্রে, $\frac{ZY}{YW} = \frac{10}{5} = 2$, $\frac{VY}{XY} = \frac{26}{13} = 2$

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ZYV = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle XYW$. [বিপ্রতীপ কোণ]

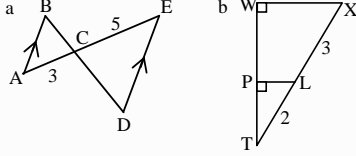
$\therefore \Delta VYZ$ এবং ΔWXY সদৃশ কারণ এদের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমানুপাতিক এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান।

আবার, $\angle VZY = \angle YWX$ [সমকোণ]

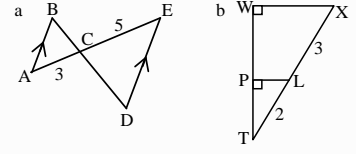
এবং $\angle ZYV = \angle XYW$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta VYZ$ এবং ΔWXY সদৃশ কারণ এদের একটির দুইটি কোণ যথাক্রমে অপরটির দুইটি কোণের সমান।

প্রশ্ন ২ প্রমাণ কর যে, নিচের প্রতিটি চিত্রের ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ।



সমাধান :



(a) বিশেষ নির্বচন : চিত্রের ΔABC এবং ΔDCE এ $AB \parallel DE$. প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC এবং ΔDCE সদৃশ।

প্রমাণ:

ধাপ

যথার্থতা

১. $AB \parallel DE$ এবং BD তাদের ছেদক।

[দেওয়া আছে]

$\therefore \angle ABC = \text{একান্তর } \angle CDE$

[একান্তর কোণ]

২. ΔABC ও ΔDCE এ

$\angle ABC = \angle CDE$

[একান্তর কোণ]

৩. এবং $\angle ACB = \text{বিপ্রতীপ } \angle DCE$

\therefore ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ। (প্রমাণিত)

[কোণ-কোণ শর্ত]

(b) বিশেষ নির্বচন : চিত্রের ΔWTX এবং ΔPTL এ $\angle TWX = \angle TPL = 90^\circ$ প্রমাণ করতে হবে যে, ΔWTX এবং ΔPTL সদৃশ।

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. ΔWTX ও ΔPTL এ

$\angle TWX = \angle TPL$

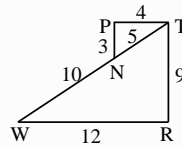
[সমকোণ]

২. এবং $\angle WTX = \angle PTL$

[সাধারণ]

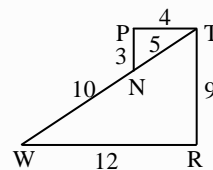
$\therefore \Delta WTX$ ও ΔPTL সদৃশ। [প্রমাণিত] [কোণ-কোণ শর্ত]

প্রশ্ন ৩ দেখাও যে, ΔPTN এবং ΔRWT সদৃশ।



সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, চিত্রের ΔPTN এবং ΔRWT এ $PT = 4$, $PN = 3$, $TN = 5$ এবং $WR = 12$, $TR = 9$ এবং $TW = 10 + 5 = 15$. প্রমাণ করতে হবে যে, ΔPTN এবং ΔRWT সদৃশ।



প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. ΔRWT ও ΔPTN এ

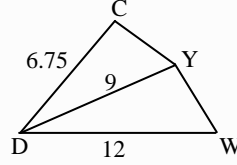
$$\frac{TR}{PN} = \frac{9}{3} = 3, \frac{WR}{PT} = \frac{12}{4} = 3 \quad [\text{দেওয়া আছে}]$$

$$\text{এবং } \frac{WT}{TN} = \frac{15}{5} = 3$$

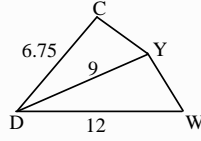
২. $\therefore \frac{TR}{PN} = \frac{WR}{PT} = \frac{WT}{TN}$

\therefore ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ। [প্রমাণিত] [বাহু-বাহু-বাহু শর্ত]

প্রশ্ন ১৪ ৥ DY রেখাংশ $\angle CDW$ কোণটির দ্বিখণ্ডক।
দেখাও যে, ΔCDY ও ΔYDW সদৃশ।



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : চিত্রানুসারে, DY , $\angle CDW$ কোণটির সমদ্বিখণ্ডক। $CD = 6.75$, $DY = 9$ এবং $DW = 12$. দেখাতে হবে যে, ΔCDY ও ΔYDW সদৃশ।

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. $\frac{CD}{DY} = \frac{6.75}{9} = 0.75$ [দেওয়া আছে]

$$\frac{DY}{DW} = \frac{9}{12} = 0.75 \quad [\text{দেওয়া আছে}]$$

২. ΔCDY ও ΔYDW এ

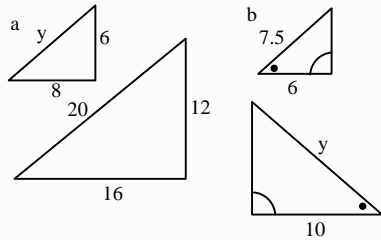
$$\frac{CD}{DY} = \frac{DY}{DW} \quad [\text{ধাপ-১ অনুসারে}]$$

৩. এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle CDY =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle WDY$.

[DY , $\angle CDW$ এর দ্বিখণ্ডক]

$\therefore \Delta CDY$ এবং ΔYDW সদৃশ। [বাহু-কোণ-বাহু শর্ত] [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৫ ৥ নিচের প্রতিটি সদৃশ ত্রিভুজ জোড়া থেকে y এর মান বের কর।



সমাধান :

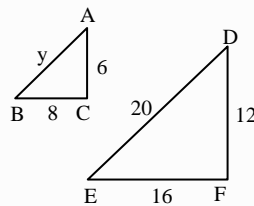
(a) ΔABC ও ΔDEF সদৃশ।

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$$

$$\therefore \frac{y}{20} = \frac{6}{12}$$

$$\text{বা, } y = \frac{6}{12} \times 20$$

$$\text{বা, } y = 10$$



(b) $\triangle XYZ$ ও $\triangle PQR$ সদৃশ।

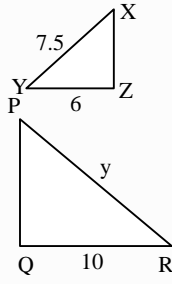
\therefore এদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

$$\therefore \frac{PR}{XY} = \frac{QR}{YZ}$$

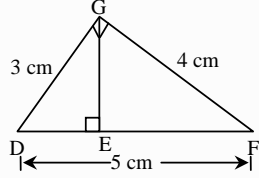
$$\text{বা, } \frac{y}{7.5} = \frac{10}{6}$$

$$\text{বা, } y = \frac{10}{6} \times 7.5 = 12.5$$

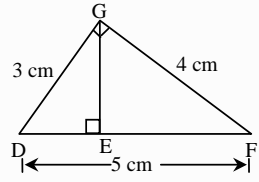
$$\therefore y = 12.5$$



প্রশ্ন ১৬ প্রমাণ কর যে, চিত্রের ত্রিভুজ তিনটি সদৃশ।



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : চিত্রে $\triangle DGF$ এ $DG = 3\text{cm}$, $GF = 4\text{cm}$ এবং $DF = 5\text{cm}$. $DF \perp GE$. $\angle DGF = 90^\circ$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle DGF$, $\triangle DEG$ এবং $\triangle GEF$ পরস্পর সদৃশ।

প্রমাণ :

ধাপ

যথার্থতা

১. $\triangle DGF$ ও $\triangle DEG$ এ

$$\angle DGF = \angle DEG$$

[সমকোণ]

২. এবং $\angle GDF = \angle GDE$

[সাধারণ কোণ]

\therefore ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

৩. $\triangle GEF$ এবং $\triangle DGF$ এ $\angle GEF = \angle DGF$ [সমকোণ]

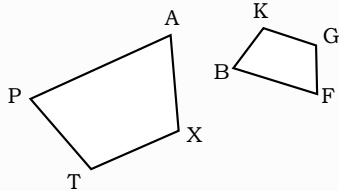
এবং $\angle GFE = \angle DFG$ [সাধারণ কোণ]

\therefore ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

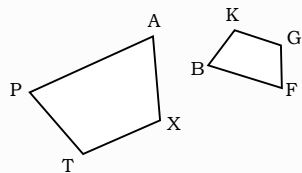
৪. $\therefore \triangle DGE$ এবং $\triangle GEF$ সদৃশ [প্রত্যেকেই $\triangle DGF$ এর সদৃশ]

\therefore ত্রিভুজ তিনটি পরস্পর সদৃশ।

প্রশ্ন ১৭ চতুর্ভুজ দুইটির অনুরূপ কোণ ও অনুরূপ বাহুগুলো চিহ্নিত কর। চতুর্ভুজ দুইটি সদৃশ কি-না যাচাই কর।



সমাধান :



চিত্রের চতুর্ভুজ $PTXA$ ও চতুর্ভুজ $BKGF$ এ

চাঁদার সাহায্যে পরিমাপ করে পাই,

$$\angle P = \angle B = 75^\circ, \angle A = \angle F = 75^\circ, \angle X = \angle G = 105^\circ$$

এবং $\angle T = \angle K = 105^\circ$ এবং রুলারের সাহায্যে পরিমাপ করে পাই, $TX = 10\text{cm}$, $KG = 5\text{cm}$;
 $PT = 8\text{cm}$, $BK = 4\text{cm}$; $PA = 14\text{cm}$, $BF = 7\text{cm}$; $AX = 12\text{cm}$, $FG = 6\text{cm}$. চতুর্ভুজদ্বয়ের
 TX এর অনুরূপ বাহু KG , PT এর অনুরূপ বাহু BK , PA এর অনুরূপ বাহু BF এবং AX এর অনুরূপ
বাহু FG ।

$$\text{এখন, } \frac{TX}{KG} = \frac{10}{5} = 2, \frac{PT}{BK} = \frac{8}{4} = 2$$

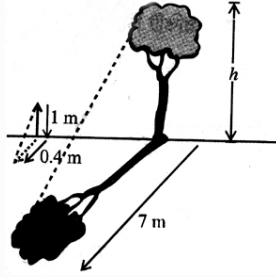
$$\frac{PA}{BF} = \frac{14}{7} = 2, \frac{AX}{FG} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\therefore \frac{TX}{KG} = \frac{PT}{BK} = \frac{PA}{BF} = \frac{AX}{FG} = 2$$

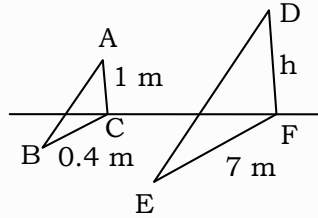
অর্থাৎ অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান।

সুতরাং চতুর্ভুজ দুইটি সদৃশ।

**প্রশ্ন ১৮ ৥ 1 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি লাঠি মাটিতে দণ্ডায়মান অবস্থায় 0.4 মিটার ছায়া ফেলে। একই সময়ে
একটি খাড়া গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য 7 মিটার হলে গাছটির উচ্চতা কত?**



সমাধান :



মনে করি, গাছটির উচ্চতা $DF = h$ মি.

লাঠির প্রান্ত বিন্দু ও ছায়ার প্রান্ত বিন্দু যোগ করি। গাছের প্রান্ত বিন্দু ও এর ছায়ার প্রান্ত বিন্দু যোগ করি। ফলে
 $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো।

কারণ $\angle ABC = \angle DEF$ এবং $\angle BAC = \angle EDF$

$$\therefore \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{1} = \frac{7}{0.4}$$

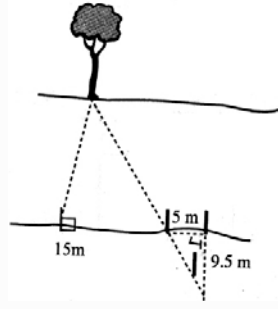
$$\text{বা, } 0.4h = 7$$

$$\text{বা, } h = \frac{7}{0.4}$$

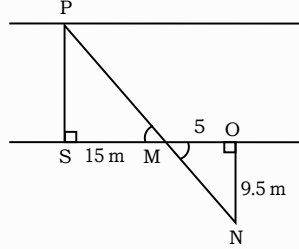
$$\therefore h = 17.5$$

গাছটির উচ্চতা = 17.5 মি. (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ ৥ শিহাব নদী পার না হয়ে নদীর প্রস্থ মাপতে চায়। এ জন্য সে ঠিক অপর পাড়ে একটি গাছ বেছে নিয়ে নদীর পাড়ে চিত্রের ন্যায় কিছু মাপজোক করল। নদীর প্রস্থ নির্ণয় কর।



সমাধান :



মনে করি, P বিন্দুতে গাছটি অবস্থিত। শিহাব S বিন্দু হতে নদীর পাড় বরাবর 15 মিটার গিয়ে M বিন্দুতে একটি খুঁটি পুতে MN বরাবর যায় যেন P, M, N একই রেখায় থাকে। এখন, N বিন্দু হতে নদীর পাড়ে NO লম্ব বরাবর আসে। এখন সে মেপে দেখে $OM = 5$ মিটার এবং $ON = 9.5$ মিটার।

এখন, $\Delta PSM = \Delta MON$ সদৃশ।

কারণ $\angle PSM = \angle MON = 90^\circ$

এবং $\angle PMS =$ বিপ্রতীপ $\angle OMN$

$$\therefore \frac{PS}{ON} = \frac{SM}{MO}$$

$$\text{বা, } \frac{PS}{9.5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\text{বা, } PS = 3 \times 9.5 = 28.5$$

নদীটির প্রস্থ = 28.5 মিটার। (Ans.)

প্রশ্ন ১ ৥ উপাত্ত বলতে কী বোঝায় তা উদাহরণের মাধ্যমে লিখ।

সমাধান : উপাত্ত : সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশিত কোনো তথ্য বা ঘটনা হলো উপাত্ত। যেমন : ৭ম শ্রেণির ৫ জন ছাত্রের গণিতের প্রাপ্ত নম্বর হলো- ৯০, ৮৫, ৬৫, ৯৫, ৮০ এ তথ্যটি উপাত্ত, কারণ এদের সংখ্যায় গণনা করা যায়। আবার, আজাদ অঙ্কে ভালো কিন্তু নিজাম অঙ্কে দুর্বল। এক্ষেত্রে এ তথ্যটিকে সংখ্যায় গণনা করা যায় না। এ জন্য এটি উপাত্ত নয়। নামবাচক তথ্য ও গুণবাচক তথ্য যেমন : ধর্ম, বর্ণ, ভালো, মন্দ ইত্যাদি পরিসংখ্যানের উপাত্ত নয়।

প্রশ্ন ২ ৥ উপাত্ত কত প্রকারের? প্রত্যেক প্রকারের উপাত্ত কীভাবে সংগ্রহ করা হয় এবং প্রত্যেক প্রকার উপাত্ত সংগ্রহের সুবিধা ও অসুবিধা লিখ।

সমাধান : উপাত্ত দুই প্রকারের। যথা :

- ১। প্রাথমিক উপাত্ত বা প্রত্যক্ষ উপাত্ত ও
- ২। মাধ্যমিক উপাত্ত বা পরোক্ষ উপাত্ত।

১. প্রাথমিক উপাত্ত যেভাবে সংগ্রহ করা হয় : প্রাথমিক তথ্যসমূহ অনুসন্ধানকারী ব্যক্তি বা সংস্থা কর্তৃক সরাসরি সংগৃহীত হয়। সুবিধা : (i) সংগৃহীত উপাত্ত অনেক বেশি সঠিক ও নির্ভরযোগ্য। (ii) তথ্যের গোপনীয়তা রক্ষা করা যায়।

অসুবিধা : (i) তথ্য সংগ্রহ সময়সাপেক্ষ : (ii) অনেক ব্যয়বহুল ও ঝুঁকিপূর্ণ।

২. মাধ্যমিক উপাত্ত যেভাবে সংগ্রহ করা হয় : মাধ্যমিক উপাত্ত সরাসরি উৎস থেকে সংগ্রহ না করে কোনো প্রকাশিত রিপোর্ট, প্রতিবেদন, পত্রিকা বা সরকারি দলিল পত্র বা অন্য কারো সংগৃহীত উপাত্ত থেকে সংগ্রহ করা হয়।

সুবিধা : (i) স্বল্প সময়ে উপাত্ত সংগ্রহ করা সম্ভব। (ii) ব্যয়বহুল ও ঝুঁকিপূর্ণ নয়।

অসুবিধা : (i) সরাসরি উৎস থেকে সংগৃহীত হয় না বলে এটির গ্রহণযোগ্যতা কম। (ii) কখনো কখনো সঠিক ফলাফল পাওয়া যায় না।

প্রশ্ন ৩ ৥ অবিন্যস্ত উপাত্ত কী? উদাহরণ দাও।

সমাধান :

অবিন্যস্ত উপাত্ত : পরিসংখ্যানে কোনো উপাত্তগুলো যদি এলোমেলোভাবে থাকে অর্থাৎ সংখ্যাগত মানের ক্রম অনুসারে সাজানো না থাকে তবে এদেরকে অবিন্যস্ত উপাত্ত বলে।

উদাহরণ : ৭ম শ্রেণি ১০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা ১২৫ সে. মি., ১৪০ সে. মি., ১২৮ সে.মি., ১৩৫ সে.মি., ১৪৮ সে.মি., ১৪২ সে.মি., ১২০ সে.মি., ১৩০ সে.মি., ১৪৫ সে.মি. ও ১৩৮ সে.মি.। উচ্চতাগুলো মানের কোনো ক্রমে সাজানো নেই।

প্রশ্ন ৪ ৥ একটি অবিন্যস্ত উপাত্ত লিখ। মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে বিন্যস্ত উপাত্তে রূপান্তর কর।

সমাধান : একটি বিদ্যালয়ের ১ম সাময়িক পরীক্ষায় ৭ম শ্রেণির ১০ জন শিক্ষার্থীর গণিতের নম্বর নিম্নরূপ : ৫৭, ৪৬, ৬৭, ৫০, ৬৪, ৯০, ৭৩, ৭৫, ৮০, ৮৫। এটি অবিন্যস্ত উপাত্ত।

উপাত্তটিকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,
৪৬, ৫০, ৫৭, ৬৪, ৬৭, ৭৩, ৭৫, ৮০, ৮৫, ৯০।
যা একটি বিন্যস্ত উপাত্ত।

প্রশ্ন ৫ ৥ কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো। গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

৫০, ৮৪, ৭৩, ৫৬, ৯৭, ৯০, ৮২, ৮৩, ৪১, ৯২, ৪২, ৫৫, ৬২, ৬৩, ৯৬, ৪১, ৭১, ৭৭, ৭৮, ২২, ৪৮, ৪৬, ৩৩, ৪৪, ৬১, ৬৬, ৬২, ৬৩, ৬৪, ৫৩, ৬০, ৫০, ৭২, ৬৭, ৯৯, ৮৩, ৮৫, ৬৮, ৬৯, ৪৫, ২২, ২২, ২৭, ৩১, ৬৭, ৬৫, ৬৪, ৬৪, ৮৮, ৬৩, ৪৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৭২, ৭১, ৭৩, ৪৯, ৭৫, ৬৪।

সমাধান : এখানে সর্বনিম্ন নম্বর ২২ ও সর্বোচ্চ নম্বর ৯৯।

∴ পরিসর = (৯৯ - ২২) + ১ = ৭৮

ধরি, শ্রেণিব্যাপ্তি = ১০

শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{৭৮}{১০} = ৭.৮$

❖ **পরিসংখ্যান উপাত্ত:** সংখ্যাভিত্তিক কোনো তথ্য বা ঘটনা হচ্ছে একটি পরিসংখ্যান। আর তথ্য বা ঘটনা নির্দেশক সংখ্যাগুলো হচ্ছে পরিসংখ্যানের উপাত্ত।

পরিসংখ্যান উপাত্ত দুই ধরনের। যথা :

১. প্রাথমিক উপাত্ত বা প্রত্যক্ষ উপাত্ত ও
২. মাধ্যমিক উপাত্ত বা পরোক্ষ উপাত্ত।

১. প্রাথমিক উপাত্ত : উৎস থেকে সরাসরি যে উপাত্ত সংগৃহীত হয় তাই হলো প্রাথমিক উপাত্ত। সরাসরি সংগৃহীত বিধায় প্রাথমিক উপাত্তের নির্ভরযোগ্যতা অনেক বেশি।

২. মাধ্যমিক উপাত্ত : পরোক্ষ উৎস থেকে সংগৃহীত উপাত্ত হচ্ছে মাধ্যমিক উপাত্ত। এক্ষেত্রে কোনো প্রতিষ্ঠানের সংগৃহীত উপাত্ত আমরা আমাদের প্রয়োজনে ব্যবহার করতে পারি। সুতরাং এখানে উৎস হচ্ছে পরোক্ষ।

❖ **অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত উপাত্ত**

অবিন্যস্ত উপাত্ত: এলোমেলোভাবে সাজানো উপাত্তকে অবিন্যস্ত উপাত্ত বলে।

বিন্যস্ত উপাত্ত : মানের ক্রম অনুসারে সাজানো উপাত্তসমূহকে বিন্যস্ত উপাত্ত বলে। নিচে বর্ণিত উপাত্তগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে অনুসারে সাজানো, ৫০, ৫৫, ৬০, ৬০, ৬০, ৬০, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৭০, ৭০, ৭০, ৭৫, ৭৫, ৭৫, ৭৫, ৮০, ৮০, ৮৫, ৮৫, ৮৫, ৮৫, ৯০, ৯০, ৯০, ৯০, ৯৫, ৯৫, ৯৫, ৯৫, ৯৮, ৯৮, ১০০।

❖ **অবিন্যস্ত উপাত্তকে বিন্যস্ত করার সহজ নিয়ম:**

উপরে বর্ণিত প্রাপ্ত সর্বনিম্ন নম্বর ৫০ এবং সর্বোচ্চ নম্বর ১০০। এখন শ্রেণিবিন্যাস করার জন্য ৫০ এর কম সুবিধাজনক যেকোনো একটি সংখ্যা ধরা যায়। সুতরাং আমরা যদি ৪৬ থেকে শুরু করে প্রতি ৫ নম্বরের ব্যবধানের জন্য একটি শ্রেণি গঠন করি তাহলে কয়টি শ্রেণি হবে তা নির্ধারণ করতে পারি।

উল্লেখ্য, উপাত্তের সংখ্যার ওপর ভিত্তি করে সুবিধাজনক ব্যবধান নিয়ে কতকগুলো শ্রেণিতে ভাগ করা হয়। শ্রেণিতে ভাগ করার নির্ধারিত কোনো নিয়ম নেই। তবে সচরাচর প্রত্যেক শ্রেণির ব্যবধান সর্বনিম্ন ৫ ও সর্বোচ্চ ১৫ এর মধ্যে সীমাবদ্ধ রাখা হয়। সংখ্যা শ্রেণি নির্ধারণের জন্য উপাত্তের পরিসর নির্ণয় করতে হয়।

পরিসর = (বৃহত্তম সংখ্যা - ক্ষুদ্রতম সংখ্যা) + ১

উপাত্তের শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{(বৃহত্তম সংখ্যা - ক্ষুদ্রতম সংখ্যা) + ১}{শ্রেণিব্যাপ্তি}$

= $\frac{(১০০ - ৫০) + ১}{১০}$

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৮।

∴ ২০ থেকে শুরু করে ১০ শ্রেণিব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

নম্বরের শ্রেণি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
২০-২৯		৪
৩০-৩৯		২
৪০-৪৯		৯
৫০-৫৯		৭
৬০-৬৯		১৮
৭০-৭৯		৯
৮০-৮৯		৬
৯০-৯৯		৫
		মোট = ৬০

প্রশ্ন ৯ ৬ ৯ নিচে ৫০টি দোকানের মাসিক বিক্রয়ের পরিমাণ (হাজার টাকায়) দেওয়া হলো। ৫ শ্রেণিব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

১৩২, ১৪০, ১৩০, ১৪০, ১৫০, ১৩৩, ১৪৯, ১৪১, ১৩৮, ১৬২, ১৫৮, ১৬২, ১৪০, ১৫০, ১৪৪, ১৩৬, ১৪৭, ১৪৬, ১৫০, ১৪৩, ১৪৮, ১৫০, ১৬০, ১৪০, ১৪৬, ১৫৯, ১৪৩, ১৪৫, ১৫২, ১৫৭, ১৫৯, ১৩২, ১৬১, ১৪৮, ১৪৬, ১৪২, ১৫৭, ১৫০, ১৭৮, ১৪১, ১৪৯, ১৫১, ১৪৬, ১৪৭, ১৪৪, ১৫৩, ১৩৭, ১৫৪, ১৫২, ১৪৮।

সমাধান : বিক্রয়ের সর্বোচ্চ সীমা ১৭৮ ও সর্বনিম্ন সীমা ১৩০।

∴ পরিসর = (১৭৮ - ১৩০) + ১ = ৪৯

শ্রেণিব্যাপ্তি = ৫

শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{৪৯}{৫} = ৯.৮$

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ১০।

∴ ১৩০ থেকে শুরু করে ৫ শ্রেণিব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

বিক্রয়ের শ্রেণি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
১৩০-১৩৪		৪
১৩৫-১৩৯		৩
১৪০-১৪৪		১১
১৪৫-১৪৯		১২
১৫০-১৫৪		১০
১৫৫-১৫৯		৫
১৬০-১৬৪		৪
১৬৫-১৬৯		০
১৭০-১৭৪		০
১৭৫-১৭৯		১
		মোট = ৫০

প্রশ্ন ৯ ৭ ৯ তোমাদের বিদ্যালয়ের ৮ম শ্রেণির ৩০ জন ছাত্রের ওজন (কেজিতে) নিচে দেওয়া হলো :

৪০, ৫৫, ৪২, ৪২, ৪৫, ৫০, ৫০, ৫৬, ৫০, ৪৫, ৪২, ৪০, ৪৩, ৪৭, ৪৩, ৫০, ৪৬, ৪৫, ৪২, ৪৩, ৪৪, ৫২, ৪৪, ৪৫, ৪০, ৪৫, ৪০, ৪৪, ৫০, ৪০।

ক) মানের ক্রমানুসারে সাজাও।

খ) উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

সমাধান : (ক) ওজনগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

৪০, ৪০, ৪০, ৪০, ৪০, ৪২, ৪২, ৪২, ৪২, ৪৩, ৪৩, ৪৩, ৪৪, ৪৪, ৪৪, ৪৫, ৪৫, ৪৫, ৪৫, ৪৫, ৪৬, ৪৭, ৫০, ৫০, ৫০, ৫০, ৫০, ৫০, ৫২, ৫৫, ৫৬।

গণসংখ্যা আয়তলেখ

কোনো পরিসংখ্যান যখন লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয় তখন তা বোঝা ও সিদ্ধান্ত নেয়ার জন্য যেমন সহজ হয় তেমনি চিত্তাকর্ষক হয়। এই প্রেক্ষাপটে পরিসংখ্যানে লেখচিত্রের মাধ্যমে গণসংখ্যা সারণি উপস্থাপন বহুল প্রচলিত পদ্ধতি। আর আয়তলেখ বা গণসংখ্যা আয়তলেখ হচ্ছে গণসংখ্যা সারণির একটি লেখচিত্র।

গণসংখ্যা আয়তলেখ আঁকার জন্য নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করা হয় :

১। একটি গণসংখ্যা সারণির শ্রেণি ব্যাপ্তি x-অক্ষ বরাবর লেখা হয় এবং শ্রেণিব্যাপ্তি ভূমি ধরে আয়ত আঁকা হয়। সুবিধাজনক ক্ষেত্রে শ্রেণিব্যাপ্তি নেওয়া হয়।

২। সুবিধাজনক ক্ষেত্রে y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যার মান নেওয়া হয় এবং গণসংখ্যা হয় আয়তের উচ্চতা। উভয় অক্ষের জন্য একই বা পৃথক সুবিধাজনক স্কেল নেওয়া যায়।

(খ) এখানে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৪০ এবং বৃহত্তম সংখ্যা ৫৬

$$\text{পরিসর} = (৫৬ - ৪০) + ১ = ১৭$$

$$\text{শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{১৭}{৫} = ৩.৪০$$

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৪।

৪০ থেকে শুরু করে ৫ শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	ঘটন সংখ্যা
৪০-৪৪		১৫
৪৫-৪৯		৭
৫০-৫৪		৬
৫৫-৫৮		২
		মোট = ৩০

প্রশ্ন ১৮ ৥ কোনো এলাকার ৩৫টি পরিবারের লোকসংখ্যা নিচে দেওয়া হলো :

৬, ৩, ৪, ৭, ১০, ৮, ৫, ৬, ৪, ৩, ২, ৬, ৮, ৯, ৫, ৪, ৩, ৭, ৬, ৫, ৩, ৪, ৮, ৫, ৯, ৩, ৫, ৭, ৬, ৯, ৫, ৮, ৪, ৬, ১০।

শ্রেণিব্যাপ্তি ২ নিয়ে গণসংখ্যা গঠন কর।

সমাধান : ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ২ এবং বৃহত্তম সংখ্যা ১০

$$\therefore \text{পরিসর} = (১০ - ২) + ১ = ৯$$

$$\text{শ্রেণিব্যাপ্তি} = ২$$

$$\text{শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{৯}{২} = ৪.৫$$

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৫।

২ থেকে শুরু করে শ্রেণিব্যাপ্তি ২ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	ঘটন সংখ্যা
২-৩		৬
৪-৫		১১
৬-৭		৯
৮-৯		৭
১০-১১		২
		মোট = ৩৫

প্রশ্ন ১৯ ৥ ৩০ জন শ্রমিকের ঘণ্টা প্রতি মজুরি (টাকায়) নিচে দেওয়া হলো :

২০, ২২, ৩০, ২৫, ২৮, ৩০, ৩৫, ৪০, ২৫, ২০, ২৮, ৪০, ৪৫, ৫০, ৪০, ৩৫, ৪০, ৩৫, ২৫, ৩৫, ৩৫, ৪০, ২৫, ২০, ৩০, ৩৫, ৫০, ৪০, ৪৫, ৫০।

শ্রেণি ব্যবধান ৫ নিয়ে গণসংখ্যা সারণি গঠন কর।

সমাধান : এখানে, ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ২০ এবং বৃহত্তম সংখ্যা ৫০

$$\text{পরিসর} = (৫০ - ২০) + ১ = ৩১$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান} = ৫$$

$$\text{শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{৩১}{৫} = ৬.২$$

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৭।

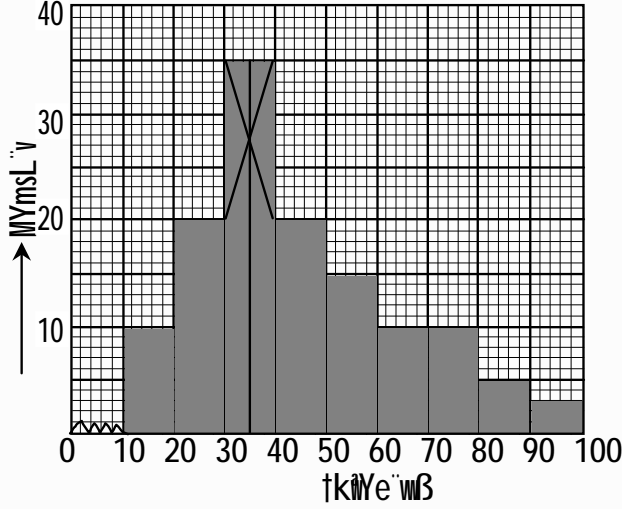
∴ ২০ থেকে শুরু করে শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণি ব্যবধান	ট্যালি	ঘটন সংখ্যা
২০-২৪		৪
২৫-২৯		৬
৩০-৩৪		৩
৩৫-৩৯		৬
৪০-৪৪		৬
৪৫-৪৯		২
৫০-৫৪		৩
		মোট = ৩০

প্রশ্ন ১০ ৥ নিচের গণসংখ্যা সারণি হতে আয়তলেখ আঁক এবং প্রচুরক (আসন্ন) নির্ণয় কর :

শ্রেণিব্যাপ্তি	১১-২০	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	১০	২০	৩৫	২০	১৫	১০	৮	৫	৩

সমাধান : ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিব্যাপ্তি এবং Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা ধরে আয়তলেখটি আঁকা হয়েছে। এখানে X অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক এবং Y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরা হয়েছে।



এখানে চিত্রায়িত আয়তলেখ থেকে দেখা যায়, বেশি সংখ্যক সংখ্যা ৩০ ও ৪০ এর মধ্যে। সুতরাং প্রচুরক এই শ্রেণিতে বিদ্যমান। প্রচুরক নির্ধারণ করার জন্য ঐ আয়তটির উপরিভাগে কৌণিক বিন্দুদ্বয় থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশ আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করা হয়। ছেদবিন্দু থেকে X অক্ষের উপর যে লম্ব টানা হয়েছে এর ব্যাপ্তি ৩০ ও ৪০ এর মধ্যবিন্দু। তাই সংখ্যাগুলোর প্রচুরক হলো ৩৫।

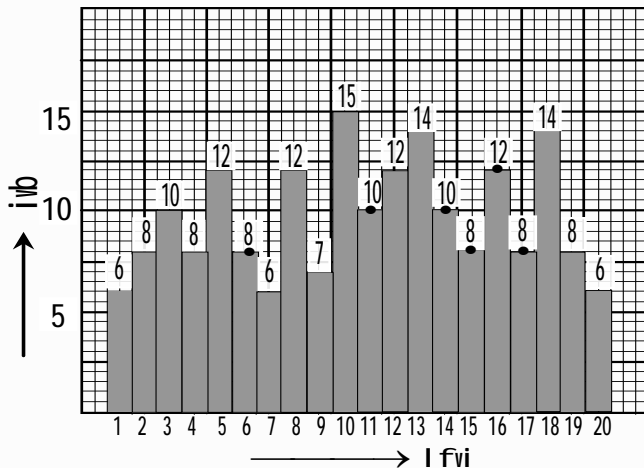
প্রশ্ন ১১ ৥ আন্তর্জাতিক মানের T-20 ক্রিকেট খেলায় কোনো দলের সংগৃহীত রান এবং উইকেট পতনের পরিসংখ্যান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো। আয়তলেখ আঁক।

ওভার	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২
রান	৬	৮	১০	৮	১২	৮	৬	১২	৭	১৫	১০	১২
উইকেট পতন	০	০	০	০	০	১	০	০	০	০	১	০

১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
১৪	১০	৮	১২	৮	১৪	৮	৬
০	১	১	১	২	০	০	০

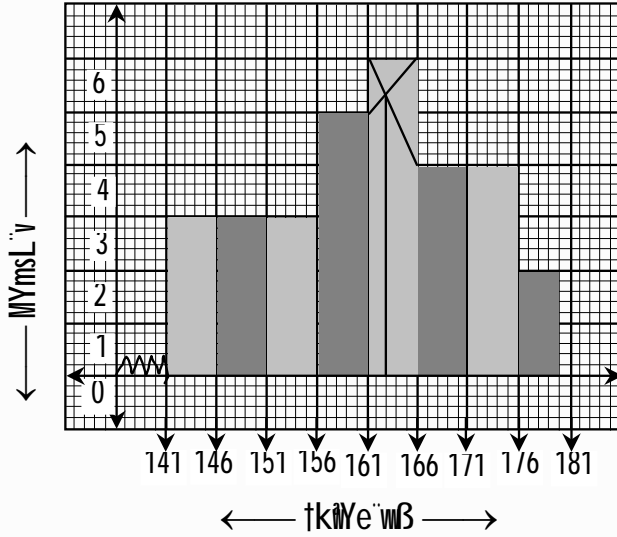
ইঙ্গিত : X-অক্ষ বরাবর ওভার এবং Y-অক্ষ বরাবর রান ধরে আয়তলেখ আঁক। যে ওভারে উইকেট পতন হয় সেই ওভারে সংগৃহীত রানের উপরে '●' চিহ্ন দিয়ে উইকেট পতন বোঝান যায়।

সমাধান :



শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
১৪১-১৪৫		৩
১৪৬-১৫০		৩
১৫১-১৫৫		৩
১৫৬-১৬০		৫
১৬১-১৬৫		৬
১৬৬-১৭০		৪
১৭১-১৭৫		৪
১৭৬-১৮০		২
মোট = ৩০		

ছক কাগজে x -অক্ষ বরাবর শ্রেণিব্যাপ্তি এবং y -অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা ধরে আয়তলেখটি আঁকা হয়েছে। এখানে (x -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রত্যেক বাহুকে একক ধরে) অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের ৫ বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরা হয়েছে। x অক্ষে ০ থেকে ১৪১ পর্যন্ত আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন দেওয়া হয়েছে।



এখানে চিত্রায়িত আয়তলেখ থেকে দেখা যায়, বেশি সংখ্যক শিক্ষার্থীর উচ্চতা ১৬১ থেকে ১৬৫ এর মধ্যে। সুতরাং প্রচুরক এই শ্রেণিতে বিদ্যমান। প্রচুরক নির্ধারণ করার জন্য ঐ আয়তটির উপরিভাগে কৌণিক বিন্দুদ্বয় থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশ আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করা হয়। এদের ছেদ বিন্দু থেকে X -অক্ষের উপর যে লম্ব টানা হয়েছে। সেই লম্বটি ১৬২ বিন্দুতে মিলিত হয়। সুতরাং প্রচুরক ১৬২।

