

January-2023

স্বল্প সময়ে যারা বই পড়ে গণিত শিখতে চান, এই বইটি তাদের জন্য

Khairul's BASIC MATH

যে কারণে বইটি অবার পড়ুদের সীর্ষে

- ▶ শূন্য থেকে গণিতের ভিত্তি মজবুত করার সবথেকে কার্যকর বই
- ▶ ষষ্ঠ থেকে দ্বাদশ শ্রেণির প্রয়োজনীয় অংকসহ সমাধান সংযোজন
- ▶ সমজাতীয় অংকগুলোকে একসাথে রেখে সুবিন্যস্ত করা হয়েছে
- ▶ Written & Shortcut উভয় নিয়মে সমাধান প্রদান
- ▶ পরীক্ষার হলে সবচেয়ে কম সময়ে অংক সমাধানের টেকনিক সংযোজন
- ▶ সম্প্রতি অনুষ্ঠিত বিভিন্ন পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ সকল অংকের সহজ সমাধান

BCS

Primary

NTRCA

Varsity Admission

Board Book

6th ROYAL EDITION

সতর্কীকরণ

নকল, পাইরেসি ও
ভেজালমুক্ত বই নিশ্চিত হতে
ক্রেতা বিক্রেতা অবশ্যই নিজ
দায়িত্বে সীল ও ক্রয় রশিদসহ
সংগ্রহ করুন।

Md. Khairul Alam



KHAIRUL'S PUBLICATION

	❖ ওজনের পরিমাপ ----->	৫৮২
	❖ তরল পাদার্থের আয়তন পরিমাপ ----->	৫৮৩
অধ্যায়-২২	Special part	৫৮৬-৫৯১
	❖ দ্রুত ও সহজে অংক করার জন্য গুরুত্বপূর্ণ পরামর্শ ----->	৫৮৬
	❖ গণিতের কাটাকাটি (দ্রুত অংক করার বিভিন্ন কৌশল) ----->	৫৮৭
বীজগণিত		
অধ্যায়-২৩	মান নির্ণয় ও সূত্র প্রয়োগ (Algebraic Operations)	৫৯২-৬২৬
	❖ সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন ----->	৫৯২
	❖ মুখে মুখে মান নির্ণয় ----->	৫৯৩
	❖ বর্গের সূত্রের প্রয়োগ ----->	৬০০
	❖ পূর্ণবর্গ রাশি তৈরী ----->	৬০৭
	❖ ঘন এর সূত্রের প্রয়োগ ----->	৬০৯
	❖ তিনটি রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন ----->	৬১৪
	❖ এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন ----->	৬১৬
	❖ Practice part ----->	৬২২
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ----->	৬২৪
অধ্যায়-২৪	উৎপাদকে বিশ্লেষণ (Factorization)	৬২৭-৬৪১
	❖ সাধারণ উৎপাদকের প্রশ্ন ----->	৬২৮
	❖ Middle term এর মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয় ----->	৬৩০
	❖ ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয় ----->	৬৩৩
	❖ বহুপদী রাশির উৎপাদক নির্ণয় ----->	৬৩৫
	❖ উৎপাদকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন ----->	৬৩৬
	❖ Practice Part ----->	৬৩৮
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ----->	৬৪০
অধ্যায়-২৫	ফাংশন (Function)	৬৪২-৬৪৫
অধ্যায়-২৬	বীজগণিতের রাশির ল.সা.গু - গ.সা.গু ও ভগ্নাংশ	৬৪৬-৬৫২
	❖ ল.সা.গু নির্ণয় ----->	৬৪৬
	❖ গ.সা.গু নির্ণয় ----->	৬৪৮
	❖ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ ----->	৬৫১
অধ্যায়-২৭	সূচক (Exponent)	৬৫৩-৬৭৩
	❖ সাধারণ সূচকের প্রশ্ন ----->	৬৫৪
	❖ সূচকের মান নির্ণয় ----->	৬৫৭
	❖ সূচকের সমাধান ----->	৬৫৯
	❖ Practice Part ----->	৬৬৬
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ----->	৬৭২

অধ্যায়-২৮

লগারিদম (Logarithm)

৬৭৪-৬৮৯

- ❖ Log- এর সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা -----> ৬৭৫
- ❖ Log- এর যোগ- বিয়োগ-গুণ-ভাগ -----> ৬৭৬
- ❖ Log- এর মান নির্ণয় -----> ৬৭৭
- ❖ Log- এর সমাধান -----> ৬৮০
- ❖ Log- এর বেস পরিবর্তন -----> ৬৮৩
- ❖ Practice Part -----> ৬৮৫
- ❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান -----> ৬৮৮

অধ্যায়-২৯

সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা (Series)

৬৯০-৭১৭

- ❖ সমান্তর ধারার পদের মান বের করা -----> ৬৯১
- ❖ সমান্তর ধারার পদের ক্রম বের করা -----> ৬৯২
- ❖ সমান্তর ধারার পদসংখ্যা বের করা -----> ৬৯৩
- ❖ সমান্তর ধারার সমষ্টি বের করা -----> ৬৯৪
- ❖ বর্গ ও ঘন সংখ্যার সমষ্টি বের করা -----> ৭০১
- ❖ গুণোত্তর ধারার পদের ক্রম বের করা -----> ৭০৩
- ❖ গুণোত্তর ধারার পদের মান বের করা -----> ৭০৩
- ❖ গুণোত্তর ধারা পদের সমষ্টি বের করা -----> ৭০৭
- ❖ অসীম ধারার সমষ্টি বের করা -----> ৭০৮
- ❖ Practice Part -----> ৭১২
- ❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান -----> ৭১৫

অধ্যায়-৩০

সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ (Simple Equation & Application)

৭১৮-৭২৫

Part-1(সরল সমীকরণ)

- ❖ সাধারণ সমীকরণ -----> ৭১৮
- ❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান -----> ৭২৪

Part-2 (সমী: প্রয়োগ)

- ❖ সংখ্যার সমীকরণ -----> ৭২৭
- ❖ ভগ্নাংশের সমীকরণ -----> ৭২৯
- ❖ সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান -----> ৭৩২
- ❖ সমীকরণের বিবিধ -----> ৭৪৫
- ❖ Practice Part -----> ৭৪৬
- ❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান -----> ৭৪৮

অধ্যায়-৩১

দ্বিঘাত সমীকরণ (Simultaneous Linear Equation)

৭৫১-৭৫৬

অধ্যায়-৩২

সরল সহ-সমীকরণ (Simultaneous Equation)

৭৫৭-৭৬৮

- ❖ সহ-সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন -----> ৭৫৭
- ❖ প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান -----> ৭৬০
- ❖ অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান -----> ৭৬১
- ❖ সহ-সমীকরণের প্রয়োগ -----> ৭৬৪
- ❖ লিখিত অংশ -----> ৭৬৭

অধ্যায়-৩৩	সেট ও ভেনচিত্র (Set & Venn Diagram)	৭৬৯-৭৯১
Part-1 (সেট)	❖ সেটের উপর সাধারণ প্রশ্ন ----->	৭৭০
	❖ তালিকা পদ্ধতির সেট ----->	৭৭১
	❖ সেট গঠন পদ্ধতি ----->	৭৭৩
	❖ উপসেট সংখ্যা নির্ণয় ----->	৭৭৩
	❖ সংযোগ সেট ও ছেদ সেট ----->	৭৭৬
	Part-2 (ভেনচিত্র)	❖ ভেনচিত্রের সূত্র ও প্রয়োগ ----->
❖ $(A \cup B)'$ বা কোনটিই নয় বের করা ----->		৭৮৩
❖ $(A \cap B)$ বা উভয়টিই বের করা ----->		৭৮৫
❖ U সর্বমোট সংখ্যা বের করা ----->		৭৮৬
❖ উভয়টি করে বা করে না এরকম কেউ না থাকলে ----->		৭৮৮
❖ তিনটি বৃত্ত সম্পর্কিত ভেনচিত্রের প্রশ্ন ----->		৭৮৯
অধ্যায়-৩৪	বিন্যাস (Permutation)	৭৯২-৮১৭
	❖ বিন্যাসের গুণন বিধি ----->	৭৯৩
	❖ বিন্যাসের সাধারণ প্রশ্ন ----->	৭৯৪
	❖ ভিন্ন ভিন্ন উপাদানের বিন্যাস ----->	৭৯৫
	❖ একই উপাদান পুনরাবৃত্তি হলে বিন্যাস ----->	৭৯৬
	❖ কিছু উপাদান একত্রে রেখে বা না রেখে বিন্যাস ----->	৭৯৮
	❖ বিভিন্ন শর্ত প্রয়োগে বিন্যাস ----->	৮০১
	❖ বিভিন্ন সংখ্যা গঠন ----->	৮০৫
	❖ বৃত্তাকার বা চক্রাকার বিন্যাস ----->	৮১২
	❖ Practice Part ----->	৮১৬
অধ্যায়-৩৫	সমাবেশ (Combination)	৮১৮-৮৩৬
	❖ সমাবেশের সাধারণ প্রশ্ন ----->	৮১৯
	❖ করমর্দন ও খেলার সংখ্যা বের করা ----->	৮২১
	❖ কমিটি বা দল গঠন করা ----->	৮২৩
	❖ নির্দিষ্ট ব্যক্তি বা বস্তুকে রেখে সমাবেশ ----->	৮২৭
	❖ শব্দের বর্ণ থেকে কিছু বর্ণ বাছাই করা ----->	৮২৮
	❖ যানবাহনে যাতায়াতের উপায় ----->	৮৩১
	❖ কর্ণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংখ্যা বের করা ----->	৮৩২
	❖ বিন্যাস ও সমাবেশের মিশ্র সমস্যা ----->	৮৩৩
	❖ সমাবেশের বিবিধ প্রশ্ন ----->	৮৩৫
	❖ Model Test ----->	৮৩৬
অধ্যায়-৩৬	সম্ভাব্যতা (Probability)	৮৩৭-৮৬৩
	❖ সম্ভাব্যতার সাধারণ প্রশ্ন ----->	৮৩৯
	❖ মুদ্রা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন ----->	৮৪০
	❖ ছক্কা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন ----->	৮৪২
	❖ তাস সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন ----->	৮৪৪

❖ সম্ভাব্যতার সূত্র প্রয়োগে সমাধান ----->	৮৪৬
❖ বল সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন ----->	৮৫১
❖ সংখ্যা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন ----->	৮৫৪
❖ সমাবেশের সূত্রের মাধ্যমে সম্ভাব্যতা নির্ণয় ----->	৮৫৬
❖ সম্ভাব্যতার বিবিধ প্রশ্ন ----->	৮৫৮
❖ Practice Part ----->	৮৬০
❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ----->	৮৬২

অধ্যায়-৩৭

অসমতা (Inequality)

৮৬৪-৮৮৫

❖ অসমতার সাধারণ প্রশ্ন ----->	৮৬৬
❖ অসমতার ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান ----->	৮৬৮
❖ ভগ্নাংশের অসমতা ----->	৮৬৯
❖ অসমতার সমাধান ----->	৮৭১
❖ দ্বিঘাত অসমতা ----->	৮৭৭
❖ তিন রাশির অসমতা ----->	৮৮০
❖ Practice Part ----->	৮৮৩

অধ্যায়-৩৮

পরিসংখ্যান (Statistics)

৮৮৬-৮৮৯

জ্যামিতি

অধ্যায়-৩৯

রেখা ও কোণ (Line & angle)

৮৯০-৮৯৮

অধ্যায়-৪০

ত্রিভুজ (Triangle)

৮৯৯-৯২৭

❖ ত্রিভুজের সাধারণ প্রশ্ন ----->	৯০৪
❖ সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ----->	৯০৬
❖ সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ----->	৯১৬
❖ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ----->	৯২০
❖ বিষমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ----->	৯২৩
❖ ত্রিভুজের অংকে ত্রিকোণমিতির প্রয়োগ ----->	৯২৫
❖ Model Test ----->	৯২৬
❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ----->	৯২৭

অধ্যায়-৪১

চতুর্ভুজ (Quadrilateral)

৯২৮-৯৫৩

❖ আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ----->	৯২৯
❖ বর্গ সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ----->	৯৩৬
❖ বর্গক্ষেত্র এবং আয়তক্ষেত্রের হ্রাস-বৃদ্ধি ----->	৯৪০
❖ রম্বস সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ----->	৯৪৪
❖ সামান্তরিক সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ----->	৯৪৬
❖ ট্র্যাপিজিয়াম সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ----->	৯৪৯
❖ Practice part ----->	৯৫০
❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ----->	৯৫২

		Inner Page
অধ্যায়-৪২	বহুভুজ (Polygon)	৯৫৪-৯৫৮
	❖ বহিঃস্থ এবং অন্তঃস্থ কোণের পরিমাপ নির্ণয়	৯৫৪
	❖ বাহুর সংখ্যা নির্ণয়	৯৫৫
	❖ অন্তঃকোণ গুলোর সমষ্টি বের করা	৯৫৭
অধ্যায়-৪৩	বৃত্ত (Circle)	৯৫৯-৯৮০
	❖ বৃত্ত বিষয়ক বিভিন্ন অনুসিদ্ধান্ত	৯৬০
	❖ বৃত্তের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ হ্রাস বৃদ্ধি :	৯৬৫
	❖ পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়	৯৬৭
	❖ বৃত্তের ভেতরে চিত্র অন্তর্লিখিত হলে	৯৭১
	❖ চাকা সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন	৯৭৬
অধ্যায়-৪৪	ঘন জ্যামিতি (Solid geometry)	৯৮১-৯৯৫
	❖ ঘনক সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮২
	❖ ঘনবস্তু সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮৫
	❖ বেলন সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮৭
	❖ কোণক সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮৮
	❖ গোলক সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৯০
	❖ চৌবাচ্চার ধারণ ক্ষমতা সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৯২
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৯৯৪
অধ্যায়-৪৫	ত্রিকোণমিতি (Trigonometry)	৯৯৬-১০১৩
	❖ ত্রিকোণমিতির সাধারণ প্রশ্ন	৯৯৭
	❖ ৯০° অপেক্ষা বড় ত্রিকোণমিতির অনুপাত	১০০২
	❖ পিথাগোরাসের সূত্রের প্রয়োগ	১০০৫
	❖ উচ্চতা বের কর	১০০৫
	❖ অতিভূজের দৈর্ঘ্য নির্ণয়	১০১০
	❖ ভূমির দৈর্ঘ্য বের করা	১০১১
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১০১২
অধ্যায়-৪৬	পরিমিতি (Mensuration)	১০১৪-১০২৯
	❖ ভেতরে বা বাইরে রাস্তা সংক্রান্ত প্রশ্ন	১০১৪
	❖ বর্গ এবং আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত প্রশ্ন	১০১৯
	❖ সামান্তরিক, রম্বস ও ট্র্যাপিজিয়াম সম্পর্কিত	১০২১
	❖ খরচ সংক্রান্ত প্রশ্ন	১০২২
	❖ বৃত্ত সম্পর্কিত	১০২৫
	❖ ঘন জ্যামিতি সম্পর্কিত	১০২৬
	❖ ইট বা টাইলসের সংখ্যা বের করা	১০২৭
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১০২৯
অধ্যায়-৪৭	বিসিএস-এর বিগত সালের প্রশ্ন এবং উত্তর	১০৩০-১০৫২
অধ্যায়-৪৮	সাম্প্রতিক প্রশ্ন এবং উত্তর	১০৫৩-১০৫৬

সব অংকের লিখিত খুঁজবেন না, আবার কোন লিখিত অংক শুধু শর্টকাট সূত্রে শিখবেন না।

☞ ব্যাখ্যা : কিছু কিছু অংক আছে এত সহজ যে কয়েক সেকেন্ডেই করা সম্ভব, লিখিত পরীক্ষায় এত সহজ প্রশ্ন সাধারণত আসে না, তাই এদের লিখিত নিয়মে করার প্রয়োজন নেই।

আবার কোন লিখিত অংক শুধু শর্টকাট সূত্র দিয়ে শেখা যাবে না। কারণ শর্টকাটে অংকের মূল বিষয়টি বোঝানোই যায় না, এবং নম্বর পাওয়া যাবে না।

কিন্তু বুঝে বুঝে অংক করলে সহজ অংক গুলোই পরবর্তীতে লিখিত অংকে কাজে লাগবে।

☞ বইটি যেভাবে পড়লে সবচেয়ে বেশি লাভবান হবেন ☞

- ☞ বইটির যে কোন অধ্যায়ের শুরুর আলোচনা না পড়ে কখনো অংক করতে গেলে সমস্যায় পড়বেন।
- ☞ যে অধ্যায় যখনই করেন প্রথমে ঐ অধ্যায়ের বেসিক নিয়মগুলো পড়ে নিবেন।
- ☞ এর পর বিভিন্ন পদ্ধতির শুরুতে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো সময় ধরে বুঝে বুঝে কয়েকবার পড়বেন, তারপর খাতা কলমে একই অংকটি না দেখে করবেন,
- ☞ এরপর ছব্ব ঐ নিয়মের অংকগুলো নিজে থেকে করতে থাকুন, প্রয়োজনীয় ব্যাখ্যাগুলো প্রশ্নের পাশে দেয়া আছে, সেখান থেকে প্রয়োজনে সাহায্য নিন, তবুও সমস্যা থেকে গেলে সমাধান করে দেয়া অংকটি আবার পড়ুন, তারপরেও সমস্যা হলে আমাদের ফেসবুক গ্রুপে যোগাযোগ করুন।
- ☞ যে কোন প্রশ্নে অসংলগ্নতা অথবা ভুল কিছু দেখলে আমাদের জানান শুদ্ধ করে দেয়া হবে।
- ☞ এই বইয়ের কিছু অংক লিখে করুন, কিছু অংক বুঝে আর কিছু অংক না লিখে মুখে মুখে করার চেষ্টা করুন। সব অংক করতে করতে ক্লান্ত হয়ে গেলে শুধু বুঝিয়ে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো করার পর একই নিয়মের আরেকটি অংক নিজ থেকে করুন। তবে সব নিয়মেরই অন্তত একটি করে অংক করার চেষ্টা করবেন

বইটির অন্যতম বৈশিষ্ট্য হচ্ছে বইটি গণিতের ক্ষেত্রে আপনাকে একজন গৃহশিক্ষকের ন্যায় সহযোগিতা করবে, যার মাধ্যমে গণিতে আপনার একটি শক্ত ভিত্তি তৈরী হবে।

শুধু বিসিএস এর জন্য যারা এই বইটি পড়তে চান তারা বিসিএস এর সিলেবাসভুক্ত টপিকগুলো একনজরে দেখে নিন।

☞ বিসিএস প্রিলিমিনারির সিলেবাস:

ক্রম	টপিকের নাম	মোট নম্বর
০১	বাস্তব সংখ্যা, ল.সা.গু-গ.সা.গু, শতকরা, সরল ও যৌগিক মুনাফা, অনুপাত ও সমানুপাত এবং লাভ-ক্ষতি	০৩
০২	বীজগাণিতিক সূত্রাবলী, বহুপদী উৎপাদক, সরল ও দ্বিপদী সমীকরণ, সরল ও দ্বিপদী অসমতা এবং সরল সহ সমীকরণ	০৩
০৩	সূচক ও লগারিদম, সমান্তর ও গুণোত্তর অনুক্রম ও ধারা।	০৩
০৪	রেখা, কোণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য, পীথাগোরাসের উপপাদ্য, বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য, পরিমিতি সরলক্ষেত্র ও ঘনবস্তু	০৩
০৫	সেট, বিন্যাস ও সমাবেশ, পরিসংখ্যান ও সম্ভাব্যতা	০৩

(১.ঘ) মাইল সংক্রান্ত :

১৯. ১ নট = ছল পথের কত মাইল? [পাসপোর্ট এন্ড ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০০৭]
 ক. এক মাইল খ. ২.৪ মাইল গ. ১.১৫ মাইল ঘ. ২.৫ মাইল
 উত্তর: গ
২০. ১ বর্গমাইল = ? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]
 ক. ৬২০ একর খ. ৬৩০ একর গ. ৬৪০ একর ঘ. ৬৬০ একর
 উত্তর: গ
২১. ১ মাইল সমান কত গজ? [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর (অফিস সহকারী)-২০২১]
 ক. ১৭৬০ গজ খ. ১৭৭০ গজ গ. ১৭৬৫ গজ ঘ. ১৭৭৭ গজ
 উত্তর: ক
২২. এক মাইল সমান কত কি.মি. ? [১০ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন - ২০০৬]
 ক. ১কি.মি খ. ১.৬ কি.মি গ. ০.৬২ কি.মি. ঘ. ১.৮ কি.মি
 উত্তর: খ
২৩. ১ মাইলে কত শিকল? [বেবিচক (এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]
 ক. ৮০ খ. ৭০ গ. ৬০ ঘ. ৫০
 উত্তর: ক
২৪. এক মাইলে কত ফুট? [বাংলাদেশ প্রতিযোগিতা কমিশন (ব্যক্তিগত সহকারী)-২০১৯]
 ক. ১৫৭০ খ. ১৬৪০ গ. ১৭৬০ ঘ. ৫২৮০
 উত্তর: ঘ
২৫. এক কিলোমিটার সমান কত মাইল? [তুলা উন্নয়ন বোর্ডের কর্মকর্তা-২০১৫]
 ক. ০.৬২ মাইল খ. ১.৬২ মাইল গ. ১০ মাইল ঘ. ১.২ মাইল
 উত্তর: ক
২৬. ৩০০ কি. মি. সামান কত মাইল? [সার্কেল এডজুটেন্ট (স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের আনসার ও ভিডিপি অধিদপ্তর)-২০১০]
 ক. ১৫৬ মাইল (প্রায়) খ. ১৭৬ মাইল (প্রায়) গ. ১৬৬ মাইল (প্রায়) ঘ. ১৮৬ মাইল (প্রায়)
 উত্তর: ঘ

(১.ঙ) নদীপথে দূরত্ব :

২৭. এক নটিক্যাল মাইলে কত মিটার? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]+ [CGA (Auditor-2022)]
 ক. ১৮৫৩ মি. খ. ১৬৫০.২০ মি. গ. ১৯৫০.১৮মি. ঘ. ১৭৫০.১৮ মি. উত্তর: ক
৩০. ১ নটিক্যাল মাইল = কত কিলোমিটার? [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১], [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স (সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]
 ক. ১.৮২৫ খ. ১.৬১ গ. ১.৬৫ ঘ. ০.৬২৩ উত্তর: ক
২৮. কত ফুটে ১ নটিক্যাল মাইল? [Combina 4 bank (Assistant programmer)-2020]
 ক. ৫২২০ খ. ৭০১০ গ. ৬২৫০ ঘ. ৬০৭৬ উত্তর: ঘ
২৯. ১৬৭২০ ফুট সমান কত নটিক্যাল মাইল? [মাধ্যমিক বিদ্যা.সহ. শিক্ষক-২০০৬]
 ক. ১.৭৫ খ. ২.৭৫ গ. ৩.৭৫ ঘ. ৪.৭৫ উত্তর: খ

পদ্ধতি-০২: ক্ষেত্রফল পরিমাপ

ক্ষেত্রফল পরিমাপের এককাবলি

ওজন পরিমাপের একক : গ্রাম	কুইন্টাল
১০০ বর্গসেন্টিমিটার (ব.সে.মি) = ১ বর্গডেসিমিটার (ব.ডেসিমি.)	১ বর্গফুট = ১৪৪ বর্গইঞ্চি
১০০ বর্গডেসিমিটার = ১ বর্গমিটার (ব.মি.)	১ বর্গইঞ্চি = ৬.৪৫ সেন্টিমিটার
১০০ বর্গমিটার = ১ এয়র (বর্গডেকামিটার)	১ একর = ১০০ শতক
১০০ এয়র (বর্গডেকামিটার) = ১ হেক্টর বা ১ বর্গহেক্টোমিটার	১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ
১০০ বর্গহেক্টোমিটার = ১ বর্গকিলোমিটার	১ বর্গগজ = ৯ বর্গফুট

ক্ষেত্রফল পরিমাপে দেশীয় এককাবলি		ক্ষেত্রফল পরিমাপে মেট্রিক ও ব্রিটিশ পদ্ধতির সম্পর্ক	
১ বর্গহাত = ১ গজ	২০ গজ = ১ হটাক	১৬ হটাক = ১ কাঠা	২০ কাঠা = ১ বিঘা
১ বর্গসেন্টিমিটার = ০.১৬ বর্গইঞ্চি (প্রায়)	১ বর্গমিটার = ১০.৭৬ বর্গফুট (প্রায়)	১ বর্গহাত = ৩২৪ বর্গইঞ্চি	১ বর্গগজ বা ৪ গজ = ৯ বর্গফুট = ০.৮৩৬ বর্গমিটার (প্রায়)
১ হেক্টর = ২.৪৭ একর (প্রায়)	১ বর্গইঞ্চি = ৬.৪৫ বর্গসেন্টিমিটার (প্রায়)	১ কাঠা = ৭২০ বর্গফুট = ৮০ বর্গগজ = ৬৬.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়)	১ বিঘা = ১৬০০ বর্গগজ = ১৩৩৭.৮ বর্গমিটার (প্রায়)
১ বর্গফুট = ৯২৯ বর্গসেন্টিমিটার (প্রায়)	১ বর্গগজ = ০.৮৪ বর্গমিটার (প্রায়)	১ একর = ৩ বিঘা ৮ হটাক = ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার (প্রায়)	১ শতক = ৪৩৫.৬ বর্গফুট = ১০০০ বর্গকড়ি (১০০ কড়ি = ৬৬ ফুট)
১ বর্গমাইল = ৬৪০ একর		১ বর্গমাইল = ১৯৩৬ বিঘা	১ বর্গমিটার = ৪.৭৮ গজ (প্রায়) = ০.২৩৯ হটাক (প্রায়)
			১ এয়র = ২৩.৯ হটাক (প্রায়)

৩০. ৬ ইঞ্চি x ৬ ইঞ্চি = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৯]
 ক. ৩৬ ইঞ্চি খ. ৩৬ বর্গ ইঞ্চি গ. ৩ ফুট ঘ. ৩ বর্গফুট
 উত্তর: ঘ
৩১. এক বর্গইঞ্চি কত বর্গ সেন্টিমিটারের সমান? [CGA (Auditor-2022)], [একটি বাড়ি একটি খামার- (উপজেলা সমন্বয়কারী) - ২০১৭]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]
 ক. ০.০৯২৯ খ. ৭.৩০ গ. ৬.৪৫ ঘ. ৫.৪৫
 উত্তর: গ
৩২. এক বর্গ মিটার সমান কত বর্গসেন্টিমিটার? [পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ডের সহকারী সচিব-২০১৩]
 ক. ১০০ ব.সে.মি. খ. ১০০০ ব.সে.মি. গ. ১০,০০০ ব.সে.মি. ঘ. ১,০০,০০০ ব.সে.মি.
 উত্তর: গ
৩৩. ১ কাঠা সমান কত বর্গমিটার?
 ক. ৬৬.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়) খ. ৬৫.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়) উত্তর: ক
 গ. ৬৪.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়) ঘ. ৬৩.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়)
৩৪. এক কাঠা সমান কত বর্গফুট? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যা.সহকারী শিক্ষক ২০০৬]
 ক. ৪০৪৬.২৪ ব.ফুট খ. ৭২০ ব.ফুট গ. ১০০ ব.ফুট ঘ. ৪৩৫.৬ ব.ফুট
 উত্তর: খ
৩৫. একটি জমির দৈর্ঘ্য ৯০ ফুট এবং প্রস্থ ৮০ ফুট। এই জমির পরিমাণ কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]
 ক. ৫ কাঠা খ. ৭ কাঠা গ. ১০ কাঠা ঘ. ২০ কাঠা
 উত্তর: গ
৩৬. জমির ক্ষেত্রফল = ৯০ ফুট x ৮০ ফুট = ৭২০০ বর্গফুট
 আমরা জানি, ৭২০ বর্গফুট = ১ কাঠা ∴ ৭২০০ বর্গফুট = $\frac{৭২০০}{৭২০} = ১০$ কাঠা

৩৬. কত বর্গফুট এক শতাংশ জমির সমান? [উপ-সহকারী পরিচালক (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়)-২০১৮]+[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর (অফিস সহকারী)-২০২১]
 ক. ৪৩০.৫ বর্গফুট খ. ৪৩৫.৬ বর্গফুট গ. ৪৩৪.৬ বর্গফুট ঘ. ৪৩৬ বর্গফুট
 উত্তর: খ
৩৭. এক একর সমান কত বর্গফুট? [সহকারী পরিচালক (মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি)-২০১৩]
 ক. ১০০০০ খ. ৪০০০০ গ. ৪৩৫৬০ ঘ. ৪৮৪০
 উত্তর: গ
৩৮. কোনটি সঠিক নয়? [IBBL- (ATO)-2017]
 ক. ১বিঘা = ১৬০০ বর্গগজ খ. ১ কচ্চা = ৫ গজা গ. ১ হটাক = ৪৫ বর্গফুট ঘ. ১ একর = ২৩.৯ বিঘা
 উত্তর: ঘ
৩৯. এক হেক্টর সমান কত বর্গমিটার? [সহকারী পরিচালক (পরিচালনা এবং প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়): ২০১৩]
 ক. ১০,০০০ ব.মি. খ. ১০০০ ব.মি. গ. ১০০ ব.মি. ঘ. ১০ ব.মি.
 উত্তর: ক
৪০. এক হেক্টর সমান কত একর? [অফিস সহায়ক(সমাজসেবা অধিদপ্তর)-২০১৮]
 ক. ১.৫ একর খ. ২.৫ একর গ. ২.৮ একর ঘ. ৩.৫ একর
 উত্তর: খ

৪১. ১.৮ হেক্টর = কত একর? [পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা (পরিবার পরিকল্পনা অধি.): ২০১৮]
 ক. ৪.৮ একর খ. ৪.৭৫ একর গ. ৪.২ একর ঘ. ৪.৫ একর উত্তর: ঘ
৪২. ১ হেক্টর মিটারে কত মিটার? [মিলিটারি ইঞ্জিনিয়ার সার্ভিসের স্টোরম্যান (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়): ২০১৮]
 ক. ৫ মিটার খ. ১০ মিটার গ. ১৫০ মিটার ঘ. ১০০ মিটার উত্তর: ঘ
৪৩. ১ একরের ৫% সমান কত বর্গগজ? [অফিস সহায়ক(সমাজসেবা অধি.): ২০১৮], [সামরিক জমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধি:(জুনি-শিক্ষক)-২০১১]
 ক. ২৪২ খ. ৩৪২ গ. ২৮২ ঘ. ৩৮২ উত্তর: ক
৪৪. ১ একরের ৫% সমান কত বর্গগজ? [পরিবার পরিকল্পনা (সহকারী পরিদর্শক)-২০১৮]
 ক. ২৪২ খ. ১৭৬ গ. ৪৮৪ ঘ. ৮৫০ উত্তর: ক
৪৫. ১ একর = কত বর্গগজ? [হিসাব মহানিয়ন্ত্রকের কার্যালয় নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০]
 ক. ৩৮৪০ খ. ১০০০ গ. ৪৫৪০ ঘ. ৪৮৪০ উত্তর: ঘ
৪৬. এক একর সমান কত শতক?
 ক. ১০০ খ. ১০ গ. ২০ ঘ. ১৬ উত্তর: ক
৪৭. কত বর্গমিটার সমান ১ এয়র? [করা তত্ত্বাবধায়ক (বরাই মন্ত্রণালয়): ২০১০]
 ক. ১০,০০০ খ. ১০০০ গ. ১০০ ঘ. ১০ উত্তর: গ
৪৮. ১ এয়র কত বিঘার সমান?
 ক. ২৯.৯ বিঘা খ. ২৩.৮ বিঘা গ. ২৫ বিঘা ঘ. ২০.৫ বিঘা উত্তর: ক

Confusion Clear:

একর > এয়র অর্থাৎ একর ও এয়রের মধ্যে একর বড়। ১ একর = ৪০.৪ এয়র আবার ১ এয়র = ০.০২৪৭ একর।
 ১০০ এয়র = ১ হেক্টর আবার, ২.৪৭ একর = ১ হেক্টর

পদ্ধতি-০৩: ওজনের পরিমাপ

প্রত্যেক বস্তুর ওজন আছে। বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন এককের সাহায্যে বস্তু ওজন করা হয়।
 অধিক পরিমাণ বস্তুর ওজন পরিমাপের জন্য কুইন্টাল ও মেট্রিক টন একক দুইটি ব্যবহার করা হয়।

ওজন পরিমাপের একক : গ্রাম	কুইন্টাল	টন
১০ মিলিগ্রাম(মি.গ্রা) = ১ সেন্টিগ্রাম (সে.গ্রা)	১০০ কিলোগ্রাম = ১ কুইন্টাল	১ মেট্রিক টন = ১০০০ কিলোগ্রাম
১০ সেন্টিগ্রাম = ১ ডেসিগ্রাম (ডেসিগ্রা.)	১০০০ কিলোগ্রাম = ১০ কুইন্টাল	১ টন = ১০০০ কিলোগ্রাম
১০ ডেসিগ্রাম = ১ গ্রাম (গ্রা.)	১ মেট্রিক টন = ১০ কুইন্টাল	১ টন = ২৭.৫ মন
১০ গ্রাম = ১ ডেকাগ্রাম (ডেকা.গ্রা.)	১ গ্রাম = ১০০০ মিলিগ্রাম	১ টন = ২২৪০ পাউন্ড
১০ ডেকাগ্রাম = ১ হেক্টোগ্রাম (হে.গ্রা.)	১ কিলোগ্রাম বা ১ কে.জি = ১০০০ গ্রাম	১ পাউন্ড = ০.৪৫৩৬ কেজি
১০ হেক্টোগ্রাম = ১ কিলোগ্রাম (কে.জি)	১ ক্যারেন্ট = ২ গ্রাম	১ মিলিগ্রাম = ০.০০০০০০১ কি.গ্রাম

সংশ্লিষ্ট প্রশ্নসমূহ:

৪৯. ০.৫ মেট্রিক টন = কত কিলোগ্রাম? [CAAB- (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]
 ক. ৫০ খ. ৫০০ গ. ৭৫ ঘ. ৭৫০ উত্তর: ঘ
৫০. ১ ক্যারেন্ট = কত গ্রাম? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
 ক. ৫ গ্রাম খ. ১০ গ্রাম গ. ১৮ গ্রাম ঘ. ২ গ্রাম উত্তর: ঘ
৫১. গাড়ির ওজন প্রকাশের একক কোনটি? [পরিবেশ অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি এন্টেনডেন্ট)-২০২০]
 ক. কেজি খ. গ্রাম গ. টন ঘ. কুইন্টাল উত্তর: গ
৫২. এক গ্রাম = কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]
 ক. ১০ ডেসিগ্রাম খ. ০.১ হেক্টোগ্রাম গ. ০.০১ সেন্টিগ্রাম ঘ. ০.১ মিলিগ্রাম উত্তর: ক

৫৩. এক সের সমান কত কিলোগ্রাম? [সাব রেজিস্ট্রার-২০০৩]
 ক. ০.৯৭ কেজি খ. ০.৯৩ কেজি গ. ১.০৭ কেজি ঘ. ০.৬২ কেজি উত্তর: খ
৫৪. ১ কুইন্টাল সমান কত কেজি? [শ্রম ও পরিদপ্তর (জনসংখ্যা ও পরিবারকল্যাণ কর্মকর্তা)-২০১০] + [পরিবেশ অধিদপ্তর(শ্যাবরেটরি এন্টেনডেন্ট)-২০২০]
 ক. ১০০০ কেজি খ. ৫০০ কেজি গ. ২০০ কেজি ঘ. ১০০ কেজি উত্তর: ঘ
৫৫. ১ কিলোগ্রাম সমান কত সের? [খাদ্য অধিদপ্তরের (সহকারী উপ-খাদ্য পরিদর্শক)-২০০৯]
 ক. ১ খ. ১.০৭ গ. ১.১ ঘ. ১.১৭ উত্তর: খ
৫৬. ১০০০ কিলোগ্রাম = কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহায়ী শিক্ষক)-১৯৯২]
 ক. ১০ কুইন্টাল খ. ১০০ ডেকোগ্রাম গ. ১০০ মেট্রিকটন ঘ. ১০০০০ গ্রাম উত্তর: ক
৫৭. একটি পেলিলের ওজন ৫ গ্রাম। মিলিগ্রামে পেলিলের ওজন কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (অফিস সহকারী)-২০২০]
 ক. ৫০ খ. ৫০০ গ. ৫০০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ
৫৮. ২০৫৭৩.৪ মিলিগ্রামে কত কিলোগ্রাম [১২তম বিসিএস]
 ক. ২০৫৭৩৪ খ. ০.২০৫৭৩৪ গ. ০.০২০৫৭৩৪ ঘ. ০.০০২০৫৭৩৪ উত্তর: গ
৫৯. ১ মিলিগ্রাম = ০.০০০০০০১ কিলোগ্রাম ∴ ২০৫৭৩.৪ মিলিগ্রাম = ০.০২০৫৭৩৪ কিলোগ্রাম
৬০. ১ কিলোগ্রাম কত পাউন্ডের সমান? [সহকারী জজ-২০০৭] + [CGA (Auditor-2022)]
 ক. ২ খ. ২.২১ গ. ২.৩২ ঘ. ১.৯৮ উত্তর: খ
৬১. এক টন সমান কত পাউন্ড? [দূরক(উপ সহ.পরিচালক)-২০২০], [সিরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ. শিক্ষক-২০০৮]
 ক. ১০০০ খ. ১১৬.৮ গ. ২২৪০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: গ
৬২. একটন কত কেজির সমান? [NSI(ডেসপাচ রাইডার ও অফিস সহায়ক)-২০২১]
 ক. ১০০০ খ. ১২০০ গ. ১৫০০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: ক
৬৩. এক পাউন্ড = কত আউন্স? [বিবিএস(খানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]
 ক. ১৪ আউন্স খ. ১২ আউন্স গ. ১৮ আউন্স ঘ. ১৬ আউন্স উত্তর: ঘ
৬৪. ১ মন কত কেজির সমান? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
 ক. ৪৫ খ. ৩৫.৪০ গ. ৩৭.৩২ ঘ. ৪০ উত্তর: গ
৬৫. এক মন লোহার ওজন ১ মন তুলা অপেক্ষা কত গুণ বেশি? [পল্লী উন্নয়ন বোর্ডের (মাঠ সংগঠক)-২০১৪]
 ক. ২ গুণ খ. ৯.৮ গুণ গ. ৪গুণ ঘ. সমান উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-০৪: তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপ

কোনো তরল পদার্থ যতটুকু জায়গা জুড়ে থাকে তা এর আয়তন। একটি ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে। কিন্তু কোনো তরল পদার্থের নির্দিষ্টভাবে তা নেই। যে পাত্রের তরল পদার্থ রাখা হয় তা সেই পাত্রের আকার ধারণ করে। তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের একক: লিটার

আয়তন পরিমাপে মেট্রিক একক/বালি	আয়তনের মেট্রিক ও ব্রিটিশ এককের সম্পর্কে	মেট্রিক একক/বালি
১০০০ ঘন সেন্টিমিটার (ঘন সে.মি.) = ১ ঘন ডেসিমিটার (ঘ.ডেসি.মি.)	১ স্টেয়ার = ৩৫.৩ ঘনফুট (প্রায়)	১০ মিলি লি.(মি.লি) = ১ সেন্টি লি. (সে.লি.)
১০০০ ঘন ডেসিমিটার = ১ ঘন মিটার (ঘ.মি.)	১ ডেকাস্টেয়ার = ১৩.০৮ ঘনগজ(প্রায়)	১০ সেন্টিলিটার = ১ ডেসিলিটার (ডেসিলি.)
১ ঘন মিটার = ১ স্টেয়ার	১ ঘনফুট = ২৮.৬৭ লিটার(প্রায়)	১০ ডেসিলিটার = ১ লিটার (লি.)
১০ ঘন স্টেয়ার = ১ ডেকা স্টেয়ার		১০ লিটার = ১ ডেকালিটার (ডেকালি.)
১ ঘন সে.মি. (সি.সি.) = ১ মিলিলিটার		১০ ডেকালিটার = ১ হেক্টোলিটার (হে.লি.)
১ ঘনইঞ্চি = ১.৬০৯ মিলিলিটার (প্রায়)		১০ হেক্টোলিটার = ১ কিলোলিটার (কি.লি.)

৬৫. ১ ঘনমিটার = কত ঘনডেসিমিটার? [সাইকার অফিসার (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়): ২০১২]
 (ক) ১০০ ঘন ডেসি. মি. (খ) ১,০০০ ঘন.ডেসি.মি (গ) ১০,০০,০০০ ঘন.ডেসি.মি (ঘ) ১০ ঘন.ডেসি.মি
 উত্তর: গ
৬৬. ১ ঘন মিটার পানির ওজন হবে- [গণমাধ্যম ইন্সটিটিউটের সহকারী পরিচালক, বেতার প্রকৌশল প্রশিক্ষণ]-২০০৪]
 ক. ১ কেজি খ. ১০ কেজি গ. ১০০ কেজি ঘ. ১০০০ কেজি
 উত্তর: ঘ
৬৭. এক ঘনমিটার পানির ট্যাংক কত U.S গ্যালন পানি ধারণ করবে? [গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়ের থানা প্রকৌশলী (সিভিল ইঞ্জিনিয়ারিং)-১৯৯৯]
 ক. ২৬৪ খ. ২২০ গ. ২০৪ ঘ. ২৫০
 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: ১ গ্যালন (U.S) = ৩.৭৮৫ লি. ∴ ১ লি. = $\frac{1}{3.785}$ গ্যালন ∴ এক ঘন মি. বা ১০০০ লি. = $\frac{1000}{3.785} = ২৬৪.২$ গ্যালন

৬৮. এক লিটার পানির ওজন সমান কত গ্রাম? [প্রশাসনিক কর্মকর্তা (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়): ২০১৪]
 ক. ১০০গ্রাম খ. ৫০০ গ্রাম গ. ১০,০০০ গ্রাম ঘ. ১০০০গ্রাম
 উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, ১ লিটার = ১০০০ ঘন সে.মি. ১ ঘন সে.মি = ১ গ্রাম ∴ ১০০০ ঘন সে.মি = ১০০০ গ্রাম

৬৯. এক গ্যালন = কত লিটার? [RAKUB (Cashier)-2017]
 ক. ৩.৫ খ. ৪ গ. ৪.৫৫ ঘ. ৫
 উত্তর: গ
৭০. ১০০ গ্যালনে কত লিটার? [NSI-এর ফিল্ড অফিসার: ২০১৭]
 ক. ৪০০লি. খ. ৪২০ লি. গ. ৪৫০লি. ঘ. ৪৫৫লি.
 উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: ১ গ্যালন = ৪.৫৫ লিটার ∴ ১০০ গ্যালন = (৪.৫৫ × ১০০) লিটার = ৪৫৫ লিটার

৭১. কত ঘন সেন্টিমিটার = ১ লিটার? [সহকারী পরিচালক (পরিবেশ অধি): ২০০৫]
 ক. ১০ ঘন সে.মি. খ. ১০০ ঘন সে.মি. গ. ১ ঘন সে.মি. ঘ. ১০০০ ঘন সে.মি.
 উত্তর: ঘ
৭২. যদি কাঁচ পানি অপেক্ষা ২.৫ গুণ বেশি ভারী হয় তবে ৪০ ঘন সেন্টিমিটার কাঁচের ওজন কত? [পদ্মী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয়ের (সহকারী প্রকৌশলী)(সিভিল)-২০১৭]
 ক. ১০০ গ্রাম খ. ২৫০ গ্রাম গ. ৬০০ গ্রাম ঘ. ১০০০ গ্রাম
 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: ১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম
 ∴ ৪০ " " " " = ৪০ গ্রাম

- সুতরাং ৪০ ঘন সে.মি. কাঁচের ওজন = (৪০ × ২.৫) = ১০০ গ্রাম।
৭৩. ১ স্টেয়ার = কত ঘনমিটার? [প্রশাসনিক কর্মকর্তা (নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়): ২০১৩]
 ক. ১ ঘন মি. খ. ১৩.০৮ ঘন মি. গ. ১৬.৩৯ ঘন মি. ঘ. ২৮.৬৭ ঘন মি.
 উত্তর: ক

৭৪. ১ স্টেয়ার = কত ঘনফুট? [প্রাথমিক বিদ্যা. সহ. শিক্ষক: ২০১২]
 ক. ৬.৪৫ ঘনফুট(প্রায়) খ. ১৩.০৮ ঘনফুট(প্রায়) গ. ২৮.৬৭ ঘনফুট(প্রায়) ঘ. ৩৫.৩ ঘনফুট
 উত্তর: ঘ

৭৫. ২৫০ মি.লি. বিস্কৃত আয়তনের পানির ওজন কত কেজি? [CAAB-এর এরোড্রুম ফায়ার লীডার:২০২১]
 ক. ২৫০ খ. ০.২৫ গ. ২.৫০ ঘ. ২৫.০০
 উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: ১০০০ মি.লি. = ১ লিটার
 ∴ ২৫০ মি.লি. = $\frac{250}{1000} = ০.২৫$ লিটার ০.২৫ লিটার পানির ওজন = ০.২৫ কেজি [∴ ১ লিটার পানির ওজন ১ কেজি]

পদ্ধতি-০৫: সময় সংক্রান্ত হিসেব

সময় হিসাবের একক

১ ন্যানোসেকেন্ড = ১ সেন্টিভের ১০০ কোটি ভাগের এক ভাগ	সময়ের একক = সেকেন্ড
১ মিনিট = ৬০ সেকেন্ড	১ ঘন্টা = ৬০ মিনিট
	২৪ ঘন্টা = ১ দিন

৭৬. সময় পরিমাপে কোনটি সবচেয়ে বড়-? [গণমাধ্যম ইন্সটিটিউটের (সহকারী পরিচালক)-২০০৩]

- ক. মাইক্রোসেকেন্ড খ. মিলিসেকেন্ড গ. পিকোসেকেন্ড ঘ. ন্যানোসেকেন্ড
 উত্তর: খ
৭৭. এক ঘন্টার কত সেকেন্ড? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৯]
 ক. ৩,০০০ সেকেন্ড খ. ৩,২০০ সেকেন্ড গ. ৩,৪০০০ সেকেন্ড ঘ. ৩,৬০০ সেকেন্ড
 উত্তর: ঘ
৭৮. ন্যানোসেকেন্ড হলো... [পদ্মী বিনুতায়ন বোর্ড (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)]
 ক. এক সেকেন্ডের দশ হাজার ভাগের একভাগ খ. এক সেকেন্ডের দশ লক্ষ ভাগের একভাগ
 গ. এক সেকেন্ডের একশত কোটি ভাগের একভাগ ঘ. এক সেকেন্ডের এক লক্ষকোটি ভাগের একভাগ
 উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৬: আন্তর্জাতিক গণনা পদ্ধতি

মিলিয়ন, বিলিয়ন এবং ট্রিলিয়ন এর সম্পর্ক:	
১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ এবং ১ কোটি = ১০০ লক্ষ = ১০ মিলিয়ন।	
১ বিলিয়ন = ১০০ কোটি = ১০০ × ১০০ লক্ষ = ১০০০ × ১০ লক্ষ = ১০০০ মিলিয়ন	
১ ট্রিলিয়ন = ১০ ^{১২} = ১০ ^৯ × ১০ ^৩ = ১০০০০০ × ১০ ^৩ = ১০০০০০ কোটি = ১ লক্ষ কোটি অর্থাৎ ১ ট্রিলিয়ন = ১ মিলিয়ন মিলিয়ন।	

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৭৮. ১ মিলিয়ন = কত লক্ষ? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ব্যুরোর উপ-সহকারী পরিচালক:২০০১]
 ক. ১লক্ষ খ. ১০ লক্ষ গ. ১০০ লক্ষ ঘ. ১০০০ লক্ষ
 উত্তর:খ
৭৯. ১ কোটি = কত মিলিয়ন? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ব্যুরোর উপ-সহকারী পরিচালক:২০০১]
 ক. ২০ মিলিয়ন খ. ১০ মিলিয়ন গ. ১০০ মিলিয়ন ঘ. ১০০০ মিলিয়ন
 উত্তর:খ
৮০. ১০ মিলিয়নে কত কোটি? [রাষ্ট্রায়ত্ত্ব ব্যাংক (অফিসার)-১৯৯৭]
 ক. ১০০ কোটি খ. ১ কোটি গ. ১০ কোটি ঘ. ০.১ কোটি
 উত্তর: খ
৮১. ৫০ মিলিয়নে কত কোটি? [পরিকল্পনা মন্ত্রণালয়ের ডাটা প্রসেসিং অপারেটর(২০০২)]
 ক. ৫০০ কোটি খ. ৫ কোটি গ. ৫০ কোটি ঘ. ২০ কোটি
 উত্তর: খ
৮২. ১০০০ মিলিয়নে কত টাকা হয়? [সমাজসেবা অধিদপ্তরের (অফিস সহায়ক-২০১৭)-এ টেলিফোন বোর্ডের (সহকারী পরিচালক)-১৯৯৫]
 ক. ১০০ কোটি খ. ১০ কোটি গ. ১০ লক্ষ ঘ. ১০০ লক্ষ
 উত্তর: ক
৮৩. ৯ কোটি কত? [খাদ্য অধিদপ্তরের (খাদ্য পরিদর্শক)-২০০০]
 ক. এক মিলিয়ন খ. ৯০ মিলিয়ন গ. ৯ মিলিয়ন ঘ. ৯০০ মিলিয়ন
 উত্তর: খ
৮৪. ১ বিলিয়ন সমান কত মিলিয়ন? [Agrani Bank (SO):2014]
 ক. ১০০০ মিলিয়ন খ. ১০০০মিলিয়ন গ. ১০০ মিলিয়ন ঘ. ১০ মিলিয়ন
 উত্তর: খ
৮৫. এক ট্রিলিয়ন সমান কত? [দূরক (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০২০], [প্রাথমিক বিদ্যা. সহ. শিক্ষক:২০১১]
 ক. এক লক্ষ কোটি খ. দশ লক্ষ কোটি গ. একশত কোটি ঘ. একহাজার কোটি
 উত্তর: ক
৮৬. ১ বিলিয়ন সংখ্যায় প্রকাশ করতে ১ এর পর কতটি শূন্য লাগবে? [পিএসসির নিয়োগ-২০১৮]
 ক. ৮ টি খ. ৭ টি গ. ৯ টি ঘ. ১০ টি
 উত্তর: গ
৮৭. ১ ট্রিলিয়ন লিখতে ১ এর পর কয়টি শূন্য দিতে হবে? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক):২০২১]
 ক. ১২টি খ. ১০টি গ. ১১টি ঘ. ১৫ টি
 উত্তর: ক

Special Part

☞ দ্রুত অংক করার জন্য কিছু কার্যকরী টিপস: দ্রুত অংক করার জন্য নিচের কথাগুলো মনোযোগ দিয়ে পড়ুন।

☞ কিভাবে অংক করা শুরু করবেন?

- ☞ একবারে সম্পূর্ণ অংকটি না পড়ে ভাগ ভাগ করে পড়ুন তারপর চিন্তা করুন এতে আপনার মাথায় কম চাপ পড়বে।
- ☞ অংকটি বার বার পড়ার পরিবর্তে ধীরে ধীরে একবারই পড়ুন, নতুন বার বার পড়ার কারণে আপনার মাথায় জটলা বেধে যেতে পারে।
- ☞ অংক কী চাওয়া হয়েছে সে অংশটি ভালো করে লক্ষ্য করুন, কেননা প্রশ্নের চাহিদা অনুযায়ী আপনাকে কাজ করতে হবে।
- ☞ প্রতিটি অংশ করার পর যা বের করলেন তা কি? কেন বের করলেন? পরের অংশে কিভাবে কাজে লাগাবেন? তা নিয়ে ভাবুন।
- ☞ বড় সংখ্যা, দশমিক বা ভগ্নাংশ দেখে ভয় না পেয়ে স্বাভাবিক নিয়মে করুন, কেননা করার পদ্ধতি একই রকম।
- ☞ অংক প্রদত্ত Clue গুলো নিয়ে চিন্তা করুন। যা দেয়া নেই তা নিয়ে ভাবলে শুধু সময় যাবে কিন্তু সমাধান হবে না।
- ☞ অংক করার সময় আপনার আশেপাশের বাস্তব উদাহরণ গুলি নিয়ে ভাবুন এতে আপনার বুঝটা অনেকদিন স্থায়ী হবে।
- ☞ অংকের মতো বাস্তব Subject পৃথিবীতে আর একটিও নেই, তাই এটাকে বিরক্ত না হয়ে মজা মনে করে করুন।
- ☞ সব অংক লিখিত পরীক্ষায় আসবে না। কিন্তু খ্রিলির জন্য বুঝে বুঝে অংক করলে তা লিখিত তে কাজে লাগবে।

☞ দ্রুত বা মুখে মুখে অংক পারার জন্য নিচের কাজগুলি করা জরুরি।

- ☞ ১ থেকে ২০ এর নামতা ভালোভাবে মুখস্থ করুন। এভাবে $19 \times 9 = ?$ ধরলেই যেন পারেন। পারলে আজই শুরু করুন।
- ☞ পারলে ২১ থেকে ৩০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর ৫ ঘর পর্যন্ত নামতা মুখস্থ রাখুন। যেমন: $21 \times 5 = 105$, $25 \times 5 = 125$ ইত্যাদি।
- ☞ ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলির বর্গ মুখস্থ রাখুন, বর্গমূল গুলোও লক্ষ্য করুন।
- ☞ সচরাচর ব্যবহৃত হয় এমন কিছু ভগ্নাংশের দশমিক মান মুখস্থ করে রাখুন(যেমন: $\frac{1}{2} = .5$, $\frac{1}{3} = .33$, $\frac{1}{8} = .125$ এভাবে আরো যতো পারা যায়)
- ☞ মুখের জড়তা দূর করার জন্য খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে কিছু বড় বড় যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ বিড়বিড় করে করার চেষ্টা করুন (এতে খুব খুব খুবই লাভ হবে, যেমন: $39+26=?$ $129-89=?$ $18 \times 8=?$ $9 \times 8-28=?$ $18 \times 6+28=?$ খাতা কলমে সবাই পারবে, মুখে মুখে করার চেষ্টা করুন, অংক করার স্পিড বাড়বেই কেননা যে কোন অংকই যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগের বাইরে না, ক্যালকুলেটরের আগেও পারা যাবে! কেননা আমাদের মাথা খুব দ্রুত অনেক কাজ করতে সক্ষম)
- ☞ এই কাজগুলো একদিনই করা সম্ভব কিন্তু অলসতা করলে ১ বছরেও হবে না। তাই আপনার সদিচ্ছাকে কাজে লাগান।
- ☞ কবি বলেছেন, "ইচ্ছা করলে হয় না কিছু ইচ্ছা করলে হয়, অলস লোকের ইচ্ছা শুধু কল্পনাতেই রয়" তাই ভাবুন আপনার ইচ্ছাগুলো অলসেরি করে কল্পনাতেই সীমাবদ্ধ রাখবেন নাকি সেগুলো বাস্তবায়ন করার জন্য আজকে থেকেই কাজে লেগে যাবেন।

"দ্রুত অংক করতে গিয়ে ভুল করা যাবে না আবার নির্ভুল অংক করতে গিয়ে বেশি সময় নেয়া যাবে না"

☞ রোমান সংখ্যা ও ইংরেজি বর্ণ:

△ পরামর্শ: রোমান সংখ্যাগুলোর মান তুলো খুবই সহজ। কিন্তু জানা না থাকলে কোনভাবেই উত্তর বের করা সম্ভব নয়। তাই খুব কম সময়ে এখান থেকে দেখে রাখুন।

I=1	XI=11	XXX=30	CD=400	V=5000
II=2	XII=12	XL=40	D=500	X=10,000
III=3	XIII=13	L=50	DC=600	C=1,00,000
IV=4	XIV=14	LX=60	DCC=700	M=10,00,000
V=5	XV=15	LXX=70	DCCC=800	☐ Note: M = 1000 আকারে ব্যবহৃত হয়। যখন কোনো রোমান
VI=6	XVI=16	LXXX=80	CM=900	Symbol এর উপর bar ()
VII=7	XVII=17	XC=90	M=1000	চিহ্ন থাকে তখন তাকে 1000 ঘারা
VIII=8	XVIII=18	C=100	MC=1100	গুণ রূপে ব্যবহৃত হয়। যেমন-
IX=9	XIX=19	CC=200	MCM=1900	V=5×1000=5000
X=10	XX=20	CCC=300	MM=2000	

☞ Note: Mark করা অক্ষর ৭টি হচ্ছে মৌলিক প্রতিক।

☞ প্রশ্ন: রোমান M প্রতীকের অর্থ কোনটি? [সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]
ক. ১০০০ খ. ৫০০ গ. ১৫০০ ঘ. ১২০০

উত্তর: ক

☞ রোমান XIX এর অর্থ কোনটি? [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০১১]
ক. ১৮ খ. ১৯ গ. ২০ ঘ. ২১

উত্তর: খ

☞ রোমান সংখ্যা MCCLXXXIV এর মান কত? [বিবিসি (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০১১]
ক. 784 খ. 1284 গ. 1234 ঘ. 2284

উত্তর: খ

গণিতের কাটাকাটি

কাটাকাটির শুরুত্ব বোঝার আগে নিচের প্রশ্নগুলো কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করার পদ্ধতিটি দেখুন:

অংক মানেই কাটাকাটি কারণ যে কোন অংকের শেষে আপনাকে কাটাকাটি করেই সঠিক উত্তরটি বের করতে হয়।

তাই কাটাকাটিতে যত কম সময় নিবেন তত দ্রুত উত্তর বের করতে পারবেন।

অংক করার গতি বাড়াতে চাইলে আপনাকে এই অধ্যায়টি অবশ্যই ভালোভাবে পড়তে হবে।

এই অধ্যায়ে আমরা শিখবো কিভাবে যে কোন অংকের বিভিন্ন সংখ্যা খুব দ্রুত ক্যালকুলেটর ছাড়াই খাতা কলমে এমনকি মুখে মুখে কাটাকাটি করা সম্ভব।

- ☞ দ্রুত যোগ বিয়োগ করতে পারার জন্য সব সময় মুখে মুখে যোগ বিয়োগ করার চেষ্টা করুন।
- ☞ গুণ + ভাগ দ্রুত পারলেই কাটাকাটি দ্রুত পারা যাবে।

☞ কাটাকাটি করার ক্ষেত্রে নামতার শুরুত্ব:

ধরুন: $125+130=?$ $292+25=?$ এখানে প্রথম থেকে নামতা না পড়ে আইডিয়া করে ধরতে হবে। না হলে অনেক সময় লাগবে। কিন্তু আপনার আইডিয়া তো এমনি এমনি আসবে না। তাই বেশি বেশি প্রাকটিস করতে হবে। করুন:

৫ নামতা ছোটবেলায় মতো করে না পড়ে এভাবে পড়ুন:

১২×১২ যদি ১৪৪ হয়, তাহলে ১২×১৩ অর্থাৎ হলে ১৩টি ১২, ১৪৪ এর মধ্যে ১২টি ১২ আছে তাহলে ১৩টি ১২ গুণ করলে হবে ১৪৪+১২=১৫৬ (এভাবে পারার জন্য মুখে মুখে যোগ করার ক্ষমতা তৈরী করতে হবে)

৫×৭ = অর্ধ ৫টি ৭ অথবা ৭টি ৫ তাহলে ৭×৩২ অর্ধ কী ?

সবসময় ছোট সংখ্যা দিয়ে বড় সংখ্যাকে গুণ করার চেষ্টা করুন। একবারে গুণ করতে না পারলে দু'বারে গুণ করুন।

মনে রাখবেন, কাটাকাটি খুব দ্রুত পারার জন্য আপনাকে নামতার উপর Expert হতে হবেই।

যেমন: ১৩২ কে ১২ দিয়ে ভাগ করলে উত্তর কত হবে, এখন শেষে ২ দেখে আপনি ২ দিয়ে কাটা শুরু করলে কয়েকবার কাটতে কাটতে আপনার প্রতি অংকের জন্য বরাদ্দকৃত ৩৬ সেকেন্ডের তিনগুণ সময় লেগে যাবে শুধু কাটাকাটি করতেই।

তাই এভাবে ভাবুন, ১৩২ এর সবথেকে কাছাকাছি কোন সংখ্যা আপনার মনে আছে যা ১২ দিয়ে ভাগ করা যায়? অবশ্যই ১২০ এখন এই ১২০ এর সাথে আর ১টি ১২ যোগ করলে ১৩২ হবে। অর্থাৎ ১২০ এ আছে ১০টি ১২। কিন্তু ১৩২ এ আছে ১১টি ১২। তাহলে বুঝলাম ১৩২ কে ১২ দ্বারা ভাগ করলে উত্তর হবে ১১।

গুণ ১০ পর্যন্ত নামতা মুখস্থ না করে আরো যতো পারা যায় মুখস্থ করে রাখুন। যেমন: ১৫×১২ = ১৮০

কিছু সংখ্যার শর্টকাট কৌশল: মুখস্থ না করে খাতা কলমে লিখে লিখে Practice করুন:

<p>৪ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:</p> <p>৭৫×৪ = যে কোন সংখ্যাকে ৪ দিয়ে গুণ করতে গেলে গুণ না করে সরাসরি ঐ সংখ্যাটিকে দু'বার দ্বিগুণ করে নিন, মুখে, মুখে। যেমন: ৭৫ এর দ্বিগুণ ১৫০ আবার ১৫০ এর দ্বিগুণ ৩০০ তাহলে ৭৫×৪ = ৩০০।</p> <p>নিজে করুন: ৩৫×৪ = ? ২৩×৪ = ? ১৮×৪ = ? আবার, ৭৬÷৪ = ? ১৮০÷৪ = ? ৯০০÷৪ = ?</p>	<p>৪ দিয়ে ভাগ করার খুব সহজ টেকনিক:</p> <p>৫০০÷৪ = ? ভাগ করতে যাচ্ছেন? থামুন। খাতা কলমে বের না করে এভাবে ভাবুন তো, ৫০০ এর অর্ধেক ২৫০ আবার ২৫০ এর অর্ধেক ১২৫। তাহলে ৫০০÷৪ = ১২৫। অর্থাৎ দু'বার অর্ধেক করতে হবে এভাবে শুধু অংকই হবে না, বরং মজা লাগবে।</p>
--	---

<p>৫ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:</p> <p>যেকোন সংখ্যাকে ৫ দ্বারা গুণ করতে হলে প্রথমে ঐ সংখ্যাটিকে অর্ধেক করুন তারপর শেষে একটি শূন্য বসিয়ে দিন। যেমন: ৩৬×৫ = ১৮০ আবার, ২৪×৫ = ? ২৩×৫ = ? এভাবে বানিয়ে করুন।</p>	<p>৫ দিয়ে ভাগ করার খুব সহজ টেকনিক:</p> <p>যে সংখ্যাটিকে ৫ দিয়ে ভাগ করতে হবে সেই সংখ্যাটিকে দ্বিগুণ করে ঐ সংখ্যার এক ঘর আগে দশমিক বসালেই ভাগফল বের হবে। যেমন: ২৬÷৫ = ৫.২ এর এক ঘরে আগে দশমিক অর্থাৎ ৫.২ আবার ৪৭÷৫ = ৯.৪ এর দ্বিগুণ ৯৪ অর্থাৎ ৯.৪, তাহলে ১৪÷৫ = ?</p>
---	--

<p>৯ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:</p> <p>৯×২১ = ? যে কোন সংখ্যাকে ৯ দিয়ে খুব দ্রুত গুণ করতে চাইলে মুখে মুখে ঐ সংখ্যাটির সাথে ১০ গুণ করে ফেলুন। অর্থাৎ শেষে একটি শূন্য বসিয়ে দিন। এখন যেহেতু ৯টি ২১ তাহলে ২১০ থেকে একটি ২১ কম অর্থাৎ ২১০-২১ = ১৮৯। আর খাতা কলমে করতে গেলে ৯ এর নামতা দুইবার পরে উত্তর বসান।</p> <p>নিজে করুন: ৯×১৫ = ১৩৫, ৯×২৫ = ? ৯×১৬ = ?</p>	<p>১১ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:</p> <p>প্রথমে ১০ দিয়ে গুণ করে ঐ সংখ্যাটি পুনরায় একবার যোগ করুন। খাতা কলমের থেকে ৫ সেকেন্ড কম সময় লাগবে, যেমন: ১১×১৮ = ১৮০+১৮=১৯৮। (এই কাজটি এখানে লিখে দেখিয়ে দেয়াতে বড় মনে হচ্ছে। কিন্তু যখন আপনি মাথা দিয়ে করবেন তখন মুহূর্তেই হয়ে যাবে।)</p> <p>নিজে করুন: ১১×২৫ = ? ৪০×১১ = ? ১৬×১১ = ?</p>
--	--

Note: আসলে এই সব টেকনিকের থেকে স্বাভাবিক সিস্টেম কম কার্যকর তা না। যেমন: ২১×৯ = আগে ৯ দিয়ে ১ কে গুণ তারপর ২ কে গুণ। = ১৮৯ তো এত টেকনিক শেখার কি প্রয়োজন! সমস্যা হলে সাধারণ পাঠকরা অথথাই অতিরিক্ত টেকনিক শেখার জন্য ফ্যান্টাসিতে ভোগেন। যেখানেই টেকনিক সেখানেই হুমড়ী খেয়ে পড়েন। অথচ স্বাভাবিক এবং ছোটবেলা থেকে শিখে আসা নরমাল প্রসেসগুলো ভালোভাবে পারলে সহজেই সব পারা যাবে। (কিছু স্পেশাল টেকনিক বাদে)

ভুল থেকে শিখে রাখুন:

কয়েকটি অংক দেখুন, যেখানে অধিকাংশরাই ভুল করে থাকেন,

যেমন: $\frac{৩৫২৫}{৫} = ৭০৫$ নাকি ৭০৫ , $\frac{৮৩৪৪}{৮} = ১০৪৩$ নাকি ১০৪৩ , $\frac{৩২০৩২}{১৬} = ২০২$ নাকি ২০০২ ?

অনেকেই Confidently ভুল উত্তরটি করে আসেন। মনে রাখবেন প্রথম বার কোন সংখ্যাকে ভাগ করা না গেলে তার পরের সংখ্যাও ধরা যায়। কিন্তু যদি কখনো মাঝখানের কোন একটি সংখ্যাকে নিচের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা না যায় সেক্ষেত্রে পরের সংখ্যাটিকে ধরার আগে ভাগফলে একটি অতিরিক্ত শূন্য যোগ করতে হবে। এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর উত্তর, ৭০৫, ১০৪৩ এবং ২০০২।

শূন্য যুক্ত সংখ্যার কাটাকাটি:

শূন্য কাটার পর যে সংখ্যা ছোট ঐ সংখ্যাটিকে আরো ছোট করে কাটুন তাহলে পরবর্তীতে গুণ করতে সহজ হবে

$\frac{১৩৫০ \times ২৭}{৩০} = ৪৫ \times ২৭$ অর্থাৎ শূন্য কাটার পর ৩ দিয়ে ১৩৫ কে আগে ভাগ করলে দুটা মাঝারী সংখ্যা আসবে যার গুণফল মুখে মুখে বের করা সময় সাপেক্ষ হবে।

কিন্তু $\frac{১৩৫০ \times ২৭}{৩০} = ১৩৫ \times ৯ = ৯$ এভাবে ছোট সংখ্যাকে আরো ছোট করলে ৯ এর নামতা সহজে পড়ে গুণ করতে পারবেন।

নিজে করুন:

ক. $\frac{১৩২ \times ২৪০}{৬০} = ১৩২ \times ৪ = ৫২৮$ খ. $\frac{১০৮ \times ৫৪}{৯} = ৬৪৮$ গ. $\frac{২২০০ \times ১৪৪}{৪০} = ৬১৬০$ ঘ. $\frac{৬০০০ \times ১০০}{৭৫০০} = ৮০$ ঙ. $\frac{১৫০০ \times ১০০}{২৫০০} = ৬০$
 চ. $\frac{১০০ \times ৫৭৫০}{১১৫} = ৫০০০$ (১১৫ এর নামতা) ছ. $\frac{১০০ \times ৫৪০}{১০৮} = ৫০০$ জ. $\frac{১০০ \times ৫৬০}{৮০} = ৭০০$

খুবই গুরুত্বপূর্ণ: $\frac{১০০ \times ৭৫}{১৫}$ উপরের ১০০ কে না কেটে ৭৫ কে কেটে হিসেব করলে গুণ করা সহ হবে।

টিপস: যে সংখ্যার শেষে শূন্য থাকবে সেই সংখ্যাকে না কেটেই অংক করার চেষ্টা করতে হবে

নিজে করুন: ক. $\frac{১০০ \times ১৪৪}{১৬}$ (১৪৪ এর সাথে আগে কাটুন) খ. $\frac{১০০ \times ৯১ \times ১৫}{৩৫}$ গ. $\frac{১০০ \times ২২৫}{৭৫}$

(কিন্তু যদি কাঁটার প্রয়োজন হয় তাহলে শেষে কাটতে হবে) যেমন: $\frac{১০০ \times ৭২}{১৬} = \frac{১০০ \times ১৮}{৪} = ২৫ \times ১৮ = ৪৫০$

মুখস্থ না রেখে নিয়ম অনুযায়ী করতে হবে।

সব সময় কাটাকাটি করলেই মিলে যাবে এ ধরনের ভুল প্রবণতা থাকা যাবে না। যেমন: $\frac{৮০ \times ৬০০}{২৪৪} = ১৯৬.৭২$

$\frac{৫০ \times ৭২}{১২} = ৩৩০$ শূন্য সহ যে সংখ্যাগুলো থাকে সেগুলোর কাটাকাটি করা সবথেকে সহজ। যেমন: $\frac{১০৮ \times ২০০০}{১০০} = ২১৬০$

কাটাকাটি করা শেষে অবশিষ্ট সংখ্যাগুলোর গুণ কিভাবে দ্রুত করবেন?

সাধারণত যে কোন সংখ্যা দুটি এর বেশি থাকলে গুণ করার সময় যে সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে শেষে শূন্য আসবে সে সংখ্যাগুলো আগে গুণ করুন। যেমন: $৭ \times ৬ \times ৫$ প্রথমে ৭×৬ গুণ করলে ৪২ কে আবার ৫ দিয়ে গুণ করার থেকে, প্রথমে ৬ কে ৫ দিয়ে গুণ করার পর ৭ দিয়ে গুণ করলে খুব সহজে $৩০ \times ৭ = ২১০$ হয়ে যাবে।

নিজ করুন: ক. $২ \times ৩ \times ৪ \times ৫$ খ. $৫ \times ৩ \times ৮$ গ. $২ \times ৩ \times ৪ \times ৫ \times ৬ \times ৭$ ঘ. $২ \times ৯ \times ৬$ ঙ. $৩ \times ৮ \times ৪$

আগে ৩ ও ৪ এর ১২ তারপর $৮ \times ১২ = ৯৬$ । কিন্তু প্রথমে $৩ \times ৮ = ২৪$ করতে গেলে আপনার ২৪ এর নামতা পড়তে কঠিন হবে।

মনে রাখবেন ৫ সেকেন্ডের টেকনিক প্রয়োগ করে যদি আপনি পরীক্ষার হলে ৫ সেকেন্ড সেভ করতে পারেন, তাহলে আপনি অনেকটাই উপকৃত হবেন। বাস্তব ধারণা পাবেন, যদি কয়েকটি পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করে থাকেন।

ল.সা.গু করার ক্ষেত্রেও এই ধরনের অনেকগুলো গুণ করতে হয়, এছাড়াও বিন্যাস ও সমাবেশের অংক করার সময় এ ধরনের গুণ করতে হয়। তাই এখান থেকেই ভালোভাবে শিখে নিন।

ভগ্নাংশের কাটাকাটি :

শর্টকাট: যে কোন ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার ক্ষেত্রে ভাগ না লিখে সরাসরি হরের সাথে গুণ করে দিলেই হয়ে যাবে।

যেমন: $\frac{১২}{৫} \div ১০০$ সরাসরি $\frac{১২}{৫ \times ১০০}$ অর্থাৎ ১০০ দ্বারা ভাগ না করে সরাসরি ৫ এর সাথে ১০০ গুণ করতে হবে।

ক. $\frac{৩}{১} = ৩ \times ২৭$ খ. $\frac{৮}{১০০} = \frac{১৫}{৮} \times \frac{১}{১০০}$ (এভাবে না করে সরাসরি নিচের টার সাথে গুণ করে দিয়ে করুন)

= $\frac{১৫}{৮ \times ১০০}$ গ. $\frac{১৫}{১০০} \times ১০০$ (এভাবে থাকলে তাড়াহুড়া করা যাবে না আগে উপরের কাজ তারপর নিচের সাথে সমন্বয় করতে হবে।)

নিজ করুন: ক. $\frac{১৪}{২০} \times ১০০$ খ. $\frac{১৫}{৩০} \times ৫০$ গ. $\frac{১}{৩০} \times ৫০$

এক সাথে অনেকগুলো সংখ্যা থাকলে (সরল অধ্যায়ে এ ধরনের অংক বেশি থাকে)

কয়েকটি সংখ্যার কাটাকাটি একসাথে করতে হলে, $\frac{৮ \times ২০ \times ১৭}{৩৪ \times ৪} = ২০$ এখানে প্রথমে উপরের ৮ এবং নিচের ৩৪ কে না কেটে

বরং ১৭ আর ৩৪ কে কাটুন। তাহলে এক সাথে বড় সংখ্যা দিয়ে কাটা উত্তরটি খুব দ্রুত বের হবে।

ক. $\frac{৯ \times ১৫ \times ১৬}{১০৮}$ খ. $\frac{১৬ \times ১৫}{১২}$ গ. $\frac{১৮ \times ১০০ \times ১০০}{১৫ \times ৩০}$ ঘ. $\frac{৫ \times ৬০}{১০০} = ৩$ ঙ. $\frac{১৪০ \times ১০০}{৫ \times ৪০০} = ৭০$

দশমিক সংখ্যার কাটাকাটি:

০.৫ অথবা ০.২৫ যুক্ত সংখ্যাকে গুণ করার শর্টকাট।

যে কোন সংখ্যাকে ০.৫ দিয়ে গুণ করলে ঐ সংখ্যাটি অর্ধেক হয়ে যায়।

বিভিন্ন অংক করার ক্ষেত্রে .৫ অথবা .২৫ অথবা .২ যুক্ত গুণের অংক করতে হয়।

যেমন: ৭.৫ টাকা কেজি দরে আলু বিক্রয় করলে ১মণ আলুর দাম কত? $৭.৫ \times ৪০ =$ প্রথমে ৭ দিয়ে গুণ করে ২৮০ এর সাথে ৪০ এর অর্ধেক ২০ যোগ। অর্থাৎ $= ২৮০ + ২০ = ৩০০$ ।

১২ জনের গড় বয়স ১৪.৫ বছর হলে তাদের মোট বয়স কত?

খুব দ্রুত গুণ করার সহজ বুদ্ধি হল প্রথমে ০.৫ বাদে শুধু পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করে .৫ এর জন্য ১২ এ অর্ধেক নিয়ে যোগ করতে হবে। যেমন: $১২ \times ১৪ = ১৬৮$ এবং ১২ এর অর্ধেক ৬ তাহলে $১২ \times ১৪.৫ = ১৬৮ + ৬ = ১৭৪$ । এভাবে অনেক অংকে ০.৫ যুক্ত সংখ্যা আসে। এভাবে করলে কম সময় লাগবে।

প্রতিটি কলার দাম ২.২৫ টাকা করে হলে ৮ টি কলার দাম কত?

২ টাকা $\times ৮ = ১৬$ টাকা এবং ৮টা ২৫ পয়সা = ২ টাকা মিলে মোট = $১৬ + ২ = ১৮$ টাকা।

দশমিকের ভাগ করার ক্ষেত্রে:

যে কোন সংখ্যাকে ১০ দিয়ে ভাগ করলে ঐ সংখ্যাটির এক অংক আগে দশমিক বসাতে হয়। যেমন: $২৫ \div ১০ = ২.৫$
 $২ \div ১০ = .২$ আবার ১০০ দ্বারা ভাগ করলে দুই অংক আগে দশমিক বসাতে হয়। অর্থাৎ যতটা শূন্য থাকবে তত ঘর আগে দশমিক বসাতে হবে। যেমন: $২২৫ \div ১০০ = ২.২৫$, $২ \div ১০০ = .০২$, $৫২৪১ \div ১০০০ = ৫.২৪১$, অর্থাৎ দশমিক বসানোর জন্য সংখ্যার ঘাটতি হলে শূন্য দিয়ে পূর্ণ করে দিতে হবে। $২ \div ১০০০ = ০.০০২$ ।

দশমিকের গুণের ক্ষেত্রে:

আবার দশমিক যুক্ত সংখ্যাকে গুণ করার সময় এর বিপরীত নিয়ম। অর্থাৎ দশমিকের পর একটি অংকযুক্ত সংখ্যাকে ১০ দ্বারা গুণ করলে ঐ দশমিকটি এক ঘর ডানে সরে যায়। যেমন: $২.২ \times ১০ = ২২$, ১০০ দিয়ে গুণ করলে দুই ঘর, ১০০০ দিয়ে গুণ করলে তিন ঘর ডানে সরে যায়। যেমন: $৫২.৩২৫ \times ১০০ = ৫২৩২.৫$ । $৩২৫.২ \times ১০০ = ৩২৫২০$

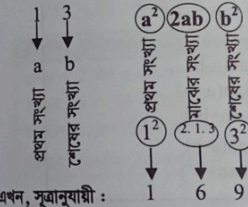
কিছু দশমিক মান মুখস্থ রাখুন: $\frac{২৫}{৮} = ৬.২৫$, $\frac{৩৬}{৫} = ৭.২$ [উপরে বিস্তারিত দেয়া আছে।]

নিজ করুন: ক. ১১৮ এর ১০% খ. ২২০ এর ৩% গ. $\frac{২৬}{৫}$ গ. $\frac{৩৭}{৫}$ ঘ. ৩২৫ এর ২৫% ঙ. $\frac{৮০ \times ৮}{১০০}$

দ্রুত বর্গ বের করার টেকনিক:

দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলোর বর্গ বের করার শর্টকাট টেকনিক:

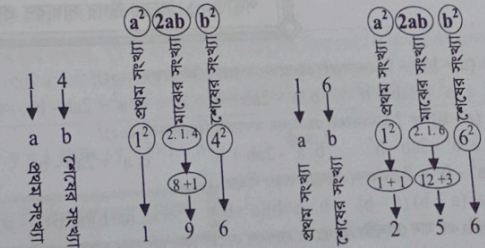
যে কোন ২ অংকের বাম দিকে থেকে ১ম সংখ্যাটিকে a এবং শেষ সংখ্যাটিকে b ধরে, সূত্র প্রয়োগ করি,



শর্টকাট: $(ab)^2 = a^2 2ab b^2$
 যেমন: $(৩২)^2 = ৩^2 (২.৩.২) ২^2 = ৯ ১২ ৪ = ১০২৪$
 (শেষের হাতের সংখ্যাগুলোকে বামের সংখ্যার সাথে যোগ করতে হবে।)
 $(১৫)^2 = ১^2 (২.১.৫) ৫^2 = ১ ১০ ২৫ = ২২৫$ (৫ রেখে ২ যোগ, ২ রেখে ১ যোগ)

এখন, সূত্রানুযায়ী :

যখন একক স্থানীয় সংখ্যার বর্গের মান দশক স্থানীয় মান হয়। যেমন: ১৪ এর একক স্থানীয় মান ৪ আর ৪ এর বর্গ ১৬ যা দশক স্থানীয় মান পর্যন্ত। এ ক্ষেত্রে শেষের সংখ্যায় ১৬ না বসিয়ে শুধু ৬ বসাতে হবে এবং ১ মাঝের সংখ্যার সাথে যোগ করতে হবে। যেমন:



নিজ করুন:

ক. $(৪৫)^2$ খ. $(৬৪)^2$ গ. $(৯৩)^2$

[Note: দুপাশে ১টা করে ডিজিট বসানোর পর হাতে থাকা সংখ্যাগুলো মাঝের সংখ্যার সাথে যোগ হবে।]

বীজগাণিতিক সূত্রাবলী

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	ঘন-এর সূত্রের প্রয়োগ
পদ্ধতি-০২	মুখে মুখে মান নির্ণয়	পদ্ধতি-০৬	তিনটি রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	বর্গের সূত্রের প্রয়োগ	পদ্ধতি-০৭	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৪	পূর্ববর্গ রাশি তৈরী	পদ্ধতি-০৮	বিবিধ প্রশ্ন
Practice Part		Model Test	
বীজগাণিতিক সূত্রাবলী উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী:

<p>বর্গ এর সূত্রাবলী:-</p> <ol style="list-style-type: none"> $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $= (a-b)^2 + 4ab$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $= (a+b)^2 - 4ab$ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ $= (a-b)^2 + 2ab$ $2(a^2 + b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$ $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ 	<ol style="list-style-type: none"> $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ অথবা, $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$ অথবা, $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ <p>ঘন এর সূত্রাবলী:</p> <ol style="list-style-type: none"> $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $= a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $= a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ $= (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$ $= (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
--	---

পদ্ধতি-০১: সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন

- $(a+b)^2 = ?$ [এনএসআই (ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]
a. $a^2 + 2ab + b^2$ b. $a^2 - 2ab + b^2$ c. $a^2 + 2ab - b^2$ d. $a^2 - 2ab - b^2$ Ans: a
- $(a-b)^2 = ?$ [এনএসআই (ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]
a. $a^2 - 2ab - b^2$ b. $a^2 - 2ab + b^2$ c. $a^2 + 2ab - b^2$ d. $a^2 + 2ab + b^2$ Ans: b
- $a^2 - b^2 = ?$ [বেবিচক (এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]
a. $(a+b)(a-b)$ b. $(a+b)(a^2+b^2)$ c. $(a+b)(a+b)$ d. $a^2 - 2ab + b^2$ Ans: a
- 4ab এর মান কোনটি? [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর (অফিস সহকারী)-২০২১]
a. $(a+b)^2 - (a-b)^2$ b. $(a+b)^2 + (a-b)^2$ c. $(a-b)^2 + (a-b)^2$ d. $(a+b)^2 + (a+b)^2$ Ans: a
- $2(a^2 + b^2) =$ কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]
a. $(a+b)^2 - 2ab$ b. $(a+b)^2 + (a-b)^2$ c. $(a-b)^2 + 2ab$ d. $(a+b)^2 - 4ab$ Ans: b

পদ্ধতি-০২: মুখে মুখে মান নির্ণয়

এই নিয়মটির গুরুত্ব বোঝার জন্য নিচের সমাধান করে দেয়া অংক দুটি আগে ভালভাবে পড়ুন:
৬. $x-y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, $x-$ এর ধনাত্মক মানটি- [৩৫তম বিপিএস]
a. 3 b. 4 c. 5

সমাধান:
দেয়া আছে, $x-y = 2$
বা, $(x-y)^2 = 2^2$ (উভয় পক্ষকে বর্গ করে)
বা, $(x-y)^2 = 4$
বা, $(x+y)^2 - 4xy = 4$
বা, $(x+y)^2 - 4 \times 24 = 4$ ($\because xy=24$)
বা, $(x+y)^2 - 96 = 4$
বা, $(x+y)^2 = 100$
বা, $(x+y) = \sqrt{100}$
বা, $(x+y) = \pm 10$
 $(x+y) = 10$ (ধনাত্মক মান ধরে)

$$\begin{array}{r} 2 \mid 24 \\ \quad 2 \mid 12 \\ \quad \quad 2 \mid 6 \\ \quad \quad \quad 3 \end{array}$$

Ans: d

যদি কখনো বড় সংখ্যা আসে তাহলে এভাবে ভাগতে পারেন

Attention: যেকোনো চাকরীর পরীক্ষায় এই নিয়মের দু'একটি করে অংক প্রায়ই আসে। এখানে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো খুব ভালোভাবে বুঝে বুঝে করলে কয়েক সেকেন্ডেই এ ধরনের শত শত অংক খাতা - কলম এমনকি সূত্র ছাড়াই মুখে মুখে করতে পারবেন।

এখন, $x+y = 10$
এবং $x-y = 2$

$2x = 12$ বা, $x = 6$ $\therefore x = 6$ Ans: 6 এভাবে করলে অনেক বেশি সময় লাগবে।

কিন্তু সূত্র ছাড়াই বুঝে বুঝে ৫ সেকেন্ডে অংকটি করতে এভাবে ডাবুন

$x-y = 2$ অর্থ x -এর মান বড়।
আবার $xy = 24$ অর্থ x ও y গুণ করে 24 হবে এবং x থেকে y বিয়োগ করলে 2 হবে।
তাহলে $8 \times 3 = 24$ হতে পারে, কিন্তু $8-3 = 5$ হয় না।
আবার, $6 \times 4 = 24$ এবং $6-4 = 2$ (মিলে গেছে!!) উত্তর 6 (প্রাকটিস করলে সরাসরি সঠিকটিই মাথায় আসবে)

- $x+y = 6$ এবং $x-y = 4$ হলে, xy এর মান কত? [রাবাব, (ক্যাম্পিয়ার) -১৫] + [IBBL-(ATO)-2017] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কাশ সরকার/অফিস সহায়ক)-২০২১]
a. 35 b. 20 c. 9 d. 5 Ans: d

সমাধান: [বুঝলে মুখে মুখে আর লিখে করতে চাইলে এই নিয়মে সমাধান করুন]

$$\begin{array}{l} x+y = 6 \text{ ----(i)} \\ x-y = 4 \text{ ----(ii)} \end{array}$$

$$2x = 10 \therefore x = 5$$

$$\text{আবার, } x+y = 6 \Rightarrow 5+y = 6 \therefore y = 1 \text{ সুতরাং } xy = 5 \times 1 = 5 \quad \text{উত্তর: 5}$$

(২.ক) দুটি রাশির যোগফল ও বিয়োগফল দেয়া থাকলে:

- $x+y = 12$ এবং $x-y = 8$ হলে, xy এর মান কত? [প্রাই: সহ: শি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু-২০১৮)]
a. 20 b. 40 c. 60 d. 80 Ans: a

লিখিত সমাধান:

$$\begin{aligned} x+y &= 12 \text{ ---- (i)} \\ x-y &= 8 \text{ ---- (ii)} \end{aligned}$$

$$(i)+(ii) \quad 2x = 20 \therefore x = 10$$

আবার, (i)-(ii) $2y = 4$ সুতরাং $y = 2$

তাহলে $xy = 10 \times 2 = 20$

বীজগণিতের সূত্রের থেকে এই নিয়মটা সহজ।

মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন

যে কোন দুটি সংখ্যার সমষ্টি ও ব্যবধান দেয়া থাকলে যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যা এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যাটি বের হয়। প্রাকটিস করলে মুখে মুখে হবে। যেমন:

বড় সংখ্যাটি $x = \frac{12+8}{2} = \frac{20}{2} = 10$

ছোট সংখ্যাটি $y = \frac{12-8}{2} = \frac{4}{2} = 2 \therefore xy = 10 \times 2 = 20$

৯. $a+b = 9$ এবং $a-b = 7$ হলে ab -এর মান কত? [জাতীয় রাজস্ব বোর্ডের (সহ: কর্ম:)-২০১০]
- a. 7 b. 8 c. 5 d. 3

লিখিত সমাধান:

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \frac{81}{4} - \frac{49}{4} = \frac{81-49}{4} = \frac{32}{4} \therefore ab = 8$$

মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন

$a+b = 9$ এবং $a-b = 7$ সমীকরণ দুটি থেকে লেখা যায়

$$a = \frac{9+7}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ এবং } b = \frac{9-7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

সুতরাং $ab = 8 \times 1 = 8$

নিজে করুন:

১০. $x + y = 12$ এবং $x - y = 2$ হলে xy এর মান কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]
- a. 35 b. 40 c. 45 d. 50 Ans: a
১১. $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ হলে xy এর মান কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারী/হিসাবরক্ষক)-২০২১] + [বাংলাদেশ কর্মচারী কল্যাণ বোর্ড (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার): ২০২১] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার): ২০২১]
- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: d
১২. $a + b = 8$, $a - b = 4$ হলে $ab =$ কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
- a. 8 b. 10 c. 12 d. 18 Ans: c
১৩. $x + y = 12$, $x - y = 2$ হলে xy -এর মান কত? (২৩তম বিসিএস) [Hints: $7+5 = 12$ এবং $7-5 = 2 \therefore 7 \times 5 = 35$]
- a. 27 b. 72 c. 35 d. 30 Ans: c
১৪. দুটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে সংখ্যা দুটি কত? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক): ২০২১]
- ক. ৩০, ৫০ খ. ৪৫, ১৫ গ. ৪০, ২০ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: গ
১৫. দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং বিয়োগফল যথাক্রমে 28 এবং 4। বড় সংখ্যাটি কত? [এনএসআই (ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]
- a. 16 b. 18 c. 20 d. 22 Ans: a
১৬. $a+b = 13$, $a-b = 3$ হলে a^2+b^2 -এর মান কত? (সমাজসেবা অধি: ইস্ট্রাক্টর-২০০৫)
- a. 7 b. 89 c. 59 d. 3 Ans: b

লিখিত সমাধান:

$$a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$$

$$= \frac{13^2 + 3^2}{2} = \frac{169+9}{2} = \frac{178}{2} = 89$$

মুখে মুখে: (শেষের লেজুড় যা ই থাক যোগ বিয়োগ থাকলে নিয়ম একই)

$a+b = 13$ এবং $a-b = 3$ সমীকরণ দুটি থেকে লেখা যায়

$$a = \frac{13+3}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ এবং } b = \frac{13-3}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$\therefore a^2+b^2 = 8^2+5^2 = 64+25 = 89$

নিজে করুন:

১৭. মান নির্ণয় করুন: $x + y = 8$, $x - y = 6$ হলে $x^2 + y^2$ এর মান কত? [গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী মূদ্রাক্ষরিক)-২০২১]
- a. 40 b. 20 c. 50 d. 48 Ans: c
- [Hints: $7+1 = 8$ এবং $7-1 = 6 \therefore 7^2+1^2 = 50$]

১৮. $x+y = 5$ & $x-y = 3$ then $2x^2+2y^2 = ?$ [রাবাব, (সুপারভাইজার)-১০/(Hints: $2.4^2+2.1^2 = 2.16+2.1 = 34$)]
- a. 34 b. 20 c. 15 d. 5 Ans: a

১৯. $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$ হলে $a - b$ এর মান কত? [পায়রা বন্দর (অফিস সহ:) নিয়োগ-২০১৯] + [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান বুরো (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]
- a. $+3m$ b. $-3m$ c. $\pm 3m$ d. $3m$ Ans: c

সমাধান:

আমরা জানি: $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$$= (9m)^2 - 4 \cdot 18m^2$$

$$= 81m^2 - 72m^2$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = 9m^2$$

$$\Rightarrow a-b = \sqrt{9m^2} \therefore a-b = \pm 3m$$

অর্থাৎ শুধু $(a+b)$ অথবা $(a-b)$ এর মান বের করতে বলা হলে সরাসরি এদের থেকেই সূত্র নেই, তাই $(a+b)^2$ বা $(a-b)^2$ এর সূত্র প্রয়োগ করে অংকটি করতে হয়। এক্ষেত্রে উত্তর যাই হোক না কেন তার পূর্বে \pm চিহ্ন বসাতে হয়। কারণ বর্গমূল ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ে হতে পারে।

(২.খ) দুটি রাশির গুণফল ও সমষ্টি/পার্থক্য দেয়া থাকলে:

- ১১ টিপস: এরূপ ক্ষেত্রে যোগ বিয়োগ নিয়ে শুরুতে না ভেবে আগে গুণের অংশটি নিয়ে ভাবুন। তাহলে দ্রুত উত্তর বের হবে।
২০. $x+y = 7$ এবং $xy = 12$ হলে $x^2 + y^2$ এর মান কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]
- a. 3,5 b. 2,3 c. 9,3 d. 4,3 Ans: d

লিখিত সমাধান:

আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$

$$\Rightarrow (x-y)^2 = 7^2 - 4 \times 12 = 49 - 48 = 1 \therefore x-y = 1$$

এখন $x+y = 7$ এবং $x-y = 1$ সমীকরণ দুটি যোগ ও বিয়োগ করে আমরা পাই, $x = 4$ এবং $y = 3$ । উত্তর: 4, 3

মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন:

দেয়া আছে, $x+y = 7$, $xy = 12$

প্রথমে, 12 কে ভাগলে $= 4 \times 3 = 12$ এবং $4+3 = 7$

তাই x এবং y এর মান 4 এবং 3। উত্তর: 4, 3

Note: এখানে $x = 3$ এবং $y = 4$ ধরলেও সঠিক হবে।

২১. $x + y = 17$ এবং $xy = 60$ হলে, $(x - y)^2$ এর মান কত? [শিক্ষক নিবন্ধন, খিলিমিনারী টেস্ট কলেজ পর্যায়-২০১৫]
- a. 49 b. 64 c. 36 d. 125 Ans: a

লিখিত সমাধান:

আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$

$$\Rightarrow (x-y)^2 = 17^2 - 4 \times 60 \text{ (মান বসিয়ে)}$$

$$\Rightarrow (x-y)^2 = 289 - 240 \therefore (x-y)^2 = 49$$

মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন

দেওয়া আছে, $x+y = 17$, $xy = 60$

প্রথমে, 60 কে ভাগলে $= 12 \times 5 = 60$ এবং $12+5 = 17$

তাই $(12-5)^2 = 7^2 = 49$ উত্তর: 49

নিজে করুন:

২২. যদি $a + b = 2$ এবং $ab = 1$ হয়, তবে a এবং b -এর মান যথাক্রমে [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]
- a. 0, 2 b. -1, 3 c. 2, 0.5 d. 1, 1 Ans: d
২৩. $x - y = 4$ এবং $xy = 60$ হলে $x + y$ এর মান কত? [বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]
- a. 16 b. ± 16 c. 4 d. ± 64 Ans: b
২৪. যদি $x-y = 1$, $xy = 56$ হয় তবে $x+y =$ কত? [মাধ্যমিক সহ: শিক্ষক-২০০০] [Hints: $8 \times 7 = 56$, $8-7 = 1$]
- a. 35 b. 20 c. 15 d. 5 Ans: c
২৫. $a - b = 2$ এবং $ab = 24$ হলে $a + b$ এর মান কত? [১৩তম বিজ্ঞেস-২০১৯]
- a. 10 b. -10 c. 100 d. ± 10 Ans: d
২৬. $a+b = 13$ এবং $ab = 36$ হলে $a-b$ -এর মান কত? [যরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (কারা তত্ত্বা: -০৫)]
- a. 45 b. 20 c. 9 d. 5 Ans: d

২৭. $x+y=12$, $xy=27$ হলে $x-y=?$ [BIWTA-2018]

- a. 5 b. 6 c. 7 d. 8

২৮. $x+y=17$ এবং $xy=60$ হলে $x-y$ এর মান কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০১৯]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 5 b. 6 c. 7 d. 8

[Hints : এখানে, $60=12 \times 5$ এবং $12+5=17$ সুতরাং $x-y=12-5=7$]

২৯. $x-y=3$ এবং $xy=10$ হলে, $(x+y)^2$ এর মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- ক. 49 খ. 30 গ. 90 ঘ. 39

৩০. $x+y=6$, $xy=8$ হলে $(x-y)^2=?$ [ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর- ২০১৬] + [যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]

- a. 3 b. 4 c. 9 d. 12

৩১. $x+y=7$ এবং $xy=10$ হলে $(x-y)^2$ এর মান কত? [ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর- ২০১৬] + [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারী)-২০২১]

- a. 9 b. 19 c. 29 d. 39

৩২. $x+y=7$ এবং $xy=6$ হলে x^2+y^2 এর মান কত? [এনএসআই(অফিস সহায়ক)-২০১৯]

- a. 25 b. 30 c. 34 d. কোনটিই নয়

সমাধান: $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=7^2-2 \times 6=49-12=37$

৩৩. $a-b=8$ এবং $ab=50$ হলে a^2+b^2 এর মান নির্ণয় কর। [বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০]

সমাধান: দেওয়া আছে, $a-b=8$ এবং $ab=50$

প্রদত্ত রাশি, $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(8)^2+2 \times 50=64+100=164$

৩৪. $a+b=8$ এবং $ab=15$ হলে, a^2+b^2 এর মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- a. 120 b. 60 c. 34 d. 33

৩৫. $a-b=2$ ও $ab=24$ হলে $a^2-b^2=?$ [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০২১]

- a. 10 b. 12 c. 15 d. 20

৩৬. $x+y=5$, $xy=6$ হলে x^3+y^3 এর মান কত? [তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

সমাধান: দেওয়া আছে, $x+y=5$, $xy=6$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=5^3-3 \times 6 \times 5=125-90=35$

৩৭. $a+b=3$ এবং $ab=2$ হলে, a^3+b^3 এর মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- a. 6 b. 9 c. 12 d. 15

৩৮. $x+y=5$ এবং $xy=6$ এবং $x>y$ হলে $x^3-y^3-3(x^2+y^2)$ এর মান নির্ণয় করুন। [এনসিটিবি (অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 10 b. 20 c. -20 d. 25

সমাধান: কোন বড় রাশির মান জানতে চাইলেও নিয়ম একই :

দেয়া আছে, $x+y=5$ $xy=6$ এবং $x>y$ (অর্থাৎ x বড় সংখ্যা)

আমরা জানি, $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=5^2-4 \times 6=25-24=1 \therefore x-y=1$

সুতরাং $x^3-y^3-3(x^2+y^2)=(x-y)^3+3xy(x-y)-3\{(x+y)^2-2xy\}$

$=1^3+3 \times 6 \times 1-3(5^2-2 \times 6)=1+18-3(25-12)=19-3 \times 13=19-39=-20$ (Ans)

সুতরাং মুখে: $(3+2)=5$ এবং $(3 \times 2)=6$ সুতরাং $x^3-y^3-3(x^2+y^2)=3^3-2^3-3(3^2+2^2)=27-47=-20$

৩৯. $x+y=6$, $xy=8$ then $(x-y)^3=?$ [বাংলাদেশ বেতার (সহ-সম্পাদক)-২০১৯]+ [যুব উন্নয়ন অধি (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]

- a. 3 b. 8 c. 9 d. 12

সমাধান: $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=6^2-4 \times 8=36-32=4 \therefore x-y=\sqrt{4}=2$ সুতরাং $(x-y)^3=2^3=8$

৪০. $a+b=7$ ও $ab=12$ হলে, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলি]

- a. $\frac{3}{25}$ b. $\frac{25}{144}$ c. $\frac{31}{144}$ d. $\frac{11}{49}$

Ans: b

সমাধান:

দেয়া আছে $a+b=7$ এবং $ab=12$ এই মান দুটি দিয়ে সূত্র প্রয়োগ

\therefore প্রদত্ত রাশি $=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2-2 \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{b}$

$=\left(\frac{a+b}{ab}\right)^2-2 \cdot \frac{1}{ab}=\left(\frac{7}{12}\right)^2-2 \cdot \frac{1}{12}=\frac{49}{144}-\frac{2}{12}=\frac{49-24}{144}=\frac{25}{144}$

সুতরাং মুখে করতে এভাবে ভাবুন :

$ab=12=4 \times 3$ কারণ $a+b=7$
এখন, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{4^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{1}{16}+\frac{1}{9}$
 $=\frac{9+16}{144}=\frac{25}{144}$ (এভাবে দ্রুত হবে)

৪১. $a^2+b^2=25$ এবং $ab=12$ হলে $a+b=?$ [প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয় (সহকারী কম্পিউটার প্রোগ্রামার ও সহঃ কম্পিউটার প্রোগ্রামার) ২০১৩]

- a. 6 b. 7 c. 8 d. 9

Ans: b

সমাধান:

আমরা জানি, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=a^2+b^2+2ab=25+2 \times 12=49$
 $(a+b)^2=49$ হলে $a+b=7$

সুতরাং $a+b=7$

৪২. $a+b=7$ এবং $a^2+b^2=25$ হলে নিচের কোনটি ab -এর মান হবে? [৩০তম বিসিএস]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারী)-২০২১]

- a. 35 b. 12 c. 9 d. 5

Ans: b

সমাধান:

আমরা জানি, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 $\Rightarrow 7^2=a^2+b^2+2ab \Rightarrow 49=25+2ab \Rightarrow 2ab=24 \therefore ab=12$

সুতরাং $ab=4 \times 3=12$

নিজে করুন:

৪৩. $a^2-b^2=45$ এবং $a-b=3$ হলে $ab=?$ [পরিবহন মন্ত্রণালয়(সহঃ পরি)-০৬]

- a. 60 b. 64 c. 54 d. 45

Ans: c

[Hints: অপশন দেখে $9 \times 6=54$ এবং $9^2-6^2=81-36=45$ সুতরাং $a-b=9-6=3$]

৪৪. $a-b=3$ এবং $a^2+b^2=29$ হলে $ab=?$ [RAKUB-(SO)-2015]

- a. 10 b. 12 c. 15 d. 18

Ans: a

(২. গ) শুধু সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান

যখন পূর্ণ সংখ্যার হিসেব হয় তখন সেগুলো মুখে মুখে করা যায়। কিন্তু সূত্র প্রয়োগ করলে ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক সংখ্যা সব কিছুই হিসেব বের হয়। উপরের অংকগুলো ছাড়া এরকম অনেক অংক আছে। যেগুলো সূত্র ছাড়া সমাধান করা সম্ভব নয়। এই ধরনের অংকগুলো সূত্র প্রয়োগ করে করতে হবে। কারণ মাথায় চিন্তা করা যায় না এমন যেকোন মান ও সূত্র বের করে দিবে।

৪৫. $a+b=4$ এবং $ab=2$ হলে, $(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় করুন। [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 8 b. 27 c. 16 d. 10

Ans:

সমাধান: $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=4^2-4 \times 2=16-8=8$ (Ans) [ভগ্নাংশ মান হওয়ায় মুখে মুখে মিলেছে না, তাই সূত্র দিয়ে]

৪৬. $x^2+y^2=8$ এবং $xy=7$ হলে, $(x+y)^2$ -এর মান কত? [২০তম বিসিএস] + [RAKUB (Supervisor)-2017] + কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 19 b. 20 c. 21 d. 22

সমাধান: $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy = 8+2.7 = 8+14 = 22$ (Ans)

Ans: d

৪৭. যদি $(x-y)^2 = 14$ এবং $xy = 2$ হয় তবে $x^2 + y^2 =$ কত?

- a. 12 b. 14 c. 16 d. 18

সমাধান: $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 14 + 2 \times 2 = 14 + 4 = 18$

$\therefore x^2 + y^2 = 18$

Ans: d

নিজে করুন:

৪৮. $a + b = 3$ এবং $ab = 1$ হলে $a^2 - ab + b^2 =$ কত? [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]

- a. 4 b. 6 c. 3 d. 8

[Hints: $a^2 - ab + b^2 = a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 2ab - ab = 3^2 - 3 \times 1 = 9 - 3 = 6$]

Ans: b

৪৯. যদি $(x-y)^2 = 12$ এবং $xy = 1$ হয়, তবে $x^2 + y^2 =$ কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে গুপ্ত সংকেত পরি: সাইবার অফিসার: ০৫]

- a. 11 b. 12 c. 13 d. 14

[Hints: $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$]

Ans: d

৫০. $(x+y)^2 = 164$ এবং $xy = 32$ হলে $x - y =$ কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে প্রশাসনিক কর্মকর্তা: ০৪]

- a. 6 b. 9 c. 4 d. 12

[Hints: $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$]

Ans: a

৫১. $a+b = \sqrt{5}$, $a-b = \sqrt{3}$ তাহলে $a^2+b^2 = ?$ (উপজেলা মহিলা কর্মকর্তা: ০৫) + [PKB- (EO) - 2017]

- a. 7 b. 4 c. 5 d. 6

Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে $a+b = \sqrt{5}$, $a-b = \sqrt{3}$

$\therefore a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2} = \frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2}{2} = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$

নিজে করুন:

৫২. $a+b = \sqrt{3}$ এবং $a-b = \sqrt{2}$ হলে, ab এর মান নির্ণয় কর। [বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]

- a. $\sqrt{6}$ b. 6 c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans: c

৫৩. $a+b = \sqrt{3}$ এবং $a-b = \sqrt{2}$ হলে $8ab(a^2+b^2) = ?$ [BKB (SO)-2015]

- a. 12 b. 10 c. 8 d. 5

Ans: d

সমাধান: $8ab(a^2+b^2) = 4ab.2(a^2+b^2)$

$= \{ (a+b)^2 - (a-b)^2 \} \{ (a+b)^2 + (a-b)^2 \} = \{ (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \} \{ (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 \} = (3-2)(3+2) = 5.1 = 5$

নিজে করুন:

৫৪. $a+b = \sqrt{7}$ এবং $a-b = \sqrt{5}$ হলে $8ab(a^2+b^2) =$ কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

- a. 49 b. 25 c. 24 d. 32

Ans: c

৫৫. $x - y = 10$ এবং $xy = 30$ হলে $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। [সরকারি যানবহন অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক): ২০২১]

- a. 1500 b. 1800 c. 1900 d. 2500

Ans: c

সমাধান: $x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) = (10)^3 + 3.30(10) = 1000 + 900 = 1900$

Attention: উপরের নিয়মটি ভালোভাবে আয়ত্ত করলে লিখিত ও পাটিগণিতের অনেকগুলো অংক মুখে মুখে পারা যাবে।

(২. ঘ) বাংলায় লিখিত আকারে কিছু প্রশ্ন:

৫৬. দুইটি সংখ্যার গুণফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত? [BADC-(Computer-Operator)-2018]

- a. 23 b. 25 c. 26 d. 27

Ans: b

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন:
ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে x এবং y. $xy = 156$ ও $x^2 + y^2 = 313$ আমরা জানি, $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ $\Rightarrow (x+y)^2 = 313 + 2 \times 156$ $\Rightarrow (x+y)^2 = 313 + 312 \Rightarrow (x+y)^2 = 625 \therefore x+y = 25$	সংখ্যা দুটির গুণফল = ১৫৬ কে ভাগ করে। যায় = $156 \div 13 = 12$ আকারে। আবার $12^2 + 13^2 = 144 + 169 = 313$ সুতরাং যোগফল = $12 + 13 = 25$ ।

৫৭. দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল ৬৮ এবং এদের পার্থক্যের বর্গ ৩৬। সংখ্যা দুটির গুণফল কত? [BADC-(Store Keeper)-2017]

- a. ১৬ b. ২০ c. ২৪ d. ২৮

Ans: a

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন:
ধরি, একটি সংখ্যা = x এবং অপর সংখ্যাটি = y প্রশ্নমতে, $x^2 + y^2 = 68$ এবং $(x-y)^2 = 36$ আমরা জানি, $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$ $\Rightarrow 68 = 36 + 2xy \Rightarrow 32 = 2xy \therefore xy = 16$	দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল ৬৮ দেখে বোঝা যায় $68 + 8 = 76$ অর্থাৎ $c^2 + 2^2 = 76$ হয় এবং এদের বর্গের পার্থক্য $(c-2)^2 = 36$ হয়। তাহলে গুণফল হবে = $c \times 2 = 16$

নিজে করুন:

৫৮. একটি কলমের মূল্য একটি বইয়ের মূল্য অপেক্ষা 7 টাকা কম, উক্ত কলম এবং বই ক্রয় করতে মোট 43 টাকা প্রয়োজন হলে, কলমের মূল্য কত? (জাতীয় সংসদ সচিবালয়-০৬)

[Hints: কলমের দাম কম তাই বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ]

- a. 4 b. 3 c. 2 d. 18

Ans: d

৫৯. দুইটি সংখ্যার যোগফল ১৭ এবং গুণফল ৭২। ছোট সংখ্যাটি কত? [বাংলাদেশ জুডিশিয়াল সার্ভিস কমিশন গৃহীত সহকারি জজ প্রিলিমিনারী টেস্ট ২০০৭] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]

- a. 6 b. 8 c. 9 d. কোনটিই নয়

Ans: b

[Hints: $a+b=17$ এবং $ab=72$ (9×8)]

৬০. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 117 হলে, সংখ্যা দুটি নির্ণয় কর। [প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৫১২৪)]

[Hints: ১১৭ কে ভাগ করে শুধু 13×9 ই হয়। অতিরিক্ত আর কিছু করতে হবে না।]

- a. 12,6 b. 13,9 c. 14,8 d. 15,5

Ans: b

৬১. দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 6 হলে সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর কত?

- a. 6 b. 3 c. 8 d. 5

Ans: d

[Hints: $a^2 + b^2 = 13$ এবং $ab = 3 \times 2 = 6 \therefore a^2 - b^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$]

৬২. দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বর্গের অন্তর 3 এবং গুণফল 2, এদের বর্গের সমষ্টি [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 5

Ans: d

[Hints: $a^2 - b^2 = 3$ এবং $ab = 2 \therefore 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$]

পদ্ধতি-০৩ : বর্গের সূত্রের প্রয়োগ

সংশ্লিষ্ট সূত্রসমূহ:

(i) $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$ (ii) $a^2+b^2 = (a-b)^2+2ab$ (iii) $2(a^2+b^2) = (a+b)^2+(a-b)^2$

(৩.ক) বর্গ বের করা:

টিপস: ধরুন আপনাকে বলা হলো ৩ এর বর্গ কত? তখন সরাসরি এর উত্তর $৩^২ = ৯$ অর্থাৎ যে কোন সংখ্যার উপর ক্ষমার নিলে তার বর্গ কত তা বের হয়। তেমনি বীজগণিতের যে কোন রাশির উপর ক্ষমার দিলে সেই রাশিটির বর্গ কত তা বের হবে। কিন্তু এক্ষেত্রে সূত্র প্রয়োগ করে সর্বশেষ মানটি বের করতে হবে।

৬৩. $2x+3y$ -এর বর্গ কত? (প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-৯৯)

a. $4x^2+12xy+9y^2$ b. $4x^2+12xy+9y^2$ c. $4x^2+12x+9y^2$ d. $4x^2+12xy+9y^2$

সমাধান: $2x+3y$ -এর বর্গ হল

$= (2x+3y)^2$ [(a+b)^২ এর সূত্র প্রয়োগ করতে হবে]
 $= (2x)^2+2.2x.3y+(3y)^2 = 4x^2+12xy+9y^2$

৬৪. $(2x+1)$ এর বর্গ কত? (আবহাওয়া অধিদপ্তর সহ-পরিচালক-১৯৯৫) + [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]

a. $4x+4$ b. $4x^2+4x+1$ c. $2x^2+2x+1$ d. $4x^2+1$

সমাধান: $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2.2x.1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$

৬৫. $2x + 3y + 5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর। (খাদ্য অধিদপ্তর (বিভিন্ন পদ): ২০২০)

সমাধান: $(2x + 3y + 5z)^2$
 $= (2x)^2 + (3y)^2 + (5z)^2 + 2.2x.3y + 2.3y.5z + 2.5z.2x$
 $= 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$ (Ans.)

নিজে করুন:

৬৬. ৯৯৯ সংখ্যাটির বর্গ নির্ণয় করুন? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণা-সহ-পরি:২০০৭)

a. 998001 b. 99001 c. 99001 d. 99800

[Hints: $(1000-1)^2$]
 Ans: a

৬৭. $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে $(x + \frac{1}{x})^2$ এর মান নির্ণয় করুন [কাস্টমস এক্সাইজ ও ট্যাক্স কমিশনারেট, ঢাকা (সিপাই): ২০২১]

a. 0 b. 1 c. 9 d. 10

উত্তর: 9

সমাধান: $(x + \frac{1}{x})^2 = 3^2 = 9$

(৩.খ) বর্গের মান বের করা :

৬৮. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত? [কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো (উপ-পরিচালক)-২০০৭] + [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (মেট্রোপলিটন সার্কেল) পরিদর্শক ২০১৬]

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

Ans: a

লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)

$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$
 $= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

শর্টকাট: (সূত্রের শেষের অংশ থেকে মুখে মুখে)

এরকম ভগ্নাংশাকারে মান দেয়া থাকলে এবং বর্গের যোগফলের মান বের করতে বলা হলে শর্টকাট সূত্র: (মান)^২ ± ২ অর্থাৎ (+) এর মান থাকলে (-২) আর (-) এর মান থাকলে (+২) হবে। এখানে উত্তর: (মান)^২-২ = (২)^২-২ = ৪-২ = ২

৬৯. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত? (প্রাসংগিক-১০) + [এনএসআই (অফিস সহকারি/ডেসপাচ হাইড্রাস)-২০২১]

a. 8 b. 7 c. 13 d. 6

Ans: b

লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)

$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$ [ভেতরে (+) তাই বাইরে (-)]
 $= (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$

শর্টকাট টেকনিক: মান ৫-১০ লোকেরই উত্তর বের হবে।
 মুখে মুখে : (মান)^২-২
 এখানে, $3^2-2 = 9-2 = 7$
 [প্রশ্নে (+) এর মান দেয়া আছে তাই (-২)]

৭০. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত? (মাধ্য: সহ-প্রশ্নি:-২০০৩)

a. 11 b. 12 c. 14 d. 16

Ans: a

লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)

$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}$ [ভেতরে (-) হলে বাইরে +]
 $= (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$

শর্টকাট: (সূত্রের শেষের অংশ থেকে মুখে মুখে)
 মুখে মুখে : (মান)^২+২
 এখানে, $3^2+2 = 9+2 = 11$
 [প্রশ্নে (-) এর মান দেয়া আছে তাই (+২)]

নিজে করুন:

৭১. $p - \frac{1}{p} = 8$ হলে $p^2 + \frac{1}{p^2} =$ কত? (প্রাসংগিক-০৮) + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯] [সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

a. 44 b. 52 c. 62

[Hints: (মান)^২+২ = ৮^২+২ = ৬৪+২ = ৬৬]

d. 66 Ans: d

৭২. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? (মাধ্য:সহ-প্রশ্নি:-০৬)

a. 32 b. 27 c. 24 d. 16

Ans: b

৭৩. $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? (তথ্য ও সম্প্রচার মন্ত্রণালয়ের (অফিস সহায়ক)-২০২২)

a. 18 b. 12 c. 14 d. 10

Ans: c

৭৪. $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত? (প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯ (শাপলা) + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]

a. 65 b. 77 c. 72 d. 86

Ans: b

লিখিত সমাধান: (ভিন্ন মান থাকলেও নিয়ম একই)

$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}$
 $= (5\sqrt{3})^2 + 2 = 5^2.(\sqrt{3})^2 + 2 = 75 + 2 = 77$

শর্টকাট সমাধান:

মুখে মুখে : (মান)^২+২
 এখানে, $(5\sqrt{3})^2 + 2 = 25 \times 3 + 2 = 77$
 [প্রশ্নে (-) এর মান দেয়া আছে তাই (+২)]

নিজে করুন:

৭৫. $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান - [২৬তম বিসিএস]

a. 5 b. 2 c. 1

d. 3

Ans: c

৭৬. $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $\frac{x^4+1}{x^2}$ এর মান কত? [১৩ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা (ফুল পর্যায়)-২০১৬]

- a. 11 b. 10 c. 9 d. 7

Ans: a

সমাধান: এখানে, $\frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$

৭৭. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত? [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 4

Ans: a

সমাধান: $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

৭৮. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। [BSC- Combined-(So)- Exam - 2018 (Set-A)] + [১৬তম প্রত্যয়ন নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯] + [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 15 b. 20 c. 25 d. 29

Ans: d

সমাধান: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$

(৩.৭) উল্টোভাবে আসলে :

অর্থাৎ প্রদত্ত মান বের করে দেয়া থাকবে প্রথম অংশের মান বের করতে হবে

৭৯. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$ হলে তবে $x - \frac{1}{x}$ এর মান কত? [ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ পর্যায়)-২০১৬]

- a. 5 b. ± 9 c. ± 6 d. ± 3

Ans: c

লিখিত সমাধান: (বর্গের অংকগুলোর বিপরীতী নিয়মে করতে হবে)	শর্টকাট সমাধান :
$x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$ (প্রথম অংশের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে) $\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 38 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 38 - 2$ $\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{36} = \pm 6$ [$\sqrt{\quad}$ থাকলে উত্তরের আগে \pm বসাতে হবে]	(-) যুক্ত রাশির মান বের করতে (মান-2) করে বর্গমূল আর (+) যুক্ত রাশির মান বের করতে (মান+2) করে বর্গমূল। অথবা প্রদত্ত মানটি সবসময় পূর্ণ বর্গ সংখ্যার থেকে 2 বেশি বা কম হয়। 2 বেশি হলে 2 বিয়োগ করে বর্গমূল আর 2 কম হলে 2 যোগ করে বর্গমূল বের করলেই দ্রুত উত্তর বের হবে। এখানে, মান দেয়া আছে 38 তাই উত্তর হবে $\sqrt{38-2} = \sqrt{36} = \pm 6$ (খানে (-) রাশির মান চেয়েছে)

৮০. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হলে $a - \frac{1}{a}$ কত? [এই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]

- a. 3 b. 0 c. 1 d. 2

Ans: b

সমাধান: $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 2 - 2 \therefore a - \frac{1}{a} = 0$

দ্রষ্টব্যে মুখে: $\sqrt{\text{মান} - 2} = \sqrt{2 - 2} = \sqrt{0} = 0$

শর্টকাট কখন:

৮১. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 47$ হয়, তবে $a + \frac{1}{a}$ এর মান কত?

- a. ± 7 b. 7 c. -7 d. 6

[দ্রষ্টব্যে মুখে: $\sqrt{\text{মান} + 2} = \sqrt{47 + 2} = \sqrt{49} = \pm 7$]

Ans: a

৮২. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

- a. 7 b. ± 7 c. -7 d. 0

Ans: b

৮৩. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 18$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

- a. 8 b. 4 c. ± 4 d. -4

Ans: c

৮৪. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 66$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

- a. ± 8 b. 8 c. -8 d. 6

Ans: a

[Note: প্রশ্নগুলোতে প্রদত্ত সবগুলো সংখ্যা ই পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে ২ বড় বা ছোট। তাই সবথেকে কাছের পূর্ণবর্গ করে তার বর্গমূল ই উত্তর।]

(৩.৪) (a^2) এর ছলে (a^4) থাকলে :

এক্ষেত্রে নিয়ম একই শুধু একই সূত্র দু'বার সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। যেমন:

৮৫. মান নির্ণয় করুন : $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ কত? [প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯(জবা)] + [যাত্রা অধিদপ্তর(মেডিক্যাল টেকনোলজিস্ট)-২০২০] + [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]

- a. 4 b. 3 c. 2 d. 1

Ans: c

লিখিত সমাধান: (দু'বার বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে করতে হবে)	শর্টকাট সমাধান : (মুখে মুখে সমাধানের টেকনিক)
দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 2$ $\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$ $= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2 = \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$ $= (4 - 2)^2 - 2 = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$	সূত্র: $\{(\text{মান})^2 \pm 2\} - 2$ অর্থাৎ (power) ⁴ থাকলে প্রথমে যে মানটি থাকবে তার বর্গ করে যদি (+) রাশির মান হয় তাহলে (-2) আর (-) রাশির মান হয় তাহলে (+2) বসবে। এরপর আবার বর্গ করে শেষে সবসময় (-2) ই বসবে। উত্তর: $\{(\text{মান})^2 - 2\}^2 - 2 = \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4 - 2)^2 - 2 = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ [\therefore বর্গ করার পর সবসময় ২ বিয়োগ হয় তাই এই ধরনের প্রশ্নগুলোর উত্তর সবসময় পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে ২ কম হয়।]

(power)⁴ এর প্রশ্নগুলোতে প্রথমবার সবসময় (+) এর সূত্র প্রয়োগ করতে হয়। ২য় বার সূত্রে ফেলার সময় মান দেখে হিসেব হয়। কারণ সূত্র প্রয়োগের ক্ষেত্রে প্রথমবার (+) এর সূত্র ফেলে অংক না করলে অন্য সূত্রে অংক চলে যাবে। মান বসানো যাবে না।

৮৬. যদি $a - \frac{1}{a} = 2$ হয় তবে $a^4 + \frac{1}{a^4} =$ কত? [প্রাক প্রাথমিক সহশিক্ষক (মেঘনা)-২০১৩] + [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০] + [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১] + [পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- a. 36 b. 32 c. 34 d. 40

Ans: c

সমাধান: দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 2$

প্রদত্ত রাশি, $a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$ (পাওয়ার ৪ কে ভেঙে দুটো ফ্যাক্টর বানানো হয়েছে যেন সূত্র প্রয়োগ করা যায়।)
 $= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2}$ (প্রথম বার সব সময় + এর সূত্র প্রয়োগ করতে হবে, নতুবা মান বসানো যাবে না)
 $= \left\{ \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a} \right\}^2 - 2 = \{(2)^2 + 2\}^2 - 2 = (4+2)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$ (Ans)

☞ মুখে মুখে: সূত্র: $\{(মান)^2 \pm 2\}^2 - 2$ এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই $(2^2+2)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$

৮৭. $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত? (বাংলাদেশ রেলওয়ের জুনিয়র অডিটর-২০১০) + [যুব ও উন্নয়ন অধিদপ্তর (জেটি স্পোরটাইজার)-২০২১]
 a. 123 b. 47 c. 119 d. 62

☞ বিকল্প শিখিত সমাধান: (যে মান দেয়া থাকে সেখান থেকেও হিসেব করে করে পাওয়ার ৪ এর মান বের করা যায়।)
 দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 9+2$
 $\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11 \Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (11)^2 \Rightarrow (x^2)^2 + 2.x^2.\frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 121 \therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$

☞ মুখে মুখে: সূত্র: $\{(মান)^2 \pm 2\}^2 - 2$ এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই $(3^2+2)^2 - 2 = (11)^2 - 2 = 121 - 2 = 119$

☞ নিজে করুন:

৮৮. যদি $x + \frac{1}{x} = 3$ হয় তবে $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত? (প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৯ (সোলাপু)) + [ভূমি সংস্কার বোর্ড (অফিস সহায়ক)-২০২১]
 a. 47 b. 51 c. 27 d. 49

[Hints: এখানে (+) এর মান দেয়া আছে তাই $(3^2-2)^2 - 2 = (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47$]

৮৯. $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে, $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান কত? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক); জননিরাপত্তা বিভাগ)+[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]
 a. 120 b. 154 c. 172 d. 194

[Hints: এখানে (+) এর মান দেয়া আছে তাই $(4^2-2)^2 - 2 = (14)^2 - 2 = 196 - 2 = 194$]

☞ Interesting Fact: এ ধরনের প্রশ্নগুলোর উত্তর সাধারণত 2, 14, 34, 47, ... 119, 142, 194, 322 এই সংখ্যাগুলো হয়ে থাকে। এগুলোর সবগুলোর মধ্যে মিল হচ্ছে এরা সবাই পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে 2 করে ছোট। বুঝলে অপশন দেখেই উত্তর।

৯০. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^4 + \frac{1}{x^4}$ = কত? (প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক ২০১০ (করতোয়া))
 a. 310 b. 315 c. 322 d. 336

[Hints: এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই $(4^2+2)^2 - 2 = (18)^2 - 2 = 324 - 2 = 322$]

(৩.৬) সরাসরি মান বসানো না গেলে:

যখন কোন মান সরাসরি প্রশ্নে চাওয়া সূত্রে প্রয়োগ করা যাবে না তখন ঐ মানটিকে যেভাবে সাজিয়ে নিলে সূত্রে বসানো যাবে ঠিক সেভাবে সাজিয়ে নিতে হবে। নিচের উদাহরণগুলো দেখুন।

৯১. $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ মান কত? [IBBL- (ATO)-2017] + [দুর্যোগ ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কম-কম্পিউটার)-২০২১]

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{6}{10}$ Ans: b

☞ সমাধান: দেওয়া আছে, $2x + \frac{2}{x} = 3 \Rightarrow 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3 \therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ [এখন এই মান টি সূত্রে বসানো যাবে]

সুতরাং $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4}$ Ans: $\frac{1}{4}$

৯২. $\frac{1}{x} = 1 - x$ হলে, $\frac{1}{x} + x^2$ এর মান কত হবে? (বাংলাদেশে রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)- ২০১৬)
 a. 1 b. -1 c. ± 1 d. 0 Ans: d

☞ সমাধান: দেয়া আছে, $\frac{1}{x} = 1 - x \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = x \therefore x^2 = x - 1$

সুতরাং $\frac{1}{x} + x^2 = (1-x) + (x-1) \left[\frac{1}{x} \text{ এবং } x^2 \text{ এর মান বসিয়ে}\right] = 1-x+x-1 = 0$ (Ans)

৯৩. $x^2 + 1 = \sqrt{2}x$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ = কত? (১১তম বিজেএস (সহকারী জজ)-প্রাথমিক পরীক্ষা-২০১৭)
 a. 2 b. 1 c. 0 d. কোনটিই নয় Ans: c

☞ সমাধান: দেয়া আছে, $x^2 + 1 = \sqrt{2}x \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{\sqrt{2}x}{x} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$

সুতরাং $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$

☞ নিজে করুন:

৯৪. $a + a^{-1} = \sqrt{3}$ হলে, $a^2 + a^{-2}$ এর মান [স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের (সিনিয়র স্টাফ নার্স)(বাভিলকৃত)-২০১৭]
 a. 3 b. 2 c. 1 d. 0 Ans: c

[Hints: $a^{-1} = 1/a$ এবং $a^{-2} = 1/a^2$ ধরে সাধারণ অংকগুলোর মত সমাধান করুন। $(\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$]

☞ একটু ব্যতিক্রম : আগের নিয়মের মতই সরাসরি মান বসানো না গেলে সাজিয়ে নিয়ে বসাতে হবে:

৯৫. $x^2 - 4x + 1 = 0$ হলে $\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$ এর মান কত? (সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯)
 a. 0 b. 1 c. 2 d. 4 Ans: b

☞ সমাধান: এখানে, $x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 4x$ সুতরাং $\frac{x}{x^2 - 3x + 1} = \frac{x}{x^2 + 1 - 3x} = \frac{x}{4x - 3x} = \frac{x}{x} = 1$

৯৬. $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, $\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$ এর মান কত? [সিডক ও জনপথ অধিদপ্তরের উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১০]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 4 \therefore x^2 + 1 = 4x$ (এখন এই মানটি প্রদত্ত রাশিটিতে বসাতে হবে)

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x}{x^2 - 3x + 1} = \frac{x}{x^2 + 1 - 3x} = \frac{x}{4x - 3x} = \frac{x}{x} = 1$

নিজে করুন:

৯৭. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $\frac{x}{x^2 - x + 1}$ এর মান কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহঃ স্টেশন মাস্টার)-২০১৮]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 0

Ans: a

৯৮. যদি $x + \frac{1}{x} = 5$ হয়, তবে $\frac{x}{x^2 + x + 1}$ এর মান কত? [সহঃ শিক্ষক -২০১৮/ জাতীয় রাজস্ব কর্মকর্তা-২০১৫/ LATEO

(কোট) পরীক্ষা -১৫/ ১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (ফুল পর্যায়-১)-২০১৯/ +বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২২]

- a. $\frac{1}{5}$ b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{7}$

Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 5 \therefore x^2 + 1 = 5x$

সুতরাং $\frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{x}{x^2 + 1 + x} = \frac{x}{5x + x} = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6}$

৯৯. $p - \frac{6}{p} = 1$ হলে, $\frac{6}{p^2 - p - 1}$ এর মান কত? [সংশ্লিষ্ট মন্ত্রণালয়ের (প্রশা কর্ম)-২০০৭/ গণযোগাযোগ অধি (সহ তথ্য অফিস)-২০১৩]

- a. $\frac{7}{6}$ b. $\frac{6}{7}$ c. $\frac{6}{5}$ d. $\frac{5}{6}$

Ans: c

সমাধান: $p - \frac{6}{p} = 1 \Rightarrow \frac{p^2 - 6}{p} = 1 \Rightarrow p^2 - 6 = p \therefore p^2 - p = 6$ সুতরাং $\frac{6}{p^2 - p - 1} = \frac{6}{6 - 1} = \frac{6}{5}$

নিজে করুন:

১০০. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $\frac{x}{x^2 + x - 1}$ এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

- a. 1 b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{1}{6}$ d. $\frac{1}{7}$

Ans: b

১০১. $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, $\frac{x}{x^2 + 3x + 1}$ এর মান কত? [১৫ তম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

- a. 1 b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{2}{7}$ d. $\frac{1}{7}$

Ans: d

১০২. যদি $x + \frac{1}{x} = -5$ হয়, তবে $\frac{x}{x^2 + x + 1}$ এর মান কত? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা -২০১৯]

- a. -4 b. 4 c. $\frac{1}{4}$ d. $-\frac{1}{4}$

Ans: d

পদ্ধতি-০৪ : পূর্ণবর্গ রাশি তৈরী

পূর্ণ বর্গ বিষয়টি আগে বুঝে নিন:

যে সংখ্যাগুলোর বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় বের করা যায় সেগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা। যেমন: 9, 16, 25, 36, 64 ইত্যাদি। কিন্তু 10, 15, 24, এই সংখ্যাগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়। কেননা এদের বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় নেই। এখন যদি বলা হয় 15 এর সাথে কত যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে সেক্ষেত্রে 15 এর পরপরই পূর্ণবর্গ সংখ্যাটি হলো 16 তাই 15 এর সাথে 1 যোগ করলে তা পূর্ণ বর্গ হবে।

কোন সংখ্যাকে পূর্ণবর্গ বানাতে যা ঘাটতি বা অতিরিক্ত থাকে তা যোগ বা বিয়োগ করার মাধ্যমে ঐ সংখ্যা বা রাশিটিকে পূর্ণবর্গ বানানো যায়।

বীজগণিতের ক্ষেত্রেও বিষয়টি একই। তবে এক্ষেত্রে প্রদত্ত রাশিটিকে নিম্নোক্ত ৪ টি সূত্রের যেকোন একটিতে ফেলাতে হবে।

1. $(a+b)^2$ 2. $(a-b)^2$ 3. $(a+b+c)^2$ 4. $(a-b-c)^2$

ধরুন, প্রশ্ন করা হলো $a^2 + 2ab$ এর সাথে কত যোগ করলে তা পূর্ণবর্গ হবে। তাহলে দেখেই বোঝা যাচ্ছে প্রদত্ত রাশিটির সাথে b^2 যোগ করলে তা $(a+b)^2$ এর সূত্রানুযায়ী হবে। যা একটি পূর্ণবর্গ রাশি। তাহলে বোঝা যাচ্ছে প্রদত্ত রাশিটিতে b^2 এর ঘাটতি রয়েছে তাই b^2 যোগ করতে হবে। উত্তর: b^2

১০৩. $a^2 - 2ab$ থেকে কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০০১]

- a. $-b^2$ b. b c. b^3 d. $-a$

Ans: a

সমাধান: (সূত্র মেলাতে যা ঘাটতি থাকবে তা পূর্ণ করতে যা লাগবে তা ই উত্তর।)

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ অর্থাৎ সূত্র মেলানোর জন্য শুধু b^2 দরকার।

কিন্তু প্রশ্নে কত বিয়োগ করতে হবে বলায় $(+b^2)$ আনার জন্য বিয়োগ করতে হবে $(-b^2)$ কেননা $(-b^2) = b^2$ (উত্তর)

১০৪. $(9x^2 + 16y^2)$ রাশিটির সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? [সরমাধ্যমিকসহঃ-২০০০]

- a. $25xy$ b. $24xy$ c. $24x$ d. $24y$

Ans: b

সমাধান:

$9x^2 + 16y^2$ (রাশিটিতে দুটো সংখ্যায় ক্ষমার আছে তাহলে বোঝাই যাচ্ছে এরা দুপাশের অংশ, এবং মাঝের সংখ্যাটি নেই)
 $= (3x)^2 + \dots + (4y)^2$ [উপরের চারটি সূত্রের সাথে মেলাতে মাঝখানে যে অংশটুকু বসবে তা ই হবে উত্তর]
 $= (3x)^2 + 2.3x.4y + (4y)^2 - 24xy$ [সূত্র অনুযায়ী $2ab = 2.3x.4y$]
 $= (3x+4y)^2 - 24xy$ (অর্থাৎ প্রশ্নে প্রদত্ত রাশিটিতে $24xy$ ঘাটতি আছে তাই উত্তর হবে $24xy$ যোগ করতে হবে) Ans: $24xy$

১০৫. $2a^2 - 4ab + 4b^2$ রাশিটির সাথে কত যোগ বা বিয়োগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণ বর্গ হবে? [পদ্মী টুরান একাডেমী (RDA) এর সহকারী পরিচালক-২০২১]

- a. $2a^2$ যোগ করলে b. $2b^2$ বিয়োগ করলে c. a^2 বিয়োগ করলে d. $2ab$ যোগ করলে

Ans: c

সমাধান:

প্রদত্ত রাশি: $2a^2 - 4ab + 4b^2 = a^2 - 2.2a.2b + (2b)^2 + a^2 = (a-2b)^2 + a^2$ [এখানে a^2 বাড়তি আছে যার জন্য বর্গ মিলছে না]
 সুতরাং $2a^2 - 4ab + 4b^2$ রাশিটি থেকে a^2 বিয়োগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ রাশি হবে।

নিজে করুন:

১০৬. $4x^2 - 20x$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? [প্রাক প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০১৩ (বুড়িগঙ্গা)]

- a. 4 b. 9 c. 16 d. 25

Ans: d

[Hints: $4x^2 - 20x = (2x)^2 - 2.2x.5 + 5^2$ সুতরাং উত্তর : 25 যোগ করতে হবে]

১০৭. p -এর মান কত হলে $4x^2 - px + 9$ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে? (একটি বাড়ী একটি খামার - (জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭) + [বিবিএস (পান) পরিসংখ্যানবিদ]-২০২০]

- a. 10 b. 12 c. 15 d. 20

Ans: b

সমাধান: একই শুধু p এর স্থানে কত বসবে তা বের করুন।

$$\begin{aligned} & 4x^2 - px + 9 \\ & = (2x)^2 - px + 3^2 \text{ (যেহেতু মাঝখানে ঘাটতি আছে তাই দুপাশের কাজ আগে করতে হবে)} \\ & = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \text{ (} 2x^2 \text{ হচ্ছে } a \text{ এবং } 3^2 \text{ হচ্ছে } b, \text{ তাই সূত্রানুযায়ী সূত্রের 2 বসানোর পরে } a \text{ এবং } b \text{ এর মান বসানো হয়েছে)} \\ & = (2x)^2 - 12x + 3^2 \text{ (দেখা যাচ্ছে } p \text{ এর জায়গায় 12 বসালে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ রাশিতে পরিণত হবে।) তাই } p=12 \end{aligned}$$

Ans: 12

১০৮. $16x^2 + 16x + 2$ -এর সাথে ন্যূনতম কত যোগ করলে এটি একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে? (টেলিফোন বোর্ডের সহঃপরিঃ ১৯৯৫)

- a. 2 b. 4 c. 6 d. 8

Ans: a

সমাধান: (এখানে শেষের 2 কে ভাগানো যায় না তাই 2 এর সাথেই কিছু একটা যোগ করে রাশিটিকে পূর্ণবর্গ বানাতে হবে।)

$$\begin{aligned} & 16x^2 + 16x + 2 \\ & (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 2 + 2^2 \text{ (যেহেতু 2 কে ভাগানো যায় না তাই মাঝের } 16x \text{ মেলাতে প্রথমে সূত্রের 2 তার পর } a \text{ এর মান } 4x \text{ এবং শেষ } 16x \text{ মেলাতে 2 গুণ করে বোঝা যাচ্ছে রাশিটিতে } b \text{ এর মান হবে 2) পরবর্তী } b^2 \text{ এর জায়গায় } 2^2 \text{ লিখে বোঝা যাচ্ছে রাশিটি 2 ঘাটতি আছে} \\ & \text{সুতরাং পূর্ণবর্গ রাশি } (4x)^2 + 16x + 4 \text{ থেকে প্রদত্ত } 16x^2 + 16x + 2 \text{ রাশি 2 কম হওয়ায় উত্তর 2} \end{aligned}$$

Ans: 2

নিজে করুন:

১০৯. b এর মান কত হলে $16a^2 - ab + 49$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে? [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]

- a. 48 b. 56 c. 49 d. 32

Ans: b

[Hints: $16a^2 - ab + 49 = (4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot 7 + 7^2$ সুতরাং মাঝে b এর জায়গায় বসবে $= 2 \times 4 \times 7 = 56$]

১১০. $16x^2 + px + 25$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হতে হলে p এর মান কত হবে? (বরাহ্মি মন্ত্রণালয়ের ২০০৭) + [ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]

- a. 30 b. 40 c. 50 d. 60

Ans: b

[Hints: $16x^2 = (4x)^2$ এবং $25 = 5^2$ ধরে হিসেব করতে গিয়ে মাঝে যা ঘাটতি হবে তাই উত্তর।]

১১১. 'Q' এর মান কত হলে $4Y^2 - QY + 16$ একটি পূর্ণবর্গ হবে? [NSI-(সহকারী পরিচালক)-২০১৯]

- a. 4 b. 8 c. 12 d. 16

Ans: d

[Hints: $4Y^2 = (2Y)^2$ এবং $16 = 4^2$ ধরে হিসেব করতে গিয়ে মাঝে যা ঘাটতি হবে তাই উত্তর।]

১১২. a এর মান কত হলে $(9 - 12x + ax^2)$ রাশিটি একটি পূর্ণ বর্গ হবে? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা) নিয়োগ-২০১৮]

- a. 8 b. 6 c. 4 d. 2

Ans: c

[Hints: $9 - 12x + ax^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2x + (2x)^2$ সুতরাং $a = 4$ বসাতে হবে।]

১১৩. $9p^2 + 14p$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? (শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৫) + [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ/সমপর্ধ্যায়)-২০১৯]

- a. $\frac{49}{9}$ b. $\frac{14}{9}$ c. $\frac{7}{3}$ d. 7

Ans: a

সমাধান: $9p^2 + 14p = (3p)^2 + 2 \cdot 3p \cdot \frac{7}{3} + \left(\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$

[এখানে মাঝের রাশিটি $14p$ কে মেলানোর জন্য, প্রথমে $2 \cdot 3p = 6p$ দিয়ে $14p$, কে ভাগ করে $\frac{7}{3}$ আনা হয়েছে যা p এর মান।

$= \left(3p + \frac{7}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$ [অর্থাৎ প্রদত্ত রাশিটির সাথে $\frac{49}{9}$ যোগ করলে তা একটি পূর্ণবর্গ রাশিতে পরিণত হবে।] Ans: $\frac{49}{9}$

১১৪. $\frac{x^2}{y^2} + \frac{2x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে? (বরাহ্মি মন্ত্রণালয় আনসার ডিভিশন অধীনে (পার্সোন অ্যান্ড জুট্যান্ট)-২০১০)

- a. $2xy$ b. $2y^2$ c. 1 d. -1

Ans: c

সমাধান: $\frac{x^2}{y^2} + \frac{2x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot 1 + 1^2$ সুতরাং যোগ করতে হবে = 1 (যেহেতু শেষের ১ বাদে বাকী সব প্রপ্ত আছে)

১১৫. $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? (৩২তম + ২৬ তম বিবিএস) + [মাসিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. $-2xy$ b. $8xy$ c. $6xy$ d. $2xy$

Ans: d

সমাধান: $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ [এই অংকটিতে অভিন্ন রাশির সংখ্যা থাকায় তা $(a+b+c)^2$ এর সূত্রানুযায়ী হবে।]
 $= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot y \cdot (-4) + 2 \cdot (-4) \cdot x - 2xy$ [সূত্র মেলানোর জন্য এভাবে সাজানো প্রয়োজন।]
 $= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy - 8y - 8x - 2xy$
 $= (x + y - 4)^2 - 2xy$ সুতরাং পূর্ণ বর্গ করতে হলে $2xy$ যোগ করতে হবে। উত্তর: $2xy$

পদ্ধতি-০৫ : ঘন-এর সূত্রের প্রয়োগ

ঘন সংক্রান্ত গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী:

(i) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	(iii) $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
(ii) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	(iv) $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$
(v) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$	

(৫. ক) ঘন এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

১১৬. $a^3 + b^3 =$ কত? (সমবায় দপ্তরে বিঃশ্রেঃ অফি-৯৭) (সরাসরি সূত্রটিই দিতে হবে) $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$
 a. $(a+b) - 3ab(a+b)$ b. $(a+b)^3 - 3ab$ c. $a^3 + b^3 - 3ab(a+b)$ d. $(a+b)^3 - 3ab(a+b)$ Ans: d

১১৭. $(a-2b)^3$ (ফিমেল সেকেন্ডারী এডুকেশন প্রঃ অফিসার-৯৯)
 সমাধান: $(a-2b)^3 = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 2b + 3 \cdot a \cdot (2b)^2 - (2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

১১৮. $a+b = 3$ এবং $ab = 3$ হলে $a^3 + b^3$ -এর মান কত? (৬ষ্ঠ শির্নি: ও প্রঃপরিঃ-১০)
 a. 0 b. 1 c. 3 d. 9 Ans: a

সমাধান: $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ [প্রশ্নে যেহেতু $a+b$ এবং ab এর মান দেয়া আছে।]
 $= 3^3 - 3 \cdot 3 \cdot 3$ [মান বসিয়ে]
 $= 27 - 27 = 0$ Ans: 0

নিজে করুন:
 ১১৯. $a+b = 3$ এবং $ab=2$ হলে $a^3 + b^3$ এর মান কত? [ঔষধ প্রশাসন অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

- a. 1 b. 3 c. 7 d. 9 Ans: d

১২০. $a+b = 5$ এবং $ab = 3$ হলে $a^3 + b^3$ -এর মান কত? (প্রঃবিঃসহঃশিঃ-০৮)

- a. 15 b. 45 c. 80 d. 152 Ans: c

[Hints: $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 5^3 - 3 \cdot 3 \cdot 5 = 125 - 45 = 80$]

১২১. $m - n = x$ এবং $mn = 6x^2$ হলে, $m^3 - n^3 =$ কত? [১৬ তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রথম পরীক্ষা (কলেজ/পর্যায়)-২০১৯]
 a. $19x^2$ b. $19x^3$ c. $18x^2$ d. $18x^3$
 সমাধান: $m^3 - n^3 = (m - n)^3 - 3mn(m - n) = x^3 + 3.6x^2.x = x^3 + 18x^3 = 19x^3$
 Ans: b

১২২. $x - y = 4$ হলে, নিচের কোন উক্তিটি সঠিক? [IBBL (ATO)-2017]
 a. $x^3 - y^3 - 4xy = 64$ b. $x^3 - y^3 - 12xy = 12$
 c. $x^3 - y^3 - 3xy = 64$ d. $x^3 - y^3 - 12xy = 64$

সমাধান: সবগুলো অপশনে যেহেতু $x^3 - y^3$ দেয়া আছে সুতরাং এটা নিয়েই কাজ শুরু
 $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = 4^3 + 3xy.4 = 64 + 12xy$

দেখা যাচ্ছে 64 এর সাথে অতিরিক্ত $+12xy$ এসে গেছে তাই এই $+12xy$ কে বাদ দেয়ার জন্য $-12xy$ নিতে হবে। যা শুধুমাত্র অপশন D তে আছে। $x^3 - y^3 - 12xy = 64$

১২৩. $x - y = 8$, $xy = 5$ হলে, $x^3 - y^3 + 8(x + y)^2 =$ কত? [CAAB (SO)-2021] + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]
 a. 1304 b. 1034 c. 1044 d. 1372

সমাধান: দেওয়া আছে, $x - y = 8$ এবং $xy = 5$
 এখন, $x^3 - y^3 + 8(x + y)^2 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) + 8\{(x - y)^2 + 4xy\}$
 $= 8^3 + 3 \times 5 \times 8 + 8(8^2 + 4 \times 5) = 512 + 120 + 8 \times 84 = 632 + 672 = 1304$
 Ans: a

১২৪. $x + y = 4$, $xy = 5$ হলে, $(x^3 + y^3)^2$ এর মান কত? [পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয় (সহকারী প্রকৌশলী - সিজি)-২০১৭]
 a. 16 b. 4 c. 8 d. 10
 সমাধান: এখানে, $(x^3 + y^3)^2 = \{(x + y)^3 - 3xy(x + y)\}^2 = \{4^3 - (3 \times 5 \times 4)\}^2 = (64 - 60)^2 = 4^2 = 16$
 Ans: a

১২৫. $a + b = c$ হলে $a^3 + b^3 + 3abc$ -এর মান কত? [প্রারম্ভিক প্রশ্ন: ১০৮]
 a. a^2 b. a^3 c. c^2 d. c^3
 সমাধান: দেয়া আছে, $a + b = c$
 $\therefore a^3 + b^3 + 3abc = (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 3abc = c^3 - 3abc + 3abc = c^3$ ($a + b = c$ বলিয়ে)
 Ans: d

শিজে করুন:

১২৬. $x + y = 4$ হলে $x^3 + y^3 + 12xy = ?$ [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান)-২০২১] + [ঘূর্ণিঝড় প্রকৌশলী (জুনিয়র সহকারী পরিচালক)-২০২১]
 a. 64 b. 52 c. 72 d. 84
 Ans: a

[Hints: $x^3 + y^3 + 12xy = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 12xy = (4)^3 - 3xy \times 4 + 12xy = 64 - 12xy + 12xy = 64$]

১২৭. $x - y = 3$ হলে $x^3 - y^3 - 9xy$ -এর মান কত? [প্রারম্ভিক প্রশ্ন: ২০০৮]
 a. 12 b. 15 c. 20 d. 27
 Ans: d

১২৮. $x + y = 2$ হলে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$ [সুরক্ষা বিভাগ, স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)- ২০২১]
 সমাধান: দেওয়া আছে, $x + y = 2$
 L.H.S = $x^3 + y^3 + 6xy$
 $= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 6xy = (2)^3 - 3xy.2 + 6xy = 8 - 6xy + 6xy = 8$ (R.H.S)
 \therefore L.H.S = R.H.S (দেখানো হলো)

১২৯. $x^3 - y^3 = 513$ এবং $x - y = 3$ হলে xy - এর মান কত? [প্রারম্ভিক প্রশ্ন: ১০৯]
 a. 20 b. 25 c. 40 d. 54
 Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $x^3 - y^3 = 513$ এবং $x - y = 3$

১৩০. $x^3 - y^3 = 513$
 $\therefore (x - y)^3 + 3xy(x - y) = 513 \Rightarrow 3^3 + 3xy \times 3 = 513 \Rightarrow 27 + 9xy = 513 \Rightarrow 9xy = 486 \therefore xy = 54$
 ১৩০. $x + y = 2$ এবং $x^2 + y^2 = 4$ হলে $x^3 + y^3$ এর মান কত? [থানা শি: অফিসার-২০০৫]
 a. 5 b. 8 c. 10 d. 12

সমাধান: দেওয়া আছে, $x + y = 2$ এবং $x^2 + y^2 = 4$ (এই দুটি মান সরাসরি $x^3 + y^3$ এর সূত্র প্রয়োগ করা যায় না) তাই একটু ঘুরিয়ে অন্য সূত্র প্রয়োগ করে $x^3 + y^3$ এর মান বের করতে হবে।

অমরা জানি,
 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \Rightarrow 4 = (2)^2 - 2xy \Rightarrow 4 = 4 - 2xy \Rightarrow xy = 0$
 (xy এর মান বের করার পর $x^3 + y^3$ এর মান বের করা সম্ভব।)
 এখন, $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = (2)^3 - 3 \times 0 \times 2 = 8 - 0 = 8$ Ans: 8

(৫. খ) ভগ্নাংশ আকারে আসলে :

১৩১. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [প্রাথমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১] + [কেন্দ্রীয় পুলিশ হাসপাতাল (মেডিক্যাল টেকনোলোজিস্ট): ২০২১]
 a. 1 b. 2 c. 3 d. 4
 Ans: b

লিখিত সমাধান:	শর্টকাট সমাধান: (যেখোঁ মুখে সমাধানের টেকনিক)
$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) = (2)^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$	সূত্র: $\{(মান)^3 \pm 3 \times মান\}$ অর্থাৎ (power) ³ থাকলে প্রথমে তার ঘন করে (+3) অথবা (-3) বসিয়ে আবার ঐ মানটি গুণ করতে হয়। এখানে, (+) এর মান বের করতে বলায় $(2)^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$

১৩২. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [৩০তম বিসিএস] + [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (করভোয়া) ২০১২]
 a. 12 b. 18 c. 21 d. 27
 Ans: b

সমাধান: $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 3^3 - 3.3 = 27 - 9 = 18$ [শেখের বোত করা অংশটিই শর্টকাট]

১৩৩. $x - \frac{1}{x} = 7$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ -এর মান কত? [৩২তম বিসিএস (বিশেষ)]
 a. 54 b. 196 c. 224 d. 364
 Ans: d

সমাধান: $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 7^3 + 3 \times 7 = 343 + 21 = 364$

শিজে করুন:

১৩৪. $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ কত? [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (স্টেইনম্যান)-২০২১] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.২ এর ১২]
 a. 1 b. 2 c. 3 d. 4
 Ans: d
 [Hints: যেহেতু (-) এর মান দেয়া আছে তাই সরাসরি $= 1^3 + 3.1 = 1 + 3 = 4$]

১৩৫. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [প্রাথমিক: প্রধান শি: ২০০৯] + [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]
 a. 9 b. 18 c. 27 d. 36
 Ans: d

১৩৬. $P - \frac{1}{P} = 5$ হলে $P^3 - \frac{1}{P^3}$ এর মান কত? [BRTA (স্টাট মুদ্রাকরিক কাম-কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

- a. 100 b. 120 c. 140 d. 180

১৩৭. মান নির্ণয় করুন: $x + \frac{1}{x} = a$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$ [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (সাব-এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জিনিয়ার)-২০২১]

- a. $a^3 - 3$ b. $a^2 - 2a$ c. $a^3 - 3a$ d. 1

১৩৮. $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [বাদ্য মন্ত্রণালয়(সহ: প্রোগ্রামার): ২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধি: (উচ্চমান সহ)-২০২১]

- a. $8\sqrt{5}$ b. $10\sqrt{2}$ c. 5 d. 8

সমাধান: দেয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

$$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

☐ জেনে রাখুন: $\sqrt{\quad}$ (root) যুক্ত যে কোনো সংখ্যার উপর কিউব অর্থাৎ power³ থাকলে, একটিকে বর্গ করতে হয় যেমন: $(\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, এই নিয়মটি যে কোন সংখ্যার ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। যেমন: $(\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$

☐ নিজে করুন:

১৩৯. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ এর মান কত?

- a. 2 b. $10\sqrt{2}$ c. $2\sqrt{5}$ d. $5\sqrt{5}$

[Hints: (+) এর মান দেয়া আছে তাই $(\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$]

১৪০. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ এর মান কত? [প্রাথমিক সহ: শি:১০(করতোয়া)]+[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]

- a. $3\sqrt{3}$ b. 0 c. $2\sqrt{3}$ d. 9

[Hints: (+) এর মান আছে তাই $(\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$]

১৪১. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা:০৬]

- a. 0 b. 1 c. 3 d. 9

[Hints: $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ বা, $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ এনে আগের নিয়মে করুন]

১৪২. $x - \frac{1}{4} = \sqrt{2}$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(স্কুল পর্যায়)-২০১৭]

- a. $3\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{2}$ c. $5\sqrt{2}$ d. $7\sqrt{2}$

[Hints: (-) এর মান আছে তাই $(\sqrt{2})^3 + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$]

(৫. গ) সরাসরি মান বসানো গেলো:

১৪৩. $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান কত? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয় (স্টোর কিপার)-২০১৯]

- a. 1 b. 8 c. 9 d. 10

সমাধান: $\left(x + \frac{2}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{2}{x} \left(x + \frac{2}{x}\right) = 3^3 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9$ Ans: c

১৪৪. যদি $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হয়, তবে $8a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [নার্সিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের (সিনি: স্টাফ নার্স) নিয়োগ-২০১৮]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 5

সমাধান: দেয়া আছে, $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ Ans: a

$$\Rightarrow (2a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 2 \Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = 6 \therefore 2a + \frac{1}{a} = \sqrt{6}$$

$$\text{সুতরাং } 8a^3 + \frac{1}{a^3} = (2a)^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \left(2a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot 2a \cdot \frac{1}{a} \left(2a + \frac{1}{a}\right) = (\sqrt{6})^3 - 6\sqrt{6} = 0$$

১৪৫. $\sqrt{3} - \frac{1}{x} = x$ হলে, $x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০১৮]

- a. 0 b. $\sqrt{3}$ c. $3\sqrt{3}$ d. 1

সমাধান: $\sqrt{3} - \frac{1}{x} = x \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ Ans: b

$$\text{সুতরাং } x^3 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} = x + \frac{1}{x} + x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{3} + (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

১৪৬. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ হলে, $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত? [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(কলেজ সমপর্যায়)-২০১৯]

- a. $3\sqrt{5}$ b. $4\sqrt{5}$ c. $2\sqrt{5}$ d. $\sqrt{5}$

সমাধান: দেয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5 \therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$

$$\text{সুতরাং } \frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

☐ নিজে করুন:

১৪৭. $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে, $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত? [মৎস ও প্রাণী সম্পদ মন্ত্রণা(মাঠ সহ)-২০১৯], [বাংলাদেশ ব্যাংক(সাধারণ অফিসার)-২০১৯]

- a. 17 b. 18 c. 19 d. 20

[Hints: আগের অংকটির মতই Power³ এর মান বের করতে হবে। এখানে শর্টকাটে (+) মান থাকায় $3^3 - 3 \cdot 3 = 27 - 9 = 18$]

১৪৮. $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}$ হলে $3a^3 - 9a + 1$ এর মান কত? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন (ফুল পর্যায়)-২০১৭]

- a. 12 b. 15 c. 17 d. 11

Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow (a)^3 = (3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}})^3$

$$\Rightarrow a^3 = 3^{\frac{1}{3} \times 3} + 3^{-\frac{1}{3} \times 3} + 3.3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}}.3^{\frac{1}{3}}(3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}) \quad [\text{ঘন এর সূত্র } (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)]$$

$$\Rightarrow a^3 = 3 + 3^{-1} + 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot a$$

$$\Rightarrow a^3 = 3 + \frac{1}{3} + 3a \Rightarrow a^3 = \frac{9+1+9a}{3} \Rightarrow 3a^3 = 10+9a \Rightarrow 3a^3 - 9a = 10 \therefore 3a^3 - 9a + 1 = 10 + 1 = 11$$

পদ্ধতি-০৬: তিন রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন

(৬. ক) তিন রাশির বর্গ বের করা :

সংশ্লিষ্ট সূত্রাবলী:

- (i) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$
- (ii) $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$
- (iii) $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$ [পরামর্শ: প্রথম সূত্রটি মুখস্থ রাখুন এবং অন্য দুটি ১ম টি থেকে বের করুন]

১৪৯. $a + b + c = 15$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 83$ হলে $ab + bc + ca =$ কত? [সরকারী রেলওয়ে সহকারী কমান্ডে ২০০৭]

- a. 24 b. 56 c. 71 d. 84

Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে, $a + b + c = 15$, $a^2 + b^2 + c^2 = 83$

আমরা জানি, $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$

$$\therefore ab + bc + ca = \frac{(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2} = \frac{(15)^2 - 83}{2} = \frac{225 - 83}{2} = \frac{142}{2} = 71$$

১৫০. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x + y + z = 8$ এবং $yz + zx + xy$ এর মান [১৫ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (হাটজ প্যাঙ্ক) - ২০১৯]

- a. -60 b. -30 c. 30 d. 60

Ans: c

সমাধান: আমরা জানি, $2(yz + zx + xy) = (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$

$$\therefore (yz + zx + xy) = \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = \frac{(8)^2 - 4}{2} = \frac{64 - 4}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

১৫১. $a+b+c = 2$ এবং $ab+bc+ca = 1$ হলে $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$ এর মান কত? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (হাটজ প্যাঙ্ক) - ২০২০] + [এনসিটিবি (সিটি লিপিকার কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

- a. 1 b. 3 c. 5 d. 6

Ans: d

সমাধান: $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2bc + c^2 + c^2 + 2ca + a^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= 2\{(a^2 + b^2 + c^2) + (ab + bc + ca)\}$$

$$= 2\{(a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)\} + (1) = 2 \times (2^2 - 2 \times 1) + 1 = 2 \times (4 - 2) + 1 = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7 \text{ (Ans)}$$

নিজে করুন:

১৫২. $a + b + c = 9$, $a^2 + b^2 + c^2 = 29$ হলে $ab + bc + ca$ এর মান কত? [১৬তম বিসিএস]

- a. 10 b. 12 c. 18 d. 26

১৫৩. $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$ হলে $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান? [মহাহিসাব নিরী: ও নিয়: কার্ঘ্য ৯৮]

- a. 8 b. 15 c. 19 d. 21

Ans: d

Ans: c

(৬. খ) তিন রাশির ঘন বের করা :

সংশ্লিষ্ট সূত্র: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 বা, $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$

১৫৪. $a + b + c = 0$ হলে $a^3 + b^3 + c^3$ এর মান কত? [১০ম বিসিএস] + [সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]

- a. 0 b. 1 c. 3abc d. abc

Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে, $a + b + c = 0$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 0 \times (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc = 0 + 3abc = 3abc$$

১৫৫. $x + y + z = 0$ হলে, $\frac{1}{3}(x^3 + y^3 + z^3)$ এর মান কত? [বিভিন্ন মঞ্জালয়/বিভাগ/অধিদপ্তরে (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৮]

- a. 3xy b. -3xy c. -xyz d. xyz

Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $x + y + z = 0$

$$\therefore \frac{1}{3}(x^3 + y^3 + z^3) = \frac{1}{3} \{(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz\}$$

$$= \frac{1}{3} \{0 \times (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz\} = \frac{1}{3} \times 3xyz = xyz \text{ (Ans)}$$

নিজে করুন:

১৫৬. $p + q + r = 0$ হলে, $p^3 + q^3 + r^3$ এর মান কত? [প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক - ০৯ গোলাপ]

- a. pqr b. 3pr c. 3pqr d. 3pq

Ans: c

(৬. গ) পাওয়ার ৫ বা তার বেশি হলে :

এমসিকিউ পরীক্ষায় এরকম প্রশ্ন আসলে সাধারণত শুধু x এর একক মান বের করে হিসেব করতে হয়।
 বড় পাওয়ার দেখে চিন্তা করার কিছু নেই।

১৫৭. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ = কত? [৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা - ২০১২]

- a. 2 b. 4 c. 27 d. 64

Ans: a

সমাধান:

$$\text{দেয়া আছে, } x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$$

$$\text{সুতরাং } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1^5 + \frac{1}{1^5} = 1 + 1 = 2 \text{ (Ans)}$$

১৫৮. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^{2019} + x^{2020}$ মান নির্ণয় করুন?

- a. 0 b. 2 c. 1 d. 4

Ans: b
 সমাধান: $x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 2 \Rightarrow x^2+1 = 2x \Rightarrow x^2-2x+1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \therefore x = 1$
 সুতরাং প্রদত্ত রাশি, $x^{2019} + x^{2020} = 1^{2019} + 1^{2020} = 1 + 1 = 2$ (Ans)

পদ্ধতি-০৭: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

যেগুলো বিভিন্ন পরীক্ষার প্রিলি এবং লিখিত অংশে বার বার আসে এখান থেকে ভালোভাবে সমাধান করলে অনেক পরীক্ষায় ভালো করা যাবে। কারণ যত নিয়োগ পরীক্ষা হয় দেখা যায় ঘুরে ঘুরে ফিরে এগুলোই আসে।

১৫৯. $a^2 - 6a + 1 = 0$ হলে $a + \frac{1}{a} = ?$ [বাংলাদেশ কর্মচারী কল্যাণ বোর্ড (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর): জননিরাপত্তা বিভাগ, স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (স্টামুদ্রাকারিক কাম কম্পিউটার অপারেটর) - ২০২১]

- a. 4 b. 6 c. 8 d. 10

Ans: b
 সমাধান: $a^2 - 6a + 1 = 0 \Rightarrow a^2 + 1 = 6a \Rightarrow a^2 + 1 = 6a \therefore a + \frac{1}{a} = 6$ (a দ্বারা ভাগ করে)

১৬০. $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ (উপ-পরিচালক) - ২০১৮]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 4

Ans: b
 সমাধান: দেয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 + 1 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

১৬১. যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$ [৪০তম বিসিএস প্রিলি] + [সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জনিয়র শিক্ষক) - ২০২১] + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক) - ২০২১]

- a. 3 b. 2 c. 1 d. 0

Ans: d
 সমাধান: দেয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$$\Rightarrow x^4 + 1 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1 \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \text{ Ans: 0}$$

১৬২. $a^4 - 51a^2 + 1 = 0$ হলে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক) - ২০১৯]

- a. ± 9 b. ± 7 c. ± 5 d. ± 3

Ans: b
 সমাধান: $a^4 - 51a^2 + 1 = 0 \Rightarrow a^4 + 1 = 51a^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ [a^2 দ্বারা ভাগ করে]

$$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 51 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 49 \therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{49} = \pm 7 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

১৬৩. $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2$ হলে, $x + \frac{1}{x} =$ কত? [সহকারী পরিবার পরিকল্পনা কর্মকর্তা ২০১৬]

- a. $\sqrt{3}$ b. 2 c. 5 d. $\sqrt{5}$

Ans: d
 সমাধান: $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2 \Rightarrow x^4 + 1 = 3x^2$
 $\Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{3x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$
 $\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

১৬৪. $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? [গতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]

- a. 1 b. $\sqrt{5}$ c. 3 d. $2\sqrt{5}$

Ans: c
 সমাধান: $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{5}x \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \sqrt{5} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

$$\text{সুতরাং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{5})^2 - 2 = 5 - 2 = 3 \text{ Ans: 3}$$

১৬৫. $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$ [ডাক অধিদপ্তরের বিজ্ঞিৎ ও ভারপ্রিয় - ২০১৮]

- a. 0 b. 1 c. 4 d. 10

Ans: b
 সমাধান: $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{3}x \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{\sqrt{3}x}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$\text{সুতরাং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$$

১৬৬. $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ এর মান (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি) + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাকারিক): ২০২১]

- a. $5\sqrt{3}$ b. $3\sqrt{5}$ c. $4\sqrt{5}$ d. $6\sqrt{5}$

Ans: b
 সমাধান: দেয়া আছে, $x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3 \therefore x + \frac{1}{x} = 3$

আবার, আমরা জানি

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 - 4$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4 \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5} \text{ সুতরাং } x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{5} \text{ (মান বসিয়ে)}$$

Attention: প্রশ্নটিতে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ এর মান বের করতে বলা হয়েছে যার সূত্র প্রয়োগ করলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$ হয়। তাই একবার (+) এবং অন্যবার (-) এর মান বের করে তা বসিয়ে উত্তর বের করা হয়েছে।

১৬৭. $x + \frac{1}{x} = 1$ হলে, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$ এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইফার অফিসার)-২০১২]

- a. 2 b. 4 c. 1 d. 8

সমাধান: এরকম দুটা মান একসাথে সমন্বয় করতে চাইলে আলাদা আলাদা মান বের করে শেষে হিসেব করতে হবে। Ans: c

দেয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 1 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = -1$

আবার, $\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$

সুতরাং প্রদত্ত রাশি, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = (-1) \times (-1) = 1$ (Ans)

১৬৮. $a^2 + 1 = 3a$ হলে, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)$ এর মান নির্ণয় করুন। [জেলা প্রশাসকের কার্যালয় চট্টগ্রাম-২০২২]

সমাধান: $a^2 + 1 = 3a \Rightarrow \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{3a}{a}$ [a দিয়ে ভাগ করে] $\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

সুতরাং $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 3^2 - 2 = 7$ এবং $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = 3^3 - 3 \cdot 3 = 18$

$\therefore \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 7 \times 18 = 126$ (Ans)

১৬৯. $a + 3 + \frac{1}{a} = 0$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3} =$ কত? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭] / [সিরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণাঙ্গ. পরিচালক]-২০১৮/ [বাংলাদেশ জাতীয় জাদুঘর (বিভিন্ন পদ)-২০২১]

- a. 18 b. 20 c. -18 d. -20

সমাধান: উল্টাপাল্টা যা ই দেয়া থাক সবগুলোকেই ঘুরিয়ে ফিরিয়ে সূত্রে প্রয়োগ করার মত করে সাজিয়ে নিতে হবে। Ans: c

$a + 3 + \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} = -3$ প্রদত্ত রাশি $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = (-3)^3 - 3(-3) = -27 + 9 = -18$

১৭০. $a^2 = 3a - 1$ হলে $\frac{a^8 + 1}{a^4}$ এর মান—[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

- a. 47 b. 49 c. 51 d. 53

সমাধান: $a^2 = 3a - 1 \Rightarrow a^2 + 1 = 3a \therefore a + \frac{1}{a} = 3$ দ্র মুখে মুখে: $(3^2 - 2)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47$ Ans: a

এখন, $\frac{a^8 + 1}{a^4} = \frac{a^8}{a^4} + \frac{1}{a^4} = a^4 + \frac{1}{a^4} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} - 2 = (3^2 - 2)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 49 - 2 = 47$

১৭১. $x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$ হলে $\frac{x^{12} + 1}{x^6}$ এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

- a. 0 b. 1 c. $\sqrt{2}$ d. 2

Ans: a

সমাধান: দেয়া আছে, $x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{2}x \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ [x দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

এখন, $\frac{x^{12} + 1}{x^6} = \frac{x^{12}}{x^6} + \frac{1}{x^6} = x^6 + \frac{1}{x^6} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2$

$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot \frac{1}{x^3} = \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)\right\}^2 - 2$

$= \left\{\left(\sqrt{2}\right)^3 - 3 \cdot \sqrt{2}\right\}^2 - 2 = (2\sqrt{2} - 3\sqrt{2})^2 - 2 = (-\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$ (Ans:)

১৭২. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$ হবে? [বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১৮]

- a. 2 b. -2 c. 0 d. 1

Ans: a

সমাধান: $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$

$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right) = 0 \therefore x - \frac{1}{x} = 0 \left[\because x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 \neq 0\right]$

$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 0$ (বর্গ করে) $\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ (অর্থাৎ বর্গের মান ২ হলে কিউবের মান ০)

১৭৩. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ - এর মান নির্ণয় করুন। [গাট ও বর মন্ত্রণালয় (ইন্সট্রাক্টর)-২০১৮]

- a. 0 b. 10 c. 20 d. 50

Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ [লবকে হর এবং হরকে লব বানানো হয়েছে মান বসানোর জন্য]

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1 \times \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{2}}$ [লব ও হরকে $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করা হয়েছে]

$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$ [সূত্রের প্রয়োগ] $\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$ [নিচে ৩ থেকে ২ বিয়োগ করলে ১ থাকে তাই কিছু লিখা হয় নি]

সুতরাং $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$ [এভাবে একসাথে মান বের করে নিলে পরে হিসেব সহজ হবে]

প্রদত্ত রাশি: $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \times 3 - 2 = 12 - 2 = 10$ (Ans.)

১৭৪. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ - এর মান নির্ণয় করুন। [৩৮তম বিসিএস প্রিলিঃ (৯ম-১০ম শ্রেণী অনঃ ৩.২ এর উদাঃ ১৬) + [কর অফিসল-২ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [বালুবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ন বিভাগ (অফিস সহকারী কাম মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [বিআইডব্লিউটিএ- (ট্রোপিক সুপারভাইজার)-২০২১] + [কৃষি বিপণন অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১] + [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ পক্ষ (স্টাট মুদ্রাক্ষরিক কম্পিউটার)- ২০২১]

- a. $3\sqrt{2}$ b. $18\sqrt{3}$ c. $12\sqrt{3}$ d. 8

Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ $\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ $\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3} = 8 \times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$ **Ans. $18\sqrt{3}$**

১৭৫. $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [৪৩তম বিসিএস প্রশ্নি:]

- a. $5\sqrt{3}$ b. 52 c. $5\sqrt{2}$ d. $2\sqrt{5}$

Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$ $\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{4} - \sqrt{3}$ সুতরাং $x + \frac{1}{x} = \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2\sqrt{4}$

প্রদত্ত রাশি, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{4})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{4} = 8 \times 4\sqrt{4} - 6\sqrt{4} = 32\sqrt{4} - 6\sqrt{4} = 26\sqrt{4} = 26 \times 2 = 52$ উত্তর:

১৭৬. $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6 - 1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। (৯ম-১০ম শ্রেণী, অন্: ৩.২ এর ১৬)

- a. $46\sqrt{5}$ b. $45\sqrt{5}$ c. $45\sqrt{6}$ d. $46\sqrt{6}$

Ans: a

সমাধান: দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ $\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

সুতরাং $\frac{a^6 - 1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) = (2\sqrt{5})^3 + 3 \times (2\sqrt{5}) = 8 \times 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$

১৭৭. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3}$ এর মান কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮], [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ(৪র্থ পর্যায়)-২০১৯]

- a. $18\sqrt{2}$ b. $24\sqrt{3}$ c. $8\sqrt{2}$ d. $16\sqrt{2}$

Ans: b

সমাধান: $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ $\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ $\therefore a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$ (আগের প্রশ্নগুলোর মতই)

এখন, $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3} = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3\left(a + \frac{1}{a}\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) + 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$
 $= (2\sqrt{3})^3 - 3 \cdot (\sqrt{3})^3 = 8 \cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

১৭৮. $x = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে x^{-1} এর মান কত? [৭ম প্রভাষক নিবন্ধন-২০১১]

- a. $3 + 2\sqrt{2}$ b. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ c. $3 - 2\sqrt{2}$ d. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

Ans: c

সমাধান: $x = 3 + 2\sqrt{2}$

$\therefore x^{-1} = \frac{1}{x} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{1 \times (3 - 2\sqrt{2})}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3)^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = 3 - 2\sqrt{2}$

১৭৯. $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ হলে $\frac{x^2 - 2}{x}$ এর মান হবে [১৪ তম বিজ্ঞান (সহকারী জজ)-২০২১]

- a. $-2\sqrt{3}$ b. $3\sqrt{2}$ c. $2\sqrt{3}$ d. $5\sqrt{2}$

Ans: c

সমাধান: [না বুঝে (+) থাকলেই (-) ধরা যাবে না। পরপর সংখ্যা না থাকলে হিসেব মিলাবে না, এখানে 3 ও 5 থাকায় ভিন্ন হবে]

দেওয়া আছে, $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}$ $\therefore \frac{1}{x} \times 2 = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \times 2$ সুতরাং $\frac{2}{x} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $\frac{x^2 - 2}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{2}{x} = x - \frac{2}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

পদ্ধতি-০৮: বিবিধ প্রশ্ন

১৮০. $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$ হলে $a - (-b) - (-c) - (-d)$ এর মান কত? [১০তম বিসিএস]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

Ans: a

সমাধান: $a - (-b) - (-c) - (-d) = a + b + c + d = 1 + (-1) + 2 + (-2) = 1 - 1 + 2 - 2 = 0$

১৮১. $m = 2$ হলে, $27m^3 + 54m^2 + 36m + 3$ এর মান নির্ণয় করুন। [খাদ্য মন্ত্রণালয়- (সাঁত মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর- (লিখিত)-২০২২)]

সমাধান: $m = 2$

$= 27m^3 + 54m^2 + 36m + 3 = (3m)^3 + 3 \cdot (3m)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3m \cdot (2)^2 + (2)^3 - 5$
 $= (3 \times 2)^3 - 5 = (3 \times 2 + 2)^3 - 5 = 8^3 - 5 = 512 - 5 = 507$

নিজে করুন:

১৮২. $a = 2, b = -1, c = -2, d = 1$ হলে $-a(-b) + (-c)(-d)$ এর মান কত? [বাংলাদেশ পরিস্থান ব্যুরো (অফিস সহায়ক)- ২০২১]

- a. 6 b. 4 c. 0 d. 2

Ans: c

১৮৩. $x = 4, y = -8$ এবং $z = 5$ হলে, $25(x+y)^2 - 20(x+y)(y+z) + 4(y+z)^2$ এর মান কত? [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক কাম কম্পিউটার)-২০২১]

- a. 120 b. 136 c. 172 d. 196

Ans: d

১৮৪. $a - \{a - (a + 1)\} =$ কত? [১১তম বিসিএস] + [NSI (অফিস সহকারী/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]

- a. a - 1 b. 1 c. a d. a + 1

Ans: d

সমাধান: $a - \{a - (a + 1)\} = a - \{a - a - 1\} = a - (-1) = a + 1$

১৮৫. $a - [a - \{a - (a - \overline{a-1})\}] =$ কত? [৩৬তম বিসিএস]

- a. 1 b. -1 c. a - 1 d. a + 1

Ans: c

সমাধান: $a - [a - \{a - (a - a + 1)\}] = a - [a - \{a - 1\}] = a - [a - a + 1] = a - 1$ **Ans:**

(যেহেতু a আছে মোট ৫টি তাই কাটাকাটি শেষে অবশ্যই একটি a অবশিষ্ট থাকবে)

(যেহেতু a আছে মোট ৫টি তাই কাটাকাটি শেষে অবশ্যই একটি a অবশিষ্ট থাকবে)

Important point: a - 1 এর উপরে line bar থাকায় দাগযুক্ত সংখ্যার মাঝের চিহ্ন - থেকে + এ পরিবর্তন হয়েছে।

নিজে করুন:

১৮৬. $a - [a - (a - 1)] = ?$ [জেলা নির্বাচন অফিস: ২০০৪]

- a. a - 1 b. a + 1 c. 2a + 1 d. 2a - 1

Ans: a

Practice Part

১. $x-y=2$ এবং $xy=15$ হলে, $(x+y)$ এর মান কত? [(BREB)(এসিস্ট্যান্ট জেনারেল ম্যানেজার)-২০২২]
 a. 2 b. 5 c. 8 d. 10
২. $x+y=7$ এবং $xy=10$ হলে $(x-y)^3$ এর মান কত? [BCSIR(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২২]
 a. 7 b. 17 c. 21 d. 27
৩. $a+b=8$ এবং $ab=15$ হলে, a^3+b^3 এর মান কত? [চম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ৩]
 a. 145 b. 155 c. 152 d. 160
৪. দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 6 হলে সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর কত?
 a. 6 b. 3 c. 8 d. 5
৫. $2x+3y=13$ এবং $xy=6$ হলে, $8x^3+27y^3$ এর মান নির্ণয় করুন? [চম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ৫]
 a. 695 b. 712 c. 763 d. 793
৬. $x-\frac{1}{x}=2$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান কত?
 a. 6 b. 12 c. 14 d. 24
৭. $a^2+\frac{1}{a^2}=83$ হয়, তবে $a-\frac{1}{a}$ এর মান কত?
 a. 9 b. -9 c. ± 9 d. 0
৮. $b+b^{-1}=2$ হলে, $\frac{2b}{b^2-b+1}$ এর মান [সাধারণ পূলের আওতায় বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (যাকিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]
 a. 2 b. 1 c. 3 d. 5
৯. $x-\frac{1}{x}=p$ হলে $\frac{c}{x(x-p)}$ এর মান কত?
 a. 2c b. $\frac{c}{p}$ c. c d. $\sqrt{p^2c}$
১০. $16x^2+8x+4$ -এর সাথে ন্যূনতম কত যোগ করলে এটি একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে?
 a. 16x b. 16 c. 2 d. 8x
১১. $a-\frac{1}{a}=5$ হলে, $a^3-\frac{1}{a^3}$ এর মান কত? [চম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ১৪]
 a. 170 b. 150 c. 160 d. 140
১২. যদি $a+\frac{1}{a}+2=0$ হয়, তবে $\left(a^{37}+\frac{1}{a^{100}}\right)$ এর মান কত?
 a. -2 b. 3 c. 4 d. -5

উত্তরমালা

১.	c	২.	d	৩.	c	৪.	d	৫.	d	৬.	c
৭.	c	৮.	a	৯.	c	১০.	d	১১.	d	১২.	a

Model Test

পূর্ণমান: ১০

সময়: ১০মিনিট

১. দুইটি সংখ্যার যোগফল 18 এবং তাদের অন্তর 4 হলে, সংখ্যা দুইটি হবে যথাক্রমে-
 a. 10,6 b. 11,7 c. 12,6 d. 14, 4
২. $a^2+\frac{1}{a^2}=102$ হয়, তবে $a-\frac{1}{a}$ এর মান কত?
 a. 10 b. 12 c. 11 d. 5
৩. $x+y=3$ এবং $xy=1$ হলে, x^3+y^3+3xy এর মান কত?
 a. 24 b. 25 c. 22 d. 21
৪. $x+y=6$ এবং $xy=8$ হলে, $(x-y)^2=?$ [হিসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, ২০১০]
 a. 4 b. 6 c. 8 d. 12
৫. $m+\frac{1}{m}=a$ হলে, $m^3+\frac{1}{m^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। [চম -১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.২ এর ১০]
 a. $a^3-\frac{1}{a^3}$ b. $a^3+\frac{1}{a^3}$ c. a^3-3a d. a^3+3a
৬. $p+\frac{1}{p}=5$ হলে $p^3+\frac{1}{p^3}$ কত?
 a. 27 b. 91 c. 112 d. 110
৭. যদি $(x-y)^2=12$ এবং $xy=1$ হয়, তবে $x^2+y^2=?$ [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: অধীনে গুপ্ত সংকেত পরিদপ্তরের সাইবার অফিস: ০৫]
 a. 11 b. 12 c. 13 d. 14
৮. $x-\frac{1}{x}=5$ হলে $x^2+\frac{1}{x^2}$ -এর মান কত? [মাধ্য:সহ:প্রশি:-০৬]
 a. 32 b. 27 c. 25 d. 47
৯. যদি $x^2+y^2=4$ এবং $x^2-y^2=-4$ হয় তাহলে x^4+y^4 is
 a. -16 b. 16 c. 0 d. 8
১০. $a^4+a^2b^2+b^4=3$ এবং $a^2+ab+b^2=3$ হয়, তবে a^2+b^2 এর মান কত? [বাংলাদেশ পুলিশ(অফিস সহায়ক), জাতীয় নদী রক্ষা কমিশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]
 a. 4 b. 6 c. 10 d. 2

উত্তরমালা

১.	b	২.	a	৩.	d	৪.	a	৫.	c
৬.	d	৭.	d	৮.	b	৯.	b	১০.	d

লিখিত অংশ

১. $x + \frac{1}{x} = 7$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। [বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]

সমাধান: $x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} = (7)^3 - 3 \cdot 7 = 343 - 21 = 322$ (Ans:)

নিজ্ঞে করুন:

২. $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? [বাংলাদেশ লোক প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্র (অফিস সহায়ক)-২০২২ (লিখিত)] Ans: 36

৩. $a+b=3$, এবং $ab=2$ হলে a^3+b^3 এর মান নির্ণয় কর। [বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]

সমাধান: $a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 = 27 - 18 = 9$

৪. প্রমাণ করুন যে, $(a+b)^4 - (a-b)^4 = 8ab(a^2+b^2)$ [বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S. } & (a+b)^4 - (a-b)^4 \\ &= \{(a+b)^2\}^2 - \{(a-b)^2\}^2 \\ &= \{(a+b)^2 + (a-b)^2\} \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} = 2(a^2+b^2) \cdot 4ab = 8ab(a^2+b^2) = \text{R.H.S} \end{aligned}$$

৫. $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে, $x^6 + \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় করুন। [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান: দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{1}{x})^2 = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + (\frac{1}{x})^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 3 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

$$\text{এখন, } (x^2 + \frac{1}{x^2})^3 = (5)^3 \text{ [ঘন করে]} \Rightarrow (x^2)^3 + (\frac{1}{x^2})^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} (x^2 + \frac{1}{x^2}) = 125$$

$$\Rightarrow x^6 + \frac{1}{x^6} + (3 \times 5) = 125 \Rightarrow x^6 + \frac{1}{x^6} = 125 - 15 = 110 \therefore x^6 + \frac{1}{x^6} = 110$$

৬. $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$ হলে $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান কত? [৩২তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান: দেওয়া আছে, $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{3}x \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ [x দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{এখন, } \frac{x^6+1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 1 = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \text{ Ans: } 0$$

৭. $2x^2 - 3x = 2$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। [৩৭তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x^2 - 3x = 2$

Learning point:
ধাপে ধাপে power দিয়ে গুণ করে প্রশ্ন সমাধানের প্রয়োজনে, কিভাবে শুধু x কে x^6 বানাতে হয় তা এখান থেকে দেখে নি।

$$\Rightarrow 2x^2 - 2 = 3x \Rightarrow \frac{2x^2}{x} - \frac{2}{x} = \frac{3x}{x} \Rightarrow 2(x - \frac{1}{x}) = 3 \therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{এখন, } x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} (x - \frac{1}{x})$$

$$= (\frac{3}{2})^3 + 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{8} + \frac{9}{2} = \frac{27+36}{8} = \frac{63}{8} \text{ সুতরাং নির্ণেয় মান} = \frac{63}{8}$$

৮. $y = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ হলে, $(y^2 + \frac{1}{y^2})(y^3 - \frac{1}{y^3})$ এর মান নির্ণয় করুন। [৩৫তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান: দেওয়া আছে, $y = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} \text{ (মান বসিয়ে)}$$

$$\text{সুতরাং } y^2 + \frac{1}{y^2} = (y + \frac{1}{y})^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$\text{আবার, } y - \frac{1}{y} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{আবার, } y^3 - \frac{1}{y^3} = (y - \frac{1}{y})^3 + 3 \cdot y \cdot \frac{1}{y} (y - \frac{1}{y}) = (2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 22\sqrt{2}$$

$$\therefore (y^2 + \frac{1}{y^2})(y^3 - \frac{1}{y^3}) = 10 \times 22\sqrt{2} = 220\sqrt{2} \text{ Ans. } 220\sqrt{2}$$

৯. যদি $2x = \frac{2}{x} + 3$ হয় তবে প্রমাণ করুন যে, $8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63$ । [৩৩-তম বিসিএস, লিখিত] [মাধ্যমিক বোর্ড বই II] [জাতীয় গণমাধ্যম ইনস্টিটিউট (অফিস সহকারী কম্পিউটার মন্ত্রাঙ্করিক): ২০২১] + [BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x = \frac{2}{x} + 3 \Rightarrow (2x - \frac{2}{x}) = 3 \Rightarrow 2(x - \frac{1}{x}) = 3 \therefore (x - \frac{1}{x}) = \frac{3}{2}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63 \Rightarrow 8x^3 - \frac{8}{x^3} = 63$ (অনেক প্রশ্নে এভাবে দেয়া আছে, একই প্রশ্ন)

$$\text{L.H.S.} = 8x^3 - \frac{8}{x^3} = 8(x^3 - \frac{1}{x^3}) = 8 \left\{ (x - \frac{1}{x})^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} (x - \frac{1}{x}) \right\} = 8 \left\{ (\frac{3}{2})^3 + 3 \cdot (\frac{3}{2}) \right\}$$

$$= 8 \left\{ \frac{27}{8} + \frac{9}{2} \right\} = 8 \left\{ \frac{27+36}{8} \right\} = 63 = \text{R.H.S} \therefore 8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63 \therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S (Proved)}$$

১০. বিকল্প সমাধান: $2x - \frac{2}{x} = 3 \Rightarrow (2x - \frac{2}{x})^3 = 3^3 \Rightarrow (2x)^3 - (\frac{2}{x})^3 - 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} (2x - \frac{2}{x}) = 27$

$$\Rightarrow 8x^3 - \frac{8}{x^3} - (3 \times 4 \times 3) = 27 \Rightarrow 8x^3 - \frac{8}{x^3} = 27 + 36 = 63 \therefore 8 \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

১০. $2x - \frac{2}{x} = 3$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? [সমাজসেবা অবিদগুর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার টাইপিষ্ট) - ২০১৮- (লিখিত)]

সমাধান: $2x - \frac{2}{x} = 3$ বা, $2 \left(x - \frac{1}{x} \right) = 3 \therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

এখন, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = \left(\frac{3}{2} \right)^2 + 2 = \frac{9}{4} + 2 = \frac{9+8}{4} = \frac{17}{4}$

Ans: $\frac{17}{4}$

১১. $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$ হলে $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত? [প্রবাসী কল্যাণ মন্ত্র: অধিনে- (টেকনিক্যাল এ্যাসিস্টেন্ট)-২০১৮- (লিখিত)]

সমাধান: দেয়া আছে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2 \Rightarrow \frac{x^6+1}{x^3} = 2 \Rightarrow x^6+1 = 2x^3 \Rightarrow (x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 1 + 1^2 = 0$

$$\Rightarrow (x^3 - 1)^2 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \therefore x = 1 \text{ সুতরাং, } x + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{1} = 2$$

Ans: 2

১২. $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$ [ব্রাহ্মী মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

সমাধান: দেয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = m \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a} \right)^2 = m^2 \Rightarrow a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a} \right)^2 = m^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = m^2 + 2$

$$\Rightarrow \left(a^2 + \frac{1}{a^2} \right)^2 = (m^2 + 2)^2 \Rightarrow (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2} \right)^2 = (m^2)^2 + 2 \cdot m^2 \cdot 2 + 2^2$$

$$\therefore \left(a^4 + \frac{1}{a^4} \right) = m^4 + 4m^2 + 4 \therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S} \text{ (দেখানো হলো)}$$

নিজে করুন:

১৩. $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$ [ব্রাহ্মী মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

১৪. $a^4 - a^2 + 1 = 0$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$ [বাংলাদেশ সুপ্রিম কোর্টের হাইকোর্ট বিভাগ (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২০]

সমাধান: দেয়া আছে, $a^4 - a^2 + 1 = 0 \Rightarrow a^4 + 1 = a^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 1$ [a^2 দিয়ে ভাগ করে]

$$\Rightarrow \left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2a \cdot \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \left(a + \frac{1}{a} \right)^2 = 3 \therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$$

এখন, প্রমাণ করতে হবে যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$

$$\text{L.H.S} = a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a} \right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a} \right) = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 = (\text{R.H.S}) \text{ (Proved)}$$

উৎপাদকে বিশ্লেষণ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সাধারণ উৎপাদকের প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৪	বহুপদী রাশির উৎপাদক নির্ণয়
পদ্ধতি-০২	Middle term এর মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়	পদ্ধতি-০৫	উৎপাদকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়		
Practice Part		Model Test	
উৎপাদকে বিশ্লেষণের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

কোন রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেযোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়। কোন বীজগাণিতিক রাশির উৎপাদক নির্ণয় করার পর রাশিটিকে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়। বীজগাণিতিক রাশিগুলো এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট (বহুপদী) হতে পারে। সেজন্য উক্ত রাশির উৎপাদকগুলোরও এক বা একাধিক পদ বিশিষ্ট হতে পারে।

উৎপাদক কী?

প্যাটিগণিতের ক্ষেত্রে: কোন সংখ্যাকে যতগুলো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় তাদেরকে ঐ সংখ্যাটির উৎপাদক বলে, যেমন: ১৫ সংখ্যাটিকে ১৫, ৫, ৩ এবং ১ দ্বারা ভাগ করা যায়। তাই ১৫, ৫, ৩, ৩, ৩ ১৫ এর উৎপাদক। কিন্তু ৬ সংখ্যাটি ১৫ এর উৎপাদক নয় কারণ ৬ দ্বারা ১৫ কে ভাগ করা যায় না।

বীজগণিতের ক্ষেত্রে: প্রদত্ত রাশিটিকে যে রাশিগুলো দিয়ে ভাগ করা যায় তাদেরকে উক্ত রাশিটির উৎপাদক বলে। যেমন:

$a^2 - b^2$ বীজগণিতীয় রাশিটির দুটি উৎপাদক হচ্ছে $(a+b)$ এবং $(a-b)$, অর্থাৎ $(a+b)$ এবং $(a-b)$ উভয় রাশি দ্বারা $a^2 - b^2$ কে নিঃশেষে ভাগ করা যায়।

সাধারণ উৎপাদকে বিশ্লেষণ অংকগুলো বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রচুর আসে। কিন্তু সমস্যা হলো অপশনে যে চারটি উত্তর দেয়া থাকে তা প্রায় একই রকম। তাই নিয়ম না জেনে শুধু উত্তর থেকে অংক মেলানো খুব জটিল। অংকগুলো খুব দ্রুত পারার জন্য কিছু টেকনিক অনুসরণ করতে হবে, যা এই অধ্যায়ের শেষে সুন্দরভাবে আলোচনা করা হয়েছে।

এই অধ্যায়ের সাথে সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ

01.	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
02.	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
03.	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

উৎপাদকের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : সাধারণ উৎপাদকের প্রশ্ন

(১.ক) বর্গের সূত্র প্রয়োগে উৎপাদক নির্ণয় করা :

১. a^2-4 এর উৎপাদক কোনটি? (প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয়-২০০৪)

সমাধান:
 $a^2 - 4 = a^2 - 2^2$
 $= (a + 2)(a - 2)$

২. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x - y$ [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]

সমাধান: $x - y = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2$
 $= (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$

৩. $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক (৩২৩২৬তম বিসিএস)+ [NSI (ফিল্ড অফিসার): ২০২১] + রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১ + [BRTA (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

a. $x+y+1$ b. $x-y+1$
 c. $y-x+1$ d. $x-y-1$ Ans: b

সমাধান:
 $x^2 - y^2 + 2y - 1$ (এখানে মাঝে 2y দেখে বুঝতে হবে $y^2 + 2y - 1$ নিয়ে একটি সূত্র প্রয়োগ করা যাবে)
 $= x^2 - (y^2 - 2y + 1)$ {(-) স্ক্রুতে কমন নিয়ে $(y^2 - 2y + 1)$ একপাশে আনা হয়েছে যেন সূত্র প্রয়োগ করা যায়}
 $= x^2 - (y-1)^2 = (x+y-1)(x-y+1)$

৪. $x^2 - y^2 - 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক $x+y+1$ হলে অপর উৎপাদকটি কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]

a. $x+y-1$ b. $x-y+1$
 c. $y-x+1$ d. $x-y-1$ Ans: d

সমাধান:
 $x^2 - y^2 - 2y - 1$
 $x^2 - (y^2 + 2y + 1)$
 $= x^2 - (y+1)^2 = (x+y+1)(x-y-1)$

সুতরাং অপর উৎপাদকটি = $x-y-1$

৫. $x^2 + 2xy - 2yz - z^2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ-ট্রেন মাস্টার)-২০১৮]

সমাধান:
 $x^2 + 2xy - 2yz - z^2$
 $= x^2 - z^2 + 2xy - 2yz$
 $= (x+z)(x-z) + 2y(x-z)$
 $= (x-z)(x+2y+z)$ Ans: $(x-z)(x+2y+z)$

৬. $x^2 - y^2 + 4y - 4$ এর একটি উৎপাদক (প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ-শিক্ষক-১২)

a. $x+y-2$ b. $x+y+2$
 c. $x-y-2$ d. $x-2y+1$ Ans: a

সমাধান:
 $x^2 - y^2 + 4y - 4$
 $= x^2 - (y^2 - 4y + 4)$
 $= x^2 - (y-2)^2 = (x+y-2)(x-y+2)$

৭. $ay + a - y^2 - 2y - 1$ [গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

সমাধান:
 $ay + a - y^2 - 2y - 1$
 $= a(y+1) - (y^2 + 2y + 1)$
 $= a(y+1) - (y+1)^2$
 $= a(y+1) - (y+1)(y+1)$
 $= (y+1)(a - y - 1)$ (Ans)

নিজে করুন:
 ৮. $x + xy + 2y + 2y^2$ উৎপাদক কত? [বাংলাদেশ সিকিউরিটি এন্ড চেক কমিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]
 উত্তর: $(1+y)(x+2y)$

৯. $x^2 - y(y-2) - 1$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (ফুল পর্যায়-২)-২০১৯]
 উত্তর: $(x+y-1)(x-y+1)$

১০. $x^2 - y^2 + 2x + 1$ এর একটি উৎপাদক কত? [NSI- (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]
 উত্তর: $(x+y+1)(x-y+1)$

১১. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $a^2 + 2ab - 2b - 1$ [চম শ্রেণি অনূ. ৪.৩] + প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১ + বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অফিস সহকারী)-২০২১ + [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২২]

a. $(a-1)(a+2b+1)$
 b. $(a+1)(a+2b+1)$
 c. $(a-1)(a+2b-1)$
 d. $(a-1)(a-2b-1)$ Ans: a

সমাধান: $(b^2$ নিয়ে আসলে দুটা সূত্র তৈরী হবে)
 $a^2 + 2ab - 2b - 1$
 $= a^2 - 1 + 2ab - 2b$
 $= (a+1)(a-1) + 2b(a-1) = (a-1)(a+2b+1)$ (Ans)

১২. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $2bd - a^2 - c^2 + b^2 + d^2 + 2ac$ [কেন্দ্রীয় পুলিশ হাসপাতাল (মেডিক্যাল টেকনোলজিস্ট): ২০২১] উত্তর: $(b+d+a-c)(b+d-a+c)$

১৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2 - 2ax + (a+b)(a-b)$ (সংশোধন মন্ত্রণালয়-০৭)

সমাধান:
 $x^2 - 2ax + (a+b)(a-b)$ {এই অংকে 2ax নিয়ে ভাবুন}
 $= x^2 - 2ax + a^2 - b^2$
 $= (x-a)^2 - b^2 = (x-a+b)(x-a-b)$ (Ans)

১৪. $a^4 + 4$ এর উৎপাদক কি কি? [১২তম বিসিএস]

সমাধান:
 $a^4 + 4$
 $= (a^2)^2 + 2^2$
 $= (a^2 + 2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 2$ ($a^2 + b^2$ এর সূত্র প্রয়োগ)
 $= (a^2 + 2)^2 - (2a)^2$ ($a^2 - b^2$ এর সূত্র প্রয়োগ করার জন্য এভাবে সাজানো হয়েছে)
 $= (a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$

১৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন $x^4 - 64$? [বরাইল মজ (অফিস-সহ): ২০১৬]

সমাধান:
 $x^4 - 64$
 $= (x^2)^2 - 8^2$
 $= (x^2 + 8)(x^2 - 8)$
 $= (x^2 + 8)(x^2 - (2\sqrt{2})^2)$
 $= (x^2 + 8)(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2})$ (Ans)

নিজে করুন:

১৬. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $a^4 - b^4$ [সরকারি যানবহন অধিদপ্তর(অফিস সহায়ক): ২০২১]
 উত্তর: $(a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$

১৭. $4x^4 + 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন। (সংশোধন মন্ত্রণালয়-০৭) + তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

সমাধান:
 $4x^4 + 1$
 $= (2x^2)^2 + 1^2$
 $= (2x^2 + 1)^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot 1$
 $= (2x^2 + 1)^2 - (2x)^2$
 $= (2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 2x + 1)$

১৮. $x^4 - 2x^2 + 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন। [কটমস এগ্রাইজ ও ভ্যাট কমিশনারেট, ঢাকা (দক্ষিণ)-(সিপিই)- ২০২১]

সমাধান:
 $x^4 - 2x^2 + 1$
 $= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2$
 $= (x^2 - 1)^2$
 $= \{(x+1)(x-1)\}^2 = (x+1)^2(x-1)^2$

১৯. $2y^4 - 14y^2 + 2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? (৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১০)

সমাধান:
 $2y^4 - 14y^2 + 2$ (সবগুলোতে সংখ্যা থাকলে কমন)
 $= 2(y^4 - 7y^2 + 1)$
 $= 2\{(y^2)^2 + 2 \cdot y^2 \cdot 1 + 1^2 - 9y^2\}$
 $= 2\{(y^2 + 1)^2 - (3y)^2\}$
 $= 2(y^2 + 3y + 1)(y^2 - 3y + 1)$

২০. $x^4 + x^2 + 1$ এর একটি উৎপাদক $x^2 + x + 1$ অপর উৎপাদকটি কত? [যাহ্ন অধিদপ্তর(মেডিক্যাল টেকনোলজিস্ট): ২০২০]

সমাধান:
 $x^4 + x^2 + 1$ (এই অংশের সরাসরি কোন সূত্র নেই, তাই একটু ঘুরিয়ে লিখতে হবে)
 $= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2 - x^2$ ($a^2 + b^2$ সূত্র প্রয়োগ করা হয়েছে, কিন্তু তাতে x^2 বেশি লেখা হয়েছে তাই শেষে $-x^2$)
 $= (x^2 + 1)^2 - x^2$ ($a^2 - b^2$ সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)
 $= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$ [এই লাইনটি না লিখে সরাসরি সাজিয়ে পরের লাইন লিখুন।]
 $= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ Ans: $(x^2 - x + 1)$

নিজে করুন:

২১. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ এর একটি উৎপাদক $a^2 + ab + b^2$ হলে অপর উৎপাদক কত? [ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৪] (হুবহু উপরের অংকটির মতই) Ans: $a^2 - ab + b^2$

(১.খ) ঘন এর সূত্র প্রয়োগে উৎপাদক নির্ণয় :

২২. কোনটি a^3+1 এর উৎপাদক কোনটি? (মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তরের অধীনে প্রদর্শক-০৪)
 হ্রস্বসমাধান: $a^3+1 = (a+1)(a^2-a+1)$

২৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন, $8a^3+27b^3$ [কৃষি বিপন্নন অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]
 উত্তর: $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$

২৪. a^3-1 এর একটি উৎপাদক $a-1$ হলে অপরটি কত? (ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৪)

হ্রস্বসমাধান: $a^3-1 = (a-1)(a^2+a+1)$ Ans: (a^2+a+1)

২৫. x^3-x এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? (বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১০)

হ্রস্বসমাধান: $x^3-x = x(x^2-1) = x(x+1)(x-1)$

২৬. x^3-8 এর উৎপাদক কোনটি? (পাসপোর্ট এন্ড ইমিগ্রেশন অফিসার-০৩)

হ্রস্বসমাধান: $x^3-8 = (x-2)(x^2+2x+4)$ (Ans)

২৭. $a^3+\frac{1}{8}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাওয়া যায়- (বিএসটিআই ল্যাব সহকারী পরীক্ষা-১০)

হ্রস্বসমাধান: $a^3+\frac{1}{8} = a^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$

পদ্ধতি-০২ : Middle Term এর মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়

Middle Term Factor: একটি রাশিকে সর্বোচ্চ ঘাত থেকে সর্বনিম্ন ঘাতে সাজালে যদি ax^2+bx+c আকার ধারণ করে তবে তাকে মধ্যপদী প্রক্রিয়ায় উৎপাদক বিশ্লেষণ করা যায় অর্থাৎ প্রথম রাশি এর উপরের পাওয়ারের অর্ধেক মাঝের রাশিতে থাকলে (প্রথম ঘাত ও দ্বিতীয় ঘাতের অনুপাত ২:১ হতে হবে) তাহলে তা Middle Term Factor- এর নিয়মানুসারে উৎপাদক করতে হয়।

ax^2+bx+c আকারের রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের নিয়ম দেয়া হলো:

প্রথম ও শেষ রাশি গুণ করার পর প্রদত্ত রাশিটিকে এমনভাবে দুটি রাশিতে ভাগতে হবে যেন ঐ রাশি দুটি যোগ অথবা বিয়োগ করে মাঝখানের রাশিটির সমান হয়। এক্ষেত্রে শেষের রাশিটির

আগে + থাকলে ঐ রাশি দুটি যোগ করতে হবে, এবং শেষের রাশিটির আগে - চিহ্ন থাকলে রাশি দুটি বিয়োগ করে মাঝের রাশিটি আনতে হয়। যেমন:

৩১. x^2-x-2 এর একটি উৎপাদক- (ব্রহ্মী মন্ত্রণালয়ের মানক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ, উপ-পরিচালক)-২০১৮/ বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯/বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

a. $(x+1)$ b. $(x+2)$
 c. $(x-3)$ d. $(x-1)$ Ans: a

হ্রস্বসমাধান: $x^2-x-2 = x(x-2)+1(x-2) = (x-2)(x+1)$

৩২. $x^2-7x+12$ এর একটি উৎপাদক $(x-3)$ হলে অপরটি কত? (বেবিকক (এরোড্রাম ফায়ার শীডার)-২০২১)

a. $(x-4)$ b. $(x-5)$
 c. $(x+4)$ d. $(x+3)$ Ans: a

হ্রস্বসমাধান: (সর্ব প্রথমে 12 কে এমনভাবে দুটি সংখ্যায় ভাঙ্গুন যাতে সংখ্যা দুটি যোগ করে 7 হয় যোগ হবে কারণ ১২ আগে যোগ আছে। $3 \times 4 = 12$ ও $4+3=7$)

$x^2-7x+12 = x^2-4x-3x+12$ (4 এবং 3 যোগ করতে হবে কিন্তু $= x^2-4x-3x+12$ (4 এবং 3 যোগ করতে হবে কিন্তু 7 এর পূর্বে - আছে তাই দুটোতেই - দেয়া হয়েছে)
 $= x(x-4)-3(x-4) = (x-4)(x-3)$

৩৩. $x^2-7x+12=0$ হলে x এর মান কত? (BCSIR- (অফিস সহকারী)-মার্চ-2022)

a. 3, 4 b. 2, 5
 c. 7, 5 d. 6, 2 Ans: a

হ্রস্বসমাধান: (সমীকরণ আকারে আসলেও নিয়ম একই)

$x^2-7x+12=0$
 $\Rightarrow x^2-4x-3x+12=0$
 $\Rightarrow x(x-4)-3(x-4)=0$
 $\Rightarrow (x-4)(x-3)=0 \therefore x=(3,4)$ (Ans)

৩৪. x^2+x-6 এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? (CGA (Auditor)-2021)

a. $(x-2)(x+3)$ b. $(x+2)(x-3)$
 c. $(x-3)(x-2)$ d. $(x+2)(x+3)$ Ans: a

হ্রস্বসমাধান: $x^2+x-6 = x^2+3x-2x-6 = x(x+3)-2(x+3) = (x+3)(x-2)$

৩৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2+7x+12$ [সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

উত্তর: $(x+3)(x+4)$

৩৬. x^2-7x+6 এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি? [IBBL (ATO)-17] + [পেট্রোলিং (হিসাব সহ): ২০১৯] + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের বিভিন্ন পদ-২০২১]

a. $(x-2)(x-3)$ b. $(x-1)(x+8)$
 c. $(x-1)(x-6)$ d. $(x+1)(x+6)$ Ans: c

হ্রস্বসমাধান: $x^2-7x+6 = x^2-6x-x+6 = x(x-6)-1(x-6) = (x-1)(x-6)$ উত্তর:

৩৭. $x^2-37x-650$ [মম-১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]

হ্রস্বসমাধান: বড় সংখ্যা আসলেও নিয়ম একই:
 $x^2-37x-650$

$= x^2-50x+13x-650 = x(x-50)+13(x-50) = (x-50)(x+13)$

৩৮. $9x^2y^2-5xy^2-14y^2$ [মম-১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]

হ্রস্বসমাধান: $9x^2y^2-5xy^2-14y^2 = y^2(9x^2-5x-14) = y^2\{9x^2-14x+9x-14\} = y^2\{x(9x-14)+1(9x-14)\} = y^2(x+1)(9x-14)$

৩৯. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2-3x-28$ [সুরক্ষা সেবা বিভাগ(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

উত্তর: $(x-7)(x+4)$

৪০. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: x^2+x-20 [কৃষি বিপন্নন অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]

উত্তর: $(x+5)(x-4)$

৪১. $x^2-2x-15$ এর একটি উৎপাদক কোনটি? (তথ্য মন্ত্র-০৬)

a. $x-5$ b. $x-3$
 c. $x+5$ d. $x+2$ Ans: a
 [Hints: $x^2-5x+3x-15$]

৪২. $m^2+8m+15$ এর উৎপাদক কত? (প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১২)

[Hints: $m^2+5m+3m+15$] উত্তর: $(m+5)(m+3)$

প্রথমে সংখ্যা দেয়া থাকলে:

প্রথম সংখ্যাটি দিয়ে শেষের সংখ্যাটিকে গুণ করে যে গুণফল বের হবে তাকে এমনভাবে দুটি সংখ্যায় ভাগতে হবে যেন সংখ্যা দুটি যোগ অথবা বিয়োগ করে মাঝের সংখ্যাটির সমান হয়।

এক্ষেত্রে, শেষের সংখ্যার আগে + চিহ্ন থাকলে ঐ সংখ্যা দুটি যোগ করতে হবে এবং শেষের সংখ্যাটির আগে - চিহ্ন থাকলে ঐ সংখ্যা দুটি বিয়োগ করতে হবে। উৎপাদকের অংক করার সময় এই কথাটি সিরিয়াসলি মনে রাখতে হবে।

৪৩. $3x^2+x-10$ এর একটি উৎপাদক $x+2$ হলে অপরটি কত? [CAAB-(এরোড্রাম/ইন্সপেক্টর/সহকারী হিসাবরক্ষক/সহকারী নিরীক্ষা কর্মকর্তা)-উপ-সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০২১] + [বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]

a. $2x-5$ b. $2x+5$
 c. $3x-5$ d. $3x+5$ Ans: c
 হ্রস্বসমাধান: $3x^2+x-10 = 3x^2+6x-5x-10 = 3x(x+2)-5(x+2) = (x+2)(3x-5)$

৪৪. $3x^2-x-14$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে কি হয়?
[DPDC-এর সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট: ২০২১]
a. $(3x+7)(x+2)$ b. $(3x-7)(x+2)$
c. $(3x+7)(x-2)$ d. $(3x-7)(x-2)$ Ans: b

৪৫. $2x^2-x-3$ এর উৎপাদক কোনটি? [বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ
(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

সমাধান:
 $2x^2-x-3$
 $= 2x^2+2x-3x-3$
 $= 2x(x+1)-3(x+1) = (x+1)(2x-3)$

৪৬. $2x^2-xy-6y^2$ এর উৎপাদক- (প্রাথমিক সহ: শিক্ষক-১০)

সমাধান:
 $2x^2-xy-6y^2$
 $= 2x^2-4xy+3xy-6y^2$
 $= 2x(x-2y)+3y(x-2y) = (x-2y)(2x+3y)$

৪৭. $3x^2-16x-12$ রাশিটির উৎপাদক বিশ্লেষণ নিচের কোনটি? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

a. $(3x-2)(x+6)$ b. $(3x-2)(x-6)$
c. $(x-6)(3x+2)$ d. $3(x-6)(x-2)$ Ans: c

৪৮. $9x^2-9x-4$ এর উৎপাদক কোনটি? [হিসাব মহানিরন্তকের
কার্যালয় নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০] + [বেসামরিক বিমান চলাচল
কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]

a. $(3x+1)(3x+4)$ b. $(3+x)(3x-4)$
c. $(3x+1)(3x-4)$ d. $(3x+1)(4x+3)$ Ans: c

সমাধান:
 $9x^2-9x-4$
 $= 9x^2-12x+3x-4$
 $= 3x(3x-4)+1(3x-4) = (3x-4)(3x+1)$

৪৯. $4x^2+5x-6$ এর উৎপাদক কোনটি? [তথ্য ও যোগাযোগ
প্রযুক্তি বিভাগ (অফিস সহকারী)-২০২১]

সমাধান:
 $4x^2+5x-6$ (প্রথমেই ৪ দিয়ে ৬ কে গুণ = ২৪, ২৪ কে
এমনভাবে ভাগতে হবে যেন বিয়োগ করে ৫ আসে)
 $= 4x^2+8x-3x-6$
(এখানে $8x \times 3x = 24x^2$ এবং $8x-3x = 5x$)
 $= 4x(x+2)-3(x+2) = (x+2)(4x-3)$

নিজে করুন:

৫০. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $4x^2-4x-3$ [জাতীয় দক্ষতা
উন্নয়ন কর্তৃপক্ষ (অফিস সহায়ক)-২০২১]
Ans: $(2x-3)(2x+1)$

৫১. $12x^2+7x-10$ এর উৎপাদক- (প্রাথমিক সহ: শিক্ষক-১০)

সমাধান:
 $12x^2+7x-10$
 $[12 \times 10 = 120$ তাই $15 \times 8 = 120$ এবং $15-8 = 7$]
 $= 12x^2+15x-8x-10$
 $= 3x(4x+5)-2(4x+5) = (4x+5)(3x-2)$

৫২. $4x^2-13x-12$ এর উৎপাদক কত? (প্রাথমিক বিদ্যালয়
সহকারী শিক্ষক-১২)

সমাধান:
 $4x^2-13x-12$
 $= 4x^2-16x+3x-12$
 $= 4x(x-4)+3(x-4) = (x-4)(4x+3)$

৫৩. $2x^2+x-15$ এর উৎপাদক কোনটি? (২৪তম বিসিএস
+ [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান বুরো (চেইনম্যান)-২০২১])

a. $(x+3)(2x-5)$ b. $(x+3)(2x+5)$
c. $(x+3)(2x+5)$ d. $(x-3)(2x-5)$ Ans: a

সমাধান: $2x^2+x-15$
 $= 2x^2+6x-5x-15$
 $= 2x(x+3)-5(x+3) = (x+3)(2x-5)$

নিজে করুন:

৫৪. $2x^2-x-15$ এর উৎপাদক হবে- (১২তম বিসিএস)
a. $(x-3)(2x+5)$ b. $(x-2)(2x+5)$
c. $(x+3)(2x+5)$ d. $(x+3)(3x+5)$ Ans: a

৫৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $2a^2-6a-20$ [বাদ্য অধিদপ্তর
(বিভিন্ন পদ): ২০২০]

সমাধান: $2(a^2-3a-10)$
 $= 2(a^2-5a+2a-10)$
 $= 2(a-5)(a+2)$

৫৬. $2a^2+7ab-15b^2$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ রত হয়।
[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-
২০২১] + [কম্পিউটার অপারেটর (অর্থনৈতিক সম্পর্ক বিভাগ)-
২০২১]

a. $(a+5b)(2a-3b)$ b. $(a-5b)(2a+3b)$
c. $(a-5b)(2a-3b)$ d. $(a-5b)(a+5b)$ Ans: b
সমাধান: $2a^2+7ab-15b^2$
 $= 2a^2+10ab-3ab-15b^2$
 $= 2a(a+5b)-3b(a+5b)$
 $= (a+5b)(2a-3b)$ (উত্তর)

নিজে করুন:

৫৭. $2x^2-x-3$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (১২তম
বিসিএস) + [পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (কাশ)-২০১৮]
a. $2x+3$ b. $x-1$
c. $x+1$ d. $2x+3x$ Ans: c

৬৮. $3x^2-7x-6$ এর উৎপাদক কোনটি? (প্রাথমিক বিদ্যালয়
প্রধান শিক্ষক-০৯)

[Hints: $6 \times 3 = 18$ তাই $9 \times 2 = 18$ এবং $-9+2 = -7$]
উত্তর: $(x-3)(3x+2)$

৬৯. $2x^2-5x-7$ এর উৎপাদক কোনটি? (প্রাথমিক বিদ্যালয়
প্রধান শিক্ষক-০৯) উত্তর: $(2x-7)(x+1)$

৭০. $6x^2-7x-5$ এর একটি উৎপাদক $3x-5$ হলে
অপরটি- [বেবিচক (প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইসপেক্টর)-২০২১]
a. $2x-1$ b. $2x+1$
c. $2x^2+1$ d. $2x+5$ Ans: b

৭১. $35-2x-x^2$ এর একটি উৎপাদক $(7+x)$ হলে
অপরটি- [বাংলাদেশ বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ
(CABB)-এর (মেডিকেল অফিসার/এরোজেন্ন সহ)-২০২১]
a. $7-x$ b. $5-x$
c. $5+x$ d. $12-x$ Ans: b

সমাধান: $35-2x-x^2$
 $= 35-7x+5x-x^2$
 $= 7(5-x)+x(5-x) = (5-x)(7+x)$

৬২. $-4a^2+23a+6$ এর উৎপাদক কোনটি? (অর্থমন্ত্রণা-০৯)

সমাধান:
 $-4a^2+23a+6$ [প্রথমে (-) থাকলেও নিয়ম একই, এখন ও শেষ
সংখ্যার গুণফলকে ভাগতে হবে]
 $= -4a^2+24a-a+6$
 $= -4a(a-6)-1(a-6)$
 $= (a-6)(-4a-1)$ [এখানে দ্বিতীয় অংশে দুটি সংখ্যার
গুরুতে (-) আছে তাই (-) কমন নিতে হবে]
 $= (a-6)\{-1(4a+1)\}$
 $= (a-6)(-1)(4a+1)$
 $= (-a+6)(4a+1)$ [(-1) কে প্রথম রাশির সাথে গুণ]
 $= (6-a)(4a+1)$ [১ম রাশিটি ঘুরিয়ে লেখা হয়েছে]
[শুদ্ধ পরীক্ষা : উত্তর দুটি গুণ করলে প্রথম রাশিটা আসবে]

পদ্ধতি-০৩: ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়

উৎপাদকের কোন প্রপঞ্চলো ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে করতে হবে?

সাধারণত, যখন কোন রাশির প্রথম পদের চলকের ঘাত যত দেয়া থাকে পরের পদের চলকের ঘাত তার অর্ধেক না থাকলে ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয় করতে হয়। যেমন: x^3+x-6 এবং $2x^4-3x^3-3x-2$ রাশিগুলোর উৎপাদক ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে নির্ণয় করতে হবে। কিন্তু x^2+x-6 বা, x^4+x^2-12 রাশিগুলোর উৎপাদক Middle term এর মাধ্যমে বের করা যাবে।

ভাগশেষ উপপাদ্যের উৎপাদক অংকগুলো যেভাবে করতে হবে।

উৎপাদক = 0 ধরে, x এর মান সরাসরি উত্তরে বসাবেন।
x এর মান বসানোর পর যদি শূন্য (0) হয় তাহাই সঠিক উত্তর।
f(a) = 0 হলে x = a উহার একটি উৎপাদক।
x - a = 0 ∴ x = a

মনে রাখতে হবে ভাগশেষ উপপাদ্যের ক্ষেত্রে যে মানের জন্য উক্ত রাশিটির মান শূন্য হবে সেটি হবে উক্ত রাশির একটি উৎপাদক। যেমন, a = -1 বসালে যদি শূন্য হয় তবে (a + 1) হবে রাশিটির একটি উৎপাদক।

৬৩. $a^3-21a-20$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন [যুব ও উন্নয়ন
অধিদপ্তর (ক্রেডিট সুপারভাইজার)-২০২১]

a. $(a-1)(a-5)(a+4)$ b. $(a+1)(a-5)(a+4)$
c. $(a+1)(a-5)(a-4)$ d. কোনটিই নয় Ans: b

সমাধান:
প্রথম রাশিতে ঘন থাকলে সাধারণ নিয়মের মতো উৎপাদক করা যাবে না। তখন প্রথমে x এর এমন একটি মান ধরতে হবে যা বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান শূন্য হয়।

এখানে প্রদত্ত রাশিটি $a^3-21a-20$ যাতে x -এর যায়গায় -1 বসালে রাশিটির মান শূন্য হয়। এখন এই a = -1 কে +1 বানিয়ে (a+1) হলো এই রাশিটির একটি উৎপাদক। তাহলে সমাধান হবে

∴ প্রদত্ত রাশিটি

$a^3-21a-20$
 $= a^3+a^2-a^2-a-20a-20$ (২য় লাইনটি লিখার আগে ৩য়
লাইনে তিনটিতে (a+1) ফাঁকা রেখে ৩বার লিখুন। এবং
প্রথম লাইনটিকে মেলানোর জন্য যা যা গুণ করা দরকার তা
দিয়ে গুণ করে ২য় লাইনটি আনুন)
 $= a^2(a+1)-a(a+1)-20(a+1)$ (এখানে প্রতিটি রাশিতে
(a+1) আছে তাই (a+1) কমন নিয়ে যা থাকবে তা লিখতে হবে)
 $= (a+1)(a^2-a-20)$ (এখানে আবার ২য় অংশটির মিডিল
টার্ম উৎপাদক হবে)
 $= (a+1)(a^2-5a+4a-20)$
 $= (a+1)\{a(a-5)+4(a-5)\} = (a+1)(a-5)(a+4)$

৬৪. $x^3 - x - 6$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি? (b-m প্রভাষক নিয়োগ পরীক্ষা-১২)

সমাধান: এখানে, $f(x) = 2$ বসালে রাশিটির মান 0 হয়।

$$\begin{aligned} &\therefore x^3 - x - 6 \\ &= x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + 3x - 6 \\ &= x^2(x-2) + 2x(x-2) + 3(x-2) \text{ [প্রথম লাইন লিখার পর এই লাইন আগে, তারপর ২য় লাইন লিখতে হবে]} \\ &= (x-2)(x^2 + 2x + 3) \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

৬৫. $x^4 - 19x - 20$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? / কারা তত্ত্বাবধায়ক নিয়োগ পরীক্ষা-২০০৬/

- a. $x+3$ b. $x-3$
c. $x-1$ d. $x+1$ Ans: d

সমাধান: ধরি, $f(x) = x^4 - 19x - 20$

$(x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি $f(-1) = 0$ হয়।

$$\therefore f(-1) = (-1)^4 - 19(-1) - 20 = 1 + 19 - 20 = 20 - 20 = 0$$

$\therefore (x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

নির্ভেদ করুন: ৬৬. $x^3 + 3x + 36$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: / ভূমি সংস্কার বোর্ড (অফিস সহায়ক): ২০২১/ উত্তর: $(x+3)(x^2 - 3x + 12)$ [$f(x) = -3$ ধরলে রাশি মান শূন্য হয় তাই $(x+3)$ ধরে করুন]

৬৭. $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ / ঠম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪/

সমাধান: ধরি, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$
 $\therefore f(2) = 2^3 - 3(2)^2 + 4(2) - 4 = 8 - 12 + 8 - 4 = 16 - 16 = 0$

সুতরাং ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে-
 $(x-2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} &\text{প্রদত্ত রাশি, } x^3 - 3x^2 + 4x - 4 \\ &= x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4 \\ &= x^2(x-2) - x(x-2) + 2(x-2) \\ &= (x-2)(x^2 - x + 2) \end{aligned}$$

৬৮. $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$ / ঠম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪/

সমাধান: এখানে, a কে চলক এবং b কে সহগ বা ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করে উৎপাদক নির্ণয় করা যায়।

$$\begin{aligned} &\text{ধরি, } f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3 \\ &f(b) = b^3 - 7b^2 \cdot b + 7 \cdot b \cdot b^2 - b^3 \\ &= b^3 - 7b^3 + 7b^3 - b^3 = 8b^3 - 8b^3 = 0 \end{aligned}$$

সুতরাং ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে

$$\begin{aligned} &(a-b), f(a) \text{ এর একটি উৎপাদক} \\ &\text{প্রদত্ত রাশি } = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= a^3 - a^2b - 6a^2b + 6ab^2 + ab^2 - b^3 \\ &= a^2(a-b) - 6ab(a-b) + b^2(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 - 6ab + b^2) \end{aligned}$$

৬৯. $x^3 - x - 24$ / ঠম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪/

সমাধান: ধরি, $f(x) = x^3 - x - 24$
 $\therefore f(3) = 3^3 - 3 - 24 = 27 - 27 = 0$

\therefore ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে
যেহেতু $(x-3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
প্রদত্ত রাশি $= x^3 - x - 24$
 $= x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24$
 $= x^2(x-3) + 3x(x-3) + 8(x-3)$
 $= (x-3)(x^2 + 3x + 8)$

৭০. $(x+5)(x-9) - 15$ এর উৎপাদক কোনটি? / বাংলাদেশ বেসরকারি বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (CAAB) এর (সহকারি নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১/

- a. $x+10$ b. $x-10$
c. $x-8$ d. $x-6$ Ans: b

সমাধান: ধরি, $f(x) = (x+5)(x-9) - 15$ । এখন অপশন টেস্ট করে $f(x) = 0$ হলে সেই অপশনই নির্ণেয় উৎপাদক হবে।
 $f(-10) = (-10+5)(-10-9) - 15 = (-5)(-19) - 15 = 95 - 15 = 80$
 $f(10) = (10+5)(10-9) - 15 = 15 - 15 = 0$
 $\therefore (x+5)(x-9) - 15$ এর একটি উৎপাদক হলো $= x-10$

যেহেতু $(x+5)(x-9) - 15$ এর একটি উৎপাদক হলো $= x-10$ ।
অতএব $(x-10)$ $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

৭১. $4x^4 - 25x^2 + 36$ কত? (মহাহিসাবরক্ষক ও নিরীক্ষক-১৮)
সমাধান: $4x^4 - 25x^2 + 36 = 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36 = 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4) = (x^2 - 4)(4x^2 - 9) = (x^2 - 2^2) \{ (2x)^2 - 3^2 \} = (x+2)(x-2)(2x+3)(2x-3)$ (Ans)

নির্ভেদ করুন: ৭২. $3a^3 + 2a + 5$ Ans: $(a+1)(3a^2 - 3a + 5)$
৭৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন, $x^3 + 3x^2 + 2x - 120$ Ans: $(x-4)(x^2 + 7x + 30)$

৭৪. $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$ / ঠম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪/ Ans: $(x+y)(x-3y)(x+2y)$

Special Technique: x এর মান কত ধরলে সম্পূর্ণ রাশি মান শূন্য হবে? এটা খুব সহজে বের করার জন্য রাশিটির শেষের সংখ্যার উৎপাদক হিসেবে নিতে হয়। যেমন: $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ রাশিতে x এর মান হতে হলে তা দিয়ে অবশ্যই 6 কে ভাগ করা যেতে হবে। এজন্য সংখ্যাগুলো হতে পারে, $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ ঠিক একই ভাবে $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$ রাশিতে a এর মান $\pm b$ ধরতে হবে।

পদ্ধতি: ০৪: বহুপদী রাশির উৎপাদক নির্ণয়

আগে বুঝুন: যে সব বীজগাণিতিক রাশির সর্বোচ্চ ঘাত ৩ বা তার চেয়ে বেশি সে সবার রাশিকে বহুপদী রাশি বলে। এসকল রাশির উৎপাদক গুলোকে বহুপদী উৎপাদক বলে।

[Note: সর্বোচ্চ ঘাত ২টি হলে দ্বিপদী রাশি বলে যা এই অধ্যায়ের শুরুতে আলোচনা করা হয়েছে।] এক্ষেত্রে উৎপাদক বের করার সহজ নিয়ম হলো ফাংশনের মাধ্যমে উৎপাদক বের করা। তবে এমসিকিউ পরীক্ষার জন্য উত্তরের অপশন থেকে সমাধান করা খুব সহজ। নিচের সমাধান করা প্রশ্নগুলো দেখুন।

৭৫. $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$ এর নিচের কোন উৎপাদকটি সংশ্লিষ্ট নহে? / ঠম-১০ম শ্রেণী, (অনু: ৩.৪ এর ১২) / ICAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১/

সমাধান: ধরি, $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$
 $\therefore f(2) = 2 \times 2^4 - 3 \times 2^3 - 3 \times 2 - 2 = 32 - 24 - 6 - 2 = 32 - 32 = 0$
 $\therefore (x-2)$ প্রদত্ত ফাংশনের একটি উৎপাদক।
এখন, $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2 = 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2 = 2x^3(x-2) + x^2(x-2) + 2x(x-2) + 1(x-2) = (x-2)(2x^3 + x^2 + 2x + 1) = (x-2) \{ x^2(2x+1) + 1(2x+1) \} = (x-2)(2x+1)(x^2 + 1)$ [এই তিনটি উৎপাদক]

সুতরাং রাশিটির উৎপাদক নয়, অপশন (c). $x^2 - 1$

শটকাট সমাধান: (MCQ পরীক্ষার জন্য সময় কম)
(a) $x-2$ থেকে, $f(x) = 2$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয়।
(b) $2x+1$ থেকে, $f(x) = -\frac{1}{2}$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয়।
(c) x^2-1 থেকে, $f(x) = 1$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয় না।
(d) x^2+1 থেকে, $f(x) = -1$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয়।
সুতরাং অপশনগুলোর মধ্যে উৎপাদক নয় (c) $x^2 - 1$ (উত্তর)

৭৬. কোনটি $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2$ এর একটি উৎপাদক?
a. $x+1$ b. $x-1$ c. $x+2$ d. $x-2$ Ans: b

সংশ্লিষ্ট সমাধান: ধরি, $f(x) = 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2$

$$\begin{aligned} &\therefore f(1) = 2 \times 1^4 - 5 \times 1^3 + 6 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 \\ &= 2 - 5 + 6 - 5 + 2 = 10 - 10 = 0 \\ &\therefore (x-1) \text{ প্রদত্ত ফাংশনের একটি উৎপাদক।} \end{aligned}$$

এখন, $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2 = 2x^4 - 2x^3 - 3x^3 + 3x^2 + 3x^2 - 3x - 2x + 2 = 2x^3(x-1) - 3x^2(x-1) + 3x(x-1) - 2(x-1) = (x-1)(2x^3 - 3x^2 + 3x - 2) = (x-1)(2x^3 - 2x^2 - x^2 + x + 2x - 2) = (x-1) \{ 2x^2(x-1) - x(x-1) + 2(x-1) \} = (x-1)(x-1)(2x^2 - x + 2)$

শটকাট সমাধান: (MCQ এর জন্য বেস্ট নিয়ম)
অপশন ৪ টির মধ্যে $x = -1, 1, -2$ অথবা, ২ বসালে দেখা যাবে শুধু $x = 1$ বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 আসবে। বাকীগুলো দিয়ে আসবে না। তাই উত্তর হবে $(x-1)$

৭৭. $3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$ রাশিটির একটি উৎপাদক হচ্ছে- (৩০তম বিসিএস) / মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি)-২০২১/

a. $x+2$ b. $x+1$
c. $x-1$ d. $x-2$ Ans: b
সমাধান: ধরি, $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$
 $\therefore f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1)^2 - 21(-1) - 20 = -3 + 2 + 21 - 20 = 23 - 23 = 0$
সুতরাং $x = -1$ বসালে যেহেতু সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হয় $\therefore (x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

নিজে করুন:

৭৮. $p^4 - 3p^3 - 2p + 4$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?

[সমাজসেবা অধিদপ্তর-২০১০]

- ক. $p-1$ খ. $p+1$
 গ. $p+2$ ঘ. $p-2$ Ans. a

৭৯. $2x^3 - 5x^2 + 6x - 3$ বহুপদীর একটি উৎপাদক কোনটি?

- ক. $x-1$ খ. $x-2$ Ans. a
 গ. $x-3$ ঘ. $x+2$

৮০. $x^2 + 7x + p$ যদি $x=5$ ঘরা বিভাজ্য হয়, তবে p এর মান কত হবে? (NBR-2015)

- a. 30 b. -30
 c. -60 d. 5 Ans. c

সমাধান:

যেহেতু এখানে $x=5$ হচ্ছে সম্পূর্ণ রাশিটির একটি উৎপাদক তাহলে $x=5$ বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হবে। তাই লিখতে হবে

ধরি $f(x) = x^2 + 7x + p$

$\therefore f(5) = 5^2 + 7 \cdot 5 + p = 0$ {হতে হবে}

$\Rightarrow 25 + 35 + p = 0 \Rightarrow 60 + p = 0 \therefore p = -60$

অর্থাৎ $x=5$ বসালে p এর মান -60 হয়। উত্তর: -60

৮১. $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $x-2$

হলে, a এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans. d

সমাধান:

ধরি, $f(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$

$(x-2)$, $f(x)$ এর 1টি উৎপাদক হলে অবশ্যই $f(2) = 0$ হবে

পদ্ধতি-০৫: উৎপাদকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

এই অংশ এবং লিখিত অংশের প্রশ্নগুলো ভালো করে সমাধান করুন। বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রিলি এর সাথে সাথে এই প্রশ্নগুলো লিখিত পরীক্ষার জন্য প্রচুর পরিমাণে এসে থাকে।

৮৮. $a^3 + 3a + 36$ (৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.৪ এর ৫)

- a. $(a-3)(a^2+3a-12)$ b. $(a+3)(a^2-3a+12)$
 c. $(a+3)(a^2+3a+12)$ d. $(a-3)(a^2-3a+12)$

সমাধান:

$a^3 + 3a + 36$

$= a^3 + 27 + 3a + 9$

$= (a)^3 + (3)^3 + 3(a+3)$

$= (a+3)(a^2-3a+9) + 3(a+3)$

$= (a+3)(a^2-3a+9+3) = (a+3)(a^2-3a+12)$

সুতরাং মান বসিয়ে, $2^4 - 5(2)^3 + 7(2)^2 - a = 0$
 $\Rightarrow 16 - 40 + 28 - a = 0 \Rightarrow 4 - a = 0 \therefore a = 4$

নিজে করুন:

৮২. যদি $2x^3 + x^2 + ax - 9$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x+3)$ হয়, তবে a এর মান কত?

- a. -17 b. 16
 c. -18 d. -19

Ans. c

৮৩. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ এর উৎপাদক কোনটি? (সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহশিক্ষক-০৮) +1৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কুল)-২০১৯

সমাধান:

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ { $f(x) = 1$ ধরে }

$= x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6$

$= x^2(x-1) - 5x(x-1) + 6(x-1)$

$= (x-1)(x^2 - 5x + 6)$

$= (x-1)(x^2 - 3x - 2x + 6)$

$= (x-1)\{x(x-3) - 2(x-3)\}$

$= (x-1)(x-2)(x-3)$ (Ans:)

নিজে করুন:

৮৪. $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 8x + 5$ বহুপদীর একটি উৎপাদক?

- a. $x-2$ b. $x+1$
 c. $x-1$ d. $x+3$ Ans: b

৮৫. $a^3 - 2a^2 - 10a - 8$ (৯ম-১০ম শ্রেণী অনু: ৩.৪)

উত্তর: $(a+1)(a-4)(a+2)$

৮৬. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ (৯ম-১০ম শ্রেণী অনু: ৩.৪)

উত্তর: $(x+1)(x+2)(x+3)$

৮৭. $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$ (৯ম-১০ম শ্রেণী অনু: ৩.৪)

উত্তর: $(x-2)(2x+1)(x^2+1)$

৯০. $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$ এর একটি উৎপাদক $(a-b)$ হলে অপর উৎপাদকটি কত? [CAAB (SO)-2021]

- a. $2a^2 + 5ab - 8a^2$ b. $2a^2 - 5ab + 8a^2$
 c. $2a^2 + 5ab + 8a^2$ d. কোনটিই নয় Ans: c

সমাধান: (সাধারণ নিয়মে)

$a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$

$= a^3 - b^3 + (a+b)^3 - 8b^3$

$= a^3 - b^3 + (a+b)^3 - (2b)^3$

$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b-2b)\{(a+b)^2 + (a+b) \times 2b$

$+ (2b)^2\}$

$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)$

$(a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2)$

$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a^2 + 4ab + 7b^2)$

$= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2)$

$= (a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2)$

\therefore অপর উৎপাদকটি $= (2a^2 + 5ab + 8b^2)$

৯১. বিকল্প সমাধান: (ফাংশনের মাধ্যমে)

$a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$

$= a^3 - 9b^3 + a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$= 2a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - 8b^3$ (এই লাইনের পর ১ লাইন গ্যাপ)

$= 2a^3 - 2a^2b + 5a^2b - 5ab^2 + 8ab^2 - 8b^3$

$= 2a^2(a-b) + 5ab(a-b) + 8b^2(a-b)$ [(a-b) ৩ বার]

$= (a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2)$

সুতরাং অপর উৎপাদকটি $= (2a^2 + 5ab + 8b^2)$

৯২. $ax^2 + (a^2+1)x + a$ যুব ও উন্নয়ন অধিদপ্তর (ড্রেডিট সুপারভাইজার)-২০২১। +সরকারি যানবহন অধি: (অফিস সহ:)-২০২১। +শিক্ষা প্রকৌশল অধি:(হিসাবারক্ষক)-২০২১।

a. $(x+a)(ax-1)$ b. $(x-a)(ax+1)$

c. $(x-a)(ax-1)$ d. $(x+a)(ax+1)$ Ans. d

সমাধান: $ax^2 + (a^2+1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x+a) + 1(x+a) = (x+a)(ax+1)$

৯৩. $2\sqrt{2}x^3 + 125$ এর সঠিক উৎপাদকের বিশ্লেষণ কোনটি? [সমাজ কল্যাণ অধিদপ্তর - ২০১০]

সমাধান: $2\sqrt{2}x^3 + 125$
 $= (\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2}x^3 + 125$ [$2 = (\sqrt{2})^2$ লেখা যায়]
 $= (\sqrt{2})^3 x^3 + 125$
 $= (\sqrt{2}x)^3 + 5^3$

$= (\sqrt{2}x + 5) \{ (\sqrt{2}x)^2 - \sqrt{2}x \cdot 5 + 5^2 \}$
 $= (\sqrt{2}x + 5)(2x^2 - 5\sqrt{2}x + 25)$ Ans:

৯৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $2(x+y)^2 - 3(x+y) - 2$ [বরাদ্দ মত: জননিরাপত্তা বিভাগ(কপিউটার অপারেটর): ২০২১]

সমাধান:
 $2(x+y)^2 - 3(x+y) - 2$
 $= 2a^2 - 3a - 2$ [$x+y = a$ ধরে]
 $= 2a^2 - 4a + a - 2$
 $= 2a(a-2) + 1(a-2)$
 $= (a-2)(2a+1)$
 $= (x+y-2)\{2(x+y)+1\}$ [মান বসিয়ে]

$= (x+y-2)(2x+2y+1)$ (উত্তর)

৯৪. $3(a^2 + 2a) - 22(a^2 + 2a) + 40$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন। (৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ৩.৩)। +প্রধান ব্রহ্মচার পরিদর্শকের কার্যালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]

সমাধান:

$3(a^2+2a) - 22(a^2+2a) + 40$
 $= 3x^2 - 22x + 40$ [$a^2+2a = x$ ধরে]
 $= 3x^2 - 12x - 10x + 40$
 $= 3x(x-4) - 10(x-4)$
 $= (x-4)(3x-10)$
 $= (a^2+2a-4)\{3(a^2+2a)-10\}$ (x এর মান বসিয়ে)

$= (a^2+2a-4)(3a^2+6a-10)$

৯৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2 + ax - (3a-2)(4a-2)$ [খাদ্য অধিদপ্তর (বিভিন্ন পদ): ২০২০]

সমাধান:

ধরি, $4a - 2 = p$ (i)
 এবং $3a - 2 = q$ (ii)

(i) - (ii) করে পাই, $a = p - q$

$\therefore x^2 + (p-q)x - pq$
 $= x^2 + px - qx - pq$
 $= x(x+p) - q(x+p)$
 $= (x+p)(x-q) = (x+4a-2)(x-3a+2)$

৯৬. $x^2 - x - (a+1)(a+2)$ (৮ম শ্রেণি অনু: ৩.৩)

সমাধান:

$x^2 - x - (a+1)(a+2)$
 $= x^2 - x - (a+1)(a+1+1)$
 $= x^2 - x - p(p+1)$ [$a+1 = p$ ধরে]
 $= x^2 - x - p^2 - p$
 $= x^2 - p^2 - x - p$
 $= (x+p)(x-p) - 1(x+p)$
 $= (x+p)(x-p-1) = (x+a+1)(x-a-2)$ [মান বসিয়ে]

৯৭. $x^2 + 2x - (a+1)(a+3)$

সমাধান:

$x^2 + 2x - (a+1)(a+3)$
 $= x^2 + 2x - (a+1)(a+1+2)$

∴ (a + 1) = p ধরলে রাশিটি দাঁড়ায়
 $x^2 + 2x - p(p+2)$
 $= x^2 + 2x - p^2 - 2p$
 $= x^2 - p^2 + 2x - 2p$
 $= (x+p)(x-p) + 2(x-p)$
 $= (x-p)(x+p+2)$
 $= (x-a-1)(x+a+1+2)$ [p এর মান বসিয়ে]
 $= (x-a-1)(x+a+3)$ (Ans)

৯৮. উৎপাদক বিশ্লেষণ করুন: $x^2 - \left(\frac{2}{a} - 3a\right)x - 6$ [খাদ্য]

মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১

সমাধান: $x^2 - \left(\frac{2}{a} - 3a\right)x - 6$
 $= x^2 - \frac{2x}{a} + 3ax - 6$
 $= x^2 + 3ax - \frac{2x}{a} - 6$
 $= x(x+3a) - \frac{2}{a}(x+3a) = (x+3a)\left(x - \frac{2}{a}\right)$ (Ans)

৯৯. $(x^2-x)^2 + 3(x^2-x) - 40$ [চম শ্রেণি অনু. ৪.৩]
 সমাধান: $(x^2-x)^2 + 3(x^2-x) - 40$
 ধরি, $x^2-x = a$
 $a^2 + 3a - 40$
 $= a^2 + 8a - 5a - 40$
 $= a(a+8) - 5(a+8)$
 $= (a+8)(a-5) = (x^2-x+8)(x^2-x-5)$ (Ans)

১০০. $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

সমাধান:
 মনে করি, $a-b = x, b-c = y, c-a = z$
 তাহলে, $x+y+z = a-b+b-c+c-a = 0$
 সুতরাং প্রদত্ত রাশি $= (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$
 $= x^3 + y^3 + z^3$
 $= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz + 3xyz$
 $= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz$
 $= 0 \times (x^2+y^2+z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz$
 $= 3xyz$ (এখানে মান বসাতে হবে।)
 $= 3(a-b)(b-c)(c-a)$ Ans.

Practice Part

নিচের প্রশ্নগুলো উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন:

- $x^2 + 7x - 120$ [চম শ্রেণী, অনু: ৪.৩ এর ২৪]
- $15x^2 - 11xy - 12y^2$ [চম শ্রেণী, অনু: ৪.৩ এর ৪৩]
- $3x^2 - 75x^3$ [চম শ্রেণি অনু. ৪.৩]
- $36 - 12x + x^2$ [চম শ্রেণি অনু. ৪.৩]
- $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$ [চম শ্রেণি অনু. ৪.৩]
- $16y^2 - a^2 - 6a - 9$ [চম শ্রেণি অনু. ৪.৩]
- $x^4 + x^2 - 20$ [চম - ১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]
- $2x^2 - 5x - 7$ এর উৎপাদক- [প্রাথমিক-প্রশ্ন: -২০০৯]
- $3x^2 - 7x - 6$ এর উৎপাদক- [প্রাথমিক-প্রশ্ন: -২০০৯]
- $8x^2 - 34x + 21$ এর উৎপাদক কোনটি?
- $4a^2 + 11a + 6 = 0$ হলে, $a =$ কত? [বাংলাদেশ গ্যাসফিল্ড কোম্পানি-১১]
- $2a^2 - a - 3$ এর উৎপাদক কোনটি? [সড়ক ও জনপদ অধি-১০]

- $9x^2 + 18x - 40$ রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে, উৎপাদক হবে- [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-০৬]
- $35x^2 - x - 12$ [বিটিভির প্রশাসনিক কর্মকর্তা পরীক্ষা-০৪]
- $7x^3 - 8x^2 + 6x - 36$ বহুপদীর একটি উৎপাদক হবে-
 ক. $(x+3)$ খ. $(x-4)$
 গ. $(x-7)$ ঘ. $(x-2)$
- $x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$ বহুপদীর একটি উৎপাদক
 ক. $x+5$ খ. $x+2$
 গ. $x+1$ ঘ. কোনটিই নয়
- উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন $a^3 - 9 + (a+1)^3$ [চম-১০ম শ্রেণি অনু. ৩.৪ উদাহরণ]
- $8a + ap^3$ [চম শ্রেণি অনু. ৪.৩]
- $2a^3 + 16b^3$ [চম শ্রেণি অনু. ৪.৩]
- $\frac{a^6}{27} - b^6$ [চম - ১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]

উত্তরমালা

১. $(x+15)(x-8)$	২. $(3x-4y)(5x+3y)$	৩. $3x(1+5x)(1-5x)$
৪. $(x-6)^2$	৫. $(a-b+p)(a-b-p)$	৬. $(4y+a+3)(4y-a-3)$
৭. $(x+2)(x-2)(x^2+5)$	৮. $(2x-7)(x+1)$	৯. $(x-3)(3x+2)$
১০. $(2x-7)(4x-3)$	১১. $a = (-2, -3/4)$	১২. $(2a-3)(a+1)$
১৩. $(3x+10)(3x-4)$	১৪. $(5x-3)(7x+4)$	১৫. $(x-2)$
১৬. $(x+1)$	১৭. $(a-1)(2a^2+5a+8)$	১৮. $a(2+p)(4-2p+p^2)$
১৯. $2(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$	২০. $\left(\frac{a^2}{3} - b^2\right)\left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right)$	

Model Test

পূর্ণমান: ১০

সময়: ১০ মিনিট

- $x^3 - 8$ এর উৎপাদক কোনটি?
 a. $x-2$ b. $x-4$
 c. $x^2 - x - 2$ d. $x^2 - 2x - 2$
- $8a^3 + 8a - 5$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?
 a. $(2a+1)$ b. $(2a-1)$
 c. $(a+1)$ d. $(a-1)$
- $x^3 + 3x + 36$ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।
 a. $(x+3)(x^2-3x+12)$ b. $(x-3)(x^2-3x+12)$
 c. $(x+3)(x^2+3x+12)$ d. $(x+2)(x^2-3x+12)$
- $2x^2 - x - 3$ এর উৎপাদক- [প্রাথমিক-প্রশ্ন: -০৯]
 a. $(x+1)(2x+3)$ b. $(x+1)(2x-3)$
 c. $(x-1)(2x-3)$ d. $(x+1)(2x-4)$
- $4x^4 + 1$ এর একটি উৎপাদক
 a. $(2x^2+2x-1)(2x^2-2x+1)$
 b. $(2x^2+2x+1)(2x^2-2x-1)$
 c. $(2x^2+2x-1)(2x^2-2x-1)$
 d. $(2x^2+2x+1)(2x^2-2x+1)$

- $x^2 - 3x - 10$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ করুন?
 a. $(x-2)(x-5)$ b. $(x+3)(x-5)$
 c. $(x+2)(x-5)$ d. $(x+2)(x+5)$
- $a^3 - a$ এর একটি উৎপাদক কোনটি?
 a. $(a+3)$ b. $(a+2)$
 c. $(a+1)$ d. $(a-2)$
- $a^3 + \frac{1}{27}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাওয়া যায়-
 a. $a + \frac{1}{2}$ b. $a + \frac{1}{3}$
 c. $a+3$ d. $a + \frac{1}{4}$
- $4a^2 + 11ax + 6x^2$ এর উৎপাদক কোনগুলো?
 a. $(a+2x)(2a+3x)$ b. $(a+2x)(a+3x)$
 c. $(a+2x)(4a+3x)$ d. $(3a+2x)(4a+3x)$
- $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ বহুপদীর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?
 a. $x-1$ b. $x-2$
 c. $x+2$ d. $x+1$

উত্তরমালা

১. a	২. b	৩. a	৪. b	৫. d
৬. c	৭. c	৮. b	৯. c	১০. d

লিখিত অংশ

অনেক পরীক্ষার লিখিত অংশে এই অধ্যায় থেকে প্রায়ই প্রশ্ন এসে থাকে। এবং লিখিত পরীক্ষার উৎপাদকের প্রশ্নগুলো সাধারণ এমসিকিউ পরীক্ষার প্রশ্নের উৎপাদক অংকগুলোর থেকে একটু কঠিন হয়। নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন, এবং যুক্ত বুঝে অন্য প্রশ্নগুলোর সমাধান করুন।

1. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$ বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)

সমাধান: $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
 $= (a-b)^3 - b^3$
 $= (a-b)\{(a-b)^2+(a-b)b+b^2\}$
 $= (a-2b)\{a^2-2ab+b^2+ab-b^2+b^2\}$
 $= (a-2b)(a^2-ab+b^2)$ (Ans:)

2. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$ (৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)। ৯ম-১০ম-৩.৪ উদাহরণ। এনসিটিবি(স্টোর পার্ট): ২০২১)

সমাধান: (সরাসরি কমন যায়, তাই ফাংশন লাগবে না)
 $54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$
 $= 27x^3(2x+a) - 8(2x+a)$
 $= (2x+a)(27x^3-8)$
 $= (2x+a)\{(3x)^3-2^3\}$
 $= (2x+a)(3x-2)\{(3x)^2+3x\cdot 2+2^2\}$
 $= (2x+a)(3x-2)(9x^2+6x+4)$ (Ans)

3. $12x^2 + 35x + 18$ (৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)।

সমাধান:
 $12x^2 + 35x + 18$
 $= 12x^2 + 27x + 8x + 18$
 $= 3x(4x + 9) + 2(4x + 9)$
 $= (4x + 9)(3x + 2)$ Ans:

4. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $(a-1)x^2+a^2xy+(a+1)y^2$ [মহা হিসাব নিয়ন্ত্রক(অডিটর)-২০২২]। ৩১তম বিসিএস (লিখিত)। ৯ম-১০ম শ্রেণি: ৩.৩/

সমাধান:
 ধরি, $a+1 = p$; $a-1 = q$
 $\therefore (a+1)(a-1) = pq$ (গুণ করে)
 $\Rightarrow a^2-1 = pq \therefore a^2 = pq+1$
 সুতরাং $(a-1)x^2+a^2xy+(a+1)y^2$
 $= qx^2 + (pq+1)xy + py^2$
 $= qx^2+pqxy+xy+py^2$

$= qx(x+py) + y(x+py)$
 $= (x+py)(qx+y)$
 $= \{x+(a+1)y\}\{(a-1)x+y\}$ [p ও q এর মান বসিয়ে।]
 $= (x+ay+y)(ax-x+y)$ (Ans)

5. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $a(a+1)(a+2)(a+3)-15$ (৩০তম বিসিএস লিখিত। খাদ্য মঞ্জুরাণ(সহ প্রোগ্রামা): ২০২১)

সমাধান:
 $a(a+1)(a+2)(a+3)-15$
 $= \{(a+1)(a+2)\}\{a(a+3)\} - 15$
 $= (a^2+3a+2)(a^2+3a) - 15$
 $= (p+2)p - 15$ [$a^2+3a = p$ ধরে।]
 $= p^2+2p-15$
 $= p^2+5p-3p-15$
 $= (p+5)(p-3)$
 $= (a^2+3a+5)(a^2+3a-3)$ উত্তর:

6. উৎপাদক বিশ্লেষণ করুন: $x^4 - 4x + 3$ (৩৫তম বিসিএস লিখিত)

সমাধান: এই অংকটি সাধারণ নিয়মে উৎপাদকের নিয়মে করা যাবে না। তাই ফাংশনের উৎপাদকের নিয়ম অনুসারে ধরি $f(x) = x^4 - 4x + 3$
 $\therefore f(1) = 1^4 - 4 \cdot 1 + 3 = 4 - 4 = 0$
 অর্থাৎ $x = 1$ বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হয়। তাই $(x-1)$ রাশিটির একটি উৎপাদক। (1 হলে -1 নিতে হবে)
 তাহলে আমরা লিখতে পারি,

$x^4 - 4x + 3$
 $= x^4 - x^3 + x^3 - x^2 + x^2 - x - 3x + 3$
 $= x^3(x-1) + x^2(x-1) + x(x-1) - 3(x-1)$
 $= (x-1)(x^3+x^2+x-3)$
 [একই নিয়মে আবার $x=1$ বসিয়ে উৎপাদক বের করতে হবে।]
 $= (x-1)(x^3-x^2+2x^2-2x+3x-3)$
 $= (x-1)\{x^2(x-1)+2x(x-1)+3(x-1)\}$
 $= (x-1)(x-1)(x^2+2x+3)$
 $= (x-1)^2(x^2+2x+3)$ Ans:

7. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $3x^5 + 2x + 5$ (৩২তম বিসিএস, লিখিত)

সমাধান:
 ধরি, $f(x) = 3x^5 + 2x + 5$
 $\therefore f(-1) = 3(-1)^5 + 2(-1) + 5 = -3 - 2 + 5 = -5 + 5 = 0$
 সুতরাং $(x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।
 এখন প্রদত্ত রাশি, $3x^5 + 2x + 5$
 $= 3x^5 + 3x^4 - 3x^4 - 3x^3 + 3x^3 + 3x^2 - 3x^2 - 3x + 5x + 5$
 $= 3x^4(x+1) - 3x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 3x(x+1) + 5(x+1)$
 $= (x+1)(3x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 5)$ (Ans)

8. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $a^3 - 3a^2b + 2b^3$ (২৯তম বিসিএস, লিখিত)

সমাধান: ধরি, $f(a) = a^3 - 3a^2b + 2b^3$
 $\therefore f(b) = b^3 - 3b^2 \cdot b + 2b^3$
 $= b^3 - 3b^3 + 2b^3 = 3b^3 - 3b^3 = 0$
 \therefore সুতরাং প্রদত্ত রাশিটির মান শূন্য হবে যদি $a = b$ বসানো যায়। সুতরাং $(a-b)$ উহার একটি উৎপাদক।
 $\therefore a^3 - 3a^2b + 2b^3$
 $= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 - 2ab^2 + 2b^3$
 $= a^2(a-b) - 2ab(a-b) - 2b^2(a-b)$
 $= (a-b)(a^2 - 2ab - 2b^2)$ (Ans)

9. $18x^3 + 15x^2 - x - 2$ (৯ম-১০ম বোর্ড বই ৩.৪ উদাঃ)

সমাধান:
 ধরি, $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$
 $\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 18\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 15\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 2$
 $= 18 \cdot \frac{-1}{8} + 15 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2$
 $= \frac{-9+15+2-8}{4} = \frac{17-17}{4} = 0$
 $\therefore (2x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন,
 $18x^3 + 15x^2 - x - 2$
 $= 18x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 3x - 4x - 2$
 $= 9x^2(2x+1) + 3x(2x+1) - 2(2x+1)$
 $= (2x+1)(9x^2+3x-2)$
 $= (2x+1)(9x^2+6x-3x-2)$
 $= (2x+1)\{3x(3x+2) - 1(3x+2)\}$
 $= (2x+1)(3x+2)(3x-1)$ (Ans)

10. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^3 - 7x - 6$ (সমঝার অধিদপ্তর (সহ: পরিদর্শক)-২০২১ লিখিত)
 উত্তর: $(x+1)(x-3)(x+2)$

11. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^4(y^2-z^2)+y^4(z^2-x^2)+z^4(x^2-y^2)$ [জাতীয় দক্ষতা উন্নয়ন কর্তৃপক্ষ (সহকারী পরিচালক)(লিখিত)-২০২২]

সমাধান:
 $x^4(y^2-z^2)+y^4(z^2-x^2)+z^4(x^2-y^2)$
 $= x^4y^2 - x^4z^2 + y^4z^2 - y^4x^2 + z^4x^2 - z^4y^2$
 $= x^4y^2 - y^4x^2 - x^4z^2 + y^4z^2 + z^4x^2 - (x^2-y^2)^2$
 $= x^2y^2(x^2-y^2) - z^2(x^2-y^2) + z^4(x^2-y^2)$
 $= x^2y^2(x^2-y^2) - z^2(x^2+y^2)(x^2-y^2) + z^4(x^2-y^2)$
 $= (x^2-y^2)\{x^2y^2 - z^2(x^2+y^2) + z^4\}$
 $= (x^2-y^2)\{x^2y^2 - z^2x^2 - z^2y^2 + z^4\}$
 $= (x^2-y^2)\{x^2(y^2-z^2) - z^2(y^2-z^2)\}$
 $= (x^2-y^2)(y^2-z^2)(x+z)(x-z)$ (Ans)

12. $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$ (৯ম-১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩/)

সমাধান:
 $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$
 $= (2a)^2 + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 - 2 + 4a - \frac{1}{a}$
 $= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$
 $= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2 - 2 + 4a - \frac{1}{a}$
 $= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a}\right) + 2 \left(2a - \frac{1}{2a}\right)$
 $= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right)$ (Ans.)

ফাংশন

ফাংশন : (Function):

যদি দুটি চলক x ও y এর মধ্যে এরূপ সম্পর্ক বিদ্যমান থাকে যে x এর মানের জন্য y এর একটি ও কেবলমাত্র একটি মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়।

যদি $y = x^2 - 2x + 3$ হয় তাহলে y , x এর একটি ফাংশন।

যখন $y = x + 2$, তখন, $x = 1$ হলে, $y = 3$; $x = 2$ হলে, $y = 4$; $x = 3$ হলে, $y = 5$

অর্থাৎ x এর একটি মানের জন্য y এর মাত্র একটি মান পাওয়া যায় এবং x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক তৈরী হয় $y = x + 2$ দ্বারা।

সুতরাং দুইটি চলক x এবং y এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যেন x এর যেকোন একটি মানের জন্য y এর একটি মাত্র মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়।

উদাহরণ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ হলে, $f(-1)$ নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ২.২) এর উদাহরণ]

সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = x^2 - 4x + 3$

$$\therefore f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$

উদাহরণ: যদি $g(x) = x^3 + ax^2 - 3x - 6$ হয়, তবে a এর কোন মানের জন্য $g(-2) = 0$ [৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ২.২) এর উদাহরণ]

সমাধান: দেওয়া আছে, $g(x) = x^3 + ax^2 - 3x - 6$

$$\therefore g(-2) = (-2)^3 + a(-2)^2 - 3(-2) - 6 = -8 + 4a + 6 - 6 = 4a - 8$$

প্রশ্নানুসারে, $g(-2) = 0$

$$\therefore 4a - 8 = 0 \text{ বা, } 4a = 8 \text{ বা, } a = 2 \text{ সুতরাং } a = 2 \text{ হলে, } g(-2) = 0 \text{ হবে।}$$

ফাংশনের প্রতীক: (Symbol of Function):

সাধারণত y , $f(x)$, $g(x)$, $F(x)$ ইত্যাদি প্রতীকের মাধ্যমে ফাংশন নির্দেশ করা হয়ে থাকে।

ফাংশনের উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

১. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$ হলে, $f(-3)$ এর মান কত? [বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১০]

- a. 10 b. 12 c. -12 d. 15 Ans: c

Tip: $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$ অর্থ হল যেখানে x সেখানে x ই বসালে রাশিটি ও ভাবেই থাকবে।

আবার $f(1)$ অর্থ হল যেখানে x আছে সেখানে 1 বসালে রাশিটির মান যা হবে তাই উত্তর।

সমাধান: $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$ $\therefore f(-3) = (-3)^3 + 2(-3)^2 - 3 = -27 + 18 - 3 = -12$

২. $f(x) = x^4 + 5x^2 - 3$ হলে $f(-1)$ এর মান কত? [খুলনা কর অঞ্চল (উচ্চমান সহকারী)-২০১৯]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3 Ans: d

সমাধান: এখানে, $f(x) = x^4 + 5x^2 - 3$ সুতরাং $f(-1) = (-1)^4 + 5(-1)^2 - 3 = 1 + 5 - 3 = 3$

৩. $f(x) = x^3 - 2x + 10$ হলে $f(0)$ = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

- a. 1 b. 0 c. 5 d. 10 Ans: d

সমাধান: $f(x) = x^3 - 2x + 10$ $\therefore f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0 + 10 = 10$

৪. $f(x) = x^2 - 5x + 6$ এবং $f(x) = 0$ হলে, $x =$ কত? [১৪ তম বিজ্ঞেস (সহকারী জজ)-২০২১] + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

- a. 2, 3 b. -2, 3 c. 2, -3 d. 6, -1 Ans: a

সমাধান: দেয়া আছে, $f(x) = 0$
 $\therefore x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0 \Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = 2, 3$

নিজে করুন:

৫. $4a^2 + 11a + 6 = 0$ হলে $a = ?$ (ডাক অধিদপ্তর উপজেলা পোস্ট মাস্টার-১০)

- a. -2 b. 2 c. 1 d. 3 Ans: a

{Hints: $a =$ কত বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হবে তা বের করতে হবে।}

৬. যদি $x^3 + hx + 10 = 0$ এর একটি সমাধান 2 হয়, তবে h এর মান কত? (১৩তম বিসিএস) + [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (উপ-পরিদর্শক): ২০১৯] + [বিবিএস (পরিসংস্থান সহকারী)-২০২০]

- a. 9 b. -9 c. 10 d. -10 Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $x^3 + hx + 10 = 0$ এখন, $x = 2$ বসিয়ে পাই,
 $(2)^3 + h \cdot 2 + 10 = 0 \Rightarrow 8 + 2h + 10 = 0 \Rightarrow 2h = -18 \therefore h = -9$

৭. x, y বাস্তব রাশি এবং $f(x, y) = x^2 y^2$, যদি $h(x) = (x^2 - 5)$ হয়, তবে $f(2, h(3))$ এর মান কত? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের উপ-সহ: প্রকৌশলী] নিয়োগ -২০১৮]

- a. 64 b. 16 c. 96 d. 32 Ans: a

সমাধান: $f(x, y) = x^2 y^2$ এখানে, $h(x) = x^2 - 5 \Rightarrow h(3) = 3^2 - 5 = 4$

$$\therefore f(2, h(3)) = f(2, 4) = 2^2 \times 4^2 = 64$$

৮. যদি $f(x) = x^3 + 9x^2 - 3x - 6$ হয়, তবে $f(-2) =$ কত? [১৩ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল/সমপর্ধ্যায়-২)-২০১৬]

- a. 28 b. -44 c. 32 d. 26 Ans: a

সমাধান: $f(x) = x^3 + 9x^2 - 3x - 6$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + 9(-2)^2 - 3(-2) - 6 = -8 + 36 + 6 - 6 = 28$$

৯. $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(2x+3)$ হলে নিচের কোনটির মান শূন্য হবে? [জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের উপ-সহকারী প্রকৌশলী]-২০১৫]

- a. $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ b. $f(2)$ c. $f\left(\frac{3}{2}\right)$ d. $f(-3)$ Ans: a

সমাধান: $2x+3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \therefore x = -\frac{3}{2}$; সুতরাং, $f(x) = f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$ হবে।

১০. $f(x) = x^3 + kx^2 - 6x - 9$, k এর মান কত হলে হবে $f(3) = 0$ হবে? (৩০ তম বিসিএস)

- a. 1 b. 1 c. 2 d. 0 Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $f(x) = x^3 + kx^2 - 6x - 9$

$$\therefore f(3) = 3^3 + k \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 - 9 = 9k$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 9k = 0 \therefore k = 0 \text{ [যেহেতু } f(3) = 0]$$

নিজে করুন:

১১. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$ হলে, $f(5)$ এর মান কত?

- a. 1 b. 3 c. 2 d. 4 Ans: a

ভগ্নাংশ আকারে আসলে :

১২. $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$ হলে, $f(6)$ এর মান কত?
 a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{3}{17}$ c. $\frac{17}{3}$ d. $\frac{17}{6}$

সমাধান : $f(6) = \frac{2 \cdot 6 + 5}{6 - 3} = \frac{12 + 5}{3} = \frac{17}{3}$

১৩. $f(x) = \frac{3x+4}{x-5}$ হলে, $f(\frac{1}{3})$ এর মান কত?
 a. $\frac{15}{14}$ b. $\frac{15}{14}$ c. $\frac{14}{15}$ d. $-\frac{14}{15}$

১৪. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x-1} - 1$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
 a. $f(0) = \infty$ b. $f(1) = -1$ c. $f(1) = 0$ d. $f(-1) = -\frac{1}{2}$

সমাধান : দেয়া আছে, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x-1} - 1$
 $\therefore f(-1) = (-1)^2 + \frac{1}{-1-1} - 1 = 1 + \frac{1}{-2} - 1 = 1 - \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$ সূত্রাং $f(-1) = -\frac{1}{2}$

১৫. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 1$ এর অনুরূপ কোনটি?
 a. $f(1) = 1$ b. $f(0) = 1$ c. $f(-1) = 3$ d. $f(1) = 3$

সমাধান:	
দেয়া আছে, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 1$	$f(0) = 0 + \infty + 1 = \infty$
সূত্রাং $f(1) = 1^2 + \frac{1}{1} + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$	$f(-1) = (-1)^2 + \frac{1}{-1} + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$ সূত্রাং উত্তর: d

Note: যে কোন সংখ্যাকে 0 দ্বারা ভাগ করলে তা অসংজ্ঞায়িত হয়। এক্ষেত্রে ∞ চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।

১৬. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x-1} - 1$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
 a. $f(0) = \infty$ b. $f(1) = -2$ c. $f(2) = 0$ d. $f(-1) = -1$

সমাধান : দেয়া আছে, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x-1} - 1$ $\Rightarrow f(x) = x^2 + \frac{1}{x-1} - 1$ $\Rightarrow f(x) = x^2 + x - 1$

সমাধান:	
এখন, (a) $f(0) = 0^2 + 0 - 1 = -1$	(c) $f(2) = 2^2 + 2 - 1 = 5$
এবং, (b) $f(1) = 1^2 + 1 - 1 = 1$	(d) $f(-1) = (-1)^2 + (-1) - 1 = -1$ শুধুমাত্র d সঠিক

১৭. $f(x) = \frac{4x-7}{x-2}$ হলে, $f(2)$ এর মান কত?
 a. $1/4$ b. 0 c. অসংজ্ঞায়িত d. $1/3$ Ans: c
১৮. $f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$ হলে, $f(3)$ এর মান কত?
 a. 0 b. $11/6$ c. $11/3$ d. অসংজ্ঞায়িত Ans: d

ফাংশনের মাধ্যমে ভাগশেষ বের করা :

১৯. $x^3 - x^2$ কে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে অবশেষ থাকবে-
 a. 2 b. 4 c. -6 d. -8 Ans: b

সমাধান:	বিকল্প সমাধান:
$\begin{array}{r} x^3 - x^2 \quad (x^2 + x + 2) \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ 2x^2 \\ \underline{2x^2 - 2x} \\ 2x \\ \underline{2x - 4} \\ 4 \end{array}$	এখানে ভাগ করতে হবে $x-2$ দিয়ে। অর্থাৎ $x-2$ যদি প্রদত্ত রাশিটির একটি উৎপাদক হয় তাহলে ভাগশেষ 0 আসার কথা। কিন্তু যদি উৎপাদক না হয় তাহলে যা ভাগশেষ আসবে বা অতিরিক্ত থেকে যাবে তাই উত্তর। যেমন এখানে, ধরি, $f(x) = x^3 - x^2$ $\therefore f(2) = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4$ [$x-2=0$ থেকে $x=2$ হবে]

২০. $x^4 - 3x - 2$ কে $x+1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কি হবে?
 a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: b

সমাধান: $(x+1) = 0$ ধরে, $x = -1$ প্রদত্ত রাশি $x^4 - 3x - 2$ তে বসালে পাই $(-1)^4 - 3(-1) - 2 = 1 + 3 - 2 = 2$ \therefore ভাগশেষ 2

২১. $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ কে $x+3$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত থাকবে?
 a. 24 b. 36 c. 45 d. 47 Ans: d

সমাধান: এখানে, $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ হলে,
 $\therefore f(-3) = (-3)^4 + 2(-3)^3 + 3(-3)^2 + 4(-3) + 5 = 81 + 2(-27) + 3 \cdot 9 - 12 + 5 = 81 - 54 + 27 - 12 + 5 = 113 - 66 = 47$

২২. $2x^3 + 5x^2 - 6x + 4$ থেকে কত বিয়োগ করলে উক্ত রাশিটি $(x+2)$ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?
 a. 4 b. 20 c. 28 d. 12 Ans: b

সমাধান: (ভাগশেষ যা থাকবে তা বিয়োগ করে দিলেই হয়ে যাবে)
 $x+2 = 0$ থেকে $x = -2$ বসিয়ে পাই, $= 2x(-2)^3 + 5x(-2)^2 - 6(-2) + 4 = -16 + 20 + 12 + 4 = 20$
 সূত্রাং ভাগশেষ = 20 তাহলে রাশিটি থেকে 20 বিয়োগ করলে রাশিটি $(x+2)$ দ্বারা বিভাজ্য হবে। উত্তর: 20

২৩. $x^2 - 3x - 2$ কে $x+1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কি হবে?
 a. 0 b. 2 c. 6 d. 4 Ans: b

সমাধান: $(x+1) = 0$ ধরে, $x = -1$ বসিয়ে পাই $(-1)^2 - 3(-1) - 2 = 1 + 3 - 2 = 2$ \therefore ভাগশেষ 2

২৪. $(x+3)(x-3)$ কে $x^2 - 6$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?
 a. -6 b. 3 c. 6 d. -3 Ans: d

Hints: $(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$ কে $x^2 - 6$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ -3 হবে।

বীজগণিতের ল.সা.গু-গ.সা.গু ও ভগ্নাংশ

ল.সা.গু নির্ণয়:

ল.সা.গু (L.C.M.- Least Common Multiple)

দুইবা ততোধিক রাশির মধ্যে সাধারণ গুণিতকের সবচেয়ে ছোট গুণিতকটিকে লখিত সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.গু বলে।
যেমন- $x^3y^2z^4, x^4y^2z^3$ এবং $x^3y^4z^4$ এ রাশি তিনটির ল.সা.গু $x^3y^2z^4$

ল.সা.গু নির্ণয়ের নিয়ম:

- পাটিগণিতের নিয়মে রাশিগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলো থাকবে তার ল.সা.গু নির্ণয় করতে হবে।
- বীজগণিতীয় রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদকের সর্বোচ্চ শক্তি বের করতে হবে।
- এখন, উভয়ের গুণফলই হবে প্রদত্ত রাশিগুলোর ল.সা.গু।

স্মরণে রাখবেন, বীজগণিতিক রাশির ল.সা.গু বের করার সময় উৎপাদকগুলোর মধ্যে কমন-আনকমন সব রাশি ই একবার করে নিতে হবে কিন্তু একাধিকবার নেয়া যাবে না।



ল.সা.গু এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন :

১. a^2bc, ab^2c এবং abc^2 -এর ল.সা.গু কত? (উপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা-২০১০)

- a. $a^2b^2c^2$ b. a^3b^2c c. a^2bc^2 d. a^2bc^2 Ans: a

সমাধান:

প্রদত্ত রাশি ৩টির ল.সা.গু হবে- প্রতিটি রাশির মধ্যে সর্বোচ্চ পাওয়ার বিশিষ্ট সংখ্যা গুলোর গুণফল নির্ণয়ে ল.সা.গু, $a^2 b^2 c^2$

২. $(a+b)$ এবং $a^2(a-b)$ -এর ল.সা.গু কত? (পাবসার্ভিস কমিশনে সহ-পরি: ১৯৯৪)

- a. $a^2(a^2-b^2)$ b. $a^3(a^2-b^2)$ c. $a^4(a^2-b^2)$ d. $a^2(a^3-b^2)$ Ans: a

সমাধান: ল.সা.গু = $a^2(a+b)(a-b) = a^2(a^2-b^2)$

নিজে করুন:

৩. x^3y-xy^3 এবং x^2y^2 -এর ল.সা.গু কত? (তথ্য মন্ত্র: অধীন সহ-পরি:-২০০৩)

- a. $x(x+y)(x-y)$ b. $xy(x-y)(y+x)$ c. $y(y-x)(x+y)$ d. $xy(x-y)(x+y)$ Ans: d

৪. x^3+x^2y, x^2y+xy^2 এর ল.সা.গু কোনটি? (৩২তম বিসিএস (বিশেষ) | বিবেচক/ইসপেক্টর/সহ: ভাণ্ডার কর্মকর্তা-২০২১)

- a. $xy(x+y)$ b. $x^2(x+y)$ c. $x^2y(x+y)$ d. $y(x+y)$ Ans: c

[Hints: কমন ও আনকমন উভয় রাশি নিতে হবে।]

৫. $4x^2y^2z$ এবং $6xy^2$ এর ল.সা.গু কত? (ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের টেলিফোন পরিচালক ২০০৪)

- a. $12x^2yz$ b. $12xy^2z$ c. $10x^2y^2z$ d. $12x^2y^2z$ Ans: d

[Hints: প্রথমে ৪ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ১২ ∴ ল.সা.গু = $12x^2y^2z$]

৬. $2x^2+x$ এবং $4x^2-1$ এর ল.সা.গু কত? (খানা শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯)

- a. $x(2x+2)(2x-1)$ b. $x(x+1)(2x-1)$ c. $x(2x+1)(2x-2)$ d. $x(2x+1)(2x-1)$ Ans: d

সমাধান:

প্রথম রাশি, $2x^2+x = x(2x+1)$ এবং দ্বিতীয় রাশি, $4x^2-1 = (2x)^2-1^2 = (2x+1)(2x-1)$
সুতরাং নির্ণয়ে ল.সা.গু = $x(2x+1)(2x-1)$

৭. $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}$ এবং $\frac{z}{x(x+y)}$ এর সাধারণ হর কত? (শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১)

- a. x^2-y^2 b. $x(x^2-y^2)$ c. x^3-y^3 d. $xyz(x-y)$ Ans: b

সমাধান: এখানে, হরগুলোর $(x-y), (x+y)$ এবং $x(x+y)$ এর সাধারণ হর বা ল.সা.গু = $x(x+y)(x-y) = x(x^2-y^2)$

৮. x^2-4, x^2+4x+4, x^3-8 বীজগণিতিক রাশির ল.সা.গু কত? (৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪।+ ১৬তম প্রজাতন্ত্র নিবন্ধন(কলেজ)-২০১৯)

- a. $(x+2)^2(x^3-8)$ b. $(x-2)^2(x^3-8)$ c. $(x^2-2)^2(x^3-8)$ d. $(x^2+2)(x^3-8)$ Ans: a

সমাধান:

১ম রাশি, $x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$

২য় রাশি, $x^2+4x+4 = x^2+2x+2x+4 = x(x+2)+2(x+2) = (x+2)(x+2)$

৩য় রাশি, $x^3-8 = x^3-2^3 = (x-2)(x^2+2x+4)$

সুতরাং নির্ণয়ে ল.সা.গু = $(x+2)(x+2)(x-2)(x^2+2x+4) = (x+2)^2(x^3-8)$

৯. x^3-1, x^3+1, x^4+x^2+1 এর ল.সা.গু কত? (প্রাথমিক শিক্ষক-১৫।+ ৮ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২) + [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই); রাষ্ট্রপতির কার্যালয়(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

- a. x^5-1 b. x^4-1 c. x^9-1 d. x^6-1 Ans: d

সমাধান:

১ম রাশি, $x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1)$

২য় রাশি, $x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1)$

৩য় রাশি, $x^4+x^2+1 = (x^2)^2+2x^2+1-x^2 = (x^2+1)^2-x^2 = (x^2+1-x)(x^2+1+x)$

সুতরাং নির্ণয়ে ল.সা.গু = $(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1) = (x^3-1)(x^3+1) = x^6-1$

১০. x^2+3x+2, x^2-1 এবং x^2+x-2 এর ল.সা.গু কত? (৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪।+ [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টেটারমান)- ২০২১]

সমাধান:

১ম রাশি, $x^2+3x+2 = x^2+2x+x+2 = x(x+2)+1(x+2) = (x+2)(x+1)$

২য় রাশি, $x^2-1 = (x+1)(x-1)$

৩য় রাশি, $x^2+x-2 = x^2+2x-x-2 = x(x+2)-1(x+2) = (x+2)(x-1)$

সুতরাং নির্ণয়ে ল.সা.গু = $(x+2)(x+1)(x-1) = (x+2)(x^2-1)$ (Ans:)

নিজে করুন:

১১. $3x^2+9, x^4-9$ এবং x^4+6x^2+9 -এর ল.সা.গু নির্ণয় করুন। (হরাষ্ট্র মন্ত্র: পুলিশ সহ-২০০২)

- a. $(x^2+3)(x^2-3)(x^2+3)$ b. $3(x^2+3)(x-3)(x^2+3)$ c. $3(x^2+3)(x^2-3)(x^2+4)$ d. $3(x^2+3)^2(x^2-3)$ Ans: d

ল.সা.গু নির্ণয় করুন:

১২. $x^2-3x-10, x^2-10x+25$ [৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]

Ans: $(x+2)(x-5)^2$

১৩. $a^2-7a+12, a^2+a-20, a^2+2a-15$ [৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]

Ans: $(a+5)(a^2-7a+12)$

১৪. $x^2 - 8x + 15$, $x^2 - 25$, $x^2 + 2x - 15$ (৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪)

১৫. $x + 5$, $x^2 + 5x$, $x^2 + 7x + 10$ (৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪)

১৬. $6x^2 - x - 1$, $3x^2 + 7x + 2$, এবং $2x^2 + 3x - 2$ (৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪)

Ans: $(x-3)(x^2-25)$
 Ans: $x(x+2)(x+5)$
 Ans: $(2x-1)(3x+1)(x+2)$

গ.সা.গু নির্ণয়:

গ.সা.গু. (H.C.F. -Highest Common Factor):

দুই বা ততোধিক রাশির অঙ্গত সর্বোচ্চ সংখ্যক সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কের ধারাবাহিক গুণফলকে ঐ রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ.সা.গু বলা হয়। যেমন- $x^2y^3z^4$, $x^4y^2z^2$ এবং $x^3y^4z^3$ এ রাশি তিনটির গ.সা.গু $x^2y^2z^2$

গ.সা.গু নির্ণয়ের নিয়ম:

- পাটিগণিতের নিয়মে রাশিগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলো থাকবে তার গ.সা.গু নির্ণয় করতে হবে।
- বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করতে হবে।
- প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সংখ্যক বীজগণিতীয় সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর এবং সংখ্যা-সহগের গ.সা.গু এর ধারাবাহিক গুণফল হচ্ছে নির্ণেয় গ.সা.গু।

মনে রাখবেন, বীজগণিতিক রাশির গ.সা.গু বের করার সময় উৎপাদকগুলোর মধ্যে শুধু কমন রাশিগুলো নিতে হবে। এক্ষেত্রে একই চলক বিশিষ্ট রাশি আসলে সর্বনিম্ন ঘাত বিশিষ্ট রাশিটি নিতে হবে।

গ.সা.গু এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন:

১৭. $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$ এর গ.সা.গু কত? (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯)

a. $(a-b)$ b. 1 c. $a+b$ d. $a^2 + ab + b^2$ Ans: b

সমাধান: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ আবার, $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
 উভয় রাশির মধ্যে কোন সাধারণ উৎপাদক বা মিল না থাকায় নির্ণেয় গ.সা.গু = 1

১৮. $15a^3b^3c^3$ ও $12a^4bc^4$ এর গ.সা.গু হবে? (বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১)

a. $3abc$ b. $3a^2bc^2$ c. $3a^3bc^3$ d. a^3bc^3 Ans: c

সমাধান: $15a^3b^3c^3$ ও $12a^4bc^4$ এর মধ্যে সংখ্যাগুলো 15 ও 12 এর গ.সা.গু 3 আবার অক্ষরগুলোর গ.সা.গু ছোট = a^3bc^3
 সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = $3a^3bc^3$

১৯. $x^2 - y^2$, $x^3 - y^3$, $x^4 + x^2y^2 + y^4$ রাশিগুলোর গ.সা.গু কত? (সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯)

a. $x+y$ b. $x-y$ c. 0 d. 1 Ans: d

সমাধান: ১ম রাশি, $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ ২য় রাশি, $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$
 এবং ৩য় রাশি, $x^4 + x^2y^2 + y^4 = (x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2$
 $= (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 = (x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) = (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

এখানে, রাশি ৩টির মধ্যে ১ বাদে অন্য কোন সাধারণ উৎপাদক নেই। ∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = 1

২০. $a^2 - 3a$, $a^2 - 9$, এবং $a^2 - 4a + 3$ এর গ.সা.গু কোনটি? (করিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১)

a. $a-3$ b. $a+3$ c. 1 d. 3 Ans: a

সমাধান: ১ম রাশি, $a^2 - 3a = a(a-3)$ ৩য় রাশি, $a^2 - 4a + 3 = a^2 - 3a - a + 3 = a(a-3) - 1(a-3) = (a-3)(a-1)$
 ২য় রাশি, $a^2 - 9 = (a+3)(a-3)$
 সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = $(a-3)$

২১. $(4x^2 - 16)$ এবং $6x^2 + 24x + 24$ এর গ.সা.গু ----- (31তম বিনিএস)

a. $4(x+2)$ b. $2(x+3)$ c. $2(x+2)$ d. $2(x+5)$ Ans: c

সমাধান: প্রথম রাশি, $4x^2 - 16 = 4(x^2 - 4) = 4(x^2 - 2^2) = 4(x+2)(x-2)$
 দ্বিতীয় রাশি, $6x^2 + 24x + 24 \Rightarrow 2(3x^2 + 12x + 12) \Rightarrow 2(3x^2 + 6x + 6x + 12)$
 $\Rightarrow 2\{3x(x+2) + 6(x+2)\} \Rightarrow 2(x+2)(3x+6)$ ∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = $2(x+2)$

২২. $(2x^2 - 8)$ এবং $4x^2 + 20x + 24$ এর গ.সা.গু ---

a. $x+4$ b. $x+2$ c. $x-2$ d. $2(x+2)$ Ans: d

সমাধান: প্রথম রাশি = $2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x^2 - 2^2) = 2(x+2)(x-2)$
 দ্বিতীয় রাশি = $4x^2 + 20x + 24 = 4(x^2 + 5x + 6) = 4(x^2 + 3x + 2x + 6) = 4\{x(x+3) + 2(x+3)\}$
 $= 2.2(x+3)(x+2)$ ∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = $2(x+2)$

Shortcut: ১ম রাশি $2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x^2 - 2^2) = 2(x+2)(x-2)$
 ২য় রাশি = $4(x^2 + 5x + 6) = 2.2(x+3)(x+2)$ অর্থাৎ 2 উৎপাদক হিসাবে d. না এ আছে উহার সঠিক উত্তর।

২৩. $4(x+y)$, $10(x-y)$ এবং $12(x^2 - y^2)$ এর গ.সা.গু কত? (১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯)

a. $(x-y)$ b. $(x+y)$ c. $12(x^2 - y^2)$ d. 2 Ans: d

সমাধান: এখানে সংখ্যাগুলোর গ.সা.গু = 2
 অন্য রাশিগুলোর মধ্যে কমন না থাকায় তাদের গ.সা.গু = 1
 সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = 2

২৪. Find the HCF (গ.সা.গু) of $x^3 - 16x$, $2x^3 + 9x^2 + 4x$, $2x^3 + x^2 - 28x$. [Agrani Bank (SO-Auditor)-2018-(Written)]

Solution: প্রথম রাশি = $x^3 - 16x = x(x^2 - 16) = x(x^2 - 4^2) = x(x+4)(x-4)$ ৩য় রাশি $2x^3 + x^2 - 28x$
 $= x(2x^2 + x - 28)$
 $= x(2x^2 + 8x - 7x - 28)$
 $= x\{2x(x+4) - 7(x+4)\}$
 $= x(x+4)(2x-7)$
 সুতরাং H.C.F বা (গ.সা.গু) = $x(x+4)$ (গ.সা.গু বের করার সময় শুধু কমন রাশিগুলো নিতে হয়।) Ans. $x(x+4)$

২৫. $x = a^2 - 7a + 6$, $y = a^2 - 2a + 1$, $z = a^2 - 5a + 4$ হলে x, y, z এর গ.সা.গু কত? (বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯)

a. $(a-4)$ b. $(a-1)$ c. $(a-6)$ d. $(a-1)^2$ Ans: b

সমাধান: ১ম রাশি = $x = a^2 - 7a + 6 = a^2 - 6a - a + 6 = a(a-6) - 1(a-6) = (a-1)(a-6)$
 ২য় রাশি = $a^2 - 2a + 1 = a^2 - a - a + 1 = a(a-1) - 1(a-1) = (a-1)(a-1)$
 ৩য় রাশি = $z = a^2 - 5a + 4 = a^2 - 4a - a + 4 = a(a-4) - 1(a-4) = (a-1)(a-4)$
 ∴ x, y এবং z এর ল.সা.গু = $(a-1)$ (Ans)

২৬. $x^2 - 11x + 30$ এবং $x^3 - 4x^2 - 2x - 15$ এর গ.সা.গু কত? [২৫তম বিসিএস] + [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]
 + [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]
 a. $x-4$ b. $x-2$ c. $2x-5$ d. $x-5$ Ans: d

সমাধান: প্রথম রাশি = $x^2 - 11x + 30 = x^2 - 5x - 6x + 30 = x(x-5) - 6(x-5) = (x-5)(x-6)$
 ২য় রাশি = $x^3 - 4x^2 - 2x - 15 = x^3 - 5x^2 + x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2(x-5) + x(x-5) + 3(x-5) = (x^2+x+3)(x-5)$
 \therefore নির্ণেয় গ.সা.গু = $(x-5)$

২৭. $x^2 + 5x$, $x^2 - 25$, $x^2 + 7x + 10$ এর গ.সা.গু কত? [একটি বাড়ী একটি খামার - (জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]
 a. $x-5$ b. $x+5$ c. $x(x+5)$ d. $x(x-5)$ Ans: b

সমাধান: ১ম রাশি = $x^2 + 5x = x(x+5)$ ২য় রাশি = $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$
 ৩য় রাশি = $x^2 + 7x + 10 = x^2 + 5x + 2x + 10 = x(x+5) + 2(x+5) = (x+5)(x+2) \therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু = $(x+5)$

নিজে করুন:

২৮. $a^2 - 3a$, $a^2 - 9$, $a^2 - 4a + 3$ এর গ.সা.গু হবে- [৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪] + [শ্রম মন্ত্রণালয়ের সহকারী পরিচালক ২০০৫] + [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯] + [১৬তম প্রধান শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]
 a. $(a-3)$ b. $(a-2)$ c. $(a+2)$ d. $(a+3)$ Ans: a

২৯. সাধারণ উৎপাদক নির্ণয় করুন: $a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$, $b^2 - c^2 - a^2 - 2ac$ (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-০৬)

a. $a-b-c$ b. $ab+bc+ca$ c. $a+b+c$ d. $a-b+c$ Ans: c

সমাধান: ১ম রাশি = $a^2 - b^2 - c^2 - 2bc = a^2 - (b^2 + c^2 + 2bc) = a^2 - (b+c)^2 = (a+b+c)(a-b-c)$
 ২য় রাশি = $b^2 - c^2 - a^2 - 2ac = b^2 - (c^2 + a^2 + 2ac) = b^2 - (c+a)^2 = (a+b+c)(b-c-a)$
 \therefore নির্ণেয় সাধারণ উৎপাদক (গ.সা.গু) = $a+b+c$

৩০. $a(a+b)$, $ab(a+b)$ এবং $a(a+b)^2$ এর গ.সা.গু কত? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭]
 a. $a(a+b)$ b. $ab(a+b)$ c. $a+b$ d. $a(a+b)^2$ Ans: a

সমাধান: ১ম রাশি = $a(a+b)$, ২য় রাশি = $ab(a+b)$ এবং ৩য় রাশি = $a(a+b)^2 = a(a+b)(a+b)$
 \therefore নির্ণেয় গ.সা.গু = $a(a+b)$

৩১. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু $a^2b(a+b)$ এবং গ.সা.গু $a(a+b)$ । একটি সংখ্যা a^3+a^2b হলে, অপর সংখ্যাটি কত? (সহপাঠা পরি.পরি.অফি-১৪)

a. a^2b+ab^2 b. $ab+ab^2$ c. a^2b+ab^2 d. a^2b+b^2 Ans: a

সমাধান: অপর সংখ্যা = $\frac{\text{গ.সা.গু} \times \text{ল.সা.গু}}{\text{একটি সংখ্যা}} = \frac{a^2b(a+b) \times a(a+b)}{a^3+a^2b} = ab(a+b) = a^2b+ab^2$

নিজে করুন:

৩২. $a^2 - 16$, $3a + 12$, $a^2 + 5a + 4$ [৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪] Ans: $a+4$

৩৩. $xy - y$, $x^3y - xy$, $x^2 - 2x + 1$ [৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪] Ans: $x-1$

৩৪. $a^3 - 3a^2 - 10a$, $a^3 + 6a^2 + 8a$ এবং $a^4 - 5a^3 - 14a^2$ [৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪] Ans: $a(a+2)$

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

১. $\frac{1-x^2}{1-x}$ এর লখিত রূপ নিচের কোনটি? [পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী)-২০১৯]
 a. 1 b. x c. $(1-x)$ d. $(1+x)$ Ans: d

সমাধান: $\frac{1-x^2}{1-x} = \frac{(1+x)(1-x)}{(1-x)} = (1+x)$

২. $\frac{x}{y}$ এর সাথে যোগ করলে যোগফল $\frac{y}{x}$ হবে? [৩৩ তম বিসিএস] ১৬ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল পর্যায়)-২০১৯]

a. $\frac{x^2-y^2}{xy}$ b. $\frac{2x^2-2y^2}{xy}$ c. $\frac{y^2-x^2}{xy}$ d. $\frac{x^2-2y^2}{xy}$ Ans: c

সমাধান: $\frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{y^2-x^2}{xy}$ [১০ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল ১৫ হবে উত্তর: $১৫-১০ = ৫$ ঠিক একই রকম]

৩. $\frac{x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{2y}{x}$ কত হবে? [২০ তম বিসিএস]

a. $\frac{2y^2-x^2}{xy}$ b. $\frac{2x^2-y^2}{xy}$ c. $\frac{2x^2+y^2}{xy}$ d. $\frac{x^2-y^2}{xy}$ Ans: a

৪. $\frac{x-3}{x-2}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2-x}$ হবে? [গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৮]

a. $x-2$ b. $x-3$ c. 1 d. -1 Ans: d

সমাধান: $\frac{1}{2-x} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{1}{2-x} - \frac{x-3}{-(2-x)} = \frac{1}{2-x} + \frac{x-3}{2-x} = \frac{1+x-3}{2-x} = \frac{x-2}{2-x} = \frac{-(2-x)}{2-x} = -1$

৫. $\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} - \frac{x^2-y^2}{xy}$ = কত? [থানা (সহকারী শিক্ষা অফিসার)-১৯৯৯]

a. $\frac{y}{x}$ b. $\frac{x}{y}$ c. $\frac{2x}{y}$ d. $\frac{2y}{x}$ Ans: d

সমাধান: $\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} - \frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{xy+y^2+x^2-xy-x^2+y^2}{xy} = \frac{2y^2}{xy} = \frac{2y}{x}$

৬. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 6$ হলে $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

a. 30 b. 32 c. 34 d. 36 Ans: c

সমাধান: এখানে, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 6 \Rightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2 = 6^2 \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} + 2 \times \frac{x}{y} \times \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = 36 - 2 = 34$

৭. যদি $16x - 3y + 4x - 7y = 0$ হয় তবে $\frac{y}{x} = ?$ [এনএসআই (ওয়াটার কন্সট্রাক্ট)-২০১৯]

a. 1.5 b. 2 c. 2.5 d. 3 Ans: b

সমাধান: $16x - 3y + 4x - 7y = 0 \Rightarrow 20x - 10y = 0 \Rightarrow 10y = 20x \therefore \frac{y}{x} = \frac{20}{10} = 2$

b. $\left(\frac{1}{a} + 1\right) \div \left(1 - \frac{1}{a^2}\right) = \text{কত?}$ | বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১১

- a. $\frac{a}{a+1}$ b. $\frac{a}{a-1}$ c. $a(a+1)$ d. $a(a-1)$

Ans: b

সমাধান: $\left(\frac{1}{a} + 1\right) \div \left(1 - \frac{1}{a^2}\right) = \frac{1+a}{a} \div \frac{a^2-1}{a^2} = \frac{1+a}{a} \times \frac{a^2}{(a+1)(a-1)} = \frac{a}{a-1}$

b. $\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y}\right) \div \left(\frac{5}{x} + \frac{2}{y}\right) = \text{কত?}$ | শ্রম মন্ত্রণালয় (সহকারী পরিচালক)-২০০৫

- a. $\frac{2x+5y}{3x+2}$ b. $\frac{3x+2y}{2x+5y}$ c. $\frac{3x+2y}{xy}$ d. $\frac{xy}{2x+5y}$

Ans: b

সমাধান: $\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y}\right) \div \left(\frac{5}{x} + \frac{2}{y}\right) = \left(\frac{2y+3x}{xy}\right) \div \left(\frac{5y+2x}{xy}\right) = \frac{2y+3x}{xy} \times \frac{xy}{5y+2x} = \frac{3x+2y}{2x+5y}$

নিজে করুন:

১০. $\frac{a^2b^3}{c^2d}$ কে $\frac{a^3b^2}{cd^3}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত? | শ্রম অধিদপ্তরের রেজিস্টার-২০০০

- a. $\frac{ab^2}{ca}$ b. $\frac{ab^2}{cd}$ c. $\frac{b^2c}{ad}$ d. $\frac{bd^2}{ac}$

Ans: d

১১. $\frac{mn-n^2}{m+n} \div \frac{n-m}{m} = \text{কত?}$ | তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে (সহকারী পরিচালক)-২০০৩

- a. $\frac{-mn}{m+n}$ b. $\frac{m-n}{m}$ c. $\frac{m+n}{m-n}$ d. $\frac{mn}{m+n}$

Ans: a

১২. $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y} = ?$ [B.C.B.L. Off: 08]

- a. $\frac{(x-y)}{x+y}$ b. $\frac{(x-y)^2}{x+y}$ c. $x-y$ d. $2+x-y$

Ans: d

সমাধান: $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y} = \frac{2(x+y) + (x-y)(x+y)}{x+y} = \frac{(x+y)(2+x-y)}{x+y} = 2+x-y$

১৩. $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac} = \text{কত?}$ | ১৬তম বিপিএস

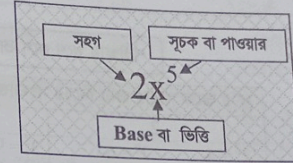
সমাধান:

$\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac} = \frac{a^2+2ab+b^2-c^2}{a^2+2ac+c^2-b^2} = \frac{(a+b)^2-c^2}{(a+c)^2-b^2} = \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a-b+c)} = \frac{(a+b-c)}{(a-b+c)}$

সূচক

প্রাথমিক আলোচনা:

সূচক : সূচক শব্দের অর্থ হলো শক্তি। n সংখ্যক a- এর ক্রমিক গুণফল।
 a^n এখানে, a কে ভিত্তি বলা হয়।
 n কে a এর (ভিত্তির) সূচক বলা হয় বা শক্তি বলা হয়।
 a^n কে a এর n তম ঘাত বা শক্তি বা 'power' বলা হয়।



সূচক সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী

ক্রম	সূত্র	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
০১.	$a^n = a \times a \times a \times \dots (n \text{ সংখ্যক } a)$		$x^3 = x \times x \times x$
০২.	$(a^m)^n = a^{mn}$	পাওয়ারের উপর পাওয়ার থাকলে গুণ হয়।	$(x^2)^5 = x^{2 \times 5} = x^{10}$
০৩.	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	ভিত্তি একই হলে এবং গুণ থাকলে পাওয়ারগুলো যোগ করতে হয়	$x^3 \cdot x^5 = x^{3+5} = x^8$
০৪.	$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	আবার ভাগ থাকলে পাওয়ার গুলো বিয়োগ করতে হয়।	$a^6 \div a^2 = \frac{a^6}{a^2} = a^{6-2} = a^4$
০৫.	$a^0 = 1$	যে কোন সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 হলে তার মান 1 হয়। [যেখানে $a \neq 0$]	$5^0 = 1$
০৬.	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	বর্গমূল থাকলে পাওয়ার $1/2$ হয়।	$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$
০৭.	$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{n^2}}$	ঘনমূল এর সাথে বর্গ থাকলে ভগ্নাংশ আকারে ঘনমূল নিচে ও বর্গ উপরে বসে।	$\sqrt[3]{\sqrt{a}} = a^{\frac{1}{3 \times 2}} = a^{\frac{1}{6}}$
০৮.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	কোন পাওয়ার মাইনাস থাকলে তা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয় এবং মাইনাস তুলে লব 1 এর নিচে পুরো সংখ্যাটি পাওয়ার সহ লিখতে হয়	অর্থাৎ $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$
০৯.	$\left(\frac{m}{n}\right)^{-p} = \left(\frac{n}{m}\right)^p$	(কোন ভগ্নাংশের উপরের পাওয়ার টি মাইনাস হলে ঐ ভগ্নাংশটি উল্টে যায় অর্থাৎ হরের জায়গায় লব এবং লবের জায়গায় হর বসে)	যেমন: $\left(\frac{b}{a}\right)^{-2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$
১০.	$a^x = a^y$ হলে, $x = y$	দু পাশের ভিত্তি মিলে গেলে দুটো ভিত্তিই তুলে দিতে হয়	$a^m = a^n$ হলে, $m = n$
১১.	$a^x = b^x$ হলে, $a = b$	দু পাশের power মিলে গেলে দুটো পাওয়ারই বাদ দিতে হয়	$m^3 = n^3$ হলে, $m = n$

অনেক পরীক্ষা শুধু সূত্রগুলো থেকেও অনেক প্রশ্ন হয়ে থাকে। সূত্র বুঝলে অংক সহজ তাই গুরুত্ব দিন।
 এই অধ্যায়ে নতুন নতুন প্রচুর ম্যাথ প্রাকটিস করাই সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ।

□ গুরুত্বপূর্ণ একটি নিয়ম: $4^a = 1$ হলে $4^a = 4^0$ বা, $a = 0$
 অর্থাৎ যে কোন পাওয়ার যুক্ত সংখ্যা = 1 দেয়া থাকলে ডানের 1 এর পরিবর্তে ঐ সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 লেখা যায়।
 কারণ পাওয়ার 0 থাকলে তার মান 1 হয়।
 যেমন: $(a+2)^x = 1$ হলে আমরা লিখতে পারি $(a+2)^x = (a+2)^0$ বা, $x = 0$

পরীক্ষায় গুণে গুণে ভাগতে গেলে সময় নষ্ট হবে। তাই মুখস্থ রাখুন।

দ্রুত অংক পারার জন্য নিচের সংখ্যাগুলোর মান মুখস্থ রাখুন: (যেগুলো বেশি আসে সেগুলো আগে)

2	3	4	5	6
$2^2 = 4$	$2^6 = 64$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$2^3 = 8$	$2^7 = 128$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$
$2^4 = 16$	$2^8 = 256$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$
$2^5 = 32$	$2^9 = 512$	$3^5 = 243$	$4^5 = 1024$	$5^5 = 3125$
$6^2 = 36$				$6^3 = 216$
				$6^4 = 1296$

◆ পরামর্শ: $(3^4 = 81$ হলে $81 = 3^4$ অর্থাৎ প্রতিটা মান উল্টোপাশেও চিন্তা করুন।
 তাহলে সূচকের অংকগুলো সমাধান করার সময় সংখ্যা দেখলেই দ্রুত ভাগতে পারবেন।

সূচক অধ্যায়ের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: সাধারণ সূচকের প্রশ্ন

১. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ কখন হবে? [১৪তম বিসিএস] + [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]
- a. m ও n ধনাত্মক হলে
 c. m ও n ঋণাত্মক হলে
- b. m ধনাত্মক ও n ঋণাত্মক হলে
 d. m ঋণাত্মক ও n ধনাত্মক হলে
- Ans: a

২. কোন শর্তে $a^0 = 1$? (RAKUB officer-2015) + [RAKUB (Cashier)-2017]
- a. a = 0
 b. a ≠ 0
 c. a > 0
 d. a ≠ 1
- Ans: b

সমাধান: $a^0 = 1$ যেখানে $a \neq 0$

৩. $a^0 =$ কত? (বিসিএস আই ল্যাব সহকারী পরীক্ষা-১০) (৩১ তম বিসিএস, মানসিক দক্ষতা)
- a. 1
 b. 0
 c. a
 d. 2
- Ans: a

সমাধান: যে কোন সংখ্যার উপর পাওয়ার ০ অর্থাৎ (সংখ্যা)^০ হলে তার মান 1 হয়। সংখ্যাটি যত বড়ই হোক না কেন। যেমন:
 $\left(\frac{ab}{a+b}\right)^0 = 1$, অর্থাৎ তাই সবসময় উত্তর: 1 [বিপরীতপাশে 1 = (যে কোন সংখ্যা)^০ মনে রাখুন কাজে দিবে।]

৪. a এবং b দুটি ধনাত্মক সংখ্যা হলে $\frac{1}{5}(3ab)^0$ এর মান কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]
- a. 5^{-1}
 b. $\frac{1}{5}ab$
 c. $\left(\frac{1}{5}3ab\right)^0$
 d. 0
- Ans: a

সমাধান: $\frac{1}{5}(3ab)^0 = \frac{1}{5} \cdot 1 = 5^{-1}$

৫. a, b ∈ R; a ≠ 0, b ≠ 0 হলে $a^0 + b^0$ এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]
- a. a+b
 b. 0
 c. 1
 d. 2
- Ans: d

৬. $8^2 \times 8^0 =$ এর মান কত? (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শক নিয়োগ পরীক্ষা : ১০)
- a. 16
 b. 322
 c. 512
 d. 64
- Ans: d

৭. $a^m \times a^n \times a^{-p} =$ কত? (তুলা উন্নয়ন কর্মকর্তা পরীক্ষা-৯৭)
- a. a^{m+n-p}
 b. a^{m-p}
 c. a^{m+n}
 d. a^{-n-p}
- [Hints: a কমন নিলে হয় $a^{m+n+(-p)} = a^{m+n-p}$]
- Ans: a

৮. $x^4 \div x^6 \times x^2$ এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১] + [এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]
- a. 4
 b. 3
 c. 2
 d. 1
- Ans: d

সমাধান: $x^4 \div x^6 \times x^2 = x^{4-6+2} = x^0 = 1$
 Note: $(x^2)^3 = x^6$ কিন্তু $x^2 \times x^3 = x^5$ (অর্থাৎ পাওয়ারের উপর পাওয়ার থাকলে দুই পাওয়ারই গুণ করতে হয়, কিন্তু দুটি সংখ্যা পাশাপাশি বসিয়ে গুণ করার সময় পাওয়ারগুলো যোগ করতে হয়।)

৯. $(2x^{-1})^2 \div x^{-5} = ?$
- a. $4x^3$
 b. $2x^3$
 c. $4x^2$
 d. $3x^2$
- Ans: a

সমাধান: $(2x^{-1})^2 \div x^{-5} = \left(\frac{2}{x}\right)^2 \div \frac{1}{x^5} = \frac{4}{x^2} \times x^5 = 4x^3$

এই অধ্যায়ে টেকনিক মাত্র কয়েকটা ই।
 শুধু প্রয়োজন প্রচুর অংক প্রাকটিস করার।

১০. $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$ [a > 0, b > 0] (টেইমাম বোর্ড-০৮)
- a. $\frac{a+b}{ab}$
 b. $\frac{ab}{a+b}$
 c. $\frac{1}{a+b}$
 d. a + b
- Ans: b

সমাধান: $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$ [a > 0, b > 0] <এর অর্থ a ও b এর মান ০ থেকে বড়, এরকম পাশে কিছু থাকলে Don't worry!
 $= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1}$ (ব্রাকেটের ভেতরের কাজ আগে এবং (-) পাওয়ার থাকলে ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয়।)
 $= \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1} = \frac{ab}{a+b}$ (ভগ্নাংশের উপর ঋণাত্মক পাওয়ার থাকলে ভগ্নাংশটি উল্টে যায়, এবং পাওয়ারের (-) উল্টে যায়)

১১. $1 - \left(1 - \frac{1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1}$ এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]
- a. $-\frac{1}{a}$
 b. -1
 c. 0
 d. $\frac{1}{a}$
- Ans: c

সমাধান: $1 - \left(1 - \frac{1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1} = 1 - \left\{\left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1}\right\} = 1 - 1 = 0$

১২. $\left[2 - (3^{-1})^{-1}\right]^1 =$ কত? [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]
- a. 1
 b. -1
 c. 0
 d. $\frac{1}{3}$
- Ans: b

সমাধান: $\left[2 - (3^{-1})^{-1}\right]^1 = \left[2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^1 = [2 - 3]^{-1} = [-1]^{-1} = \left[\frac{1}{-1}\right] = -1$

সমাধান: $\left[2 - (3^{-1})^{-1}\right]^1 = \left[2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^1 = [2 - 3]^{-1} = [-1]^{-1} = \left[\frac{1}{-1}\right] = -1$

১৩. $[2-3(2-3)^{-1}]^{-1}$ এর মান কত? [১০তম বিসিএস]

- a. 5 b. -5 c. 1 d. $\frac{1}{5}$

Ans: d

সমাধান: $[2-3(2-3)^{-1}]^{-1} = [2-3(-1)^{-1}]^{-1} = [2-3(-1)]^{-1} = (2+3)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

১৪. $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}}$ এর মান হবে- [৩০তম বিসিএস] + [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৯] + [বেবিচক (ইন্সপেক্টর)-২০২১]

- a. $a^{\frac{1}{3}}$ b. $a^{\frac{1}{9}}$ c. $a^{\frac{1}{27}}$ d. a^3

Ans: a

সমাধান: (a) $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}} = \sqrt[3]{a^{\frac{3 \times \frac{1}{2}}{3}}} = a^{\frac{1}{2}}$ [একটা কিউব রুট এবং কিউব কেটে গেলেও আরেকটা থাকে]

১৫. $\sqrt[4]{x^3} = 2$ হলে x^3 এর মান কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]

- a. 16 b. 32 c. 64 d. 81

Ans: a

সমাধান: $\sqrt[4]{x^3} = 2$ বা, $(\sqrt[4]{x^3})^4 = 2^4 \therefore x^3 = 16$

১৬. $\sqrt{x^{-1} \cdot y} \sqrt{y^{-1} \cdot z} \sqrt{z^{-1} \cdot x}$ এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)]

- a. 35 b. 1 c. -1 d. 100

Ans: b

সমাধান: $\sqrt{x^{-1} \cdot y} \sqrt{y^{-1} \cdot z} \sqrt{z^{-1} \cdot x} = \sqrt{\frac{1}{x} \cdot y} \sqrt{\frac{1}{y} \cdot z} \sqrt{\frac{1}{z} \cdot x} = \sqrt{\frac{y}{x}} \sqrt{\frac{z}{y}} \sqrt{\frac{x}{z}} = \sqrt{\frac{y \cdot z \cdot x}{x \cdot y \cdot z}} = \sqrt{1} = 1$

১৭. $x, y, z > 0$ হলে, $\sqrt{x^{-2}y^2} \cdot \sqrt{y^{-2}z^2} \cdot \sqrt{z^{-2}x^2}$ [স্বাস্থ মন্ত্রণালয় (উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১৬)]

- a. 0 b. 1 c. xyz d. y

Ans: b

সমাধান: $\sqrt{x^{-2}y^2} \cdot \sqrt{y^{-2}z^2} \cdot \sqrt{z^{-2}x^2} = \sqrt{\frac{y^2}{x^2}} \cdot \sqrt{\frac{z^2}{y^2}} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{z^2}} = \frac{y}{x} \cdot \frac{z}{y} \cdot \frac{x}{z} = 1$

১৮. $\frac{3^x}{3^{x-1}}$ এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]

- a. 1 b. 2 c. 0 d. 3

Ans: d

সমাধান: $\frac{3^x}{3^{x-1}} = 3^{x-x+1} = 3^1 = 3$

অনেক বেশি প্রাকটিসের জন্য ডেকোরেশনকে নয় বরং সব নিয়মের প্রশ্ন প্রাকটিসকে গুরুত্ব দিন।

১৯. $\sqrt[3]{125} \times 8 = ?$ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়ারেন্স অপারেটর)-২০২১]

- a. 20 b. $10\sqrt{2}$ c. 40 d. $10\sqrt{5}$

Ans: c

সমাধান: $\sqrt[3]{125} \times 8 = \sqrt[3]{5^3} \times 8 = 5 \times 8 = 40$

২০. $(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^4$ এর মান কত? [২৬তম বিসিএস] + [একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপার:) নিয়োগ-২০১৮]

- a. 30 b. 60 c. 225 d. 230

Ans: c

সমাধান: $(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^4 = (\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{5})^4 = \{(\sqrt{3})^2\}^2 \times \{(\sqrt{5})^2\}^2 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

অথবা আরো সহজে: $(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^4 = (\sqrt{15})^4 = 15^2 = 225$

Ans: 225

Learning point: পাওয়ার একই হলে সম্পূর্ণতার উপর Whole power দেয়া যায়। যেমন:

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$, $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{15}$ (যাখ্যা: $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{3} = 5^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = (15)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{15}$ (এরকম সব প্রশ্নেই))

২১. $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6 =$ কত? [৩০তম বিসিএস]

- a. 27 b. 121

[Hints: $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$

c. 144

d. 140

Ans: c

২২. $(\sqrt{2})^8 \times (\sqrt[3]{2})^9 =$ কত? [BBS (জুনিয়র পরিস্থান সহকারী): ২০২১]

- a. 128 b. 225

c. 256

d. 264

Ans: a

সমাধান: $(\sqrt{2})^8 \times (\sqrt[3]{2})^9 = 2^{8 \times \frac{1}{2}} \times 2^{9 \times \frac{1}{3}} = 2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 = 128$

২৩. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = ?$ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]

- a. 1 b. $\sqrt{2} - 1$

c. $1 - \sqrt{2}$

d. $\sqrt{2}$

Ans: b

সমাধান: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3})}{(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{6} - \sqrt{3})$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{18} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{9 \times 2} - 3}{6 - 3} = \frac{3\sqrt{2} - 3}{3} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{3} = \sqrt{2} - 1$$

পদ্ধতি-০২: সূচকের মান নির্ণয়

২৪. $2^x + 2^x + 2^x + 2^x$ এর মান কত?

- a. 2^{x+3} b. 2^x

c. 4

d. 2^{x+2}

Ans: d

সমাধান:

ধরুন, $a^2 + a^2 + a^2 = ?$ উত্তর: $3a^2$ (কোন একজাতীয় রাশি যোগ করার সময় যতটি রাশি তত লিখে ঐ রাশিটি লিখতে হয়।)

হুবহু এই নিয়মেই উপরের অংকটি করা যায়। যেমন:

$2^x + 2^x + 2^x + 2^x$ (এখানে সবগুলো রাশি একই তাই যোগ করতে হবে, আবার এখানে ৪ টি 2^x আছে)

$= 4 \cdot 2^x$ (মনে রাখবেন $4x$ এর অর্থ হলো 4 এর সাথে x গুণ, এখান গুণ চিহ্ন না থাকলেও বুঝতে হবে গুণ অবস্থায় আছে)

$= 2^2 \cdot 2^x$ (দুটো সংখ্যারই ভিত্তি মেলানোর জন্য 4 কে 2^2 লিখা হয়েছে)

$= 2^{2+x}$ (ভিত্তি একই হওয়ায় 2 কমান নেয়া হয়েছে এবং গুণ অবস্থায় থাকার কারণে পাওয়ার গুলো যোগ করা হয়েছে)

$= 2^{x+2}$ Ans: 2^{x+2} (মনে রাখবেন যে কোন বীজগণিতের অংক অক্ষর এবং সংখ্যা এক সাথে আসলে অক্ষর প্রথমে বসে, তার পর সংখ্যা, যেমন: আমরা কখনো লিখি না $1+x$ বরং আমরা লিখি $x+1$)

২৫. যদি $2^x + 2^x + 2^x + 2^x = 2^n$ হয়, তবে n এর প্রেক্ষিতে x এর মান কত? [Hints: $4 \cdot 2^x = 2^n$ or $2^{2+x} = 2^n$]

- a. $n-2$ b. $n+2$

c. $n+4$

d. 2^{x+2}

Ans: a

২৬. $3^x + 3^x + 3^x =$ কত? [BKB - (SO)-2017] & [RAKUB (Cashier)-2017]

- a. 9^x b. 3^{x+1}

c. 9^{3x}

d. x^3

Ans: b

সমাধান: $3^x + 3^x + 3^x = 3 \cdot 3^x = 3^{x+1}$

২৭. $9^x + 9^x + 9^x =$ কত? [এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]

- a. 2^{3x+1} b. 3^{x+1}

c. 3^{2x+1}

d. 3^{2x-1}

Ans: c

সমাধান: $3 \cdot 9^x = 3 \cdot (3^2)^x = 3 \cdot 3^{2x} = 3^{2x+1}$

২৮. $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30} = ?$ [BANK Asia (PO) -2014]

- a. 8^{120} b. 8^{30} c. 2^{32} d. 2^{30}

সমাধান: $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30} = 4 \cdot 2^{30} = 2^2 \cdot 2^{30} = 2^{30+2} = 2^{32}$

নিজে করুন:

২৯. $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]

- a. 4^x b. 4^{x+1} c. 4^{x+4} d. 4^{x+16}

৩০. $3^{10} + 3^{10} + 3^{10} = ?$ [RAKUB (Supervisor)-2017]

- a. 3^{30} b. 3^3 c. 3^{11} d. 9^{10}

৩১. $5^x + 8.5^x + 16.5^x = 1$ হলে, x এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলি:]

- a. -3 b. -2 c. -1 d. -1/2

সমাধান: $5^x + 8.5^x + 16.5^x = 1 \Rightarrow 5^x(1+8+16) = 1 \Rightarrow 5^x \cdot 25 = 1 \Rightarrow 5^x = 5^{-2} \Rightarrow 5^x = 5^{-2} \therefore x = -2$ (উ:)

৩২. যদি $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$ হয় তবে xyz এর মান কত হবে? [৩৭তম বিসিএস লিখিত]+ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অম: ৯.১)+ [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

- a. 2 b. 1 c. -2 d. -1

সমাধান: দেয়া আছে, $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$

যেহেতু, $c^z = a$ বা, $b^{yz} = a$ [$\because b^y = c$] বা, $a^{xyz} = a$ [$\because a^x = b$] বা, $(a)^{xyz} = a^1 \therefore xyz = 1$

নিজে করুন:

৩৩. $p^a = q$, $q^b = r$, $r^c = p$ হলে abc = ? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. 0 b. 1 c. a^p d. p^a

৩৪. $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{ab} \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{bc} \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{ca}$ এর মান কত?

- a. 1 b. 0 c. a d. abc

সমাধান: $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{ab} \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{bc} \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{ca} = x^{(a-b) \cdot \frac{1}{ab} \times bc} \times x^{(b-c) \cdot \frac{1}{bc} \times ca} \times x^{(c-a) \cdot \frac{1}{ca} \times ab} = x^0 = 1$

$$= x^{\frac{a-b}{ab} \times \frac{bc}{bc} \times \frac{ca}{ca}} = x^{\frac{a-b}{ab} \times \frac{bc}{bc} \times \frac{ca}{ca}} = x^{\frac{ac-bc+ab-ac+bc-ab}{abc}} = x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1$$

৩৫. যদি $a+b+c = 0$ এবং $a^3+b^3+c^3 = 3abc$ হয় তাহলে $(x^a)^{a^2-bc} \times (x^b)^{b^2-ca} \times (x^c)^{c^2-ab}$ এর মান কত? [DPDC এর সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট]-২০২১]

- a. abc b. 0 c. 1 d. $a^2b^2c^2$

সমাধান: $(x^a)^{a^2-bc} \times (x^b)^{b^2-ca} \times (x^c)^{c^2-ab} = x^{a^3-abc} \times x^{b^3-abc} \times x^{c^3-abc} = x^{a^3+b^3+c^3-3abc} = x^{3abc-3abc} = x^0 = 1$

৩৬. $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$ = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. x b. x^{2p+q+r} c. $x^{2p+2q+2r}$ d. 1

সমাধান: $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p} = \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$

$$= (x^{p-q})^{p+q} \times (x^{q-r})^{q+r} \times (x^{r-p})^{r+p} = x^{p^2-q^2} \times x^{q^2-r^2} \times x^{r^2-p^2} = x^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2} = x^0 = 1$$

৩৭. $m\sqrt{\frac{x^m}{x^n}} n\sqrt{\frac{x^n}{x^l}} m\sqrt{\frac{x^l}{x^m}}$ = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. x^p b. x^m c. x^l d. 1

সমাধান: $m\sqrt{\frac{x^m}{x^n}} n\sqrt{\frac{x^n}{x^l}} m\sqrt{\frac{x^l}{x^m}} = m\sqrt{x^{m-n}} \times n\sqrt{x^{n-l}} \times m\sqrt{x^{l-m}} = (x^{m-n})^{\frac{1}{m}} \times (x^{n-l})^{\frac{1}{n}} \times (x^{l-m})^{\frac{1}{m}}$
 $= x^{\frac{m-n}{m}} \times x^{\frac{n-l}{n}} \times x^{\frac{l-m}{m}} = x^{\frac{m-n}{m} + \frac{n-l}{n} + \frac{l-m}{m}} = x^{\frac{lm-ln+mn-lm+ln-mn}{mnl}} = x^{\frac{0}{mnl}} = x^0 = 1$

৩৮. $x^x \sqrt{x} = (x\sqrt{x})^x$ হলে, x এর মান কত? [৯ম-১০ম(উচ্চতর গণিত) (৯.১ এর উপা: ১১ ছবছ)+ [৪০তম বিসিএস প্রিলি:]

- a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{4}{9}$ c. $\frac{9}{4}$ d. $\frac{2}{3}$

সমাধান: এখানে, $x^x \sqrt{x} = (x\sqrt{x})^x \Rightarrow x^{x \cdot \frac{1}{2}} = (x \cdot x^{\frac{1}{2}})^x \Rightarrow x^{x \cdot \frac{1}{2}} = (x^{1+\frac{1}{2}})^x \Rightarrow x^{\frac{x}{2}} = x^{\frac{3}{2}x}$
 $\Rightarrow x^{\frac{x}{2}} = \frac{3}{2} \times x \Rightarrow x^{\frac{x}{2}} \div x = \frac{3}{2} \Rightarrow x^{\frac{x-2}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} \therefore x = \frac{9}{4}$

পদ্ধতি-৩৩: সূচকের সমাধান

৩৯. $100^x = 10$ হলে x এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]

- a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{3}{2}$ c. $\frac{5}{2}$ d. $\frac{5}{4}$

সমাধান: $100^x = 10 \Rightarrow (10)^{2x} = 10^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$

৪০. If $2^x = \sqrt{1024}$, What is the value of x? [Microcredit Regulatory Authority (AD)-2021]

- a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

সমাধান: $2^x = \sqrt{1024} \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \therefore x = 5$

৪১. $(1000)^{\frac{3}{x}} = 10$ হলে, x এর মান কত? [RAKUB (Cashier)-2017]

- a. 0 b. 1 c. 3 d. 2

সমাধান: $(1000)^{\frac{3}{x}} = 10$ (যেহেতু ডান পাশে 10 আছে সেহেতু বাম পাশের 1000 কেও 10 ভিত্তি বানাতে হবে)

$$\Rightarrow (10^3)^{\frac{3}{x}} = 10 \Rightarrow (10)^{\frac{3x}{x}} = 10 \text{ (একটি ভিত্তির উপর দুটি পাওয়ার থাকলে দুটোই গুণ করতে হয়।)}$$

$$\Rightarrow 10^x = 10 \Rightarrow 10^x = 10^1 \text{ (দু পাশেই 10 আছে তাই, দুটি 10 ই বাদ দেয়া যায়)} \therefore x = 1$$

82. $\sqrt[3]{8x^2 \sqrt{32x \sqrt{4x^2}}} = 4$ হলে, x এর মান কত? [বাংলাদেশ সড়ক পরিবহন কর্তৃপক্ষ (অফিস সহকারী)-২০১৭]

- a. 2 b. 1 c. 3 d. 4

Ans: b

সমাধান: $\sqrt[3]{8x^2 \sqrt{32x \sqrt{4x^2}}} = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{8x^2 \sqrt{32x \cdot 2x}} = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{8x^2 \sqrt{64x^2}} = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{8x^2 \cdot 8x} = 4$
 $\Rightarrow \sqrt[3]{64x^3} = 4 \Rightarrow 4x = 4 \therefore x = 1$

83. $2^{x+1} = 32$ হলে x এর মান কত? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (মূল পর্যায়-২)-২০১৯]

- a. 4 b. 3 c. 2 d. 1

Ans: a

সমাধান: $2^{x+1} = 32 \Rightarrow 2^{x+1} = 2^5 \Rightarrow x+1 = 5 \therefore x = 4$

88. $4^{x+1} = 32$ হলে x এর মান কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-১b] + [আইসিবি-এ্যাসিস্টেন্ট প্রোগ্রামার - ২০১৯] + [সম-১০২ শ্রেণী- (গণিত অন্ত: ৪.১ এর উদা: ৬ হুবহু)] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা]-২০১৯]

- a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{3}{2}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$

Ans: b

সমাধান: $4^{x+1} = 32 \Rightarrow 2^{2(x+1)} = 2^5 \Rightarrow 2x+2 = 5 \Rightarrow 2x = 3 \therefore x = \frac{3}{2}$

8৫. $4^{x+1} = 32^{x-2}$ হলে x = কত? [ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]

- a. 10 b. -2 c. -4 d. 4

Ans: d

সমাধান: $4^{x+1} = 32^{x-2} \Rightarrow (2^2)^{x+1} = (2^5)^{x-2} \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^{5x-10} \Rightarrow 2x+2 = 5x-10 \Rightarrow 5x-2x = 2+10 \Rightarrow 3x = 12 \therefore x = 4$

8৬. যদি $3^{x+2} = 81$ হয়, তবে $3^{x-2} =$ কত? [৮ম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২]

- a. 1 b. 3 c. 2 d. 4

Ans: a

সমাধান: $3^{x+2} = 81 \Rightarrow 3^{x+2} = 3^4$ ($3 \times 3 \times 3 \times 3$ অর্থাৎ 4 টি 3 গুণ করলে 81 হয়)
 $\Rightarrow x+2 = 4$ [ভিত্তি মিলে যাওয়ায় ভিত্তি বাদ] $\therefore x = 2$ সুতরাং $3^{x-2} = 3^{2-2} = 3^0 = 1$

89. যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে x = কত? [৩৬তম বিসিএস]

- a. 0 b. 1 c. -1 d. 4

Ans: a

সমাধান: $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ বা, $(5^2)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ বা, $(5)^{4x+6} = 5^{3x+6}$ বা, $4x+6 = 3x+6 \therefore x = 0$

8৮. সমাধান করুন: $4^{x+1} = 2^{x-2}$ (বেসামরিক বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-০৫)

- a. 1 b. 3 c. 2 d. -4

Ans: d

সমাধান: $4^{x+1} = 2^{x-2}$ বা, $2^{2(x+1)} = 2^{x-2}$ বা $2^{2x+2} = 2^{x-2}$ বা, $2x+2 = x-2 \therefore x = -4$

8৯. If $(16)^{2x+3} = (4)^{3x+6}$ then x =? (DBBL (AO)-2009)

- a. 0 b. 3 c. 2 d. 4

Ans: a

সমাধান: $(16)^{2x+3} = (4)^{3x+6}$ বা, $(4^2)^{2x+3} = 4^{3x+6}$ বা, $4^{4x+6} = 4^{3x+6}$ বা, $4x+6 = 3x+6 \therefore x = 0$

৯০. $(2^2)^{x+3} = 256$ হলে x = কত? [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবারক্ষক)-২০২১]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 4

Ans: b

সমাধান: $(2^2)^{x+3} = 256 \Rightarrow (4)^{x+3} = 4^4 \Rightarrow x+3 = 4 \therefore x = 1$ (এখানে ৪ না বানিয়ে ২ বানাতে সময় বেশি লাগবে)

৯১. If $2^{x-6} = \frac{1}{64}$, value of x? [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০২১]

- a. 0 b. 1 c. 2 d. -2

Ans: a

সমাধান: $2^{x-6} = \frac{1}{64} \Rightarrow 2^{x-6} = 2^{-3} \Rightarrow x-6 = -8 \therefore x = -2$

৯২. $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত? [৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)] + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১]

- a. 3 b. -3 c. 7 d. 9

Ans: b

সমাধান: $125(\sqrt{5})^{2x} = 1 \Rightarrow (\sqrt{5})^6 (\sqrt{5})^{2x} = 1 \Rightarrow (\sqrt{5})^{6+2x} = (\sqrt{5})^0 \Rightarrow 6+2x = 0 \therefore x = -3$

৯৩. যদি $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K$ হয়, তবে K =? [৩১-তম বিসিএস]

- a. $9\frac{1}{2}$ b. $11\frac{1}{3}$ c. $12\frac{2}{5}$ d. $13\frac{2}{3}$

Ans: d

সমাধান: $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K \Rightarrow (2^6)^{\frac{2}{3}} + (5^4)^{\frac{1}{2}} = 3K$
 $\Rightarrow 2^4 + 5^2 = 3K \Rightarrow 16 + 25 = 3K \Rightarrow 3K = 41 \therefore K = 13\frac{2}{3}$

৯৪. $(16)^{\frac{1}{x}} = (64)^{\frac{1}{y}}$ হলে, $\frac{y}{x}$ এর মান কত?

- a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{3}{2}$

Ans: d

সমাধান: $(16)^{\frac{1}{x}} = (64)^{\frac{1}{y}} \Rightarrow (4^2)^{\frac{1}{x}} = (4^3)^{\frac{1}{y}} \Rightarrow 4^{\frac{2}{x}} = 4^{\frac{3}{y}} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{y} \therefore \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

৯৫. $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$ হয় তবে x = কত? [৩৩তম বিসিএস]

- a. 8 b. 3 c. 5 d. 4

Ans: d

সমাধান: $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{(x-5)} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-(x-5)}$ [ভগ্নাংশ উল্টে দিলে পাওয়ারের আগে (-) চিহ্ন বসে।]
 $\Rightarrow x-3 = -x+5$ [ভিত্তি মিলে গেছে তাই ভিত্তি বাদ] বা, $2x = 8 \therefore x = 4$

নিজে করুন:

৯৬. If $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-3}$ [স্ট্যান্ডার্ড ব্যাংক প্রবেশনকারী অফিসার- ২০০৮]

- a. 1 b. 2 c. 5 d. 8

Ans: b

৯৭. $\left(\frac{125}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$ এর মান কত? [ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮] + [খাদ্য মন্ত্রণালয় (সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]

- a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{5}{3}$ c. $\frac{9}{25}$ d. $\frac{25}{9}$

Ans: c

সমাধান: $\left(\frac{125}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{5^3}{3^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{3 \times \frac{2}{3}} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{25}{9}\right)$

পদ্ধতি-০৪: সূচকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

৯ম-১০ শ্রেণীর সাধারণ গণিত ও উচ্চতর গণিত থেকে সংগ্রহকৃত কিছু প্রশ্নের সাথে সাম্প্রতিক বিভিন্ন পরীক্ষাতে আসা কিছু প্রশ্ন এখানে সমাধান করে দেয়া হলো। প্রতিটা প্রশ্ন প্রথমে নিজে থেকে চেষ্টা করুন এবং পরে সমাধান দেখে উত্তর মেলান।

৫৮. $x^{-3} - 0.001 = 0$ হলে, x^2 -এর মান- [৩৫তম বিসিএস]

- a. 100 b. 10 c. $\frac{1}{10}$ d. $\frac{1}{100}$

সমাধান: $x^{-3} - 0.001 = 0$ বা, $x^{-3} = 0.001$ বা, $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{1000}$ বা, $x^3 = 1000$ (আড়াআড়ি গুণ করে)

বা, $x^3 = 10^3$ (দুপাশে power সমান করার জন্য) বা, $x = 10$ (power মিলে যাওয়ায় পাওয়ার বাদ)

এই 10 ই উত্তর না, কেননা 10 হল x এর মান। কিন্তু প্রশ্নে x^2 এর মান বের করতে বলা হয়েছে। $\therefore x=10$ হলে $x^2=100$ ।

প্রিন্টিং করুন:

৫৯. $x^4 - 0.0001 = 0$ হলে, x^2 এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়ারেন্স অপারেটর)-২০২১]

- a. 10 b. 100 c. $\frac{1}{100}$ d. $\frac{1}{1000}$

৬০. $3^{x+4} = 3.9^x$ হলে x = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. 2 b. 3 c. 4 d. 9

সমাধান: $3^{x+4} = 3.9^x \Rightarrow 3^{x+4} = 3 \cdot 3^{2x} \Rightarrow 3^{x+4} = 3^{2x+1} \Rightarrow x+4 = 2x+1 \therefore x = 3$

৬১. $3.2^n \cdot 4.2^{n-2} = 2$ কত? (৮ম প্রত্যয়ক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২)

- a. 2^n b. 2^{n+1} c. 2^{n-1} d. 2^3

সমাধান: $3.2^n \cdot 4.2^{n-2} = 3 \cdot 2^n \cdot 2 \cdot 2^{n-2} = 2^{n+2} = 2^1$
 $= 3 \cdot 2^{n-2} = 2^n$ (২ এর ভিত্তি মিলে যাওয়ায় এবং গুণ অবস্থায় থাকায় ২ কমন নিয়ে পাওয়ার যোগ হয়েছে)
 $= 3 \cdot 2^{-2} = 2^n$ (দু রাশিতেই 2^n আছে তাই 2^n কমন) $= 2^n \cdot 2^{-2} = 2^{n-2} = 2^1$

৬২. $12.27^x = 2^2 \cdot 9^{x+4}$ হলে x-এর মান কত? (কারা তত্ত্বাবধায়ক-১০)

- a. 5 b. 4 c. 6 d. 7

সমাধান:

$12.27^x = 2^2 \cdot 9^{x+4}$

বা, $4 \times 3 \times (3^3)^x = 4 \times (3^2)^{x+4}$ (উভয় পাশে মেলানোর জন্য যেভাবে ভাগানো দরকার, সেভাবে চেষ্টা করুন)

বা, $4 \times 3^{3x+1} = 4 \times 3^{2x+8}$ বা, $3^{3x+1} = 3^{2x+8}$ (উভয় পক্ষকে ৪ দ্বারা ভাগ করে)

বা, $3x+1 = 2x+8$ (দু পাশের ভিত্তি ৩ মিলে যাওয়ায় ৩ তুলে দেয়া হয়েছে) বা, $3x-2x = 8-1 \therefore x = 7$ Ans: 7

৬৩. $3 \times 27^x = 9^{x+4}$ হলে x = কত? (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা-১০) + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অন্: ৫.৩ এর উদাহরণ-১)]

- a. 4 b. 8 c. 7 d. 16

সমাধান: $3 \times 27^x = 9^{x+4} \Rightarrow 3 \times 3^{3x} = 3^{2x+8} \Rightarrow 3^{3x+1} = 3^{2x+8} \Rightarrow 3x+1 = 2x+8 \therefore x = 7$

৬৪. $9.2^n - 2.2^{n-1} = 2$ কত? [সার্কেল এডজুটেট স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-২০১০]

- a. 2^n b. 2^{n+1} c. 2^{n-1} d. 2^{n+3}

স: মনে রাখবেন সূচকের অংকে মাত্রাখানো + অথবা - থাকলে এগুলো হচ্ছে সীমানা। এদের দুপাশের রাশির আলাদা আলাদা কাজ হয়, এবং শেষে কমন নিয়ে মান বের করা যায়। কখনো একসাথে করতে গিয়ে গুলিয়ে ফেলবেন না।

সমাধান: $9.2^n - 2.2^{n-1}$ (৯ কে 3^2 বানানোর প্রয়োজন নেই, এখানে (-) এর দু পাশে 2^n আছে তাই এটা নিয়ে ভাবুন)
 $= 9.2^n - 2^{1+n-1}$
 $= 9.2^n - 2^n = 2^n(9-1)$ (উভয় রাশিতে 2^n আছে তাই 2^n কমন নেয়া হলো) $= 2^n \cdot 8 = 2^n \cdot 2^3 = 2^{n+3}$

৬৫. $36.2^{3x-8} = 3^2$ হলে x এর মান কত? [৩৩তম বিসিএস]

- a. $\frac{7}{3}$ b. $\frac{8}{3}$ c. 3 d. 2

সমাধান: $36.2^{3x-8} = 3^2 \Rightarrow 36 \cdot 2^{3x-8} = 9 \Rightarrow 4 \cdot 2^{3x-8} = 1$ [৯ দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে]
 $\Rightarrow 2^2 \cdot 2^{3x-8} = 1 \Rightarrow 2^{3x-8+2} = 1 \Rightarrow 2^{3x-6} = 2^0 \Rightarrow 3x-6 = 0 \therefore x = 2$

৬৬. x এর মান কত হলে, $72.3^{3x-5} = 2^3$ হবে? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (উপ: সহ: প্রকৌশলী - সিলিগুড়ি)-২০১৭]

- a. $\frac{3}{5}$ b. 2 c. $\frac{5}{3}$ d. 1

সমাধান: $72.3^{3x-5} = 2^3 \Rightarrow 72 \cdot 3^{3x-5} = 8 \Rightarrow 9 \cdot 3^{3x-5} = 1 \Rightarrow 3^2 \cdot 3^{3x-5} = 1 \Rightarrow 3^{2+3x-5} = 1$
 $\Rightarrow 3^{3x-3} = 1 \Rightarrow 3^{3x-3} = 3^0 \Rightarrow 3x-3 = 0 \Rightarrow 3x = 3 \therefore x = 1$

৬৭. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ হলে x = কত? [৩৪তম বিসিএস] + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত ৫.৩)] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তি: কর্মকর্তা)-২০২২]

- a. 2 b. 3 c. $\frac{8}{3}$ d. $\frac{7}{3}$

সমাধান:	বিকল্প সমাধান:
$5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ [সরুতেই দুপাশের পাওয়ার বাদ দিলে কিছুই থাকবে না তাই পাওয়ার বাদ দেয়া যাবে না]	$5^{3x-7} = 3^{3x-7}$
বা, $\frac{5^{3x-7}}{3^{3x-7}} = 1$ [$3^{3x-7} \times 1$ গুণ অবস্থায় ছিল তাই বাম পাশে গিয়ে ভাগ হয়েছে এবং ডানে 1 রয়ে গেছে]	বা, $\frac{5^{3x}}{5^7} = \frac{3^{3x}}{3^7} \left[\therefore a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} \right]$
বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = 1$ [উপর নিচে পাওয়ার কমন]	বা, $\frac{5^{3x}}{3^{3x}} = \frac{5^7}{3^7}$ [আড়াআড়ি পরিবর্তন করে]
বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$ [যেহেতু 1 = (যে কোন কিছু) ^০]	বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{5}{3}\right)^7 \left[\therefore \frac{a^n}{a^n} = \left(\frac{a}{a}\right)^n \right]$
বা, $3x-7 = 0$ বা, $3x = 7 \therefore x = \frac{7}{3}$ Ans: $\frac{7}{3}$	বা, $3x=7$ [$\therefore a=a^n$ হলে $m=n$] বা, $x = \frac{7}{3}$ সুতরাং $x = \frac{7}{3}$ Ans: $\frac{7}{3}$

৬৮. $5^{4x-2} = 7^{4x-2}$ হলে x = ? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. $\frac{1}{2}$ b. 2 c. $-\frac{1}{2}$ d. -2

সমাধান: $5^{4x-2} = 7^{4x-2} \Rightarrow \frac{5^{4x-2}}{7^{4x-2}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{5}{7}\right)^{4x-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^0 \Rightarrow 4x-2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{4} \therefore x = \frac{1}{2}$

৬৯. $3^{x-n} - 5^{x-n} = 0$ হলে, x = কত? [বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও বনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯] + [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]

- a. 3 b. 5 c. 0 d. n

সমাধান: $3^{x-n} - 5^{x-n} = 0 \Rightarrow 3^{x-n} = 5^{x-n} \Rightarrow \frac{3^{x-n}}{5^{x-n}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x-n} = \left(\frac{3}{5}\right)^0 \Rightarrow x-n = 0 \therefore x = n$

৭০. $4^x + 4^{1-x} = 4$ হলে, $x =$ কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি]

- a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{1}{2}$ d. 1

<p>সমাধান:</p> $4^x + 4^{1-x} = 4 \Rightarrow 4^x + \frac{4}{4^x} = 4 \Rightarrow \frac{(4^x)^2 + 4}{4^x} = 4 \Rightarrow (4^x)^2 + 4 = 4 \cdot 4^x \Rightarrow (4^x)^2 - 4 \cdot 4^x + 4 = 0$ $\Rightarrow (4^x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4^x + (2)^2 = 0 \Rightarrow (4^x - 2)^2 = 0$ $\Rightarrow 4^x - 2 = 0 \Rightarrow 4^x = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$	<p>বিকল্প সমাধান:</p> $4^x + 4^{1-x} = 4 \Rightarrow 4^x + \frac{4}{4^x} = 4 \Rightarrow \frac{a^2 + 4}{a} = 4 \quad [4^x = a \text{ ধরে}]$ $\Rightarrow a^2 + 4 = 4a \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 2a + 4 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-2) = 0$ <p>[বামে দুটি রাশি একই]</p> $\therefore 4^x - 2 = 0 \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}]$ $\Rightarrow 4^x = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$
---	--

শর্টকাট: অপশন থেকে মান বসিয়ে $x = 1/2$ ধরে বামপক্ষ $4^x + 4^{1-x} = 4^{1/2} + 4^{1-1/2} = 4^{1/2} + 4^{1/2} = 4 =$ ডানপক্ষ। অন্যগুলো নিলে এভাবে সমান হবে না। তাই উত্তর: $x = 1/2$

৭১. $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে $x =$ কত? [৩৬তম বিসিএস লিখিত] এবং [৩৮তম বিসিএস প্রিলি] (বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণীর ৪১ অধ্যায়ের ২২ নম্বর প্রশ্ন হুবহু।) + [বেলপাথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

a. (1,2) b. (0,2) c. (1,3) d. (0,1)

<p>সমাধান:</p> $2^x + 2^{1-x} = 3$ <p>বা, $2^x + \frac{2}{2^x} = 3$</p> <p>বা, $p + \frac{2}{p} = 3$ [$2^x = p$ ধরে]</p>	<p>বা, $\frac{p^2 + 2}{p} = 3$</p> <p>বা, $p^2 + 2 = 3p$</p> <p>বা, $p^2 - 3p + 2 = 0$</p> <p>বা, $p^2 - 2p - p + 2 = 0$</p>	<p>বা, $(p-2)(p-1) = 0$</p> <p>হয়, $p-2=0$ অথবা, $p-1=0$</p> <p>বা, $2^x = 2$ বা, $2^x = 1$</p> <p>$\therefore x = 1$ বা, $2^x = 2^0$ [$a^0 = 1$]</p> <p>$\therefore x = 0$</p> <p>সুতরাং $x = (0,1)$ Ans. (0,1)</p>
---	--	--

শর্টকাট: কয়েক সেকেন্ড সমাধান করার জন্য: $x = 0$ হলে, $2^0 + 2^{1-0} = 3 \Rightarrow 1 + 2 = 3 \Rightarrow 3 = 3$
আবার: $x = 1$ হলে, $2^1 + 2^{1-1} = 3 \Rightarrow 2 + 1 = 3 \Rightarrow 3 = 3$ এর দুপাশে 3 মিলে যাওয়ায় এটাই উত্তর

৭২. সমাধান করুন: $5^x + 5^{2-x} = 26$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর ৯)]

- a. (1, 2) b. (2, 3) c. (1, 3) d. (2, 0)

<p>সমাধান:</p> $5^x + 5^{2-x} = 26 \Rightarrow 5^x + \frac{25}{5^x} = 26$ $\Rightarrow a + \frac{25}{a} = 26 \quad [5^x = a \text{ ধরে}]$ $\Rightarrow a^2 + 25 = 26a$ $\Rightarrow a^2 - 25a - a + 25 = 0$ $\Rightarrow (a-25)(a-1) = 0 \Rightarrow (5^x - 25)(5^x - 1) = 0$	<p>এখানে</p> <p>হয়, $5^x - 25 = 0$ অথবা, $5^x - 1 = 0$</p> $\Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2$ $\Rightarrow 5^x = 5^0 \Rightarrow 5^x = 1$ $\therefore x = 2 \quad \therefore x = 0$ <p>সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $x = 2$ অথবা 0 উত্তর: (2,0)</p>
---	--

৭৩. If $\frac{0.0015 \times 10^m}{0.03 \times 10^k} = 5 \times 10^7$, then $m - k = ?$ [BKB (SO)-2017]

সমাধান: $\frac{0.0015 \times 10^m}{0.03 \times 10^k} = 5 \times 10^7$

or $\frac{10^m}{10^k} = 5 \times 10^7 \times \frac{0.03}{0.0015}$ or $\frac{10^m}{10^k} = 5 \times 10^7 \times \frac{3 \times 100}{15} \Rightarrow 10^{m-k} = 10^9 \therefore m-k = 9$

৭৪. $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$ হলে x এর মান কত? [ডাক অধিদপ্তরের বিভিন্ন ওভারশিয়ার-২০১৮] [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]

a. $\frac{2}{m}$ b. $2m$ c. $\frac{m}{2}$ d. 0

সমাধান: $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$ (এখানে কেউ দুপাশ থেকে 3 বাদ দিলে ভুল হবে। কারণ ডানপাশে 3 এরপর a গুণ অবস্থায় আছে)

$$\Rightarrow \frac{3^{mx-1}}{3} = a^{mx-2} \Rightarrow 3^{mx-2} = a^{mx-2} \Rightarrow \frac{3^{mx-2}}{a^{mx-2}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0 \Rightarrow mx-2 = 0 \therefore x = \frac{2}{m}$$

৭৫. $\frac{3^{x+4} - 9 \cdot 3^{x+1}}{3^{x+2}}$ এর মান কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহঃ স্টেশন মাস্টার)-২০১৮]

a. 8 b. 7 c. 7 d. 6

সমাধান: $\frac{3^{x+4} - 9 \cdot 3^{x+1}}{3^{x+2}} = \frac{3^x \times 3^4 - 3^2 \cdot 3^x \times 3^1}{3^x \times 3^2} = \frac{3^x \times 81 - 3^x \times 27}{3^x \times 9} = \frac{3^x(81-27)}{3^x \times 9} = \frac{54}{9} = 6$

৭৬. $a^b = b^a$, $a = 2b$, $a \neq 0$ $b \neq 0$ হলে $(a, b) = ?$ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]

a. (2, 4) b. (4, 2) c. (4, 8) d. (8, 4)

সমাধান: $a^b = b^a$ এবং $a = 2b \Rightarrow (2b)^b = b^{2b} \quad [\therefore a = 2b] \Rightarrow 2^b \cdot b^b = b^{2b}$

$$\Rightarrow 2^b = \frac{b^{2b}}{b^b} \Rightarrow 2^b = b^{2b-b} \Rightarrow 2^b = b^b \therefore b = 2$$
 সুতরাং $a = 2 \times 2 = 4 \therefore (a, b) = (4, 2)$

শ্রী নিজে করুন:

৭৭. সমাধান করুন: $x^y = y^x$; $x = 2y$ ($x \neq 0$, $y \neq 0$) [থানা নির্বাচন অফিসার: ২০০৪]

a. $(x, y) = (8, 4)$ b. $(x, y) = (6, 3)$ c. $(x, y) = (2, 1)$ d. $(x, y) = (4, 2)$ Ans: d

সমাধান: দেওয়া আছে, $x = 2y$ ($x \neq 0$, $y \neq 0$)

সুতরাং $x^y = y^x \Rightarrow (2y)^y = y^{2y} \quad [x = 2y \text{ বসিয়ে পাই}]$

$$\Rightarrow 2^y \cdot y^y = y^{2y} \Rightarrow 2^y = \frac{y^{2y}}{y^y} \Rightarrow 2^y = y^{2y-y} \Rightarrow 2^y = y^y \therefore y = 2$$

$$\therefore x = 2y = 2 \cdot 2 = 4 \therefore (x, y) = (4, 2)$$

৭৮. $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \cdot 5^n} =$ কত? [৩৪ তম বিসিএস] + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১ এর উদাহরণ)]

a. 4 b. 8 c. 12 d. 16

সমাধান: $\frac{5^n \times 5^2 + 7 \times 5 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n} = \frac{5^n \times 25 + 7 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n} = \frac{5^n(25+7)}{4 \times 5^n} = \frac{32}{4} = 8$

৭৯. $\frac{5 \cdot 3^n - 27 \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}$ এর মান- [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]
 a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

সমাধান: $\frac{5 \cdot 3^n - 27 \cdot 3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}} = \frac{5 \cdot 3^n - 27 \cdot 3^n \cdot 3^{-2}}{3^n - 3^n \cdot 3^{-1}} = \frac{3^n \left(5 - \frac{27}{9}\right)}{3^n \left(1 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$

৮০. $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলি.]
 a. 4x b. 6x c. 4 d. 8

সমাধান:

$x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0 \Rightarrow x = -(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}) \dots (i)$

$\Rightarrow x^3 = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)^3$ [ঘন করে] $\Rightarrow x^3 = -\left[\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3 + 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\right]$

$\Rightarrow x^3 = -\{2 + 4 + 3 \cdot 2^{\frac{1+2}{3}}(-x)\}$ [(i) হতে] $\Rightarrow x^3 = -6 + 6x \therefore x^3 + 6 = 6x$ উত্তর: 6x

৮১. যদি $a = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^3 - 6a^2 + 6a - 2 = 0$ [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১ উদা: ১৬]

সমাধান: দেওয়া আছে, $a = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$

$\therefore a - 2 = 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$

বা, $(a-2)^3 = \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 2^2 + 2 + 3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right) = 6 + 6(a-2)$ $\left[\because 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} = a - 2\right]$

বা, $a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 2 + 3 \cdot a \cdot 2^2 - 2^3 = 6 + 6a - 12$ বা, $a^3 - 6a^2 + 12a - 8 = 6a - 6 \therefore a^3 - 6a^2 + 6a - 2 = 0$

Practice Part

- $a = 3, m = 2, n = 1$ হলে $(a^m)^n$ এর মান কত? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]
 a. 9 b. 12 c. 3 d. 4
- $a^{-3} = 0.2$ হলে a^{12} = কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১৮]
 a. 125 b. 625 c. 5 d. 6
- $2^{x+2} = 16$ হলে, 5^{x-2} এর মান কত?
 a. 3 b. 2 c. 1 d. 0

৮. $\frac{\sqrt[3]{7^2} \times \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$ [৯ম-১০ম সাধারণ গণিত (অনু: ৪.১)] + [CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]

a. $\sqrt[3]{7}$ b. 7 c. $7\sqrt{7}$ d. $\sqrt{7}$
 ৯. যদি $a^x = b^y = c^z$ এবং $b^2 = ac$ হয় তাহলে $\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$ এর মান কত?

a. 2 b. $\frac{2}{y}$ c. $\frac{y}{2}$ d. y

১০. যদি $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{c}$ এবং $abc = 1$ হয় তাহলে $x + y + z$ এর মান কত?
 a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

১১. যদি, $a^x = p, a^y = q$ এবং $a^z = (p^y \cdot q^x)^z$ হয় তবে, xyz এর মান কত?
 a. 2 b. 5 c. 1 d. 4

১২. $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ এবং $abc = 1$ হলে $x+y+z = ?$
 a. 1 b. 2 c. 3 d. 0

১৩. যদি $x^a = y^b = z^c$ এবং $xyz = 1$ হয় তবে, $ab + bc + ca$ এর মান নির্ণয় করুন।
 a. 0 b. 1 c. 5 d. 3

১৪. যদি, $9^x = 27^y$ হয় তবে, $\frac{x}{y}$ এর মান কত?
 a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{2}{3}$ c. 3 d. 2

১৫. যদি $10^{2y} = 25$ হয় তাহলে 10^{-y} = কত?
 a. 0 b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{1}{2}$ d. 2

১৬. যদি $x\sqrt{0.09} = 3$, তাহলে $x = ?$ [One Bank - 2010]
 a. 0.9 b. 0.03 c. 0.3 d. 10

১৭. $2^{2x+2} = 8^{x+3}$ হলে $x =$ কত?
 a. 7 b. -7 c. 5 d. 3

১৮. $\sqrt{5^n} = 125$ হলে $n^2 + n - 1 = ?$
 a. 24 b. 36 c. 41 d. 48

১৯. $16^x = 4^{8x-36}$ হলে $5^x = ?$
 a. 5^8 b. 6^8 c. 5^6 d. 5^4

২০. $2^{2a} = 16^{22a}$ হলে a এর মান কত?
 a. 2 b. -2 c. 4 d. 1

২১. $16 \times 4^a = 1$ [রাঁকাব, (সুপারভাইজার) -১৫]
 a. 2 b. -2 c. 4 d. -4

২২. $\frac{9^x - 4}{3^x - 2} - 2$ এর মান কত? [১৩ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (মূল/পর্ধ্যায়-২)-২০১৬]
 a. 3^x b. $3^x + 2$ c. $2^x - 2$ d. 2^x

১৯. $\sqrt[3]{3^4 \sqrt{3^{-5} \sqrt{3^6}}$ এর মান কত?
 a. 1 b. 2 c. 3 d. 4
২০. $2^a = 3^b$ এবং $2^{a+2} - 3^{b+1} = 3$ হলে $b =$ কত?
 a. 1 b. 2 c. 3 d. 4
২১. $(64)^{0.2} \times (16)^{0.3} \times (4)^{0.8}$ এর মান কত?
 a. 10 b. 12 c. 16 d. 24
২২. সমাধান করুন- $7^{x-5} + 6 = 7^{x-4}$
 a. 2 b. 3 c. 4 d. 5
২৩. $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = 1$ হলে a - এর মান কত? [১১তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা- ২০১৪]
 a. 0 b. 2 c. 1 d. -1
২৪. $\frac{3^{3x-4} \cdot a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$ ($a > 0$) [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩) প্রশ্ন-৬]
 a. 5 b. 10 c. $\frac{5}{2}$ d. $\frac{2}{5}$
২৫. $\frac{5^{2x} \cdot b^{x-3}}{5^{x+3}} = a^{x-3}$, ($a > 0, b > 0, 5b \neq a$) [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩) প্রশ্ন-৭]
 a. 0 b. 1 c. 2 d. 3
২৬. সমাধান করুন: $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)]
 a. 4 b. -4 c. 6 d. -6
২৭. $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১)]
 a. 8 b. 6 c. 5 d. 2
২৮. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]
 a. 0 b. 5 c. 8 d. 12
২৯. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ ($a > 0, a \neq 2$) [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]
 a. 1 b. 3 c. 6 d. 10
৩০. $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ হলে $x =$ কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]
 a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

উত্তরমালা

১.	a	২.	b	৩.	c	৪.	d	৫.	b	৬.	a	৭.	c	৮.	d
৯.	a	১০.	a	১১.	b	১২.	d	১৩.	b	১৪.	c	১৫.	c	১৬.	b
১৭.	b	১৮.	a	১৯.	c	২০.	a	২১.	c	২২.	d	২৩.	d	২৪.	c
২৫.	d	২৬.	b	২৭.	c	২৮.	b	২৯.	c	৩০.	a				

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: দেওয়া আছে, $a=3, m=2, n=1 \therefore (a^m)^n = (3^2)^1 = 3^2 = 9$
২. সমাধান: $a^{-3} = 0.2 \Rightarrow \frac{1}{a^3} = \frac{2}{10} \Rightarrow a^3 = \frac{10}{2} \Rightarrow (a^3)^4 = (5)^4 \therefore a^{12} = 625$
৩. সমাধান: $2^{x+2} = 16 \Rightarrow x+2 = 4 \therefore x = 2 \therefore 5^{x-2} = 5^{2-2} = 5^0 = 1$
৪. সমাধান: $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2+1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^1}{7^{\frac{1}{2}}} = 7^{1-\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$ Ans.
৫. সমাধান: $a^x = b^y \Rightarrow a = b^{\frac{y}{x}}$ আবার, $c^z = b^y \Rightarrow c = b^{\frac{y}{z}}$
 এখন, $b^2 = ac \Rightarrow b^2 = b^{\frac{y}{x}} \cdot b^{\frac{y}{z}} \Rightarrow b^2 = b^{\frac{y}{x} + \frac{y}{z}} \Rightarrow 2 = \frac{y}{x} + \frac{y}{z} \Rightarrow 2 = y \times \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{2}{y}$
৬. সমাধান: $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{c} = k \therefore a = k^3, c = k^3, b = k^3$
 এখন, $abc = 1 \Rightarrow k^3 \cdot k^3 \cdot k^3 = 1 \Rightarrow k^{3+3+3} = k^0 \therefore x+y+z = 0$
৭. সমাধান: দেওয়া আছে, $a^x = p, a^y = q$ এবং $a^2 = (p \cdot q)^{xy}$
 $\Rightarrow a^2 = (a^{xy} \cdot a^{yx})^z \Rightarrow a^2 = a^{(xy+yz)z} \Rightarrow 2 = 2xyz \therefore xyz = 1$
৮. সমাধান: ধরি, $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k \therefore a = k^x, b = k^y, c = k^z$
 আবার, $abc = 1 \Rightarrow k^x \cdot k^y \cdot k^z = k^0 \Rightarrow k^{x+y+z} = k^0 \therefore x+y+z = 0$ (Ans:)
৯. সমাধান: $x^a = y^b = z^c = k$ সুতরাং $x = k^{\frac{1}{a}}, y = k^{\frac{1}{b}}, z = k^{\frac{1}{c}} \therefore xyz = 1$
 $\Rightarrow k^{\frac{1}{a}} \cdot k^{\frac{1}{b}} \cdot k^{\frac{1}{c}} = k^0 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow \frac{bc+ca+ab}{abc} = 0 \therefore ab+bc+ca = 0$
১০. সমাধান: $9^x = 27^y \Rightarrow 3^{2x} = 3^{3y} \Rightarrow 2x = 3y \therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$
১১. সমাধান: $10^{2y} = 25 \Rightarrow (10^y)^2 = 25 \Rightarrow (10^y)^2 = (5)^2 \Rightarrow 10^y = 5 \Rightarrow 10^y = 5^1 \therefore 10^y = \frac{1}{5}$
১২. সমাধান: $x\sqrt{0.09} = 3 \Rightarrow x \times 0.3 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{0.3} \therefore x = 10$
১৩. সমাধান: $2^{2x+2} = 8^{x+3}$ বা, $2^{2x+2} = 2^{3(x+3)}$ বা, $2^{2x+2} = 2^{3x+9}$ বা, $2x+2 = 3x+9 \therefore x = -7$
১৪. সমাধান: $\sqrt{5^n} = 125 \Rightarrow (5)^{\frac{n}{2}} = 5^3 \Rightarrow \frac{n}{2} = 3 \therefore n = 6 \therefore n^2+n-1 = 6^2+6-1 = 36+5-1 = 41$
১৫. সমাধান: $16^x = 4^{8x-36} \Rightarrow 4^{2x} = 4^{8x-36} \Rightarrow 2x = 8x-36 \Rightarrow 6x = 36 \therefore x = 6 \therefore 5^x = 5^6$ (Ans)

১৬. সমাধান: $2^{2^a} = 16^{2^{2a}}$

$\Rightarrow (2)^{2^a} = (2^4)^{2^{2a}} \Rightarrow 2^a = 4 \times 2^{2a} \Rightarrow 2^a = 2^2 \times 2^{2a} \Rightarrow 2^a = 2^{2+2a} \Rightarrow a = 2 + 2a \therefore a = -2$

১৭. সমাধান: $16 \times 4^a = 1$ or $2^4 \times 2^{2a} = 1$ or $2^{4+2a} = 1$ or $2^{4+2a} = 2^0$ or $4+2a = 0$ or $2a = -4$ So $a = -2$

১৮. সমাধান: $\frac{9^x - 4}{3^x - 2} = \frac{3^{2x} - 2^2}{3^x - 2} = \frac{(3^x)^2 - 2^2}{3^x - 2} = \frac{(3^x + 2)(3^x - 2)}{3^x - 2} = 3^x + 2 = 3^x$

১৯. সমাধান: $\sqrt[3]{3^4 \sqrt{3^{-5} \sqrt{3^6}}} = \sqrt[3]{3^4 \sqrt{3^{-5} \times 3^3}} = \sqrt[3]{3^4 \sqrt{3^{-2}}} = \sqrt[3]{3^4 \cdot 3^{-1}} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$

২০. সমাধান: দেয়া আছে, $2^a = 3^b$ এবং $2^{a+2} - 3^{b+1} = 3 \Rightarrow 2^a \times 2^2 - 3^b \times 3^1 = 3 \Rightarrow 3^b \times 4 - 3^b \times 3 = 3 \Rightarrow 3^b (4 - 3) = 3 \Rightarrow 3^b = 3^1 \therefore b = 1$

২১. সমাধান: $(64)^{0.2} \times (16)^{0.3} \times (4)^{0.8} = (4^3)^{0.2} \times (4^2)^{0.3} \times (4)^{0.8} = 4^{0.6} \times 4^{0.6} \times 4^{0.8} = 4^{0.6+0.6+0.8} = 4^2 = 16$

২২. সমাধান: $7^{x-5} + 6 = 7^{x-4} \Rightarrow 7^{x-4} - 7^{x-5} = 6 \Rightarrow 7^x \cdot 7^{-4} - 7^x \cdot 7^{-5} = 6 \Rightarrow 7^x (7^{-4} - 7^{-5}) = 6$
 $\Rightarrow 7^x \left(\frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^5}\right) = 6 \Rightarrow 7^x \left(\frac{7-1}{7^5}\right) = 6 \Rightarrow 7^x \left(\frac{6}{7^5}\right) = 6 \Rightarrow 7^x \times 6 = 6 \times 7^5 \Rightarrow 7^x = 7^5 \therefore x = 5$

২৩. সমাধান: $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = 1$ বা, $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = \left(\frac{x}{2}\right)^0$ বা, $a+1 = 0 \therefore a = -1$

২৪. সমাধান: $\frac{3^{3x-4} \cdot a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$ ($a > 0$) $\Rightarrow \frac{3^{3x-4}}{3^{x+1}} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$ [সম জাতীয়গুলোকে একপাশে রাখলে হিসাব করা সহজ হবে।]

$\Rightarrow 3^{3x-4-x-1} = 1 \Rightarrow 3^{2x-5} = 1 \Rightarrow 3^{2x-5} = 3^0 \Rightarrow 2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \therefore x = \frac{5}{2}$

২৫. সমাধান: $\frac{5^{2x} \cdot b^{x-3}}{5^{x+3}} = a^{x-3}$, ($a > 0, b > 0, 5b \neq a$)

$\Rightarrow \frac{5^{2x}}{5^{x+3}} \times b^{x-3} = a^{x-3}$

$\Rightarrow 5^{2x-x-3} \times b^{x-3} = a^{x-3}$ [এখানে বাম পাশের b^{x-3} ডান পাশে নিচে আনা যাবে না, তাহলে উপরের শর্ত পূর্ণ হবে না।]

$\Rightarrow \frac{5^{x-3} \times b^{x-3}}{a^{x-3}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{5b}{a}\right)^{x-3} = 1 \Rightarrow \left(\frac{5b}{a}\right)^{x-3} = \left(\frac{5b}{a}\right)^0 \Rightarrow x-3 = 0 \therefore x = 3$

২৬. সমাধান: $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$ শেষের ভগ্নাংশটি দেখে টেনশন করার কিছু নেই কারণ সমাধান করতে ধরলে মিলে যাবে।

$\Rightarrow 3^{x+5} = \frac{3 \cdot 3^{x+3} + 8}{3} \Rightarrow 3(3^{x+5}) = (3^x \cdot 3^4) + 8$ [আড়াআড়ি গুণ]

$\Rightarrow 3^x \cdot 3^6 - (3^x \cdot 3^4) = 8 \Rightarrow 3^x \cdot 3^4 (3^2 - 1) = 8 \Rightarrow 3^{x+4} \cdot 8 = 8 \Rightarrow 3^{x+4} = 1 \Rightarrow 3^{x+4} = 3^0 \Rightarrow x+4 = 0 \therefore x = -4$

২৭. সমাধান: $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320 \Rightarrow 2^x \cdot 2^3 + 2^x \cdot 2^1 = 320 \Rightarrow 8 \cdot 2^x + 2 \cdot 2^x = 320 \Rightarrow 2^x(8+2) = 320$
 $\Rightarrow 2^x \cdot 10 = 320 \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5 \therefore x = 5$ \therefore নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

২৮. সমাধান: $\left(\frac{1}{3^2}\right)^{x+5} = \left(\frac{1}{3^3}\right)^{2x+5} \Rightarrow 3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}} \Rightarrow \frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3} \Rightarrow 3x+15 = 4x+10 \therefore x = 5$

২৯. সমাধান $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ ($a > 0, a \neq 2$) $\Rightarrow \frac{2^{x-4}}{4} = a^{x-6} \Rightarrow \frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6} \Rightarrow 2^{x-6} = a^{x-6}$
 $\Rightarrow 2^{x-6} = a^{x-6} \Rightarrow \frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0 \Rightarrow x-6 = 0 \therefore x = 6$ Ans: 6

৩০.

সমাধান:		
$4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$		
বা, $4^{x+2} - 2^{2x+1} = 14$ [x গুলো একপাশে]	বা, $2^{2x} \cdot 2^4 - 2^{2x} \cdot 2 = 14$	বা, $2^{2x} = 1$
বা, $2^{2x+4} - 2^{2x+1} = 14$	বা, $2^{2x}(16 - 2) = 14$	বা, $2^{2x} = 2^0$
	বা, $2^{2x} \cdot 14 = 14$	বা, $2x = 0 \therefore x = 0$

Model Test

পূর্ণমান: ১৫

সময়: ১৫মিনিট

- $(\sqrt{3})^6$ এর মান কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ০১]
 - a. 9
 - b. 18
 - c. 27
 - d. 81
- $x^4 \div x^6 \times x^2$ এর মান কত? [বিক্রম মজুমদারের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]
 - a. 1
 - b. x^2
 - c. x
 - d. $\frac{1}{x}$
- $\frac{1}{e^{-x}}$ = নিচের কোনটি?
 - a. e^x
 - b. $\frac{1}{e^x}$
 - c. e^{-x}
 - d. $\frac{1}{e^x}$
- $8^{\frac{3}{4}} \div 8^{\frac{1}{2}}$ এর মান কত? [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]
 - a. 4
 - b. 8
 - c. $\sqrt[4]{8}$
 - d. $\sqrt[4]{4}$
- $2^n \div 2^{n-1}$ = কত? [পরিসংখ্যান ব্যুরোর কম্পিউটার কর্মকর্তা - ১৯৯৫]
 - a. 2
 - b. 2^{n+1}
 - c. 2^n
 - d. 2^{n-1}
- $(\sqrt[3]{2^6})^2$ এর মান কত?
 - a. 10
 - b. 16
 - c. 32
 - d. 24
- $4^n = 64$ হলে n এর মান কত?
 - a. 5
 - b. 7
 - c. 4
 - d. 3
- $\sqrt{x} \times x^{\frac{1}{4}}$ এর এর মান কত?
 - a. \sqrt{x}
 - b. $\frac{1}{\sqrt{x}}$
 - c. $x^{\frac{1}{4}}$
 - d. $x^{\frac{1}{3}}$

Basic Math 6th-42B

৯. $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$ এর মান নিচের কোনটি?
 a. 5^{x+3} b. 5^{x+2} c. 5^{x+1} d. 5^x

১০. সমাধান করুন: $2^{x+7} = 4^{x+2}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর উদাহরণ -১)]

- a. 5 b. 3 c. 6 d. 9

১১. সমাধান করুন: $2^{2x+1} = 128$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)] + [CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]

- a. 3 b. 6 c. 8 d. 10

১২. $3^{x+2} = 81$ হলে $x =$ কত? [উপজেলা সহকারী শিক্ষা অফিসার-১০] + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

১৩. $(\frac{a}{b})^{x-1} = (\frac{b}{a})^{x-3}$ হলে x এর মান কত হবে?

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

১৪. $\sqrt[12]{a^8} \sqrt[6]{a^6} \sqrt[4]{a^4}$
 a. 0 b. 1 c. a d. b

১৫. $2^x = \frac{2^4 \times 8^3 \times 4^2}{2^{10}}$ হলে $x =$ কত?

- a. 3 b. 8 c. 4 d. 7

উত্তরমালা

১.	d	২.	a	৩.	a	৪.	c	৫.	a	৬.	b	৭.	d	৮.	a
৯.	c	১০.	b	১১.	a	১২.	b	১৩.	c	১৪.	c	১৫.	d		

লিখিত অংশ

১. সমাধান করুন: $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$ [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান: দেওয়া আছে,

$4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$

$\Rightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x \cdot 2^2 + 32 = 0$

$\Rightarrow (2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$ [এখানে 12 দিয়ে 2^x এর 2 কে গুণ করে 24^x করলে ভুল হবে।]

$\Rightarrow (2^x)^2 - 8 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^x + 32 = 0$ [উৎপাদকের নিয়মে ভাঙতে হবে ($2^x = a$ এর মত মনে করুন.)]

$\Rightarrow 2^x(2^x - 8) - 4(2^x - 8) = 0$

$\Rightarrow (2^x - 8)(2^x - 4) = 0$

$\Rightarrow 2^x - 8 = 0$ অথবা, $2^x - 4 = 0$

$\Rightarrow 2^x = 2^3$ বা, $2^x = 2^2$

$\therefore x = 3$

$\therefore x = 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান $x=2$ অথবা $x=3$

Ans: (2, 3)

নিজে করুন:

২. $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} = -32$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর ১২ নম্বর প্রশ্ন হতে)]

Ans: $x = (2, 3)$

৩. $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$ হলে x এর মান কত? ৩৭তম বিসিএস (লিখিত) + [৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.১ এর ২১ নং প্রশ্ন হতে] + বিদ্যুৎ, আলানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]

সমাধান: $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

$\Rightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+1} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x-1} \Rightarrow (3)^{\frac{x+1}{2}} = (3)^{\frac{2x-1}{3}} \Rightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{2x-1}{3} \Rightarrow 4x-2 = 3x+3 \therefore x = 5$

৪. $(x^a \cdot b)^{a+b} \cdot (x^b \cdot c)^{b+c} \cdot (x^c \cdot a)^{c+a} =$ কত? (৩১তম বিসিএস লিখিত)

Ans: 1

সমাধান: $(x^a \cdot b)^{a+b} \cdot (x^b \cdot c)^{b+c} \cdot (x^c \cdot a)^{c+a} = x^{a^2+b^2} \times x^{b^2+c^2} \times x^{c^2+a^2} = x^{a^2+b^2+b^2+c^2+c^2+a^2} = x^0 = 1$

৫. $\frac{2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2}$ এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)]

সমাধান: (উপরে মাঝখানে (-) আছে তাই (-) এর দু পাশে আলাদা ভাবে কাজ করতে হবে)

$\frac{2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2} = \frac{2^x \cdot 2^4 - 2^{2+x+1}}{2^x \cdot 2^2 \div 2} = \frac{2^x \cdot 2^4 - 2^{3+x}}{2^x \cdot 2^{2-1}} = \frac{2^x(2^4 - 2^3)}{2^x \cdot 2} = \frac{16-8}{2} = \frac{8}{2} = 4$ Ans: 4

৬. $\frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$ এর মান কত?

সমাধান: $\frac{3 \cdot 2^n - 2^2 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} = \frac{3 \cdot 2^n - 2^{2+(n-2)}}{2^n \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{3 \cdot 2^n - 2^n}{2^n \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2^n(3-1)}{2^n \cdot \frac{1}{2}} = 2 \times 2 = 4$

৭. $\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$ [১৭তম বিসিএস]

সমাধান: $\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}} = \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}} = 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1} = 3^{m+1-m^2+m-(2m+2-m^2+1)} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

Ans: $\frac{1}{9}$

Khairul's Basic Math বইয়ের টপিক ভিত্তিক ভিডিও পেতে

আমাদের ফেসবুক পেজ ও Youtube চ্যানেল: Khairul's Math এর সাথে সংযুক্ত থাকুন

লগারিদম

সর্বপ্রথম ক্ষুদ্রল্যান্ডের গণিতবিদ 'জন নেপিয়ার' (1550-1617) লগারিদম আবিষ্কার করেন।

লগারিদম পদ্ধতি দুই ধরনের:

ক) স্বাভাবিক লগারিদম: স্বাভাবিক লগের ভিত্তি থাকে e। যেমন: $\log_e x$ । \log_e কে ln লেখা যায়। $\therefore \log_e x = \ln x$ ।
খ) সাধারণ লগারিদম: সাধারণ লগের ভিত্তি থাকে 10। যেমন: $\log_{10} x$ ।

যেমন, যদি $a^x = N$ হয় তবে x কে N এর a ভিত্তিক লগারিদম বা সংক্ষেপে লগ বলা হয়।
লগারিদমের প্রতীক ব্যবহার করে লেখা হয়: $\log_a N = x$

$a^x = N$, ($a > 0$, $a \neq 1$) হলে, $x = \log_a N$ কে N এর a ভিত্তিক লগ বলা হয়, যেখানে $N > 0$
অর্থাৎ ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম আছে। শূন্য, ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই

লগারিদম এর বিভিন্ন শর্ত:

- যদি $x > 0$, $y > 0$ এবং $a \neq 1$ হয় তবে, $x = y$ হবে যদি এবং কেবল যদি $\log_a x = \log_a y$
- যদি $a > 1$ এবং $x > 1$ হয় তবে $\log_a x > 0$
- যদি $0 < a < 1$ এবং $0 < x < 1$ হয় তবে $\log_a x > 0$
- যদি $a > 1$ এবং $0 < x < 1$ হয় তবে $\log_a x < 0$

Note: সূচক এবং লগারিদম অধ্যয়ন দুটি বিসিএস সহ যে কোন পরীক্ষার জন্য অনেক বেশি গুরুত্বপূর্ণ। এই অধ্যয়ন দুটির প্রয়োগে সমাধানের টেকনিক খুব বেশি নাই। বরং সূত্রগুলো ভালোভাবে বুঝে প্রশ্ন অনুসারে সমাধান করতে হবে। এক্ষেত্রে প্রচুর নতুন নতুন অংক প্রাকটিস করা জরুরী। ঠিক এই কাজটি করার জন্য আমরা সবথেকে বেশি ম্যাক্স সংযোজন করেছি। এক্ষেত্রে বইয়ের পরিধি যেনো বেশি বড় হয়ে না যায় তাই সমাধানগুলো পাশাপাশি দেয়া হয়েছে। আশা করি মোটের উপর সবার উপকারই হবে।

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত সূত্রাবলী

অনেক পরীক্ষায় শুধু সূত্রগুলো থেকেও অনেক প্রশ্ন হয়ে থাকে। সূত্র বুঝলে অংক সহজ তাই গুরুত্ব দিন।

ক্রম	সূত্র	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
০১.	$\log_a + \log_b + \log_c = \log(abc)$	log কমন নেয়ার সময় যোগ থাকলে গুণ	$\log 1 + \log 2 + \log 3 = \log(1 \times 2 \times 3)$
০২.	$\log_a - \log_b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$	log কমন নেয়ার সময়, বিয়োগ থাকলে ভাগ হয়, এবং প্রথমটি উপরে বসে	$\log 5 - \log 3 = \log \frac{5}{3}$
০৩.	$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$	গুণ থাকলে যোগ করতে হয়	$\log_6^{(7 \times 8)} = \log_6^7 + \log_6^8$
০৪.	$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$	ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়	$\log_6^{\frac{8}{7}} = \log_6 8 - \log_6 7$
০৫.	$\log_a M^n = n \log_a M$	ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি ও ভিত্তি এর উপর পাওয়ার থাকলে পাওয়ারটি শুরুতে বসে	$\log_x 10^5 = 5 \log_x 10$
০৬.	$\log_a 1 = 0$	যে কোন ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি 1 হলে তার উত্তর 0 হয়	$\log_{10} 1 = 0$

ক্রম	সূত্র	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
০৭.	$\log_a a = 1$	ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলে গেলে তার মান সবসময় 1 হয়।	$\log_{10} 10 = 1$
০৮.	$\log_a a^n = n$	কখনো log এর ভিত্তিমূল ও ভিত্তি যদি সমান হয় তাহলে ভিত্তিমূল একই ভিত্তি উভয়ে উঠে যায় এবং ভিত্তির উপর যে পাওয়ার থাকে তাই উত্তরে লিখতে হয়	$\log_x x^4 = 4$
০৯.	$\log_a y = x$ হলে $a^x = y$	কোন পাওয়ার = কোন মান দেয়া থাকলে log তুলে দিয়ে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বদল করে অর্থাৎ পাওয়ার জায়গায় মানটি এবং মান এর জায়গায় পাওয়ার যায় অর্থাৎ $\log_a x = b$ হলে $a^b = x$ লিখা যায়। ভালোভাবে আরেকটি দেখুন: $\log_x 4 = 2$ হলে $x^2 = 4$	$\log_5^y = 3$ হলে $y = 5^3 = 125$
১০.	$a^{\log_a b} = b$ (৪০বিসিএস)	যে কোন ভিত্তির Power এ 'লগ' থাকলে log এর বেস মিলে গেলে ভিত্তি সহ log উঠে যায়।	$2^{\log_2 4} = 4$; $4^{\log_4 6} = 6$
১১.	$\log_a b^x = \frac{y}{b}$	বেস a এবং লগ একই হলে নিচের a এর পাওয়ার ভগ্নাংশের নিচে, অন্য a এর পাওয়ার উপরে বেস $\frac{y}{b}$ হয়	$\log_a 3^{a^2} = \frac{2}{3} \log_a a = \frac{2}{3}$
১২.	$\log_b x^a = \frac{y}{x} \log_b a$	বেস a এবং লগ একই না হয়ে ভিন্ন হলে ভগ্নাংশ মানের সাথে log থেকে যাবে।	$\log_{(3^5)} (2^3) = \frac{3}{5} \log_3 2$
১৩.	$\log_a^b = \frac{\log b}{\log a} = \log_b a$	বেস পরিবর্তনের সূত্র	$\log_5^6 = \frac{\log 6}{\log 5} = \log_6^5$

পদ্ধতি-০১: Log-সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা

- কোন শর্তে $\log_a 1 = 0$ [৪০তম বিসিএস প্রিলি/১ম-১০ম শ্রেণীর উচ্চতর গণিত- লগারিদম অধ্যায়ের গুরু আলোচনা]
a. $a > 0$, $a \neq 1$ b. $a \neq 0$, $a > 1$ c. $a > 0$, $a = 1$ d. $a \neq 1$, $a < 0$ Ans: a
সমাধান:
 $\log_a 1 = 0$ হবে যখন $a > 0$, $a \neq 1$ । অর্থাৎ a এর মান 1 বাদে 0 এর থেকে বড় যে কোন সংখ্যা হতে পারে।
- কোন শর্তে $\log_a a = 1$ হবে? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-(কলেজ/সমপর্দায়)-২০১৭/মত্যা ও যোগাযোগ প্রযুক্তি অধিদপ্তরের (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]
a. $a > 0$ b. $a \neq 1$ c. $a > 0$, $a \neq 1$ d. $a \neq 0$, $a > 2$ Ans: c
সমাধান:
যদি নিধান ($a \neq 1$) ও সংখ্যা উভয়ই ধনাত্মক ও সমান হয়, তবে সংখ্যাটির লগারিদমের মান 1 হবে; অর্থাৎ $\log_a a = 1$
- $a^x = y$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? [১০ম ও ১৪তম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৭]
a. $y = \log_a x$ b. $x = \log_a y$ c. $a = \log_y x$ d. $x = \log_a y$ Ans: b
সমাধান:
 $a^x = y \Rightarrow \log_a a^x = \log_a y$ [log দিয়ে গুণ করে] $\Rightarrow x \log_a a = \log_a y \Rightarrow x \times 1 = \log_a y \therefore x = \log_a y$
- একটি সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি? [৯ম-১০ম অঃ: ৪.৩ এর প্রশ্ন ৫]
a. $1 < a < 10$ b. $1 \leq a \leq 10$ c. $1 \leq a < 10$ d. $1 < a \leq 10$ Ans: c

Ln সংক্রান্ত সমস্যা:

5. $\ln x$ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক পরীক্ষা-২০১৯]

- a. $x \geq 0$ b. $x > 0$ c. $x < 0$ d. $x \leq 0$

সমাধান: $\ln x$ এর ক্ষেত্রে $x \leq 0$ হলে x এর বাস্তব মান পাওয়া যায় না। আবার, $\ln x$ এর মান ঋণাত্মক হয় না।
সুতরাং অপশনগুলোর মধ্যে সঠিক উত্তর হবে $x > 0$ ।

Ans: b

6. $\log_e^1 = x$ হলে x এর মান কত?

সমাধান: $\log_e^1 = x \Rightarrow \ln 1 = x \therefore x = 0$ [$\because \ln 1 = 0$]

7. $\ln(e^{12}) = x$ হলে $x = ?$

সমাধান: $\ln(e^{12}) = x \Rightarrow 12 \ln e = x \Rightarrow 12 \times 1 = x \therefore x = 12$ [$\because \ln e = 1$]

8. $\frac{\ln x}{x-1}$ এর মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে নিচের কোন শর্তটি প্রযোজ্য? ১৬ তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা; (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯।

- a. $x > 0$ এবং $x \neq 1$ b. $x \geq 0$ এবং $x \neq 1$ c. $x > 0$ অথবা $x \neq 1$ d. $x \geq 0$ অথবা $x \neq 1$

সমাধান: $\ln x$ -এর শর্ত হলো $x > 0$ । x এর মান শূন্য থেকে বড় হবে অর্থাৎ ঋণাত্মক হবে না।

আবার যে কোন ভগ্নাংশের হর যেহেতু শূন্য হতে পারে না। এজন্য দুটি শর্তই পূরণ করতে হবে।

পদ্ধতি-০২: Log- এর যোগ-বিয়োগ-গুণ-ভাগ

9. $\log_3 + \log_4 = ?$

- a. \log_2 b. \log_4 c. \log_6 d. \log_{12}

সমাধান: $\log_3 + \log_4 = \log(3 \times 4) = \log_{12}$

Ans: d

10. $3\log_2 + \log_5 = ?$

- a. \log_{20} b. \log_{40} c. \log_{60} d. \log_{12}

সমাধান: $\log_2^3 + \log_5 = \log_8 + \log_5 = \log(8 \times 5) = \log_{40}$

Ans: b

11. $\log_a 2 + \log_a 4 + \log_a 8 = ?$ [শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-১৬]

- a. $\log_a 12$ b. $\log_a 1$ c. $\log_a 64$ d. $\log_a 32$

সমাধান: $\log_a 2 + \log_a 4 + \log_a 8 = \log_a(2 \times 4 \times 8) = \log_a 64$

Ans: c

12. $\log_a 7 + \log_a \sqrt{7} + \log_a \sqrt{7} = ?$ [পোস্ট মাস্টার-২০১০]

- a. $\log_a 10$ b. $\log_a 40$ c. $\log_a 49$ d. $\log_a 35$

সমাধান: $\log_a 7 + \log_a \sqrt{7} + \log_a \sqrt{7} = \log_a(7 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}) = \log_a 49$

Ans: c

13. $\log_2 64 + \log_2 8$ এর মান কত? [জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৬]

- a. 128 b. 7 c. 9 d. 2

সমাধান: $\log_2 64 + \log_2 8 = \log_2 2^6 + \log_2 2^3 = 6 \log_2 2 + 3 \log_2 2 = 6 + 3 = 9$

Ans: c

14. $4\log_3 - \log_9 = ?$ কত? [খাদ্য অধিদপ্তর (উচ্চমান সহ)-২০২১]

- a. \log_9 b. \log_2 c. \log_3 d. \log_4

সমাধান: $4\log_3 - \log_9 = 4\log_3 - \log_3^2 = 4\log_3 - 2\log_3 = 2\log_3 = \log_3^2 = \log_9$

Ans: a

15. $5\log_3 - \log_9 = ?$ কত? [১২ তম শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৫]

- a. \log_8 b. \log_{27} c. \log_5 d. \log_{10}

সমাধান: $5\log_3 - \log_9 = 5\log_3 - \log_3^2 = 5\log_3 - 2\log_3 = 3\log_3 = \log_3^3 = \log_{27}$

Ans: b

16. $5\log_5 - \log_5^{25} = ?$ কত?

- a. 7 b. -7 c. 5 d. 3

[Hints: $5-2=3$]
Ans: d

Learning point: Log এর অংকগুলো করার সময়, সব সময় চেঁচা করবেন কিভাবে ভিত্তিমূল ও ভিত্তিকে সমান করা যায়, কেননা ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলে গেলে দুটোই বাদ দেয়া যাবে, তখন তার পাওয়ারটিই হবে উত্তর।

17. $\frac{\log 36}{\log 6} = ?$ [Agrani Bank - (Cash)-2017] & [BB-(officer)-2018]

- a. 5 b. 8 c. 3 d. 2

সমাধান: $\frac{\log 36}{\log 6} = \frac{\log 6^2}{\log 6} = \frac{2\log 6}{\log 6} = 2$ [সরাসরি কাটলে 6 আসবে যেটা ভুল। কারণ আগে সূত্রে ফেলতে হবে।]

পদ্ধতি-০৩: Log- এর মান নির্ণয়

18. $\log_3 9 = ?$ কত?

- a. 2 b. -7 c. 5 d. 3

সমাধান:

$\log_3 9$

$= \log_3 3^2$

$= 2 \log_3 3$ (পাওয়ার শুরুতে চলে যায়) $= 2 \times 1 = 2$ (Log এর ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি মিলে গেলে তার মান 1 হয়)

দ্রষ্টব্য: ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলিয়ে দেয়ার পর যা পাওয়ার থাকবে তা - ই উত্তর।

19. $\log_2 8 = ?$ কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহঃ পরিঃ - ২০১৮]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

সমাধান: $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \times \log_2 2 = 3 \times 1 = 3$ [যেহেতু $\log_a a = 1$]

[Hints: $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$]

20. $\log_2 16$ -এর মান কত?

- a. 5 b. 3 c. 4 d. $\frac{1}{4}$

Ans: c

21. $\log_3 81 = ?$ কত? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]

- a. 6 b. 4 c. 5 d. 3

সমাধান: $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \log_3 3 = 4$

Ans: b

22. $\log_2 \frac{1}{32}$ এর মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবারক্ষক)-২০২১]+[মানকন্যা নিয়ন্ত্রণ অধিঃ (ওয়ারেন্স অ্যাপার্টের)-২০২১]

- a. $\frac{1}{25}$ b. -5 c. $\frac{1}{5}$ d. $-\frac{1}{5}$

Ans: b

সমাধান: $\log_2 \frac{1}{32} = \log_2 2^{-5} = \log_2 2^{-5} = -5 \times \log_2 2 = -5 \times 1 = -5$

বিকল্প সমাধান: $\log_2 \frac{1}{32} = x \Rightarrow 2^x = \frac{1}{32} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2^5} \Rightarrow 2^x = 2^{-5} \therefore x = -5$

23. $\log_3 \frac{1}{9}$ এর মান- [৩৫তম বিসিএস]

[Hints: $\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = \log_3 3^{-2} = -2$]

- a. 2 b. -2 c. 3 d. -3

Ans: b

24. $\log_2 \frac{1}{4} = ?$ কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

- a. 2 b. -2 c. $\frac{1}{2}$ d. $-\frac{1}{2}$

Ans: b

25. $\log_2 \frac{1}{8}$ এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

- a. -3 b. $\frac{1}{2}$ c. 2 d. 3

26. 32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত? (১৩তম বিসিএস)

- a. 7 b. -7 c. 5 d. 3

সমাধান:

$\log_2 32$ (32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত বলতে বোঝায় Log এর 2 ভিত্তির উপর 32 বসালে তার মান কত হবে)
 $= \log_2 2^5 = 5$ Ans: 5

27. 64 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত? (কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক পরীক্ষা-০৭)

- a. 7 b. 6 c. 5 d. 3

28. $\log_5 \sqrt[3]{5} =$ কত?

- a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{5}{3}$

সমাধান: নিচের 5 কে ঠিক রেখে উপরের $\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

29. $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.২ এর উদাহরণ ৭ এর (ক)] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অংশ)-২০১২]

- a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{2}{3}$ c. 1 d. 5

সমাধান: $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ $= \log_5 (5\sqrt{5}) = \log_5 5^1 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{1+\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_5 5 = \frac{3}{2}$

30. $25\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত? [১৪তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়)-২০১৭]

- a. $\frac{5}{2}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{125}{2}$ d. $\frac{25}{2}$

31. $\log_{2.5} 6.25 =$ কত? [বাংলাদেশ বেতার (সহ-সম্পাদক)-২০১৯]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

সমাধান: $\log_{2.5} 6.25 = \log_{2.5} (2.5)^2 = 2 \log_{2.5} 2.5 = 2 \times 1 = 2$

32. $\log_5^{125} + \log_2^8 =$ কত? [নন-ক্যাডার পরীক্ষা- সহকারী প্রোগ্রামার-২০১৭]

- a. 2 b. 8 c. 4 d. 6

সমাধান: $\log_5^{125} + \log_2^8 = \log_5 5^3 + \log_2 2^3 = 3 \log_5 5 + 3 \log_2 2 = (3 \times 1) + (3 \times 1) = 3 + 3 = 6$

33. $\log_4 2 =$ কত?

- a. -3 b. $\frac{1}{2}$ c. 2 d. 3

সমাধান $\log_4 2 = \log_4 \sqrt{4} = \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_4 4 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

Note: এখানে নিচের ভিত্তিমূলকে পরিবর্তন করা যাবে না। তাই উপরের ভিত্তি ২ কে ভিত্তিমূলের সাথে মেলানোর জন্য যা করা দরকার তাই করতে হবে। আমার জানি $\sqrt{4} = 2$ সুতরাং আমরা ২ কে ৪ বানানোর জন্য লিখতে পারি $2 = \sqrt{4}$

১ বিকল্প সমাধান : গুরু ১১ নম্বর সূত্রানুসারে, $\log_4 2 = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ [নিচের পাওয়ার নিচে উপরের পাওয়ার উপরে]

34. $\log_8 2 =$ কত? [প্রাথমিক সহঃ শিক্ষক (৪র্থ ধাপ)-২০১৯]

- a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{1}{3}$

35. $\log_{\sqrt{2}} 16 =$ কত? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]

- a. 9 b. 8 c. 6 d. 4

সমাধান: $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\sqrt{2}} 2^4 = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^8 = 8$ ১ বিকল্প সমাধান: $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\frac{1}{2}} 2^4 = \frac{4}{1/2} = 8$

36. $\log_{\sqrt{3}} 81$ এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]

- a. 8 b. 6 c. 5 d. 4

37. $\log_2 \log_{\sqrt{c}} e^2 =$ কত? [৪১ তম বিসিএস খিলি]

- a. -2 b. -1 c. 1 d. 2

সমাধান: $\log_2 \log_{\sqrt{c}} e^2 = \log_2 \log_{\sqrt{c}} (\sqrt{c})^4 = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2$

38. $\log_a b \times \log_{\sqrt{b}} c \times \log_{\sqrt{c}} a = ?$ [উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ৬ (গ)]

সমাধান: $\log_{\frac{1}{a}} b \times \log_{\frac{1}{b}} c \times \log_{\frac{1}{c}} a = 2 \times \log_a b \times 2 \log_b c \times 2 \log_c a = 8 \times \log_a b \times \log_b c \times \log_c a = 8 \times 1 = 8$

39. $\log_b 3^a \times \log_c 3^b \times \log_a 3^c = ?$

- a. $\frac{1}{9}$ b. $\frac{1}{7}$ c. $\frac{1}{27}$ d. $\frac{1}{2}$

সমাধান: $\log_b 3^a \times \log_c 3^b \times \log_a 3^c = \frac{1}{3} \log_b a \times \frac{1}{3} \log_c b \times \frac{1}{3} \log_a c = \frac{1}{27} \times \log_b a \times \log_a b = \frac{1}{27} \times 1 = \frac{1}{27}$

40. $\log_6 6\sqrt{6} =$ কত?

সমাধান: এখানে ভিত্তিমূল 6 এর উপরে 6 এবং $\sqrt{6}$ সংখ্যা দুটি গুণ অবস্থায় আছে। তাই

$\log_6 6\sqrt{6} = \log_6 6 \times 6^{\frac{1}{2}} = \log_6 6 \times 6^{\frac{1}{2}}$ (এখানে নিচের ভিত্তিমূলের কোন কাজ করা যাবে না। শুধু উপরের অংশ নিয়ে কাজ করতে হবে)

$= \log_6 6^{1+\frac{1}{2}}$ (এখানে 6 এবং 6 দুটি ভিত্তি মিলে যাওয়ায় এবং সংখ্যা দুটি গুণ অবস্থায় থাকায় পাওয়ার যোগ)

$= \log_6 6^{\frac{3}{2}} = \log_6 6^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ (ভিত্তি ও ভিত্তিমূল মিলে যাওয়ায় শুধু পাওয়ার রেখে সব বাদ দেয়া হয়েছে।)

41. $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt[3]{3} =$ কত? [নন-ক্যাডার (মেইনটেন্যান্স ইঞ্জি)-২০১৭ + বিভিন্ন অধিদপ্তরের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]

- a. $\log 5$ b. 1 c. $\log 2^2$ d. $3 \log 2$

সমাধান: $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt[3]{3} = \log_2 \left(\sqrt{6 \times \frac{2}{3}} \right) = \log_2 \sqrt{2 \times 2} = \log_2 2^2 = 2$

42. $\log_k \left(\frac{a^n}{b^n}\right) + \log_k \left(\frac{b^n}{c^n}\right) + \log_k \left(\frac{c^n}{a^n}\right) = ?$ [উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ৬ (ক)]

সমাধান: $= \log_k \left(\frac{a^n}{b^n} \times \frac{b^n}{c^n} \times \frac{c^n}{a^n}\right) = \log_k 1 = 0$ [$\because \log_{10} 1 = 0$]

43. $\log_a \log_a \log_a (a^{a^b}) = ?$ [উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ৬ (ঘ)]

সমাধান: $\log_a \log_a \log_a (a^{a^b}) = \log_a \log_a \log_a (a^{a^b}) = \log_a \log_a (a^{a^b}) \log_a a$
 $= \log_a \log_a (a^{a^b}) \times 1$ [$\because \log_a a = 1$]
 $= \log_a (a^b) \log_a a = \log_a (a^b) \cdot 1 = b \log_a a = b \cdot 1 = b$

44. $7^{\log_7 9} = ?$ [৯ম-১০ম- উচ্চতর গণিত অনু: ৯.২ এর উদা:১৯]

- a. 2 b. 8 c. 10 d. 9

সমাধান: $7^{\log_7 9} = 9$ [যেহেতু $a^{\log_a b} = b$ সরাসরি সূত্র]

45. $2^{\log_2 3 + \log_2 5}$ এর মান কত? [৪০-তম বিসিএস প্রিলি:]

- a. 2 b. 8 c. 15 d. 10

সমাধান: $2^{\log_2 3 + \log_2 5} = 2^{\log_2 (3 \times 5)} = 2^{\log_2 15} = 15$ [$a^{\log_a b} = b$ সূত্র প্রয়োগে]

পদ্ধতি-০৪: Log- এর সমাধান

46. $\log_3 9 = 2$ হলে x এর মান কত? [খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]

- a. $3\sqrt{3}$ b. 3 c. $\sqrt{3}$ d. 2

47. $\log_x 25 = 2$ হলে x এর মান কত? ৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.২ এর ২ এর খ)+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহ:)-২০২১]

- a. 1 b. $2\sqrt{2}$ c. 5 d. 4

সমাধান: $\log_x 25 = 2$ বা, $x^2 = 25 \therefore x = 5$

48. $\log_{10} x = 2$ হলে x = কত?

- a. 70 b. 81 c. 64 d. 100

[Hints: $10^2 = x$ (ভিত্তিমূলের উপর পাওয়ার = একটি মান দেয়া থাকলে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বিনিময় করে ও Log উঠে যায়)
 $\therefore x = 100$

49. $\log_{10} x = -2$ হলে x এর মান কত হবে? [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]

- a. 0.01 b. 0.001 c. 0.02 d. 0.002

50. $\log_{10} (0.001) =$ কত? [রেলওয়ে উপ-সহকারী -২০১৩]+ [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]

- (ক) -2 (খ) -3 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

সমাধান: ধরি, $\log_{10} (0.001) = x$ বা, $10^x = .001$ বা, $10^x = 10^{-3} \therefore x = -3$

[এভাবে x ধরে করা যায় আবার দশমিক থেকে ভগ্নাংশ বানিয়ে উপরের নিয়মেও করা যায়। উত্তর একই আসবে।]

51. $\log_{10} x = -3$ হলে x = ? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. 0.1 খ. 0.01 গ. 0.001 ঘ. 0.0001

52. $\log_9 \frac{1}{9} = -2$ হলে, x-এর মান কত? (বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১১) + [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]

- a. 3 b. 2 c. $\frac{1}{3}$ d. $-\frac{1}{3}$

সমাধান: $\log_9 x^9 = 2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{9} \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{3^2} \Rightarrow x^{-2} = 3^{-2} \therefore x = 3$

53. What is the value of x in the equation $\log_x \frac{1}{81} = 4$ [BEPZA (AD)-2021]

- a. 2 b. $\frac{1}{2}$ c. 3 d. $\frac{1}{3}$

54. $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে x = কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলি]+ (বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণীর ৪.২ অধ্যায় ২ নং এর গ সদৃশ।)

- a. 2 b. $\sqrt{2}$ c. $2\sqrt{2}$ d. 4

সমাধান: $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{4 \times 2} \therefore x = 2\sqrt{2}$

55. $\log_x \frac{1}{16} = -2$ হলে x এর মান কত? [১২তম বেসরকারি স্কুল নিবন্ধন পরীক্ষা- ১৫] + [৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ২. গ]

- a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

সমাধান: $\log_x \frac{1}{16} = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{16} \Rightarrow x^{-2} = 4^{-2} \therefore x = 4$

56. যদি $\log_x 2^{\frac{9}{16}} = -\frac{1}{2}$ হয়, তাহলে ভিত্তির মান কত? [Combined 5 banks (off:)-2018]

- a. $\frac{16}{9}$ b. $\frac{9}{16}$ c. $\frac{256}{81}$ d. $\frac{81}{256}$

সমাধান: $\log_x 2^{\frac{9}{16}} = -\frac{1}{2}$

$\therefore (x^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} \Rightarrow x^{-1} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{9}{16} \Rightarrow 9x = 16 \therefore x = \frac{16}{9}$

কিন্তু প্রশ্নে বেস \log_x^2 এর মান বের করতে বলায় $x^2 = \left(\frac{16}{9}\right)^2 \therefore \text{base } (x^2) = \frac{256}{81}$

57. $\frac{1}{5} \log_x (2187\sqrt{3}) = 1$ হলে x এর মান কত? [১৫তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন-স্কুল/সমপর্যায় -২০১৯]

- a. $3\sqrt{3}$ b. 3 c. $\sqrt{3}$ d. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

সমাধান: $\frac{1}{5} \log_x (2187\sqrt{3}) = 1$

$\Rightarrow \log_x (2187\sqrt{3}) = 5 \Rightarrow x^5 = 2187\sqrt{3} \Rightarrow x^5 = (3\sqrt{3})^5 \therefore x = 3\sqrt{3}$

58. $\text{Log}_x 324 = 4$ হলে, x এর মান কত? (অর্থ মন্ত্রণালয়ের পরিদপ্তরের সহ-পরিচালক-২০১০। [BEPZA (AD)-2021]

সমাধান: $\text{Log}_x 324 = 4$ বা, $x^4 = 324$ বা, $x^4 = 81 \times 4$ বা, $x^4 = 3^4 \times (\sqrt{2})^4$ বা, $x^4 = (3\sqrt{2})^4 \therefore x = 3\sqrt{2}$

59. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে x এর মান কত? (৮ম প্রত্যয়ক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২) + [৩৭তম বিসিএস শিখিত]

সমাধান: $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$
 বা, $(2\sqrt{5})^x = 400$ (পাওয়ার এবং মান কে স্থানান্তরিত করে)

বা, $(2\sqrt{5})^x = 16 \times 25$ (৪০০ কে ভাগানের সময় এমন সংখ্যা দিয়ে ভাগতে হবে যেন বর্গ সংখ্যা হয়)

বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^4 \times 5^2$ বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^4 \times (\sqrt{5})^4$ বা, $(2\sqrt{5})^x = (2\sqrt{5})^4 \therefore x = 4$

60. $\log_{2\sqrt{5}} 20$ এর মান কত? (ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০১৬)

61. $\log_{10000} x = -\frac{1}{4}$ হলে, x এর মান কত?

সমাধান: $\log_{10000} x = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = (10000)^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow x = 10^{4 \times (-\frac{1}{4})} \Rightarrow x = 10^{-1} \therefore x = \frac{1}{10}$

62. $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x - এর মান কত? [৩৭-তম বিসিএস জিপি]

সমাধান: $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \therefore x = \frac{4}{9}$

63. $\log_x \left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x - এর মান কত? (শাস্ত্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে সহ-প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১৭)

সমাধান: $\log_x \sqrt{\frac{1}{27}} = -\frac{3}{2}$ হলে x এর মান কত?

সমাধান: $\log_x \sqrt{\frac{1}{27}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{27}} = x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow \sqrt{27^{-1}} = x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow \sqrt{(3^3)^{-1}} = x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow 3^{-\frac{3}{2}} = x^{-\frac{3}{2}} \therefore x = 3$

পদ্ধতি-০৫: Log- এর বেস পরিবর্তন

65. $\log_a^b \times \log_b^a =$ কত?
 সমাধান: $\log_a^b \times \log_b^a = \log_a^b \times \frac{1}{\log_a^b} = 1$ [বেস পরিবর্তনের সূত্র]

66. $\log_a b \times \log_b a = ?$ [PSC সহকারী পরিচালক-০৩]
 সমাধান: $\log_a b \times \log_b a = \frac{1}{\log_b a} \times \log_b a = 1$

67. $\log_m n = ?$ [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-০৫]
 সমাধান: ভিত্তি পরিবর্তনের সূত্র: $\log_m n = \frac{1}{\log_n m}$

68. $\log_7 2 = ?$ [সংসদ সচিবালয়ের সহকারী পরিচালক-০৬]
 সমাধান: ভিত্তি পরিবর্তনের সূত্রানুসারে: $\log_7 2 = \frac{1}{\log_2 7}$

69. $\frac{1}{\log_a^{abc}} + \frac{1}{\log_b^{abc}} + \frac{1}{\log_c^{abc}} = ?$ [উচ্চতর গণিত-৯.২ এর উদা-২৭]
 সমাধান: $\frac{1}{\log_a^{abc}} + \frac{1}{\log_b^{abc}} + \frac{1}{\log_c^{abc}} = \frac{1}{\log_{abc}^a} + \frac{1}{\log_{abc}^b} + \frac{1}{\log_{abc}^c} = \log_{abc}^a + \log_{abc}^b + \log_{abc}^c = \log_{abc}^{abc} = 1$ [$\because \log_{10}^a + \log_{10}^b = \log_{10}^{ab}$]

70. $\log_b a^2 \cdot \log_c b^2 \cdot \log_a c^2$ এর মান কত? (উপজেলা/থানা শিক্ষা অফিসার-২০১০)

সমাধান: $\log_b a^2 \cdot \log_c b^2 \cdot \log_a c^2 = 2 \times \log_b a \times 2 \times \log_c b \times 2 \times \log_a c = 8 \times \frac{\log a}{\log b} \times \frac{\log b}{\log c} \times \frac{\log c}{\log a} = 8 \times 1 = 8$

পদ্ধতি-০৬: Log- এর বিবিধ

71. যদি $\log_n^2 = a$ এবং $\log_n^5 = b$ হয়, তাহলে $\log_n^{50} = ?$ [বেঙ্গা (সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২০]

সমাধান: $\log_n 50 = \log_n (2 \times 5^2) = \log_n 2 + \log_n 5^2 = \log_n 2 + 2 \log_n 5 = a + 2b$ [মান বসিয়ে]

72. $\log_a x = 1$, $\log_a y = 2$ হলে, $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z}\right)$ এর মান কত? [৩৫-তম বিসিএস]

- a. 1 b. 2 c. 4 d. 5

সমাধান: $\log_a x = n$ হলে $x = a^n$,
 $\log_a x = 1$ বা, $a^1 = x \therefore x = a^1 = a$
 $\log_a y = 2$ বা, $a^2 = y \therefore y = a^2$
 $\log_a z = 3$ বা, $a^3 = z \therefore z = a^3$

এখন, $\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z}\right) = \log_a \left(\frac{a^3 a^4}{a^3}\right) = \log_a a^4 = 4 \log_a a = 4 \times 1 = 4$

73. $\log_5(x^2 + x) - \log_5(x + 1) = 3$ find the value of x. [Microcredit Regulatory Authority (AD)-2021]

সমাধান: $\log_5(x^2 + x) - \log_5(x + 1) = 3 \Rightarrow \log_5 \frac{x^2 + x}{x + 1} = 3 \Rightarrow \frac{x(x + 1)}{x + 1} = 5^3 \therefore x = 125$

74. $\log(x+3) = \log x + \log 3$ হলে, x এর মান কত?

- a. $\frac{2}{3}$ b. $2\frac{3}{2}$ c. $\frac{3}{2}$ d. 2

সমাধান: $\log(x+3) = \log x + \log 3 \Rightarrow \log(x+3) = \log(x \times 3) \Rightarrow x+3 = 3x \Rightarrow 2x = 3 \therefore x = \frac{3}{2}$

75. $\log_5 \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\dots}}} = x$?

- a. 3 b. $\sqrt{5}$ c. 1 d. $\sqrt{3}$

সমাধান: ধরি, $\log_5 \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\dots}}} = x \therefore \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\dots}}} = 5^x \Rightarrow 5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\dots}}} = (5^x)^2$
 $\Rightarrow 5^{1+x} = 5^{2x} \Rightarrow 1 + x = 2x \therefore x = 1$ So, $\log_5 \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\dots}}} = 1$

Turning point: এ ধরনের প্রশ্নের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ পয়েন্ট হলো, $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\dots}}}$ অর্থ অসীম সংখ্যক $\sqrt{5}$ তাই একবার একটা $\sqrt{5}$ কমে গেলেও পরে আবার যতটা খুশি নেয়া যায়। এজন্য বার বার $\sqrt{5}$ কমন নিলেও কমবে না।

76. $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots$ ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের সহঃ সাইফার কর্মকর্তা-২০১৬]

- a. $28 \log a$ b. $56 \log a$ c. $7 \log a$ d. $8 \log a$

Solution:

ধারাটির প্রথম ৭টি পদ = $\log a^1 + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^7$
 $= 1 \cdot \log a + 2 \log a + 3 \log a + \dots + 7 \log a$
 $= \log 1^1 + \log 1^2 + \log 1^3 + \dots + \log 1^7$
 $= 1 \log 1 + 2 \log 1 + 3 \log 1 + \dots + 7 \log 1$
 $= \log a(1+2+3+\dots+7) = \log a \frac{7 \times (7+1)}{2} = \log a \frac{7 \times 8}{2} = \log a \times 28 = 28 \log a$

77. $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি কত? [২৫তম বিসিএস]

- a. $45 \log 11$ b. $55 \log 2$ c. $36 \log 11$ d. $66 \log 11$

[Hints: হুবহু উপরের নিয়মে এভাবে শুরু, $\log 2^1 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots + \log 2^{10} = \log 2(1+2+3+\dots+10)$]

Practice Part

1. 400 এর লগ 4 হলে লগের ভিত্তি কত? [৯ম-১০ম অনু: ৪-২ এর উদা: ৭+ জন প্রশাসন মন্ত্র: অধীনে: পিএসসির সহঃ পরি:-২০১৬]

2. সমাধান করুন: $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ [বিরাজ মন্ত্রণালয়ের অধীনে মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর সহঃ পরিচালক-২০১৩]

3. $\log \sqrt{2}$ এর মান কত?

4. $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$ [৯ম-১০ম শ্রেণী ৪-২ এর ১ এর ড]

5. $\log_2 \frac{1}{64}$ এর মান কত? [ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৬]

6. $\log \sqrt{x}^{\sqrt{x^3-2x+4}} = 3$ হলে x এর মান কত?
 $\Rightarrow x^3 - 2x + 4 = x^3 \Rightarrow -2x + 4 = -4 \therefore x = 2$

7. $\log_x 2^{25} = 1$ হলে x এর মান কত?

8. $\log_2 x^2 = 4$ হলে x এর মান কত?

9. $\log_{18} \frac{n}{3} = -\frac{1}{2}$ হলে n এর মান কত?

10. $\log_2 (\log_3^x) = 3$ হলে x এর মান কত?

11. $\log_b (x-3) = \log_5 \sqrt{x+3}$ হলে x = ?

12. $\log x + \log(10x) = 3$ হলে x = ?

13. $\log_5 \frac{y}{\sqrt{y}} = \frac{2}{\log_5 y}$ হলে y = ?

14. $\log_3 \times \log_2 \times \log_3 x = 0$ হলে, x = ?

15. $\log_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3}$ হলে, x এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী (উচ্চতর গণিত- অনু: ৯-২ এর উদাহরণ: ২৩(ক)]

16. $\log_{10}[98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}] = 2$ [উচ্চতর গণিত-৯-২ এর ২৩(খ)]

17. $\log 11 + \log 121 + \log 1331 + \dots$ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত? [নির্বাচন কমিশন সচি: কর্ম: ২০০৬]

18. $5^{\log 10^x} + x^{\log 10^5} = 50$ হলে x এর মান কত?

19. যদি $\log(x-2) = \log x - \log 2$ হলে x = ?

বিস্তারিত সমাধান

1. Solution: ধরি, ভিত্তি a,
 প্রশ্নমতে, $\log_a 400 = 4 \therefore a^4 = 400$ বা, $a^4 = (20)^2 = \{(2\sqrt{5})^2\}^2 = (2\sqrt{5})^4 \therefore a = 2\sqrt{5}$

2. Solution: $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ বা, $a^{\frac{1}{6}} = \sqrt{2}$, বা, $a^{\frac{1}{3} \cdot 2} = 2^{\frac{1}{2} \cdot 2}$ বা, $a^{\frac{1}{3}} = 2$ বা, $a = 2^3 \therefore a = 8$ Ans: 8

3. Solution: $\log_{\sqrt{2}} 16\sqrt{2} = \log_{\sqrt{2}} 2^{4 \times \sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^{8 \times \sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^9 = 9$
4. Solution: $\log_5 5^3 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{3\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \log_5 5 = \frac{5}{2}$
5. সমাধান: $\log_2 \frac{1}{64} = \log_2 2^{-6} = \log_2 2^{-6} = -6 \times \log_2 2 = -6 \times 1 = -6$
6. Solution: $\log_{\sqrt{x}} \sqrt{x^3 - 2x + 4} = 3 \Rightarrow \sqrt{x^3 - 2x + 4} = (\sqrt{x})^3 \Rightarrow \sqrt{x^3 - 2x + 4} = \sqrt{x^3}$
7. Solution: $\log_x 2^{25} = 1 \Rightarrow 25 = (x^2)^1 \Rightarrow 25 = x^2 \therefore x = 5$
8. Solution: $\log_2 x^2 = 4 \Rightarrow 2^4 = x^2 \Rightarrow x^2 = 16 \therefore x = 4$
9. Solution: $\log_{18} \frac{n}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n}{3} = (18)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{\sqrt{18}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{\sqrt{9 \times 2}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \therefore n = \frac{1}{\sqrt{2}}$
10. Solution: $\log_2 (\log_3 x) = 3 \Rightarrow \log_3 x = 2^3 \Rightarrow \log_3 x = 8 \therefore x = 3^8$
11. Solution: $\log_5 (x-3) = \log_5 (\sqrt{x+3}) \Rightarrow (x-3) = \sqrt{x+3} \Rightarrow (x-3)^2 = (x+3)$
 $\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x + 3 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - x + 6 = 0 \Rightarrow (x-6)(x-1) = 0$
 $\therefore x = 6$ or, $x = 1$ কিন্তু $x = 1$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ তখন $x-3 = 1-3 = -2$ ঋণাত্মক হয়ে যাবে। $\therefore x = 6$
12. Solution: $\log x + \log(10x) = 3 \Rightarrow \log 10x^2 = 3 \Rightarrow 10x^2 = 10^3$ [log এর বেস 10 ধরে]
 $\Rightarrow 10x^2 = 1000 \Rightarrow x^2 = 100 \therefore x = 10$
13. Solution: $\log_5 \frac{y}{\sqrt{y}} = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow \log_5 \sqrt{y} = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow \frac{1}{2} \log_5 y = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow (\log_5 y)^2 = 4 \therefore \log_5 y = \pm 2$
 \therefore মানটি (+) হলে, $\log_5 y = 2 \Rightarrow y = 5^2 = 25$
 এবং মানটি (-) হলে, $\log_5 y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \therefore y = 25$ or $\frac{1}{25}$
14. সমাধান: $\log_3 \times \log_2 \times \log_3 x = 0$
 $\Rightarrow \log_3 [\log_2 (\log_3 x)] = 0$ [একটা একটা করে log বাদ দেয়ার জন্য সূত্রে ফেলতে হবে]
 $\therefore \log_2 (\log_3 x) = 3^0 \Rightarrow \log_2 (\log_3 x) = 1 \therefore \log_3 x = 2^1 \Rightarrow \log_3 x = 2 \therefore x = 3^2 = 9$
15. সমাধান: $\text{Log}_{\sqrt{8}} x = 3 \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{8}} x = \frac{10}{3} \Rightarrow x = (\sqrt{8})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2^{\frac{3 \times \frac{1}{2}}})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2)^{\frac{3 \times 10}{3}} \Rightarrow x = 2^5 \therefore x = 32$
16. সমাধান: যেহেতু $\log_{10} [98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36}] = 2$
 $\therefore 98 + \sqrt{x^2 - 12x + 36} = 10^2 = 100$
 $\Rightarrow \sqrt{x^2 - 12x + 36} = 2 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 4 \Rightarrow (x-4)(x-8) = 0 \therefore x = 4$ বা $x = 8$
17. Solution: $\log 11 + \log 121 + \log 1331 + \dots$ 10 টি পদ
 $= \log 11^1 + \log 11^2 + \log 11^3 + \dots + \log 11^{10}$
 $= 1 \log 11 + 2 \log 11 + 3 \log 11 + \dots + 10 \log 11$
 $= (1+2+3+\dots+10) \log 11 = \frac{10(10+1)}{2} \log 11 = 55 \log 11$ (Ans:)

18. Solution: $5^{\log 10^x} + x \log 10^5 = 50 \Rightarrow 5^{\log 10^x} + 5 \log 10^5 = 50$ [$\because \log_b b^a = \log_a b^b$]
 $\Rightarrow 2 \times 5^{\log 10^x} = 50 \Rightarrow 5^{\log 10^x} = 25 \Rightarrow 5^{\log 10^x} = 5^2 \Rightarrow \log_{10} 10^x = 2 \Rightarrow x = 10^2 \therefore x = 100$
19. সমাধান: $\log(x-2) = \log x - \log 2 \Rightarrow \log(x-2) = \log\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow x-2 = \frac{x}{2} \Rightarrow x - \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \therefore x = 4$

Model Test

- পূর্ণমান: ১৫
1. $\log_3 \frac{1}{27}$ কত? [ATEO (কোটা) পরীক্ষা-১৫] সময়: ১৫ মিনিট
- a. 2 b. -2 c. 3 d. -3
2. $\log_{10} x = 3$ হলে x-এর মান কত? (উপজেলা পলি. উন্নয়ন কর্মকর্তা-১২)
- a. 1000 b. 1002 c. 1004 d. 10000
3. $\log_x 4 = -2$ হলে x এর মান কত?
- a. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ c. $\sqrt{3}$ d. 0
4. $\text{Log}_2 8 + \text{Log}_3 27$ এর মান কত?
- a. 4 b. 2 c. 3 d. 6
5. $\text{Log}_5 625 = 4$ হলে x= কত?
- a. 6 b. 5 c. 8 d. 11
6. $\text{Log}_5 x = 3$ হলে x= কত?
- a. 125 b. 225 c. 375 d. 120
7. যদি $\log(x+2) = \log x + \log 2$ হলে x = ?
- a. 3 b. 4 c. 2 d. 5
8. $\text{Log}_{27} 3 =$ কত?
- a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{1}{3}$
9. $\log_x \frac{1}{25} = -2$ হলে, x-এর মান কত? (বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১১)
- a. 3 b. 2 c. 5 d. 4
10. $x^{\frac{1}{2}} =$ কত?
- a. $\frac{1}{\sqrt{x}}$ b. $\frac{1}{2}$ c. -x d. \sqrt{x}
11. $\text{Log}_{12} \sqrt{12}$
- a. 3 b. 4 c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$

12. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ কত?

- a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{3}{2}$ c. 1 d. 5

13. $\log_{10}(7x-5) = 2$ হলে, x এর মান কত?

- a. 5 b. 8 c. 10 d. 15

14. $\log_{\sqrt{2}} x = a$ হলে, $\log_{2\sqrt{2}} x$ এর মান কত হবে?

- a. a b. $\frac{a}{3}$ c. $\frac{a}{2}$ d. $\frac{x}{3}$

15. $\log_{\sqrt{6}} 216$

- a. 8 b. 6 c. 10 d. 16

উত্তরমালা

1	d	2	a	3	b	4	d	5	b	6	a	7	c	8	d
9	c	10	a	11	c	12	b	13	d	14	b	15	b		

লিখিত অংশ

1. $p = xy^{a-1}, q = xy^{b-1}$, এবং $r = xy^{c-1}$ হলে, প্রমাণ করুন : $\log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b} = 0$ [৪০তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান:

দেওয়া আছে, $p = xy^{a-1}, q = xy^{b-1}$, এবং $r = xy^{c-1}$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b} \\ &= \log(xy^{a-1})^{b-c} + \log(xy^{b-1})^{c-a} + \log(xy^{c-1})^{a-b} \\ &= \log(x^{b-c} \cdot y^{ab-ca-b+c}) + \log(x^{c-a} \cdot y^{bc-ab-c+a}) + \log(x^{a-b} \cdot y^{ca-bc-a+b}) \\ &= \log(x^{b-c} \cdot y^{ab-ca-b+c} \cdot x^{c-a} \cdot y^{bc-ab-c+a} \cdot x^{a-b} \cdot y^{ca-bc-a+b}) \\ &= \log(x^{b-c} \cdot x^{c-a} \cdot x^{a-b} \cdot y^{ab-ca-b+c} \cdot y^{bc-ab-c+a} \cdot y^{ca-bc-a+b}) \\ &= \log(x^0 \cdot y^0) = \log(1.1) = \log(1) = 0 = \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)} \end{aligned}$$

2. যদি $\frac{\log a}{q-r} = \frac{\log b}{r-p} = \frac{\log c}{p-q}$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে, $a^{q+r} b^{r+p} c^{p+q} = 1$ [৩৫তম বিসিএস(লিখিত)]

সমাধান:

ধরি, $\frac{\log a}{q-r} = \frac{\log b}{r-p} = \frac{\log c}{p-q} = k$

এখন, $\frac{\log a}{q-r} = k \therefore \log a = k(q-r)$

বা, $(q+r)\log a = k(q-r)(q+r)$ [উভয় পক্ষে $(q+r)$ গুণ করে।]

বা, $\log a^{q+r} = k(q^2-r^2) \therefore \log a^{q+r} = kq^2 - kr^2$

অনুরূপ ভাবে $\log a^{r+p} = kr^2 - kp^2$ এবং $\therefore \log c^{p+q} = kp^2 - kq^2$

এখন, $\log a^{q+r} + \log b^{r+p} + \log c^{p+q} = kq^2 - kr^2 + kr^2 - kp^2 + kp^2 - kq^2$
 $\Rightarrow \log(a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q}) = 0$
 $\Rightarrow \log(a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q}) = \log 1$ [$\because \log 1 = 0$] $\therefore a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q} = 1$ (প্রমাণিত)

3. সরল করুন $3 \log \frac{36}{25} + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2 \log \frac{16}{125}$ [সমাজ কল্যাণ সংগঠক-০৭] [Ans: log2]

সমাধান: $3 \log \left(\frac{36}{25}\right) + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2 \log \frac{16}{125}$ (বাম পাশের সংখ্যাগুলোকে পাওয়ার হিসেবে লেখা হয়েছে)

$$\begin{aligned} &= \log \left(\frac{4 \times 9}{5^2}\right)^3 + \log \left(\frac{2}{3^2}\right)^3 - \log \left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2 \\ &= \log \left(\frac{2^2 \times 3^2}{5^2}\right)^3 + \log \frac{2^3}{3^6} - \log \frac{2^8}{5^6} \\ &= \log \frac{2^6 \times 3^6}{5^6} + \log \frac{2^3}{3^6} - \log \frac{2^8}{5^6} \\ &= \log \left(\frac{2^6 \times 3^6}{5^6} \times \frac{2^3}{3^6} \times \frac{5^6}{2^8}\right) \text{ (log কমন নিলে +টি \times ও -টি- হয়ে যায়। \div কে \times করে শেষের ভগ্নাংশটি উল্টানো হয়েছে)} \\ &= \log \frac{2^9}{2^8} \text{ (সবগুলো কাটাকাটি করে অবশিষ্টাংশ লেখা হয়েছে)} \\ &= \log 2^{9-8} \text{ (ভাগ থাকলে পাওয়ার বিয়োগ করতে হয়)} = \log 2 \end{aligned}$$

Ans. log2

4. $\log_7(\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$ [৯ম-১০ম শ্রেণী (সাধারণ গণিত- অনু: ৪.২ এর ৪)]

সমাধান:

$$\begin{aligned} \log_7(\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2 &= \log_7 7^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} - \log_3 3^{\frac{1}{3}} + \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \log_7 7^{\frac{2+5}{10}} - \frac{1}{3} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_4 4 \\ &= \frac{7}{10} \log_7 7 - \frac{1}{3} \log_3 3 + \frac{1}{2} \log_4 4 = \frac{7}{10} \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{21-10+15}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15} \end{aligned}$$

Ans. $\frac{13}{15}$

5. $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী (সাধারণ গণিত- অনু: ৪.২ এর উদাহরণ-১০:)]

Solution: $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2} = \frac{\log_{10}(3^3)^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 8 - \log_{10}(10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} \frac{12}{10}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10}(10)^{\frac{3}{2}}}{\log_{10}(3 \times 2^2) - \log_{10} 10} = \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1} = \frac{3}{2} \frac{(\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সমান্তর ধারার পদের মান বের করা	পদ্ধতি-০৬	গুণোত্তর ধারার পদের ক্রম বের করা
পদ্ধতি-০২	সমান্তর ধারার পদের ক্রম বের করা	পদ্ধতি-০৭	গুণোত্তর ধারার পদের ক্রম বের করা
পদ্ধতি-০৩	সমান্তর ধারার পদসংখ্যা বের করা	পদ্ধতি-০৮	গুণোত্তর ধারার পদের মান বের করা
পদ্ধতি-০৪	সমান্তর ধারার সমষ্টি বের করা	পদ্ধতি-০৯	অসীম ধারার সমষ্টি বের করা
পদ্ধতি-০৫	বর্গ ও ঘন সংখ্যার সমষ্টি বের করা	পদ্ধতি-১০	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

Practice Part

Model Test

সমান্তর ও গুণোত্তর ধারার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

প্রাথমিক আলোচনা:

ধারা একটি সিস্টেম যেখানে পরপর কিছু সংখ্যা থাকে যারা পরস্পর সুবিন্যস্ত এবং নির্দিষ্ট নিয়ম অনুসারে সাজানো।

ধারা সাধারণত দুই প্রকার:

(ক) সমান্তর ধারা (The Arithmetic Series) এবং (খ) গুণোত্তর ধারা (Geometric Series)

ধারার সাথে সম্পর্কিত কিছু বিষয়:

- প্রথম পদ: যে কোন ধারার শুরু হয় যে পদের দ্বারা। যাকে প্রকাশ করা হয় a দ্বারা।
- সাধারণ অন্তর: একপদের সাথে তার পরবর্তী পদের পার্থক্যকে সাধারণ অন্তর বলা হয়। সাধারণ অন্তর প্রকাশ করা হয় d দ্বারা। $d = ২য় পদ - ১ম পদ$
- শেষপদ: কোন পদের শেষ পদ জানা না থাকলে তা r তম পদ বা n তম পদ হিসেবে ধরা হয়। তাই n হলো শেষপদ।
- পদসংখ্যা: একটি ধারায় মোট কতটি পদ আছে তাদেরকে পদসংখ্যা বলা হয়। মোট পদসংখ্যা অনির্দিষ্ট হলে পদসংখ্যা n ধরা হয়।

বিভিন্ন ধারার পরিচিতি:

- সাধারণ ধারা: একটি নির্দিষ্ট ব্যবধানে বৃদ্ধি প্রাপ্ত বা হ্রাসকৃত পরপর কিছু সংখ্যাকে সাধারণ ধারা বলে।
- সমান্তর ধারা: কোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মানের পার্থক্য সমান হলে তাকে সমান্তর ধারা বলে। যেমন: $1+2+3+4+\dots+100$
- গুণোত্তর ধারা: একটি ধারাকে প্রতিবার নির্দিষ্ট একটি সংখ্যা দিয়ে গুণ অথবা ভাগ করে নতুন রাশি তৈরী করলে তাকে গুণোত্তর ধারা বলা হয়। যেমন: $2+4+8+16+32+\dots+256$

সমান্তর ধারা:

যে ধারায় প্রতিটি পদে একই পরিমাণে বৃদ্ধি বা হ্রাস ঘটে অর্থাৎ ক্রমিক দুইটি পদের অন্তর একই হয়, তাকে সমান্তর ধারা বলে। অর্থাৎ যে ধারার কোন পদকে তার পরবর্তী পদ থেকে বিয়োগ করলে প্রতিক্ষেত্রে বিয়োগফল একই হয় তাকে সমান্তর ধারা বলে। যেমন: $2+4+6+8+10+\dots+20$ এখানে প্রতি পদের বৃদ্ধির হার ২ করে।

সমান্তর ধারার গুরুত্বপূর্ণ সূত্র ও তার প্রয়োগ:

কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ ও শেষ পদ দেয়া থাকলে

$$\text{সমষ্টি} = \frac{\text{পদসংখ্যা (শেষপদ + প্রথম পদ)}}{2} \quad \text{এবং পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$$

একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে r তম পদ = $a+(r-1)d$

প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d বিশিষ্ট সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S = \frac{n}{2} \{2a+(n-1)d\}$

পদ্ধতি-০১: সমান্তর ধারার পদের মান বের করা

যে কোন একটি ধারা দেয়া থাকবে, সেই ধারার যে কোন একটি পদের মান কত তা বের করতে বলা হবে।

ধারার পদক্রমের মান বের করার ক্ষেত্রে সূত্র হলো: সমান্তর ধারার r তম পদ = $a+(r-1)d$

অর্থাৎ ধারার ৫ম, ৮ম বা ১০ম এভাবে যে কোন পদের মান বের করতে এই সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে। নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন।

১. $1 + 5 + 9 + 13 + \dots$ ধারাটির n তম পদ কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
- a. $3n - 3$ b. $4n - 3$ c. $4n + 1$ d. $4n - 1$ Ans: b
২. $2 + 4 + 6 + \dots$ ধারাটির দশম পদ কত? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের অধীন আইডিইএ প্রকল্প (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১১]
- a. 110 b. 48 c. 28 d. 20 Ans: d

লিখিত সমাধান:	শুধু মুখে মুখে করার টেকনিক: (Practical চিন্তার সময়)
প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ, $a = 2$ সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$ \therefore ১০ম পদ = $a + (n-1)d$ $= 2 + (10-1) \times 2 = 2 + (9 \times 2) = 20$	১০ টা পদ = ১০টা গাছ হলে ১০ টা গাছের মাঝে মোট গ্যাপ থাকে = $১০ - ১ = ৯$ টি। প্রতিটি গ্যাপ ২ হাত করে হলে প্রথম গাছ থেকে শেষ গাছ পর্যন্ত মোট দূরত্ব = $৯ \times ২ = ১৮$ । তাহলে প্রথম পদ ২ হলে ১০ম পদ = $২ + ১৮ = ২০$ ।

৩. $1, 4, 7, 10, \dots$ ধারার ২৭তম পদটি কত? [যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮+জীবন বিমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]
- a. 79 b. 82 c. 85 d. 88 Ans: c

লিখিত সমাধান:	শুধু মুখে উত্তর:
r তম পদ = $a+(r-1)d$ হলে, 29 তম পদ = $1+(29-1) \times 3$ $= 1+28 \times 3 = 1+84 = 85$	১ম পদ থেকে ২৯ তম পদ পর্যন্ত যেতে মোট গ্যাপ = $২৯ - ১ = ২৮$ টি। প্রতিটি গ্যাপের মান ৩ (সাধারণ অন্তর) হলে ২৮ টি গ্যাপের মান হবে $২৮ \times ৩ = ৮৪$ । এখন প্রথম পদ ১ থেকে ২৯তম পদ = $১ + ৮৪ = ৮৫$

৪. একটি ধারার ১ম সংখ্যাটি ২ এবং এরপর প্রতিটি সংখ্যা ঠিক আগের সংখ্যা থেকে ৪ বেশি হলে ধারার ২০২ তম সংখ্যাটি কত? [CGDF-(Auditor)-2019+শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]
- a. 794 b. 804 c. 806 d. 704 Ans: c

সমাধান: এখানে প্রথম সংখ্যাটি বা প্রথম পদ, $a = ২$, একপদ থেকে অন্য পদের অন্তর = $d = ৪$ এবং r তম পদ = ২০২

সুতরাং সিরিজটি হবে, $২+৬+১০+১৪+১৮+\dots$

আমরা জানি, r তম পদ = $a+(r-1)d = ২+(২০২-১) \times ৪ = ২+২০১ \times ৪ = ২+৮০৪ = ৮০৬$ উত্তর: ৮০৬

নিজে করুন:

৫. $1+5+9+13+\dots$ ধারাটির ১৫ তম পদ হবে- [সার্কেল অ্যান্ডজুয়েস্ট+উপজেলা আনসার ডিভিশন কর্মকর্তা-২০১৫]
- a. 61 b. 53 c. 57 d. 65 Ans: c

৬. ২০, ২৩, ২৬, ২৯, ধারাটির ৩১তম পদ কত? - [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা)-২০১৮]
- ক. ১০৩ খ. ১০৭ গ. ১১০ ঘ. ১১৩
৭. একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর ১০ এবং ৬-তম পদটি ৫২ হলে ১৫-তম পদটি - [৩৭-তম বিসিএস প্রিলি:]
- a. 140 b. 142 c. 148 d. 150

লিখিত সমাধান:	শ্রুত মুখে মুখে উত্তর:
আমরা জানি r তম পদ $a+(r-1)d$ প্রশ্নমতে ৬ষ্ঠ পদ $= a+(6-1)d = 52$ $\Rightarrow a+5 \times 10 = 52 \Rightarrow \therefore a = 2$ অর্থাৎ ধারাটির প্রথম পদ $a = 2$ এখন, ১৫ তম পদ $= 2+(15-1)10 = 2+140 = 142$ Ans: b	সাধারণ অন্তর ১০ এবং ৬ষ্ঠ পদ ৫২ তাহলে ১৫ তম পদ হবে ৬ষ্ঠ পদের পর আরো $(15-6) = ৯$ টি পদের যোগফল। প্রতিটি পদের মধ্যকার পার্থক্য ১০ হওয়ায় ৯টি পদের পার্থক্য হবে $= ৯ \times ১০ = ৯০$ । তাহলে ১৫তম পদটি হবে $৫২+৯০ = ১৪২$

নিজে করুন:

৮. একটি সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর ৯ এবং ৭ম পদ ৬০ হলে ১২তম পদটি কত? [বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের (সহকারী প্রকৌশলী) (সিভিল)-২০১৭]
- [Hints: সূত্র প্রয়োগ করে প্রথমে a এর মান বের করে পরে ১২তম পদের মান বের করুন।]
- a. ৮৯ b. ১০০ c. ১০৮ d. ১০৫

পদ্ধতি-০২: সমান্তর ধারার পদের ক্রম বের করা

পদক্রম বের করা অর্থ হলো এর আগের নিয়মটিতে যেখানে চম, ১০ম পদের মান কত তা বের করতে বলা হয়েছে অর্থাৎ এখানে পদটি কত তম পদ তা দেয়া থাকবে না কিন্তু তার মান দেয়া থাকবে। এখন ঐ পদটির পদক্রম কত তা বের করতে হবে অর্থাৎ আগের নিয়মটির ঠিক উল্টো নিয়ম।

সূত্র: আমরা জানি r তম পদ $a+(r-1)d$ অর্থাৎ সূত্র একটাই। (Note: r এর পরিবর্তে n বসালেও সমস্যা নেই) পূর্বের নিয়মটিতে r এর মান কত তা জানা ছিল। (৫ম, ৮ম, ১০ম এভাবে) কিন্তু এবার r এর মান দেয়া থাকবে না। তবে r এর মান বসানোর পর উত্তর কত হবে তা দেয়া থাকবে। নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান দেখুন।

৯. $3 + 6 + 9 + \dots$ ধারাটির কততম পদ ৩৩? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কুল পর্যায়-২)-২০১৯]
- a. 10 b. 12 c. 11 d. 13

লিখিত সমাধান:	শ্রুত মুখে মুখে উত্তর:
প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ $a = 3$; সাধারণ অন্তর $d = 6-3 = 3$ ধরি, ধারাটির r তম পদ $= 33$ আমরা জানি, r তম পদ $= a+(r-1)d$ $\Rightarrow 33 = 3+(r-1)3 \Rightarrow 3+3r-3 = 33 \Rightarrow 3r = 33 \therefore r = 11$	আগের ভাবনাগুলোই বিপরীতপাশ থেকে ভাবুন। প্রথম থেকে শেষ পদ পর্যন্ত দূরত্ব $= ৩৩-৩ = ৩০$ প্রতি পদের গ্যাপ $= ৩ \therefore$ মোট পদ $= ৩০ \div ৩ = ১০$ টি। তাহলে ৩৩ হলো $= 1+10 = ১১$ তম পদ।

১০. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কত তম পদ ৩২০? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: স্টেশন মাস্টার)-২০১৮]
- a. 105 b. 106 c. 102 d. 110

লিখিত সমাধান:	শ্রুত মুখে মুখে উত্তর:
প্রদত্ত সমান্তর ধারাটিতে প্রথম পদ $a = 5$, সাধারণ অন্তর $d = 8-5 = 3$ প্রশ্নমতে, r তম পদ $= a+(r-1)d = 320$ $\Rightarrow 5+(r-1)3 = 320 \Rightarrow (r-1)3 = 315$ $\Rightarrow (r-1) = 105 \therefore r = 105+1 = 106$ উত্তর: 106 তম	প্রথমপদ থেকে শেষ পদের ব্যবধান $৩২০-৫ = ৩১৫$ এর মাঝে ৩ করে গ্যাপ রাখলে মোট গ্যাপ হবে $= ৩১৫ \div ৩ = ১০৫$ টি। ১০৫ টি গ্যাপ হলে শুরু পদটি সহ মোট পদ হবে $= ১০৫+১ = ১০৬$ তম পদ।

১১. $5 + 8 + 11 + 14 \dots$ ধারাটির কত তম পদ ৩০২? [বাংলা ও সমাজকল্যাণ মন্ত্র: নিয়োগ] + [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]
- a. ৬০ তম পদ b. ৭০ তম পদ c. ৯০ তম পদ d. ১০০ তম পদ

লিখিত সমাধান:	শ্রুত মুখে মুখে উত্তর:
এখানে, ১ম পদ $a = 5$ সাধারণ অন্তর, $d = 8-5 = 3$ ধরি, r তম পদ $= a+(r-1)d = 302$ $\Rightarrow 5+(r-1)3 = 302$ $\Rightarrow 3r = 302-5+3 \Rightarrow 3r = 300 \therefore r = 100$ উত্তর: 100তম	প্রথমপদ থেকে শেষ পদের ব্যবধান: $৩০২-৫ = ২৯৭$ এর মাঝে ৩ করে গ্যাপ রাখলে মোট গ্যাপ হবে $= ২৯৭ \div ৩ = ৯৯$ টি। ৯৯টি গ্যাপ হলে শুরু পদটি সহ মোট পদ হবে $৯৯+১ = ১০০$ তম

১২. $১১+৯+৭+ \dots$ ধারাটির কোন পদ -৩? [বিহরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারি পরিচালক)-২০১১]
- ক. ৬ষ্ঠ খ. ৭ম গ. ৮ম ঘ. ৯ম

লিখিত সমাধান:	শ্রুত মুখে মুখে উত্তর:
প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ $a = ১১$, সাধারণ অন্তর $d = ৯-১১ = -২$ আমরা জানি r তম পদ $= a+(r-1)d = -৩$ $\Rightarrow ১১+(r-1)(-২) = -৩$ $\Rightarrow (r-1)(-২) = -১৪ \Rightarrow r-1 = ৭ \therefore r = ৮$ উত্তর: ৮	প্রতিবার যেহেতু ২ করে কমছে তাহলে পুরো সিরিজটি লিখে ফেলুন, $১১+৯+৭+৫+৩+১+(-১)+(-৩)$ এখন গুণে দেখুন, -৩ হলো ধারাটির ৮ম পদ।

Confusion Clear:

r তম পদ	n তম পদ
একটি সমান্তর ধারার মাঝখানের যে কোন পদকে r তম পদ বলা যায়। যেমন: $২+৫+৮+১১+ \dots + ৩৫+৩৮+৪১$ এখানে r তম পদ $= ১১, ৩৫, ৩৮$ যে কোন কিছু হতে পারে।	সাধারণত একটি ধারার শেষ পদকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন: $২+৫+৮+১১+ \dots + ৩৫+৩৮+৪১$ ধারাটির শেষপদ $n = ৪১$
সাধারণত শেষপদ হিসেবে $r = ৪১$ এভাবে বলা হয় না। তবে সূত্র ঠিক রেখে বললেও সমস্যা নেই। উত্তর মিলে যাবে	সাধারণত ধারার মানের পদগুলোকে r দিয়ে প্রকাশ করা হলেও r এর পরিবর্তে $n = ৮, ৩৫, ৩৮$ বসালে ভুল হবে না।

মোট কথা: সমান্তর ধারার সূত্রগুলোতে r অথবা n যেটাই ধরে অংক করেন, সূত্র মেলানোর সময় হিসেব ঠিক রাখলেই হবে।

নিজে করুন:

১৩. $4+7+10+13+ \dots$ ধারাটির কোন পদ ৩০১? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অন্. ১০.১]+[মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০০৬]
- a. ৫০ তম পদ b. ১০০ তম পদ c. ৪০ তম পদ d. ১০১ তম পদ
১৪. $1, 3, 5, \dots$ কোন পদ ৩৮৩ হবে? [প্রাইমারী শিক্ষক নিয়োগ-১২]
- a. 192 b. 132 c. 124 d. 142
১৫. $৫, ৯, ১৩, ১৭, \dots$ ১৬তম কত তম পদ? - [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের (পরিবার পরিকল্পনা সহকারী)-২০১৮]
- ক. ৪২ খ. ৪১ গ. ৪০ ঘ. ৩৯

পদ্ধতি-০৩: সমান্তর ধারার পদসংখ্যা বের করা

শেষপদ - প্রথম পদ
এখন পদসংখ্যার সূত্রটি $\frac{\text{সাধারণ অন্তর}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + ১$ (এর ব্যাখ্যা দেখুন)

ধরুন: ১০ মিটার পর পর ১টি করে গাছ লাগানো হবে। তাহলে ১০০ মিটার জায়গায় মোট ১০টি গাছ নয় বরং $১০+১ = ১১$ টি গাছ লাগতে হবে। (শুরু গাছ সহ ধরলে ১টি গাছ অতিরিক্ত হয়।)

উদাহরণ: ১০০ মিটার থেকে শুরু করে ২০০ মিটার পর্যন্ত গাছ লাগাতে হবে, ১০০, ১১০, ১২০ ২০০ মিটার এভাবে। মোট গাছের সংখ্যা কতটি হবে? ১০টি নাকি ১১টি? এখানে,

গাছ লাগানো হবে, ১০০ (১০০মিটারেই ১ম গাছ লাগিয়ে শুরু।) তারপর ১১০, ১২০, ১৩০, ১৪০, ১৫০, ১৬০, ১৭০, ১৮০, ১৯০ ও ২০০ মিটারে। = ১১টি। এই বিষয়টিকেই শটকাটে বের করার জন্য সূত্রটি প্রয়োগ করুন:

শেষপদ - প্রথম পদ
পদসংখ্যা = সাধারণ অন্তর + ১

[এখানে উপরের রাশিগুলোর মানের পার্থক্য বের করতে হবে, ২০০-১০০ = ১০০মিটার জায়গাতেই গাছ লাগাতে হবে। এখন সাধারণ অন্তর বা ১টি গাছ থেকে আরেকটি গাছের দূরত্ব ১০মিটার তাহলে মোট গাছ লাগানো যাবে, $\frac{১০০}{১০} = ১০$ টি? না, বরং উত্তর হবে ১০+ প্রথমে ১টি = ১১টি।। আর এজন্যই সূত্রটির সাথে সবসময় শেষ যোগ হয়।] এভাবে Practically ভাবে পারলে সূত্রগুলো সবসময় মনে থাকবে।

১৬. ২০, ২৫, ৩০ ... ১৪০ ধারাটিতে মোট কতগুলো পদ আছে? [জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তর এন্টিমিটার নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৮]
- a. ২৫টি b. ২৪ টি c. ২৩ টি d. ২২টি

শিখিত সমাধান:

এখানে, পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + ১ = \frac{১৪০ - ২০}{৫} + ১ = \frac{১২০}{৫} + ১ = ২৪ + ১ = ২৫$

মুখে মুখে উত্তর:

১৪০ ও ২০ এর মাঝে পার্থক্য ১২০। রাশি গুলোর পার্থক্য ৫ হওয়ায় মোট পদ = $১২০ \div ৫ = ২৪$ + শুরুর ১টি = ২৫টি।

১৭. ১২ ও ৯৬ এর মধ্যে (এই দুটি সংখ্যা সহ) কয়টি সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য?
- a. ১১ b. ২২ c. ২৪ d. ২৫

শিখিত সমাধান:

এখানে ১ম পদ = ১২ শেষ পদ = ৯৬ সাধারণ অন্তর = ৪ [কারণ ৪ দ্বারা বিভাজ্য মানে ৪ ঘর পর পর সংখ্যাটি বিভাজ্য অর্থাৎ ধারাটি দেখতে এরকম হবে, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ৯৬

∴ পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + ১ = \frac{৯৬ - ১২}{৪} + ১ = \frac{৮৪}{৪} + ১ = ২১ + ১ = ২২$ টি

[দুটি সংখ্যা সহ বলায় ১২ ও ৯৬ কে সহ নেয়া হয়েছে। বাদ দিয়ে বললে ২২-২ = ২০টি হতো।]

মুখে মুখে উত্তর:

১ থেকে ১০০ পর্যন্ত মোট $১০০ \div ৪ = ২৫$ টি সংখ্যা আছে যেগুলো ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

এখন এর মধ্যে ৪, ৮ এবং ১০০ এই ৩টি সংখ্যা বাদ দিলে মোট বিভাজ্য সংখ্যা = $২৫ - ৩ = ২২$ টি।

নিজে করুন:

১৮. ২০, ২৫, ৩০, ১০০ ধারাটিতে মোট কতগুলো পদ আছে? [জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের (এন্টিমিটার) পদে নিয়োগ পরীক্ষা উত্তর: ক]
- a. ১৭ টি b. ২৪ টি c. ২৩ টি d. ২২ টি

পদ্ধতি-০৪: সমান্তর ধারার সমষ্টি বের করা

(৪. ক) শেষপদ দেয়া থাকলে গড় বের করা:

সমান্তর ধারার গাণিতিক গড় = $\frac{\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ}}{২}$ (সমান হারে বাড়া বা কমার কারণে মধ্যম সংখ্যাটি ই গড় হবে)

১৯. ১, ২, ৩, n ধারাটির গাণিতিক গড় কত? - [পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০০১]
- ক. $\frac{n+1}{২}$ খ. $\frac{n}{২}$ গ. $\frac{n}{২} + ১$ ঘ. $\frac{১}{২}(n-1)$ উত্তর: ক

সমাধান: সিরিজটিতে প্রথম পদ = ১ এবং শেষপদ n হওয়ায় গড় = $\frac{n+1}{২}$

২০. ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত যে সংখ্যাগুলো ৩ দিয়ে শেষ হয়েছে সেগুলোর গড় কত? [Pubali Bank Ltd. Senior Officer 2011]
- a. ৪৪ b. ৪৫ c. ৪৬ d. ৪৮ Ans: d

সমাধান: এখানে ধারাটি হবে, ৩+১৩+২৩+৩৩+ +৯৩

∴ সংখ্যাগুলোর গড় = $\frac{৯৩ + ৩}{২} = \frac{৯৬}{২} = ৪৮$ (সবগুলোর রাশির যোগফল বের করে রাশির সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলেও একই উত্তর আসবে)

নিজে করুন:

২১. ১, ৫, ৯, ৮১ ধারাটির সংখ্যাগুলোর গড় কত? [স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের নার্সিং (মিডওয়াইফ)-২০১৭+ [NSI (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [DPDC-এর সূইচ বোর্ড এটেনডেন্ট: ২০২১]
- a. ৩৯ b. ৪১ c. ৪৪ d. ৪৯ Ans: b

২২. ১ হতে ৪৯ পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? - [১০ম বিসিএস]
- ক. ২৬ খ. ২৭ গ. ২৫ ঘ. ২৮ উত্তর: গ

২৩. ১৫ হতে ৭৫ পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? - [মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০০২]
- ক. ৫৫ খ. ৬৫ গ. ৪৫ ঘ. ৭৫ উত্তর: গ

(৪. খ) শেষপদ দেয়া থাকলে সমষ্টি বের করা:

অর্থাৎ প্রশ্নের মধ্যেই প্রথম পদ ও শেষপদের উল্লেখ থাকবে। যে কোন পরীক্ষায় এই প্রশ্নগুলোই সবথেকে বেশি আসে:

১ থেকে শুরু করে ক্রমিক সংখ্যা হলে, সূত্র = $\frac{n(n+1)}{২}$ যেখানে n = শেষ পদ = পদসংখ্যা। (কারণ শেষপদই মোট পদ)

২৪. ১ + ২ + ৩ + ৪ + + ১৯ = কত? [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]
- a. ১৮০ b. ১৮৪ c. ১৮৮ d. ১৯০ Ans: d

সমাধান:

১ + ২ + ৩ + ৪ + + ১৯। ইহা একটি স্বাভাবিক ক্রমিক সংখ্যার ধারা যার পদ সংখ্যা n = ১৯টি (১থেকে শুরু তাই)

আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি = $\frac{n(n+1)}{২} = \frac{১৯(১৯+১)}{২} = \frac{১৯ \times ২০}{২} = ১৯০$

২৫. ১ + ২ + ৩ + ৪ + + ৯৯ = কত? (২৫তম বিসিএস) + [৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদাঃ]+ [BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০২০]+ [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক):২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারী):২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]
- a. ৪৯৫০ b. ৬০৫২ c. ২৫৪৭ d. ২২৮৮ Ans: a

শিখিত সমাধান:

এখন সমষ্টি বের করার সুত্রানুযায়ী = $\frac{n(n+1)}{২} = \frac{৯৯(৯৯+১)}{২} = \frac{৯৯ \times ১০০}{২} = ৯৯ \times ৫০ = ৪৯৫০$

মুখে মুখে উত্তর: (নিয়ম দুটাই কাছাকাছি, এখানে গড়ের মত করে ভাবলে সূত্রের কোন প্রয়োজন হবে না এতটুকুই)

রাশিগুলোর গড় = $\frac{৯৯ + ১}{২} = ৫০$ এবং মোট রাশি = ৯৯টি তাহলে

নিজে করুন:

২৬. $1+2+3+4+\dots+22 =$ কত? [প্রাক-প্রাথমিক (সহকারি শিক্ষক)-২০১৩]

ক. ২৫৩ খ. ২৫৪ গ. ২৫৬ ঘ. ২৫৮

২৭. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 50 =$ কত? [খানা সহকারী শিক্ষা অফিসার-২০০৪], [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (গুপ্ত ও সাহকার অফিসার, ২০০৫), শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (কলকারখানা ও প্রতিষ্ঠান পরিদর্শন অধিদপ্তর)-সহকারী পরিদর্শক-২০০৫], [জনতা ক্যাডেমিক্স/ক্যাশ)-২০১৫]

a. ১২২৫ b. 1250 c. 1275 d. 1375

২৮. ১ হতে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাসমূহের সমষ্টি কত? [১৮তম বিসিএস] + [সিজিডিএফ (অডিটর): ২০২১]

a. ৪৪৯৯ b. ৫৫০১ c. ৫০৫০ d. ৫০০১

[Hints: ১-৯৯ এর সমষ্টির সাথে ১০০ যোগ = $89 \times 100 + 100 = 9000$]

২৯. ০ থেকে ৯৯ পর্যন্ত সংখ্যাসমূহের যোগফল কত? [পিএসসি'র নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৮] [Hints: ১ থেকে ৯৯ পর্যন্ত যোগফল ই]

ক. ৪৮৫০ খ. ৪৯৫০ গ. ৫৯৫০ ঘ. ৫৭৫০

নিম্ন ক্রমিক সংখ্যা না হলে এবং ১ অথবা যে কোন সংখ্যা দিয়ে শুরু হলে:

শেষ পদ দেয়া থাকলে সূত্র হলো: $\text{সমষ্টি} = \text{পদসংখ্যা} \times \frac{\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ}}{2}$ এখন এই সূত্রে থাকা পদ সংখ্যা বা মোট পদ কয়টি তা কিভাবে পাবেন? পদসংখ্যা বের করার সূত্র হচ্ছে: $\text{পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

উপরের এই সূত্র দুটি যাদের এলোমেলো লেগে যেতে পারে তারা এভাবে Practically ভাবেতে পারেন।

আমরা জানি কয়েকটি রাশির সমষ্টি = রাশিগুলোর গড় \times মোট রাশির সংখ্যা।

যেমন: একটি সিরিজ: $8+6+8+10+12$ সিরিজটির যোগফল সহজে বের করার নিয়ম হলো এখানে মোট রাশি বা পদসংখ্যা আছে ৫টি। এবং রাশিগুলোর গড় = $\frac{\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ}}{2} = \frac{12+8}{2} = \frac{20}{2} = 10$ তাহলে সবগুলোর সমষ্টি হবে = $5 \times 10 = 50$ । (এখানে এই গড় বের করার সূত্রটিই সমষ্টি বের করার সূত্রের শেষাংশ যেখানে শেষ পদ ও প্রথম পদ যোগ করে নিচে দুটি রাশির জন্য ২ দিয়ে ভাগ করে গড় বের করতে হয়।) তাহলে বার বার এভাবে ভাবলে সূত্রটি সহজে ভুলে যাবেন না।

৩০. $1+3+5+\dots+15+17$ যোগফল কত? (২৯তম বিসিএস - মানসিক দক্ষতা)

a. ৫১ b. ৬৪ c. ৭২ d. ৮১

<p>লিখিত সমাধান:</p> <p>পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{17-1}{2} + 1 = \frac{16}{2} + 1 = 9$</p> <p>$\therefore$ সমষ্টি = $\text{পদসংখ্যা} \times \frac{\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ}}{2} = 9 \times \frac{17+1}{2} = 9 \times 9 = 81$</p>	<p>শর্টকাট: সূত্রের (+) আর (-) ছাড়াই ভাবনা</p> <p>১ থেকে ১৭ এর গড় = $\frac{17+1}{2} = 9$</p> <p>আবার মোটপদ = মোট পার্থক্য = $17-1 = 16$ কে প্রতিটা পদের পার্থক্য (৩-১) = ২ দিয়ে ভাগ করলে $16 \div 2 = 8+1 = 9$ টি। সুতরাং সমষ্টি = $9 \times 9 = 81$</p>
---	---

আরেকটি দেখুন:

৩১. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 51 =$ কত? (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ে ব্যক্তিগত কর্মকর্তা:০৬) + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

a. ৬৭৬ b. ৬৭২ c. ৬৭০ d. ৬২৮

লিখিত সমাধান:

পদসংখ্যা = $\frac{51-1}{3-1} + 1 = \frac{50}{2} + 1 = 25+1 = 26$

\therefore সমষ্টি = $\text{পদসংখ্যা} \times \frac{\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ}}{2} = 26 \times \frac{51+1}{2} = 26 \times 26 = 676$

শর্টকাট: সূত্রের (+) আর (-) ছাড়াই ভাবনা

এখানে গড় = $\frac{51+1}{2} = \frac{52}{2} = 26$

আবার পদসংখ্যা = $\frac{51+1}{2} = 26$ টি।

\therefore সমষ্টি = গড় \times রাশির সংখ্যা = $26 \times 26 = 676$

Confusion Clear: এই প্রশ্নের পদসংখ্যার নিচের ২ আবার সমষ্টির নিচেও ২? দুই ২ এক নয়। মনে রাখবেন: সমষ্টির নিচের ২ সবসময় ই ২ ই থাকবে। (কারণ দুটি রাশির গড়ের জন্য ২ দিয়ে ভাগ) কিন্তু পদসংখ্যার ক্ষেত্রে রাশিগুলোর মাঝে সাধারণ অন্তর যখন যা হবে তাই লিখতে হবে।

নিম্ন টাইপের আরো দুটি প্রশ্ন দেখুন:

৩২. $99+98+97+\dots+40$ ধারাটির সমষ্টি কত? (সমাজসেবা অধিদপ্তর -০৫)

a. 1234 b. 4432 c. 4170 d. 2546

Ans: c

লিখিত সমাধান:

প্রথম পদ $a = 99$, সাধারণ অন্তর $d = 98-99 = -1$, শেষ পদ = 40

\therefore পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{40-99}{-1} + 1 = 60$

সুতরাং সমষ্টি = $\frac{\text{পদসংখ্যা} (\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ})}{2} = \frac{60 \times (99+40)}{2} = 30 \times 139 = 4170$

পরামর্শ:

এই অংকটি ঘুরিয়ে নিয়ে $80 + \dots + 99 + 98 + 97 + \dots + 40$ এভাবে লিখে আগের অংকগুলোর মত সমষ্টি = গড় \times পদসংখ্যা হিসেবে সহজে উত্তর বের করা যায়। কারণ ঘুরিয়ে নিলে ঋণাত্মক সংখ্যা আসবে না। এখানে,

সমষ্টি = গড় $\left(\frac{139}{2}\right) \times$ পদসংখ্যা (৬০) = 8190

৩৩. $1 + 3 + 5 + \dots + (2x - 1)$ কত? [৩৬তম বিসিএস]

a. $x(x-1)$ b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. $x(x+1)$ d. x^2

Ans: d

সমাধান: এখানে প্রথম পদ $a = 1$, সাধারণ অন্তর $d = 3-1 = 2$ এবং শেষ পদ = $(2x - 1)$

\therefore পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{2x-1-1}{2} + 1 = \frac{2x-2}{2} + 1 = \frac{2(x-1)}{2} + 1 = x-1+1 = x$

সুতরাং সমষ্টি = $\frac{\text{পদসংখ্যা} (\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ})}{2} = \frac{x \times 2x - 1 + 1}{2} = \frac{2x^2}{2} = x^2$

মুখে মুখে: সমষ্টি = (গড়) \times (পদসংখ্যা) $x = x^2$ (এমসিকিউতে প্রচুর আসা এই অংকগুলোর জন্য এটাই কেট নিয়ম)

৩৪. একটি সামান্তর ধারার প্রথম পদ ১, শেষ পদ ৯৯ এবং সমষ্টি ২৫০০ হলে ধারাটির সাধারণ অন্তর হবে-(সংসদ সচিবালয়-০৫)

a. -2 b. 2 c. 20 d. 21

Ans: b

সমাধান: প্রথমে প্রশ্নে প্রদত্ত কু বা সংখ্যা গুলো নিয়ে ভাবুন। এখানে সাধারণ অন্তর d এর মান বের করতে হবে। তাই প্রথমে সমষ্টির সূত্র প্রয়োগ করে পদসংখ্যা বের করার পর যে সূত্রে d এর মান বের হবে সেই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। =

প্রথমতে, $\frac{(1+99)}{2} \times \text{পদসংখ্যা} = 2500 \Rightarrow 50 \times \text{পদসংখ্যা} = 2500 \therefore \text{পদসংখ্যা} = 50$

আবার পদসংখ্যা = $\frac{99-1}{d} + 1 = 50$ (এই সূত্রে সাধারণ অন্তর d এর মান বের হবে) $\Rightarrow \frac{98}{d} = 49 \therefore d = 2$

নিজে করুন:

৩৫. $1+3+5+\dots+31=$ কত? (২৪ তম বিসিএস)

- a. ২৩৪ b. ২৫৬ c. ৩২৪ d. ৩৪২

৩৬. $1+5+9+\dots+41=?$ (৩৬তম বিসিএস প্রিলিঃ)

- a. ৯৬১ b. ৮৬১ c. ৭৬১ d. ৬৬১

৩৭. $1+5+9+\dots+361=?$ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (আ্যকাউন্টস)-২০১৮] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ব্যাস সরকার/অফিস সহায়ক)-২০২১] + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের (বিভিন্ন পদ)-২০২১]

- a. ৩৩২১ b. ৩৩৪২ c. ৩৩২২ d. ৩৩৪৪

৩৮. $1+8+9+10+\dots+97$ সমান্তর ধারাটির যোগফল কত হবে? [একটি বাড়ী একটি খামার - (জেলা সমন্বয়কারী)-১৭]

- a. ৯২৫ b. ১১২৫ c. ১০২৫ d. ১২২৫

৩৯. $৮, ৯, ১০, \dots, ১০০$ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? (এবাসী কল্যান মন্ত্রণালয়ের সহঃপরিঃ-২০০৭)

- a. ৫০২২ b. ২৪৩২ c. ২৩২৪ d. ২৩৪২

৪০. ৫ থেকে ৪৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? (সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহঃশিক্ষক-০৬) [Hints: $২৫ \times ৪১ = ১০২৫$]

- a. ১০২৪ b. ১০২৮ c. ৩২৫৫ d. ১০২৫

(৪. গ) শেষপদ দেয়া না থাকলে সমষ্টি বের করা :

শেষপদ না থেকে পদসংখ্যা দেয়া থাকলে সমষ্টি বের করার সূত্র $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নের মধ্যে শেষ পদের উল্লেখ না থেকে যদি পদের সংখ্যা কতটি তার উল্লেখ থাকে। তাহলে আগের সূত্রগুলো ব্যবহার না করে উপরের সূত্রটির মাধ্যমে দ্রুত উত্তর বের করা যাবে।

৪১. $3+6+9+12+\dots$ ধারাটির ১২টি পদের যোগফল কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহঃ শিক্ষক)-২০১৯]

- a. 230 b. 231 c. 232 d. 234

লিখিত সমাধান : (এখানে শেষ পদ কত তা দেয়া না থাকায় সমষ্টি বের করার সূত্র দিয়ে উত্তর)

প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ $a = 3$; সাধারণ অন্তর $d = 6-3 = 3$; মোটপদ $n = 12$

\therefore সমষ্টি $= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{12}{2} \{2 \times 3 + (12-1) \times 3\} = 6 \times (6+33) = 6 \times 39 = 234$

বিকল্প সমাধান : শেষপদ বের করার মাধ্যমে শেষপদের সূত্র অথবা, গড় \times পদসংখ্যা = সমষ্টি এই নিয়মে:

শেষপদ = ১২ তম পদ = $a+(r-1)d = 3+(12-1) \times 3 = 3+11 \times 3 = 3+33 = 36$ (শেষপদ বের করলে আগের সূত্র)

তাহলে সমষ্টি = গড় \times পদসংখ্যা = $\frac{36+3}{2} \times 12 = \frac{39}{2} \times 12 = 39 \times 6 = 234$ (সূত্র প্রয়োগ করেও করতে পারেন)

আরেকটি দেখুন:

৪২. $7 + 12 + 17 + \dots$ ধারাটির প্রথম ৩০ টি পদের সমষ্টি কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদাঃ৫] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]

- a. 2385 b. 2410 c. 2370 d. 2845

সমাধান: প্রদত্ত সমান্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = 7$; সাধারণ অন্তর, $d = (12-7) = 5$ এবং পদসংখ্যা $n = 30$ টি

\therefore সমষ্টি $= \frac{n}{2} \{2a+(n-1)d\} = \frac{30}{2} \{2 \times 7+(30-1) \times 5\} = 15 \times \{14+145\} = 15 \times 159 = 2385$ (Ans)

৪৩. $1+2+3+\dots+48+49+50+49+48+\dots+3+2+1=$ কত? [খসড়াবলয়ের অধীন মানকমাত্র নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০১৩]

- a. ২২৫০ b. ২৫০০ c. ২৫২৫ d. ৫০০০

সমাধান : এখানে দুটি অংশে ভাগ করলে পাওয়া যাবে,

প্রথম অংশ = $1+2+3+\dots+48+49+50$ [এখানে মোট পদ = ৫০টি]

দ্বিতীয় অংশ = $1+2+3+\dots+48+49$ [এখানে মোট পদ = ৪৯টি]

প্রথম অংশের যোগফল $= \frac{n}{2} \{2a+(n-1)d\} = \frac{50}{2} \{2 \times 1+(50-1)\} = 25(2+49) = 25 \times 51 = 1275$

দ্বিতীয় অংশের যোগফল $= \frac{n}{2} \{2a+(n-1)d\} = \frac{49}{2} \{2 \times 1+(49-1)\} = \frac{49}{2} \{2+49-1\} = \frac{49}{2} \times 50 = 1225$

\therefore সবগুলোর যোগফল = $1275+1225 = 2500$ [Note: প্রথমে ক্রমিক সংখ্যার সূত্র প্রয়োগ করেও সমাধান করা যাবে]

নিজে করুন:

৪৪. $5, 9, 13, 17, \dots$ সিরিজটির প্রথম ১৭ টি সংখ্যার যোগফল কত? [Sonali Bank-(SO)-2018]

- a. 529 b. 462 c. 629 d. 523

৪৫. $8+16+24+\dots$ ধারাটির প্রথম ৯ টি পদের সমষ্টি কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.১] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

- a. 288 b. 360 c. 396 d. 425

৪৬. $11 + 18 + 25 + 32 + \dots$ ধারাটির ১৫ টি পদের সমষ্টি কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]

- a. 900 b. 109 c. 1800 d. 909

৪৭. $11+18+25+32+\dots$ ধারাটির ২৯ তম পদের সমষ্টি কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক - ২০১২]

- a. 2131 b. 3131 c. 3161 d. 3260

(৪. ঘ) সমষ্টি বের করার গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন :

৪৮. $1+3+5+7+\dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় করুন।

- a. n b. n^2 c. n^3 d. $2n$ Ans: b

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$ সাধারণ অন্তর, $d = 2$

n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$ [যখন শেষপদ দেয়া থাকে না তখন এই সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে]

$= \frac{n}{2} \{2.1 + (n-1).2\} = \frac{n}{2} \{2+2n-2\} = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$ Ans: n^2

৪৯. কোন সমান্তর ধারার ১২ তম পদ ৭৭ হলে, এর প্রথম ২৩ টি পদের সমষ্টি কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.১]

- a. 1700 b. 1581 c. 1771 d. 1280 Ans: c

সমাধান :

এখানে সূত্রানুসারে, ১২ তম পদ $= a+(12-1)d = a+11d$ [যেহেতু ১২ তম পদ $= a+(r-1)d$]

প্রশ্নানুসারে, $a+11d = 77$ (i) [এই লাইনটা খুব গুরুত্বপূর্ণ কারণ এই মানটি পরে বসানো যাবে]

\therefore ২৩ টি পদের সমষ্টি, $= \frac{23}{2} \{2a+(23-1)d\} = \frac{23}{2} \{2a+22d\} = \frac{23}{2} \times 2(a+11d) = 23 \times 77 = 1771$

সুতরাং সমান্তর ধারার প্রথম ২৩ টি পদের সমষ্টি = 1771 (Ans:)

নিজে করুন:

৫০. কোন সমান্তর ধারার ৭ম পদ ৩১ এবং সাধারণ অন্তর ৩ হলে, প্রথম পদ কত? [জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা (প্রথম পরিদপ্তর)-২০০৯: (তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে সহকারী পরিচালক)-২০১৮]

- a. ২১ b. ৩১ c. ১৩ d. ১৭

Ans: c

৫১. একটি সমান্তর ধারার ৪র্থ এবং ১২তম পদের যোগফল ২০। ঐ ধারাটির প্রথম ১৫টি পদের যোগফল কত? [BD House Building FC (SO)-2017]

- a. 300 b. 120 c. 150 d. 130

Ans: c

সমাধান: যেহেতু সমান্তর ধারার r তম পদ = a+(r-1)d
সুতরাং ৪র্থ পদ = a+(4-1)d = a+3d এবং ১২তম পদ = a+(12-1)d = a+11d
৪র্থ ও ১২তম পদের যোগফল = (a+3d+a+11d) = 2a+14d = 20 ----(i) [যোগফল = ২০ প্রদেয় দেয়া আছে]

সুতরাং প্রথম ১৫টি পদের যোগফল = $\frac{15}{2} \{2a+(15-1)d\} = \frac{15}{2} \times \{2a+14d\} = \frac{15}{2} \times 20 = 150$ Ans: 150

৫২. একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি ১৮ এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল ৭৫ হলে প্রথম পদটি কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলিম]

- a. ২ b. ১০ c. ৪ d. ১২

Ans: d

লিখিত সমাধান : (প্রথমে সূত্র প্রয়োগে যে মান পাওয়া যাবে তা পরের সূত্রে বসাতে হবে)

এখানে ১ম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d তাহলে সমান্তর ধারার ৫ম পদ = a+(5-1)d = a+4d
প্রথম ৫টি পদের যোগফল = $\frac{5}{2} \{2a+(5-1)d\} = \frac{5}{2} \{2a+4d\} = \frac{5}{2} (a+4d)$ (মান বসিয়ে) ---- (i)

শর্তমতে, $\frac{5}{2} (a+4d) = 75 \Rightarrow a+4d = 75 \times \frac{2}{5} \Rightarrow a+4d = 30 \therefore a = 12$

শর্টকাট সমাধান : (ধারাবাহিক সংখ্যার গড় বের করার নিয়ম ভাবলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের হবে)

৫টি সংখ্যার যোগফল ৭৫ হলে তাদের গড় = $95 \div 5 = 19$ । সমান্তর ধারায় সিরিজটি হবে ১২, ১৩.৫, ১৫, ১৬.৫ এবং ১৮
গড় কে মাঝখানে রেখে শেষের ১৮ এর সাথে পার্থক্য (১৮-১৫)÷২ = ৩÷২ = ১.৫ হয়। তাই সবগুলো রাশির পার্থক্য ১.৫
হওয়ায় প্রতিটির রাশির মধ্যে পার্থক্য ১.৫ করে বসিয়ে দেখা যাচ্ছে প্রথম রাশিটি = ১২। উত্তর: ১২

৫৩. একটি সমান্তর ধারার ৫ম পদ ১৩ এবং ৭ম পদ ১৯ হলে ধারাটির প্রথম ১০ টি পদের সমষ্টি কত? [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃক (এসটিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]

- a. 140 b. 280 c. 145 d. 290

Ans: c

সমাধান: ধরি, ধারাটির ১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d,

সুতরাং ধারাটির ৫তম পদ = a+(5-1)d = 13 বা, a+4d = 13 ----(i)

এবং ধারাটির ৭ম পদ = a+(7-1)d = 19 বা, a+6d = 19 ----(ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে (i) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই, 2d = 6 $\therefore d = 3$ এই মান (i) নং এ বসিয়ে পাই
a+4×3 = 13 $\therefore a = 13-12 = 1$

\therefore ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি = $\frac{10}{2} \{2.1+(10-1)3\} = 5(2+27) = 5 \times 29 = 145$ (Ans)

৫৪. একটি সমান্তর ধারার প্রথম ১২ টি পদের সমষ্টি ১৪৪ এবং প্রথম ২০ টি পদের সমষ্টি ৫৬০ হলে, এর প্রথম ৬ টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৩.১]

- a. 0 b. 2 c. 100 d. 110

Ans: a

সমাধান:

ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d (মানগুলো থেকে a ও d এর মান বের করতে হবে আগে)

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2} \{2a+(n-1)d\}$

সমান্তর ধারার ১২ টি পদের সমষ্টি = $\frac{12}{2} \{2a+(12-1)d\} = 6(2a+11d)$

আবার, সমান্তর ধারার ২০ টি পদের সমষ্টি = $\frac{20}{2} \{2a+(20-1)d\} = 10(2a+19d)$

প্রথমতে, $6(2a+11d) = 144 \Rightarrow 2a+11d = 24$ (i)

এবং $10(2a+19d) = 560 \Rightarrow 2a+19d = 56$ (ii)

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই, $8d = 32 \therefore d = 4$

সমীকরণ (i) এ d এর মান বসিয়ে পাই, $2a+11d = 24 \Rightarrow 2a+11.4=24 \Rightarrow 2a=24-44 \Rightarrow 2a = -20 \therefore a = -10$

সুতরাং প্রথম ৬ পদের সমষ্টি, $S_6 = \frac{6}{2} \{2a+(6-1)d\}$

= $3\{2a+5d\} = 3\{2 \times (-10) + 5 \times 4\} = 3(-20+20) = 3 \times 0 = 0$ Ans: 0

পদ্ধতি-০৫ : বর্গ ও ঘন সংখ্যার সমষ্টি বের করা

টিপস: এ নিয়মের অংকগুলোতে শুধুমাত্র সূত্র মনে রেখে সূত্র প্রয়োগ করতে পারলেই উত্তর বের হয়ে যাবে। তবে বর্তমানে পরীক্ষায় ক্যালকুলেটরের ব্যবহার না থাকায় এ ধরনের প্রশ্ন খুব বেশি আসে না। আসলেও সহজ সংখ্যার গুলোই আসে। তাই সূত্রগুলোকে গুরুত্ব দিন।

(৫.ক) সমান্তর ধারার বর্গের সমষ্টি বের করা :

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

অর্থাৎ $(1^2+2^2+3^2+5^2+ \dots +n^2 =$ ধারার সমষ্টি $S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

৫৫. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + x^2$ এর মান কত? [৩১ তম বিসিএস, [জনতা ব্যাংক লিমিটেড (অফিসার ক্যাশ): ২০১৬], একটি বাড়ি একটি খামার (ফিল্ড সুপারভাইজার)-২০১৮]

- a. $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$ b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. x d. $\left(\frac{x(x+1)}{2}\right)^2$ Ans: a

সমাধান: x সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি = $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$

৫৬. 1 থেকে 9 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর বর্গের যোগফল কত? [BD House Building FC (OF)-2017]

- a. 285 b. 260 c. 105 d. 385 Ans: a

সমাধান: এখানে সিরিজটি হবে = $1^2+2^2+3^2+ \dots + 9^2$ যেখানে n = 9

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{9 \times 10 \times 19}{6} = 285$

৫৭. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 =$ কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী):২০২১] / [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারী):২০২১]

- a. 35725 b. 42925 c. 45500 d. 47225 Ans: b

সমাধান: $\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2 = \frac{50 \times 51 \times 101}{6} = 42925$

নিজে করুন:

৫৮. $1^2+2^2+3^2+\dots+(40)^2$ = কত? (২৭ তম বিসিএস)
 a. 22130 b. 22140 c. 22150 d. 22160

(৫.খ) সমান্তর ধারার ঘন এর সমষ্টি বের করা :

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি: অর্থাৎ $1^3+2^3+3^3+\dots+n^3$ = ধারার সমষ্টি $S = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

৫৯. $1^3+2^3+3^3+\dots+n^3$ = কত? (সমাজ সেবা অফিসার:২০০৭) (মূল সূত্রটিই)

a. $\frac{n(n+1)}{2}$ b. $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ c. $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^3$ d. n^3

৬০. $1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+(30)^3$ = কত? [পিএসসি (সহ: পরিচালক)-২০০৬]
 a. 2050655 b. 216255 c. 256145 d. 216225

সমাধান: $1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+(30)^3 = \left\{ \frac{30(30+1)}{2} \right\}^2 = 216225$ [প্রশ্নে ঘন থাকলেও সূত্রে কিন্তু বর্গ]

নিজে করুন:

৬১. $1^3+2^3+3^3+\dots+10^3$ = কত? (সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার:২০১০)
 a. 3025 b. 3030 c. 3028 d. 3050

৬২. $1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+(20)^3$ = কত?
 a. 3025 b. 3030 c. 44100 d. 3050

গুণোত্তর ধারা:

যে ধারার কোনো পদের সাথে তার পরবর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হয়, সে ধারাকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন: $3+6+12+24+\dots$ প্রতি পদের সাথে ২ গুণ করে পরবর্তী পদ বের করা হয়েছে। যতগুণ করে বাড়ে বা কমে তাকে

সাধারণ অনুপাত বলা হয় এবং সাধারণ অনুপাতকে q দ্বারা প্রকাশ করা হয়। মনে রাখবেন $q = \frac{\text{দ্বিতীয় পদ}}{\text{প্রথম পদ}}$

গুণোত্তর ধারার সূত্র দুটি অবশ্যই মনে রাখুন:

১. r - তম পদ = aq^{r-1} অথবা, n তম পদ = ar^{n-1}

২. n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $s_n = a \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ($q > 1$ হলে) $s_n = a \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$ ($q < 1$ হলে)

[Confusion Clear : r বা n যা ই ধরেন সেভাবেই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে]

গুণোত্তর ধারার Basic Concept Clear করার জন্য নিচের আলোচনা গুলো মনযোগ দিয়ে পড়ুন:

৬৩. ২, ৪, ৮, ১৬, ৩২,....., ২৫৬ ধারাটি ? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

a. সমান্তর b. গুণোত্তর c. অসংজ্ঞায়িত d. অসীম

সমাধান: এখানে, $4 \div 2 = 2$ আবার, $8 \div 4 = 2$ এবং $16 \div 8 = 2$ অর্থাৎ সবগুলোতেই ভাগফল ২

যা গুণোত্তর ধারা নির্দেশ করে। যার প্রত্যেকটির সাধারণ অনুপাত ২। সুতরাং ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

পদ্ধতি-০৬ : গুণোত্তর ধারার পদের ক্রম বের করা

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে ধারাটির r - তম পদ = aq^{r-1} (অর্থাৎ একটি ধারার মাঝখানে যে কোন একটি পদের মান কত অথবা যে পদের মান দেয়া আছে পদটি কত নম্বর পদ বের করতে বলা হলে এই সূত্রটি প্রয়োগ করতে হয়। যেমন:

৬৪. $2+4+8+16+\dots$ ধারাটির কত তম পদের মান ১২৮?
 a. 5 b. 7 c. 8 d. 9

সমাধান: ধরি, ধারাটির r তম পদ = ১২৮

প্রথমতে, $aq^{r-1} = 128$ (কারণ এই সূত্রটি প্রয়োগ করলে যে মানটি আসবে তা হবে ১২৮)
 $\Rightarrow 2 \cdot 2^{r-1} = 128, \Rightarrow 2^{r-1} = 64 \Rightarrow 2^{r-1} = 2^6 \Rightarrow r-1 = 6 \therefore r = 7$ উত্তর: ৭

নিজে করে দেখুন:

৬৫. $2+4+8+16+32+\dots$ ধারাটি কততম পদের মান ১০২৪?

a. ১০ তম b. ১২ তম c. ২০ তম d. ২৫ তম Ans: a

পদ্ধতি-০৭ : গুণোত্তর ধারার পদের মান বের করা

৬৬. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? [বেলপথ মন্ত্রণালয়ের অধীনে (উপসহকারী প্রকৌশলী-ব্রিজ)-২০১৮]

ক. $\frac{n-1}{n+1}$ খ. $\frac{2n}{n+1}$ গ. $\frac{1}{n}$ ঘ. $\frac{n}{n+1}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে, প্রদত্ত ধারারটির প্রথম পদ = $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$; দ্বিতীয় পদ = $\frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$; তৃতীয় পদ = $\frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$

সুতরাং n তম পদ = $\frac{n}{n+1}$

৬৭. $\frac{1}{\sqrt{5}}, -1, \sqrt{5}, \dots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [RADUB(SO)-2016] [Hints: ২য় পদ ভাগ প্রথম পদ]

a. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b. -1 c. $-\sqrt{5}$ d. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ Ans: c

৬৮. ২৭, -৯, ৩, -১..... অনুক্রমের পরবর্তী সংখ্যাটি কত? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহকারী প্রকৌশলী ও ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]

ক. $\frac{1}{3}$ খ. $-\frac{1}{3}$ গ. -৩ ঘ. ১ উত্তর: ক

সমাধান: ২৭, -৯, ৩, -১ ইহা একটি গুণোত্তর ধারা যেখানে প্রথম পদ, $a = ২৭$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-৯}{২৭} = -\frac{১}{৩}$

সুতরাং ধারাটির ৫ম পদ = $ar^{n-1} = ২৭ \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{৫-১} = ২৭ \times \left(-\frac{1}{3}\right)^৪ = ২৭ \times \frac{১}{৮১} = \frac{১}{৩}$

মুখে মুখে করার জন্য: প্রতিবার (-৩) দিয়ে ভাগ করলে পরের রাশি পাওয়া যাচ্ছে তাই শেষপদ (-১) কে (-৩) দিয়ে ভাগ।

নিজে করুন:

৬৯. ০.০৩, ০.১২, ০.৪৮, শূন্যস্থানে সংখ্যাটি কত হবে - [৩৪ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
ক. ০.৯৬ খ. ১.৪৮ গ. ১.৯২ ঘ. ১.৫০

৭০. $2+4+8+16+\dots$ ধারাটির ৭ম পদ কত?
a. 128 b. 120 c. 125 d. 124

সমাধান: গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ $a = 2$, সাধারণ অনুপাত $q = 4 \div 2 = 2$ এবং পদের সংখ্যা $r = 7$
সুতরাং ধারাটির ৭ম পদ $= aq^{7-1} = 2 \cdot 2^6 = 2 \cdot 64 = 128$ Ans: 128

৭১. $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.২]
a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{3}{2}$ d. $\frac{1}{5}$

সমাধান: এখানে গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 64$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$
 \therefore ধারাটির ৮ তম পদ $= ar^{8-1} = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 2^6 \cdot \frac{1}{2^6 \cdot 2} = \frac{1}{2}$ \therefore ধারাটির অষ্টম পদ $= \frac{1}{2}$

৭২. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ২ এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{1}{2}$ হলে ধারাটির চতুর্থ পদ কত? [খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহ: প্রোগ্রাম)-২০১১]
a. 1 b. $\frac{1}{4}$ c. $-\frac{1}{2}$ d. $-\frac{1}{4}$

সমাধান: ১ম পদ $a = 2$, সাধারণ অনুপাত $r = -\frac{1}{2}$ \therefore ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = 2 \times -\frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$

নিজে করুন:

৭৩. $2+4+8+16+\dots$ ধারাটি ৯ম পদের মান কত বের করুন।
a. 500 b. 512 c. 524 d. 540

৭৪. একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি ২০ এবং ষষ্ঠ (৬-তম) পদটি ১৬০ হলে প্রথম পদটি কত? [৩৭তম বিসিএস প্রিলি]
a. 5 b. 10 c. 12 d. 8

লিখিত সমাধান : (দুটি পদের মান দেয়া থাকলে সমীকরণ সাজিয়ে প্রথমে a অথবা q এর মান বের করতে হয়)

গুণোত্তর অনুক্রমের প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে অনুক্রমটির r- তম পদ $= aq^{r-1}$
প্রশ্নমতে, তৃতীয় পদ $aq^{3-1} \Rightarrow aq^2 = 20$ ----- (i) এবং ৬ষ্ঠ পদ, $aq^{6-1} \Rightarrow aq^5 = 160$ ----- (ii)

এখন, [(ii) \div (i)] করে পাই, $\frac{aq^5}{aq^2} = \frac{160}{20} \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q^3 = 2^3 \therefore q = 2$

এখন প্রথম পদ a এর মান বের করার জন্য q এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই $a \cdot 2^2 = 20 \Rightarrow a = 20 \div 4 \therefore a = 5$

মুখে মুখে উত্তর বের করার জন্য এভাবে ভাবুন :

তৃতীয় পদ ২০ এবং ৬ষ্ঠ পদ ১৬০ এখন, যদি চতুর্থ পদ $20 \times 2 = 80$ এবং পঞ্চম পদ $80 \times 2 = 160$ ধরা হয় তাহলে ৬ষ্ঠ পদ $= 160 \times 2 = 320$ মিলে। অর্থাৎ প্রতিবার ২ দিয়ে গুণ করে পরের পদ তৈরী করা হয়েছে। তাহলে পূর্বপদ বের করার জন্য প্রতিবার ২ দিয়ে ভাগ করতে হবে। তাহলে ২য় পদ $= 20 \div 2 = 10$ সুতরাং ১ম পদ $= 10 \div 2 = 5$ উত্তর: ৫

৭৫. $5 + x + y + 135$ গুণোত্তর ধারাটির x ও y এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.২]
a. 15, 50 b. 15, 45 c. 20, 45 d. 25, 55

লিখিত সমাধান : Ans: b

এখানে, ৪র্থ পদ $aq^{4-1} = 135 \Rightarrow aq^3 = 135$... (i) এবং প্রথম পদ $aq^{1-1} = 5 \Rightarrow aq^0 = 5 \therefore a = 5$... (ii)
এখন, (i) \div (ii) করে পাই $q^3 = 27 \therefore q = 3$ (আগের পদের সাথে প্রতিবার ৩ গুণ করে পরের পদ বের হবে)
সুতরাং, $x = 5 \times 3 = 15$ এবং, $y = 15 \times 3 = 45$

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন : Ans: x=15 এবং y = 45

৫ ও ১৩৫ দুটিই ৫ দিয়ে বিভাজ্য, তাহলে এর মাঝের যে সংখ্যা দুটি হবে তা ও ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা ই হবে। দেখা যাচ্ছে ২য় পদ ১৫ ও ৩য় পদ ৪৫ নিলে প্রতিবার ৩ দিয়ে গুণ করতে হচ্ছে। তাই ১৫ ও ৪৫ ই উত্তর

নিজে করুন:

৭৬. $5 + x + y + 625$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x ও y এর মান কত? [পার্সপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অফিসের (সহকারী পরিচালক)-২০১১]
a. 15, 45 b. 25, 45 c. 25, 125 d. 45, 125

৭৭. একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি - ৪৮ এবং পঞ্চম পদটি $\frac{3}{4}$ হলে সাধারণ অনুপাত কত? [৩৫তম বিসিএস]

a. $\frac{1}{2}$ b. $-\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{4}$ d. $-\frac{1}{4}$ Ans: d

লিখিত সমাধান :

গুণোত্তর অনুক্রমের প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে অনুক্রমটির n- তম পদ $= aq^{n-1}$
প্রশ্নমতে, দ্বিতীয় পদ, $aq^{2-1} \Rightarrow aq = -48$ ----- (i) এবং পঞ্চম পদ, $aq^{5-1} \Rightarrow aq^4 = \frac{3}{4}$ ----- (ii)

এখন, (ii) \div (i) করে পাই, $\frac{aq^4}{aq} = \frac{3}{4 \times (-48)} \Rightarrow q^3 = -\frac{1}{64} \Rightarrow q^3 = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \therefore q = -\frac{1}{4}$

Learning Point: ধারার রাশিগুলোর মধ্যে একবার (+) ও একবার (-) থাকলে বুঝতে হবে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে গুণ করা হয়েছে। অর্থাৎ রাশিগুলোর মাঝে সাধারণ অনুপাত বা q এর মানটি ঋণাত্মক হবে।

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন :

যেহেতু (-) সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে তাই ক ও গ নং অপশন বাদ দেয়া যায়। এখন খ অপশনটি ধরে, ২য় পদ -৪৮

\therefore ৩য় পদ $= (-48) \times -\frac{1}{2} = 24$, ৪র্থ পদ $= 24 \times -\frac{1}{2} = -12$ এবং ৫ম পদ $= (-12) \times -\frac{1}{2} = 6$

কিন্তু প্রশ্নে ৫ম পদ $\frac{3}{4}$ তাই এটি উত্তর নয়। তাহলে, $(-48) \times -\frac{1}{4} \times -\frac{1}{4} \times -\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ সুতরাং উত্তর $-\frac{1}{4}$

৭৮. $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.২]

a. 7 b. 8 c. 9 d. 10 Ans: c

সমাধান: ar^{n-1} সূত্রানুসারে:

$128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \Rightarrow n-1 = 8 \Rightarrow n = 8+1 \therefore n = 9$

শর্তকট: $32 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ৩নং পদ ৩২ এর সাথে ৫বার $\frac{1}{2}$ গুণ করলে = $\frac{1}{2}$ আসে। তাই ৯ম পদ

৭৯. $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে? [বেসরকারি বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ০৫] + [০৯২১] বিসিএস- (বিশেষ) + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১]
 a. ৯ তম পদ b. ১০ তম পদ c. ১১ তম পদ d. ১২ তম পদ

লিখিত সমাধান:

ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা। এখানে, প্রথম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $q = 1 \div \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore q = \sqrt{2}$

শর্তমতে, $aq^{n-1} = 8\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times (\sqrt{2})^{n-1} = 2^3 \sqrt{2} \Rightarrow (\sqrt{2})^{-1} \times (\sqrt{2})^{n-1} = (\sqrt{2})^6 \cdot \sqrt{2}$

$\Rightarrow (\sqrt{2})^{n-2} = (\sqrt{2})^7 \Rightarrow n-2 = 7 \therefore n = 9$ সুতরাং ধারাটির ৯ম পদ = $8\sqrt{2}$

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন:

প্রথমে তিনটি রাশি দেয়াই আছে। তাই ৪র্থ রাশি থেকে গুণ করা শুরু করুন। প্রতিটি রাশির সাথে ধারাটির সাধারণ অন্তর $\sqrt{2}$ গুণ করে বের করুন, কত নং রাশিতে গিয়ে $8\sqrt{2}$ আসে। দেখা যাবে ৯ম রাশিতে গেলে $8\sqrt{2}$ আসবে

পরামর্শ: সূত্র ভুলে গেলেও Practical নিয়মগুলো সহজে ভুলে যাবেন না এবং যেহেতু প্রশ্নগুলো সহজই আসে। তাই এমসিকিউ পরীক্ষার জন্য যথাসম্ভব নিয়ম ছাড়াই করার চেষ্টা করুন।

নিজে করুন:

৮০. $\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, 1, \dots$ ধারাটির কোন পদ ৯ হবে? [Agrani Bank (SO)-2015]

- a. ১০ম পদ b. ৬ষ্ঠ পদ c. ৮ম পদ d. ৭ম পদ

Ans: d

পদ্ধতি-০৮ : গুণোত্তর ধারার পদের সমষ্টি বের করা

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে ধারাটির n তম পদের সমষ্টি, $S_n = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

৮১. $2-4+8-16+\dots$ ধারাটির প্রথম ৭ টি পদের সমষ্টি কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর-০৫] + [পল্লী সঙ্ঘের ব্যাংক- (কাশ- ২০১৮) + [BIWTC- (অফিস সহঃ কাম কম্পি: মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]

- a. 36 b. 86 c. 52 d. 56

Ans: b

লিখিত সমাধান:

এখানে প্রথম পদ $a = 2$, সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{-4}{2} = -2$

\therefore প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি = $a \times \frac{1-q^n}{1-q}$ (যেহেতু $q < 1$)

$= 2 \times \frac{1-(-2)^7}{1-(-2)} = 2 \times \frac{1+128}{1+2} = 2 \times \frac{129}{3} = 2 \times 43 = 86$

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন:

$2-4+8-16$ এখানে প্রতিবার (-2) দিয়ে গুণ করা হয়েছে, ৪টি রাশি দেয়াই আছে, সুতরাং প্রতিবার (-2) দিয়ে গুণ করলে পরের ৩টি রাশি সহ ৭টি রাশির সিরিজটি হবে $2-4+8-16+32-64+128$ এবং এদের যোগফল হবে,

$= 2-4+8-16+32-64+128 = 170-84 = 86$

৮২. $2 + 6 + 18 + \dots$ ধারাটির ৮টি পদের সমষ্টি কত? [আমদানি-রপ্তানি অধিদপ্তরের নির্বাহী অফিসার-২০০৭]
 a. 6565 b. 6560 c. 6569 d. 5560

Ans: b

সমাধান: ৪ টি পদের সমষ্টি = $a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{3^8 - 1}{3 - 1} = 6560$

৮৩. $12 + 24 + 48 + \dots + 768$ ধারাটির সমষ্টি কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদাঃ১০]

- a. 1500 b. 1520 c. 1524 d. 1824

Ans: c

সমাধান: (এখানে আগে পদসংখ্যা অর্থাৎ ৭৬৮ কত তম পদ তা বের করে সমষ্টির নিয়ম করতে হবে)

এখানে, প্রথম পদ $a = 12$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{24}{12} = 2 > 1$

প্রথমতে, $ar^{n-1} = 768 \Rightarrow 12 \times 2^{n-1} = 768 \Rightarrow 2^{n-1} = \frac{768}{12} = 64 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^6 \Rightarrow n-1 = 6 \therefore n = 7$

সুতরাং, ধারাটির সমষ্টি = $\frac{a \times (r^n - 1)}{(r - 1)} = \frac{12 \times (2^7 - 1)}{(2 - 1)} = 12 \times (128 - 1) = 12 \times 127 = 1524$ Ans: 1524

উদাহরণ আসলেও নিয়ম একই: শুধু মান বসিয়ে ধাপে ধাপে করতে হবে:

৮৪. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত? [আনসার ও ভিডিপি অধি: (সার্কেল অ্যাডজুটেন্ট)-২০১৫] + [৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদাঃ১১]

- a. $\frac{33}{31}$ b. $\frac{63}{32}$ c. $\frac{63}{64}$ d. $\frac{127}{64}$

Ans: d

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2} < 1$

সুতরাং, গুণোত্তর ধারাটির ৭ টি পদের সমষ্টি $S_7 = \frac{1 \times \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^7 \right\}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{128}}{\frac{1}{2}} = 2 \times \left(\frac{128 - 1}{128} \right) = \frac{127}{64}$

নিজে করুন:

৮৫. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$ ধারাটির ১ম ৫ টি পদের সমষ্টি কত? [১০ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০১৪]

- ক. $\frac{121}{81}$ খ. $\frac{119}{81}$ গ. $\frac{81}{121}$ ঘ. $\frac{121}{81}$

উত্তর: ক

৮৬. $2+4+8+16+\dots$ ধারাটির n সংখক পদের সমষ্টি 254 হলে n এর মান কত? [আনসার ও ভিডিপি অধিদপ্তরের সার্কেল অ্যাডজুটেন্ট: ০৫]

- a. 4 b. 5 c. 6 d. 7

Ans: d

সমাধান, ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা। এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$ এবং সাধারণ অনুপাত, $q = 2$;

প্রথমতে, $a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 254 \Rightarrow \frac{q^n - 1}{q - 1} = 254 \Rightarrow 2^n - 1 = 127 \Rightarrow 2^n = 128 \Rightarrow 2^n = 2^7 \therefore n = 7$ Ans: 7

৮৭. একটি গুণোত্তর শ্রেণীর প্রথম ছয়টি পদের যোগফল তার প্রথম তিনটি পদের যোগফলের নয় গুণ। সাধারণ অনুপাত r ।
 [মহাহিসাব বন্ধক ও নিরীক্ষকের অধীনে অধীক্ষক -১৯৯৮৮]
 ক. 2 গ. 4
 খ. 3 ঘ. 1

সমাধান: ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = q

সুতরাং ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি = $a \times \frac{q^6 - 1}{q - 1}$ এবং প্রথম 3 টি পদের সমষ্টি = $a \times \frac{q^3 - 1}{q - 1}$

প্রশ্নমতে, $a \times \frac{q^6 - 1}{q - 1} = 9 \times a \times \frac{q^3 - 1}{q - 1} \Rightarrow q^6 - 1 = 9(q^3 - 1) \Rightarrow (q^3 + 1)(q^3 - 1) = 9(q^3 - 1)$
 $\Rightarrow q^3 + 1 = 9 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q^3 = 2^3 \therefore r = 2$

৮৮. প্রথম দিনে ১ টাকা, দ্বিতীয় দিনে ২ টাকা, তৃতীয় দিনে ৪ টাকা, চতুর্থ দিনে ৮ টাকা, এরূপভাবে দান করলে ১৫ দিনে মোট কত টাকা দান করা হবে? [পাবলিক সার্ভিস কমিশনে সহকারী পরিচালক ০৪]
 ক. ৬৫,৬৩৫ ঘ. ৩২,৭৬৭ গ. ১৬,৩৮৩ ঘ. ৮,২৯১

সমাধান,

1, 2, 4, 8, 15টি পদের সমষ্টি = ? ধারাটি গুণোত্তর। এখানে, সাধারণ অনুপাত, $q = 2$, $a = 1$ ম পদ = 1; $n = 15$

সুতরাং ধারাটির প্রথম 15টি পদের সমষ্টি = $a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 1 \cdot \frac{2^{15} - 1}{2 - 1} = 2^{15} - 1 = 32768 - 1 = 32767$

[Tips: সূত্র ভুলে গেলে 15 দিনের টাকা আলাদা আলাদা ভাবে লিখে যোগ করুন]

পদ্ধতি-০৯ : অসীম ধারার সমষ্টি বের করা

অসীম গুণোত্তর ধারার 1ম পদ a এবং সাধারণ অনুপাতকে r দ্বারা সূচিত করা হয়। অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টিকে S_∞ লিখে প্রকাশ করা হয় এবং একে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বলা হয়। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি $|r| < 1$ বা $-1 < r < 1$ হয়। অর্থাৎ সাধারণ অনুপাত (r) এর মান যদি $(+1)$ থেকে ছোট হয় এবং (-1) থেকে বড় হয় কেবল তখন

অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করার সূত্র: $S_\infty = \frac{a}{1-r}$

৮৯. $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত ?

- ক. $\frac{3}{20}$ ঘ. 3 গ. 2 ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: ধারাটির 1ম পদ, $a = 1$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{1} = 2 > 1$ [যা প্রদত্ত শর্ত বিরোধী]

খোয়াল করুন, একটি অসীম গুণোত্তর ধারার অসীম পদের সমষ্টি থাকবে যদি এবং কেবল যদি সাধারণ অনুপাত r -এর মান $(+1)$ থেকে ছোট এবং (-1) থেকে বড় হয়। প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত (r) এর মান $(+1)$ থেকে বড় যা শর্ত বিরোধী। সুতরাং ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি নেই। কারণ এই ধারাটির সমষ্টি বের করার সূত্র নেই। বের করাও সম্ভব নয়।

৯০. $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

- ক. $1\frac{1}{2}$ ঘ. $2\frac{1}{3}$ গ. $1\frac{1}{9}$ ঘ. $2\frac{1}{4}$

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটির 1ম পদ, $a = 1$, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{0.1}{1} = \frac{1}{10} < 1$

\therefore অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{10}} = \frac{1}{\frac{10-1}{10}} = \frac{1}{9} = 1 \times \frac{10}{9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$ (Ans)

৯১. $0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$ ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল- [৪১তম বিসিএস খ্রিদি]

- ক. $\frac{4}{33}$ ঘ. $\frac{4}{99}$ গ. $\frac{112}{99}$ ঘ. $\frac{14}{99}$

সমাধান: এখানে, প্রথম পদ $a = 0.12$ এবং সাধারণ অনুপাত $r = \frac{0.0012}{0.12} = 0.01$ এখানে, $0.01 < 1$

ধারাটির অসীম পদের যোগফল = $\frac{a}{1-r} = \frac{0.12}{1-(0.01)} = \frac{0.12}{0.99} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$ (উত্তর)

নিজে করুন:

৯২. $0.5 + 0.05 + 0.005 + \dots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কোনটি? [সোনালী ব্যাংক (অফি)-২০১৪]

- ক. $\frac{4}{9}$ ঘ. $\frac{2}{5}$ গ. $\frac{3}{7}$ ঘ. $\frac{5}{9}$

৯৩. $0.9 + 0.09 + 0.009 + \dots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কোনটি? [রূপালী ব্যাংক (অফি)-২০১৫]

- ক. 1 ঘ. 0.9 গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\frac{1}{9}$

৯৪. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত? [বাংলাদেশ ব্যাংক (অফি)-২০১৮]

- ক. 3 ঘ. 5 গ. 2 ঘ. 6

সমাধান: ধারার 1ম পদ, $a = 1$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{2} < 1$

\therefore অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{2-1}{2}} = \frac{1}{1} = 1 \times \frac{2}{2} = 2$ (Ans)

নিজে করুন:

৯৫. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} + \dots$ গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি কত?

- ক. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ঘ. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

সমাধান: $a = 1$ এবং $r = \frac{1}{\sqrt{2}} \div 1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\therefore S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

৯৬. $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{27} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]

- a. $S_{\infty} = \frac{20}{3}$ b. $S_{\infty} = \frac{3}{20}$ c. $S_{\infty} = 20$ d. $S_{\infty} = 3$

সমাধান: $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{27} + \dots$ সিরিজটিতে, প্রথম পদ $a = \frac{1}{4}$ এবং $r = -\frac{1}{6} \div \frac{1}{4} = -\frac{1}{6} \times 4 = -\frac{2}{3} < 1$
 \therefore সুতরাং অসীম পদের সমষ্টি $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - (-\frac{2}{3})} = \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$

নিজে করুন:

৯৭. $2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \dots$ গুণোত্তর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

- a. $-\frac{4}{3}$ b. $-\frac{3}{4}$ c. $\frac{4}{3}$ d. $\frac{3}{4}$

৯৮. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

- a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{9}$ d. $\frac{1}{4}$

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{3}$ সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{২য় পদ}{১ম পদ} = \frac{1}{3^2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2} \times 3 = \frac{1}{3} < 1$

লক্ষ্য করুন, r এর মান $\frac{1}{3}$ যা $(+1)$ থেকে ছোট কিন্তু (-1) থেকে বড়। সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে

\therefore অসীমতক সমষ্টি, $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3-1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ (Ans)

নিজে করুন:

৯৯. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

- a. $\frac{9}{11}$ b. $\frac{4}{5}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$

১০০. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

- a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{4}{9}$ d. $\frac{1}{7}$

[Hints: ধারার ১ম পদ, $a = \frac{1}{5}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{2}{5^2} \div \frac{1}{5} = -\frac{2}{5^2} \times 5 = -\frac{2}{5} < 1$ বাকীটা নিজে করুন]

পদ্ধতি-১০ : এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

১০১. একটি ধারার ১ম সংখ্যাটি ৩, ২য় সংখ্যাটি ৯। ৩য় সংখ্যা থেকে শুরু করে বাকী সংখ্যাগুলো পূর্ববর্তী সবগুলো সংখ্যার গড়। ধারাটির ১১তম সংখ্যাটি কত? [পানি উন্নয়ন বোর্ড-(ভাটা ইন্সটি অ্যাক্টর)-২০১৯]

- a. ৫৩ b. ৪৮ c. ৩ d. ৬

সমাধান: দেয়া আছে ধারাটির প্রথম পদ = ৩ এবং ২য় পদ = ৯। সুতরাং ১ম ও ২য় পদের গড় = $(৩+৯) = ১২ \div ২ = ৬$ ।

এখন, ৪র্থ, ৫ম, ৬ষ্ঠ ১১তম পদ পর্যন্ত প্রতিবার যে কোন সংখ্যা বসালে তা আগের সংখ্যাগুলোর গড়ের সমান হতে হলে প্রতিবার ৬ ই বসাতে হবে। অর্থাৎ সিরিজটি হবে, ৩, ৯, ৬, ৬, ৬, ৬, ৬, ৬, ৬, ৬, ৬। সুতরাং ১১ তম পদ = ৬।

১০২. একটি সমান্তর ধারার ১৬ তম পদ (-20) হলে, এর প্রথম ৩১ টি পদের সমষ্টি কত? [তৃপা উন্নয়ন বোর্ড (কর্মকর্তা)-২০০৩], [বহিরাগমন এবং পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৬]

- a. -600 b. -610 c. -620 d. -630

সমাধান: দেওয়া আছে, ধারাটির ১৬তম পদ = -20
 প্রশ্নমতে, $a + (16-1)d = -20 \therefore a + 15d = -20$ (i)

আবার, n তম পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

\therefore ৩১ টি পদের সমষ্টি = $\frac{31}{2} \{2a + (31-1)d\} = \frac{31}{2} (2a + 30d) = \frac{31}{2} \{2(a + 15d)\} = 31 \times (-20) = -620$

১০৩. $9+7+5+\dots$ ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল -144 হলে $n = ?$ [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৩১] + [নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬]+[মহাহিসাব নিরীক্ষকের অধীন জুনিয়র অডিটর-২০২১]+[বিরাজ মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১১]

- a. 16 b. 12 c. 14 d. 18

সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ, $a = 9$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7-9 = -2$

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2} \{2 \times 9 + (n-1) \times (-2)\} = -144 \Rightarrow \frac{n}{2} (18-2n+2) = -144 \Rightarrow \frac{n}{2} (20-2n) = -144$

$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 2 \times (10-n) = -144 \Rightarrow 10n - n^2 = -144 \Rightarrow n^2 - 10n - 144 = 0$

$\Rightarrow n^2 - 18n + 8n - 144 = 0 \Rightarrow n(n-18) + 8(n-18) = 0 \Rightarrow (n-18)(n+8) = 0$

এখন, হয়, $(n-18) = 0 \therefore n = 18$ অথবা, $(n+8) = 0 \therefore n = -8$

কিন্তু $n = -8$ গ্রহণযোগ্য নয়। সুতরাং n এর নির্ণেয় মান = 18 Ans: 18

১০৪. $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots$ ধারাটির প্রথম n টি পদের সমষ্টি কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইফার কর্মকর্তা)-২০১৭]

- a. $28 \log a$ b. $56 \log a$ c. $7 \log a$ d. $8 \log a$

সমাধান: $\log a + \log a^2 + \log a^3 + \dots + \log a^n$
 $= 1 \cdot \log a + 2 \cdot \log a + 3 \cdot \log a + \dots + n \cdot \log a$
 $= \log a (1 + 2 + 3 + \dots + n)$
 $= \log a \times \frac{7 \times (7+1)}{2} = \log a \times 28 = 28 \log a$

১০৫. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$ হলে, $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ এর মান কত? [গণমাধ্যম ইন্সটিটিউট (সহকারী পরিচালক)-বেতার প্রকৌশল প্রশিক্ষণ-২০০৩]

সমাধান:

দেয়া আছে, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$
 $\therefore 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$
 $= (2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 + \dots + (2.10)^2$
 $= 2^2.1^2 + 2^2.2^2 + 2^2.3^2 + \dots + 2^2.10^2$
 $= 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$
 $= 4 \times 385 = 1540$

১০৬. কোন সমান্তর ধারার p তম পদ q এবং q তম পদ p হলে, $(p+q)$ তম পদ কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৩.১] + [জনশক্তি কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০০৯] + [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]

a. pq b. $p+q$ c. $pq(p+q)$ d. 0

সমাধান : ধরি, ধারাটির ১ম পদ = a , সাধারণ অন্তর = d

প্রথমতে, p তম পদ = $a+(p-1)d = q$ (i)

এক q তম পদ = $a+(q-1)d = p$ (ii)

(i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$a+(p-1)d - a - (q-1)d = q - p \Rightarrow (p-1)d - (q-1)d = q - p \Rightarrow (p-1-q+1)d = q - p$

$\Rightarrow (p-q)d = -(p-q) \Rightarrow d = -\frac{(p-q)}{p-q} \therefore d = -1$

এখন, d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a+(p-1)(-1) = q \Rightarrow a-(p-1) = q \therefore a = p+q-1$

$\therefore (p+q)$ তম পদ = $a+(p+q-1)d = p+q-1 + (p+q-1)(-1) = p+q-1-p-q+1 = 0$ Ans: 0

১০৭. $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$ ধারাটির $2n + 2$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? [নন ক্যাডার পরীক্ষা(সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]

a. 1 b. -1 c. 2 d. 0

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$; সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-2}{2} = -1 < 1$

$\therefore (2n+2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি = $\frac{a(1-r^{2n+2})}{1-r} = \frac{2\{1-(-1)^{2n+2}\}}{1-(-1)} = \frac{2\{1-1\}}{1+1} = \frac{2(1-1)}{1+1} = \frac{2 \times 0}{2} = 0$ (Ans)

নিজে করুন:

১০৮. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ এর ধারাটির $(2n+1)$ এর সমষ্টি হবে? [৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ১৩.২)]

a. -1 b. 1 c. 0 d. কোনটিই নয়

Practice Part

১. $1+5+9+13+\dots$ ধারাটির n তম পদ কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

a. $4n-1$ b. $3n-3$ c. $4n-3$ d. $4n+1$

২. $2-5-12-19+\dots$ ধারাটির ১২ তম পদ কত? [প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০১৭]

a. -65 b. 55 c. 75 d. -75

Wrong Idea:

$2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ থেকে
 $2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$
 $2 \times 385 = 770$ মনে করলে ভুল হবে। কারণ $6^2 = 36$ কিন্তু 6^2 থেকে ২ কমন নিয়ে $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ লেখা ভুল।

Ans: b

Ans: d

৩. কোন সমান্তর ধারার ১ম পদ ১১ এবং ৩য় পদ ২৭ হলে, ধারাটির ১১ তম পদ কত?

a. ৬১ b. ৭২ c. ৮০ d. ৯১

৪. $13 + 20 + 27 + 34 + \dots + 111$ ধারাটির পদসংখ্যা কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু- ১৩.১]

a. 10 b. 13 c. 15 d. 20

৫. $7 + 13 + 19 + 25 + \dots$ ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ১৩.১ এর ৪]

a. 141 b. 1210 c. 1280 d. 2560

৬. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ ৫ এবং সাধারণ অন্তর ৩ হলে উক্ত ধারার r তম পদ কত? [বিম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের (সহকারী প্রধান পরিদর্শক)-২০০৯ + সোনালী ব্যাংক (ক্যাশ অফিসার)-২০১৫]

a. $2r - 3$ b. $3r - 3$ c. $3r + 2$ d. $3r + 5$

৭. $3 + a + b + 81$ গুণোত্তর ধারাতন্ত্র হলে, b এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইফার অফিসার)-২০১৫]

a. 9 b. 12 c. 18 d. 27

৮. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ও দ্বিতীয় পদ যথাক্রমে ২৭ এবং ৯ হলে ৫ম পদ কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ১৩.২ এর উদা:৯]

a. $\frac{1}{3}$ b. 3 c. $\frac{1}{9}$ d. 81

৯. $২৯ + ২৫ + ২১ + \dots - ২৩ =$ কত? [তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগের অধীনে (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]

a. ৮২ b. ৭২ c. ৫২ d. ৪২

১০. একটি সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর ২ এবং n তম পদ $2n-1$ হলে, প্রথম পদ কত? [Bangladesh Commerce Bank (Officer)-২০১৬]

a. 1 b. 3 c. 5 d. 7

উত্তরমালা

১.	c	২.	d	৩.	d	৪.	c	৫.	c
৬.	c	৭.	d	৮.	a	৯.	d	১০.	a

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: $\therefore n$ তম পদ = $a+(n-1)d = 1+(n-1)4 = 1+4n-4 = 4n-3$

২. সমাধান: যেহেতু n তম পদ = $a+(n-1)d$ সুতরাং ১২ তম পদ = $2+(12-1)(-7) = 2+11(-7) = -75$

৩. সমাধান: ধারাটি একটি সমান্তর ধারা তাই ২য় পদ হবে ১ম ও ৩য় পদের গড় অর্থাৎ ২য় পদ = $\frac{১১ + ২৭}{২} = \frac{৩৮}{২} = ১৯$

\therefore সাধারণ অন্তর $d = ১৯ - ১১ = ৮$ সুতরাং ১১ তম পদ = $a+(১১-১)d = a+১০d = ১১+১০ \times ৮ = ১১+৮০ = ৯১$

৪. সমাধান: পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{111 - 13}{7} + 1 = \frac{98}{7} + 1 = 14 + 1 = 15$

৫. সমাধান: প্রথম পদ $a = 7$, সাধারণ অন্তর $d = 13 - 7 = 6$

$\therefore 20$ টি পদের সমষ্টি = $\frac{20}{2} \{2.7 + (20-1)6\} = 10 \times (14+114) = 10 \times 128 = 1280$

৬. সমাধান: r তম পদ = $a+(r-1)d = 5+(r-1)3 = 3r+2$

৭. সমাধান: ধারাটির ৪র্থ পদ = $aq^{4-1} = 3q^3 = 81 \Rightarrow q^3 = 27 \therefore q = 3 \therefore$ তৃতীয় পদ $b = aq^{3-1} = 3 \times 3^2 = 27$

৮. সমাধান: সাধারণ অনুপাত $r = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \therefore$ পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = 27 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{27 \times 1}{27 \times 3} = \frac{1}{3}$

৯. সমাধান: পদসংখ্যা = $\frac{-20-29}{-8} + 1 = \frac{-52}{-8} + 1 = 58$, গড় = $(-20+29) \div 2 = 9 \div 2 = 4.5$ । সমষ্টি = $58 \times 4.5 = 261$
 ১০. সমাধান: ধরি, প্রথম পদ = a; সাধারণ অন্তর, d = 2; সুতরাং n তম পদ = $a+(n-1)d = a+(n-1)2 = a+2n-2$
 প্রশ্নমতে, $a+2n-2 = 2n-1 \Rightarrow a+2n-2n = -1+2 \therefore a = 1$ সুতরাং ধারাটির প্রথম পদ a = 1

Model Test

পূর্ণমান: ১০

১. $-5-12-19$ধারাটির 10 তম পদ কত? [সমাজসেবা (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০০৫]+সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা-২০০৮
 a. -75 b. -70 c. -58 d. -68
২. $7+12+17+$ধারাটির কত তম পদ 52? [করা মন্ত্রণালয়ের (কারা তত্ত্বাবধায়ক)-২০১০]+প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০১৪
 a. 4 b. 5 c. 10 d. 7
৩. 1 থেকে 79 সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? [১৬তম বিসিএস : ১৯৯৪]
 a. 3050 b. 3200 c. 3160 d. 3060
৪. 5 থেকে 35 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক: ০১]
 a. 600 b. 610 c. 620 d. 630
৫. $8+14+20+26$ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি কত? [খাদ্য অধিদপ্তরের (খাদ্য পরিদর্শক/উপ খাদ্য পরিদর্শক, ২০১৭)+মহিলা ও শিশু বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে (উপজেলা মহিলা বিষয়ক কর্মকর্তা)-২০০২]
 a. 270 b. 251 c. 290 d. 350
৬. একটি সমান্তর ধারার তৃতীয় পদ 20 এবং সপ্তম পদ 12 হলে ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?
 a. -2 b. -4 c. 2 d. 4
৭. $1^3+2^3+3^3+ \dots + 11^3 =$ কত?
 a. 3250 b. 3500 c. 4356 d. 4550
৮. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে, n এর মান কত? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৩.২] + [বাংলাদেশ রেল ট্রান্সপোর্ট অথরিটি (সহকারী পরিচালক)-২০০৫]
 a. n = 3 b. n = 5 c. n = 6 d. n = 7
৯. $5+15+x+y+405$ এই গুণোত্তর ধারার x এর মান কত? [গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়ের আবাসন পরিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০০৬]+সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের (সহকারী শিক্ষক)-২০০৯।
 a. 20 b. 45 c. 60 d. 135
১০. $0.2 + 0.02 + 0.002 + \dots$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কোনটি?
 a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{2}{9}$ d. $\frac{2}{7}$

উত্তরমালা

১.	d	২.	c	৩.	c	৪.	c	৫.	d
৬.	a	৭.	c	৮.	b	৯.	b	১০.	c

লিখিত অংশ

১. $7+11+15+19$ধারার কোন পদ ৩৯২? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহ: কাম কম্পি: টাই:)- ২০১৮- (লিখিত)]
 সমাধান: ধরি, ধারাটির r তম পদের মান ৩৯২।
 আমরা জানি, একটি সমান্তর ধারার r তম পদ = $a+(r-1)d$
 প্রশ্নমতে, $a+(r-1)d = 392 \Rightarrow 7+(r-1) \times 4 = 392$ (প্রশ্নে a = প্রথম পদ = 7 এবং d = সাধারণ অন্তর = $11-7 = 4$)
 $\Rightarrow (r-1) \times 4 = 392-7 \Rightarrow (r-1) = \frac{385}{4} \therefore r = 122.25$ উত্তর: ১২৯ তম পদ।
২. এক ব্যক্তি ২২০০০ টাকায় একটি ফিজ কিল্ডিতে পরিশোধের মাধ্যমে কিনতে রাজী হন। প্রত্যেক কিল্ডি পূর্বের কিল্ডি থেকে ৫০০ টাকা বেশি। যদি প্রথম কিল্ডি ১০০০ টাকা হয়, তবে কতগুলো কিল্ডিতে তিনি ফিজের দাম পরিশোধ করতে পারবেন এবং সর্বশেষ কিল্ডির পরিমাণ কত? [৩৫তম বিসিএস লিখিত]
 সবার আগে বুঝতে হবে যে, এই অঙ্কটি কেন সমান্তর ধারার অংকের নিয়মে হবে।
 সমাধান:
 এখানে প্রথম কিল্ডি = ১০০০ এবং পরবর্তী কিল্ডি ৫০০ করে বাড়বে এবং সব কিল্ডি মিলে মোট টাকা হবে ২২০০০
 তাহলে সিরিজটি সাজালে হবে, $1000 + 1500 + 2000 + 2500 + \dots = 22000$
 এখানে ধারার সমষ্টি বের করার সুত্র প্রয়োগ করতে হবে যেখানে প্রথম পদ a = ১০০০, সাধারণ অন্তর d = ৫০০
 এবং সমষ্টি = ২২০০০
 তাহলে সূত্রানুযায়ী

$$\text{সমষ্টি, } S = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = 22000 \text{ (এখানে n হল মোট কিল্ডির সংখ্যা)}$$

$$\Rightarrow n[2 \times 1000 + (n-1)500] = 22000 \times 2 \text{ (মান বসানো হলো)}$$

$$\Rightarrow n[2000 + 500n - 500] = 44000$$

$$\Rightarrow n(1500n + 1500) = 44000$$

$$\Rightarrow 500n^2 + 1500n - 44000 = 0$$

$$\Rightarrow 500(n^2 + 3n - 88) = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n - 88 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 11n - 8n - 88 = 0$$

$$\Rightarrow n(n+11) - 8(n+11) = 0$$

$$\Rightarrow (n+11)(n-8) = 0$$
 হয়, $n+11=0$ অথবা, $n-8=0$
 $\therefore n = -11$ $\therefore n = 8$
 যেহেতু ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয় তাই, $n = 8$ অর্থাৎ মোট কিল্ডি = ৮টি।
 আবার যেহেতু মোট কিল্ডি ৮টি তাহলে শেষের কিল্ডিটি হবে ৮ নম্বর কিল্ডি।
 ধরি ৮ হচ্ছে মোট কিল্ডির r তম পদ।
 আমরা জানি, r তম পদ = $a+(r-1)d = 1000+(8-1)500 = 1000+7 \times 500 = 1000+3500 = 4500$
 সুতরাং ৮ম কিল্ডি বা সর্বশেষ কিল্ডির পরিমাণ হল ৪৫০০ টাকা উত্তর: মোট কিল্ডি ৮টি এবং সর্বশেষ কিল্ডি = ৪৫০০ টাকা।

এই অঙ্কটিই কোন ধরনের নিয়ম ছাড়াই করতে চাইলে এভাবে করতে পারেন

১ম কিল্ডি	= ১০০০
২য় "	= ১৫০০
৩য় "	= ২০০০
৪র্থ "	= ২৫০০
৫ম "	= ৩০০০
৬ষ্ঠ "	= ৩৫০০
৭ম "	= ৪০০০
৮ম "	= ৪৫০০

সব কিল্ডির যোগফল = ২২,০০০
 সুতরাং মোট কিল্ডি সংখ্যা = ৮টি
 এবং সর্বশেষ কিল্ডি = ৪৫০০ টাকা
 উত্তর: ৮টি এবং ৪৫০০ টাকা।

[Note : লিখিত অঙ্কে উপরের নিয়মটা অনেক প্রশ্নে প্রয়োজন হবে। তাই খুব ভালোভাবে মনে রাখুন।]

নিজে করুন:

৩. $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-৩৩]
 [Hints: সূত্র প্রয়োগ করে নিজে করুন: $\frac{n}{2} \{2.2 + (n-1)2\} = 2550 \therefore n = 50$]

৪. এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছুসংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-৩৩] + [স্বাস্থ্য শিক্ষা ও পরিবার কল্যাণ বিভাগ (সিটি মুদ্রাস্ফটিক কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

সমাধান:

মনে করি, কিস্তির সংখ্যা = n প্রথম কিস্তি, $a = 1$;

এক সাধারণ অন্তর বা পরপর দুই কিস্তির পার্থক্য, $d = 2$; মোট ঋণের পরিমাণ, $S_n = 2500$ (সব কিস্তির যোগফল)

$$\text{সমান্তর ধারার সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \text{ বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n-1)2\} \text{ বা, } 2500 = \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \times 2n \text{ বা, } 2500 = n^2 \quad \text{বা, } n^2 = 2500 \text{ বা, } n = \sqrt{2500} \quad \therefore n = \pm 50$$

যেহেতু কিস্তির সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। সুতরাং $n = 50$ \therefore কিস্তির সংখ্যা 50টি।

৫. রশিদ তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী প্রতিমাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন। [৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদা-৬]

ক) সমস্যাটিকে n সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারায় প্রকাশ কর।

খ) তিনি 18তম মাসে কত টাকা এবং প্রথম 18 মাসে মোট কত টাকা সঞ্চয় করেন?

গ) তিনি কত বছরে মোট 106200 টাকা সঞ্চয় করেন? [BKB- (officer)-2017-(Written)]

সমাধান:

(ক) এখানে, ধারাটির প্রথম পদ $a = 1200$, সাধারণ অন্তর $d = 100$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় পদ} = 1200 + 100 = 1300, \text{ তৃতীয় পদ} = 1300 + 100 = 1400$$

সুতরাং ধারাটি $1200 + 1300 + 1400 + \dots + n$ পর্যন্ত। (অজানা রাশির শেষ পর্যন্ত লিখতে n পর্যন্ত লিখতে হয়।)

খ) আমরা জানি, n তম পদ = $a + (n-1)d$

$$\therefore 18\text{তম মাসে সঞ্চয়} = a + (18-1)d = 1200 + 17 \times 100 = 2900 \text{ টাকা (১৮ তম পদের মান)}$$

$$\text{আবার, প্রথম } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \text{প্রথম ১৮ মাসের সঞ্চয়} = \frac{18}{2} \{2 \times 1200 + (18-1) \times 100\} = 9(2400 + 1700) = 36900 \text{ টাকা (১৮ মাস পর্যন্ত মোট সঞ্চয়)}$$

গ) মনে করি, তিনি 106200 টাকা সঞ্চয় করেন মোট n মাসে

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 106200 \text{ [কারণ প্রশ্নে বলা আছে তার মোট সঞ্চয় = ১০৬২০০ টাকা]}$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 1200 + (n-1) \times 100\} = 106200$$

$$\text{বা, } n(2400 + 100n - 100) = 212400$$

$$\text{বা, } 100n^2 + 2300n - 212400 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 23n - 2124 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 59n - 36n - 2124 = 0 \text{ বা, } (n+59)(n-36) = 0 \text{ অর্থাৎ, } n = -59 \text{ অথবা } n = 36$$

এখানে ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়। তাই মোট সময় = ৩৬ মাস বা ৩ বছর।

নিজে করুন:

৬. আনিস তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী প্রতি মাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন, তিনি 18 তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

৭. গণি সাহেব একজন সরকারি চাকুরিজীবী। ২০১৬ সালের জুলাই মাসে তাঁর মূল বেতন ছিল ২২,০০০ টাকা তাঁর বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ ১০০০ টাকা। [৪০ তম বিসিএস লিখিত]

(ক) উপযুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি সমান্তর ধারা তৈরি করুন এবং ২০২৫ সালের জুলাই মাসে গণি সাহেবের মাসিক মূল বেতন কত হবে তা নির্ণয় করুন।

সমাধান: দেওয়া আছে, গণি সাহেবের প্রারম্ভিক মূল বেতন = ২২,০০০ টাকা।

এক বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ = ১০০০ টাকা। \therefore গণি সাহেবের বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির ধারা নিম্নরূপঃ

$$22,000 + 23,000 + 24,000 + \dots$$

যা একটি সমান্তর ধারা। এবং ধারাটির, ১ম পদ, $a = 22,000$ এবং সাধারণ অন্তর $d = 1000$

n তম পদ = $a + (n-1)d$

এখন, ২০২৫ সালের জন্য, $n = (2025 - 2016 + 1) = 10$ বছর

\therefore ২০২৫ সালের জুলাই মাসে গণি সাহেবের মাসিক মূল বেতন = $a + (n-1)d$ টাকা

$$= 22,000 + (10-1) \times 1000 = 22,000 + 9 \times 1000 = 22,000 + 9000 = 31,000 \text{ (উত্তর)}$$

(খ) মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্যৎ তহবিলে কর্তন করলে ২০ বছরে তাঁর মোট কত টাকা ভবিষ্যৎ তহবিলে জমা হবে তা নির্ণয় করুন।

সমাধান: ক হতে পাই, গণি সাহেবের বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পর নতুন ধারা নিম্নরূপঃ

$$22,000 + 23,000 + 24,000 + \dots$$

যেহেতু, মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্যৎ তহবিলে জমা হয়,

সুতরাং ২০১৬ সালে প্রতিমাসে ভবিষ্যৎ তহবিলে জমার পরিমাণ $22,000 \times 10\% = 2,200$ টাকা

সুতরাং, ২০১৬ সালে মোট জমার পরিমাণ = $12 \times 2,200$ টাকা

অনুরূপভাবে, ২০১৭ সালে মোট জমার পরিমাণ = $12 \times 2,300$ টাকা

২০১৮ সালে মোট জমার পরিমাণ = $12 \times 2,400$ টাকা

\therefore গণি সাহেবের ভবিষ্যৎ তহবিলে টাকা জমার ধারা নিম্নরূপ:

$$12 \times 2,200 + 12 \times 2,300 + 12 \times 2,400 + \dots = 12(2,200 + 2,300 + 2,400 + \dots)$$

এখানে বন্ধনীর অভ্যন্তরের ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

এবং, ধারাটির, ১ম পদ, $a = 2,200$ ও সাধারণ অন্তর $d = (2,300 - 2,200) = 100$

$$\therefore 1\text{ম } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

এখন, ২০ বছরের জন্য, $n = 20$

$$\therefore 20 \text{ বছরে, ভবিষ্যৎ তহবিলে মোট জমা} = 12 \times \frac{20}{2} \times (2 \times 2,200 + (20-1) \times 100) \text{ টাকা।}$$

$$= 12 \times 10 \times (8,800 + 19 \times 100) \text{ টাকা}$$

$$= 12 \times 10 \times (8,800 + 1900) \text{ টাকা}$$

$$= 12 \times 10 \times 10,700 \text{ টাকা} = 1284,000 \text{ টাকা। (উত্তর)}$$

সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

Part-01 - সরল সমীকরণ :		Part-02 - সমীকরণের প্রয়োগ :	
পদ্ধতি-০১ :	সাধারণ সমীকরণ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	পদ্ধতি-০২	সংখ্যার সমীকরণ
		পদ্ধতি-০৩	ভগ্নাংশের সমীকরণ
		পদ্ধতি-০৪	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
Practice Part		Model Test	
সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

Part-01: সরল সমীকরণ

পদ্ধতি-০১: সাধারণ সমীকরণ

সাধারণ সরল সমীকরণের অংকগুলোতে প্রশ্নের মধ্যেই সমীকরণ সাজিয়ে দেয়া থাকবে, এক্ষেত্রে সমীকরণের বাম পাশে অজানা রাশিগুলোকে যেমন (x, y, a, b) রেখে ডানপাশে অন্য সংখ্যাগুলোকে রেখে সমাধান করতে হয়। যেহেতু এমনিটি প্রশ্নের উত্তর প্রদানের সময় খুব কম থাকে তাই যত কম লিখে সমাধান করা যায় ততই ভাল। কিভাবে কম সময়ে করবেন তা নিচে বুঝিয়ে দেয়া হল।

(১.ক) পূর্ণ সংখ্যা থাকলে:

১. $৫২ - ক = ৩০$ হলে, 'ক' এর মান কত? [পরিবেশ অধিদপ্তর(লাবরেটরি অ্যান্টেনডেন্ট)-২০২০] Ans: c
- সমাধান: $৫২ - ক = ৩০ \Rightarrow -ক = ৩০ - ৫২ \Rightarrow -ক = -২২ \therefore ক = ২২$ (২ লাইন বাদে সরাসরি ও লেখা যায়)
২. $(৭ + ক) \times ৩ = ৩০$ হলে 'ক' এর মান কত? [পরিবেশ অধিদপ্তর(লাবরেটরি অ্যান্টেনডেন্ট)-২০২০+কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর(পোস্ট সরকার/অফিস সহায়ক)-২০২১] Ans: d
- সমাধান: $(৭+ক) \times ৩ = ৩০ \Rightarrow ৭+ক = ১০ \therefore ক = ৩$
৩. $5x - 3 = 2x + 9$ সমীকরণে x এর মান কত? Ans: c
- সমাধান: $5x - 3 = 2x + 9 \Rightarrow 3x = 12 \therefore x = 4$

৪. $x - 6 = 7x - 48$ কে সমাধান করলে x-এর মান হবে- [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (পদ্ম) ২০০৯] Ans: d
- সমাধান: $x - 6 = 7x - 48$ বা, $-6x = -42$ [এখানে মারের (x-7x = -48+6) লাইনটি না লিখে সরাসরি করা হয়েছে] $\therefore x = 7$
৫. $4x + 12 = 36$ হলে $2x + 3 =$ কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(ওয়ারেন্স অফিসার)-২০২১] Ans: 7
- সমাধান: $4x + 12 = 36 \Rightarrow 4x = 36 - 12 \Rightarrow 4x = 24 \therefore x = 6$ সুতরাং $2x + 3 = 2 \times 6 + 3 = 15$
৬. $2x + 15 = 27 - 4x$ কে সমাধান করলে x-এর মান হবে- [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (শাপলা) ২০০৯] Ans: b
- সমাধান: $2x + 15 = 27 - 4x \Rightarrow 6x = 12 \therefore x = 2$
৭. x-এর মান কত হলে $a(x-a) = b(x-b)$ হবে? [শ্রম মন্ত্রণালয়ের সহকারী পরিচালক ২০০৫] Ans: d
- সমাধান: $a(x-a) = b(x-b) \Rightarrow ax - a^2 = bx - b^2$ এখন একজাতীয় গুলো একপাশে নিয়ে সমাধান করুন।
৮. $xyz = 240$ হলে কোনটি y এর মান হতে পারে না? [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২১] উত্তর: ক
- সমাধান: $xyz = 240$ হলে y এর মান হতে পারে না ৩।
৯. $(2 + x) + 3 = 3(x + 2)$ হলে x এর মান কত? [১৫ তম বিসিএস] উত্তর: ক
- সমাধান: $(2 + x) + 3 = 3(x + 2) \Rightarrow 2 + x + 3 = 3x + 6 \Rightarrow 2x = -1 \therefore x = -\frac{1}{2}$
১০. $(2x - 1)(x + 3) = 2x(x + 1)$ হলে, x = কত? [শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের পরিচালক ২০০৬] Ans: a
- সমাধান: $(2x - 1)(x + 3) = 2x(x + 1) \Rightarrow 2x^2 + 3.2x - x - 3 = 2x^2 + 2x \Rightarrow 2x^2 + 6x - x - 3 - 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 3x - 3 = 0 \Rightarrow 3(x - 1) = 0 \therefore x = 1$
১১. যদি $(x-5)(a+x) = x^2 - 25$ হয়, তবে a-এর মান কত? [মৎস্য ও প্রাণী সম্পদ মন্ত্রণালয়(মাঠ সহকারী)-২০১৯+প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ(৪র্থ পর্যায়)-২০১৯] Ans: a
- সমাধান: $(x-5)(a+x) = x^2 - 25 \Rightarrow (x-5)(a+x) = (x+5)(x-5) \Rightarrow a+x = x+5 \Rightarrow a+x-x = 5 \therefore a = 5$

(১.খ) ভগ্নাংশ আকারে থাকলে:

১২. $\frac{x}{p} + \frac{x}{q} = 1$ সমীকরণে x এর মান কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক-২০০৯] Ans: b
- সমাধান: $\frac{x}{p} + \frac{x}{q} = 1 \Rightarrow \frac{qx + px}{pq} = 1 \Rightarrow qx + px = pq \Rightarrow x(q+p) = pq \therefore x = \frac{pq}{p+q}$

সমাধান: $\frac{x}{p} + \frac{x}{q} = 1 \Rightarrow \frac{qx + px}{pq} = 1 \Rightarrow px + qx = pq \Rightarrow x(p+q) = pq \therefore x = \frac{pq}{p+q}$

১৩. $\frac{x}{a} + a = \frac{x}{b} + b$ হলে x এর মান কত? [CGA (Auditor)-2021]

- a. ab b. a c. b d. $\frac{a}{b}$

সমাধান: $\frac{x}{a} + a = \frac{x}{b} + b \Rightarrow \frac{x}{b} - \frac{x}{a} = a - b \Rightarrow \frac{ax - bx}{ab} = a - b \Rightarrow \frac{x(a-b)}{ab} = a - b \therefore x = ab$

১৪. যদি $\left(\frac{x}{3} + 1\right) = \left(\frac{x}{4} + 1\right)$ হয়, তবে x এর মান কোনটি? [টেক্সটাইল ইঞ্জিনিয়ারিং কলেজের ইনস্ট্রাক্টর (ডিউটিআই) ২০১৮]

- a. 3 b. 2 c. 1 d. 0

সমাধান: $\left(\frac{x}{3} + 1\right) = \left(\frac{x}{4} + 1\right) \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 1 - 1 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 0 \Rightarrow \frac{4x - 3x}{12} = 0 \therefore x = 0$

১৫. $\left(\frac{5x}{6} + 3\right)$ এবং $\left(\frac{x}{3} + 10\right)$ পরস্পর সমান হলে $x =$ কত? [সমাজসেবা অধিদপ্তরের প্রবেশন অফিসার-২০১৩]

- a. 12 b. 14 c. 16 d. 18

সমাধান: $\frac{5x}{6} + 3 = \frac{x}{3} + 10 \Rightarrow \frac{5x}{6} - \frac{x}{3} = 10 - 3 \Rightarrow \frac{5x - 2x}{6} = 7 \Rightarrow 3x = 42 \therefore x = 14$

১৬. $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ হলে, x এর মান- [৩৫তম বিসিএস প্রিলি-]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করার টেকনিক:
$\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ $\Rightarrow \frac{3(x+1) + 4x}{x(x+1)} = 2 \Rightarrow \frac{3x + 3 + 4x}{x^2 + x} = 2$ $\Rightarrow 2x^2 + 2x = 7x + 3 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 7x - 3 = 0$ $\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x + x - 3 = 0$ $\Rightarrow 2x(x-3) + 1(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(2x+1) = 0$ হয় $x-3 = 0 \therefore x = 3$ অথবা, $2x+1 = 0 \Rightarrow 2x = -1 \therefore x = -\frac{1}{2}$	(b) এবং (d) প্রথমেই বাদ দেয়া যায়, এ জন্য যে $x=2$ অথবা 4 ধরলে প্রথম অংশে 3 কে ভাগ করা যায় না। তাই শুধু (a) এবং (c) নং অপশন ধরে ভারুন a. অনুযায়ী $x=1$ হলে $\frac{3}{1} + \frac{4}{1+1} = 3 + \frac{4}{2} = 3 + 2 = 5$ c. অনুযায়ী $x=3$ হলে $\frac{3}{3} + \frac{4}{3+1} = 1 + \frac{4}{4} = 1 + 1 = 2$ মিলে গেছে তাই, $x = 3$ । (যখন ভাববেন তখন সবকিছুই লিখতে হবে না, এমনটিই মাথা কাজ করবে)

১৭. যদি $x(2x+1) = 0$ এবং $(x + \frac{1}{2})(2x-3) = 0$ তাহলে x -এর মান কত? [RAKUB (Supervisor)-2017]

- a. $\frac{1}{2}$ b. $-\frac{3}{2}$ c. $\frac{3}{2}$ d. $-\frac{1}{2}$

সমাধান: সাধারণভাবে সমাধান না করে অপশন থেকে মেলালে দ্রুত উত্তর বের হবে। $x = -\frac{1}{2}$ উভয় সমীকরণের মান 0 হয়।

১৮. $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$ হলে, $x = ?$ [মন্ত্রণালয়ের বাংলাদেশ জরিপ অফিস সহকারী সুপারভাইজার সার্ভে ২০০৫]

- a. $\frac{a-b}{2}$ b. $\frac{b-a}{2}$ c. $\frac{a+b}{2}$ d. $a+b$

সমাধান: $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2} \Rightarrow x-a = -x+b \Rightarrow 2x = a+b \therefore x = \frac{a+b}{2}$

১৯. $\frac{3}{y+1} = \frac{4}{y-2}$ সমীকরণে y এর মান কত? [(পাসপোর্ট অ্যান্ড ইমিগ্রেশন (সহ: পরি: ২০০৩) + (শ্রেণী-৭ম: অনুশীলনী ৭.১)]

- a. -10 b. $\frac{3}{4}$ c. $\frac{4}{3}$ d. 10

সমাধান: $\frac{3}{y+1} = \frac{4}{y-2} \Rightarrow 4y+4 = 3y-6$ (আড়াআড়ি গুণ করে) $\therefore y = -10$

২০. যদি $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ হয়, তবে $\frac{x+y}{x-y}$ এর মান কত? [ATEO (কোট) পরীক্ষা -১৫]

- a. 1 b. 2 c. 7 d. -7

সমাধান: $\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \therefore \frac{x+y}{x-y} = \frac{3+4}{3-4}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

২১. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{x+1}{6}$ সমীকরণের সমাধান কত? [পরিচালনা মন্ত্রণালয়ের ডাটা প্রসেসিং অপারেটর ২০১২]

- a. $x = 1$ b. $x = -\frac{1}{2}$ c. $x = 2$ d. $x = -2$

সমাধান: $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{x+1}{6} \Rightarrow \frac{4x-3x}{12} = \frac{x+1}{6} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{x+1}{6} \Rightarrow 12x+12 = 6x \Rightarrow 12x-6x = -12 \Rightarrow 6x = -12 \therefore x = -2$

২২. $\frac{2p-1}{5} + 1 = \frac{p-1}{10}$ সমীকরণে p -এর মান কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (বেলি) ২০০৯]

- a. $-\frac{1}{3}$ b. 3 c. -3 d. $\frac{2}{3}$

সমাধান: $\frac{2p-1}{5} + 1 = \frac{p-1}{10} \Rightarrow \frac{2p-1+5}{5} = \frac{p-1}{10} \Rightarrow 2p+4 = \frac{p-1}{2} \Rightarrow 4p+8 = p-1 \Rightarrow 4p-p = -1-8 \Rightarrow 3p = -9 \Rightarrow p = -3$

২৩. $\frac{m}{3} + 3 = \frac{2m}{15} + 6$ সমীকরণে m -এর মান কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (বেলি) ২০০৯]

- a. -15 b. 15 c. 14 d. 15

সমাধান: $\frac{m}{3} + 3 = \frac{2m}{15} + 6 \Rightarrow \frac{m}{3} - \frac{2m}{15} = 6-3 \Rightarrow \frac{5m-2m}{15} = 3 \Rightarrow \frac{3m}{15} = 3 \Rightarrow 3m = 45 \therefore m = 15$

২৪. যদি $\frac{7x}{2} - \frac{10x-3}{8} = \frac{7x+5}{6}$ হয় তাহলে $x =$ কত? [BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২০]

a. $\frac{26}{11}$ b. 26 c. $\frac{11}{26}$ d. 11

সমাধান: $\frac{7x}{2} - \frac{10x-3}{8} = \frac{7x+5}{6} \Rightarrow \frac{28x-10x+3}{8} = \frac{7x+5}{6} \Rightarrow \frac{18x+3}{4} = \frac{7x+5}{3}$
 $\Rightarrow 54x+9=28x+20 \Rightarrow 26x=11 \therefore x = \frac{11}{26}$

(১. গ) সমাধান সেট বের করা :

২৫. $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0$ এর সমাধান সেট কোনটি? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি.]

- a. $\{\emptyset\}$ b. $\{1\}$ c. $\{-1\}$ d. $\{2\}$

সমাধান: $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{x-2+1}{x-1} = 2 \Rightarrow \frac{x-1}{x-1} = 2 \Rightarrow 1 = 2$ সুতরাং সমাধান সেট $= \{\emptyset\}$

[যেহেতু x এর কোন মান নেই যা নিলে সমীকরণটি সঠিক হয়]

২৬. সমাধান কর ও সমাধান সেট লেখ? $x - 4 = \frac{x-4}{x}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু-৬.২)]

সমাধান: $x - 4 = \frac{x-4}{x}$ বা, $x(x-4) = x-4$
 $\Rightarrow x(x-4) - (x-4) = 0$ [আড়গুণন করে]
 $\Rightarrow (x-4)(x-1) = 0$ [পক্ষান্তর করে] $\therefore (x-4) = 0$ অথবা, $(x-1) = 0$ এখন, $x-4 = 0$ হলে, $x=4$ আবার, $x-1 = 0$ হলে, $x=1$ \therefore সমাধান সেট: $\{1, 4\}$

২৭. $|x+1|^2 + 3|x+1| - 4 = 0$ সমীকরণটির সমাধান সেট নির্ণয় করুন- [থানা নির্বাচন অফিসার-২০০৪]

- a. $\left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ b. $\{-1, 1\}$ c. $\{-3, 1\}$ d. $\{0, -5\}$

সমাধান: ধরি, $x+1 = p$

তাহলে প্রদত্ত রাশিমালা $= p^2 + 3p - 4 = 0 \Rightarrow p^2 + 4p - p - 4 = 0 \Rightarrow p(p+4) - 1(p+4) = 0 \Rightarrow (p+4)(p-1) = 0$

হয়, $p+4 = 0$

$\Rightarrow p = -4$

$\Rightarrow x+1 = -4$ (মান বসিয়ে)

$\therefore x = -4 - 1 = -5$

অথবা, $p-1 = 0$

$\Rightarrow p = 1$

$\Rightarrow x+1 = 1$ (মান বসিয়ে)

$\therefore x = 1 - 1 = 0$

সুতরাং $x = (0, -5)$

(১. ঘ) বর্গমূল আকারে থাকলে :

২৮. সমাধান করুন: $\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5$ [উপজেলা মহিলা ও শিশু বিষয়ক কর্মকর্তা-২০০৭]

- a. $x = 1$ b. $x = 6$ c. $x = 7$ d. $x = 10$

সমাধান: $\frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = 5 \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} + \sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-6} - \sqrt{x-1} - \sqrt{x-6}} = \frac{5+1}{5-1}$ [যোজন বিয়োজন করে]
 $\Rightarrow \frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{x-6} = \frac{9}{4}$ [বর্গ করে]
 $\Rightarrow 9x - 54 = 4x - 24 \Rightarrow 5x = 30 \therefore x = 6$

২৯. $x = \frac{3}{4}$ হলে $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} =$ কত? [তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি অধিদপ্তরে (সহকারী প্রোগ্রামার): ২০১৭]

- a. 1 b. 2 c. -1 d. -2 Ans: b

সমাধান: $x = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{3}$ (ব্যস্তানুপাত করে যেহেতু $1+x$ এর মধ্যে 1 আগে আছে তাই 1 কে উপরে বসাতে হবে)

$\Rightarrow \frac{1+x}{1-x} = \frac{4+3}{4-3}$ [যোজন ও বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{1+x}{1-x} = \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{7}$ [বর্গমূল করে] $\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{7} + 1}{\sqrt{7} - 1}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = \frac{3.65}{1.65} \Rightarrow \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = 2.21 = 2$ (প্রায়)

৩০. $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5-x}}{\sqrt{5} - \sqrt{5-x}} = 5$ হলে, x এর মান কত? [সহস্থাপন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৭]

- a. $\frac{20}{9}$ b. $\frac{25}{9}$ c. $\frac{22}{9}$ d. $\frac{15}{9}$ Ans: b

সমাধান: $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5-x}}{\sqrt{5} - \sqrt{5-x}} = 5$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5-x} + \sqrt{5} - \sqrt{5-x}}{\sqrt{5} + \sqrt{5-x} - \sqrt{5} + \sqrt{5-x}} = \frac{5+1}{5-1}$ [যোজন ও বিয়োজন করে] $\Rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5-x}} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-x}} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-x}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$ [বর্গ করে] $\Rightarrow \frac{5}{5-x} = \frac{9}{4} \Rightarrow 45 - 9x = 20 \Rightarrow 9x = 25 \therefore x = \frac{25}{9}$

নিজে করুন:

৩১. $\frac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$ সমীকরণের সমাধান কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তরের অধীনে কারিগরি শিক্ষা (জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর)-২০০৫]

- a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{5}{3}$ Ans: c

লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

১. সমাধান করুন: $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{x-3}$ [২৭তম বিসিএস লিখিত] + [জাতীয় দক্ষতা উন্নয়ন কতৃৎসফ (সহ: পরিচালক) (লিখিত)-২০২১]

সমাধান:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{x-3} \Rightarrow \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x-3} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1} \Rightarrow \frac{2x-6-2x+4}{(x-2)(x-3)} = \frac{x-1-x+3}{(x-3)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{(x-2)(x-3)} = \frac{2}{(x-3)(x-1)} \Rightarrow x-2 = -x+1 \left[\frac{2}{(x-3)} \text{ দিয়ে ভাগ করে} \right] \Rightarrow 2x = 3 \therefore x = \frac{3}{2}$$

২. সমাধান করুন: $\frac{6x+1}{15} - \frac{2x-4}{7x-1} = \frac{2x-1}{5}$ [সমাজসেবা অধি: (অফিস সজ: কাম কম্পিউটার টাইপিষ্ট) -২০১৮- (লিখিত)]

সমাধান: $\frac{6x+1}{15} - \frac{2x-4}{7x-1} = \frac{2x-1}{5}$

$$\Rightarrow \frac{6x+1}{15} - \frac{2x-1}{5} = \frac{2x-4}{7x-1} \left[\text{নিচের সংখ্যাগুলোকে মিলিয়ে সমাধান করলে দ্রুত উত্তর বের হবে।} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{6x+1-6x+3}{15} = \frac{2x-4}{7x-1} \Rightarrow \frac{4}{15} = \frac{2x-4}{7x-1} \Rightarrow 30x-60 = 28x-4 \Rightarrow 2x = 56 \therefore x = 28 \text{ (Ans)}$$

নিজে করুন:

৩. সমাধান করুন: $\frac{2x-9}{7} + \frac{x-5}{6} = \frac{x-3}{3} + \frac{6x+1}{21}$ [২২তম বিসিএস লিখিত]

Ans: -7

৪. $\frac{3}{x-2} + \frac{5}{x-6} = \frac{8}{x+3}$ হয়, তবে $x = ?$ [২৫তম বিসিএস লিখিত] + [পরিকল্পনা মন্ত্রণালয় এবং প্রবাসীকল্যাণ মন্ত্রণালয় ২০০৬] (লিখিত)

a. -1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: c

সমাধান: $\frac{3}{x-2} + \frac{5}{x-6} = \frac{8}{x+3} \Rightarrow \frac{3}{x-2} + \frac{5}{x-6} = \frac{5+3}{x+3} \Rightarrow \frac{3}{x-2} + \frac{5}{x-6} = \frac{5}{x+3} + \frac{3}{x+3}$

$$\Rightarrow \frac{3}{x-2} - \frac{3}{x+3} = \frac{5}{x+3} - \frac{5}{x-6} \Rightarrow \frac{3x+9-3x+6}{(x-2)(x+3)} = \frac{5x-30-5x-15}{(x+3)(x-6)} \Rightarrow \frac{15}{x-2} = \frac{-45}{x-6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x-2} = \frac{-3}{x-6} \Rightarrow x-6 = -3x+6 \Rightarrow x+3x = 6+6 \Rightarrow 4x = 12 \therefore x = 3 \therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = 3$$

৫. সমাধান করুন: $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$ [১৫তম বিসিএস লিখিত] + [৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু: ৫.১)] + [পরিদর্শন ও নিরীক্ষা অধিদপ্তর (অডিটর)-২০২০ (লিখিত)]

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

$$\Rightarrow \frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3(a+b)}{a+b} = 0 \Rightarrow \frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x}{a+b} - 3 = 0$$

$\Rightarrow \frac{x-a}{b} - 1 + \frac{x-b}{a} - 1 + \frac{x}{a+b} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$

$\Rightarrow (x-a-b) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \right) = 0 \Rightarrow (x-a-b) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \right) = 0$

$\Rightarrow x-a-b = 0$ [যেহেতু $\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \right) \neq 0$] $\therefore x = a+b \therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = a+b$

৬. সমাধান করুন: $\frac{5}{x-1} + \frac{4}{x-2} = \frac{9}{x-3}$ [২৮তম বিসিএস লিখিত] + [৮ম শ্রেণী-৩.১ উদা:৬ ছবছ (পুরাতন সিলেবাস)]

সমাধান: $\frac{5}{x-1} + \frac{4}{x-2} = \frac{9}{x-3}$

$\Rightarrow \frac{5}{x-1} + \frac{4}{x-2} = \frac{5}{x-3} + \frac{4}{x-3}$

$\Rightarrow \frac{5}{x-1} - \frac{5}{x-3} = \frac{4}{x-3} - \frac{4}{x-2}$

$\Rightarrow \frac{5x-15-5x+5}{(x-1)(x-3)} = \frac{4x-8-4x+12}{(x-3)(x-2)} \Rightarrow \frac{-10}{(x-1)(x-3)} = \frac{4}{(x-3)(x-2)}$ [x-3 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow -10x+20 = 4x-4 \Rightarrow -14x = -24 \Rightarrow x = \frac{24}{14} \therefore x = \frac{12}{7}$ Ans: $\frac{12}{7}$

নিজে করুন:

৭. সমাধান করুন: $\frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{18}{3x-5}$ [Premier Bank (TJO)-2018- (Written)] + [১০ম বিসিএস লিখিত]

[Hints: $\frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{18}{3x-5} \Rightarrow \frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{15}{3x-5} + \frac{3}{3x-5}$ উত্তর: $x = 15$]

(বাম পাশের উপরের ১০ দিয়ে ডানের নিচের ৩ কে গুণ করে বাম পাশে ২দিয়ে ভাগ করে ১৫+৩)

৮. সমাধান করুন: $\frac{2}{2x-1} + \frac{3}{3x-1} = \frac{8}{4x+1}$ [২১তম বিসিএস লিখিত]

উত্তর: $\frac{13}{32}$

৯. $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী (অনু: ৫.১)]

সমাধান:

$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3} \Rightarrow \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5}$ [জোড় সংখ্যাগুলোকে একসাথে নেয়া হয়েছে,]

$\Rightarrow \frac{x+4-(x+2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{(x+5)-(x+3)}{(x+3)(x+5)} \Rightarrow \frac{x+4-x-2}{x^2+4x+2x+8} = \frac{x+5-x-3}{x^2+5x+3x+15}$

$\Rightarrow \frac{2}{x^2+6x+8} = \frac{2}{x^2+8x+15} \Rightarrow \frac{1}{x^2+6x+8} = \frac{1}{x^2+8x+15}$

$\Rightarrow x^2+8x+15 = x^2+6x+8 \Rightarrow x^2+8x-x^2+6x=8-15 \Rightarrow 2x=-7 \therefore x = -\frac{7}{2}$ Ans: $x = -\frac{7}{2}$

Part-02: সমীকরণের প্রয়োগ

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়টি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। কেননা এখান থেকে প্রশ্ন আসবেই। আবার পাটিগণিতের যে অংকগুলো ধরে ধরে করা হয় সেগুলো এই অধ্যায়েরই অংক। (=) চিহ্ন দ্বারা একটি রাশির সাথে অপর একটি রাশির সমতার সম্পর্ককে সমীকরণ বলা হয়।

নিচের সমীকরণ দুটি দেখুন : ক. $2x = 4$ এবং খ. $5x - 18 = 14$

সমীকরণে বামপক্ষ একটি অজ্ঞাত বীজগণিতীয় প্রতীক থাকে। উপরের উদাহরণ দুটি অজ্ঞাত প্রতীক x । অজ্ঞাত প্রতীক হিসাবে সাধারণ ইংরেজি বর্ণমালা x, y, z , অক্ষরগুলো ব্যবহৃত হয়।

সমীকরণের বীজ : সমীকরণ থেকে অজ্ঞাত প্রতীকের প্রাপ্ত মানকে প্রদত্ত সমীকরণের বীজ বলা হয়।

$$\frac{5x - 18}{\text{বামপক্ষ}} = \frac{14}{\text{ডানপক্ষ}} \quad (\text{সমীকরণে } (=) \text{ চিহ্নের বামপাশের রাশি হল বামপক্ষ এবং ডানপক্ষ রাশি হল ডানপক্ষ।})$$

সমীকরণের সমাধান : সমীকরণের বীজ নির্ণয় করার প্রক্রিয়াকে সমীকরণের সমাধান বলা হয়।

সরল সমীকরণ : যে সমীকরণ একঘাতবিশিষ্ট একটি মাত্র অজ্ঞাত বীজগণিতীয় প্রতীক থাকে তাকে সরল সমীকরণ বলা হয়।
উদাহরণ: $2(5x - 18) = 14$

টিপস: এই অধ্যায়ের অংকগুলো সহজ মনে হলেও লাইনের পর লাইন লিখে করতে করতে অনেক সময় নষ্ট হয়। তাই সবসময় চেষ্টা করুন, কিভাবে কম লিখে বেশি কাজ করা যায়। অর্থাৎ দুই, তিন লাইনের কাজ এক লাইনেই করার চেষ্টা করুন।

কিছু উপকারী কৌশল:

দ্রুত এই নিয়মের অংকগুলো করার জন্য নিচের কৌশলগুলো অনুসরণ করুন।

(ক) ধরার সময় ছোট সংখ্যাটি ধরে অংক করার চেষ্টা করুন।

যেমন: একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার 3 গুণ। তাহলে ছোট সংখ্যাটি x এবং বড় সংখ্যাটি $3x$

(খ) যথাসম্ভব ভগ্নাংশকে এড়িয়ে চলার চেষ্টা করুন। যেমন: একটি সংখ্যা আরেকটি সংখ্যার অর্ধেক। এভাবে আসলে যে সংখ্যা অর্ধেক তা ছোট তাই তাকে x করুন। তাহলে বড়টি হবে $2x$, কেননা, $1/2$ সংখ্যাটি $3x$ এর অর্ধেক হলে স্বাভাবিকভাবেই $3x$

সংখ্যাটি $1/2$ এর দ্বিগুণ। বড় সংখ্যাটি x ধরলে ছোট সংখ্যাটি হবে $\frac{x}{2}$ যেভাবে অংক করা আসলেই কঠিন।

(গ) সমীকরণ সাজানোর সময় দুপাশের মানকে সমান সমান বানান। সমান না হলে সঠিক উত্তর আসবে না।

যেমন: বর্তমানে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৫গুণ, ৫ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৩গুণ হবে। পুত্রের বর্তমান বয়স কত?

ধরি, পুত্রের বর্তমান বয়স x সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স $5x$ এখন ৫ বছর পর পুত্রের বয়স হবে $x+5$ এবং পিতার বয়স হবে $5x+5$ এ পর্যন্ত লিখার পর সমীকরণ সাজাতে হবে

প্রশ্নমতে, $3(x+5) = 5x+5$ (যে কোন সমীকরণের অংকে এই লাইনটি সাজাতেই মাথা খাঁটাতে হবে।)

(এখানে না বুঝে শুধু প্রশ্ন পড়ে লিখলে মনে হবে পিতার বয়সের সাথে ৩ গুণ করে দেই? কিন্তু মনে রাখবেন = চিহ্ন হল একটি দাঁড়িপাল্লার দাঁড়ির মত। যার দুপাশে সমান ভারবাহী উপাদান থাকতে হবে। এখানে ৫ বছর পর পুত্র এবং পিতার বয়স = এর দুপাশে লিখলে হয় $x+5 = 5x+5 <$ যেখানে পিতার বয়স আগে থেকেই ৩ গুণ বেশি আছে, তাই পুত্রের বয়সের সাথে ৩ গুণ করলে দাঁড়িপাল্লার সমান হবে। কিন্তু ভুল করে পিতার সাথে আবার ৩ গুণ করলে ভারী পাল্লাটি আরো বেশি ভারী হবে এক ভুল উত্তর আসবে।)

নিচের অংকটি দেখে বুঝুন এই বিষয়টি বার বার আসবে। তাই এখান থেকে সম্পূর্ণ বুঝে নিন।

(ঘ) আড়াআড়ি গুণ করার সময় যে পাশে গুণ করলে x এর মান বড় হবে সেপাশে আগে গুণ করুন।

যেমন: $\frac{x}{2} = \frac{x+3}{4}$ কে $2x+6 = 4x$ না লিখে এভাবে লিখুন $4x = 2x+6$ অথবা সরাসরি $4x - 2x = 6$, তাহলে ১ লাইন কম লিখেই উত্তর বের করা সম্ভব হবে।

(ঙ) ছোট ছোট যোগ বিয়োগ গুণ ভাগ না লিখে মুখে মুখে করে ফলাফল বসান। যেমন:

$4x+9 = 15+3x$ কে $4x-3x = 15-9$ বা $x = 6$ এভাবে তলাইনে না লিখে মাথের লাইনের কাজটি মুখে মুখে করে ফেলুন এবং সরাসরি উত্তর বসান $x = 6$ (সমীকরণের অংক গুলোতে কম লিখে বেশি কাজ করতে হবে)

(চ) এমসিকিউ পরীক্ষার সহজ অংকগুলোর অপশন থেকে মান বসিয়ে বের করুন:

(ছ) আবার একটি সংখ্যা আরেকটি সংখ্যার দেড়গুণ/ আড়াই গুণ হলে ছোট সংখ্যাটিকে গুণু x না ধরে মাথা খাঁটিয়ে $2x$ এবং অন্যটিকে $3x$ বা $5x$ ধরে করলে ভগ্নাংশের বামেলা এড়িয়ে যাওয়া যাবে। (বিভারিত ভগ্নাংশের সমীকরণ পদ্ধতিতে)

পদ্ধতি-০২: সংখ্যার সমীকরণ

সংখ্যার সমীকরণের ছোট ছোট অনেকগুলো প্রশ্ন পাটিগণিতের সংখ্যা অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে কিভাবে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান করতে হয় সেরকম কিছু প্রশ্ন দেখানো হলো।

(২.ক) সংখ্যার সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন:

এই অধ্যায়টি করার সময় শুধু প্রশ্ন আর সমাধানের থেকে সমীকরণ সাজানোর বিভিন্ন যুক্তিগুলোকে গুরুত্ব দিতে হবে।

১. একটি সংখ্যাকে ২১ দ্বারা গুণ করলে তা ৪২০ বৃদ্ধি পায়। সংখ্যাটি কত? [সিজিএ-কম্পিউটার মনোক্ষরিক]-২০২২]

ক. ২১ খ. ২০ গ. ২২ ঘ. ১৯ উত্তর: ক

প্রসমাধান: ধরি সংখ্যাটি x প্রশ্নমতে, $21x = x+420 \Rightarrow 20x = 420 \therefore x = 21$

২. x এর সাথে ১০ যোগ করলে যে সংখ্যাটি হয় তা থেকে ২০ বিয়োগ করলে হয় ২২। x এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা]-২০১৯]

ক. ৫২ খ. ১২ গ. ৩২ ঘ. ৪২ উত্তর: গ

প্রসমাধান: প্রশ্নমতে, $x+10-20 = 22 \Rightarrow x-10 = 22 \Rightarrow x = 22+10 \therefore x = 32$

৩. একটি বিজোড় সংখ্যার ৫গুণের সাথে পরবর্তী বিজোড় সংখ্যার ৩গুণ যোগ করলে ৬২ হয়। প্রথম বিজোড় সংখ্যাটি কত? [CGDF (junior Auditor)-2022]

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৩ ঘ. ৯ উত্তর: খ

প্রসমাধান: ধরি, প্রথম বিজোড় সংখ্যাটি $= x$ সুতরাং পরবর্তী বিজোড় সংখ্যাটি $= x+2$

প্রশ্নমতে, $5x+3(x+2) = 62 \Rightarrow 5x+3x+6 = 62 \Rightarrow 8x = 56 \therefore x = 7$ সুতরাং প্রথম বিজোড় সংখ্যাটি $= 7$

৪. একটি সংখ্যার ৪ গুণের সাথে ১০ যোগ করা হলে উত্তর হয় সংখ্যাটির ৫ গুণ অপেক্ষা ৫ কম। সংখ্যাটি কত? [IBBL(ATO)-17]

ক. ৩০ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ১৫ উত্তর: ঘ

প্রসমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x , প্রশ্নমতে, $8x+10 = 5x-5 \therefore x = 15$

৫. কোনো একটি সংখ্যার সাথে ৬ যোগ করলে যে উত্তর পাওয়া যায়, সংখ্যাটির দ্বিগুণ থেকে ২১ বিয়োগ করলে একই উত্তর পাওয়া যায়। সংখ্যাটি কত? (প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক-২০০৯)+ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

ক. ১০ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২৭ উত্তর: ঘ

প্রসমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x শর্তমতে, $x+6 = 2x-21 \therefore x = 27$ সুতরাং সংখ্যাটি $= 27$

নিজে করুন:

৬. কোনো সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে ৫ যোগ করলে যোগফল সংখ্যাটি অপেক্ষা ৭ বেশি হয়। সংখ্যাটি কত? (উপ: পরিসংখ্যান কর্তৃক) উত্তর: খ
ক. ৫ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ৪
৭. ২৫ থেকে কোন সংখ্যাটি বিয়োগ করলে বিয়োগফল সংখ্যাটি অপেক্ষা ৫ বেশি হবে? (সরাসরি মন্ত্রণা: অধীন আন: ও ভিজিপিআ-আই-১০) উত্তর: গ
ক. ৪ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১৫
৮. কোন সংখ্যার চারগুণের সাথে ১ যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যাটির ৩ গুণ হতে ৫ বেশি হবে, সংখ্যাটি কত? (অর্থমন্ত্রণা: সেক: পরি: ২০০৯) উত্তর: গ
ক. ৪ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. ১০

(২.খ) দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার প্রশ্ন:

এই প্রশ্নগুলো সংখ্যা অধ্যয়ের শেষে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে এখানে সমীকরণ তৈরী করে কিছু প্রশ্নের সমাধান দেখানো হলো।

৯. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ১৫। সংখ্যাটি থেকে ৯ বিয়োগ করলে এর অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি কত? (বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এসটিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০) উত্তর: খ
ক. ৯৬ খ. ৮৭ গ. ৭৮ ঘ. কোনটিই নয়

লিখিত সমাধান:	শর্টকাট: (অপশন টেস্ট করে সমাধান)
ধরি, দশক স্থানীয় অঙ্ক = x সুতরাং একক স্থানীয় অঙ্ক = $15-x$ ∴ সংখ্যাটি = $10x+15-x = 9x+15$ অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যা = $10(15-x)+x = 150-9x$ প্রশ্নমতে, $9x+15-x = 150-9x \Rightarrow 18x = 135 \therefore x = 7.5$ সুতরাং সংখ্যাটি = $9x+15 = 9 \times 7.5 + 15 = 92.25 = 92$ (উত্তর)	অপশন থেকে সংখ্যাগুলো নিলে (ক) $96-69 = 27$ (খ) $87-78 = 9$ (গ) $98-89 = 9$ শুধুমাত্র (খ) অপশনের ৮৭ এর সাথে প্রশ্নের সব শর্ত মিলে যায় তাই উত্তর: ৮৭

নিজে করুন:

১০. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৫। সংখ্যাটির সাথে ৯ যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি কত? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় অফিসার ২০০৬) উত্তর: ক
ক. ২৩ খ. ১৪ গ. ৪১ ঘ. ৫০
১১. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৭, অঙ্ক দুইটি স্থান পরিবর্তন করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, উহা প্রদত্ত সংখ্যা হতে ২৭ কম। সংখ্যাটি কী? (সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ২০০৮) উত্তর: গ
ক. ২৭ খ. ৩৬ গ. ৫২ ঘ. ২৫
১২. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্ক দুটির অন্তর ২; অঙ্ক দুটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা ৬ কম। সংখ্যাটি কত? (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-০৬, উপজেলা শিক্ষা অফিসার-০৫) উত্তর: ঘ
ক. ১২ খ. ১৬ গ. ২০ ঘ. ২৪

লিখিত সমাধান:	শর্টকাট: (অপশন টেস্ট করে সমাধান)
ধরি, একক স্থানীয় অঙ্ক = x ∴ দশক স্থানীয় অঙ্ক = $x - 2$ সংখ্যাটি, $10(x-2) + x = 10x-20+x = 11x-20$ স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যা = $10x + x - 2 = 11x - 2$ প্রশ্নমতে, $2(11x-20) = 11x - 2 + 6$ (প্রথম সংখ্যাকে ২ গুণ করলে ৬ বেশি হয়ে যায় তাই ডানে ৬ যোগ।) $\Rightarrow 22x - 40 = 11x + 4 \Rightarrow 11x = 44 \therefore x = 4$ সুতরাং সংখ্যাটি = $11 \times 4 - 20 = 44 - 20 = 24$	২৪ কে বিপরীত করণ করলে হবে = ৪২ যা ২৪ এর দ্বিগুণ = ৪৮ থেকে $48-8=40$ (সমীকরণের লজিক: $= 2 \times 28 = 82+6$) দ্রষ্টব্য: এমসিকিউ পরীক্ষায় আসলে অপশন টেস্ট করে উত্তর করবেন এবং লিখিত পরীক্ষায় আসলে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান বের করবেন।

১৩. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট কোনো সংখ্যা তার অঙ্কদ্বয়ের যোগফলের দ্বিগুণ। সংখ্যাটির থেকে ৯ বিয়োগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটির দ্বিগুণ কত? (সিভিলিউএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯) উত্তর: ঘ
ক. ৬৮ খ. ৮৬ গ. ৯০ ঘ. ১০৮
- সমাধান: ধরি, দশক স্থানীয় অঙ্ক = x ; এবং একক স্থানীয় অঙ্ক = y
∴ সংখ্যাটি = $10x + y$ এবং স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যাটি হবে = $10y + x$

১ম শর্তমতে, $10x + y = 2(x+y) \Rightarrow 10x - 2x = 2y - y \Rightarrow 8x = y \Rightarrow x = \frac{y}{8} \dots\dots(i)$

২য় শর্তমতে, $10x + y - 9 = 10y + x \Rightarrow 9x - 9y = 9 \Rightarrow x - y = 1 \dots\dots(ii)$

(ii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই $\frac{y}{8} - y = 1 \Rightarrow \frac{y - 8y}{8} = 1 \therefore y = 8$

এখন y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $x - 8 = 1 \therefore x = 9$

∴ সংখ্যাটি = $10x + y = 10 \times 9 + 8 = 98$ এবং এর দ্বিগুণ = $98 \times 2 = 196$ উত্তর: ১০৮

পদ্ধতি-০৩: ভগ্নাংশের সমীকরণ

ভগ্নাংশ সংক্রান্ত সমীকরণের বেশ কিছু প্রশ্ন এই বইয়ের ভগ্নাংশ অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে শুধু সমীকরণের সাথে সম্পর্কিত প্রশ্নগুলো নিয়ে আলোচনা করা হলো।

যে কোন ভগ্নাংশের অংক ধরে করার সময় শুধু x না ধরে ভগ্নাংশ অনুযায়ী ধরুন এবং কে ছোট কে বড় তা যেন ভুল না হয়।

১৪. একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার $\frac{2}{5}$ গুণ। সংখ্যা দুটির সমষ্টি ৯৮ হলে সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন। (৯ম-১০ম শ্রেণী, (অনু: ৫.১)) উত্তর: গ
ক. ৪২, ৫৬ খ. ৩০, ৬৮ গ. ২৮, ৭০ ঘ. ৩৮, ৬০

সাধারণ নিয়মে সমাধান:	সবথেকে সহজ সমাধান:
ধরি, একটি সংখ্যা x ∴ অপর সংখ্যাটি = $\frac{2x}{5}$ প্রশ্নমতে, $x + \frac{2x}{5} = 98$ $\Rightarrow \frac{5x + 2x}{5} = 98 \Rightarrow \frac{7x}{5} = 98$ $\Rightarrow 7x = 490 \therefore x = 70$ ∴ একটি সংখ্যা ৭০ এবং অপর সংখ্যাটি $\frac{2 \times 70}{5} = 28$ ∴ সংখ্যা দুটি ৭০ ও ২৮	ধরি, ছোট সংখ্যাটি $2x$ সুতরাং বড় সংখ্যাটি $5x$ প্রশ্নমতে, $2x + 5x = 98 \Rightarrow 7x = 98 \therefore x = 14$ সুতরাং ছোট সংখ্যাটি = $2 \times 14 = 28$ এবং বড় সংখ্যাটি = $5 \times 14 = 70$ উত্তর: ৭০ ও ২৮ দ্রষ্টব্য: এরকম সব প্রশ্ন এভাবে করবেন। এভাবে সহজভাবে অংক নিয়ে ভাবার সুবিধা হলো, কয়েকটা অংক করতে করতে খাতাকলম ছাড়াই মুখে মুখে অংক করার লজিক ডেভেলপ হবে। কিন্তু ভগ্নাংশ আকারে শত শতবার প্রাকটিস করলেও একটা নির্দিষ্ট সময় লাগবেই।

১৫. একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার $\frac{1}{3}$ গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি ১০০ হলে বড় সংখ্যাটির মান কত? (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা নিয়োগ পরীক্ষা: ২০১০) উত্তর: ঘ
ক. ৫৫ খ. ৭০ গ. ৬৫ ঘ. ৬০

সমাধান: শুধু x না ধরে একটি সংখ্যা $2x$ এবং অপর সংখ্যাটি $3x$ ধরে করুন।
প্রশ্নমতে, $(2x+3x)=100 \Rightarrow 5x=100 \therefore x=20$ সুতরাং বড় সংখ্যাটি হবে = $3 \times 20 = 60$

দেড়গুণ, আড়াই গুণ সাড়ে তিন গুণ এভাবে ভগ্নাংশ থাকলে একটু মাথা ঝাটিয়ে করতে হবে। অনেক প্রশ্নের সমীকরণ ও প্রয়োগে একটু আরেকটির দেড়গুণ হলে একটিকে $2x$ এবং অপরটিকে $3x$ ধরে করুন। কেননা 3 হচ্ছে 2 এর দেড়গুণ। এভাবে করলেও উত্তর একই আসবে এবং ভগ্নাংশ না আসায় মুখে মুখে করা যাবে। যেমন:

১৬. ৫৫০ গ্রামের একটি কেঁক বানাতে চিনির দ্বিগুণ পরিমাণ ময়দা এবং কিসমিসের $1\frac{1}{2}$ গুণ পরিমাণ চিনি লাগলে, ময়দা কতটুকু

লাগবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-২০০৯]
ক. ২২৫ গ্রাম খ. ২৫০ গ্রাম গ. ২৭৫ গ্রাম ঘ. ৩০০ গ্রাম

সাধারণ নিয়মে সমাধান: (ঠিক প্রশ্নে যেভাবে বলেছে)

ধরি, কিসমিস লাগে x গ্রাম,
সুতরাং চিনি লাগে $= x \times 1\frac{1}{2} = \frac{3x}{2}$
তাহলে ময়দা $= 2 \times \frac{3x}{2} = 3x$

প্রশ্নমতে, $x + \frac{3x}{2} + 3x = ৫৫০$
 $\Rightarrow \frac{2x + 3x + 6x}{2} = ৫৫০$
 $\Rightarrow 11x = ৫৫০ \times 2 \therefore x = 100$
সুতরাং ময়দা লাগবে $= 3x = 3 \times 100 = 300$ গ্রাম।

সবথেকে সহজ সমাধান: (এই ভাবনাটা মাথায় রাখুন)

ধরি, কিসমিস $= 2x$ তাহলে চিনি $= 3x$ (দেড়গুণ সম্পর্ক)
এবং ময়দা $= 2 \times 3x = 6x$
প্রশ্নমতে, $2x + 3x + 6x = ৫৫০ \Rightarrow 11x = ৫৫০ \therefore x = ৫০$
সুতরাং ময়দা লাগবে $= 6x = 6 \times ৫০ = 300$ গ্রাম।

উপরের চিন্তাটা এসেছে বইয়ের শুরুতে আলোচিত Ratio Method থেকে। ভাবনাটাকে সুন্দরভাবে কাজে লাগাতে পারলে ভগ্নাংশ যুক্ত অনেক অংক অনেক সহজে করা যাবে।

এখানে, চিনি : কিসমিস $= 1\frac{1}{2} : 1 = \frac{3}{2} : 1 = 3 : 2$
 \therefore ময়দা : চিনি : কিসমিস $= (2 \times 3) : 3 : 2 = 6 : 3 : 2$
এখন, $6+3+2 = 11$ অংশ $= ৫৫০$ হলে 6 অংশ $= 300$

১৭. একটি ক্রিকেট দলে যতজন স্ট্যাম্প আউট হল তার দেড়গুণ কট আউট হল এবং মোট উইকেটের অর্ধেক বোল্ড আউট হল, এই দলে কতজন কট আউট হলো? (১১তম বিসিএস) + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [প্রকৌশল মন্ত্রণালয়/ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]

ক. ২ জন খ. ৩ জন গ. ৪ জন ঘ. ৫ জন উত্তর: খ

সাধারণ নিয়মে সমাধান: (লিখিত নিয়মে)

ধরি, স্ট্যাম্প আউট হলো 'x' জন \therefore কট আউট $= \frac{3x}{2}$
প্রশ্নমতে, $x + \frac{3x}{2} + ৫ = 10$
 $\Rightarrow ৫x = 10 \therefore x = 2$
 \therefore কট আউট হলো $= \frac{3 \times 2}{2} = 3$ জন

শর্টকাট: (এভাবে ভাবলে মুখে মুখে উত্তর বের হবে)

মোট উইকেট ১০টি, অর্ধেক $= ৫$ টি অবশিষ্ট $= 10 - ৫ = ৫$ টি বাকী ৫টির মধ্যে একটি আরেকটির দেড়গুণ অর্থ হলো স্ট্যাম্প আউট ২ জন এবং কট আউট ৩ জন। (দেড়গুণ সম্পর্ক)
সুতরাং কট আউট হয়েছে মোট $= 3$ জন।

দ্রষ্টমানে রাখুন: দেড়গুণ অর্থ একটা $2x$ হলে অন্যটা $3x$ । এই টেকনিকটা জ্যামিতি সহ অনেক অংকে কাজে দিবে।

১৮. একটি ক্রিকেট দলের মোট ১০ উইকেটের মধ্যে যতজন রান আউট হলো তার দ্বিগুণ বোল্ড আউট হলো। মোট উইকেটের তিন পঞ্চমাংশ কট আউট হলো। অবশিষ্ট জন স্ট্যাম্পড হলে দলটির কতজন বোল্ড আউট হয়েছিল? ((NSI)-এর (ফিল্ড অফিস)-২০১৮)

ক. ২ জন খ. ৩ জন গ. ৫ জন ঘ. ৬ জন উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, রান আউট হয়েছে x জন, \therefore বোল্ড আউট $= 2x$ জন, সুতরাং কট আউট $= 10$ এর $\frac{3}{5}$ $= ৬$ জন

স্ট্যাম্পড হয়েছে অবশিষ্ট ১ জন

প্রশ্নমতে, $x + 2x + 6 + 1 = 10 \Rightarrow 3x = 10 - 7 \Rightarrow 3x = 3 \therefore x = 1$ \therefore বোল্ড আউট হয়েছে $= 2x = 2 \times 1 = 2$ জন।

নিজে করুন:

১৯. 10৫০ টাকা P, Q ও R এর মধ্যে ভাগ করে দেয়া হলো। P এর অংশ Q ও R একত্রে যা পায় তার $2/5$ ভাগ। P কত টাকা পায়? [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ)-২০১৮ (আইবিএ)]
ক. ২০০ খ. 300 গ. ৫০০ ঘ. ৬০০ উত্তর: খ

[Hints: $P + (Q + R) = 2+৫ = ৭$ অংশ $= 10৫০$ হলে ১ অংশ $= 1৫০$ সুতরাং P এর ২ অংশ $= 2 \times 1৫০ = 300$]

২০. ৮৮২ টাকা তিনজন ছাত্রের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হল যে, ১ম জন ২য় জনের অর্ধেক টাকা পায় এবং ২য় জন ৩য় জনের অর্ধেক টাকা পায়। ৩য় জন কত টাকা পায়? [BADC-(Store Keeper)-2017]
ক. ৪২৭ টাকা খ. ৪৪১ টাকা গ. ৫০২ টাকা ঘ. ৫০৪ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, প্রথম জন পায় $= x$ টাকা (একপাশ থেকে অর্ধেক = বিপরীত পাশ থেকে দ্বিগুণ, এভাবে ভগ্নাংশ ছাড়া সহজে করা যাবে)
তাহলে ২য় জন পায় $= 2x$ টাকা এবং ৩য় জন পায় $= 2 \times 2x = 4x$ টাকা।
প্রশ্নমতে, $x + 2x + 4x = ৮৮২ \Rightarrow 7x = ৮৮২ \therefore x = 126$ সুতরাং ৩য় জন পাবে $= 4 \times 126 = ৫০৪$ টাকা।

দ্রষ্টমানে মুখে মুখে: ৮৮২ এর $1/7$ ভাগের 4 ভাগ $= ৫০৪$ টাকা।

২১. ২৬০০ টাকা তিন জনের মধ্যে এমন ভাবে ভাগ করা হলো যে প্রথম ব্যক্তি দ্বিতীয় ব্যক্তির দ্বিগুণ টাকা পেল এবং দ্বিতীয় ব্যক্তি তৃতীয় ব্যক্তির $1/10$ গুণ টাকা পেল। তৃতীয় ব্যক্তি কত টাকা পেল? [CGDF Auditor Exam-2017]
ক. 1৮০০ খ. 1৬২৫ গ. ২০০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, তৃতীয় ব্যক্তি পায় $10x$ টাকা, তাহলে, দ্বিতীয় ব্যক্তি পায় x টাকা সুতরাং প্রথম ব্যক্তি পায় $2x$ টাকা।
প্রশ্নমতে, $2x + x + 10x = ২৬০০ \Rightarrow 13x = ২৬০০ \therefore x = 200$ সুতরাং তৃতীয় ব্যক্তি পায় $= 10 \times 200 = ২০০০$ টাকা।

২২. কালাম, সাজেম এবং বদি একটি মেসে থাকে এবং খাবারের টাকা ভাগ করে দেয়। এক মাসে কালামের বিল সাজেমের বিল থেকে ৫০% বেশি আসে এবং কালামের বিল বদির বিলের $৫/6$ অংশ। যদি সাজেম সে মাসে ২০ টাকা বিল দেয় তবে তাদের খাবারের মোট বিল কত টাকা? [চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]

ক. ৮৬ টাকা খ. ৭০ টাকা গ. ৫৬ টাকা ঘ. ৯০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: (টাকার পরিমাণ দেয়া থাকায় এই প্রশ্নটার সমাধান সহজ)

সাজেম $= ২০$ টাকা, সুতরাং কালাম $= ২০ + ২০$ এর ৫০% $= ২০ + 10 = 30$ টাকা।
এখন, ভগ্নাংশ থেকে, ধরি, কালামের বিল $= ৫x$ টাকা, তাহলে বদির বিল $= ৬x$ টাকা [লব কার আর হর কার শুরুত্ব দিন।]
প্রশ্নমতে, $৫x = 30$ হলে $x = 6$ সুতরাং বদির বিল $= ৬ \times 6 = 36$ টাকা।
এখন, তাদের সবার মোট বিল $= ২০ + 30 + 36 = ৮৬$ টাকা।

২৩. রাসেল, আসাদ ও রাজুকে 31৫ টাকা ভাগ করে দেওয়া হলো। এতে রাসেলের টাকা আসাদের টাকার $2/5$ অংশ এবং আসাদের

টাকা রাজুর টাকার 2 গুণ হলো। রাজু কত টাকা পেল? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফিস সহ-টাইপিষ্ট)-২০১৮]
ক. ৬০ টাকা খ. ৯০ টাকা গ. 1৫০ টাকা ঘ. ৭৫ টাকা উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, রাজু পায় $= x$ টাকা তাহলে আসাদ $= 2x$
এবং রাসেল $= 2x \times \frac{2}{5} = \frac{4x}{5}$ টাকা।
প্রশ্নমতে, $x + 2x + \frac{4x}{5} = 31৫$
 $\Rightarrow \frac{21x}{5} = 31৫ \Rightarrow x = \frac{31৫ \times ৫}{21} \therefore x = ৭৫$
অর্থাৎ রাজু পাবে, ৭৫ টাকা।

শর্টকাট: (এভাবে ভাবলে মুখে মুখে উত্তর বের হবে)

ধরি, রাসেল $= 3x$ টাকা তাহলে আসাদ পাবে $= ৫x$ টাকা (লবের টাকা রাসেল এবং হরের টাকা আসাদ)
সুতরাং রাজু পাবে, $৫x + 2 = ২.৫x$ (আসাদের টাকা রাজুর টাকার দ্বিগুণ হলে রাজুর টাকা আসাদের টাকার অর্ধেক হবে)
প্রশ্নমতে, $3x + ৫x + 2.৫x = 31৫$ (সবার যোগফল $= 31৫$)
 $\Rightarrow 10.৫x = 31৫ \therefore x = \frac{31৫}{10.৫} = 30$ টাকা।
তাহলে রাজু পাবে, $২.৫ \times 30 = ৭৫$ টাকা।

নিজে করুন:

২৪. সবুজ, ডালিম ও লিংকন তিন ভাই। তাদের পিতা ৬৩০০ টাকা তাদের মধ্যে ভাগ করে দিলেন। এতে সবুজ ডালিমের এবং লিংকনের দ্বিগুণ টাকা পায়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ বের কর। [৭ম শ্রেণি অনু: ২.১]
- ক. ১৮০০, ৩০০০, ১৫০০
খ. ১৮০০, ৩০০০, ২০০০
গ. ৩০০০, ৩২০০, ৩৪০০
ঘ. ১৮০০, ৩২০০, ৩৫০০

২৫. কালামের বেতন x টাকা, যা সালামের বেতনের অর্ধেক এবং আরিফের বেতনের চার গুণ। তাদের তিন জনের মোট বেতন কত? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:)-২০১৮]

- ক. $\frac{13x}{8}$
খ. $\frac{9x}{8}$
গ. ৩x
ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: দেয়া আছে, কালামের বেতন = x টাকা, সালামের বেতন = ২x টাকা এবং আরিফের বেতন = $\frac{x}{8}$ টাকা (উল্টোপাশে)

∴ তিন জনের মোট বেতন = $x + 2x + \frac{x}{8} = \frac{8x + 16x + x}{8} = \frac{25x}{8}$ টাকা

পদ্ধতি-০৪: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

(৪.ক) সাধারণ সমীকরণের প্রশ্ন:

২৬. একটি বই-এর মূল্য একটি কলমের মূল্য অপেক্ষা ৭ টাকা কম এবং উক্ত বই এবং কলমের মোট ক্রয়মূল্য ৪৩ টাকা হলে বইটির মূল্য কত টাকা? [মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয় (উপজেলা মহিলা বিষয়ক কর্মকর্তা)-২০০৭]
- ক. ২৫
খ. ২০
গ. ২২
ঘ. ১৮

সমাধান	মুখে মুখে:
ধরি, বইটির মূল্য = x টাকা ∴ কলমটির মূল্য = (x + ৭) টাকা প্রশ্নমতে, x + x + ৭ = ৪৩ ⇒ 2x = ৩৬ ∴ x = ১৮ সুতরাং বইটির ক্রয়মূল্য = ১৮ টাকা।	যোগফল ও বিয়োগফল দেয়া থাকলে দুটি যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড়টি এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোটটি বের হয়। এখন বইয়ের দাম কম তাই বইয়ের মূল্য = (৪৩-৭)÷২ = ৩৬÷২ = ১৮ টাকা।

নিজে করুন:

২৭. একটি কলম ও দুইটি পেন্সিলের একত্রিত মূল্য ৬৮ টাকা। যদি একটি কলমের মূল্য একটি পেন্সিলের মূল্যের চেয়ে ৫ টাকা বেশি হয়, তবে পেন্সিলের মূল্য কত টাকা? [পরিসংখ্যান ব্যুরো (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)- ২০১৬]
- ক. ১৮
খ. ২০
গ. ২১
ঘ. কোনটিই নয়

[Hints: কলমের মূল্য ৫ টাকা বেশি হওয়ায় = ৬৮-৫ = ৬৩ টাকা ৩টার সমান দাম। তাহলে ১টা পেন্সিল = ৬৩÷৩ = ২১ টাকা।

২৮. রাকিব সাধারণ গণিত ও উচ্চতার গণিতে একত্রে ১৮৫ নম্বর পেয়েছে। সে সাধারণ গণিত অপেক্ষা উচ্চতার গণিতে ৫ নম্বর কম পেয়েছে। প্রত্যেক বিষয়ে তার প্রাপ্ত নম্বর কত? [বিদ্যুৎ জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (সহকারী বিফোরক পরিদর্শক)-২০০৩]
- ক. ১০৫ এবং ৮০
খ. ১০০ এবং ৮৫
গ. ৯৫ এবং ৯০
ঘ. ১১০ এবং ৭৫

[Hints: (১৮৫+৫) ÷ ২ = ১৯০ ÷ ২ = ৯৫ এবং (১৮৫-৫) ÷ ২ = ১৮০ ÷ ২ = ৯০ উত্তর: ৯৫ এবং ৯০]

২৯. রহিমের আয়ের দ্বিগুণের সাথে ১১০ টাকা যোগ করলে ৭০০০ টাকা হয়। রহিমের আয় কত? [PETROBANGLA-(UDA)17]
- ক. ৩২৭৫
খ. ৩৪৪৫
গ. ৩২১০
ঘ. ৫২৭৫

সমাধান	শর্টকাট:
ধরি, রহিমের আয় x টাকা প্রশ্নমতে, 2x + 110 = 7000 ⇒ 2x = 6890 ∴ x = 3445 টাকা	১১০ টাকা যোগ করার পর ৭০০০ টাকা হলে যোগ করার আগে ছিল ৬৮৯০ টাকা। আবার ৬৮৯০ টাকা দ্বিগুণ করার আগে ছিল ৬৮৯০÷২ = ৩৪৪৫। (এই ভাবে ভাবতে পারলে বা ভাবনা শুরু করলে মুখে মুখে পারবেন।)

৩০. একটি কলম ও একটি বইয়ের মোট দাম ৯৫ টাকা। কলমটির দাম ১৫ টাকা বেশি ও বইটির দাম ১৪ টাকা কম হলে কলমটির বইয়ের দামের ২ গুণ হতো। একটি কলমের দাম কত? [সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-২০০৯]
- ক. ৪০ টাকা
খ. ৪৯ টাকা
গ. ৫৫ টাকা
ঘ. ৬০ টাকা

সমাধান	বিকল্প সমাধান: (উল্টোপাশ থেকে)
ধরি, কলমের দাম = x টাকা ∴ বইয়ের দাম = ৯৫-x টাকা প্রশ্নমতে, (x+15) = 2(95-x-14) [বইয়ের দাম কম তাই কলম = ২x বই] ⇒ x + 15 = 190 - 2x - 28 ⇒ 3x = 172 - 15 ⇒ 3x = 157 ∴ x = 52.33	ধরি, ১৪ টাকা কমার পর বইয়ের দাম = x টাকা তাহলে ১৫ টাকা বাড়ার পর কলমের দাম = ২x টাকা। প্রশ্নমতে, x+15+2x-15=95 [বাড়া কমার আগের সমষ্টি = ৯৫] ⇒ 3x = 80 ∴ x = 26.67 কলমের দাম = 2x+15 = 68.33 (Note: এভাবে করতে হবে না, শুধু আইডিয়াটা মাথায় রাখুন)

নিজে করুন:

৩১. একটি কলম ও একটি বইয়ের মূল্য একত্রে ৯৫ টাকা। কলমটির মূল্য ১৫ টাকা বেশি এবং বইটির মূল্য ১৪ টাকা কম হলে কলমটির মূল্য বইটির মূল্যের দ্বিগুণ হতো। বইটির মূল্য কত টাকা? [প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]+ [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ: + টাইপিষ্ট)-২০১৮]
- ক. ৪০ টাকা
খ. ৪৫ টাকা
গ. ৪৬ টাকা
ঘ. কোনটিই নয়

(৪.খ) বেতন ও টাকা বন্টন সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৩২. এক ব্যক্তির নিকট যাকাতের ৮০০ টাকা আছে। কিছু সংখ্যক লোকের প্রত্যেককে ৬ টাকা করে দিলে ১০০ টাকা কম পড়ে। লোকের সংখ্যা কত? [ঢাকা সেনানিবাস (অফিস সহায়ক)- ২০২০]
- ক. ১৫০ জন
খ. ২০০ জন
গ. ২৬৬ জন
ঘ. ২৫০ জন
- সমাধান: মনে করি, লোক সংখ্যা = x জন প্রশ্নমতে, 6x - 100 = 800 ∴ x = 150 উত্তর: ১৫০ জন।

৩৩. রহিম ও করিম ১,০০০ টাকা ভাগ করে নিল। করিম আরও ৫০০ টাকা বেশি পেলে এবং রহিম ৫০০ টাকা কম পেলে, করিম রহিমের ৪ গুণ টাকা পেত। রহিম কত টাকা পেয়েছে? [খাদ্য অধিদপ্তর-২০০৯]
- ক. ৮০০
খ. ৬০০
গ. ৪০০
ঘ. ৭০০
- সমাধান: ধরি, রহিম পেয়েছে x টাকা ∴ করিম পেয়েছে (১০০০ - x)।
প্রশ্নমতে, 1000 - x + 500 = 4x(x - 500) [৫০০ টাকা বেশি কামের পর রহিম কম পায় তাই রহিমের সাথে ৪ গুণ]
⇒ 1500 - x = 4x - 2000 ⇒ 5x = 3500 ∴ x = ৭০০ সুতরাং রহিম পেয়েছে = ৭০০ টাকা।

৩৪. শোভনের মাসিক বেতন জামালের মাসিক বেতনের চেয়ে ৪০০০ টাকা বেশি। তাদের দুজনের বার্ষিক বেতনের যোগফল ৫,২৮,০০০ টাকা হলে জামালের মাসিক বেতন কত টাকা? [NSI (অফিস সহায়ক)-২০১৯]
- ক. ১২০০০ টাকা
খ. ২০০০০ টাকা
গ. ১৯০০০ টাকা
ঘ. ১৫৫০০০ টাকা
- সমাধান: ধরি, জামালের মাসিক বেতন = x টাকা ∴ শোভনের মাসিক বেতন = (x+৪০০০) টাকা
প্রশ্নমতে, 12x(x+4000) = 5280000 ⇒ 2x + 8000 = 88000 ⇒ 2x = 80000 ∴ x = ৪০০০০
∴ জামালের মাসিক বেতন = ২০০০০ টাকা

নিজে করুন:

৩৫. ফারুকের বেতন কালামের বেতনের ১.২ গুণ। মালেকের বেতন কালামের বেতনের ০.৮ গুণ। তাদের মোট বেতন ৬৩০০ টাকা হলে মালেকের বেতন কত? (দুর্নীতি দমন কমিশন-২০১০) [Hints: কালাম = x হলে, x + ১.২x + ০.৮x = ৬৩০০]
ক. ১৮০০ খ. ১৬০০ গ. ১৬৮০ ঘ. ১২০০

৩৬. খ এর দৈনিক আয় ক এর দ্বিগুণ এবং গ এর দৈনিক আয় খ এর দ্বিগুণ। তাদের তিনজনের আয়ের যোগফল ১১২০ টাকা হলে খ এর দৈনিক আয় কত টাকা? (পরিসংখ্যান ব্যুরো (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০১৬)
ক. ৫৬০ খ. ৪৪০ গ. ৬৮৪ ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: ধরি, ক এর দৈনিক আয় x টাকা, ∴ খ এর দৈনিক আয় = ২x টাকা এবং গ এর দৈনিক আয় = ২x২x = ৪x টাকা
প্রশ্নমতে, x + ২x + ৪x = ১১২০ ⇒ ৭x = ১১২০ ∴ x = ১৬০ সুতরাং গ এর দৈনিক আয় = ৪x = ৪x১৬০ = ৬৪০ টাকা

নিজে করুন:

৩৭. x, y এবং z-এর মধ্যে ১৪০০ টাকা এমনভাবে ভাগ করা হলো যেন x পেলে y-এর দ্বিগুণ এবং y পেলে z-এর দ্বিগুণ। তাহলে y কত টাকা পেল? (খাদ্য অধিদপ্তর-০৯) [Hints: a+2a+8a = ১৪০০ হলে, a = ২০০ সুতরাং ২a = ৪০০]
ক. ৮০০ খ. ৬০০ গ. ৪০০ ঘ. ২০০

৩৮. বনি, ডলি ও লিলির মধ্যে ১,২৬০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হলো যেন ডলি, লিলির সমান টাকা পায় এবং বনি ডলির দ্বিগুণ টাকা পায়। এতে বনি কত টাকা পেল? (বাংলাদেশে পদ্ম বিদ্যুৎ (সহ: পরি)-২০১৬)]
ক. ৬৩০ খ. ৬২৩ গ. ৪২৫ ঘ. ২২৫

[Hints: দুজনে যা বনি একাই তা, তাই মোট ৪ ভাগ করে বনিকে অর্ধেক দিতে হবে তাই উত্তর: ১২৬০÷২ = ৬৩০]

৩৯. রফিকের ওজন যদি ১৭ কেজি কমে যায় তবে তার ওজন আরিফের ওজনের অর্ধেক হয়ে যাবে। তাদের দুজনের ওজনের যোগফল ১৪০ কেজি হলে রফিকের ওজন কত কেজি? (কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ-টাইপিস্ট)-২০১৮)
ক. ৫৫ খ. ৫৮ গ. ৬১ ঘ. কোনটিই নয়

<p>লিখিত সমাধান:</p> <p>ধরি, রফিকের ওজন = x কেজি ∴ আরিফের ওজন = ১৪০ - x কেজি। প্রশ্নমতে, ২(x - ১৭) = ১৪০ - x (যে ছোট তার সাথে গুণ) ⇒ ২x - ৩৪ = ১৪০ - x ⇒ ৩x = ১৭৪ ∴ x = ৫৮</p>	<p>বিকল্প সমাধান: মুখে মুখে করার যুক্তি</p> <p>রফিকের ওজন ১৭ কমা অর্থাৎ মোট ১৪০ থেকে ১৭ বাদ দিলে = ১৪০ - ১৭ = ১২৩ যাকে ৩ দ্বারা ভাগ করে = ১২৩ ÷ ৩ = ৪১ যেহেতু রফিক অর্ধেক হবে তাই রফিক = ১ ভাগ + ১৭ = ৪১ + ১৭ = ৫৮ কেজি।</p>
--	--

৪০. যদি কবিরের ওজন ৮ পাউন্ড কমে, তবে কবিরের ওজন তার বোনের ওজনের দ্বিগুণ হবে। এখন তাদের উভয়ের ওজন ২৪ পাউন্ড। বর্তমানে কবিরের ওজন কত? [BKB - (SO)-2017] & [Sonal Bank Officer (General)-2018]
ক. ১৪৭ খ. ১৮৮ গ. ১৩৩ ঘ. ১৩৯

<p>লিখিত সমাধান: সাধারণত যা চায় তা ধরা বেটার</p> <p>ধরি, কবিরের ওজন = x পাউন্ড। সুতরাং তার বোনের ওজন = ২৭৮ - x (যোগফল থাকলে এভাবে) প্রশ্নমতে, x - ৮ = ২(২৭৮ - x) (কবিরের ওজন থেকে ৮ বাদ দিলে যা থাকে তা তার বোনের দ্বিগুণ তাই বোনের সাথে ২ গুণ করে সমান) ⇒ x - ৮ = ৫৫৬ - ২x ⇒ ৩x = ৫৬৪ ∴ x = ১৮৮ সুতরাং কবিরের ওজন = ১৮৮ পাউন্ড। উত্তর: ১৮৮</p> <p>মুখে মুখে: কবিরের ওজন থেকে ৮ বাদ দিলে যদি সে তার বোনের দ্বিগুণ হয় তাহলে ২৭৮ থেকে ৮ বাদ দিলে তাতে ৩ ভাগ করা যাবে অর্থাৎ ২৭০ ÷ ৩ = ৯০। এখন কবির ২ ভাগের থেকে ৮ বেশি অর্থাৎ ৯০ এর দ্বিগুণ ১৮০ + ৮ = ১৮৮ (উত্তর)</p>	<p>বিকল্প সমাধান: এভাবে সাজানো সহজ</p> <p>ধরি, কবিরের বোনের ওজন = x (বোনের ওজন ধরলে হেট সংখ্যার সমীকরণ বানানো সহজ হবে) তাহলে কবিরের ওজন = ২x + ৮ (কবিরের ওজন থেকে ৮ বাদ দিলে বোনের দ্বিগুণ হয়, অর্থাৎ সে দ্বিগুণের থেকে ৮ বেশি) প্রশ্নমতে, x + ২x + ৮ = ২৭৮ (দুজনের ওজনের যোগফল = ২৭৮) ⇒ ৩x = ২৭০ ∴ x = ৯০ সুতরাং কবিরের ওজন = ২x + ৮ = ১৮৮ পাউন্ড।</p>
---	--

৪১. একটি ক্রিকেট খেলায় ইমন ও সুমনের মোট রানসংখ্যা ৫৮। ইমনের রানসংখ্যা সুমনের রানসংখ্যার দ্বিগুণের চেয়ে ৫ রান কম। ঐ খেলায় ইমনের রানসংখ্যা কত? (৭ম শ্রেণী, জন্: ৭.২)
ক. ৩৫ রান খ. ৩৯ রান গ. ৩৭ রান ঘ. ৩৩ রান

<p>লিখিত সমাধান: (প্রশ্নে যেভাবে বলা হয়েছে সেভাবে)</p> <p>ধরি, ইমনের রান সংখ্যা = x ∴ সুমনের রান = ৫৮ - x প্রশ্নমতে, x + ৫ = ২(৫৮ - x) [সুমনের রান ২ গুণ করলে তা ইমনের থেকে ৫ বেশি হয়] ⇒ x + ৫ = ১১৬ - ২x ⇒ ৩x = ১১১ ∴ x = ৩৭ সুতরাং ইমনের রান সংখ্যা = ৩৭ উত্তর: ৩৭ রান।</p>	<p>বিকল্প সমাধান: (যেভাবে ধরলে শর্ত মেলানো সহজ)</p> <p>ধরি, সুমনের রান সংখ্যা = x, তাহলে ইমনের রান সংখ্যা = ২x - ৫ (২ গুণ থেকে ৫ কম) প্রশ্নমতে, x + ২x - ৫ = ৫৮ [যেহেতু মোট রান ৫৮] ⇒ ৩x = ৬৩ ∴ x = ২১ সুতরাং সুমনের রান = ২১ তাহলে ইমনের রান সংখ্যা = ২x - ৫ = ৪২ - ৫ = ৩৭</p>
---	---

৪২. সুমি এবং মীমের মধ্যে ৫১ টাকা এমনভাবে বন্টন করে দেয়া হল যে, সুমি, মীমের টাকার দ্বিগুণের থেকে ৩ টাকা কম পেল, সুমি মোট কত টাকা পেল? [Agrani Bank Limited-2010]
ক. ৮০ খ. ৬০ গ. ৪০ ঘ. ৩৩

<p>লিখিত সমাধান: (প্রশ্নে যেভাবে বলা হয়েছে সেভাবে)</p> <p>ধরি, মীম পেয়েছে = x টাকা ∴ সুমি পেয়েছে = ২x - ৩ টাকা প্রশ্নমতে, x + (২x - ৩) = ৫১ ⇒ ৩x = ৫১ + ৩ ⇒ ৩x = ৫৪ ∴ x = ১৮ সুতরাং মীম পেয়েছে ১৮ টাকা। তাহলে, সুমি পেয়েছে = ২x - ৩ = ৩৬ - ৩ = ৩৩ টাকা।</p>	<p>বিকল্প সমাধান: মুখে মুখে করার যুক্তি</p> <p>মোট ৫১ টাকা ভাগ করতে ৩ টাকা কম পরেছে তাই = ৫১ + ৩ = ৫৪ টাকা ভাগ করলে মীম ১ গুণ + সুমি ২ গুণ = ৩ গুণ = ৫৪ টাকা হলে ১ গুণ = ৫৪ ÷ ৩ = ১৮ টাকা। এখন সুমি পাবে = ২ গুণ = ৩৬ টাকা। কিন্তু আসলে তো ৩ টাকা কম ছিল তাই সুমি ৩ টাকা কমে মোট পাবে = ৩৬ - ৩ = ৩৩ টাকা।</p>
--	---

৪৩. একজন ব্যাটসম্যান ২১টি বাউন্ডারি ও ৩ভার বাউন্ডারির মাধ্যমে ৯৬ রান করে। তার বাউন্ডারির সংখ্যা কত? [CGA (Auditor)-2022]
ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৭ ঘ. ১৮

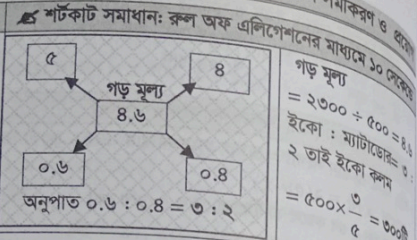
সমাধান:
ধরি, বাউন্ডারির সংখ্যা x টি এবং ৩ভার বাউন্ডারির সংখ্যা = (২১ - x) টি
প্রশ্নমতে, ৪x + ৬x(২১ - x) = ৯৬ ⇒ ৪x + ১২৬ - ৬x = ৯৬ ⇒ ২x = ৩০ ∴ x = ১৫ টি

৪৪. একটি খাবারের দোকানে দুই ধরনের খাবার পাওয়া যায় যার মূল্য ৬৫ টাকা ও ২০ টাকা। একদিনে দুই ধরনের মোট ২০৯ টি খাবার বিক্রি করে ৮৩৬৫ টাকা পাওয়া গেলে, ৬৫ টাকা মূল্যের খাবার কয়টি বিক্রি হয়েছিল? [NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]
ক. ৭৭ খ. ৯৩ গ. ৯৯ ঘ. ১০৫

সমাধান:
ধরি, ৬৫ টাকা মূল্যের খাবার বিক্রয় করে = x টি ∴ ২০ টাকা মূল্যের খাবার বিক্রয় করে = (২০৯ - x) টি
প্রশ্নমতে, ৬৫x + ২০(২০৯ - x) = ৮৩৬৫ [দু ধরনের খাবারের মোট বিক্রয়মূল্য = ৮৩৬৫ টাকা]
⇒ ৬৫x + ৪১৮০ - ২০x = ৮৩৬৫ ⇒ ৪৫x = ৮৩৬৫ - ৪১৮০ ⇒ ৪৫x = ৪১৮৫ ∴ x = ৯৩

৪৫. একটি ইকো কলমের মূল্য ৫ টাকা এবং একটি ম্যাটাডোর কলমের মূল্য ৪ টাকা। যদি ঐ দোকানদার ৫০০ টি কলম বিক্রি করে ২৩০০ টাকা পায়, তবে সে কয়টি ইকো কলম বিক্রয় করেছিল? (খাদ্য অধিদপ্তর-২০০৯)
ক. ১০০ খ. ২০৫ গ. ৩০৮ ঘ. ৩০০

লিখিত সমাধান: (লিখিত এর জন্যই শুধু এভাবে করবেন)
ধরি, ইকো কলম বিক্রি করেছিল = x টি
 \therefore ম্যাটারের কলমের সংখ্যা = $(500-x)$ টি
প্রশ্নমতে, $5x + 8(500-x) = 2300$ (মোট খরচ = 2300)
 $\Rightarrow 5x + 2000 - 8x = 2300 \therefore x = 300$
সুতরাং ইকো কলম বিক্রি করেছিল = 300 টি।



নিজে করুন: (বিস্তারিত সমাধান এলিগেশন অধ্যায়ে পাবেন)

87. একটি সিনেমা হলে প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণীর আসন মিলিয়ে মোট 500 আসন আছে। প্রথম শ্রেণীর একটি টিকিটের দাম 30 টাকা এবং দ্বিতীয় শ্রেণীর একটি টিকিটের দাম 18 টাকা। সবগুলো টিকিটের বিক্রয়মূল্য 10,500 টাকা হলে দ্বিতীয় শ্রেণীর আসন সংখ্যা কত? [CGDF (Junior-Auditor)-2019]
ক. 225 খ. 250 গ. 390 ঘ. 395

[Hints: 2য় শ্রেণির আসন সংখ্যা x টি ধরে, প্রশ্নমতে, $18x + 30(500-x) = 10,500 \therefore x = 390$ উত্তর: গ

89. ফাতিহা 20 টাকা ও 30 টাকা দামের সমসংখ্যক কলম কিনলো। যদি সে মোট 1000 টাকার কলম কিনে থাকে তবে মোট কয়টি কলম কিনলো? (যাদু অধিদপ্তর-09) [Hints: উভয় ধরণের কলম সংখ্যা x টি ধরে প্রশ্নমতে, $20x + 30x = 1000$ উত্তর: ক
ক. 80 খ. 50 গ. 60 ঘ. 60

88. করিম 2 টাকা ও 3 টাকা মানের সমান সংখ্যক স্ট্যাম্প কিনেছে। যদি স্ট্যাম্প ক্রয়ের মোট খরচ 100 টাকা হয় তাহলে প্রতি মোট কতটি স্ট্যাম্প কিনেছিলো? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (সাইফার অফিসার)-2005] [Hints: $2x + 3x = 100$ উত্তর: গ
ক. 25 খ. 38 গ. 80 ঘ. 86

89. একজন শ্রমিক কাজের দিন 100 টাকা পায় এবং অনুপস্থিত থাকলে 20 টাকা জরিমানা দিতে হয়। শ্রমিকটি জুন মাসে 2800 টাকা বেতন পেল। সে ঐ মাসে কত দিন কাজ করেছে? [যোগাযোগ মন্ত্রণালয় বাংলাদেশ রোড অথরিটি (সহকারী পরিচালক)-2005] উত্তর: গ
ক. 29 দিন খ. 26 দিন গ. 25 দিন ঘ. 28 দিন

<p>লিখিত সমাধান:</p> <p>ধরি, উপস্থিত থাকে = x দিন \therefore অনুপস্থিত থাকে $(30-x)$ দিন প্রশ্নমতে, $100x - 20(30-x) = 2800$ $\Rightarrow 100x - 600 + 20x = 2800$ $\Rightarrow 120x = 3400$ $\therefore x = 28$ সুতরাং, সে জুন মাসে 28 দিন কাজ করেছে</p> <p>Note: রুল অফ এলিগেশন অধ্যায়ে (+) ও (-) এর বিষয়টি বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।</p>	<p>শর্টকাট সমাধান: রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে 10 সেকেন্ডে</p> <p>গড় বেতন = $2800 \div 30 = 93.33$ বেতন জরিমানা গড় বেতন = 93.33 গড় বেতন = $\frac{3000 + 300}{30} = 93.33$ অনুপাত 100 : 20 = 5 : 1</p> <p>সুতরাং জুন মাসের 30 দিনের মধ্যে কাজ করেছে = $30 \times \frac{5}{6} = 25$ দিন।</p>
---	---

90. কাজের দিন 2 টাকা পাওয়া এবং অনুপস্থিতির দিন 50 পয়সা জরিমানা দেয়ার শর্তে কাজ করে এক ব্যক্তি সেপ্টেম্বর মাসে 80 টাকা পেল। ব্যক্তিটি কত দিন কাজে উপস্থিত ছিল? [RAKUB (Supervisor)-2017] উত্তর: ক
ক. 22 খ. 18 গ. 20 ঘ. 15

লিখিত সমাধান: (সেপ্টেম্বর মাস = 30 দিন)
ধরি, উপস্থিত ছিল = x দিন \therefore অনুপস্থিত = $(30-x)$ দিন।
প্রশ্নমতে, $2x - 0.5(30-x) = 80$ [আয়-জরিমানা = প্রাপ্ত টাকা]
 $\Rightarrow 2x - 15 + 0.5x = 80 \Rightarrow 2.5x = 95$
 $\Rightarrow x = \frac{95}{2.5} \therefore x = 38$ দিন।
সুতরাং সে উপস্থিত ছিল 38 দিন।

শর্টকাট সমাধান: মুখে মুখে করার জন্য সহজ চিত্র
30 দিন ই কাজ করলে মোট টাকা পেত = $30 \times 2 = 60$ টাকা।
কিন্তু টাকা পেয়েছে 80 অর্থাৎ কম পেয়েছে $60 - 80 = -20$ টাকা।
একদিন কাজ না করলে ক্ষতি হয় $2 + 0.5 = 2.5$ টাকা।
অর্থাৎ 2.5 টাকা কম পাবে 1 দিন কাজ না করলে তাহলে 20 টাকা কম পাবে = $20 \div 2.5 = 8$ দিন কাজ না করলে।
সুতরাং কাজে উপস্থিত ছিল $30 - 8 = 22$ দিন।
(আরো শর্টকাটে করার জন্য এলিগেশন দিয়ে নিজে করুন।)

দুটি ভিন্ন জিনিস মিশ্র করে একত্রে ফলাফল দেয়া থাকলে রুল অফ এলিগেশন দিয়ে করা যায়। বিস্তারিত এলিগেশন অধ্যায়ে।

নিজে করুন:
91. একটি কারখানায় কোনো শ্রমিক কাজ করলে দৈনিক 80 টাকা মজুরি পায় এবং অনুপস্থিত থাকলে 20 টাকা জরিমানা হয়। এপ্রিল মাসে শ্রমিকটি বেতন বাবদ 1900 টাকা পেল। সে ঐ মাসে কতদিন কাজ করেছে? [সমাজকল্যাণ মন্ত্রণালয় (সমাজসেবা উপ তত্ত্বাবধায়ক)-2005] [Hints: x দিন কাজ করলে, প্রশ্নমতে, $80x - 20(30-x) = 1900$ টাকা $\therefore x = 25$ দিন] উত্তর: ঘ
ক. 22 দিন খ. 23 দিন গ. 28 দিন ঘ. 25 দিন

92. 80 টি প্রশ্ন সম্বলিত একটি নৈর্ব্যক্তিক পরীক্ষায় প্রতিটি সঠিক উত্তরের জন্য 1 নম্বর বরাদ্দ আছে। কিন্তু একটি সঠিক উত্তরের জন্য যা পাওয়া যায় প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য তার 25% নম্বর কাটা হয়। যদি একজন পরীক্ষার্থী সবগুলো প্রশ্নের উত্তর দেয় এবং 60 নম্বর পায়, তাহলে সে কতটি প্রশ্নের উত্তর ভুল করেছে? [বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-2018] [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ)-2018 (আইবিএ)]
ক. 68 খ. 28 গ. 16 ঘ. 12 উত্তর: গ

<p>লিখিত সমাধান: (সেপ্টেম্বর মাস = 30 দিন) ধরি, সঠিক উত্তর দেয় = x টি \therefore ভুল উত্তর = $(30-x)$ টি প্রশ্নমতে, $1 \times x - 0.25(30-x) = 60$ $\Rightarrow x - 7.5 + 0.25x = 60$ $\Rightarrow 1.25x = 67.5 \Rightarrow x = \frac{67.5}{1.25} \therefore x = 54$ সুতরাং সে ভুল উত্তর দিয়েছে = $30 - x = (30 - 54) = -24$ টি।</p>	<p>শর্টকাট সমাধান: (25% অর্থ 1 নম্বরের 25% = .25 নম্বর) সবগুলোই সঠিক হলে মোট নম্বর পেতো = $80 \times 1 = 80$ 1টি প্রশ্ন ভুল হলে মোট নম্বর কমবে = $1 + 0.25 = 1.25$ সে মোটের উপর নম্বর কম পেয়েছে = $80 - 60 = 20$ নম্বর। 1.25 নম্বর কম গেলে ভুল উত্তর দিয়েছিল = 1টি। 20 নম্বর কম গেলে ভুল উত্তর দিয়েছিল = $\frac{20}{1.25} = 16$ টি।</p>
---	--

নিজে করুন:
93. একটি সঠিক উত্তরের জন্য 2 নম্বর পাওয়া যায় এবং একটি ভুল উত্তরের জন্য 1 নম্বর কাটা যায়। 60টি প্রশ্নের প্রতিটি উত্তর দিয়ে কোন ছাত্র 39 নম্বর পেলে সে কতটি সঠিক উত্তর দিয়েছিল? [বাংলাদেশ পরিসংখার ব্যুরো (অফিস সহকারী)-2021] উত্তর: ঘ
ক. 30টি খ. 31টি গ. 35টি ঘ. 33টি
[Hints: ভুল উত্তর দিয়েছিল = $120 - 39 = 81 \div (2+1) = 27$ টি। তাহলে সঠিক উত্তর দিয়েছিল = $60 - 27 = 33$ টি।

94. দুই ঘণ্টার একটি ভর্তি পরীক্ষায় 50 টি গণিত প্রশ্ন এবং 50 টি বাংলা প্রশ্ন ছিল। একজন পরীক্ষার্থী সবগুলো প্রশ্নের উত্তর দেয় এবং একটি গণিত প্রশ্নের উত্তর দিতে যত সময় ব্যয় করে, একটি বাংলা প্রশ্নের উত্তর দিতে তার এক-তৃতীয়াংশ সময় ব্যয় করে গণিত প্রশ্নের উত্তর দিতে সে মোট কত মিনিট সময় ব্যয় করেছিল? [CGDF (Junior-Auditor)-2019] উত্তর: ঘ
ক. 90 খ. 95 গ. 80 ঘ. 85

লিখিত সমাধান:

ধরি, বাংলার ১টি প্রশ্নের উত্তর দিতে সময় লাগে = x মিনিট
 ∴ গণিতের ১টি প্রশ্নের উত্তর দিতে সময় লাগবে = $৩x$ মিনিট
 প্রশ্নমতে, $৫০x + (৫০ \times ৩x) = ১২০$
 $\Rightarrow ৫০x + ১৫০x = ১২০$
 $\Rightarrow ২০০x = ১২০ \therefore x = \frac{১২০}{২০০} = \frac{৩}{৫}$ মিনিট।
 সুতরাং গণিতের ৫০টি প্রশ্নের উত্তর দিতে সময় লাগবে
 $= (৫০ \times ৩x)$ মিনিট = $৫০ \times ৩ \times \frac{৩}{৫} = ৯০$ মিনিট।

শর্টকাট সমাধান: (লজিক বুঝলে খাতা কলম লাগবে না)
 যেহেতু বাংলা ও গণিত উভয় বিষয়ের প্রশ্ন সমান ৫০টি করে
 আবার গণিতের প্রশ্নে বাংলার থেকে ৩গুণ সময় লাগে তাহলে
 মোট সময়কে = $(৩+১) = ৪$ ভাগ করে ১ ভাগ বাংলা প্রশ্নের
 জন্য এবং ৩ ভাগ গণিত প্রশ্নের জন্য দিতে হবে।
 এখন বাংলার জন্য সময় লাগে = $১২০ \div ৪ = ৩০$ মিনিট।
 সুতরাং গণিতের জন্য সময় লাগে $৩ \times ৩০ = ৯০$ মিনিট।

Note: ভগ্নাংশ আকারে মুখে মুখে চিন্তা করা কঠিন।
 এজন্য এখানে, ভগ্নাংশকে না আনার জন্য এক তৃতীয়াংশকে
 উল্টোপাশে ৩গুণ ধরা হয়েছে।

(৪.গ) বেঞ্চ ও ছাত্র সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৫৫. একটি বালিকা বিদ্যালয়ের একটি শ্রেণীকক্ষে প্রতিবেঞ্চে ৬ জন করে ছাত্রী বসলে ২ টি বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু প্রতিবেঞ্চে ৫ জন করে ছাত্রী বসলে ৬ জন ছাত্রীকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। এই শ্রেণীর বেঞ্চের সংখ্যা কয়টি? [৯ম শ্রেণী, (অনু: ৫.১)]
 ক. ২৪ টি খ. ২২ টি গ. ২০ টি ঘ. ১৮ টি

সমাধান: ধরি, মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
 ৬ জন করে বসলে মোট ছাত্রী = $৬(x-২)$ (২ বেঞ্চ খালি থাকায় মোট বেঞ্চ থেকে বিয়োগ করে ৬ জন করে তাই ৬ গুণ)
 ৫ জন করে বসলে মোট ছাত্রী = $৫x+৬$ (৫জন করে বসলে সব বেঞ্চ পূর্ণ হয়ও ৬ জন দাঁড়িয়ে থাকে। তাই ৬ যোগ)
 প্রশ্নমতে, $৬(x-২) = ৫x+৬$ (উভয় পাশে মোট ছাত্রী সংখ্যা সমান) $\Rightarrow ৬x-১২ = ৫x+৬ \therefore x = ১৮$

৫৬. একটি শ্রেণির প্রতি বেঞ্চে ৪ জন করে ছাত্র বসলে ৩ খানা বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে ৩ জন করে বসলে ৬ জন ছাত্র দাঁড়িয়ে থাকে। এই শ্রেণীর ছাত্র সংখ্যা কত? [BADC (AO)-2017] + [প্রাথমিক সহ: শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮] + [সমাজসেবা অধিদপ্তর (হাউজ প্যারেন্ট কাম টিচার): ২০২০]
 ক. ৫০ খ. ৬০ গ. ৭০ ঘ. ৮০

লিখিত সমাধান: (মোট ছাত্রসংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ)
 মনে করি, ছাত্রসংখ্যা = x
 প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪} + ৩ = \frac{x-৬}{৩}$ [দু' পাশে বেঞ্চসংখ্যা সমান]
 $\Rightarrow \frac{x+১২}{৪} = \frac{x-৬}{৩}$
 $\Rightarrow ৪x-২৪=৩x+৩৬ \therefore x = ৬০$
 সুতরাং এই ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা = ৬০ জন।

বিকল্প সমাধান: (বেঞ্চের সংখ্যাকে x ধরে সহজ সমীকরণ)
 ধরি, মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
 এখন মোট ছাত্র = প্রতি বেঞ্চে বসা ছাত্র \times বেঞ্চ সংখ্যা
 প্রশ্নমতে, $৪(x-৩) = ৩x+৬$ (জন \times ছাত্র ভর্তি বেঞ্চ = মোট ছাত্র)
 $\Rightarrow ৪x-১২ = ৩x+৬ \therefore x = ১৮$
 \therefore এই ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা = $৩ \times ১৮ + ৬ = ৫৪ + ৬ = ৬০$ জন।
 যুক্তি: বেঞ্চ ৩ টি খালি থাকা অর্থাৎ $(x-৩)$ বেঞ্চ পূর্ণ আছে।
 আবার ৬ জন দাঁড়িয়ে অর্থ বসা $৩x$ এর সাথে ৬ ও যোগ হবে।

অপশন টেস্ট: ৪ এবং ৩ উভয় দিয়েই ভাগ করা যায় এমন সংখ্যা মাত্র ১টিই আছে যা হলো ৬০।

৫৭. একটি শ্রেণির প্রতি বেঞ্চে ৫ জন করে ছাত্র বসলে ৫ খানা বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে ৩ জন করে বসলে ৭ জন ছাত্র দাঁড়িয়ে থাকে। এই শ্রেণির ছাত্র সংখ্যা কত? [বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৪]
 ক. ৮৫ খ. ৭৫ গ. ৬৫ ঘ. ৫৫

লিখিত সমাধান: (মোট ছাত্র সংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ)

ধরি, মোট ছাত্রসংখ্যা = x
 প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৫} + ৫ = \frac{x-৭}{৩}$ [কারণ বেঞ্চ সংখ্যা সমান]
 $\Rightarrow \frac{x+২৫}{৫} = \frac{x-৭}{৩}$
 $\Rightarrow ৫x-৩৫ = ৩x+৭৫ \Rightarrow ২x = ১১০ \therefore x = ৫৫$
 সুতরাং এই ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা = ৫৫ জন।

বিকল্প সমাধান: (বেঞ্চের সংখ্যাকে x ধরে)

ধরি, এই ক্লাসে মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
 প্রশ্নমতে, $৫(x-৫) = ৩x+৭$ (উভয় পাশে মোট ছাত্র সমান)
 $\Rightarrow ৫x-২৫ = ৩x+৭ \Rightarrow ২x = ৩২ \therefore x = ১৬$
 \therefore এই ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা = $৩ \times ১৬ + ৭ = ৪৮ + ৭ = ৫৫$ জন।
 পরামর্শ: বেঞ্চের সংখ্যা ধরে করলে কোন কনফিউশন থাকবে না এবং খুব সহজে সমীকরণ সাজানো যাবে। তবে যেভাবে যুক্তি ক্রিয়ার হয় সেভাবেই করার চেষ্টা করুন।

নিজে করুন:

৫৮. একটি শ্রেণিতে কিছু বেঞ্চ আছে। যদি প্রতি বেঞ্চে ৪ জন ছাত্র-ছাত্রী বসে, তবে ৩টি বেঞ্চ ফাঁকা থাকে আবার যদি প্রতি বেঞ্চে ৩ জন করে বসে, তবে ৩ জন ছাত্র-ছাত্রী দাঁড়িয়ে থাকে। শ্রেণিতে মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?
 ক. ৩৬ খ. ৪২ গ. ৪৮ ঘ. ৫৪ উত্তর: গ

[Hints: বেঞ্চের সংখ্যা = x ধরে, $৪(x-৩) = ৩x+৩$ সুতরাং বেঞ্চ $x = ১৫$ এবং ছাত্র-ছাত্রী = $(৩ \times ১৫) + ৩ = ৪৮$]

৫৯. n সংখ্যক চকলেট থেকে একটি ক্লাসের সকল ছাত্রকে ৩ টি করে চকলেট দিলে ৫টি চকলেট অবশিষ্ট থাকে। কিন্তু ৪টি করে চকলেট দিতে গেলে আরো ২১টি চকলেটের প্রয়োজন হয়। এই ক্লাসের ছাত্র সংখ্যা কত? [CGDF-(Auditor)-2019]
 ক. ১৬ খ. ২১ গ. ২৩ ঘ. ২৬ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = x জন। [এখানে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যাই আপের অংকগুলোর বেঞ্চের সংখ্যার মতই]
 প্রশ্নমতে, $৩x+৫ = ৪x-২১$ [এখানে বামে, ৩টা করে ৫ জনকে দিতে $৩x$ টি লাগার পরও ৫টি অবশিষ্ট তাই ৫ যোগ কিন্তু ৪টি করে দিতে $৪x$ টি লাগবে কিন্তু এতগুলো নাই বরং ২১টি কম তাই বিয়োগ এভাবে উভয় পাশে মোট চকলেটের সংখ্যা সমান সমান।]
 $\therefore x = ২৬$ সুতরাং এই ক্লাসের ছাত্র-সংখ্যা = ২৬ জন।

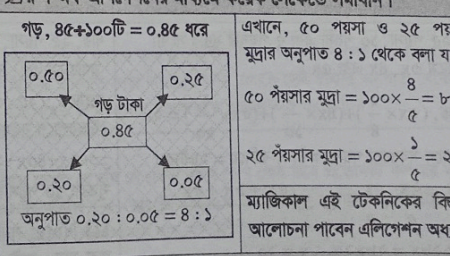
(৪.ঘ) টাকা ও পয়সা সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৬০. একটি বাস্তব পঞ্চাশ পয়সা ও পঁচিশ পয়সার মোট ১০০ টি মুদ্রা পাওয়া গেল। হিসাব করে দেখা গেল, এতে ৪৫ টাকা হয়। এতে কোন প্রকার মুদ্রার সংখ্যা কত? [১৪শ বিজ্ঞান(সহকারী জজ)-২০২১]
 ক. ৫০, ৫০ খ. ৮০, ২০ গ. ৬০, ৪০ ঘ. ২০, ৮০ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

ধরি, ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে = x টি
 \therefore ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে = $(১০০-x)$ টি
 প্রশ্নমতে, $৫০x + ২৫(১০০-x) = ৪৫ \times ১০০$
 $\Rightarrow ৫০x + ২৫০০ - ২৫x = ৪৫০০$
 $\Rightarrow ২৫x = ৪৫০০ - ২৫০০$
 $\Rightarrow ২৫x = ২০০০ \therefore x = ৮০$
 বাস্তবতে ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে $x = ৮০$ টি
 ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে = $১০০ - ৮০ = ২০$ টি

রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান।



অঙ্কি পরীক্ষা: ৮০টি ৫০ পয়সার + ২০টি ২৫ পয়সা মিলে মোট = $(৫০ \times ৮০) + (২৫ \times ২০) = ৪৫০০$ পয়সা = ৪৫ টাকা।

মিনিজে করুন: (এই অংকগুলো এলিগেশনের মাধ্যমে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করতে এলিগেশন অধ্যায়টি দেখে আসুন)

৬১. মি. x দৈর্ঘ্যে ২ টাকা, ও ৫ টাকার মোট ৩০টি নোট সম্বলিত মানিব্যাগ হারিয়ে ফেললেন। যেখানে টাকার পরিমাণ ছিল ১২০ টাকা। ঐ ব্যাগে ৫ টাকার কতটি নোট ছিল?
ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২০

[Hints: ৫টাকার নোট x টি ধরে, $5x + 2(30-x) = 120$ টাকা হলে $x = 20$ টি]

৬২. ১২০টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও দশ পয়সার মুদ্রা একত্রে ২৭ টাকা হলে, পঁচিশ পয়সার মুদ্রার ও দশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা কত?
[সোনালী ব্যাংক (সিনিয়র অফিসার)-২০১৪/
ক. ১০০ টি ও ২০টি খ. ৯০টি ও ৩০টি গ. ৮০টি ও ৪০ টি ঘ. ৭০টি ও ৫০ টি]

[Hints: পঁচিশ পয়সার মুদ্রা x টি ধরে, প্রশ্নমতে, $25x + 10(120-x) = 27 \times 100 \therefore x = 100$ টি]

৬৩. হাসানের কাছে যতটি ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে তার থেকে ২৬% বেশি ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে। আবার যতগুলো ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে তার ১৫০% এক টাকার মুদ্রা আছে। যদি তার কাছে মোট ২৭৭ টাকা থেকে থাকে তাহলে তার কাছে কতগুলো এক টাকার মুদ্রা আছে? [বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯+ [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ)-২০১৯ (আইবিএ)]
ক. ১৯৫ খ. ১৮৯ গ. ১৯৮ ঘ. ১৫০ ঙ. কোনোটিই নয়]

সমাধান: ধরি, ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে ১০০xটি। তাহলে ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে = ১২৬x টি
এবং ১টাকার মুদ্রা আছে ১২৬x এর ১৫০% = ১৮৯x টি।

প্রশ্নমতে, $(100x \times 0.25) + (126x \times 0.50) + (189x \times 1) = 279$ [সবগুলোর পয়সাকে টাকা বানালে যোগফল = ২৭৭]
 $\Rightarrow 25x + 63x + 189x = 279 \Rightarrow 277x = 279 \therefore x = 1$ সুতরাং ১ টাকার মুদ্রা আছে = ১৮৯x = ১৮৯x = ১৮৯টি।

Learning Point: প্রশ্নটিতে % এবং অজানার রাশির হিসেব একই সাথে থাকায় x এবং ১০০ একত্রে ১০০x ধরা হয়েছে।

৬৪. একটি বাস্তবে ৫০ পয়সা, ২৫ পয়সা ও ১০ পয়সার মুদ্রা যথাক্রমে ১ : ২ : ৫ অনুপাতে আছে। যদি সর্বমোট ৩৩ টাকা হয়ে থাকে, তাহলে শুধু ৫০ পয়সার মুদ্রা মিলিয়ে সেখানে কত টাকা আছে? [এন এস আই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৮]
ক. ১২ টাকা খ. ১৫ টাকা গ. ১১ টাকা ঘ. ১০ টাকা]

সমাধান: মনে করি, ৫০ পয়সা, ২৫ পয়সা ও ১০ পয়সা মুদ্রা আছে যথাক্রমে = x, ২x এবং ৫x টি।
প্রশ্নমতে, $50x + (25 \times 2x) + (10 \times 5x) = 33 \times 100$ [এখানে বামে সব পয়সা তাই = ৩৩টাকা $\times 100$ = পয়সা]
 $\Rightarrow 50x + 50x + 50x = 3300 \Rightarrow x + x + x = 33 \times 2 \Rightarrow 3x = 33 \times 2 \therefore x = 22$
সুতরাং ৫০ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = ২২টি এবং টাকায় যার পরিমাণ = $22 \times 0.5 = 11$ টাকা।

৬৫. একটি থলেতে ২৫ পয়সা, ১০ পয়সা ও ৫ পয়সার মুদ্রা ৩ : ৪ : ৫ অনুপাতে আছে। যদি সবগুলো মিলিয়ে ২৮ টাকা হয়, তবে ১০ পয়সার মুদ্রা কতটি? [BADC-(Store Keeper)-2017+ [তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]
ক. ৮০ টি খ. ৬০ টি গ. ১০০ টি ঘ. ১১০ টি]

<p>শিখিত সমাধান: (ভগ্নাংশ বানিয়ে টাকা ধরে সমাধান)</p> <p>ধরি, ২৫ পয়সা, ১০ পয়সা এবং ৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা যথাক্রমে ৩x, ৪x এবং ৫x।</p> <p>প্রশ্নমতে, $(3x \times \frac{1}{4}) + (4x \times \frac{1}{2}) + (5x \times \frac{1}{20}) = 28$</p> <p>[উভয়পাশে সবগুলো পয়সাকে টাকা বানিয়ে = ২৮টাকা]</p> <p>$\Rightarrow \frac{3x}{8} + \frac{2x}{5} + \frac{x}{4} = 28 \Rightarrow \frac{5x + 8x + 5x}{20} = 28$</p> <p>$\Rightarrow 28x = 28 \times 20 \therefore x = 20$</p> <p>সুতরাং ১০ পয়সার মুদ্রা = $8 \times 20 = 160$ টি।</p>	<p>বিকল্প সমাধান: (ভগ্নাংশ ছাড়াই পয়সা ধরে সহজ সমাধান)</p> <p>ধরি, ২৫ পয়সা, ১০ পয়সা এবং ৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা যথাক্রমে ৩x, ৪x এবং ৫x।</p> <p>প্রশ্নমতে, $(25 \times 3x) + (10 \times 4x) + (5 \times 5x) = 28 \times 100$</p> <p>(উভয়পাশে সবগুলো মুদ্রা মিলে মোট পয়সা = ২৮০০ পয়সা)</p> <p>$\Rightarrow 75x + 40x + 25x = 28 \times 100 \Rightarrow 140x = 2800 \therefore x = 20$</p> <p>সুতরাং ১০ পয়সার মুদ্রা আছে = $8x = 8 \times 20 = 160$ টি।</p> <p>Note: সমীকরণে ভগ্নাংশ না আসলে হিসেবগুলো খুব দ্রুত করা যায়। তাই ভগ্নাংশ ছাড়াই যেভাবে সমীকরণ সাজানো যায় সেভাবে সমাধান করাই উত্তম।</p>
--	--

নিজে করুন:

৬৬. একটা থলিতে ১ টাকা, ৫০ পয়সা, ২৫পয়সা ও ১০ পয়সার সমান সংখ্যক মুদ্রা আছে এবং সর্বসমেত ৫৫.৫০ টাকা আছে। প্রত্যেক প্রকার মুদ্রার সংখ্যা কত? [দিলীপি দমন ব্যুরো নির্বাচনী পরীক্ষা: ১৯৮৪]
ক. ৩০ খ. ২৫ গ. ৩৫ ঘ. ৪০]

[Hints: মুদ্রার সংখ্যা সমান তাই প্রতি ধরনের মুদ্রা = x টি ধরে, $1 \times x + 0.50x + 0.25x + 0.10x = 55.50 \therefore x = 30$]

৬৭. একটি বাস্তবে ১ টাকা ৫০ পয়সা ও ২৫পয়সার মুদ্রার অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ ও মুদ্রাগুলির মোট মূল্যে ১০০ টাকা। প্রত্যেক মুদ্রার সংখ্যা যথাক্রমে কত হবে?
ক. ৪৮, ৬৪, ৮০ খ. ৪৮, ৬০, ৭০ গ. ৫৫, ৭৫, ৯০ ঘ. ৪৪, ৮৬, ৮০]

[Hints: $(3x \times 1) : (4x \times 0.5) : (5x \times 0.25) = 3x : 2x : 1.25x = 100 \therefore x = 16$ উত্তর: $16 \times (3 : 4 : 5) = 48, 64, 80$]

৬৮. একটি বাস্তবে মোট ৩৮৪ টি মুদ্রা আছে। যদি ১ টাকা, ৫০ পয়সা, ২৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যার অনুপাত ২ : ৩ : ৭ হয় তবে বাস্তবে মুদ্রাগুলির মোট মূল্য কত?
ক. ২১৬ টাকা খ. ১১৮ টাকা গ. ১৬৮ টাকা ঘ. ১৩০ টাকা]

[Hints: $384 \div (2+3+7) = 32$ টি করে। এখন মোট টাকা = $(2 \times 32 \times 1) + (3 \times 32 \times 0.5) + (7 \times 32 \times 0.25) = 168$ টাকা]

৬৯. একটি থলেতে ১টাকা, ৫০পয়সা ও ২৫পয়সার মূল্যমানের ৪৯০ টি মুদ্রা রয়েছে। মুদ্রাগুলোর মূল্যমানের অনুপাত ১১ : ৯ : ৫ হলে ৫০ পয়সা মূল্যমানের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি? [ICB-Capital Management (AP)-2019]
ক. ৯৯ টি খ. ১৮০ টি গ. ১৫০ টি ঘ. ১৬২ টি]

সমাধান: (আগের অংকে মুদ্রাগুলোর অনুপাত দেয়া ছিল কিন্তু এখানে টাকার অনুপাত)

ধরি, ১টাকা, ৫০ পয়সা এবং ২৫ পয়সার মুদ্রাগুলোর মূল্যমানের বা টাকার পরিমাণ যথাক্রমে ১১x, ৯x এবং ৫x টাকা।
তাহলে ১টাকার মুদ্রা আছে = $\frac{11x}{1} = 11x$ টি।
 \therefore ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে = $\frac{9x}{0.5} = 18x$ টি। (১৮x টি ৫০ পয়সা মিলে হয় ৯x টাকা। যেহেতু অনুপাত গুলোর মান টাকা)
 \therefore ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে = $\frac{5x}{0.25} = 20x$ টি। (২০x টি ২৫ পয়সা মিলে হয় ৫x টাকা।)
প্রশ্নমতে, $11x + 18x + 20x = 490$ (সবগুলো মুদ্রার সংখ্যা যোগ করলে যোগফল = ৪৯০টি মুদ্রা)
 $\Rightarrow 49x = 490 \therefore x = 10$ সুতরাং, ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে, $18 \times 10 = 180$ টি।

Most Important Point: অন্য অংকগুলোতে পয়সার সংখ্যার অনুপাত ছিল কিন্তু এখানে সেই পয়সাগুলো মিলে যে টাকা হয় সেই টাকার অনুপাত বা পয়সার মূল্যমানের অনুপাত দেয়া আছে। এজন্য এখানে সেই টাকার অনুপাত থেকে পয়সার সংখ্যা বের করে তারপর হিসেব করা হয়েছে। এই পয়েন্ট টা না বুঝলে বিভ্রান্ত হতে পারেন তাই গুরুত্ব দিন।

৭০. এক ব্যক্তি ২৪০ টাকায় কতগুলো কলম কিনে দেখল যে যদি সে একটি কলম বেশি পেত তবে প্রত্যেকটি কলমের মূল্য গড়ে ৫ টাকা করে কম পড়ত। সে কতগুলো কলম কিনেছিল? [৩৪ -তম বিসিএস+১৯ম-১০ম শ্রেণী-৫-২(উদাহরণ)+পেট্রোবাংলা (হিসাবসাহকারী): ২০১৯+ [বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]
ক. ১৩ খ. ১৪ গ. ১৫ ঘ. ১৬]

লিখিত সমাধান: দামের পার্থক্য = ১ টাকা ধরে।

ধরি, ২৪০ টাকায় কিনেছিল = x টি কলম
তাহলে প্রথমে দাম = $\frac{280}{x}$ এবং নতুন দাম = $\frac{280}{x+1}$
প্রশ্নমতে, $\frac{280}{x} - \frac{280}{x+1} = 1$ [দুই দামের পার্থক্য ১ টাকা]
 $\Rightarrow \frac{280x + 280 - 280x}{x(x+1)} = 1$
 $\Rightarrow x^2 + x = 280$
 $\Rightarrow x^2 + x - 280 = 0$
 $\Rightarrow x^2 + 16x - 15x - 280 = 0$
 $\Rightarrow x(x+16) - 15(x+16) = 0$
 $\Rightarrow (x+16)(x-15) = 0$
হয়, $x+16=0$ অথবা, $x-15=0$
 $\therefore x = -16$ $\therefore x = 15$
যেহেতু কলমের সংখ্যা ঋনাত্মক হতে পারে না।
 $\therefore x \neq -16$ সুতরাং $x = 15$

শর্টকাট সমাধান: (২৪০ কে ভেঙ্গে মুখে মুখে উত্তর)

যেহেতু ১টা কলম বেশি পাওয়ার আগেও খরচ ২৪০ টাকা হই। তাহলে ২৪০ কে মোট কলমের সংখ্যা পরে ভাগ করা যায় এবং ১টি কলম যোগ করায় তার পরের সংখ্যা দিয়েও নিঃশেষে ভাগ করা যায়। তাহলে ২৪০ কে ভাগলে

২৪০	
১৫টি কলম	১৬ টাকা
১৫+১ = ১৬টি	১৫ টাকা
১টি বাড়লো	১ টাকা কমলো

কিভাবে বুঝবেন যে ২৪০ কে $15 \times 16 = 240$ এভাবে ভাগতে হবে? উৎপাদক বের করার নিয়মে ২৪০ কে ভাগতে হবে। এখন এমনভাবে সংখ্যা গুলোর সমন্বয় করতে হবে যাতে পর পর দুটি সংখ্যা আসে যাদের পার্থক্য ১ হয়। এখানে $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ এর সাথে ১৫ গুণ করলে ২৪০ হবে। যেহেতু প্রথমে ১টি কলম কম কিনেছিল তাই উত্তর ১৫টি।

সুপরিমুখে মুখে করার টেকনিক: যখন ২৪০ কে ভাগ করার বিষয়টি বুঝবেন তখন ক্যালকুলেশন করতে না গিয়ে অপশন ধরেই উত্তর মেলাতে পারবেন। ২৪০ কে ভাগ করার মাধ্যমেই যুক্তি ক্লিয়ার হয়ে থাকবে। অপশনের ১৫ ও ১৬ দিয়ে ২৪০ কে ভাগ করা যায়। শুরুতে ১টা কম কিনেছিল তাই উত্তর হবে ১৫টি।

৭১. রাশেদ ১২০ টাকায় কয়েকটি মার্বেল কিনল। সে যদি ঐ টাকায় ২টি মার্বেল বেশি পেত, তবে প্রতিটি মার্বেলের দাম গড়ে ২ টাকা কম পড়ত। সে আসলে কতটি মার্বেল কিনেছিল? (খাদ্য অধিদপ্তর-২০০৯) [BADC - (Computer-Operator)-2018] + [এনএসআই (ওয়ার্ডার কনস্টেবল)-২০১৯] + [দুর্যোগ ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার): ২০২১] ক. ১০টি খ. ১২টি গ. ২০টি ঘ. ২৫টি উত্তর: ক

বিস্তারিত সমাধান: শর্টকাট সমাধান:

প্রথমে মার্বেল কিনেছিল = x টি। প্রশ্নমতে, $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+2} = 2$ টাকা। সমাধান করে উত্তর: $x = 10$ টি।	পাশের চিত্রটির মত করে ১২০ কে এমনভাবে ভাগতে হবে যাতে দুটি সংখ্যা দিয়ে ১২০ কে ভাগ করা যায় যাদের পার্থক্য ২ হবে। এমন সংখ্যা হলো ১০ ও ১২। শুরুতে ২টি কম তাই উত্তর: ১০টি।
--	--

১২০	
১০টি মার্বেল	১২ টাকা
১০+২ = ১২টি	১০ টাকা
২টি বাড়লো	২ টাকা কমলো

নিজে করুন: ৭২. একদল ছাত্র পিকনিকে যাবার জন্য ৩,০০০ টাকা দিয়ে একটি বাস ভাড়া করে। প্রত্যেকে সম-পরিমাণ চাঁদা দেবার সিদ্ধান্ত নেয়। কিন্তু ১০ জন ছাত্র না যাওয়ায় আনুমানিক প্রাথমিক হিসাব থেকে জন প্রতি চাঁদার পরিমাণ ১০ টাকা বৃদ্ধি পায়। কতজন ছাত্র পিকনিকে যাবার জন্য রেজিস্ট্রেশন করেছিল? [BB-(AD)-2006] ক. ৫০ খ. ৬০ গ. ৮০ ঘ. ৯০ উত্তর: খ [Hints: ৩০০০ কে ভাগলে = ৬০জন x ৫০ টাকা = ৩০০০ আবার, ৫০জন x ৬০ টাকা = ৩০০০। সুতরাং উত্তর: ৬০ জন।

৭৩. ২০ জন বাচ্চা মध्ये কিছু সংখ্যক চকলেট সমানভাবে ভাগ করে বিতরণ করা হলো। যদি আর একটি চকলেট বেশি থাকতো এবং একজন বাচ্চা বেশি হতো, তবে প্রত্যেক বাচ্চা একটি করে চকলেট কম পেত। মোট কতটি চকলেট ছিল? [জিনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর (উপসহকারী পরিচালক)-২০০১] ক. ৪২০ খ. ৮২০ গ. ৪৪০ ঘ. ৮৪০ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, মোট চকলেটের সংখ্যা = x টি \therefore প্রতিটি বাচ্চা চকলেট পাবে = $\frac{x}{20}$ টি

আবার, চকলেট সংখ্যা ১টি ও বাচ্চা সংখ্যা ১ জন বৃদ্ধি পেলে প্রত্যেকে চকলেট পাবে = $\frac{x+1}{21}$ টি
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{20} - \frac{x+1}{21} = 1 \Rightarrow \frac{21x - 20x - 20}{820} = 1 \Rightarrow \frac{x-20}{820} = 1 \Rightarrow x-20 = 820 \therefore x = 840$ টি।

নিজে করুন: ৭৪. একটি অনুষ্ঠানে ২০০ টি মিষ্টি কিছু সংখ্যক শিশুর মধ্যে সমানভাবে বন্টন করা হলো। যদি উক্ত অনুষ্ঠানে আরও ১ জন শিশু উপস্থিত হতো, তাহলে প্রত্যেককে সমভাবে মিষ্টি দিতে আরও ২০টি অতিরিক্ত মিষ্টি প্রয়োজন হতো। উক্ত অনুষ্ঠানে কতজন শিশু উপস্থিত ছিল? (জাতীয় সংসদ সচিবালয়ের সহকারী পরিচালক-২০০৬) ক. ২০ জন খ. ১০জন গ. ২৫জন ঘ. ২২জন উত্তর: খ [Hints: অতিরিক্ত ১ জনের জন্য যদি অতিরিক্ত ২০টি মিষ্টি লাগে তাহলে ২০০টি মিষ্টি = ২০০+২০ = ১০ জন।

৭৫. সুমনের কাছে ৮ টাকা আছে তা দিয়ে সে ১৮ টি ডাকটিকিট ক্রয় করতে পারে। যদি প্রতিটি ডাকটিকিটের মূল্য ৪ টাকা কম হত তাহলে সে আরো দুটি ডাকটিকিট বেশি ক্রয় করতে পারত। তার কাছে কত টাকা আছে? [BADC (বিজ্ঞান পদ)-২০১৮] ক. ১৮০ খ. ৩৬০ গ. ৫৪০ ঘ. ৭২০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (মোট টাকা কে x ধরে সমীকরণ) সহজ সমাধান: প্রতিটি ডাকটিকিটের মূল্য x ধরে সমীকরণ

ধরি, সুমনের কাছে থাকা টাকার পরিমাণ = x
ধরি, ১টি ডাকটিকিটের মূল্য = x টাকা
(টিকিট কম বেশি যা ই পাওয়া যাক না কেনো উভয় ক্ষেত্রে মোট টাকার পরিমাণ সমান ছিল। তাই মোট টাকা = মোট টাকা ধরে)
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{18} - \frac{x}{20} = 8$ [দু দামের পার্থক্য = ৪ টাকা]
প্রশ্নমতে, $18x = 20(x-8)$ [উভয়পাশে মোট টাকা সমান]
 $\Rightarrow 18x = 20x - 80 \Rightarrow 2x = 80 \therefore x = 40$
 \therefore সুমনের কাছে থাকা টাকার পরিমাণ = $18x = 18 \times 40 = 720$

সুতরাং সুমনের কাছে মোট ৭২০ টাকা ছিল।

সুপরিমুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন: ১৮টি এবং ১৮+২ = ২০ টি দিয়ে অপশনের সংখ্যাগুলোর মধ্যে যাকে ভাগ করলে ভাগফল দুটির পার্থক্য ৪ হবে তাই উত্তর: এখানে ৭২০ ধরে হিসেব করলে মিলে যায় তাই এটিই উত্তর।

৭৬. প্রতিটি কার্টুনে সমান সংখ্যক দিয়াশলাই দ্বারা ২৪টি কার্টুনে ভর্তি করা যায়। প্রতিটি কার্টুনে যদি ৪টি দিয়াশলাই কম দেয়া হয়, তবে ২৮টি কার্টুনে সমান সংখ্যক দিয়াশলাইয়ের সংকুলান হয়। দিয়াশলাইয়ের মোট সংখ্যা কত? [BRDB এর উন্নয়ন কর্ম ০৯] ক. ৪৮০ খ. ৫৬০ গ. ৬৭২ ঘ. ২৮৮ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা x ধরে) সহজ সমাধান: (প্রতি কার্টুনে দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা x ধরে)

ধরি, মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = x টি।
ধরি, সমীকরণ সাজানোর লজিক নিয়ে আগে ভাবুন।
২৪টি বা ২৮টি কার্টুনে ভরা হোক প্রতিটিতে দিয়াশলাই কম বেশি যা ই থাকুক মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা উভয় ক্ষেত্রে সমান সমান। (টাকা বন্টন, চাঁদার টাকা সম্পর্কিত প্রশ্নগুলোর মতই)

প্রথমে প্রতিটি কার্টুনে দিয়াশলাই ছিল = $\frac{x}{24}$ টি।
পরবর্তীতে প্রতিটি কার্টুনে দিয়াশলাই ছিল = $\frac{x}{28}$ টি।
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{24} - \frac{x}{28} = 8$ (কারণ প্রথমবারের প্রতিটির থেকে ২য় বারের প্রতিটিতে ৪টি করে কম তাই পার্থক্য = ৪ টি)
 $\Rightarrow \frac{7x - 6x}{168} = 8 \therefore x = 672$ । উত্তর: = ৬৭২টি

ধরি, প্রথমে প্রতিটি কার্টুনে দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = x টি।
 \therefore ৪টি করে কম হলে মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = $x-8$ টি।
প্রশ্নমতে, $28x = 24(x-8)$ [৪টি কম বেশি হলেও উভয় ক্ষেত্রে মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা সমান]
 $\Rightarrow 28x = 24x - 192 \Rightarrow 4x = 192 \therefore x = 48$
সুতরাং মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = $28 \times 48 = 672$ টি।

সুপরিমুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন: অপশনের মধ্যে শুধুমাত্র ৬৭২ কে ২৪ এবং ২৮ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায়।

৭৭. একটি লক্ষে যাত্রী সংখ্যা ৫০। মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু ১৫ টাকা এবং মোট ভাড়া ১২০০ টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী কত? [NSI-(ওয়াটার কনস্টেবল)-২০১৯]
ক. ৩০ ঘ. ২০ গ. ১০ ঘ. ৬০

শিথিল সমাধান:

ধরি, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = x জন,
ডেকের যাত্রী সংখ্যা = $(৫০ - x)$ জন,
আবার, ডেকের ভাড়া = ১৫ টাকা
∴ কেবিনের ভাড়া = $১৫ \times ২ = ৩০$ টাকা।
প্রশ্নমতে,
 $৩০x + ১৫ \times (৫০ - x) = ১২০০$
 $\Rightarrow ৩০x + ৭৫০ - ১৫x = ১২০০$
 $\Rightarrow ১৫x = ৪৫০ \therefore x = ৩০$
∴ কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = ৩০ জন।

গড় ভাড়া ধরে এলিপেশন

কেবিন	ডেক
৩০	১৫
গড় ভাড়া ২৪	
৯	৬
অনুপাত ৯ : ৬ = ৩ : ২	

কেবিনের যাত্রী = $৫০ \times \frac{৩}{৫} = ৩০$

মোট ভাড়া ধরে এলিপেশন

কেবিন	ডেক
১৫০০	৭৫০
মোট ভাড়া ১২০০	
৪৫০	৩০০
অনুপাত = ৪৫০ : ৩০০ = ৩ : ২	

যেখানেই মিশ্রণের মত দুটি উপাদানের বিষয় আসবে সেখানেই এলিপেশন।

শ্রী নিজে করুন:

৭৮. একটি লক্ষে যাত্রী সংখ্যা ৪৭। মাথাপিছু কেবিন ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের মাথাপিছু ভাড়া ৩০ টাকা। মোট ভাড়া প্রাপ্তি ১৬৮০ টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী কত? [পুরাতন সিলেবাসের বোর্ড বই-(৯ম-১০ম)]
ক. ৬ ঘ. ৭ গ. ৮ ঘ. ৯

[Hints: কেবিনের যাত্রী সংখ্যা x জন ধরে, প্রশ্নমতে, $৬০x + ৩০(৪৭ - x) = ১৬৮০$ সুতরাং কেবিন = ৯ জন।

৭৯. ৯৮ টি কমলা দুইটি বুড়ির মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে রাখা হল যে বড় বুড়ির কমলার সংখ্যার ছয়গুণ ছোট বুড়ির কমলার সংখ্যার ছয়গুণের চেয়ে ১২ টি বেশি। বড় বুড়িতে ছোট বুড়ি অপেক্ষা কতটি কমলা বেশি ছিল? [CGDF-(J-Auditor)-19]
ক. ২টি ঘ. ৩টি গ. ৫টি ঘ. ৬টি

সমাধান: ধরি, বড় বুড়ির কমলার সংখ্যা = x টি এবং ছোট বুড়ির কমলার সংখ্যা = y টি।
প্রথম শর্তমতে, $x + y = ৯৮$ (এই সমীকরণকে ব্যবহারের প্রয়োজনই হবে না)
এবং ২য় শর্তমতে, $৬x - ৬y = ১২$ (কারণ দুই বুড়ির কমলা গুলোকে ৬গুণ করলে বড়টিতে ১২টি বেশি হয়)
∴ $x - y = ২$ (প্রশ্নে যেহেতু এই ব্যবধানই বের করতে বলা হয়েছে তাই $x - y = ২$ অর্থাৎ ২ ই উত্তর)

৮০. জুন মাসে প্রতি কেজি ফজলি ও প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম একই ছিল। জুলাই মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম ৪০% বৃদ্ধি পেল এবং প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম ২০% হ্রাস পেল। যদি জুলাই মাসে সমান পরিমাণ ফজলি ও ল্যাংড়া আমের মিশ্রণের প্রতি কেজির দাম ৭৭ টাকা হয়, জুন মাসে এক কেজি ল্যাংড়া আমের দাম কত টাকা ছিল? [CGDF-(Auditor)-19]
ক. ৭৭ ঘ. ৭৫ গ. ৭০ ঘ. ৬৬

সমাধান: ধরি, জুন মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম x টাকা সুতরাং প্রতিকেজি ল্যাংড়া আমের দাম x টাকা।
জুলাই মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম = x এর ১৪০% = $১.৪x$
আবার জুলাই মাসে প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম = x এর ৮০% = $০.৮x$ টাকা
সুতরাং জুলাই মাসে ১ কেজি ফজলি + ১ কেজি ল্যাংড়া আমের মোট মূল্য = $১.৪x + ০.৮x = ২.২x$ টাকা।
অর্থাৎ $(১+১) = ২$ কেজির একত্রে মূল্য = $২.২x$ টাকা হলে ১ কেজির মূল্য গড়ে = $২.২x \div ২ = ১.১x$ টাকা
প্রশ্নমতে, $১.১x = ৭৭ \therefore x = \frac{৭৭}{১.১} = \frac{৭৭ \times ১০}{১১} = ৭০ \therefore$ জুন মাসে ১ কেজির ল্যাংড়া আমের দাম ছিল = ৭০ টাকা।

→ শুদ্ধ পরীক্ষা: $(৭০ \text{ এর } ১৪০\% = ৯৮) + (৭০ \text{ এর } ৮০\% = ৫৬) = ১৫৪$ তাহলে ১ কেজি = $১৫৪ \div ২ = ৭৭$ টাকা।

৮১. একটি বালককে, কোন একটি নির্দিষ্ট সংখ্যাকে ২৫ দ্বারা গুণ করতে বলা হল। সে ভুল করে ৫২ দ্বারা গুণ করার সঠিক ফলাফলের থেকে ৩২৪ বেশি ফলাফল পেল। নির্দিষ্ট সংখ্যাটি কত? [PKB (SO) -2014]
ক. ১২ ঘ. ১৫ গ. ২৫ ঘ. ৩২

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x
প্রশ্নমতে, $x \times ৫২ - x \times ২৫ = ৩২৪$ [ভুল ফল - সঠিক ফল = ৩২৪] $\Rightarrow ২৭x = ৩২৪ \therefore x = ১২$

পদ্ধতি-০৫ : সমীকরণের বিবিধ

সাধারণ সমীকরণের নিয়মে যে প্রশ্নগুলো সমাধান করা যায় না সেগুলো এখানে আলোচনা করা হলো।

৮২. এক ব্যক্তি ব্যাংকে ৫১০ টাকার চেক দিয়ে ২০ টাকার এবং ৫০ টাকার নোট প্রদানের জন্য অনুরোধ করলেন। কত প্রকারে তার অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব? [৪২তম বিসিএস খিলি: (বিশেষ)]
ক. ৩ প্রকারে ঘ. ৪ প্রকারে গ. ৬ প্রকারে ঘ. ৫ প্রকারে

সমাধান:

যেহেতু মোট টাকার পরিমাণ ৫১০ টাকা। তাই প্রতিবার ৫০ টাকার নোট বিজেড সংখ্যক নিতে হবে তাহলে $৫১০ - ৫০ = ৪৬০$ বা $৫১০ - ১৫০ = ৩৬০$ সংখ্যাগুলো ২০ দিয়ে বিভাজ্য হবে। কিন্তু $৫১০ - ১০০ = ৪১০$ এভাবে জোড় সংখ্যক নিলে ২০ দিয়ে বিভাজ্য হবে না।	সুতরাং, $(৫০ \times ১) + ২০ \times ২৩ = ৫১০$ $(৫০ \times ৩) + ২০ \times ১৮ = ৫১০$ $(৫০ \times ৫) + ২০ \times ১৩ = ৫১০$ $(৫০ \times ৭) + ২০ \times ৮ = ৫১০$ $(৫০ \times ৯) + ২০ \times ৩ = ৫১০$ সর্বমোট পাঁচ ভাবে অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব।
---	---

৮৩. একটি বিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে পরীক্ষার ফলাফলের ভিত্তিতে ২৫০ টাকা অথবা ৭৫০ টাকা করে মোট ৩০০০ টাকা বৃত্তি দেয়া হল। অসুত্রে একটি ২৫০ টাকার এবং একটি ৭৫০ টাকার বৃত্তি দেয়া হলে, ২৫০ টাকার বৃত্তির সংখ্যা কতটি হতে পারে না? [CGDF-(Auditor)-2019]
ক. ৩ ঘ. ৬ গ. ৯ ঘ. ১২ ঙ. কোনটিই নয়

সমাধান: ৭৫০ টাকার সর্বনিম্ন একটি বৃত্তি দেয়া হলে অবশিষ্ট টাকা = $৩০০০ - ৭৫০ = ২২৫০$ টাকা।
ধরি, ২৫০ টাকার বৃত্তি সংখ্যা = x টি।
প্রশ্নমতে, $২৫০ \times x = ২২৫০ \therefore x = ৯$ টি সুতরাং ২৫০ টাকার বৃত্তির সংখ্যা সর্বোচ্চ ৯টি অথবা ৯টির কম হতে হবে। কোনভাবেই তা ৯টির বেশি হতে পারবে না। তাই এখানে অপশন গুলোর মধ্যে উত্তর হবে ১২টি। ১২টি বৃত্তি হতে পারবে না।

৮৪. লাভুল ফেরয়ারীর ১৪ তারিখ কিছু গোলাপ ক্রয় করল। তার ক্রয় করা প্রতিটি লাল গোলাপের দাম ১৬ টাকা এবং প্রতিটি সাদা গোলাপের দাম ১৩ টাকা। যদি সে সাদা ও লাল গোলাপ কিনতে মোট ২৯৩ টাকা খরচ করে থাকে, সে কতটি গোলাপ কিনেছিল? [CGDF-(Auditor)-2019]
ক. ৯ ঘ. ১১ গ. ২০ ঘ. ২৫ ঙ. কোনটিই নয়

সমাধান:

ধরি, লাল গোলাপের সংখ্যা = x টি এবং সাদা গোলাপ = y টি। তাহলে, $১৬x + ১৩y = ২৯৩$ (আর কোন কু দেয়া নেই) এখন, অপশন থেকে সংখ্যা নিয়ে হিসেব মেলাতে হবে। দেখা যাচ্ছে $x = ১১$ এবং $y = ৯$ বসালে $১৬ \times ১১ + ১৩ \times ৯ = ২৯৩$ টাকা মিলে যায়। $\Rightarrow ১৭৬ + ১১৭ = ২৯৩ \therefore ২৯৩ = ২৯৩$ সুতরাং মোট গোলাপের সংখ্যা = $১১ + ৯ = ২০$ টি।	বিকল্প সমাধান: মুখে মুখে করার লজিক দু ধরণের গোলাপ সমান ধরে ১০টি ১০টি করে নিলে মোট দাম $১০ \times ১৬ + ১০ \times ১৩ = ১৬০ + ১৩০ = ২৯০$ হচ্ছে। কিন্তু মোট টাকার পরিমাণ হতে হবে ২৯৩। তাই ১৩টাকার একটি সাদা গোলাপের পরিবর্তে ১৬ টাকার একটি লাল গোলাপ নিলে মোট গোলাপের সংখ্যা ২০টি ই থাকবে কিন্তু মোট দাম ৩টাকা বেড়ে হবে = $২৯০ + ৩ = ২৯৩$ টাকা। সুতরাং গোলাপের মোট সংখ্যা = ২০টি।
---	--

৮৫. বাস্কে একটি কুরিয়ার সার্ভিস প্রথম ১০ কেজি পণ্য পরিবহনের জন্য প্রতি কেজিতে ৫ টাকা এবং ১০ কেজির উপরে প্রতি কেজিতে ৩ টাকা ফি নেয়। ২৭ কেজি পণ্য পরিবহনের ফি কত হবে? [এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]
ক. ৬৮ টাকা ঘ. ৮০ টাকা গ. ৮৪ টাকা ঘ. ৮৮ টাকা ঙ. কোনটিই নয়

সমাধান: ২৭ কেজি = $(১০ \text{ কেজি} + ১৭ \text{ কেজি}) = (১০ \times ৫ + ১৭ \times ৩) = ৫০ + ৫১ = ১০১$ টাকা।

Practice Part

- একটি খাতা ও একটি কলমের মোট দাম ৭৫ টাকা। খাতার দাম ৫ টাকা কম ও কলমের দাম ২ টাকা বেশি হলে, খাতার দাম কলমের দামের দ্বিগুণ হতো। খাতা ও কলমের কোনটির দাম যথাক্রমে কত? (৭ম শ্রেণী, অনু: ৭.২ এর ৯)
ক. ৫৮, ২৪ খ. ৫৩, ২২ গ. ৫৫, ২১ ঘ. ৫৭, ২৩
- ১২০ টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট ৩৫ টাকা হয়। ৫০ পয়সার মুদ্রা কতটি? (৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৫.১)
ক. ২০ টি খ. ৩০ টি গ. ১৫ টি ঘ. ২৫ টি
- একটি শ্রেণিকক্ষে, কিছু সংখ্যক বেঞ্চ রয়েছে। প্রতিবেঞ্চে ৬ জন করে বসলে, সবাইকে বসানোর জন্য আরো ১ টি বেঞ্চের দরকার হয়। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে ৭ জন করে বসলে, সবাই বসার পর ও ৫ জন শিক্ষার্থী বসার জায়গা খালি থাকে। মোট কতজন শিক্ষার্থী এই শ্রেণিতে ছিল?
ক. ৩০ খ. ৪২ গ. ৭২ ঘ. ৯৬
- কোন অফিসে উপস্থিতির দিন ২০ টাকা পাওয়া আর অনুপস্থিতির দিন ৫ টাকা জরিমানা দেওয়ার শর্তে এক ব্যক্তি ১৯৯৬ সনের ফেব্রুয়ারী মাসে ৩৮০ টাকা বেতন পেল। শোকটি এই অফিসে কয়দিন উপস্থিত ছিল? [থানা ও জেলা সমাজসেবা অফিসার-৯৯]
ক. ১৮ দিন খ. ২০ দিন গ. ২১ দিন ঘ. ২৪ দিন
- ক, খ এবং গ এর মধ্যে ২৬০ টাকা এরূপে ভাগ করে দিন যেন ক এর অংশের ২ গুণ, খ এর অংশের ৩ গুণ এবং গ এর অংশের ৪ গুণ পরস্পর সমান হয়। ক কত টাকা পাবে? (৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.৫ এর ২২)
ক. ১২০ খ. ৮০ গ. ৬০ ঘ. ২০০
- একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ৩০ পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়াতে মোট ৭০ টাকা উঠল। এই শ্রেণীতে কতজন ছাত্র-ছাত্রী ছিল? (৯ম শ্রেণী, অনু: ৫.২ এর ২৮)
ক. ৮০ জন খ. ৭০ জন গ. ৬০ জন ঘ. ৫০ জন
- বাসে ওঠার লাইনে সোহাগের পিছনে যতজন দাঁড়িয়ে আছে সামনে তার থেকে দুইজন বেশি দাঁড়িয়ে আছে। তার পিছনে যতজন দাঁড়িয়ে আছে সম্পূর্ণ লাইনে তার তিনগুণ যাত্রী। লাইনে কতজন যাত্রী দাঁড়িয়ে আছে? (৯ম শ্রেণী, অনু: ৫.২ এর ৩৩)
ক. ৬ জন খ. ৭ জন গ. ৮ জন ঘ. ৯ জন
- ৪৫ টাকা, ৭০ জন বালক-বালিকার এমনভাবে ভাগ করে দিতে হবে যাতে প্রত্যেক বালক ৭৫ পয়সা ও প্রত্যেক বালিকা ৫০ পয়সা পায়। তাহলে বালক-বালিকার সংখ্যা কত?
ক. বালক ৪০, বালিকা ৩০ খ. বালক ৩০, বালিকা ২০ গ. বালক ৫০, বালিকা ১৫ ঘ. বালক ৪৫, বালিকা ৫৫
- ক-এর কাছে খ এর চারগুণ মার্বেল আছে। ক যদি খ কে ১৮ টি মার্বেল দিয়ে দেয় তবে উভয়ের নিকট সমান সংখ্যক মার্বেল হবে। ক ও খ এর কাছে কতটি মার্বেল আছে? [পাবলিক সার্ভিস কমিশন (বিভিন্ন পদ)-২০০১]
ক. ৬০, ১৫ খ. ৪৮, ১২ গ. ৩২, ৮ ঘ. ২৪, ৬
- কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই, সদস্য সংখ্যার ১০০ গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু ৪ জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ার প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে ৫০০ টাকা বেড়ে গেল। সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় করুন। (৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু: ৩.৫))
ক. ২০ জন ও ২০০০০ খ. ২৫ জন ও ৪০০০০ গ. ১৫ জন ও ৪০০০০ ঘ. ২০ জন ও ৪০০০০

উত্তরমালা

১.	খ	২.	ক	৩.	গ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	খ	৭.	ঘ	৮.	ক	৯.	খ	১০.	ঘ

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

- সমাধান: খাতার দাম x টাকা হলে প্রথমতে, $x - 5 = 2(95 - x + 2) \therefore x = 53$ সুতরাং খাতা = ৫৩ এবং কলম = ৭৫ - ৫৩ = ২২
- সমাধান: ৫০ পয়সার মুদ্রা = x টি হলে, প্রথমতে, $0.5x + 0.25(120 - x) = 35 \therefore x = 20$ সুতরাং ৫০ পয়সা ২০ টি
- সমাধান: ধরি, ঐ ক্লাসে মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
প্রথমতে, $6(x + 1) = 9x - 5 \Rightarrow 6x + 6 = 9x - 5 \therefore x = 11$ তাহলে ছাত্র-ছাত্রী = $6(11 + 1) = 6 \times 12 = 72$ জন
- সমাধান: ১৯৯৬ সাল অধিবর্ষ হওয়ার ফেব্রুয়ারী মাস = মোট কার্য দিনস = ২৯ দিন
উপস্থিত দিনের সংখ্যা = x ধরে, প্রথমতে, $20x - 5(29 - x) = 370 \therefore x = 21$ সুতরাং উপস্থিত ছিল = ২১ দিন
- সমাধান: এখানে, $2k = 3x = 8g$
ধরি, $2k = 3x = 8g = x$ টাকা (অর্থাৎ টাকার পরিমাণ = x)
এখন, $k = \frac{x}{2}$, $g = \frac{x}{8}$ এবং $g = \frac{x}{8}$
এখন, $k : x : g = \frac{x}{2} : x : \frac{x}{8} = \frac{x}{2} \times 4 : x \times 4 : \frac{x}{8} \times 4 = 2x : 4x : 0.5x = 4x : 8x : x$ এবং সমষ্টি = $4x + 8x + x = 13x$
প্রথমতে, $13x = 260$ [যেহেতু মোট টাকার পরিমাণ ২৬০ টাকা] $\therefore x = 20$ সুতরাং ক পাবে = $4 \times 20 = 80$ টাকা।
- সমাধান: মনে করি, ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা x জন। ১ জনে চাঁদা দেয় = $(x + 30)$ পয়সা
প্রথমতে, $x(x + 30) = 9000 \therefore x = 90$ সুতরাং ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ৯০ জন।
- সমাধান: ধরি, সোহাগের পেছনে দাঁড়িয়ে আছে = x জন। সুতরাং সোহাগের সামনে দাঁড়িয়ে আছে = $x + 2$ জন।
সুতরাং সম্পূর্ণ লাইনে দাঁড়িয়ে আছে = $x + 1$ (সোহাগ) + $(x + 2)$ = $2x + 3$ জন।
প্রথমতে, $2x + 3$ জন = $3x$ (সোহাগসহ পুরো লাইন = $3x$ জন) $\therefore x = 3$ সুতরাং পুরো লাইনে দাঁড়িয়ে আছে $3 \times 3 = 9$ জন
- সমাধান: মনে করি, বালকের সংখ্যা x জন ও বালিকার সংখ্যা = $(90 - x)$ জন
 \therefore শর্তানুসারে, $95x + 50(90 - x) = 85 \times 100 \therefore x = 80 \therefore$ বালক = ৪০ জন এবং বালিকা = $90 - 80 = 10$ জন।
- সমাধান: খ এর মার্বেল = x টি হলে প্রথমতে, $8x - 18 = x + 18 \therefore x = 12$, সুতরাং ক ও খ = ৪৮ ও ১২ টি।
- সমাধান: ধরি, সদস্য সংখ্যা = $x \therefore$ প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ = $100x$ টাকা
প্রথমতে, $x \times 100x = (100x + 500)(x - 8)$ [আপের মোট চাঁদা ও ৪ জন কমান পরের মোট চাঁদা সমান]
 $\therefore x = 20$ সমিতির সদস্য সংখ্যা ২০ জন এবং মোট চাঁদার পরিমাণ = $100 \times (20)^2 = 100 \times 400 = 40000$ টাকা

Model Test

- পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট
- $(2+x) + 3 = 3(x+2)$ হলে x এর মান কত?
ক. $-\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\frac{2}{3}$
 - $3(4x - 6) = (3x + 9)$ কে সমাধান করলে x -এর মান হবে- [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ২০১০]
ক. ২ খ. -২ গ. ৩ ঘ. -৩
 - $2(5x - 18) = 14$ এই সমীকরণে x -এর মান কত?
ক. ২ খ. ১.৫ গ. ১.৫ ঘ. ০.৫

প্রশ্নমতে, $\frac{৫৭০০}{x-৫} - \frac{৫৭০০}{x} = ৩$ (নতুন ভাড়া বেশি-পূর্ব ভাড়া = ৩)
 $\Rightarrow \frac{১৯০০}{x-৫} - \frac{১৯০০}{x} = ১$ [৩ দিয়ে উভয় পক্ষে ভাগ করে]
 $\Rightarrow \frac{১৯০০x - ১৯০০x + ৯৫০০}{x(x-৫)} = ১$

$\Rightarrow x^2 - ৫x = ৯৫০০ \Rightarrow x^2 - ৫x - ৯৫০০ = ০ \Rightarrow x^2 - ১০০x + ৯৫x - ৯৫০০ = ০$
 $\Rightarrow x(x-১০০) + ৯৫(x-১০০) = ০ \Rightarrow (x-১০০)(x+৯৫) = ০$
 যেহেতু যাত্রী সংখ্যা x ধনাত্মক, সুতরাং $x+৯৫ = ০ \Rightarrow x = -৯৫$ গ্রহণযোগ্য নয়।
 $\therefore x-১০০ = ০$ অর্থাৎ $x=১০০$ সুতরাং প্রকৃত যাত্রী সংখ্যা = $(x-৫) = ১০০-৫ = ৯৫$ জন

৪. মুখে সমাধান:
 ৫৭০০ কে ১০০ দ্বারা ভাগ দিলে ৫৭ টা টাকা আবার ৫৭ দ্বারা ভাগ দিলে ৬০ টাকা হয়। যেহেতু ৫ জন জন গিয়েছিল তাই উত্তর: ৯৫ জন।

উত্তর: ৯৫ জন।

৫. নিজে করুন:

৬. বনভোজনে যাওয়ার জন্য ২৪০০ টাকা বাস ভাড়া করা হল এবং প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে ঠিক করল। ১০ জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া ৮ টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কত জন যাত্রী গিয়েছিল এবং প্রত্যেককে কত করে ভাড়া দিতে হবে [উপজেলা ও থানা শিক্ষা অফিসার-২০০৫] + Agrani Bank Ltd. Seni Offi-2015 + (২৭তম বিসিএস) + (৪৫তম কলেজ নিয়োগ-২০১৭)

[Hints: বাসে যাত্রী যাওয়ার কথা ছিল $=x$ জন, প্রশ্নমতে, $\frac{২৪০০}{x-১০} - \frac{২৪০০}{x} = ৮$ $\therefore x = ৬০$ হলে উত্তর: ৫০ জন ও ৪৮ টাকা]

৭. একটি অভিনয়ে মোট ৩০০ জন দর্শক উপস্থিত ছিলেন। তাদের মধ্যে কয়েকজন ৬০ টাকায় টিকেট কিনেন এবং অবশিষ্ট জন ৫০ টাকায় টিকেট কিনেন। সর্বমোট প্রাপ্তি ১৫,৮০০ টাকা হলে কতগুলো কম দামি টিকেট বিক্রি হয়েছিল? [১৩তম বিসিএস লিখিত]

৪. সমাধান: ধরি, ৫০ টাকার টিকেট কিনে $=x$ জন। $\therefore ৬০$ টাকার টিকেট কিনে $= (৩০০ - x)$ জন

প্রশ্নমতে, $৫০x + ৬০x(৩০০ - x) = ১৫৮০০ \Rightarrow ৫০x + ১৮০০০ - ৬০x = ১৫৮০০ \Rightarrow ১০x = ২২০০ \therefore x = ২২০$
 \therefore কম দামি টিকেট বিক্রয় হয়েছিল $= x$ টি $= ২২০$ টি।

৮. একটি স্টিমারে যাত্রী সংখ্যা ৩৭৬ জন। ডেকের যাত্রীর সংখ্যা কেবিনের যাত্রীর সংখ্যার তিনগুণ। ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া ৬০ টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি ৩৩৮৪০ টাকা। [৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু:৫.২)]

(ক) ডেকের যাত্রী সংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ তৈরী কর।

(খ) ডেকের যাত্রী ও কেবিনের যাত্রীর সংখ্যা কত? (গ) কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া কত?

৪. সমাধান:

(ক) প্রশ্নে বলা হয়েছে, ডেকের যাত্রী সংখ্যা x জন।

আবার, যেহেতু ডেকের যাত্রী সংখ্যা কেবিনের যাত্রীর সংখ্যার তিনগুণ তাহলে কেবিনের যাত্রী সংখ্যা ডেকের যাত্রী সংখ্যার এক

তৃতীয়াংশ হবে। সুতরাং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা $= \frac{x}{৩}$ প্রশ্নানুসারে, $x + \frac{x}{৩} = ৩৭৬$ (এটাই সমীকরণ)

(খ) ক' হতে পাই, $x + \frac{x}{৩} = ৩৭৬$ বা, $৪x = ৩৭৬ \times ৩ \therefore x = \frac{৩৭৬ \times ৩}{৪} = ২৮২$

\therefore ডেকের যাত্রী সংখ্যা $= ২৮২$ জন। তাহলে কেবিনের যাত্রী সংখ্যা $= ২৮২ \div ৩ = ৯৪$ জন।

(গ) দেয়া আছে, ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া ৬০ টাকা

'খ' হতে প্রাপ্ত, ডেকের যাত্রী সংখ্যা $= ২৮২$ জন এবং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা $= ৯৪$ জন

\therefore ডেকের মোট ভাড়া $= (৬০ \times ২৮২)$ টাকা $= ১৬,৯২০$ টাকা

দেয়া আছে সর্বমোট প্রাপ্ত ভাড়া $= ৩৩৮৪০$ টাকা \therefore কেবিনের মোট ভাড়া $= (৩৩৮৪০ - ১৬৯২০)$ টাকা $= ১৬৯২০$ টাকা

সুতরাং কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া $= (১৬৯২০ \div ৯৪)$ টাকা $= ১৮০$ টাকা।

দ্বিঘাত সমীকরণ

মনে করি, $ax^2+bx+c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ, যেখানে $a \neq 0$ এবং a, b, c এর প্রত্যেককে বাস্তব ও মূলদ সংখ্যা।

আমরা দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান করলে পাই, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এখন $b^2 - 4ac$ কে দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক বলে। নিশ্চায়ককে নির্ধারকও বলা যেতে পারে।

এই অধ্যায়ের প্রশ্ন সমাধান করতে যাওয়ার আগে যে বিষয়গুলো না জানলেই নয়:

০১.	Root বা মূল	একটি সমীকরণ সমাধান করে x এর যতগুলো মান পাওয়া যাবে সবগুলোকেই ঐ সমীকরণের মূল বা, root বলে। যেমন: $x^2-5x+6=0$ হলে $(x-3)(x-2)=0$ থেকে আমরা বলতে পারি $x=3$ অথবা 2 । অর্থাৎ x এর মূল ২টি হলো ৩ এবং ২। শর্তকাটে x^2 এ x এর সর্বোচ্চ ঘাত ২ দেখেও বলা যায় যে ঐ সমীকরণে ২টি মূল বা বীজ বা root আছে।
০২.	প্রকৃতি বা ধরণ	একটি মূল দেখতে কেমন হবে অর্থাৎ বাস্তব নাকি অবাস্তব/জটিল; মূলদ নাকি অমূলদ অথবা সমান নাকি অসমান তা বের করার নামই হচ্ছে মূল এর প্রকৃতি বা ধরণ।
০৩.	নিশ্চায়ক বা নির্ধারক	একটি সমীকরণ সমাধান করে যে মূল পাওয়া যায় ঐ মূল দেখতে কেমন হবে তা যে নির্ধারণ করে দেয় তাকে নিশ্চায়ক বা নির্ধারক বলা হয়। একটি দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক হলো b^2-4ac

১. সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bx+c = 0$ এর মূল দুইটি হল- [শিক্ষক নিবন্ধন:২০০৮]

a. $-b + \sqrt{b^2 - 4ac}$ b. $\frac{-a \pm \sqrt{b^2 - 4ab}}{2}$ c. $\frac{\sqrt{4ac - b}}{2a}$ d. $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Ans: d

৪. সমাধান:

$ax^2+bx+c = 0$
 $\Rightarrow ax^2+bx = -c$
 $\Rightarrow 4a^2x^2+4abx = -4ac$ [উভয় পক্ষে 4a দ্বারা গুণ করে]
 $\Rightarrow 4a^2x^2+4abx + b^2 = b^2 - 4ac$ [উভয় পক্ষে b^2 যোগ করে]
 $\Rightarrow (2ax+b)^2 = b^2 - 4ac \Rightarrow (2ax+b) = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 $\Rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 $\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

সুতরাং সমীকরণটির মূল দুটি হলো, $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

□ নিচের অংকটিতে সূত্রটির প্রয়োগ দেখুন:

২. $x^2 - x - 6 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয় (১৬ তম প্রত্যক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৯)
ক. ৩, ২ খ. ৩, -২ গ. -৩, -২ ঘ. -৩, -৩

☞ সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়,
 $a = 1, b = -1, c = -6$
অতএব, সমীকরণটির মূলদ্বয় x

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

এখন হয় $x = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$
অথবা, $\frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

☞ বিকল্প সমাধান: (উৎপাদকের নিয়মে)

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) + 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$$

এখন, হয়, $x-3=0 \therefore x=3$
অথবা, $x+2=0 \therefore x=-2$ উত্তর: ৩ এবং -২

☞ উৎপাদকের নিয়মে করা গেলে দ্বিঘাত সমীকরণের নিয়মে যাবে কেনো?

এখানে, Middle term এর নিয়মে মিলে যাওয়ার উৎপাদকের মাধ্যমে সহজে সমাধান করা গেলেও যখন মিলবে না তখন উৎপাদকের নিয়মে করা যাবে না। কিন্তু দ্বিঘাত সমীকরণের নিয়মে সবসময় সমাধান করা যাবে।

৩. $x^2 - 8x + 16 = 0$ এর সমাধান করুন।

- ক. ২, ৪ খ. ৩, ৪ গ. ৪, -৪ ঘ. ৪, ৪

☞ সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়,
 $a = 1, b = -8, c = 16$

\therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 16}}{2 \times 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2}$$

এখানে, $x_1 = \frac{8+0}{2} = 4$ ও $x_2 = \frac{8-0}{2} = 4$
 $\therefore x$ এর মূলদ্বয় ৪, ৪

☞ বিকল্প সমাধান: (উৎপাদকের নিয়মে)

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 4x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-4) - 4(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x-4) = 0$$

হয় $(x-4)=0 \therefore x=4$
অথবা, $(x-4)=0 \therefore x=4$
সুতরাং $\therefore x$ এর মূলদ্বয় ৪, ৪

৪. $3 - 4x - x^2 = 0$ এর সমাধান করুন।

☞ সমাধান: (এই অংকটি উৎপাদকের সাধারণ নিয়মে হবে না।)

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়, $a = -1, b = -4, c = 3$,

\therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times (-1) \times 3}}{2 \times (-1)}$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 12}}{-2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{-2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{-2} = -(2 \pm \sqrt{7})$$

অর্থাৎ, $x_1 = -2 - \sqrt{7}$ এবং $x_2 = -2 + \sqrt{7} \therefore x$ এর মূলদ্বয় $(-2 - \sqrt{7})$ ও $(-2 + \sqrt{7})$

☞ নিম্নোক্ত বিষয়গুলো মনে রাখুন: নিচায়ক ($b^2 - 4ac$) এর মান ও মূলের প্রকৃতি

নিচায়ক	১) $b^2 - 4ac = 0$	২) $b^2 - 4ac > 0$ (পূর্ণবর্গ)	৩) $b^2 - 4ac > 0$ (পূর্ণবর্গ নয়)	৪) $b^2 - 4ac < 0$
মূলদ্বয়	সমান, বাস্তব ও মূলদ	অসমান, বাস্তব ও মূলদ	অসমান, বাস্তব ও অমূলদ	অবাস্তব বা কাল্পনিক

☞ নিচায়কের উপর মোট ৪ প্রকার শর্ত আরোপ করা যেতে পারে

☞ প্রথম শর্ত: যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয়,
তবে মূল দুইটি $-\frac{b}{2a}$ এবং $-\frac{b}{2a}$ । অতএব মূল দুইটি পরস্পর সমান, বাস্তব সংখ্যা ও মূলদ হবে।
যেমন: $x^2 - 6x + 9 = 0$ এই সমীকরণটির নিচায়ক $= (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$
এখানে নিচায়ক = 0 হওয়ায় মূলদ্বয় হবে সমান, বাস্তব ও মূলদ। \therefore মূলদ্বয় সমান হওয়ায় $= -\frac{(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$
প্রমাণ: $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণে $x = 3$ বসালে, $3^2 - 6 \times 3 + 9 = 9 - 18 + 9 = 18 - 18 = 0$
 $x = 3$ ছাড়া অন্য কোনো মানের জন্য সমীকরণটির ($x^2 - 6x + 9 = 0$) বামপক্ষ শূন্য হবে না।

৫. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হওয়ার শর্ত কি? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রক অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৩]
a. $b^2 - 4ac = 0$ b. $b^2 - 4ac > 0$ c. $b^2 - 4ac < 0$ d. $b^2 - 4ac \neq 0$ Ans: a

৬. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিচায়কের মান শূন্য হলে মূলগুলো?
ক) সমান খ) জটিল গ) অসমান ঘ) অবাস্তব উত্তর: ক
Note: দ্বিঘাত সমীকরণের নিচায়ক অর্থাৎ, $b^2 - 4ac = 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হয়।

৭. দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে কি হবে?
ক) বাস্তব ও সমান খ) বাস্তব ও অসমান গ) পূর্ণবর্গ সংখ্যা ঘ) ক এবং গ উত্তর: ঘ

৮. $(x-4)^2 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি? [একাদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা -২০১৪(মূল/সমপর্যায়-১)]
ক. ২ টি খ. ৩ টি গ. ৪ টি ঘ. ১ টি উত্তর: ঘ

☞ সমাধান: $(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x-4=0$ সমীকরণটির মূল ১টি। কারণ x এর সূচক = 1টি

৯. যদি $x^2 - px + 4 = 0$ এর মূল দুটি সমান হয় এবং $p > 0$ হয় তবে p -এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রক অধিদপ্তর-২০১৯]
a. 4 b. 6 c. 16 d. 24 Ans: a

☞ সমাধান: যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণটির মূল দুটি সমান।
 $\therefore b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0 \Rightarrow p^2 - 16 = 0 \Rightarrow p^2 = 16 \therefore p = 4$ (Ans)

১০. যদি $x^2 + px + 6 = 0$ এর মূল দুটি সমান এবং $p > 0$ হয় তবে p এর মান কত?
a. $\sqrt{48}$ b. 0 c. $\sqrt{6}$ d. $\sqrt{24}$ Ans: d

☞ সমাধান: যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয় তবে $x^2 + px + 6 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে
 $\Rightarrow p^2 - 4 \times 1 \times 6 = 0$
 $\Rightarrow p^2 - 24 = 0 \Rightarrow p^2 = 24 \therefore p = \sqrt{24}$
এখানে, $b = p, a = 1$ এবং $c = 6$

১১. $x^2 - px + 10 = 0$ এর একটি সমাধান 2 হলে P এর মান কত ?

- a. 7 b. 5 c. 9 d. 3

সমাধান: $2^2 - p \times 2 + 10 = 0 \Rightarrow -2p = -18 \therefore p = \frac{18}{2} = 9$

Ans: c

১২. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণটির একটি মূল যদি 4 হয়, তবে c এর মান কত? [গ্রহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়(সহঃ পরিঃ)-২০০৬]

- a. $\frac{3}{4}$ b. 4 c. $\frac{9}{16}$ d. $\frac{16}{25}$

সমাধান: একটি মূল 4 অর্থাৎ $x = 4$ হলে,
 $x^2 - 5x + c = 0 \Rightarrow 4^2 - (5 \times 4) + c = 0 \Rightarrow 16 - 20 + c = 0 \therefore c = 4$

Ans: b

১৩. P এর মান কত হলে $4x^2 - px + 9 = 0$ একটি পূর্ণবর্গ হবে ?

- a. 10 b. 9 c. 17 d. 12

সমাধান: আমরা জানি, যদি নিশ্চায়ক = 0 হয় তবে সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে।

অর্থাৎ $b^2 - 4ac = 0$ বা, $(-p)^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$

সেক্ষেত্রে, $p^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0 \Rightarrow p^2 = 144 \therefore p = \sqrt{144} = 12$

Ans: d

১৪. p এর মান কত হলে, $4x^2 + px + 9$ একটি পূর্ণবর্গ হবে ? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (ফিন্ড সুপারভাইজার)-২০১৭]

- a. 10 b. 12 c. 9 d. 16

Ans: b

সমাধান:	বিকল্প সমাধান: (বীজগাণিতিক রাশিমালা অধ্যায়ের মত করে)
$p = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 9}$ $= \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 9} = \sqrt{144} = 12$	$4x^2 + px + 9$ $= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 - 12x$ $= (2x+3)^2 - 12x$ সুতরাং p এর মান হতে হবে 12

১৫. যদি $2x^2 + mx + 6 = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটি সমান হয় এবং $m > 0$ হয়, তবে m এর মান কত ?

- a. $4\sqrt{3}$ b. $5\sqrt{3}$ c. $2\sqrt{3}$ d. $3\sqrt{3}$

Ans: a

সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac = 0$ হলে মূল দুইটি সমান হয়।

$\therefore 2x^2 + mx + 6 = 0$ এর নিশ্চায়ক $m^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 0$ (এখানে, সূত্রের 4, $a = 2$, $c = 6$)

$\Rightarrow m^2 = 48 \therefore m = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

১৬. y এর মান কত হলে $16x^2 - xy + 25$ একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে? [ডাক ও টেলিযোগাযোগ বিভাগের (এসটিমিটার)-২০১৮]

- ক. 30 খ. 40 গ. 50 ঘ. 60

উত্তর: ঘ

সমাধান: $16x^2 - xy + 25$,

$= (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 5 + 5^2$

$(4x)^2 - 40x + 5^2 = (4x-5)^2$

এখানে, y এর জায়গা 40 বসালে রাশিটি $(4x-5)^2$ অর্থাৎ পূর্ণবর্গ হয়।

শর্টকাট সমাধান: $b = \sqrt{4ac} = \sqrt{4 \cdot 16 \cdot 25} = 2 \cdot 4 \cdot 5 = 40$

[$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow b^2 = 4ac$ থেকে সরাসরি $b = \sqrt{4ac}$]

দ্বিতীয় শর্ত: $b^2 - 4ac$ ধনাত্মক এবং পূর্ণবর্গ হলে

অর্থাৎ $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, মূল দুটি অসমান, বাস্তব সংখ্যা ও মূলদ হবে।

Note: বাস্তব সংখ্যায় 'ঋণাত্মক পূর্ণবর্গ' বলে কিছু নেই।

যেমন: $x^2 + x - 6 = 0$ এর নিশ্চায়ক $= 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$

\therefore মূলদ্বয় হবে $= \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 + 5}{2} = 2$ এবং $\frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 - 5}{2} = -3$

অর্থাৎ মূলদ্বয় = (2 ও -3) বাস্তব, অসমান ও মূল

১৭. $x^2 - 3x + 2 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি হবে- [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

- a. অবাস্তব ও অসমান b. বাস্তব ও সমান
c. বাস্তব ও অসমান d. বাস্তব ও অমূলদ

Ans: c

সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়, $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$

প্রদত্ত সমীকরণের নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$

এখন যেহেতু $b^2 - 4ac$ এর মান 1, যা শূন্য থেকে বড় এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব এবং অসমান।

১৮. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটি মূলদ হবে যদি - [সংসদ সচিবালয় (সহকারী সচিব)-১৯৯৬]

- a. $b^2 > 4ac$ b. $b^2 - 4ac$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়। c. $b^2 < 4ac$ d. কোনোটিই নয়।

Ans: b

সমাধান:

অর্থাৎ $b^2 - 4ac = 0$ হলে, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান, বাস্তব ও মূলদ হবে।

যদি $b^2 - 4ac$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয় তবে মূলদ্বয়ও মূলদ হবে।

তৃতীয় শর্ত: $b^2 - 4ac$ ধনাত্মক এবং অপূর্ণবর্গ হলে,

$b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হলে, মূলদ্বয়, অসমান, বাস্তব সংখ্যা ও অমূলদ হবে।

অর্থাৎ নিশ্চায়ক যদি ধনাত্মক এবং অপূর্ণবর্গ হয় তাহলে মূলদ্বয় অসমান, বাস্তব ও অমূলদ।

যেমন: $x^2 - 5x + 1 = 0$ এর নিশ্চায়ক $= (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 25 - 4 = 21$

\therefore মূলদ্বয় হবে $= \frac{-(-5) + \sqrt{21}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$ এবং $\frac{-(-5) - \sqrt{21}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$

১৯. $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি - [৪০তম বিসিএস থ্রিলি]

- ক. বাস্তব ও সমান খ. বাস্তব ও অসমান গ. অবাস্তব ঘ. পূর্ণ বর্গ সংখ্যা

উত্তর: খ

সমাধান:

$6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় করতে হলে নিশ্চায়ক বের করতে হবে।

এখন, উক্ত সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a = 6$, $b = -7$ এবং $c = -4$

এখন, নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$

$= (-7)^2 - 4 \times 6 \times (-4) = 49 + 96 = 145$

যেহেতু, $b^2 - 4ac$ এর মান শূন্য (০) থেকে বড় কিন্তু পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

\therefore মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান এবং অমূলদ।

□ চতুর্থ শর্ত: $b^2 - 4ac$ ঋণাত্মক হলে,

$b^2 - 4ac < 0$ হয়, তবে মূল দুইটির উভয়ে জটিল সংখ্যা হবে। তাহলে মূলদ্বয় অবাস্তব বা কাল্পনিক সংখ্যা।

যেমন: $x^2 - 2x + 4 = 0$ এর নিচায়ক $= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 4 - 16 = -12$

নিচায়ক < 0 হওয়ায় মূলদ্বয় জটিল সংখ্যা (জটিল = বাস্তব + অবাস্তব) হবে।

$$\therefore \text{মূলদ্বয়} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-12}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm i2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm i\sqrt{3} \text{ এবং } \frac{-(-2) - \sqrt{-12}}{2 \cdot 1} = \frac{2 - i2\sqrt{3}}{2} = 1 - i\sqrt{3}$$

[এখানে $i = \sqrt{-1}$ = অবাস্তব সংখ্যক একক।]

২০. m এর মান কত হলে, $mx^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হবে?

- ক. $\frac{13}{16}$ খ. $\frac{16}{9}$ গ. $\frac{9}{16}$ ঘ. 16

উত্তর: গ

সমাধান: মূলদ্বয় জটিল হলে, $b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (3)^2 - 4 \cdot m \cdot 4 < 0 \Rightarrow 9 - 16m < 0 \Rightarrow -16m < -9 \Rightarrow m > \frac{9}{16}$

বিবিধ প্রশ্ন:

২১. $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি? [১৩ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৬]

- ক. 5 খ. 3 গ. 2 ঘ. 4

উত্তর: গ

Note: প্রদত্ত সমীকরণে x এর সর্বোচ্চ ঘাত (power) 2 তাই সমীকরণটির মূল ২ টি।

২২. $3x^2 - x + 5 = 0$ সমীকরণে x এর সহগ কত? [১১ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৪]

- ক. -2 খ. -3 গ. -5 ঘ. -1

উত্তর: ঘ

২৩. $2x^3 - 5x^2 + 4 = 0$ সমীকরণে x এর সহগ কত? [১৩ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৬]

- ক. 1 খ. 0 গ. 5 ঘ. 3

উত্তর: ঘ

Note: প্রদত্ত সমীকরণটিতে x যুক্ত পদ নেই। তাই x এর সহগ শূন্য (0)

২৪. $২ক^২ - ১৬ক + ৮ = ০$ হলে, 'ক' এর সম্ভাব্য মানগুলোর যোগফল কত? [NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]

- ক. $-8\sqrt{৩}$ খ. -৮ গ. $8\sqrt{৩}$ ঘ. ৮

উত্তর: ঘ

বিভিন্ন সমাধান:

$$\begin{aligned} ক^২ - ১৬ক + ৮ = ০ &\Rightarrow ২(ক^২ - ৮ক + ৪) = ০ \Rightarrow ক^২ - ৮ক + ৪ = ০ \\ \therefore ক &= \frac{-(-৮) \pm \sqrt{(-৮)^২ - ৪ \times ১ \times ৪}}{২ \times ১} = \frac{৮ \pm \sqrt{৬৪ - ১৬}}{২} \\ &= \frac{৮ \pm \sqrt{৪৮}}{২} = \frac{৮ \pm \sqrt{১৬ \times ৩}}{২} = \frac{৮ \pm ৪\sqrt{৩}}{২} = \frac{২(৪ \pm ২\sqrt{৩})}{২} \\ &= ৪ \pm ২\sqrt{৩} \therefore \text{যোগফল} = (৪ + ২\sqrt{৩}) + (৪ - ২\sqrt{৩}) = ৮ \end{aligned}$$

শর্টকাট:

$$\begin{aligned} ২ক^২ - ১৬ক + ৮ = ০ \text{ সমীকরণটিতে 'ক' এর সহগ} \\ &= -১৬ \\ \text{এবং 'ক' এর সহগ} &= ২ \\ \therefore \text{'ক' এর সম্ভাব্য মানগুলোর যোগফল} \\ \text{ক এর সহগ} &= \frac{-১৬}{২} = -(৮) = ৮ \\ \text{ক এর সহগ} &= \frac{-১৬}{২} \end{aligned}$$

সরল সহ-সমীকরণ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সহ-সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৩	অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান
পদ্ধতি-০২	প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান	পদ্ধতি-০৪	সহ-সমীকরণের প্রয়োগ

সহ-সমীকরণের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

প্রাথমিক আলোচনা:

সরল সহ-সমীকরণ বা দ্বিঘাত সমীকরণ হলো যেখানে দুটো অজানা রাশির মান নির্ণয় করতে হয়। এখানে অজানা রাশিদ্বয় ধরে সমীকরণ সাজিয়ে যে কোন একটির মান বের করার পর আরেকটির মান বের করতে হয়। বিভিন্ন পদ্ধতিতে দ্বিঘাত সমীকরণের অংকগুলো করা যায়। বিভিন্ন প্রকারের সমীকরণ: যেমন

ক. প্রতিস্থাপন খ. অপনয়ন গ. বজ্রগুণণ ঘ. নির্ণায়ক ঙ. লেখচিত্র।

তবে সবথেকে সহজ পদ্ধতি হলো অপনয়ন এবং প্রতিস্থাপন পদ্ধতি এবং এই নিয়মের অংকগুলোই সবথেকে বেশি আসে।

সহ-সমীকরণের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: সহ-সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন

□ একটি রাশির মান প্রদেই দেয়া থাকলে।

১. যদি $x+5y = 24$ এবং $x = 3y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? [সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা-২০১০]

- a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

Ans: b

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{এখানে পরবর্তী অংশে দেয়া আছে, } x &= 3y, \text{ তাই প্রথম অংশে, } x \text{ এর স্থলে } 3y \text{ বসিয়ে} \\ x+5y &= 24 \Rightarrow 3y+5y=24 \Rightarrow 8y=24 \therefore y=3 \text{ Ans: 3} \end{aligned}$$

২. যদি $x + 5y = 16$ এবং $x = 3y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? [১৮ তম বিসিএস]

- a. -24 b. -2 c. 8 d. 2

Ans: d

সমাধান: $x + 5y = 16 \Rightarrow 3y + 5y = 16$ [$x = 3y$ বসিয়ে।] $\Rightarrow 8y = 16 \therefore y = 2$

৩. $2x = 3y + 5$ হলে $4x - 6y = ?$ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী)-২০২১] + [CGA-(Junior Auditor)-2022]

- a. 5 b. 10 c. 8 d. 12

Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x = 3y + 5 \Rightarrow 2x - 3y = 5 \therefore 4x - 6y = 10$ [2 দ্বারা গুণ করে]

৪. $8x+4 = 64$ হলে, $2x+1 =$ কত? [সহকারী জজ প্রিন্সিপাল-০৯]

- a. 15 b. 16 c. 17 d. 18

Ans: b

সমাধান: $4(2x+1) = 64 \therefore 2x+1 = 16$

নিজে করুন:

৫. যদি $x+6y=24$ এবং $x=-2y$ হয়, তাহলে y = কত? (দুর্নীতি দমন কর্মশাল-১০)
 a. 5 b. 6 c. 7 d. 8
৬. $2x=5-y$ হলে, $4x+2y$ = কত? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)
 a. 5 b. 10 c. 12 d. 18
৭. যদি $2x+y=10$ এবং $x=3$ হয়, তাহলে $x-y$ = কত? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)
 a. -1 b. 2 c. 3 d. 1
৮. যদি $x+3y=40$ এবং $y=3x$ হয়, তাহলে x = কত? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)
 a. 4 b. 8 c. 7 d. 9
৯. যদি $x+5y=16$ এবং $x=-3y$ হয়, তাহলে y = কত? (মহা হিসাব নিরীক্ষক-৯৮)
 a. 2 b. 4 c. 6 d. 8
১০. $3x+2y=7$ এবং $2x=y$ হলে (x, y) হবে- [আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের সাব-রেজিস্ট্রার ২০১২]
 a. (2, 1) b. (3, 1) c. (1, 2) d. (-1, -2)

সমাধান: $2x=y$ দেয়া আছে যাকে এভাবে ঘুরিয়ে লেখা যায় $y=2x$, তাহলে ভগ্নাংশ আসবে না। এখন বাকীটা আসবে মতই।
 ১১. $x+2y=4$ এবং $\frac{x}{y}=2$ হলে, x = কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

- a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{3}{2}$ c. 2 d. $\frac{1}{2}$

সমাধান: $x+2y=4$ (i) এবং $\frac{x}{y}=2 \therefore x=2y$ (ii)
 (i) নং সমীকরণে $x=2y$ বসালে পাই $2y+2y=4 \Rightarrow 4y=4 \therefore y=1$
 আবার, y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই $x=2 \times 1=2$ সুতরাং $x=2$

১২. $\frac{2}{x}=4$, $\frac{2}{y}=8$ তাহলে $x-y$ =? [PKB- (EO) - 2017]

- a. $\frac{1}{5}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{6}$ d. $\frac{2}{4}$

সমাধান: এখানে, $\frac{2}{x}=4 \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{4} \therefore x=\frac{1}{2}$
 আবার, $\frac{2}{y}=8, \Rightarrow 8y=2 \Rightarrow y=\frac{2}{8} \therefore y=\frac{1}{4}$ সুতরাং $x-y=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$

১৩. যদি $k^2+k^2=8$ এবং $k^2-k^2=-8$ হয়, তাহলে k^2+k^2 এর মান কত হবে? [BADC (AO)-2017]

- a. ১৬ b. -১৬ c. ১৮ d. -৮

সমাধান:	শর্টকাট:
$k^2+k^2=8$ $k^2-k^2=-8$	দুটি বর্গ সংখ্যার যোগফল ৪ হলে তা অবশ্যই ২ ও ২ অথবা ০ ও ২ হতে পারে।
$2k^2=0$ [যোগ করে] সুতরাং $k^2=0 \therefore k=0$ আবার, $2k^2=8$ [বিয়োগ করে] $\Rightarrow k^2=4 \therefore k=2$ সুতরাং $k^2+k^2=0^2+2^2=4$	কিন্তু তাদের বর্গের বিয়োগফল -৪ হলে অবশ্যই একটি সংখ্যা ০ এবং অপরটি ২ হতে হবে। তাই পাওয়ার ৪ দিলে $0^2+2^2=4$ ই হবে।

Ans: b
Ans: b
Ans: a
Ans: d
Ans: c
Ans: c
Ans: 2
Ans: b
Ans: a

১৪. $2x+3y=36$ এবং $2x+y=16$ হলে, (x,y) এর মান কত? [সরল সহ-সমীকরণের অধি: উপপরিদর্শক ২০১৩]
 a. (2, 10) b. (3, 10) c. (3, 5) d. (6, 10) Ans: b

সমাধান: এখানে,
 $2x+3y=36$ (i)
 $2x+y=16$ (ii)
 $2y=20$ [বিয়োগ করে]
 $\therefore y=10$ এখন, y এর মান (i) নং এ বসাই $2x+3.10=36 \Rightarrow 2x=6 \therefore x=3 \therefore (x, y) = (3, 10)$

- নিজে করুন:
 ১৫. $(2x-6, 5) = (4, 2y-5)$ হলে, (x, y) - এর মান কোনটি? [৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১২]
 a. (4,5) b. (5,5) c. (6,4) d. (6,5) Ans: b

১৬. $x+y=36$ এবং $x-y=12$ হলে x এর মান কত? [অর্থ মন্ত্রণালয়ের অফিস সহকারী ২০১১]
 a. 18 b. 19 c. 16 d. 24 Ans: d

১৭. $x+y=6$ হলে xy এর বৃহত্তম মান কত? [অর্থ মন্ত্রণালয়ের অফিস সহকারী ২০১১]
 a. 7 b. 10 c. 9 d. 12 Ans: c

সমাধান:	Learning point:
$5 \times 1 = 5$ $4 \times 2 = 8$ $3 \times 3 = 9$ এখানে তৃতীয় টি বৃহত্তম	মনে রাখবেন দুটি সংখ্যার যোগফল দেয়া থাকলে তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ গুণফলটি হবে তাদের মাঝামাঝি দুটি সংখ্যার গুণফল। যেমন, দুটি সংখ্যার যোগফল ৮ হলে, তাদের মধ্যকার সবথেকে বড় গুণফলটি হবে $8 \times 8 = 16$ । কারণ ৮ এর মধ্যম সংখ্যাটি হচ্ছে ৪, নিচের গুলো দেখুন।

- নিজে করুন:
 ১৮. $x+y=14$ হলে xy এর সর্বোচ্চ মান কত?
 a. 40 b. 45 c. 48 d. 49 Ans: d

[Hints: এখানে ১৪ এর মাঝামাঝি সংখ্যা ৭+৭ তাই এদের গুণফল হবে ৪৯, যা সবথেকে বড়, কিন্তু দুটি ৭ বাদে অন্য সংখ্যা নিলে তাদের গুণফল ৪৯ এর থেকে ছোট হয় তাই ৪৯ ই সর্বোচ্চ]

১৯. যদি $x=y=2z$ এবং $x.y.z=256$ হয়, তাহলে y = কত? [বাংলাদেশ সরকারী কর্মকমিশন-০৬]
 a. 2 b. $2\sqrt{2}$ c. $4\sqrt{2}$ d. 8 Ans: d

সমাধান: (সবগুলোকেই একই অক্ষর বানানোর পর সমাধান করতে হবে।)
 $x=y=2z \therefore z=\frac{x}{2}$ এখন, $xyz=256$ হলে, $x.x.\frac{x}{2}=256$ বা, $x^3=512$ বা, $x^3=8^3 \therefore x=8$

২০. যদি $a=2b=3c$ এবং $abc=36$ হয়, তাহলে c = কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-০৭]
 a. $\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{2}$ c. 2 d. $4\sqrt{2}$ Ans: c

২১. যদি $3x-2y=8$ এবং $2x+5y=-1$ হয়, তাহলে x = কত? [উপজেলা পল:উন্নয়ন কর্মকর্তা-০৯]
 a. 5 b. 2 c. 7 d. 10 Ans: b

২২. যদি $5xy+28x-2=0$ এবং $y=-4$ হয়, তাহলে $4x+y$ = কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-০৭]
 a. 3 b. 4 c. -3 d. 6 Ans: c

সমাধান, $5xy+28x-2=0 \Rightarrow 5x(-4)+28x-2=0 \Rightarrow -20x+28x-2=0$
 $\Rightarrow 8x=2$ বা, $x=\frac{2}{8}=\frac{1}{4} \therefore 4x+y=4.\frac{1}{4}+(-4)=1-4=-3$

একটি রাশির মান বের করে দেয়া থাকলে, সমীকরণের ভেতরে শুধু সেই রাশিটির মান বসিয়ে অংকের সমাধান করুন। যেমন:

২৩. যদি $2x+y=12$ এবং $x=3$ হয়, তাহলে $x-y$ কত? [যোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৭]

- a. 5 b. 4 c. -3 d. 8

সমাধান: এখানে পরের অংশে $x=3$ দেয়াই আছে, তাই প্রথম অংশে x এর জায়গায় 3 বসিয়ে সমাধান করুন

$2 \cdot 3 + y = 12$ বা, $y = 12 - 6 \therefore y = 6$ এখন x ও y উভয়েরই মান বসিয়ে $x - y = 3 - 6 = -3$

Ans: -3

পদ্ধতি-০২: প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি হচ্ছে একটি সমীকরণের কাজ আলাদাভাবে করার পর যে মানটি বের হবে তা অন্য সমীকরণে প্রয়োগ করে উত্তর বের করা।

২৪. $x^2 + y^2 = 185$, $x - y = 3$ এর একটি সমাধান হল:- [৩৬তম বিসিএস]

- a. (7,4) b. (9,6) c. (10,7) d. (11,8)

সমাধান:	শর্টকাট সমাধান:
<p>আমরা জানি, $2(x^2 + y^2) = (x+y)^2 + (x-y)^2$</p> <p>$\Rightarrow 2 \times 185 = (x+y)^2 + 3^2 \Rightarrow (x+y)^2 = 370 - 9 \therefore x+y = \sqrt{361} = 19$</p> <p>সুতরাং $x - y = 3$ ----(i)</p> <p>$x + y = 19$ ----(ii) [যোগ করে]</p> <p>-----</p> <p>$2x = 22 \therefore x = 11$ x এর মান ii নং বসিয়ে পাই,</p> <p>$11 + y = 19 \therefore y = 8$ সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $(x,y) = (11,8)$</p>	<p>$x^2 + y^2 = 185$ অর্থাৎ দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল 185 এবং $x - y = 3$ এর সংখ্যা দুটির পার্থক্য 3। প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে শুধুমাত্র (ঘ) নং অপশনের $11^2 - 8^2 = 121 - 64 = 185$ এবং $11 - 8 = 3$ হয়। তাই উত্তর: 11,8</p>

২৫. $2x = 3y$ এবং $3x - 2y = 5$ হলে, (x, y) হবে: [বরাদ্দ মন্ত্রণালয়ের বহিরাগমন সহকারী পরীচালক ২০১১]

- a. (6, 4) b. (3, 2) c. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{3})$ d. $(\frac{3}{2}, 1)$

সমাধান: $2x = 3y$ ----(i) $\therefore x = \frac{3y}{2}$ আবার $3x - 2y = 5$ ----(ii)

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই $3 \cdot \frac{3y}{2} - 2y = 5 \Rightarrow \frac{9y}{2} - 2y = 5 \Rightarrow \frac{9y - 4y}{2} = 5 \Rightarrow 5y = 10 \therefore y = 2$

y এর মান (i) নং এ বসাই $2x = 3 \cdot 2 \therefore x = 3$ সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $(x,y) = (3,2)$

২৬. যদি $x+y = 4$ এবং $x-y = 3$ হয়, তাহলে $x+2y$ কত? [সমাজ কল্যাণ মন্ত্রণালয়-০৮]

- a. 3 b. 4 c. 4.5 d. 5

[Hints: সমীকরণ দুটিকে উপরে নিচে লিখে প্রথমে x ও y এর মান বের করে তারপর সমাধান করতে হবে

২৭. যদি $2xy+y=14$ এবং $x=3$ হয়, তাহলে $2y+x$ কত? [বাংলাদেশ সরকারী কর্মকমিশন-২০০৬]

- a. 5 b. 6 c. 7 d. 8

সমাধান: $2xy+y=14 \Rightarrow y(2x+1)=14 \Rightarrow y(2 \cdot 3+1)=14 \Rightarrow 7y=14 \therefore y=2$

সুতরাং, $2y+x=2 \times 2+3=7$

২৮. $x+2y=8$, $2x+y=7$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক)-২০১১]

- ক. 8,0 খ. 6,1 গ. 3,3 ঘ. 2,3

২৯. যদি $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$ এবং $x+2y=10$ হয়, তাহলে x কত? [বাংলাদেশ পানি উন্নয়ন বোর্ড-২০০৬]

- a. 5 b. 6 c. 7 d. 8

[Hints: $x = 3y$ বসিয়ে $5y = 10$, $y = 2$]

৩০. $a+b=2$, $a-b=0$ হলে $\frac{a}{b}$ কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-২০০৫]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 8

Ans: a

নিজে করুন:

৩১. $3x - 7y + 10 = 0$ এবং $y - 2x - 3 = 0$ এর সমাধান- [৩১ তম বিসিএস]

- a. $x=1, y=-1$ b. $x=1, y=1$ c. $x=-1, y=-1$ d. $x=-1, y=1$

Ans: d

৩২. $x+y=0$ এবং $2x-y+3=0$ সরলরেখা দুটি কোন বিন্দুতে ছেদ করে? [১৭ তম বিসিএস] [সমাধান করলেই উত্তর]

- a. $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ b. (1,1) c. (-3,3) d. (-1,1)

Ans: d

৩৩. $x+2y=4$ এবং $xy=2$ হয়, তবে x কত? [সমাজসেবা অধি: প্রবেশন অফিসার ২০১৩]

- a. 0 b. 12 c. 1 d. 2

Ans: d

পদ্ধতি-০৩: অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান

অপনয়ন পদ্ধতি: যখন দুটি রাশিকে সমান করার জন্য একটি রাশিকে কোন একটি সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করা হয়।

৩৪. সমাধান করুন: $5x - 3y = 9$; $3x - 5y = -1$ [বাংলাদেশ জাতীয় জাদুঘর (বিভিন্ন পদ)-২০২১]

- a. (2,1) b. (3,2) c. (2,3) d. (4,1)

Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে, $5x - 3y = 9$ (i) এবং $3x - 5y = -1$ (ii)

সমীঃ (i) কে 5 দ্বারা এবং সমীঃ (ii) কে 3 দ্বারা গুণ করে, (i) - (ii) করে পাই,

$$\begin{array}{r} 25x - 15y = 45 \\ 9x - 15y = -3 \\ \hline 16x = 48 \therefore x = 3 \end{array}$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $5 \times 3 - 3y = 9 \Rightarrow 15 - 3y = 9 \Rightarrow -3y = -6 \therefore y = 2$

\therefore নির্ণেয় সমাধান: $(x,y) = (3,2)$

৩৫. $(x-y, 3) = (0, x+2y)$ হলে (x, y) কত? [৩৩ তম বিসিএস]

- a. (1,1) b. (1,3) c. (-1,-1) d. (-3,1)

Ans: a

সমাধান: এভাবে সমাধান আসলে সমীকরণটি সাজিয়ে নিতে হয় এভাবে

$x - y = 0$ (i)

$x + 2y = 3$ (ii)

$-3y = -3$ [বিয়োগ করে] $\therefore y = 1$

এখন y এর মান (i) নং এ বসাই $x - 1 = 0 \therefore x = 1$ সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

৩৬. (x, y) -এর মান কত, যখন- [সহকারী উপজেলা শিক্ষা অফিসার ২০০৯] [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

$2x + 3y = 7$ এবং $5x - 2y = 8$

- a. (2,1) b. (1,2) c. (3,1) d. (1,3)

Ans: a

সমাধান:

$2x + 3y = 7$ ----- (i) এবং $5x - 2y = 8$ ----- (ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 এবং (ii) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে পাই, (এভাবে গুণ করলে একটি রাশি সমান হবে)

$4x + 6y = 14$

$15x - 6y = 24$ [যোগ করে]

$19x = 38 \therefore x = 2$

x-এর মান (i) নং-এ বসিয়ে পাই, $2 \cdot 2 + 3y = 7 \Rightarrow 3y = 7 - 4 \therefore y = 1$ সুতরাং (x, y) এর মান- (2, 1)

৩৭. $2x + 3y = 1$ এবং $5x - 2y + 7 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত? [সহকারী উপজেলা শিক্ষা অফিসার -১০]

- a. 1, 1 b. 3, 4 c. -1, 1 d. 2, -1

সমাধান:

$2x + 3y = 1$ (i) এবং $5x - 2y + 7 = 0 \Rightarrow 5x - 2y = -7$ (ii)

(i) নং কে 2 দ্বারা এবং (ii) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে যোগ করি,

$4x + 6y = 2$

$15x - 6y = -21$ [যোগ করে]

$19x = -19$

$\therefore x = -1$ এখন, x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $2(-1) + 3y = 1 \therefore y = 1$ সুতরাং (x, y) = (-1, 1)

৩৮. $2x + 3y = 3$ এবং $4x - 5y = 17$ হলে, x ও y- এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]

- a. 1, -3 b. 2, -1 c. 3, -1 d. -3, -1

সমাধান:

$2x + 3y = 3$ (i) এবং $4x - 5y = 17$ (ii)

(i) নং কে 2 এবং (ii) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই

$4x + 6y = 6$

$4x - 5y = 17$ [বিয়োগ করে]

$11y = -11 \therefore y = -1$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $2x + 3 \times (-1) = 3 \Rightarrow 2x = 6 \therefore x = 3$ সুতরাং (x, y) = (3, -1)

৩৯. $3x + 7y = 10$ এবং $4x - y = 3$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]

- a. 1, 1 b. 1, $\frac{1}{2}$ c. 2, 1 d. $\frac{1}{2}$, 1

সমাধান: $3x + 7y = 10$ (i) এবং $4x - y = 3$ (ii)

(i) নং কে 1 এবং (ii) নং কে 7 দ্বারা গুণ করে পাই $28x - 7y = 21$ (iii)

(i) + (iii) $\Rightarrow 31x = 31 \therefore x = 1$

(ii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই $4 \times 1 - y = 3 \therefore y = 1$ সুতরাং (x, y) = (1, 1)

৪০. $2x + y = 7$ এবং $3x + y = 10$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]

- a. 2, 3 b. 3, 1 c. 4, -1 d. 5, -3

সমাধান:

$2x + y = 7$ (i) এবং $3x + y = 10$ (ii)

(ii) নং থেকে (i) বিয়োগ করে পাই $\Rightarrow x = 3$ আবার x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $2 \times 3 + y = 7 \therefore y = 1$

৪১. $3x - 4y = 10$ এবং $6x - 8y = 18$ এর সমাধান সেট কত? [৮ম বেসরকারি প্রত্যয়ক পরীক্ষা ২০১২]

- a. $(0, -\frac{5}{2})$ b. (3, 0) c. (2, 1) d. কোনটিই নয় Ans: d

সমাধান: $3x - 4y = 10$ ----- (i) এবং $6x - 8y = 18$ ----- (ii)

(i) নং কে 2 এবং (ii) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই

$6x - 8y = 20$

$6x - 8y = 18$

$0 = 2$, যা অসম্ভব [বিয়োগ করে পাই] [x, y দুটোই উঠে যাওয়ায় কোন মানই বের হবে না। তাই উত্তর কোনটিই নয়।]

নিজে করুন:

৪২. $3x - y = 7$ এবং $2x + y = 3$ সমীকরণে (x, y) = কত? [প্রথম মজালালের অধীনে সহকারি পরিচালক পদে ২০০৫]

- a. (1, 1) b. (3, 2) c. (2, -1) d. (-1, 2) Ans: c

৪৩. $5x + 3y = 7$ এবং $4x + 5y = 3$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৫]

- a. 1, 2 b. 2, -1 c. -1, 2 d. -2, 1 Ans: b

৪৪. $2x + y = 8$ এবং $3x - 2y = 5$ হলে, x ও y এর মান কত? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইন্সট্রাক্টিভ নিয়োগ-২০১৮]

- a. (2, 3) b. (2, 5) c. (1, 2) d. (3, 2) Ans: d

সমাধান:

দেয়া আছে, $2x + y = 8$ (i) এবং $3x - 2y = 5$ (ii)

(i) নং এর সাথে 2 গুণ করে গুণফল (ii) নং এর সাথে যোগ করে পাওয়া যাবে,

$4x + 2y = 16$

$3x - 2y = 5$

$7x = 21$

$\therefore x = 3$

x এর মান (i) নং এ বসালে পাই $2 \cdot 3 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 6 = 2$

নির্গে সমাধান (x, y) = (3, 2)

৪৫. $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ এবং $\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3$ হলে (x, y) = কত? [একটি বাড়ী একটি খামার - (জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]

- a. (2, 5) b. (4, 3) c. (2, 6) d. (6, 2) Ans: d

সমাধান: $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ (i) এবং $\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3$ (ii) এখন, (i) $\times \frac{1}{4}$ - (ii) $\times \frac{1}{3}$ করে পাই

$\frac{x}{12} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{4}$

$\frac{x}{12} + \frac{1}{y} = 1$

(-)(-) (-)

$-\frac{1}{2y} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} - 1 \Rightarrow \frac{-1-2}{2y} = \frac{1-4}{4} \Rightarrow \frac{-3}{2y} = \frac{-3}{4} \Rightarrow \frac{1}{2y} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2y = 4 \therefore y = 2$

y এর মান (i) নং এ বসাই $\Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x}{3} = 1 + 1 \Rightarrow \frac{x}{3} = 2 \therefore x = 6$ সুতরাং (x, y) = (6, 2)

পদ্ধতি-০৪: সহ-সমীকরণের প্রয়োগ

উপরের অংকগুলোতে সমীকরণ সাজিয়ে দেয়া থাকায়, সরাসরি সমাধান বের করা সম্ভব হয়েছে। কিন্তু এই পদ্ধতির অংকগুলোতে কিছু অংক কথায় লেখা থাকবে, সেখান থেকে সমীকরণ সাজিয়ে অংকটির অজানা রাশির মান বের করতে হবে।

৪৬. দুটি সংখ্যার সমষ্টি ৭০ এবং অন্তরফল ১০ হলে বড় সংখ্যাটি কত? [বাংলাদেশ পুলিশ(ক্যাডেট সাব-ইন্স অব পুলিশ(নিরস্ত)-২০২১]

a. ২০ b. ৫০ c. ৪০ d. ৩৫
 সমাধান: ধরি, বড় সংখ্যাটি x এবং ছোট সংখ্যাটি y
 ১ম শর্তমতে, $x+y=70$ (i) এবং ২য় শর্তমতে, $x-y=10$ (ii)
 (i)+(ii) করে পাই, $x+y+x-y=70+10 \Rightarrow 2x=80 \therefore x=40$ সুতরাং বড় সংখ্যাটি = ৪০
 Ans: c

৪৭. দুইটি সংখ্যার সমষ্টি ৪০ এবং অন্তরফল (বিয়োগ ফল) ১০। সংখ্যা দুইটি কত?
 a. 45,35 b. 36,26 c. 27,17 d. 78,68
 Ans: a

<p>সমাধান:</p> <p>ধরি, একটি সংখ্যা x এবং অপর সংখ্যাটি y তাহলে প্রথম শর্তমতে, $x+y=80$ (i) এবং ২য় শর্তমতে, $x-y=10$(ii) $2x=90$ [যোগ করে] $\therefore x=45$ x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $45+y=80 \Rightarrow 45+y=80 \therefore y=35$ Ans: 45 & 35</p>	<p>Suggestion:</p> <p>এ ধরনের সহজ সমীকরণের অংকগুলো কোণ কিছু না লিখেই কিভাবে মুখে মুখে করা সম্ভব তা বীজগণিত অধ্যায়ের শুরুতে মান নির্ণয় অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। সেখান থেকে আগে পড়ার পর বিস্তারিত নিয়মে করার জন্য এখানে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো দেখুন।</p>
--	--

৪৮. দুইটি সংখ্যার গুণফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত? [BADC-(Computer Operator)-2018]

<p>সমাধান:</p> <p>ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে x এবং y প্রথমতে, $xy=156$ এবং $x^2+y^2=313$ আমরা জানি, $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ $\Rightarrow (x+y)^2=313+2 \times 156 \Rightarrow (x+y)^2=625$ $\Rightarrow (x+y)^2=625 \therefore x+y=25$</p>	<p>কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:</p> <p>সংখ্যা দুটির গুণফল = ১৫৬ কে ভাগানো। যায় 12×13 আবার $12^2=144$ এবং $13^2=169$ এর যোগফল $144+169=313$ সুতরাং সংখ্যা দুটির যোগফল $12+13=25$।</p>
--	---

৪৯. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার পার্থক্য ৬ এবং তাদের বর্গের পার্থক্য ১০৪। সংখ্যা দুটির যোগফল কত? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর-(অফিস সহ-স্টাইলিস্ট)-২০১৮]

a. 6 b. 8 c. 12 d. 18
 সমাধান: ধরি, বড় সংখ্যাটি = x এবং ছোট সংখ্যাটি = y
 এখানে, $x-y=6$ এবং $x^2-y^2=108$
 এখন, $x^2-y^2=108 \Rightarrow (x+y)(x-y)=108 \Rightarrow (x+y) \times 6=108 \therefore x+y=18$ সুতরাং সংখ্যা দুটির যোগফল = 18

৫০. ১৪৭ কে এমনভাবে দুইভাগ করা হল যে প্রথম ভাগটি এক-তৃতীয়াংশ এবং দ্বিতীয় ভাগটির এক-সপ্তমাংশের অনুপাত ৭:৪। প্রথম ভাগ ও দ্বিতীয় ভাগের পার্থক্য কত? [বিসিআইসি-(এইও)-২০১৮]

a. 63 b. 84 c. 12 d. 21
 Ans: d

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটির ১ম ভাগ = x, ২য় ভাগ = y
 ১ম শর্তমতে, $x+y=147$(i)

২য় শর্তমতে, $\frac{x}{3} + \frac{y}{7} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} \times \frac{7}{7} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7}{4} \times \frac{3}{7} \Rightarrow 4x=3y$
 (i) নং সমীকরণকে ৩ দ্বারা গুণ করে পাই, $3x+3y=441 \Rightarrow 3x+4x=441 \Rightarrow 7x=441 \therefore x=63$
 তাহলে $y=147-63=84 \therefore x$ ও y এর মধ্যে পার্থক্য = $(84-63)=21$

৫১. বারু এবং তপুর্ কাছে কিছু মার্বেল আছে। বারু যদি তপুকে ১০ টি মার্বেল দিয়ে দেয় তবে তাদের মার্বেলের সংখ্যা সমান হবে। আর তপু যদি বারুকে ২০ টি মার্বেল দেয় তবে বারুর মার্বেলের সংখ্যা তপুর্ মার্বেলের সংখ্যার দ্বিগুণ হবে। বারুর্ কাছে কয়টি মার্বেল আছে? [প্রাথমিক বিদ্যালয়(সহকারী শিক্ষক)-২০১৯/পরিসংখ্যান বুয়ের (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০১৬]

ক. ১০০ খ. ১২০ গ. ১৪০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক
 সমাধান: ধরি, বারুর কাছে মার্বেল আছে = x টি
 সুতরাং তপুর্ কাছে ছিল = $(x-10-10)=x-20$ টি
 প্রথমতে, $x+20=2(x-80) \Rightarrow x+20=2x-160 \therefore x=180$ সুতরাং বারুর্ কাছে মার্বেল আছে = $x=180$ টি।

৫২. ফাইয়াজ ও আয়াজের কতগুলো আপেল কল ছিল। ফাইয়াজের আপেলকল থেকে আয়াজকে ১০ টি আপেলকল দিলে আয়াজের আপেলকলের সংখ্যা ফাইয়াজের থেকে তিনগুণ হতো। আর আয়াজের আপেলকল থেকে ফাইয়াজকে ২০ টি দিলে ফাইয়াজের আপেলকলের সংখ্যা আয়াজের সংখ্যার দ্বিগুণ হতো। কার কতগুলো আপেলকল ছিল? [হুনা উন্নয়ন বোর্ড (অফিস সহায়ক)-২০২১]

a. 35, 28 b. 44, 28 c. 45, 27 d. 50, 22 Ans: b
 সমাধান: ধরি, ফাইয়াজের আপেলকলের সংখ্যা = x এবং আয়াজের আপেলকলের সংখ্যা = y
 ১ম শর্তানুসারে, $y+10=3(x-10) \Rightarrow y+10=3x-30 \therefore 3x-y=40$ (i)
 ২য় শর্তানুসারে, $x+20=2(y-20) \Rightarrow x+20=2y-40 \therefore x-2y=-60$ (ii)
 সমীকরণ (i) কে ২ দ্বারা গুণ করে তা থেকে সমীকরণ (ii) বিয়োগ করে পাই, $5x=140 \therefore x=28$
 x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই, $3 \times 28 - y = 40$ বা, $-y = 40 - 84$ বা, $-y = -44 \therefore y = 44$

উত্তর: আয়াজের আপেলকল ছিল ৪৪ টি ও ফাইয়াজের আপেলকল ছিল ২৮ টি।
 ৫৩. শহর A থেকে শহর B এর ২টি টিকেট এবং শহর A থেকে শহর C এর ৩টি টিকেটের মূল্য ৭৭ টাকা। আবার শহর A থেকে B এর ৩টি টিকেট এবং শহর A থেকে C এর ২টি টিকেটের মূল্য ৭৩ টাকা। শহর A থেকে B এবং শহর A থেকে C এর টিকেটের মূল্য যথাক্রমে কত? [DAE-(Store Keeper)-2017]

a. ১৩ টাকা, ১৭ টাকা b. ১৭ টাকা, ১৩ টাকা c. ৯ টাকা, ১১ টাকা d. ১১ টাকা, ৯ টাকা Ans: a
 সমাধান:
 ধরি, শহর A থেকে শহর B তে যাওয়া টিকেটের মূল্য = x টাকা।
 এবং শহর A থেকে শহর C তে যাওয়া টিকেটের মূল্য = y টাকা।
 প্রথমতে, $2x+3y=97$(i) এবং $3x+2y=93$(ii)

(i) নং সমীকরণকে ২ এবং (ii) নং সমীকরণকে ৩ দিয়ে গুণ করে পাওয়া যায়।
 $4x+6y=194$
 $9x+6y=279$

 $5x=65$ (বিয়োগ করে) $\therefore x=13$ আবার $2x+3y=97 \Rightarrow 2 \times 13 + 3y = 97 \Rightarrow 3y = 71 \therefore y = 24$
 সুতরাং A থেকে B এর ভাড়া ১৩ টাকা এবং A থেকে শহর C এর ভাড়া ২৪ টাকা।

Shortcut: এ ধরনের প্রশ্ন সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান না করে অপশন ধরে হিসেব করলে সহজে উত্তর বের হবে।

৫৪. দুইটি সংখ্যার যোগফল ৪৫ এবং একটি অপরাটর চারগুণ। বড় সংখ্যাটি কত?

- a. ৪৫ b. ৬০ c. ৭০ d. ৮০

[Hints: এখানে $x-y = 8৫$ এবং $x = 8y$, x এর মান বসিয়ে নিজে করুন।] Ans: b

৫৫. দুইটি সংখ্যার প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির পাঁচগুণের সাথে যোগ করলে যোগফল ৫২ হয়। কিন্তু দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির আটগুণের সাথে যোগ করলে যোগফল ৬৫ হয়। সংখ্যা দুইটি কত?

- a. ৭, ৬ b. ৭, ৯ c. ৮, ৯ d. ৬, ৯

[Hints: এখানে $x+৫y = ৫২$ এবং $৮x+y = ৬৫$] Ans: b

৫৬. দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ করলে যোগ করলে ৫৭ হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে ৭ হয়। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর। [৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]

- a. (21,30) b. (11, 13) c. (13,15) d. (30,20)

৫৭. $5x - 3y = 9$, $3x - 5y = -1$ হলে; $(x, y) = ?$

- a. (2,3) b. (2,1) c. (3,1) d. (3,2)

৫৮. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 1 যোগ করলে $\frac{1}{2}$ হয় এবং হরের সাথে 1 যোগ করলে তা $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি কত?

- a. $\frac{8}{3}$ b. $\frac{5}{3}$ c. $\frac{3}{8}$ d. $\frac{3}{5}$

৬৯. কোনো ভগ্নাংশের লব x এবং হর y । সুতরাং ভগ্নাংশটি হবে $= \frac{x}{y}$

প্রথম শর্তমতে, $\frac{x+1}{y} = \frac{1}{2}$ বা, $y = 2x + 2$ -----(i)

দ্বিতীয় শর্তমতে, $\frac{x}{y+1} = \frac{1}{3}$ বা, $y + 1 = 3x$ -----(ii)

(i) নং থেকে y এর মান (ii) নং এ বসাই
বা, $2x + 2 + 1 = 3x$ বা, $-x = -3 \therefore x = 3$

x এর মান (i) নং এ বসাই $y = 2.3 + 2$ বা, $y = 8 \therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{3}{8}$ Ans: $\frac{3}{8}$

৭০. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়।

ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন [৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]

৭১. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন। [৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]

Ans: $\frac{5}{3}$

Ans: $\frac{3}{4}$

লিখিত অংশ

১. সমাধান করুন: $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ এবং $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ [৮ম শ্রেণি- (অনু:-৬.১)] + [NCTB (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [মবস অধিদপ্তর (অফিস সহঃ)-এপ্রিল-২০২২(লিখিত)]

২. সমাধান করুন: প্রদত্ত সমীকরণ $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ (i) এবং $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ (ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 এবং (ii) নং কে 1 দিয়ে গুণ করে পাই	(i) নং সমীকরণকে 9 এবং (ii) নং কে 1 দিয়ে গুণ করে পাই
$\frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 2$	$\frac{18}{x} + \frac{9}{y} = 9$
$\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ [বিয়োগ করে]	$\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ [যোগ করে]
$\frac{2}{y} + \frac{9}{y} = 3 \Rightarrow \frac{2+9}{y} = 3 \Rightarrow 3y = 11 \therefore y = \frac{11}{3}$	$\frac{18}{x} + \frac{4}{x} = 8 \Rightarrow \frac{22}{x} = 8 \Rightarrow 8x = 22 \therefore x = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}$
\therefore নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{11}{4}, \frac{11}{3}\right)$	

৩. সমাধান করুন:

১. সমাধান করুন: $2x + \frac{3}{y} = 1$ এবং $5x - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$ [২৯তম বিসিএস লিখিত] Ans: $(x, y) = \left(\frac{1}{4}, 6\right)$

২. x ও y এর মান নির্ণয় কর: $3x-5y = -9$; $5x-3y = 1$ [বিসিএসআইসি(এক্সটেনশন অফিসার)-২০২১]

৩. সমাধান: দেয়া আছে, $3x-5y = -9$(i) এবং $5x-3y = 1$ (ii)

(i) নং সমীকরণকে 5 দ্বারা এবং (ii) নং সমীকরণে 3 দ্বারা গুণ করে (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$15x-25y = -45$

$15x-9y = 3$

$-16y = -48 \therefore y = 3$

y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $3x-5 \times 3 = -9 \Rightarrow 3x = -9+15 \Rightarrow 3x = 6 \therefore x = 2$

সুতরাং নিণেয় সমাধান: $(x, y) = (2, 3)$

৪. 100 টাকা 4 টি কমলা এবং 12 টি আপেল ক্রয় করা যায় অথবা 10 টি কমলা এবং 5 টি আপেল ক্রয় করা যায়। একটি কমলার মূল্য এবং একটি আপেলের মূল্য নির্ণয় করুন। [২৭তম বিসিএস লিখিত]

৫. সমাধান: মনে করি, একটি কমলার মূল্য = x টাকা এবং ১টি আপেলের মূল্য = y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $4x + 12y = 100$ (i)

২য় শর্তানুসারে, $10x + 5y = 100$ (ii)

[(i) $\times 10 -$ (ii) $\times 4$] করে আমরা পাই, $100y = 600 \therefore y = 6$ টাকা

(i) নং এ $y = 6$ বসিয়ে পাই, $4x + 12.6 = 100 \Rightarrow 4x = 100-72 \Rightarrow 4x = 28 \therefore x = 7$

উত্তর: আপেলের মূল্য 6 টাকা, কমলার মূল্য 7 টাকা।

৫. দুইটি শাড়ি ও ৪ টি শার্ট এর মূল্য ১৬০০ টাকা। সমপরিমাণ টাকা দিয়ে কোন ব্যক্তি ১টি শাড়ি ও ৬ টি শার্ট ক্রয় করলে পাবে যদি কোন ব্যক্তি ১২টি শার্ট কিনতে চায় তাহলে তাকে কত ব্যয় করতে হবে? [IBBL-(ATO)-2017]

সমাধান:

ধরি, একটি শাড়ির মূল্য = x টাকা এবং একটি শার্টের মূল্য = y টাকা।

১ম শর্তমতে, $2x + 8y = 1600 \therefore x + 2y = 800$ -----(i)

২য় শর্তমতে, $x + 6y = 1600$ -----(ii)

বিয়োগ করে পাই, $8y = 800$; সুতরাং $y = 200$; অর্থাৎ একটি শার্টের দাম ২০০ টাকা।
তাহলে ১২টি শার্টের দাম হবে $12 \times 200 = 2400$ টাকা।

উত্তর: ২৪০০ টাকা

নিজে করুন:

৬. একজন বালক দোকান থেকে ১৫ টি খাতা ও ১০ টি পেন্সিল ৩০০ টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে একই ধরনের ১০ টি খাতা ও ১৫ টি পেন্সিল ২৫০ টাকায় ক্রয় করলো। প্রতিটি খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করুন। [৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]

উত্তর: প্রতিটি খাতার মূল্য ১৬ টাকা এবং প্রতিটি পেন্সিলের মূল্য ৬ টাকা।

৭. ২টি টেবিল ও ৩ টি চেয়ারের দাম একত্রে ১০৭৫ টাকা, আবার ৩ টি টেবিল ও ৮টি চেয়ারের দাম একত্রে ১৮৭৫ টাকা। একটি টেবিলের দাম নির্ণয় করুন।

সমাধান:

মনে করি, একটি টেবিলের দাম x টাকা এবং একটি চেয়ারের দাম y টাকা।

প্রথম শর্তানুসারে, $2x + 3y = 1075$ (i) দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $3x + 8y = 1875$ (ii)

সমীকরণ (i) $\times 3$ করে পাই, $6x + 9y = 3225$

সমীকরণ (ii) $\times 2$ করে পাই, $6x + 16y = 3750$ (বিয়োগ করে)

$9x = 2595 \therefore x = \frac{2595}{9} = 288$

উত্তর: ২৮৮ টাকা

৮. ৯টি ঘোড়া এবং ৭টি গরুর মূল্য ৩০০০ টাকা এবং একই দরে ৬টি ঘোড়া এবং ১৩টি গরুর মূল্য একত্রে ৩০০০ টাকা। ওই দরে ৫টি ঘোড়া এবং ৩টি গরুর মূল্য একত্রে কত টাকা হবে?

সমাধান:

মনে করি, একটি ঘোড়ার মূল্য x টাকা, এবং একটি গরুর মূল্য y টাকা।

সুতরাং, প্রথমানুসারে, $9x + 7y = 3000$ (i) এবং $6x + 13y = 3000$ (ii)

(i) $\times (2)$ করে পাই, $18x + 14y = 6000$ (iii)

(ii) $\times (3)$ করে পাই, $18x + 39y = 9000$ (iv)

(iv) থেকে (iii) বিয়োগ করে পাই, $25y = 3000 \therefore y = 120$

(i) এ y -এর মান বসিয়ে পাই, $9x + 7 \times 120 = 3000 \Rightarrow 9x = 2160 \therefore x = 240$

\therefore একটি ঘোড়ার মূল্য = ২৪০ টাকা এবং একটি গরুর মূল্য ১২০ টাকা।

\therefore ৫ টি ঘোড়া ও ৩ টি গরুর মূল্য একত্রে = $(240 \times 5) + (120 \times 3) = (1200 + 360) = 1560$ টাকা। উত্তর: ১৫৬০ টাকা

নিজে করুন:

৯. পাঁচটি টেবিল ও ৯ টি চেয়ারের মূল্য ৯০০০ টাকা; আবার ৪টি টেবিল ও ৫ টি চেয়ারের মূল্য একত্রে ৬১০০ টাকা। তিনখানি টেবিল ও ৬ খানি চেয়ারের একত্রে মূল্য কত হইবে?

উত্তর: ৫৭০০ টাকা

সেট ও ভেনচিত্র

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

Part-01 সেট		Part-02 ভেনচিত্র	
পদ্ধতি-০১	সেটের উপর সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০১	ভেনচিত্রের সূত্র ও প্রয়োগ
পদ্ধতি-০২	তালিকা পদ্ধতির সেট	পদ্ধতি-০২	$(A \cup B)'$ বা কোনটিই নয় বের করা
পদ্ধতি-০৩	সেট গঠন পদ্ধতি	পদ্ধতি-০৩	$A \cap B$ বা উভয়টিই বের করা
পদ্ধতি-০৪	উপসেট সংখ্যা নির্ণয়	পদ্ধতি-০৪	U বা সর্বমোট সংখ্যা বের করা
পদ্ধতি-০৫	সংযোগ সেট ও ছেদ সেট	পদ্ধতি-০৫	উভয়টি করে বা করে না এরকম কেউ না থাকলে
পদ্ধতি-০৬	সেট এর বিবিধ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	তিনটি বৃত্ত সম্পর্কিত ভেনচিত্রের প্রশ্ন

সেটের ধারণা : (Concept)

সেটের প্রথম ধারণা দেন জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যান্টর (১৮৪৫ - ১৯১৮)। তাকে সেট খিওরীর জনক বলা হয়।

সেটের সংজ্ঞা : (Definition)

বস্তু বা চিন্তা জগতের সু-সংজ্ঞায়িত বস্তুর সমাবেশ বা সংগ্রহকে সেট বলে। সেট সাধারণত ইংরেজি বড় হাতের অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করে। উপাদানকে ইংরেজি অক্ষরে লিখলে ছোট হাতের অক্ষর দ্বারা লিখতে হয়। সেটের উপাদান সমূহকে সাধারণত দ্বিতীয় বন্ধনীর মধ্যে আবদ্ধ রাখা হয়। সেটকে সাধারণত "{ ... }" দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং উপাদানগুলোকে আলাদা করার জন্য কমা ব্যবহার করা হয়

যেমন: $A = \{a, b, c\}$ এখানে A হচ্ছে একটি সেট এবং a, b, c হবে A সেটের সদস্য বা উপাদান।

কিছু গুরুত্বপূর্ণ চিহ্ন সেটের প্রশ্নগুলোর সমাধান করার জন্য যাদের ব্যবহার জানা জরুরী।

\cup = Union (সংযোগ সেট)	\in = belongs to (ভিতরে থাকে)
\cap = Intersection (ছেদ সেট)	\notin = Not belongs to (ভিতরে থাকে না)
\subseteq = Subset (উপসেট)	"ং" = such that (যেন)
\subset = Proper Subset (প্রকৃত উপসেট)	

সসীম ও অসীম সেট (Finite Set & Infinite Set) :

কোন সেটের উপাদান সংখ্যা যদি গণনার সাহায্যে নির্দিষ্ট করা যায় তাহলে তাকে সসীম সেট বলে।

আবার কোন সেটের উপাদান সংখ্যা যদি গণনা করে শেষ করা না যায় অর্থাৎ অগণিত বা অসীম হয় তবে তাকে অসীম সেট বলে।

ফাঁকা সেট (Null or empty set) :

যদি কোন একটি সেটে আদৌ কোন উপাদান না থাকে তবে সেই সেটকে ফাঁকা সেট বলা হয়। ফাঁকা সেটকে \emptyset অথবা $\{\}$ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সার্বিক সেট (Universal set) :

আলোচিত সকল সেট যে বৃহৎ সেটের অন্তর্ভুক্ত তাকে সার্বিক সেট বলে। সার্বিক সেটকে U প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

Part-01 : সেট

পদ্ধতি-০১: সেটের উপর সাধারণ প্রশ্ন

১. নিচের কোনটি ফাঁকা সেট? [সহািসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়-২০১৩]

- ক. $\{ \}$ খ. $\{ \emptyset \}$ গ. $\{ 0 \}$ ঘ. $\{ 1 \}$

সমাধান: ফাঁকা সেট দুইভাবে লেখা যায়। যথা: (i) $\{ \}$ (ii) \emptyset । কিন্তু এভাবে $\{ \emptyset \}$ ডাবল করে লেখা যাবে না

২. নিচের কোনটি সঠিক? [জনতা ব্যাংক-২০০৯]

- ক. $A' = \{x : x \in A\}$ খ. $A' = \{x : x \in \emptyset\}$ গ. $A' = \{x : x \notin A\}$ ঘ. $A' = \{x\}$

সমাধান: $A = x$ হলে, $x \in A$ কিন্তু $A' = x$ এবং $x \notin A$

৩. $x \in (A \cap B)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক হবে? [শিক্ষক নিয়োগ- ২০১০]

- ক. $x \in A$ এবং $x \in B$ খ. $x \notin A$ অথবা $x \notin B$ গ. $x \in B$ এবং $x \notin A$ ঘ. $x \notin A$ এবং $x \in C$

সমাধান: $x \in (A \cap B)$ হলে, $x \in A$ অথবা $x \in B$

৪. নিচের কোনটি ফাঁকা সেট? [দ্রুতি দমন বুরো অফিসার-১৯৯৪]

- ক. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 = 2\}$ খ. $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 = 2\}$

- গ. $C = \{x \in \mathbb{Q} : x^3 = \frac{8}{27}\}$ ঘ. $D = \{x \in \mathbb{C} : x^2 = -1\}$

সমাধান:	
মাথায় রাখুন এই বিষয়গুলো পরেও কাজে লাগবে।	(i) $x^2 = 2$ বা, $x = \sqrt{2} \notin \mathbb{N} \therefore A = \{ \}$
$N =$ স্বাভাবিক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার সেট	(ii) $x^2 = 2$ বা, $x = \sqrt{2} \in \mathbb{R} \therefore B = \{ \sqrt{2} \}$
$R =$ সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার সেট	(iii) $x^3 = \frac{8}{27}$ বা, $x = \frac{2}{3} \in \mathbb{Q} \therefore C = \{ \frac{2}{3} \}$
$Q =$ সকল মূলদ সংখ্যার সেট	(iv) $x^2 = -1$ বা, $x = \sqrt{-1} \therefore D = \{ i \}$ [$\because \sqrt{-1} = i$]
$C =$ কাল্পনিক সংখ্যার সেট	

৫. নিচের কোনটি সঠিক? [পরিবেশ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০০১]

- ক. $Z \subset Q \subset R$ খ. $R \subset Z \subset Q$ গ. $Q \subset Z \subset R$ ঘ. $R \subset Q \subset Z$

সমাধান: $Z =$ পূর্ণ সংখ্যার সেট, এবং $Q =$ মূলদ সংখ্যার সেট এবং R হচ্ছে সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার সেট।

যেহেতু সকল পূর্ণ সংখ্যা ই মূলদ সংখ্যা তাই R এর উপসেট Q এবং Q এর উপসেট Z । সুতরাং $Z \subset Q \subset R$ সঠিক।

৬. ৪ এর গুণনীয়ক সেট কোনটি? [ওয়েজ আর্নাল্ড কল্যাণ বোর্ড (সহকারী পরিচালক)-২০১৭]

- ক. $\{ 8, 16, 24 \}$ খ. $\{ 1, 2, 4, 8 \}$ গ. $\{ 2, 4, 8 \}$ ঘ. $\{ 1, 2 \}$

সমাধান: ৪ এর গুণনীয়ক হলো $= 1, 2, 4$ ও 8 । (যেগুলো দিয়ে ৮ কে নিঃশেষে ভাগ করা যায়) সুতরাং সেট $= \{ 1, 2, 4, 8 \}$

৭. ৫ এর গুণিতকের সেট কোন ধরনের সেট? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা (সাধারণ)-২০১৮]

- ক. সসীম সেট খ. সার্বিক সেট গ. ফাঁকা সেট ঘ. অসীম সেট

সমাধান: ৫ এর গুণিতক $= \{ 5, 10, 15, 20, \dots \} =$ অগণিত, তাই ৫ এর গুণিতকের সেট $=$ অসীম সেট।

৮. ৭ এর গুণিতকের সেট কোন ধরনের সেট? [নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০১৩]

- ক. অসীম সেট খ. সসীম সেট গ. সার্বিক সেট ঘ. ফাঁকা সেট

৯. স্বাভাবিক সংখ্যার সেটের ক্ষুদ্রতম সদস্য হলো? [সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার ২০১০]

- ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4

সমাধান: স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$ যেখানে ক্ষুদ্রতম সদস্য $= 1$

১০. যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার সেট 10 এর ছোট সেসব সংখ্যার সেটের প্রতীক কোনটি? [শ্রম মন্ত্রণালয়ের সহকারী পরিচালক ২০০৫]

- ক. $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 10\}$ খ. $A = \{x \in \mathbb{N} : x > 10\}$

- গ. $A = \{x \in \mathbb{N} : x = 10\}$ ঘ. $A = \{x \in \mathbb{N} : x \pm 10\}$

সমাধান: 10 এর থেকে ছোট স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 10\} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

পদ্ধতি-০২: তালিকা পদ্ধতির সেট

১১. স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N গঠিত হয়- [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৯]

- ক. $\{ 1, 2, 3, \dots \}$ খ. $\{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$ গ. $\{ 1, 2, 3, 4, \dots, \infty \}$ ঘ. $\{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

১২. $\{x \in \mathbb{N} : x, 42$ এর গুণনীয়ক $\}$ সেটটি তালিকা রূপ কোনটি? [এম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০০২১] + [প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক]-২০১২। [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের (সহকারী শিক্ষক)-২০১৩]

- ক. $\{ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42 \}$ খ. $\{ 1, 3, 6, 7, 14, 42 \}$

- গ. $\{ 1, 2, 3, 6, 14, 42 \}$ ঘ. $\{ 1, 2, 3, 6, 8, 14, 21, 42 \}$

সমাধান:	বিকল্প পদ্ধতি: (অপশন টেস্ট করে)
$42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$ 42 এর গুণনীয়ক $= 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42$	এখানে x এর মানগুলো হবে সেই সংখ্যাগুলো যেগুলো দ্বারা 42 কে বিভাজ্য করা যায়। ক. অপশনের সকল সংখ্যা দ্বারা 42 কে বিভাজ্য করা যায়।
\therefore তালিকা পদ্ধতি $= \{ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42 \}$	

১৩. $A = \{x \in \mathbb{N} : x-1 = 0\}$ সেটটির তালিকা পদ্ধতির কোনটি? [জরিপ অধিদপ্তরের সহকারী সুপারিনটেনডেন্ট-২০০৫+মহা হিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ের সহকারী পরিস্থান কর্মকর্তা-২০০৮+পল্লী উন্নয়ন বোর্ডের হিসাব সহকারী-২০১৪]

- ক. $\{-1\}$ খ. $\{0\}$ গ. $\{1\}$ ঘ. $\{2\}$

সমাধান:	বিকল্প পদ্ধতি: (অপশন টেস্ট করে)
$A = \{x \in \mathbb{N} : x-1=0\}$ এখন, $x-1 = 0 \therefore x = 1$ সুতরাং $A = \{1\}$	x এর মান এমন একটি সংখ্যা হবে যা থেকে 1 বিয়োগ করলে বিয়োগফল শূন্য হবে। এখানে, কেবল 1 থেকে 1 বিয়োগ করলেই বিয়োগফল শূন্য হবে। সুতরাং উত্তর $\{1\}$

১৪. যদি $A = \{x : x, 4$ এর গুণিতক এবং $x < 16\}$ হলে- নিচের কোনটি সঠিক? (৮ম, অন্: ৭ এর উদা: ১১)

- ক. $\{ 4, 8, 12 \}$ খ. $\{ 4, 8, 12, 16 \}$ গ. $\{ 2, 4, 6 \}$ ঘ. $\{ 4, 6, 8, 10 \}$

সমাধান: 16 এর থেকে ছোট 4 এর গুণিতকগুলো হলো 4, 8 এবং 12। সুতরাং $A = \{ 4, 8, 12 \}$

১৫. $C = \{x : x$ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 18\}$; C সেটের উপাদানগুলো হবে- [৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)]

- ক. $\{ -1, -2, -3, -4 \}$ খ. $\{ 1, 3, 5, 7 \}$ গ. $\{ -2, -4, -6, -8 \}$ ঘ. $\{ -1, -2, -3, -4 \}$

সমাধান: এখানে যেহেতু x একটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা তাই লেখা যায়,

$(-1)^2 = 1 < 18, (-2)^2 = 4 < 18, (-3)^2 = 9 < 18$ এবং $(-4)^2 = 16 < 18 \therefore x = \{-1, -2, -3, -4\}$

৪^ম ব্যাখ্যা : 18 এর থেকে ছোট পূর্ণ বর্গ সংখ্যা আছে ৪টি যথা, 16, 9, 4 ও 1 যেগুলো x^2 এর মান।

কিন্তু আমাদের বের করতে হবে x এর মান। যেহেতু x একটি ঋণাত্মক সংখ্যা তাই, $x = -1, -2, -3, -4$

১৬. যদি $A = \{x: x^2 = 9, 2x = 4\}$ হয়, $A =$ কত? [আইন বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের (সাব রেজিস্টার)-২০১১/ন/স/১৬] যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগের অধীনে (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭/সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]

- ক. $\{3,2\}$ খ. $\{-3,2\}$ গ. \emptyset ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: ধরি, $A = \{x: x^2 = 9, 2x = 4\}$
এখানে, $x^2 = 9$ এবং $2x = 4 \Rightarrow x = \pm 3$ অথবা $x = 2$
 $\therefore A = \{-3, 3, 2\}$

১৭. $\{x \in \mathbb{N} : 31 < x < 37\}$ এবং x মৌলিক সংখ্যা কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কোনটি হয়? [৬ষ্ঠ বিজ্ঞেয় (সহকারী জ্য) প্রাথমিক পরীক্ষা-২০১১]

- ক. $\{ \}$ খ. $\{0\}$ গ. $\{6\}$ ঘ. $\{6,7\}$

সমাধান: যেহেতু 31 ও 37 এর মধ্যে কোন মৌলিক সংখ্যা নেই। সুতরাং উক্ত সেটটি হবে ফাঁকা সেট।

১৮. $\{x \in \mathbb{N} : x^3 > 25\}$ এবং $x^4 < 264\}$ তালিকা পদ্ধতির সেট কোনটি? [কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপপরিচালক-২০০৭+সঙ্গ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০০৯]

- ক. $\{4,5,6,7\}$ খ. $\{3,4\}$ গ. $\{2,3,4,5\}$ ঘ. $\{1,2,3,4\}$

সমাধান: x এর মান এমন একটি ধরতে হবে যাতে তার ঘন করলে 25 অপেক্ষা বড় কিন্তু পাওয়ার 4 করলে 264 থেকে ছোট হবে।

খ' অপশনের উপাদানগুলোই কেবল এর শর্ত পূরণ করে। যেমন: $3^3 > 25 = 27 > 25$ এবং $4^3 > 25 = 64 > 25$ ।
দ্বিতীয় শর্তে $3^4 < 264 = 81 < 264$ এবং $4^4 < 264 = 256 < 264$ । এখানে দেখা যাচ্ছে যে, 4 এর উপরে সংখ্যার পাওয়ার 4 দিলে সেটা দ্বিতীয় শর্ত পূরণ করে না। আবার 3 এর নিচের সংখ্যার উপর ঘন করলে তা প্রথম শর্ত পূরণ করে না।

১৯. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 20\}$ এবং $x^3 < 130\}$ হলে A সেটের উপাদান কোনটি? [বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. 3 খ. 4 গ. 5 ঘ. 2

সমাধান: এখানে, $x^2 > 20$ সুতরাং $x = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$ হলে, $x^2 > 20$ শর্ত পূর্ণ করবে
আবার, $x^3 < 130$ সুতরাং $x = \{5, 4, 3, \dots\}$ হলে, $x^3 < 130$ শর্ত পূর্ণ করবে
সুতরাং উভয় শর্ত পূর্ণ করার জন্য $x = 5$ হতে হবে। তাহলে A সেট এর উপাদান = 5

২০. $\{x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x < 3\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে পাই? [কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক-২০০৬]

- ক. $\{0,1,2\}$ খ. $\{1,2\}$ গ. $\{\dots,-2,-1,0,1,2\}$ ঘ. $\{\pm 1, \pm 2\}$

সমাধান: $x < 3$ অর্থ x এর মান 3 থেকে শুরু করে 3 এর ছোট সব সংখ্যা হবে। তাই সেট, $\{\dots,-2,-1,0,1,2\}$

২১. $A = \{2,3,5\}$ এবং $R = \{(x,y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x-1\}$ হলে, R কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে পিছে কোনটি হবে? [সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার-২০০৬]

- ক. $\{(2,3)\}$ খ. $\{(3,2)\}$ গ. $\{(3,3)\}$ ঘ. $\{(5,5)\}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{2,3,5\}$ এবং $R = \{(x,y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x-1\}$ অর্থ x এবং y দুটোই A এর অন্তর্ভুক্ত। কিন্তু y এর মান x এর থেকে 1 কম। তাই আমরা লিখতে পারি,

x এর মান	2	3	5	হলে
$y =$ এর মান	1	2	4	হবে

এখানে যেহেতু $1, 4 \notin A$ সুতরাং $(2,1), (5,4) \notin R$ তাহলে $R = \{(3,2)\}$

২২. যদি $A = \{2, 3\}$ $B = \{1, 2\}$ এবং A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কিত বিবেচনা থাকে, তবে অর্ধসেটের বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ২০১৩]

সমাধান: যেহেতু দেয়া আছে $x > y$ তাই প্রথমে বড় সংখ্যা নিয়ে যতগুলো সেট হবে। $\{(2,1), (3,1), (3,2)\}$

পদ্ধতি-০৩: সেট গঠন পদ্ধতি

২০. $\{3,5,7\}$ কে সেট গঠন করলে? [পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০১৫]

- ক. $\{x: x$ বিজোড় এবং $3 \leq x \leq 7\}$ খ. $\{x: x$ বিজোড় এবং $2 \leq x \leq 8\}$
গ. $\{x: x$ জোড় এবং $3 \leq x \leq 7\}$ ঘ. $\{x: x$ জোড় এবং $2 \leq x \leq 8\}$

সমাধান: $\{3,5,7\}$ যা 3 সহ বড় এবং 7 সহ ছোট বিজোড় সংখ্যার সেট।
 $\therefore \{x: x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 \leq x \leq 7\}$

সার্বিক সেট (Universal Set):	সুপূরক সেট (Complement of a set):
প্রতীক 'U'	সেট A হলে,
সবক উপসেটের উপাদান নিয়ে গঠিত সেটটি হলো সার্বিক সেট। $A = \{1,2\}, B = \{2,3,4\}$	A এর সুপূরক সেট $A^c/A'/\bar{A}$. $A^c = A' = \bar{A} = U - A$ $U = \{1,2,3,4,5\}, A = \{2,3\}$ $\therefore A^c = U - A = \{1,2,3,4,5\} - \{2,3\} = \{1,4,5\}$
\therefore সার্বিক সেট $U = \{1,2,3,4\}$	$\therefore A^c = U - A = \{1,2,3,4,5\} - \{2,3\} = \{1,4,5\}$
সুপূরক মনে রাখতে হবে, $(A^c)^c = A, U^c = \emptyset, \emptyset^c = U$	
আবার, সেটের উপাদান (Elements of a set): $A = \{1,2,3,4,5\} \therefore$ সেটের উপাদান সংখ্যা $n(A) = 5, A = 5$	

২৪. U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট হলে, $A^c = U - A$ কে A এর কোন সেট বলে? [বাংলাদেশ টেলিভিশনের বিজ্ঞাপন অধিকারিক-২০০৬]

- ক. সার্বিক সেট খ. পূরক সেট গ. সংযোগ সেট ঘ. নিষ্ফল সেট উত্তর: খ

২৫. $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $A = \{2,4,6,7\}$ এবং $B = \{1,3,5\}$ হলে A^c ও B^c নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২.১]

সমাধান: $A^c = U - A = \{1,2,3,4,5,6,7\} - \{2,4,6,7\} = \{1,3,5\}$
আবার, $B^c = U - B = \{1,2,3,4,5,6,7\} - \{1,3,5\} = \{2,4,6,7\}$
 \therefore নির্ণয় সেট, $A^c = \{1,3,5\}$ এবং $B^c = \{2,4,6,7\}$

২৬. সার্বিক সেট $A = \{a,b,c\}$ এবং $B = \emptyset$ হলে, B এর সুপূরক সেট কোনটি? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের সাইবার অফিসার-২০১৫]

- ক. \emptyset খ. $\{a,b\}$ গ. $\{b,c\}$ ঘ. $\{a,b,c\}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: সার্বিক সেট, $A = \{a,b,c\}, B = \emptyset$ সুতরাং B এর সুপূরক সেট, $B^c = A - B = \{a,b,c\} - \emptyset = \{a,b,c\}$

পদ্ধতি-০৪: উপসেট সংখ্যা নির্ণয়

সুপূরক সেট (Subset):

যদি A সেটের প্রত্যেক উপাদান B সেটের উপাদান হয়, তবে A কে B এর উপসেট বলে এবং এদেরকে প্রকাশ করা যায়, $A \subset B$ প্রতীকে, $A \subset B$ দ্বারা বোঝায় A, B এর উপসেট। যেমন: $A = \{4,6,8\}, B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ হলে $A \subset B$, অর্থাৎ A, B এর একটি উপসেট।

সুতরাং একটি সেটের ভিতরে যতগুলো উপাদান থাকে উহাদের দ্বারা পৃথক পৃথক ভাবে গঠিত সেটকে উপসেট বলে।

সুপূরক সেট নির্ণয়ের পদ্ধতি: (খুবই গুরুত্বপূর্ণ)

$A = \{a,b\}$ সম্ভাব্য উপসেট $\{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \emptyset$ \therefore মোট উপসেট = ৪টি, ৩ টি উপাদান হলে উপসেট হবে $2^3 = 8$ টি

\therefore সেট থেকে কতগুলো উপসেট পাওয়া যাবে তা Power set এর সূত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করা যায়। সূত্র: $2^n = 2^2 = 4$

২৭. n উপাদানবিশিষ্ট একটি প্রদত্ত সেটের উপসেটের সংখ্যা কত হবে? [তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে টেলিভিশন প্রকৌশলী প্রোভ-২ : ০৪]

- ক. $n(n+1)$ খ. n^2 গ. 2^{n-1} ঘ. 2^n উত্তর: ঘ

২৮. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা ৩ হলে, এর উপসেটের সংখ্যা কতটি হবে?
ক. ২টি খ. ৮টি গ. ৩টি ঘ. ৯টি

২৯. $A = \{a, b, c\}$ সেটের উপসেট কয়টি? [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]+ [NBR-2015]
ক. ৪টি খ. ৮টি গ. ৯টি ঘ. ১৬টি

৩০. 5 উপাদান বিশিষ্ট একটি প্রদত্ত সেটের মোট কতটি উপসেট আছে?
ক. 16 খ. 2^{n-1} গ. 32 ঘ. 21^n

৩১. $A = \{1,3,5,6\}$, $B = \{1,6\}$ হলে, A ও B সেট সম্পর্কে নিচের কোন মন্তব্যটি সঠিক? [বাংলাদেশ বেলগেয়ে সহ কমান্ডেট-৭৭]
ক. $B \subset A$ খ. $A \subset B$ গ. $B \subseteq A$ ঘ. $A \supseteq B$

সমাধান: যেহেতু B সেটের সকল উপাদান A সেটে বিদ্যমান সুতরাং $B \subset A$ ।

৩২. $P = \{2,4,6,7,8\}$ এবং $Q = \{2,4,6\}$ হলে $P \cap Q$ এর উপসেট সংখ্যা কত? [৯ম-১০ম অঙ্ক: ২.১ এর ৬ সূত্র]
ক. 4 খ. 8 গ. 16 ঘ. 32

সমাধান: দেওয়া আছে, $P = \{2,4,6,7,8\}$ এবং $Q = \{2,4,6\}$
 $\therefore P \cap Q = \{2,4,6,7,8\} \cap \{2,4,6\} = \{2,4,6\}$ [সুখ মিলগুলো]

সুতরাং $P \cap Q$ এর উপসেট সংখ্যা হবে $2^3 = 8$ টি। (কারণ উপাদান ৩টি আছে)

প্রকৃত উপসেট (Proper Subset):

যে উপসেট গুলোর উপাদান সংখ্যা প্রদত্ত সেট অপেক্ষা এক কম তারা প্রকৃত উপসেট। $A = \{a,b\}$
উপসেটগুলো: $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a,b\}$, \emptyset । \therefore প্রকৃত উপসেটগুলো $\{a\}$, $\{b\}$, \emptyset
সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। সূত্র: $2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

৩৩. নিচের কোনটি প্রকৃত উপসেট এর প্রতীক? [৯ম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের সহকারী প্রধান পরিদর্শক-২০১৬]
ক. \cup খ. \cap গ. \subset ঘ. \supset

সমাধান: প্রকৃত উপসেটের প্রতীক \subset

৩৪. কোনটি $U = \{1,2,3,4\}$ এর উপসেট কিন্তু প্রকৃত উপসেট নয়? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-সহকারী পরিচালক-২০০১, দুর্নীতি দমন ব্যুরোর সহকারী উপ-পরিচালক-২০০৪+অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সঞ্চয় অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০০৭]

ক. $\{1,2\}$ খ. $\{1,2,3\}$ গ. $\{1\}$ ঘ. $\{4,3,2,1\}$
সমাধান: প্রকৃত উপসেটের উপাদান সংখ্যা মূল সেটের উপাদান থেকে কম হবে। ক, খ ও গ উত্তর হলেও ঘ প্রকৃত উপসেট নয়।

সেটের অন্তর (Difference of set): বিয়োগ করার সময় প্রথম রাশির সাথে মিল থাকা উপাদানগুলো বাদ দিতে হয়

প্রকাশ: A সেট, B সেট

(i) $A-B$, A/B , $A-(A \cap B)$, $A \cap B^c$ এবং (ii) $B-A$, B/A , $B-(A \cap B)$, $B \cap A^c$

৩৫. $P = \{x:x,12 \text{ এর গুণনীয়ক সমূহ}\}$ এবং $Q = \{x:x,3 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 12\}$ হলে, $P-Q$ কত? [৪০তম বিসিএস প্রিলি]
ক. $\{1,2,4\}$ খ. $\{1,3,4\}$ গ. $\{1,3,6\}$ ঘ. $\{1,2,6\}$

সমাধান:

এখানে $P = \{x:x,12 \text{ এর গুণনীয়কসমূহ}\}$ এবং $Q = \{x:x,3 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 12\}$

$\therefore P$ সেট থেকে x এর মান = 1,2,3,4,6,12 অর্থাৎ $P = \{1,2,3,4,6,12\}$ [১২ কে ভাগ করা যায় যেগুলো দিয়ে]

এবং Q সেট থেকে x এর মান = 3,6,9,12 অর্থাৎ $Q = \{3,6,9,12\}$ [৩ দিয়ে যাদেরকে ভাগ করা যায়]

$\therefore P-Q = \{1,2,3,4,6,12\} - \{3,6,9,12\} = \{1,2,4\}$ [যেগুলো মিলবে সেগুলো বাদ দিয়ে অবশিষ্ট সংখ্যাগুলো]

৩৬. যদি $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ হয়, তবে $A \setminus B =$ কত? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]
ক. $\{2, 3\}$ খ. $\{5\}$ গ. $\{1\}$ ঘ. $\{3, 5\}$

সমাধান: $A = \{1,2,3\}$ এবং $B = \{2,3,5\}$
 $\therefore A \setminus B = \{1,2,3\} \setminus \{2,3,5\} = \{1\}$ [চিহ্ন থাকলে (-) বিয়োগ করার মত যেগুলো মিলে সেগুলো বাদ]

৩৭. যদি $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,5\}$ হয়, তবে $\frac{A}{B} =$ কত? [প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের ইন্সট্রাক্টর-২০১৮]
ক. $\{2,3\}$ খ. $\{5\}$ গ. $\{1\}$ ঘ. $\{3,5\}$

সমাধান: $\frac{A}{B} = A - B = \{1,2,3\} - \{2,3,5\} = \{1\}$ [$\frac{A}{B}$ কে $A-B$ লিখা যায়, এখানে মিলে যাওয়া গুলো বাদ]

শক্তি সেট (Power Set):

কোন প্রদত্ত সেটের সম্ভাব্য সকল উপসেট নিয়ে গঠিত সেটকে পাওয়ার সেট বা শক্তি সেট বলে।

$A = \{a,b\}$ হলে, $P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \emptyset\}$, পাওয়ার সেটের উপসেট সংখ্যা $= 2^n = 2^2 = 4$

Note: যে কোন সেটের উপসেট সংখ্যা এবং শক্তি সেট সংখ্যা সমান হয়।

৩৮. কোন সেটের যতগুলো উপসেট হয় তাদের সেটকে উক্ত সেটের কি বলা হয়? [স্বচ্ছ অধিদপ্তরের স্বাস্থ্য সহকারী ২০০৪]
ক. শক্তি সেট খ. পূরক সেট গ. সংযোগ সেট ঘ. নিচ্ছেদ সেট

৩৯. $A = \{2, e\}$ হলে $P(A)$ কোনটি? [মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক : ০০]
ক. $\{\{2\}, \{e\}\}$ খ. $\{\{2\}, \{e\}, \{2,e\}\}$ গ. $\{\{2\}, \{e\}, \{2,e\}, \emptyset\}$ ঘ. $\{\}$

৪০. $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 5\}$ হলে $P(A)$ এর সদস্য সংখ্যা কত? [৩৬তম বিসিএস]
ক. 8 খ. 7 গ. 6 ঘ. 3

সমাধান: যেহেতু x একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 5$ অর্থাৎ x এর মান হল 5 এর সমান বা 5 এর থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যা
সুতরাং $A = 2, 3, 5 \therefore A = \{2,3,5\}$ = মোট উপাদান 3 টি
 $\therefore P(A) = 2^3 = 8$ (যে কোন সেটের সদস্য সংখ্যা 2 এর উপর পাওয়ার হিসেবে লিখলে তার উপসেট সংখ্যা বের হবে।)

৪১. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা কত? [মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা-২০১৬] [Hints: $2^4 = 16$]
a. 4 b. 8 c. 12 d. 16 Ans: d

৪২. $A = \{x:x \text{ Fibonacci সংখ্যা এবং } x^2 < 64\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান কয়টি? [৩৮তম বিসিএস প্রিলি]
ক. 128 খ. 32 গ. 64 ঘ. 256

সমাধান: দেয়া আছে, $A = \{x : x \text{ Fibonacci সংখ্যা এবং } x^2 < 64\}$
আমরা জানি, Fibonacci সংখ্যা 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ..
[পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যার সমান (উৎস: অষ্টম শ্রেণীর গণিত বই)]

আবার বলা হয়েছে $x^2 < 64$ অর্থাৎ x এর মান এমন সংখ্যা হবে যাতে তার বর্গ 64 এর থেকে ছোট হয়।
সুতরাং $A = \{0, 1, 1, 2, 3, 5\}$ যেহেতু $x = 8$ হলে, $x^2 < 64$ [শর্ত মিলছে না]
কিন্তু সেটের মধ্যে একই উপাদান দ্বার নেয়া যায়না। তাই $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ নিতে হবে।

আমরা জানি, উপসেট বের করার নিয়ম হলো $P(A) = 2^n$ এখানে $n = 5 \therefore$ উপসেট সংখ্যা $= 2^5 = 32$

<p>সংযোগ সেট (Set Union) : প্রতীক = $(A \cup B)$</p> <p>দুটি সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে তাদের সংযোগ সেট বলে।</p> <p>যদি A ও B প্রতীক দ্বারা দুটি সেট প্রকাশ করা হয়, তবে $A \cup B$ দুটি সেটের সংযোগ সেট।</p>	<p>ছেদ সেট (Set Intersection) : প্রতীক = $(A \cap B)$</p> <p>দুটি সেটের সাধারণ সদস্য নিয়ে গঠিত সেটকে তাদের ছেদ সেট বলা হয়।</p> <p>যদি A ও B প্রতীক দ্বারা দুটি সেট প্রকাশ করা হয়, তবে $A \cap B$ দুটি সেটের ছেদ সেট।</p>
<p>Rules: সংযোগ সেট এর ক্ষেত্রে দুটি সেটের সকল উপাদান নিতে হয় কিন্তু কোন উপাদান রিপিট নেয়া যাবে না।</p>	<p>Rules: ছেদ সেটের ক্ষেত্রে দুটি সেটের শুধুমাত্র কমন উপাদান গুলো নিতে হবে।</p>

৪৩. A ও B এর সংযোগ সেটকে কি প্রতীক দ্বারা সূচিত করে?

- ক. $A \cap B$ খ. $A \subset B$ গ. $A \cup B$ ঘ. $A \supset B$

৪৪. $C = \{3,4,5\}$ এবং $D = \{4,6,8\}$ হলে, $(C \cup D)$ নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২.১] + বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]

- ক. $\{4\}$ খ. $\{3, 4, 5, 6, 8\}$ গ. $\{3, 5, 8\}$ ঘ. $\{\emptyset\}$

সমাধান: এখানে, $C = \{3,4,5\}$ এবং $D = \{4,6,8\}$ $\therefore C \cup D = \{3, 4, 5\} \cup \{4, 6, 8\} = \{3,4,5,6,8\}$

৪৫. $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \phi$ হলে $A \cup B =$ কত? [৩৪ তম বিসিএস]

- ক. $\{2, 3\}$ খ. $\{1, 2, 3\}$ গ. $\{1\}$ ঘ. $\{1\}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \phi$, $\therefore A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \phi = \{1, 2, 3\}$

নিজে করুন:

৪৬. $A = \{2,3\}$, $B = \{3,4\}$ হলে, $A \cup B =$ কত? [ডাক জীবন বীমা (বিভিন্ন পদ)-এপ্রিল-২০২২]

- ক. $\{3\}$ খ. $\{2, 4\}$ গ. $\{2, 3, 4\}$ ঘ. $\{\emptyset\}$

৪৭. $A = \{-1, 1, 2\}$ এবং $B = \phi$ হলে, $A \cup B$ এর মান হবে- [NBR-2015]

- ক. $\{-1, 2\}$ খ. ϕ গ. $\{-1, 1, 2\}$ ঘ. $\{-1, \phi\}$

৪৮. $P = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 6\}$ এবং $Q = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 8\}$ হলে $P \cap Q$ এর মান হবে- [৯ম-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২.১] + শিক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে কারিগরি শিক্ষা অধি: (জুনি: ইন্সট্রাক্টর) - ২০১৮]

- ক. $\{4, 6\}$ খ. $\{2, 3, 5\}$ গ. $\{2, 4, 6, 8\}$ ঘ. $\{2, 3, 4, 5, 6, 4\}$

সমাধান: এখানে, $P = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 6\} = \{3,4,5,6\}$ [২ এর থেকে বড় ৬ পর্যন্ত]

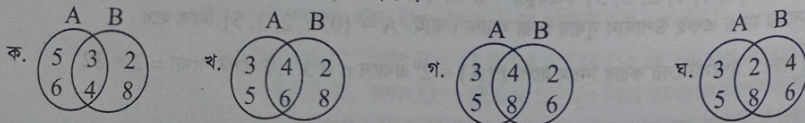
এবং $Q = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 8\} = \{2,4,6,8\}$ [৮ সহ ৮ এর থেকে ছোট জোড় সংখ্যা]

$\therefore P \cap Q = \{3,4,5,6\} \cap \{2,4,6,8\} = \{4,6\}$ [শুধু মিল সংখ্যাগুলো] \therefore নির্ণয় সেট $\{4,6\}$

৪৯. $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{2, 3, 7\}$ হলে $A \cap B =$ কত?

সমাধান: দেয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 7\}$ সুতরাং $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 7\} = \{2, 3\}$

৫০. $A = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 6\}$ এবং $B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 8\}$ হলে $A \cap B$ এর জন্য কোনটি সঠিক [টেলিফোন ইন্ট্রিনিয়ার ও সহকারী কম্পিউটার প্রোগ্রামার-২০১৩]



উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে,

$A = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 6\} = \{3,4,5,6\}$ এবং $B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 8\} = \{2,4,6,8\}$
তাহলে, $A \cap B = \{3,4,5,6\} \cap \{2,4,6,8\} = \{4,6\}$

নিজে করুন:

৫১. যদি সেট $A = \{5, 15, 20, 30\}$ এবং $B = \{3, 5, 15, 18, 20\}$ হয় তবে নিচের কোনটি $A \cap B$ নির্দেশ করবে? [৩০তম বিসিএস]

- ক. $\{5,15,20,30\}$ খ. $\{3,5,15\}$ গ. $\{5,15,20\}$ ঘ. $\{\}$ উত্তর: গ

৫২. যদি $Q = \{x : x, 9 \text{ এর গুণনীয়কসমূহ}\}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক- [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ (প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. $Q = \{1, 3, 9\}$ খ. $Q = \{1, 3\}$ গ. $Q = \{3, 9\}$ ঘ. $Q = \{3, 9, 18\}$ উত্তর: ক

সমাধান: ৯ এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে = 1, 3 এবং 9। সুতরাং এদের সেট $Q = \{1, 3, 9\}$

৫৩. যদি $A = \{x : x, 3 \text{ এর গুণিতক } x < 15\}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ (প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. $A = \{1, 3, 6, 9, 12\}$ খ. $A = \{3, 6, 9, 12\}$ গ. $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ ঘ. $A = \{3, 5\}$ উত্তর: খ

সমাধান: 15 এর থেকে ছোট 3এর গুণিতক গুলো হলো 3, 6, 9 ও 12 $\therefore x = 3, 6, 9, 12$ সুতরাং $A = \{3, 6, 9, 12\}$

৫৪. $A = \{x : x, \text{ বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 1 < x < 7\}$ এবং $B = \{x : x, 8 \text{ এর গুণনীয়ক সমূহ}\}$
তাহলে $A \cap B$ এর মান কত? [৮ম শ্রেণি- সেট অধ্যায়]

- ক. $\{1\}$ খ. $\{7\}$ গ. $\{\}$ ঘ. $\{3,5\}$ উত্তর: গ

সমাধান: $A = \{x : x, \text{ বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 1 < x < 7\} = \{3,5\}$
এবং $B = \{x : x, 8 \text{ এর গুণনীয়ক সমূহ}\} = \{1,2,4,8\}$

$\therefore A \cap B = \{3,5\} \cap \{1,2,4,8\} = \{\}$ [কোনটাই মিল না থাকায় ফাঁকা সেট]

৫৫. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 8\}$ [৪০তম বিসিএস খিলি:]

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ বিজোড় এবং } x \leq 9\}$ হলে, $A \cap B =$ কত? [৪০তম বিসিএস খিলি:]

- (ক) $\{3,5,8\}$ (খ) $\{4,5,7\}$ (গ) $\{3,4,5\}$ (ঘ) $\{3,5,7\}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু $x \in \mathbb{N}$ অর্থ x হচ্ছে পূর্ণ সংখ্যা

সুতরাং $2 < x \leq 8$ শর্তমতে, $A = \{3,4,5,6,7,8\}$ এবং $x \leq 9$ শর্তমতে, $B = \{1,3,5,7,9\}$

$\therefore A \cap B = \{3,4,5,6,7,8\} \cap \{1,3,5,7,9\} = \{3,5,7\}$

৫৬. $A = \{x \mid x \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 < 25\}$, $B = \{x \mid x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 < 25\}$

এবং $C = \{x \mid x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 = 25\}$ হলে, $A \cap B \cap C = ?$ [৩৭-তম বিসিএস খিলি]

- (ক) $\{1,2,3,4\}$ (খ) $\{2,3,4\}$ (গ) $\{2,3,4,5\}$ (ঘ) \emptyset উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে $A = \{1,2,3,4\}$ [যে সকল পূর্ণ সংখ্যার বর্গ 25 এর থেকে ছোট]

$B = \{2,3\}$ [যে সকল মৌলিক সংখ্যার বর্গ 25 এর থেকে ছোট]

$C = \{5\}$ [যে মৌলিক সংখ্যার বর্গ 25 এর সমান]

এখন: $A \cap B \cap C = \{1,2,3,4\} \cap \{2,3\} \cap \{5\} = \emptyset$ (কারণ তিনটি সেটের মধ্যে কোন সংখ্যার মিল নেই)

৫৭. $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 < 36\}$, $B = \{x : x \text{ একটি মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 < 36\}$ এবং $C = \{x : x \text{ একটি মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 = 4\}$ হলে $A \cap B \cap C = ?$ [স্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১৭]

- ক. $\{1,2,3,4,5\}$ খ. $\{2,3,5\}$ গ. $\{2\}$ ঘ. \emptyset উত্তর: গ

সমাধান: গঠন পদ্ধতিতে প্রদত্ত সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে রূপান্তরিত করি-

$A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{2,3,5\}$ এবং $C = \{2\}$

$\therefore A \cap B \cap C = \{1,2,3,4,5\} \cap \{2,3,5\} \cap \{2\} = \{2\}$ [সবগুলোতে কমন আছে শুধুমাত্র (2)]

৫৮. যদি $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$ হয়, তবে $P(A) \cap P(B) = ?$ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮] সেট ও ভেনচিত্র
 ক. $\{1, 5\}$ খ. $\{2\}$ গ. $\{\emptyset, \{2\}\}$ ঘ. $\{\emptyset\}$ উত্তর: গ

সমাধান: এখানে, $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$ $\therefore P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$
 এবং $B = \{2, 5\}$ সুতরাং $P(B) = \{\{2\}, \{5\}, \{2, 5\}, \emptyset\}$
 তাহলে $P(A) \cap P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \emptyset\} \cap \{\{2\}, \{5\}, \{2, 5\}, \emptyset\} = \{\emptyset, \{2\}\}$

দুই নিষ্ক্রেম সেট (Disjoint set):

দুটি সেটের মধ্যে যদি কোন সাধারণ উপাদান না থাকে, তবে সেট দুটিকে পরস্পর নিষ্ক্রেম সেট বলে। A ও B দুটি সেট হলে, এদের নিষ্ক্রেম সেট $A \cap B = \emptyset$

৫৯. দুইটি সেট যদি নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা হয়, $X = \{x: x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0\}$ এবং $Y = \{x: x \in R, x, 3 \text{ দ্বারা বিভাজ্য}\}$
 তাহলে $X \cap Y =$ কত? [পোস্ট মাস্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল, চট্টগ্রাম) পোস্টাল অপারেটর-২০১৬]

ক. $\{1\}$ খ. 0 গ. \emptyset ঘ. $\{1, 3\}$ উত্তর: গ
 সমাধান: $X = \{x: x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0\}$ এখানে, $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^3 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \therefore x = 1$
 আবার, $Y = \{x: x \in R, x, 3 \text{ দ্বারা বিভাজ্য}\}$
 এখানে x হলে 3 দ্বারা বিভাজ্য সকল বাস্তব সংখ্যা। $\therefore Y = \{\pm 3, \pm 9, \pm 12, \dots\}$, সুতরাং $X \cap Y = \emptyset$

দুই দ্যা মরগানের সূত্র (De Morgan's Laws) [Note: \cup বা \cap যে কোনটা থাকলে বিপরীতটা হয়]
 সার্বিক সেট U এর যে কোন উপসেট A ও B এর জন্য (a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং (b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

৬০. নিচের কোনটি দ্যা মরগানের সূত্র? [বিহারগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহ: পরিচালক)-২০১৪]
 ক. $A \cup B = B \cup A$ খ. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 গ. $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ঘ. $A' \cup B' = A - B$ উত্তর: গ

৬১. যদি A এবং B দুটি সেট হয়, তবে- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ এবং $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ উক্ত সূত্রটি কি নামে পরিচিত?
 [শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের অধীন শ্রম অধিদপ্তরের মেডিকেল অফিসার-২০০৫]
 ক. গাউসের সূত্রাবলী খ. ইউক্লিডের সূত্রাবলী গ. অয়লারের সূত্রাবলী ঘ. ডি মরগ্যান সূত্রাবলী উত্তর: ঘ

৬২. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ হলে, $A' \cap B'$ হবে- (প্রাথ: বি: সহ: শি:-০১)

সমাধান: $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6\}$
 $B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5\}$
 $\therefore A' \cap B' = \{4, 5, 6\} \cap \{1, 3, 5\} = \{5\}$ Ans: {5}

৬৩. সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ হলে $A' \cup B'$ কত হবে? (ডাক অধিদপ্তরের উপকর্তা পোস্টমাস্টার-২০১৬) [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক-২০০১+২০০৫]
 a. $\{1, 2, 3\}$ b. $\{2, 3, 4\}$ c. $\{3, 4, 5\}$ d. $\{2, 3, 4, 5\}$ Ans: d
 সমাধান:

$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$
 $B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 3, 5\} = \{2, 4\}$
 $\therefore A' \cup B' = \{3, 5\} \cup \{2, 4\} = \{2, 3, 4, 5\}$

Note: A' এর উপরের চিহ্নটিকে বলা হয় পূরক সেট। অর্থাৎ কোন সংখ্যার উপর ঐ চিহ্নটি থাকলে বুঝতে হবে তা পূরক সেট।
 তখন U থেকে ঐ সংখ্যাটি বিয়োগ করতে হবে। যেমন: $A' = U - A$

৬৪. যদি $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ হয় তাহলে $A' \cap B'$ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক-২০০১+সামাজিকল্যায় মন্ত্রণালয়ের অধীনে সমাজসেবা অফিসার-২০০৫]
 ক. $\{7, 8, 9\}$ খ. $\{0, 8, 9\}$ গ. $\{8, 9\}$ ঘ. $\{6, 7, 9\}$ উত্তর: গ

সমাধান: $A' = U - A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{0, 1, 2, 3, 4\} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
 $B' = U - B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{0, 1, 8, 9\}$
 $\therefore A' \cap B' = \{5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{0, 1, 8, 9\} = \{8, 9\}$

পদ্ধতি-০৬: সেট এর বিবিধ প্রশ্ন

৬৫. $A \cup (A \cap B) =$ কত? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও পার্সোনাল অফিসার-২০০৪]
 ক. ψ খ. A গ. B ঘ. $A \cap B$ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, $A = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $B = \{3, 5\}$
 $\therefore A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 5\} = \{3\}$ সুতরাং $A \cup (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3\} = \{1, 2, 3, 4\} = A$

৬৬. যদি A এবং B যে কোন দুইটি সেট হয়, তবে $A \cap (A \cup B) = A \cup (A \cap B) =$ কত? [তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন টেলিভিশন প্রকৌশলী (গেড-২)-২০০৪+৮ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ২০১২]
 ক. B খ. A গ. B ঘ. $A \cap B$ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, $A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 5\}$
 $L.H.S. = A \cap (A \cup B) = \{1, 3, 5\} \cap [\{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 5\}] = \{1, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 3, 5\} = A$
 আবার, $R.H.S. = A \cup (A \cap B) = \{1, 3, 5\} \cup [\{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 5\}] = \{1, 3, 5\} \cup \{5\} = \{1, 3, 5\} = A$
 \therefore Note: A ও B এর যে কোন মান ধরলেই হবে।

৬৭. যদি A ও B যে কোন দুইটি সেট হয়, তবে $(A - B) \cap B =$ কত? [সহকারী পরিবার পরিকল্পনা অফিসার-২০১৬]
 ক. $\{A\}$ খ. $\{B\}$ গ. \emptyset ঘ. $\{C\}$ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$
 $\therefore A - B = \{1, 2, 3\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$ সুতরাং $(A - B) \cap B = \{1, 2\} \cap \{3, 4, 5\} = \emptyset$

৬৮. $P = \{a, b\}$, $Q = \{b, c\}$, $R = \{3, 4\}$ হলে $(P \cap Q) \cup R$ এর উপাদান সংখ্যা কত? [জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিএসসি সহকারী পরিচালক-২০১৬] [Hints: $(P \cap Q) = \{b\}$ & $(P \cap Q) \cup R = \{b, 3, 4\}$]
 a. 2 টি b. 3 টি c. 4 টি d. 5 টি Ans: b

৬৯. যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 105 এবং 147 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 35 অবশিষ্ট থাকে, তাদের সেট নির্ণয় করুন।
 Ans: \emptyset

সমাধান: যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 105 এবং 147 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 35 অবশিষ্ট থাকে, সে সংখ্যাটি (ভাজক) 35 অপেক্ষা বড় এবং সংখ্যাটি $(105 - 35) = 70$ এবং $(147 - 35) = 112$ এর সাধারণ গুণনীয়ক। (অর্থাৎ ৭০ এবং ১১২ উভয়কেই নিঃশেষে ভাগ করা যেতে হবে)
 মনে করি, 35 অপেক্ষা বড় 70 এর গুণনীয়কের সেট = A এবং 35 অপেক্ষা বড় 112 এর গুণনীয়কের সেট = B
 $A = \{70\}$ এবং $B = \{56, 112\}$
 নির্ণয় সেট = $A \cap B = \emptyset$ [কারণ 35 থেকে বড় এমন কোন সংখ্যা নেই যা দিয়ে 70 এবং 112 কে ভাগ করা যায়।]

৭০. কোন কোন ষাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে? / ২২ তম বিনিবেশ
 সমাধান: প্রশ্নটিতে বলা হয়েছে কোন কোন ষাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 কে ভাগ করতে গেলে প্রতি ক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে।
 তাহলে বোঝা যাচ্ছে সংখ্যাগুলো 31 এর থেকে বড় হবে, এবং $(346-31) = 315$ এর গুণনীয়ক। এখন
 31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে = 35, 45, 63, 105, এবং 315, সুতরাং
 31 অপেক্ষা বড় 315 এর উৎপাদক সেট = { 35, 45, 63, 105, 315 }

৭১. যে সকল ষাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর। / ১৯-১২
 (শ্রেণি (অনু: ২.১) + | আমদানী অধি: (নির্বাহী অফিসার)-২০০৭ |
 ক. {45, 315} খ. {45, 63} গ. {35, 105} ঘ. {75, 525}
 [Hints: A = {35, 105, 315} এবং B = {35, 75, 105, 175, 525} ∴ $A \cap B = \{35, 105\}$]

৭২. যে সকল ষাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 এবং 419 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর। / ১৯-১২
 (শ্রেণি (অনু: ২.১) |
 ক. {33, 96} খ. {36, 198, 144} গ. {36} ঘ. {18}

ক্রমজোড় : ()

একজোড় উপাদানের মধ্যে কোনটি প্রথম অবস্থানে আর কোনটি দ্বিতীয় অবস্থানে থাকবে তা নির্দিষ্ট করে জোড়া আকারে প্রকাশকে ক্রমজোড় বলা হয়। (এই নিয়মের অনেক অংক সরল সহ সমীকরণ অধ্যায়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে)

৭৩. $(2x + y, 3) = (6, x-y)$ হলে (x, y) নির্ণয় কর। / ১৯-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২.১ |
 সমাধান: দেওয়া আছে, $(2x + y, 3) = (6, x - y)$
 ক্রমজোড়ের শর্তমতে, $2x + y = 6$(i) এবং $x - y = 3$(ii)
 সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই, $3x = 9$ ∴ $x = 3$
 সমীকরণ (i) এ x এর মান বসিয়ে পাই, $6 + y = 6$ ∴ $y = 0$ সুতরাং $(x, y) = (3, 0)$

কার্তেসীয় গুণজ : (Cartesian Product)

দুটি সেটের সদস্য নিয়ে গঠিত সম্ভাব্য সকল সজ্জিত সংখ্যা জোড়ের সেটকে উক্ত সেট দুটির কার্তেসীয় গুণজ বলে। সজ্জিত জোড়ার প্রথম সদস্য অবশ্যই প্রথম সেট হতে ও দ্বিতীয় সদস্য দ্বিতীয় সেট হতে নিতে হবে। A ও B সেট হলে A থেকে প্রথম উপাদান ও B থেকে দ্বিতীয় উপাদান নিয়ে গঠিত সকল ক্রমজোড়ের সেটকে A ও B এর কার্তেসীয় গুণজ $A \times B$ বলা হয়।

৭৪. $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$ এবং $R = \frac{P}{Q}$ হলে $(P \times Q) \times R$ নির্ণয় কর। / গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়ের (সহ: পরি)-২০০৬ |

ক. $\{(2,3), (4,3), (7,3)\}$ খ. $\{(3,7), (5,3), (5,3)\}$
 গ. $\{(3,3), (5,3), (7,3)\}$ ঘ. $\{(3,5), (3,3), (7,5)\}$

সমাধান: দেয়া আছে, $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$
 ∴ $R = \frac{P}{Q} = P - Q = \{3, 5, 7\} - \{5, 7\} = \{3\}$ এবং $(P \times Q) = \{3, 5, 7\} \times \{5, 7\} = \{3, 5, 7\}$
 ∴ $(P \times Q) \times R = \{3, 5, 7\} \times \{3\} = \{(3,3), (5,3), (7,3)\}$

৭৫. $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$ হলে, $(A \cap B) \times C$ নির্ণয় করুন। / শ্রম অধিদপ্তরের (জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা)-২০০৪/দ্বিতীয় দমন কমিশনের উপ-সহকারী পরিচালক-২০১৫ |

ক. $\{(3,x), (4,y), (6,x)(5,y)\}$ খ. $\{(4,x), (4,y), (5,x)(5,y)\}$
 গ. $\{(4,y), (4,x), (4,x)(6,y)\}$ ঘ. $\{(2,y), (4,x), (5,x)(6,y)\}$

সমাধান: দেয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$
 ∴ $A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 5\}$
 সুতরাং $(A \cap B) \times C = \{4, 5\} \times \{x, y\} = \{(4,x), (4,y), (5,x), (5,y)\}$

Part-02 : ভেনচিত্র

পদ্ধতি-০১: ভেনচিত্রের সূত্র ও প্রয়োগ

ভেন-চিত্র:

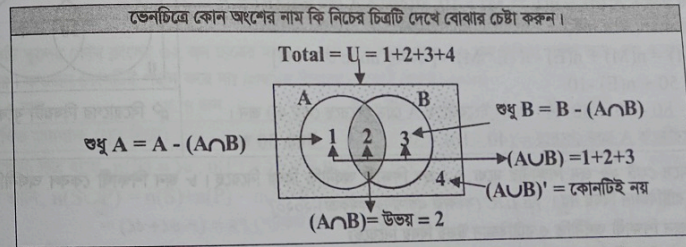
কোন সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে অনেক সময় জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করতে হয়, সেট প্রকাশের এরূপ জ্যামিতিক চিত্রকে ভেনচিত্র বলা হয়। জন ভেন (১৮৩৪-১৮৮৩) সর্বপ্রথম ১৮৮০ সালে চিত্রের সাহায্যে সেট প্রকাশ করার পদ্ধতি আবিষ্কার করেন। এজন্য তার নাম অনুসারে সেট প্রকাশের চিত্রগুলোকে ভেনচিত্র বলে।

ভেনচিত্রের প্রশ্নগুলো অধিকাংশ সেটের নিম্নোক্ত সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান করতে হয়। সূত্রটি হলো:

সূত্র: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

এখানে,

- $n(A \cup B)$ = হল কমন/আনকমন সব উপাদান অর্থাৎ মোট ছাত্র-ছাত্রী বা মোট খেলোয়াড়ের সংখ্যা।
- $n(A)$ = শুধু নির্দিষ্ট একটি উপাদান, বা এক বিষয়ে পাশ অথবা একটি খেলা খেলে এমন।
- $n(B)$ = নির্দিষ্ট অন্য একটি উপাদান বা অন্য একটি বিষয়ে পাশ অথবা অন্য একটি খেলা খেলে এমন।
- $n(A \cap B)$ = শুধু কমন উপাদান, অর্থাৎ উভয় বিষয়ে পাশ অথবা দুটি খেলা ই খেলে এমন।
- $n(A \cup B)'$ অথবা $n(A' \cap B')$ দিয়ে কোনটিতেও পাশ করেনি বোঝায়। যেমন: $n(U) - n(A \cup B) = n(A \cup B)'$



১. যদি $n(A \cup B) = 61$, $n(A) = 30$, $n(B) = 54$ হয় তাহলে $n(A \cap B)$ এর মান কত? / সমাজিক বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা : ০৫ |
 ক. 22 খ. 25 গ. 23 ঘ. 27

সমাধান: সরাসরি বন্ডের সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $\Rightarrow 61 = 30 + 54 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 84 - 61 \therefore n(A \cap B) = 23$

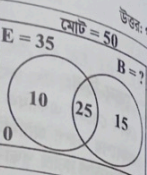
২. যদি $n(A \cap B) = 13$, $n(A) = 40$, $n(B) = 64$ হয়, তাহলে $n(A \cup B)$ এর মান কত? / সমাজ কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সমাজসেবা অধিদপ্তরের উপতত্ত্বাবধায়ক-২০০৫/প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয়ের সহকারী পরিচালক, গবেষণা কর্মকর্তা-২০১২ |
 ক. 81 খ. 101 গ. 91 ঘ. 93

সমাধান: আমরা জানি, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 40 + 64 - 13 = 91$

৩. 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি, 25 জন ইংরেজি ও বাংলা উভয়ই এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষা কথা বলতে পারেন। বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন? $(৩৫-তম বিসিএস)+ (৯ম-১০ম শ্রেণীর বোর্ড বই, প্রথম অধ্যায় উদাহরণ ১১ হব্ব ১)+CGDF Auditor Exam-2017$

ক. 10 খ. 15 গ. 40 ঘ. 30

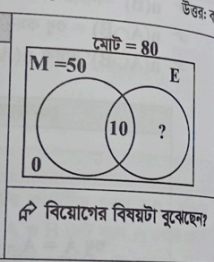
সমাধান: (সূত্র প্রয়োগে সমাধান)
ধরি, মোট লোক সংখ্যা = $n(E \cup B) = 50$, ইংরেজীতে কথা বলতে পারে, $n(E) = 35$ জন, বাংলা এবং ইংরেজী উভয় ভাষায় বলতে পারে $n(E \cap B) = 25$ জন
বাংলায় কথা বলতে পারে $n(B) = ?$ কোন ভাষায় কথা বলতে পারে না = none = 0
(যেহেতু প্রত্যেকে দুটি ভাষার অন্তত একটিতে কথা বলতে পারে তাই কেউ বোবা নেই)
এখন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,
 $n(E \cup B) = n(E) + n(B) - n(E \cap B) + \text{none}$
(এই সূত্রটি-ই সব সময়, শুধু যখন যার মান চাইবে তারটা বাদে অন্যগুলো বসাতে হবে।)
 $\Rightarrow 50 = 35 + n(B) - 25 + 0 \Rightarrow 50 = 10 + n(B)$
 $\therefore n(B) = 50 - 10 = 40$ সুতরাং বাংলায় কথা বলতে পারে = 40 জন।



Note: শুধু বাংলায় কথা বলতে পারে জানতে চাইলে উত্তর হতো, $80 - 25 = 55$ জন।

৪. কোনো এক পরীক্ষায় দেখা গেল 80 জন ছাত্রের মধ্যে 50 জন গণিতে A গ্রেড নম্বর এবং 10 জন ইংরেজিতে ও গণিতে A গ্রেড নম্বর লাভ করেছে। শুধু ইংরেজিতে কত জন A গ্রেড নম্বর পেয়েছে?
ক. 30 খ. 20 গ. 10 ঘ. 40

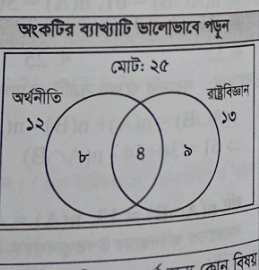
সমাধান: (সূত্র প্রয়োগে সমাধান)
ধরি, মোট $n(E \cup M) = 80$, গণিতে A গ্রেড = $n(M) = 50$, ইংরেজী ও গণিতে A গ্রেড = $n(E \cap M) = 10$, ইংরেজীতে A গ্রেড = $n(E) = ?$
সুতরাং সূত্র প্রয়োগ করে পাই,
 $n(E \cup M) = n(M) + n(E) - n(E \cap M)$ [যেহেতু none দেয়া নেই]
 $\Rightarrow 80 = 50 + n(E) - 10$
 $\therefore n(E) = 80 - 40 = 40$ জন। অর্থাৎ ইংরেজীতে A গ্রেড পেয়েছে মোট 40 জন।
শুধু ইংরেজীতে A গ্রেড পেয়েছে = $(40 - 10) = 30$ উত্তর: 30 জন



৫. একটি ক্লাসে মোট ২৫ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে, ১২ জন শিক্ষার্থী অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে। ৮ জন শিক্ষার্থী কেবল অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে, রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নয়। [BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২০]

(i) কতজন শিক্ষার্থী অর্থনীতি ও রাষ্ট্রবিজ্ঞান উভয় বিষয় নিয়েছে?
(ii) কতজন শিক্ষার্থী কেবল রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নিয়েছে অর্থনীতি বিষয় নয়?

সমাধান: (সূত্র দিয়ে উপরের নিয়মে নিজে চেষ্টা করুন)
দেয়া আছে, মোট শিক্ষার্থী = ২৫ জন অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে = ১২ জন, কেবল অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে কিন্তু রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নেয়নি = ৮ জন। তাহলে,
(i) অর্থনীতি ও রাষ্ট্রবিজ্ঞান উভয় বিষয় নিয়েছে = $(১২ - ৮)$ জন = ৪ জন
তাহলে রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নিয়েছে = $(২৫ - ১২)$ জন = ১৩ জন
(ii) কেবল রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নিয়েছে অর্থনীতি বিষয় নয় = $(১৩ - ৪) = ৯$ জন



এখানে অর্থনীতি নিয়েছে এবং কেবল অর্থনীতি নিয়েছে এর পার্থক্য কি?
অর্থনীতি নিয়েছে অর্থ অর্থনীতি নেয়ার পরও অন্য যে কোন বিষয় নিতে পারে। কিন্তু কেবল অর্থনীতি নিয়েছে অর্থ অন্য কোন বিষয় নেয় নি। একটা বিষয় মাথায় রাখুন, যারা কেবল অর্থনীতি নিয়েছে তারা ই বিপরীত পাশে রাষ্ট্রবিজ্ঞান নেয় নি।
এই লজিকটা ই যখন শুধু এক বিষয়ে পাশ বোঝাবে তখন বুঝে নিতে হবে বিপরীত পাশে অন্য বিষয়ে সে ফেল।

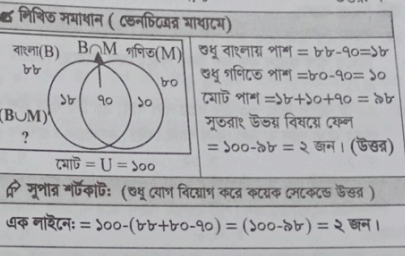
পদ্ধতি-০২: $(A \cup B)'$ বা কোনটিই নয় বের করা

(২.ক) কোনটিই খেলে না অর্থাৎ ঋণাত্মক ফল বের করা :

অর্থাৎ প্রশ্নে মধ্যে একটি খেলে, অন্যটি খেলে এবং উভয়টিই খেলে দেয়া থাকলে কোনটিই খেলে না অথবা কোনটিতেই পাশ করে নি, বা কোনটিই পছন্দ করে না এরকম ঋণাত্মক ফল বের করার অংকগুলো নিচের নিয়মে সমাধান করতে হয়।

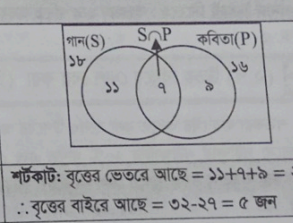
৬. ১০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় ৮৮ জন বাংলায় ৮০ জন গণিতে এবং ৭০ জন উভয় বিষয়ে পাশ করেছে। কতজন শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে, তা নির্ণয় কর। [আমদানি ও রপ্তানি প্রথম নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী)- ২০১৯]
ক. ৫ খ. ২ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (সূত্র দিয়ে)
ধরি, সর্বমোট শিক্ষার্থী = $n(U) = 100$
বাংলায় পাশ করেছে = $n(B) = 88$
ইংরেজীতে পাশ করেছে = $n(M) = 80$
এবং উভয় বিষয়ে পাশ করেছে = $n(B \cap M) = 90$
আমরা জানি, $n(B \cup M) = n(B) + n(M) - n(B \cap M)$
 $\therefore n(B \cup M) = 88 + 80 - 90 = 78$ (এটাই শর্টকাট)
সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = $(B \cup M)' = U - (B \cup M)$
 $= 100 - 78 = 22$ উত্তর: ২ জন



৭. একটি ফুলের কোন ক্লাসের ৩২ জন ছাত্রের মধ্যে ১৮ জন গান পছন্দ করে, ১৬ জন কবিতা পছন্দ করে এবং ৭ জন দুটিই পছন্দ করে। কতজন কোনটিই পছন্দ করে না? [প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০১০]
ক. ৫ জন খ. ৭ জন গ. ৮ জন ঘ. ১০ জন উত্তর: ক

সমাধান: চিত্র হতে, $n(S) = 18$, $n(P) = 16$ এবং $n(S \cap P) = 7$
আমরা জানি, $n(S \cup P) = n(S) + n(P) - n(S \cap P)$
 $= (18 + 16 - 7) = 27$ (শর্টকাট সূত্র এই লাইনটা ই)
সুতরাং কোনটিই পছন্দ করে না = $(32 - 27) = 5$ জন।
শর্টকাট: $32 - (18 + 16 - 7) = 32 - 27 = 5$ জন।
শর্টকাটের লজিক: ১৮ এবং ১৬ এর মাঝে ৭ সংখ্যাটি দুবার আছে। তাই ১৮ ও ১৬ যোগ করে ১বার ৭ বাদ দিলেও আরেকবার ৭ থেকে যায়।



ভয়াংশ আসলে ভয়াংশ থেকে মান বের করে একই নিয়মে করতে হবে:
৮. ১২ জনের একটি পার্টিতে অর্ধেক লোক 'ক' ক্লাবের, এক তৃতীয়াংশ খ ক্লাবের, এবং $\frac{2}{8}$ উভয় ক্লাবের। কতজন কোন ক্লাবের সদস্য নয়? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে সাইফার কর্মকর্তা- ১৯৯৯]

সমাধান : ক ক্লাবের সদস্য = $12 \times \frac{1}{2} = 6$ জন, খ ক্লাবের সদস্য = $12 \times \frac{1}{3} = 4$ জন, উভয় ক্লাবের সদস্য = $12 \times \frac{2}{8} = 3$ জন
ক বা একাধিক বা উভয় ক্লাবের সদস্য = $(6 + 4) - 3 = 7$ জন। \therefore কোন ক্লাবের সদস্য নয় = $12 - 7 = 5$ উত্তর: ৫ জন।

শতকরা হার থাকলে আগে শতকরা থেকে মান বের করে, অথবা সবার শেষে শতকরার মান বসিয়ে উত্তর বের করা যায়।
 ৯. কোন পরীক্ষায় ২০০ জনের মধ্যে ৭০% বাংলায়, ৬০% ইংরেজীতে এবং ৪০% উভয় বিষয়ে পাশ করল। উভয় বিষয়ে মোট কত জন ফেল করেছে? (অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সংস্কৃত পরিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ২০০৭)
 ক. ৮ জন খ. ৯ জন গ. ২০ জন ঘ. ১১ জন

<p>সমাধান: প্রথমেই শতকরা থেকে মান বের করে তারপর হিসেব। বাংলায় পাশ = ২০০ এর ৭০% = ১৪০, ইংরেজীতে ২০০ এর ৬০% = ১২০ উভয় বিষয়ে পাশ = ২০০ এর ৪০% = ৮০ জন। সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = ২০০ - (১৪০+১২০-৮০) = ২০ জন।</p>	<p>বিকল্প সমাধান: (শেষে শতকরা মান বসিয়ে) উভয় বিষয়ে ফেল = ১০০ - (৭০+৬০-৪০) = ১০% এখন ১০০ তে ১০ জন ফেল করলে ২০০ তে ফেল = ২০০ এর ১০% = ২০ জন</p>
--	---

শেষের এক লাইনে উত্তর বের করার লজিক: (১৪০+১২০-৮০) = ১৮০ হলো, পাশ+পাশ + উভয় বিষয়ে পাশ অর্থাৎ মোট পাশ এরপর উভয় বিষয়ে ফেল বের করার জন্য মোট থেকে এই অন্তত এক বিষয়ে পাশ বিয়োগ করতে হয়। অর্থাৎ ২০০-১৮০ = ২০। এই পুরো কাজটা একলাইনেই করার জন্য = মোট - {(এক বিষয়ে পাশ + অন্য বিষয়ে পাশ)-উভয় বিষয়ে পাশ} লেখা যায়।

- নিজে করুন:
- কোন শ্রেণীতে ১০০ জন পরীক্ষার্থী ছিল। বার্ষিক পরীক্ষায় ৯৪ জন বাংলায় এবং ৮০ জন গণিতে পাশ করেছে। ৭৫ জন উভয় বিষয়ে পাশ করলে কত জন উভয় বিষয়ে ফেল করেছে? (২৫তম বিসিএস লিখিত) [Hints: ১০০ - (৯৪+৮০-৭৫) = ১]
 ক. ১ খ. ২ গ. ৫ ঘ. ৩ উত্তর: ক
 - ৫০ টি বলের মধ্যে ৩০ টির গায়ে লাল দাগ, ২০ টির গায়ে নীল দাগ এবং ১২ টির গায়ে লাল ও নীল উভয় দাগই আছে। কতটি বলের মধ্যে লাল বা নীল কোন দাগই নেই? (কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো উপ সহ: পরি: ০১) [Hints: ৫০ - (৩০+২০-১২) = ১২]
 ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ২০ উত্তর: খ
 - কোন শ্রেণীর ৩০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২০ জন ফুটবল এবং ১৫ জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুটি খেলাই পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা ১০ জন। দুটি খেলাই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা ক [পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী)-২০১৯]
 ক. ৫ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১৫ উত্তর: ব
 - ৫০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে ১৮ জন মিউজিক, ২৬ জন আর্ট এবং ২ জন উভয় বিষয় ভর্তি হয়েছে। কতজন ছাত্র-ছাত্রী কোন বিষয়েই ভর্তি হয় নি। [(BB Cash Officer-11+Exim Bank (off)- 2014) [Hints: ৫০ - (১৮ + ২৬ - ২) = ৮]
 ক. ৬ খ. ৮ গ. ১৬ ঘ. ২৪ উত্তর: খ
 - কোন একটি কলেজের প্রথম বর্ষে বিজ্ঞানের মোট ১২৫ জন ছাত্রের মধ্যে ৯০ জন গণিত, ৯৫ জন পদার্থ এবং ৬৭ জন গণিত ও পদার্থ উভয়ই নিয়েছে। কতজন ছাত্র গণিত অথবা পদার্থ বিষয় দুইটির কোনটিই নেয়নি?
 ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: গ

(২.খ) উভয় বিষয়ে ফেল বের করা (উভয় বিষয়ে পাশ করে নি) :

শতকরা হার বের করতে বলা হলেও উপরের অংকগুলোর মতই বুঝে বুঝে করতে হবে এবং শেষে % এর কাজ করতে হবে।
 ১৫. কোনো পরীক্ষায় পরীক্ষার্থীর ৭০% গণিত এবং ৫০% বাংলায় পাশ করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৪০% পাশ করে থাকে তবে শতকরা কতজন উভয় বিষয়ে ফেল করেছে? [সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিস্টেন্ট কো-অর্ডিনেশন)- ২০২০]
 ক) ২০ খ) ২৪ গ) ৩০ ঘ) কোনোটিই নয় উত্তর: ক
 সমাধান: শুধু গণিতে পাশ = ৭০%-৪০% = ৩০% আবার শুধু বিজ্ঞানে পাশ = ৫০%-৪০% = ১০%
 উভয় বিষয়ে পাশ করেছে = ৪০% সুতরাং গণিতে অথবা, বিজ্ঞানে অথবা উভয় বিষয়ে পাশ = (৩০+১০+৪০)% = ৮০%
 (সবগুলো এক গণিতে বা বিজ্ঞানে, বা উভয় বিষয়ে পাশ = অন্তত এক বিষয়ে পাশ = সর্বমোট পাশ = বৃত্তের তেতের সবার যোগফল)
 সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = সর্বমোট পরীক্ষার্থী - মোট পাশ = (১০০-৮০)% = ২০% উত্তর: শতকরা ২০ জন।
 এক লাইনে শর্টকাট: (সর্বমোট থেকে - মোট পাশ) = [১০০-(৭০+৫০-৪০)] % = (১০০-৮০)% = ২০% উত্তর: ২০%
 বিকল্প সমাধান : আমরা জানি, $n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(M \cap B) + \text{None}$ (সরাসরি সূত্র)
 $\Rightarrow ১০০ = ৭০ + ৫০ - ৪০ + \text{None} \therefore \text{None} = ২০$ অর্থাৎ শতকরা ২০ জন উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

নিজে করুন: (এখানে দেয়া হিটসগুলো প্রতিটা নিজে নিজে বোঝার পর সমাধান করার চেষ্টা করবেন। মুখস্থ করে লাভ নাই)
 ১৬. কোন পরীক্ষায় গণিতে ৭৫% এবং বিজ্ঞানে ৪৫% শিক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩০% শিক্ষার্থী কৃতকার্য হয়ে থাকে, তবে উভয় বিষয়ে শতকরা কতজন শিক্ষার্থী অকৃতকার্য হয়েছে? [Hints: ১০০% - (৭৫+৪৫-৩০)% = ১০%]
 ক. ৮ জন খ. ৯ জন গ. ১০ জন ঘ. ১১ জন উত্তর: গ
 ১৭. কোন পরীক্ষায় ৮৫% পরীক্ষার্থী পদার্থবিদ্যায়, ৮০% পরীক্ষার্থী রসায়নবিদ্যায় এবং ৭৫% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাশ করে। কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে? (রেজি.বে.প্রা.খ.শি.নি.পরি.-১১)
 ক. ১০ জন খ. ২০ জন গ. ২২ জন [Hints: ১০০ - (৮৫+৮০-৭৫) = ১০]
 ঘ. ২৫ জন উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৩: $A \cap B$ বা উভয়টিই বের করা

(৩.ক) উভয়টিই খেলে বা ধনাত্মক ফল বের করা :

Turning point: সবগুলোকেই একজাতীয় করে হিসেব করতে হয়। তাই যদি প্রশ্নে উভয়টি পাশ থাকার সাথে একক বিষয়গুলোতে পাশ থাকে অথবা উভয়টিতে ফেল এবং একক বিষয়গুলোতেও ফেল থাকে তাহলে সরাসরি হিসেব করা যায়। কিন্তু যদি উভয়টিতে ফেল এবং একক বিষয়গুলোতে পাশ অর্থাৎ বিপরীত দেয়া থাকে তাহলে উভয়টিতে যা থাকে তা এনে একজাতীয় বানিয়ে হিসেব করতে হয়।

- একটি ক্লাসে ৩০ জন ছাত্র আছে। তাদের মধ্যে ১৮ জন ফুটবল খেলে এবং ১৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৫ জন কিছুই খেলে না। কত জন উভয়টিই খেলে? (২৩তম বিসিএস) + [পল্লী সঙ্ঘ ব্যাংক- (কাশ)-২০১৮]+ [সিজিএ- (কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]
 ক. ৭ খ. ৮ গ. ৬ ঘ. ৫ উত্তর: ক

<p>সমাধান: (৫ জন কিছু খেলে না, তাই সবাইকে খেলে না বানিয়ে) তাই প্রথমে ফুটবল খেলে না = ৩০-১৮ = ১২ জন এবং ক্রিকেট খেলে না = ৩০-১৪ = ১৬ জন। শুধু ফুটবল খেলে না = ১২- ৫ = ৭ এবং শুধু ক্রিকেট খেলে না = ১৬-৫ = ১১ জন। \therefore হয় ফুটবল খেলে না বা ক্রিকেট খেলে না বা দুটিই খেলে না অর্থাৎ অন্তত একটি খেলে না = ৭+১১+৫ = ২৩ জন। সুতরাং উভয়টিই খেলে = ৩০-২৩ = ৭ জন। উত্তর: ৭ জন (৪ গ্রুপের লোক-৩ গ্রুপের লোক = অবশিষ্ট উভয় খেলে গ্রুপ)</p>	<p>বিকল্প সমাধান: (উভয় খেলে না ৫ জনকে শুরুতেই বাদ দিয়ে) মোট ছাত্র = ৩০ জন। আবার কোনটিই খেলে না = ৫ জন সুতরাং ফুটবল, ক্রিকেট অথবা উভয়টিই খেলে এমন ছাত্রের সংখ্যা = ৩০-৫ = ২৫ জন। \therefore উভয়টি খেলে = (ফুটবল+ক্রিকেট) - (ফুটবল+ক্রিকেট+উভয়টি খেলে) = (১৮+১৪)-২৫ = ৩২-২৫ = ৭ জন শর্টকাট : উভয়টিই খেলে = [(১৮+১৪+৫)-৩০ = ৭ (বৃত্তের ভেতর বাহির সব যোগ করে মোট বাদ দিলে রিপট বের হবে)</p>
--	---

- মাধ্যমিকের ১৫ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ৭ জন ল্যাটিন ভাষা, ৮ জন ফ্রেঞ্চ ভাষাতে পড়ছে এবং ৩ জন দুটির একটিও পড়ে না। কতজন শিক্ষার্থী উভয় ভাষায় পড়ছে? [Mercantile Bank -2006]
 ক. ৩ জন খ. ৯ জন গ. ৬ জন ঘ. ১২ জন উত্তর: ক

<p>সমাধান: (৫ জন কিছু খেলে না, তাই সবাইকে খেলে না বানিয়ে) কোন ভাষাতেই পড়ে না = ৩ ল্যাটিন পড়ে = ৭ \therefore ল্যাটিন পড়ে না = ১৫ - ৭ = ৮ জন। ফ্রেঞ্চ পড়ে = ৮ \therefore ফ্রেঞ্চ পড়ে না = ১৫ - ৮ = ৭ জন। এখন, ল্যাটিন পড়ে না (৮), ফ্রেঞ্চ পড়ে না (৭) এবং দুটির একটিও পড়ে না বা উভয় পড়ে না (৩ জন) একজাতীয় হয়েছে। সুতরাং অন্তত একটি বিষয়ে পড়ে না = (৮+৭+৩) = ১২ জন সুতরাং উভয় ভাষাতে পড়ে = ১৫-১২ = ৩ জন। উত্তর: ৩ জন।</p>	<p>বিকল্প সমাধান: (উভয় খেলে না ৫ জনকে শুরুতেই বাদ দিয়ে) ল্যাটিন (৭) ফ্রেঞ্চ (৮) ধরি, উভয় ভাষাতে পড়ে = x জন $\therefore ৭-x+৮-x+x+৩ = ১৫$ জন (৪ গ্রুপের সবাই মিলে মোট = ১৫) সুতরাং $x = ১৮-১৫ = ৩$ জন শর্টকাট সমাধান: (৮+৭+৩) - ১৫ = ৩ জন। (বৃত্তের ভেতর বাহির সবার যোগফল - মোট = যতজন উভয়)</p>
--	--

নিজে করুন: (এক লাইনে দেয়া হিটগুলো মুখস্থ করে লাভ নাই, উপরের ব্যাখ্যাগুলো ভালোভাবে পড়ে বুঝে লিখুন)

২০. ৩২ জন ছাত্রের মধ্যে ১৬ জন ফুটবল খেলে এবং ১৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৬ জন কিছুই খেলে না। উভয় ফেল কত জন খেলে? [পরবর্তী মঙ্গলবার ব্যক্তিগত কর্মকর্তা]-২০১৯
ক. ৩ জন খ. ৪ জন গ. ৫ জন ঘ. ৬ জন
[Hints: (১৬+১৪+৬) - ৩২ = ৪ জন]
২১. ৫০ জন শোকের মধ্যে ৩৬ জন ফুটবল খেলে এবং ১৮ জন ক্রিকেট খেলে এবং ১০ জন ফুটবল বা ক্রিকেট কোনটিই খেলে না। কত জন ফুটবল এবং ক্রিকেট উভয়টিই খেলে? (তথ্য মঙ্গলবারের সহ: পরি: ২০০১)
ক. ৮ জন খ. ৯ জন গ. ১০ জন ঘ. ১১ জন

(৩. খ) উভয় বিষয়ে পাশ বের করা :

২২. কোন পরীক্ষায় ৬০% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে পাশ আবার ৭৫% গণিতে পাশ করেছে। কিন্তু ১৫% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাশ করেছে?
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৫০

সমাধান: উভয় বিষয়ে ফেল, কিন্তু একক বিষয়গুলোতে পাশ দেয়া আছে, তাই এককগুলোকে ফেল বের করে হিসেব করতে হবে। ইংরেজিতে পাশ = ৬০% সুতরাং ইংরেজিতে ফেল = (১০০-৬০)% = ৪০%
গণিতে পাশ = ৭৫% সুতরাং গণিতে ফেল = (১০০-৭৫)% = ২৫% আবার উভয় বিষয়ে ফেল = ১৫% দেয়া আছে।
সুতরাং মোট ফেল = (৪০+২৫-১৫)% = ৫০% [Wrong Idea, এখানে ৪০+২৫+১৫ যোগ করলে মারাত্মক ভুল হয়। তাহলে উভয় বিষয়ে পাশ = (১০০ - ৫০)% = ৫০% উত্তর: ৫০%

২৩. কোনো পরীক্ষায় ৫২% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং ৪২% পরীক্ষার্থী গণিতে ফেল করল। যদি উভয় বিষয়ে ১৭% ফেল করে থাকে, তবে কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাস করেছে? (রেজিঃ-ব.প্রাথমিক:পরি:-১১)
ক. ২৩ খ. ২৪ গ. ২৫ ঘ. ২৮

সমাধান: (সবার আগে উভয় বিষয়টা দেখুন, এখানে উভয় বিষয়ে ফেল দেয়া আছে, আবার একক বিষয়গুলোতেও ফেল ই দেয়া আছে। এই প্রশ্নে সবগুলোই একজাতীয় দেয়া থাকায় শুরুতে আলাদা করে বিয়োগ করার প্রয়োজন নেই। (না বুঝলে ভুল হবে) এক বিষয়ে ফেল ৫২%, অন্য বিষয়ে ফেল ৪২% এবং উভয় বিষয়ে ১৭%
∴ মোট ফেল = (৫২+৪২-১৭)% = ৭৭% সুতরাং উভয় বিষয়ে পাশ = (১০০-৭৭)% = ২৩% উত্তর: ২৩%

নিজে করুন:
২৪. কোনো পরীক্ষায় ২০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৩০% ইংরেজিতে ফেল করে। উভয় বিষয়ে ১৩% পরীক্ষার্থী ফেল করলে কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাশ করলো? [সহ শিক্ষা-প্রাথমিক বিদ্যালয়-২০০৬] [Hints: {১০০-(২০+৩০-১৩)}% = ৬৩%]
ক. ৫০ খ. ৫৭% গ. ৬৩% ঘ. ৬৭% উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৪ : U বা সর্বমোট সংখ্যা বের করা

২৫. কোন পরীক্ষায় বাংলায় ৬০% এবং গণিতে ৫০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৪০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হতে থাকে এবং উভয় বিষয়ে মোট ৬০ জন ফেল করে থাকে, তবে মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত? (২১ তম বিসিএস লিখিত)

লিখিত সমাধান: (সূত্র দিয়ে লিখিত সমাধান, আবার ভেনচিত্র থেকেও সংখ্যার হিসেব করা যায়)

ধরি, মোট শিক্ষার্থী = n(U) = ১০০%, বাংলায় কৃতকার্য = n(B) = ৬০%
গণিতে কৃতকার্য = n(M) = ৫০%, উভয় বিষয়ে কৃতকার্য = n(B ∩ M) = ৪০%

এখন, n(U) = n(B) + n(M) - n(B ∩ M) + None
⇒ 100% = 60% + 50% - 40% + None
⇒ 100% = 70% + None ∴ None = 30%

সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = ৩০% = ৬০ হলে মোট ১০০% = $\frac{60 \times 100}{30} = 200$

শর্টকাট: $\frac{100 - (60 + 50 - 80)}{30} = 200$
= ৩০% = ৬০ হলে ১০০% = ২০০

২৬. কোন বিদ্যালয়ে একটি পরীক্ষায় ৭০% শিক্ষার্থী গণিতে এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাস করেছে। কিন্তু ১০% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩৬০ জন শিক্ষার্থী পাস করে থাকে, তবে ঐ বিদ্যালয়ে কত জন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে? [৩২ তম বিশেষ বিসিএস (লিখিত)]

লিখিত সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে)

ধরি, উভয় বিষয়ে পাশ করেছে = x%

∴ মোট পাশ করেছে = (১০০-১০)% = ৯০%

ভেনচিত্র থেকে, (৭০-x)% + x% + (৮০-x)% = ৯০%
⇒ ৭০% - x% + ৮০% = ৯০%
∴ x% = ১৫০% - ৯০% = ৬০%

প্রশ্নমতে, ৬০% = ৩৬০ ∴ ১০০% = $\frac{360 \times 100}{60} = 600$

এক লাইনের ব্যাখ্যা: দুটা পূর্ণ বৃত্তের ৭০% ও ৮০% এর সাথে বৃত্তের বাইরের ১০% যোগ করলে পুরো আয়তক্ষেত্র ১০০% এর থেকে শুধুমাত্র দু বৃত্তের মাঝের উভয় বিষয়ে অংশটা ১ বার অতিরিক্ত যোগ হয়। তাই ১০০% বিয়োগ দিলে সরাসরি তা বের হয়।

সর্বমোট সমাধান: (সবগুলোকেই একজাতীয় অর্থাৎ ফেল বানিয়ে হিসেব)

গণিতে ফেল = ১০০-৭০ = ৩০
বাংলায় ফেল = ১০০-৮০ = ২০
উভয় বিষয়ে ফেল = ১০
মোট ফেল = (৩০+২০-১০) = ৪০
∴ উভয় বিষয়ে পাশ = ১০০-৪০ = ৬০
৬০% = ৩৬০ হলে ১০০% = ৬০০
১লাইনে, (৭০+৮০+১০)-১০০ = ৬০% = ৩৬০ ∴ ১০০% = ৬০০

২৭. কোনো স্কুলে ৭০% শিক্ষার্থী ইংরেজী এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। কিন্তু ১০% উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩০০ জন শিক্ষার্থী পাশ করে থাকে তবে ঐ স্কুলে কতজন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে? [প্রাথমিক বিদ্যালয়ের সহকারী শিক্ষক-২০০৯] [Hints: {(৭০+৮০+১০)-১০০}% = ৬০% = ৩০০ ∴ ১০০% = ৫০০]
ক. ৬০০ খ. ৪০০ গ. ৫০০ ঘ. ৫৬০ উত্তর: গ

২৮. একটি পরীক্ষায় ৮৫% পরীক্ষার্থী ইসলামিয়াতে এবং ৮০% পরীক্ষার্থী পৌরনীতিতে কৃতকার্য হলো। যদি ৫% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করে থাকে এবং দুই বিষয়ে ২৮০ জন পাস করে থাকে, তবে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?
ক. ১০০ জন খ. ২০০ জন গ. ৩০০ জন ঘ. ৪০০ জন উত্তর: ঘ
[Hints: আগেরটার মত অথবা, {১০০-(১৫+২০-৫)}% = ৩০% ফেল তাহলে পাশ ৭০% = ২৮০ সুতরাং ১০০% = ৪০০]

একটু ভিন্ন লেজুড় লাগনো: (এই প্রশ্নটা থেকে বোঝার চেষ্টা করুন যে একই অংক ঘুরিয়ে আসতে পারে)

২৯. একটি স্কুলের ৬০% ছাত্র বাংলায় ও ৭০% ছাত্র গণিতে পাস করে। ২০% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করলে এবং ২৫০ জন ছাত্র উভয় বিষয়ে পাশ করলে মোট কত জন ছাত্র শুধু বাংলায় ফেল করেছে? [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এসিটমেন্টর/উপসহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]
ক. ২০০ জন খ. ১০০ জন গ. ৪০০ জন ঘ. ৫০০ জন উত্তর: খ

সমাধান: (এখানে একটা সুন্দর কনসেপ্ট ক্রিয়ার করে নিম্ন।) (আর লিখিত নিয়মে আগের অংকগুলোর মত করে করুন)

ভেনচিত্রটি দেখুন: এ ধরনের অংকগুলোতে সিলভার বক্সের মত ৪ ধরনের লোক থাকে।
তাহলে (১+২+৩+৪) গ্রুপ = ১০০% আবার,
প্রশ্নানুসারে বাংলা + গণিত = ৬০%+৭০% = ১৩০% হলো = (১+২+৩+৩) গ্রুপ।
এখন, ১৩০%+২০% = ১৫০% = (১+২+৩+৩+৪) কিন্তু মোট ছাত্র তো ১০০%।
তাহলে অতিরিক্ত = ১৫০% - ১০০% = ৫০% ই হলো মাঝের ৩ নং গ্রুপের লোক যার নাম উভয় বিষয়ে পাশ। এই বিষয়টা থেকেই শর্টকাট বের হয়
উভয় বিষয়ে পাশ, = (৬০+৭০+২০)% - ১০০% = ৫০%

এখন বাংলায় ফেল = ১০০-৬০ = ৪০% আবার উভয় ফেল = ২০% থেকে শুধু বাংলায় ফেল = ৪০% - ২০% = ২০%। সুতরাং ৫০% = ২৫০ জন হলে ২০% = ১০০ জন।

মুখস্থ শর্টকাটের থেকে বুঝে বুঝে শর্টকাট শিখলে ভুলে যাবেন না। শর্টকাটের লজিকগুলো দেখুন

পদ্ধতি-০৫ : উভয়টি করে বা করে না এরকম কেউ না থাকলে

একটি ক্লাসে ১০ জন ছাত্র আছে যাদের ৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৩ জন ফুটবল খেলে। এবং ঐ ক্লাসে ক্রিকেট ও ফুটবল উভয়টিই খেলতে পারে এরকম কেউ নেই। তাহলে বুঝতে হবে ক্রিকেটার ৪ জন ভিন্ন ছাত্র এবং ফুটবলার ৩ জন ভিন্ন। এসময় মধ্যে দুটি খেলাই পারে এমন কেউ নেই, তাই এবার বিয়োগ করারও কোন প্রয়োজন নেই। অর্থাৎ মোট ৩ গ্রুপের লোক আছে। তাহলে অন্তত একটি খেলা খেলে = $৪+৩ = ৭$ জন। সুতরাং একটি খেলাও খেলতে পারে না = $১০-৭ = ৩$ জন।

৩০. ৪০০ জন লোকের একটি দলে ৩৭৫ জন ইংরেজি ও ২০০ জন বাংলায় কথা বলতে পারে। উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে এমন লোকসংখ্যা কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

ক. ২৫ খ. ৭৫ গ. ১৭৫ ঘ. ২০০

<p>সমাধান: (ভেনচিত্রের মাধ্যমে)</p> <p>পাশের ভেনচিত্র থেকে পাই, $৩৭৫-x+x+২০০-x = ৪০০$ $\Rightarrow ৫৭৫-x = ৪০০$ $\therefore x = ৫৭৫-৪০০ = ১৭৫$</p>		<p>শর্টকাট সমাধান: (বুঝে গেলে মুখে মুখে করেক সেকেন্ডে উত্তর)</p> <p>যেহেতু উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে না এমন কেউই নেই। তাহলে সবাই বুকের ভেতরের লোক = ৪০০ জন হতে হবে। এখানে, ৩৭৫ ও ২০০ জনের যোগফল ৪০০ থেকে যত বেশি তাই উত্তর। সুতরাং উত্তর: $(৩৭৫+২০০)-৪০০ = ১৭৫$ জন।</p>
--	--	--

নিজে করুন:

৩১. ৪০০ জন লোকের একটি দলে ২৬০ জন ইংরেজিতে এবং ১৮০ জন বাংলায় কথা বলতে পারে। তাহলে কতজন উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে? [পোস্ট মাস্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল, চট্টগ্রাম)-এর কার্যালয়ের অধীন পোস্টাল অপারেটর-২০১৬]

ক. ১২০ খ. ৪০ গ. ৮০ ঘ. ১৪০

[Hints: ইংরেজি + বাংলা কথা বলতে পারে = $২৬০+১৮০ = ৪৪০$ জন। কিন্তু মোট লোক ৪০০ তাই অতিরিক্ত ৪০ জনই উভয়।

৩২. একটি স্কুলে ৬০০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে প্রত্যেকে হয় ইংরেজি বা বাংলা অথবা উভয় বিষয় নিয়েছিল। যদি ৭৫% ইংরেজি এবং ৪৫% বাংলা নেয়, তবে কতজন উভয় বিষয় নিয়েছিল? [RAKUB- (off)-2015]

ক. ২০০ খ. ৬০ গ. ৮০ ঘ. ১২০

[Hints: মোট = ১০০%। ইংরেজি + বাংলা মিলে অতিরিক্ত = $৭৫+৪৫ = (১২০-১০০)\% = ২০\%$ উত্তর: ৬০০ এর ২০% = ১২০ জন।

একটু ভিন্ন (মনযোগ দিয়ে পড়ুন)

৩৩. ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের ৯০% ছাত্র বাস ব্যবহার করে, ১৫% ছাত্র রাইড শেয়ারিং ব্যবহার করে এবং প্রত্যেক ছাত্র বাস অথবা রাইড শেয়ারিং অথবা দুটোই ব্যবহার করে। রাইড শেয়ারিং ব্যবহার করা ছাত্রদের কত শতাংশ বাস ব্যবহার করে? [CGDF- (Auditor)-2019]

ক. ১০% খ. ৩০% গ. ৩৩.৩৩% ঘ. ৫%

<p>লিখিত সমাধান:</p> <p>ধরি, বাস ও রাইড শেয়ারিং উভয় ব্যবহার করে = $x\%$ ছাত্র</p> <p>প্রশ্নমতে, $(৯০-x)+(১৫-x)+x = ১০০$ (যেহেতু সবাই মিলে মোট ১০০%) $\Rightarrow ৯০-x+১৫ = ১০০ \Rightarrow ১০৫-১০০ = x \therefore x = ৫$</p> <p>সুতরাং ৫ জন ছাত্র আছে যারা বাস এবং রাইড শেয়ারিং উভয়টিই ব্যবহার করে আবার রাইড শেয়ারিং ব্যবহার করে = ১৫ জন। সুতরাং রাইড শেয়ারিং করা ১৫ জনের মধ্যে ৫ জন আছে যারা বাস ও ব্যবহার করে</p> <p>\therefore শতকরা হার = $\frac{৫ \times ১০০}{১৫} \% = ৩৩.৩৩\%$</p>	<p>শর্টকাট সমাধান:</p> <p>মোট: ১০০%</p> <p>অংকটি টার্নিং পয়েন্ট প্রশ্নের শেষের লাইনটি না বুঝে শুধু ৫% উত্তর দিলে ভুল হবে</p>
---	---

মনে রাখুন: প্রত্যেকে বাস অথবা রাইড শেয়ারিং অথবা দুটোই ব্যবহার করে অর্থ অন্য কোন কিছু ব্যবহার করে এমন কেউ নেই

৩৪. কোন পরীক্ষায় ৮০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৯০% পরীক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। উভয় বিষয়ে কেউ ফেল করেনি এবং উভয় বিষয়ে পাশ করেছে ৩৫০ জন। ঐ পরীক্ষার কতজন পরীক্ষার্থী ছিল? [উত্তর: ঘ]

ক. ২০০ খ. ৩০০ গ. ৪০০ ঘ. ৫০০

<p>লিখিত সমাধান: (সূত্র দিয়ে)</p> <p>ধরি, সর্বমোট শিক্ষার্থী = $n(M \cup B) = ১০০\%$ (ফেল নাই) গণিতে পাশ = $n(M) = ৮০\%$, বাংলায় পাশ = $n(B) = ৯০\%$ এবং উভয় বিষয়ে পাশ = $n(M \cap B) = ?$ আমরা জানি, $n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(M \cap B)$ $\Rightarrow ১০০\% = ৮০\% + ৯০\% - n(M \cap B)$ $\therefore n(M \cap B) = ১৭০\% - ১০০\% = ৭০\%$ (এটাই শর্টকাট) সুতরাং উভয় বিষয়ে পাশ ৭০% = ৩৫০ জন হলে মোট পরীক্ষার্থী $১০০\% = \frac{৩৫০ \times ১০০}{৭০} = ৫০০$ জন।</p>	<p>বিকল্প সমাধান:</p> <p>যেহেতু উভয় বিষয়ে কেউ ফেল করেনি তাই $(৮০+৯০)\% = ১৭০\%$ এর অতিরিক্ত $৭০\% =$ উভয় বিষয়ে পাশ। তাই $৭০\% = ৩৫০$ হলে $১০০\% = ৫০০$ জন।</p> <p>শুপার শর্টকাট: এক লাইনে: $=(৮০+৯০)-১০০ = ৭০\% = ৩৫০ \therefore ১০০\% = ৫০০$ (MCQ পরীক্ষায় এভাবে করবেন, কিন্তু আগে বুঝবেন তারপর)</p>
---	---

নিজে করুন: (লিখিত সমাধান করার জন্য উপরের নিয়মে নিজে করুন)

৩৫. কোনো পরীক্ষায় ৯০% পরীক্ষার্থী ইতিহাসে এবং ৮৫% পরীক্ষার্থী ভূগোলে কৃতকার্য হলো। যদি উভয় বিষয়ে কেউ ফেল না করে, এবং উভয় বিষয়ে ২২৫ জন পাশ করে থাকে, তবে ঐ পরীক্ষায় কতজন পরীক্ষার্থী অংশগ্রহণ করেছিল? (২৮তম বিসিএস লিখিত) [Hints: $(৯০+৮৫) = ১৭৫$ এর মধ্যে অতিরিক্ত $৭৫\% = ২২৫$ হলে $১০০\% = ৩০০$]

পদ্ধতি-০৬ : তিনটি বৃত্ত সম্পর্কিত ভেনচিত্রের গ্রন্থ

মূল সূত্র:

যদি none না থাকে:

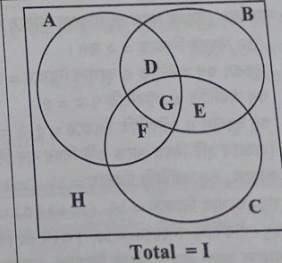
$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

যদি none থাকে

$$U = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) + \text{none}$$

সূত্রের কার নাম চিত্রে কি তা বোঝার জন্য ব্যাখ্যাটি পড়ুন:

পাশের চিত্রটি দেখুন:
সর্বমোট = $n(A \cup B \cup C) = I$
(যদি সবাই অন্তত এক বিষয়ে পাশ বা বৃত্তের ভেতরের সবাইকে বোঝায়)
কিন্তু যদি বৃত্তের বাইরেও কেউ থাকে তখন সর্বমোট = $n(U) = I$
অর্থাৎ $n(U) = n(A \cup B \cup C) + n(A \cup B \cup C)'$
এক বিষয়ে পাশ, $n(A) = A, n(B) = B, n(C) = C$
২ বিষয়ে পাশ = $n(A \cap B) = D, n(B \cap C) = E$ এবং $n(C \cap A) = F$
তিন বিষয়েই পাশ = $n(A \cap B \cap C) = G$
কোন বিষয়ে পাশ করে নি বা সব বিষয়ে ফেল = $n(A \cup B \cup C)' = H$



তিনটি দল দেয়া থাকলে নিচের নিয়মে চিত্র এঁকে করতে হয়: (এগুলো লিখিত পরীক্ষায় মাঝে মাঝে আসে)

৩৬. সম্প্রতি প্রথম আলো একটি জরিপ চালিয়ে বোঝার চেষ্টা করে যে তাদের পাঠকদের মধ্যে কতজন একুশে টিভি, এটিএন ও সম টিভি দেখেন অথবা এই তিনটির কোনটিই দেখেন না। জরিপে দেখা যায় যে ৫৯% মানুষ একুশে টিভি, এটিএন ও সম ৪৬% সময় টিভি দেখেন। ২৯% একুশে টিভি ও এটিএন, ২০% এটিএন ও সময় টিভি এবং ৩০% একুশে টিভি ও সময় টিভি দেখেন। ৯% মানুষ এই তিনটি চ্যানেলই দেখেন। জরিপে অংশ নেয়া শতকরা কতজন মানুষ এই তিনটি টিভির কোনোটিই দেখেন না? [সাধারণ থীমা (কেন্দ্রীয় অপারেটর): ২০২০]

লিখিত সমাধান:

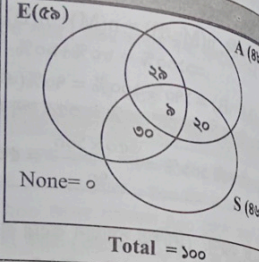
ধরি, $n(U) = 100\%$, $n(E) = 59\%$, $n(A) = 46\%$, $n(S) = 46\%$
 দুটি দেখে $n(E \cap A) = 29\%$, $n(A \cap S) = 20\%$, $n(E \cap S) = 30\%$
 তিনটিই দেখে $n(E \cap A \cap S) = 9\%$ সুতরাং সূত্র প্রয়োগ করে পাই।
 $n(E \cup A \cup S) = n(E) + n(A) + n(S) - n(E \cap A) - n(A \cap S) - n(E \cap S) + n(E \cap A \cap S)$
 $= 59\% + 46\% + 46\% - 29\% - 20\% - 30\% + 9\% = 81\%$

তাহলে তিনটি টিভির কোনোটিই দেখেন না

$$n(E \cup A \cup S)' = n(T) - n(E \cup A \cup S) = 100\% - 81\% = 19\%$$

শর্টকাট: Total Number = all single - all double+ all triples+ none (MCQ তে এভাবে করবে)

$$100 = 59 + 46 + 46 - 29 - 20 - 30 + 9 + \text{none} \quad \text{সুতরাং none} = 100 - 81 = 19\%$$



৩৭. ৭০ জন শিক্ষার্থী গণিতে, পদার্থবিদ্যা ও রসায়ন অধ্যয়ন করে তার মধ্যে, ৩৫ জন পদার্থবিদ্যা, ৪০ জন শিক্ষার্থী গণিতে এবং ৩০ জন রসায়ন অধ্যয়ন করে। ১৫ জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই অধ্যয়ন করে। কতজন শিক্ষার্থী কেবল দুইটি বিষয় অধ্যয়ন করে?

সমাধান: ভেনচিত্র থেকে

তিনটি বিষয়েই অধ্যয়ন করে ১৫ জন সবগুলো থেকে বাদ দিলে

$$\text{শুধু পদার্থ} = 35 - 15 = 20 \text{ জন}$$

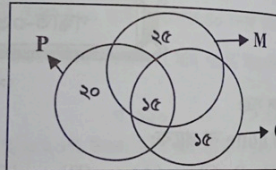
$$\text{শুধু গণিত} = 40 - 15 = 25 \text{ জন}$$

$$\text{শুধু রসায়ন} = 30 - 15 = 15 \text{ জন}$$

$$\text{৩ টিতেই অধ্যয়ন করে} = 15 \text{ জন}$$

$$\text{হয় শুধু ১ টি অথবা তিনটি বিষয়েই অধ্যয়ন করে} = 20 + 25 + 15 + 15 = 75 \text{ জন।}$$

$$\text{তাহলে কেবল দুটি বিষয়ে অধ্যয়ন করে} = 95 - 75 = 20 \text{ জন।}$$



উত্তর: ২০ জন।

৩৮. কোন শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১৯ জন অর্থনীতি, ১৭ জন ভূগোল, ১১ জন পৌরনীতি, ১২ জন অর্থনীতি ও ভূগোল, ৭ জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি, ৫ জন ভূগোল ও পৌরনীতি এবং ২ জন সবগুলো বিষয় নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী কোনটিই নেয়নি?

ক. ৭

খ. ৯

গ. ৫

ঘ. ৩

উত্তর: গ

সমাধান (চিত্রের সাথে সংখ্যাগুলো মিলিয়ে নিন)

তিন বিষয়ই নিয়েছে = ২ জন।

$$\text{সুতরাং শুধু অর্থনীতি ও ভূগোল নিয়েছে} = 12 - 2 = 10 \text{ জন।}$$

$$\text{শুধু অর্থনীতি ও পৌরনীতি} = 7 - 2 = 5$$

$$\text{শুধু ভূগোল ও পৌরনীতি নিয়েছে} = 5 - 2 = 3 \text{ জন।}$$

(এভাবে ২টি বিষয় থেকে ৩টি বিষয় বাদ দিতে হয়।)

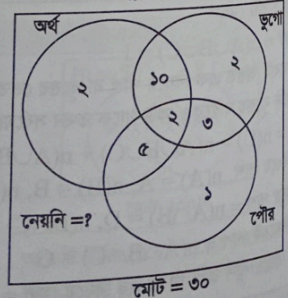
$$\text{তাহলে, শুধু অর্থনীতি নিয়েছে} = 19 - (10 + 2 + 5) = 19 - 17 = 2 \text{ জন।}$$

$$\text{শুধু, ভূগোল নিয়েছে} = 17 - (10 + 2 + 3) = 17 - 15 = 2 \text{ জন।}$$

$$\text{শুধু পৌরনীতি নিয়েছে} = 11 - (3 + 2 + 5) = 11 - 10 = 1 \text{ জন।}$$

তাহলে অন্তত একটি বিষয়ে নিয়েছে = বৃত্তের ভেতরের সবাই

$$= (2 + 10 + 2 + 5 + 3 + 5 + 1) = 28 \text{ জন। সুতরাং কোন বিষয়ই নেয় নি} = (30 - 28) = 2 \text{ জন।}$$



মোট = ৩০

উত্তর: ২ জন।

বিকল্প শর্টকাট সমাধান: নিচের সূত্রটি দিয়ে এক লাইনে উপরের সবগুলো কাজ করা যায়

$$\text{সূত্র: Total Number} = \text{all single} - \text{all double} + \text{all triples} + \text{none} \quad [\text{এই সূত্র দিয়েই এ ধরনের সব অংক হয়}]$$

$$\Rightarrow 70 = (19 + 19 + 11) - (12 + 9 + 5) + 2 + \text{none} \Rightarrow 70 = 89 - 28 + 2 + \text{none} \therefore \text{none} = 70 - 25 = 45 \text{ জন।}$$

৩৯. ৬০ জন পরীক্ষার্থীর একটি ক্লাসে ২০ জন গণিত, ২৫ জন ইংরেজী ও ৩০ জন বিজ্ঞান পছন্দ করে। ৫ জন গণিত ও ইংরেজী, ৭ জন গণিত ও বিজ্ঞান, ৮ জন ইংরেজী ও বিজ্ঞান পছন্দ করে ও ৩ জন কোনটিই পছন্দ করে না। কতজন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই পছন্দ করে? [বাংলাদেশ স্নাতক কৃষক/সহকারী পরিচালক]-২০২০]

ক. ২

খ. ৩

গ. ৪

ঘ. ৫

উত্তর: ক

সমাধান: Total = singles - doubles + triples + none (বাংলা থেকে ইংরেজীতে সহজ তাই ইংরেজীতে সূত্র)

$$\Rightarrow 60 = (20 + 25 + 30) - (5 + 7 + 8) + \text{triples} + 3$$

$$\Rightarrow 60 = 95 - 20 + 3 + \text{triples} \therefore \text{triples} = 60 - 92 = 2 \quad (\text{Ans.})$$

৪০. একটি পরীক্ষায় একটি সেন্টার থেকে অংশগ্রহণকারী মোট ১৫০ জন ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে ৪৫ জন একাউন্টিং এ ৫০ জন ম্যাথে এবং ৬০ জন ইংরেজীতে ফেল করে। আবার একাউন্টিং এবং ম্যাথ উভয় বিষয়ে ফেল করেছে ৩০ জন, ম্যাথ এবং ইংরেজী উভয় বিষয়ে ৩২ জন এবং একাউন্টিং এবং ইংরেজী উভয় বিষয়ে ৩৫ জন ফেল করেছে। যদি ২৫ জন সবগুলো বিষয়েই ফেল করে থাকে তাহলে কতজন ছাত্র-ছাত্রী অন্তত একটি বিষয়ে ফেল করেছে?

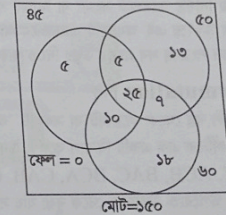
সমাধান: (বৃত্তের ভেতরের সবাই হলো অন্তত এক বিষয়ে ফেল)

পাশের চিত্রের সবগুলো সংখ্যা যোগ করে পাওয়া যায়,

$$5 + 45 + 25 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 85 \text{ উত্তর: } 85$$

সংখ্যাগুলোর নাম ও কিভাবে বের হলো তা লিখিতভাবে বুঝিয়ে দিলেই লিখিত হয়ে যাবে। (উপরের এরকম প্রশ্ন দেখে মিলিয়ে নিন।)

চিত্রটি আঁকার সময় সর্বপ্রথমে সবগুলো বিষয়ে ফেল ২৫ জনকে মাঝে রেখে অন্যগুলো বিয়োগ করে বের করতে হবে।



নিজে করুন: { সূত্র প্রয়োগ করে নিজে করার চেষ্টা করুন }

৪১. সর্বমোট ৬০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে ২৩ জন বাংলায়, ৩৩ জন গণিতে এবং ২২ জন ইংরেজীতে ফেল করে। ১২ জন বাংলা ও গণিতে, ৭ জন ইংরেজী ও বাংলায় এবং ৮ জন ইংরেজী এবং গণিতে ফেল করে। যদি সবগুলো বিষয়ে মোট ৫ জন ফেল করে থাকে তাহলে কতজন সব বিষয়ে পাশ করেছে?

ক. ২

খ. ৩

গ. ৪

ঘ. ৫

উত্তর: গ

[Hints: Total = Single - doubles + triples + none

$$\Rightarrow 60 = (23 + 33 + 22) - (12 + 7 + 8) + 5 + \text{none} \Rightarrow 60 = 85 - 27 + \text{none} \therefore \text{none} = 60 - 58 = 2 \text{ জন।}$$

৪২. একটি বিমানবন্দরে পরিচালিত জরিপে দেখা গেল যে, ৫৫ জন যাত্রী গত বছর ভারতে গিয়েছিল, ৫৩ জন নেপালে এবং ৭৯ জন ভূটানে গিয়েছিল। ১৮ জন ভারত এবং নেপালে, ১৭ জন ভারত এবং ভূটানে, ২৫ জন নেপাল এবং ভূটানে গিয়েছিল এবং ১০ জন তিনটি দেশেই গিয়েছিল। ঐ বিমানে কতজন যাত্রী ছিল? উত্তর: ১৩৭ জন।

ক. ১৩২

খ. ২৩৫

গ. ১৩৭

ঘ. ৯৭

উত্তর: গ

[Hints: Total = Single - doubles + triples + none

$$= (55 + 53 + 79) - (18 + 17 + 25) + 10 + 0 = 139 - 53 + 10 = 96 \text{ জন।}$$

Venn Diagram এর উপর Khairul Alam স্যারের চমৎকার কয়েকটি ভিডিও ক্লাস দেখতে
 ইউটিউবে সার্চ দিন Venn Diagram by Khairul Alam লিখে।

বিন্যাস

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	বিন্যাসের গুণন বিধি	পদ্ধতি-০৬	বিভিন্ন শর্ত প্রয়োগে বিন্যাস
পদ্ধতি-০২	বিন্যাসের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৭	বিভিন্ন সংখ্যা গঠন
পদ্ধতি-০৩	ভিন্ন ভিন্ন উপাদানের বিন্যাস	পদ্ধতি-০৮	বৃত্তাকার বা চক্রাকার বিন্যাস
পদ্ধতি-০৪	একই উপাদান পুনরাবৃত্তি হলে বিন্যাস	পদ্ধতি-০৯	বিন্যাসের বিবিধ
পদ্ধতি-০৫	কিছু উপাদান একত্রে রাখা বা না রেখে বিন্যাস		

Practice Part

Model Test

প্রাথমিক আলোচনা:

যে কোন ধরনের এলোমেলো কোন কিছুকে সুন্দরভাবে সাজানোর পদ্ধতিকে বিন্যাস বলে। বিন্যাসের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার হচ্ছে নির্দিষ্ট কয়েকটি সংখ্যা বা ডিজিট ব্যবহার করে অসংখ্য নতুন নতুন নামার তৈরী করা। এখানে খুব সহজভাবে বাস্তবতার সাথে মিলিয়ে এই অধ্যায়টি এমনভাবে আলোচনা করা হয়েছে, যে কেউ শেষ পর্যন্ত বুঝে বুঝে পড়লে আশা করি নিজে থেকেই বিন্যাস সংক্রান্ত সব প্রশ্নের উত্তর দিতে পারবেন। পূর্ণ মনযোগ দিয়ে সম্পূর্ণ অধ্যায়টি পড়ার চেষ্টা করুন।

Permutation কি?

কতগুলি বস্তু থেকে কয়েকটি বা সবকটি অথবা নির্দিষ্ট কয়েকটি প্রতিবারে নিয়ে যত ভাবে বিন্যস্ত করা বা সাজানো যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে। **উদাহরণ:** মনে করি A, B, C, তিনটি বর্ণ। একসাথে সবকটি বর্ণ নিয়ে সাজানো যায় ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA মোট ৬ ভাবে। যাদের প্রতিটিকে এক একটি বিন্যাস বলে। সুতরাং উপরোক্ত উদাহরণ থেকে বুঝা যায় সবকটি ঘটনাই এক একটি বিন্যাস বা সাজানোর ব্যবস্থা তাহলে মোট সাজানোর ব্যবস্থা হলো ৬ টি।

উদাহরণ: মনে করি A, B, C তিনটি বর্ণ। একসাথে দুইটি বর্ণ করে নিয়ে সাজানো যায় AB, BA, AC, CA, BC, CB।

বাস্তবে প্রয়োগ: ছাত্র-ছাত্রীদের রোল নম্বর, গাড়ীর লাইসেন্স, মোবাইল নম্বর, ভোটার আইডি কার্ডের নম্বর ০ থেকে ৯ পর্যন্ত ১০ টি ডিজিট নিয়েই কোটি কোটি সংখ্যা বানানো হয়, যার একটি সাথে অন্য কোনটির মিল নেই। এগুলো সবগুলোই বিন্যাসের নিয়ম অনুসারে তৈরী করা হয়।

বিন্যাসের সূত্র

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে মোট সাজানোর ব্যবস্থা বের করার সূত্র হলো:

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ যেখানে, } n \geq r \text{ এখানে, } n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots$$

n = মোট উপাদান এবং **r** = মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।

সূত্রের ব্যাখ্যা: এখানে n! অর্থ হলো n এর সাথে তার নিচের সকল ক্রমিক সংখ্যার গুণফল। যেমন: ধরি n এর মান 5 এবং r এর মান 2। তাহলে মানগুলো বসিয়ে সূত্রটি নিম্নোক্ত নিয়মে ব্যবহার করতে হবে,

$${}^5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 20 \text{ অথবা } \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 5 \times 4 = 20$$

[এভাবে যেপাশে বড় সংখ্যা থাকবে সেপাশে ছোট সংখ্যা পর্যন্ত মিলিয়ে দিলে দ্রুত উত্তর বের করা যাবে।]

Factorial কী ও কেন?

Factorial (!) হচ্ছে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণন বিধি যা 1 করে কমে ক্রমাগত গুণ হয়ে 1 পর্যন্ত হবে। যেমন, $2! = 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1$, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ এবং $5! = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 120$; ইত্যাদি।

০! অবশ্যই মনে রাখুন: $0! = 1$ (কারণ বড় সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়ালকে এই সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে তার আগের সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়াল আসে। যেমন: $6! = 920$ তাই $920 \div 6 = 120$ হলো $5!$ এর মান। তাই $1! = 1$ এর 1 কে 1 দিয়ে ভাগ করলে আবার 1 হয় যা 1 এর পূর্ববর্তী সংখ্যা $0!$ এর মান। সুতরাং $0! = 1$ লিখা হয়।)

এখানে 1 করে কমে যায় কেন?

ধরুন, আপনার হাতে তিনটি হ্যান্ডার আছে। যেখানে আপনি তিনটি ভিন্ন শার্ট সাজিয়ে রাখবেন। প্রথম হ্যান্ডারটিতে তিনটি শার্টের যে কোন একটি বোলানো যাবে ও ভাবে, অর্থাৎ এখানে অপশন আছে ৩টি। দ্বিতীয় হ্যান্ডারটিতে অবশিষ্ট দুটি শার্টের মধ্য থেকে একটিকে বোলানোর অপশন আছে দুটি অর্থাৎ দুভাবে। (কারণ আগে একটি চলে গেছে) সর্বশেষ হ্যান্ডারটিতে মাত্র একটি শার্ট একভাবেই বোলানোর উপায় আছে। অর্থাৎ একটি করে নেয়ার পর একটি করে অপশন কমেতে থাকে বলে এই নিয়মটি লিখতে হয় $3 \times 2 \times 1 = 6$ ভাবে। যাকে ফ্যাক্টোরিয়াল আকারে লিখতে হবে $3!$

বিন্যাসের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-১: বিন্যাসের গুণন বিধি

কিছু প্রশ্ন আছে যেগুলো বিন্যাসের সূত্র ছাড়াই মুখে মুখে করা যায়। যেমন:
 ১. ঢাকা হতে খুলনা যাবার পথ 5 টি এবং খুলনা হতে কয়রা যাবার পথ 3টি হলে, আপনি কত উপায়ে ঢাকা হতে কয়রা যেতে পারবেন? [জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা-২০১৬]
 a. 10 উপায়ে b. 15 উপায়ে c. 20 উপায়ে d. 35 উপায়ে Ans: b

সমাধান:

শর্তকাটে:
মোট উপায় = $5 \times 3 = 15$ উপায়ে
উত্তর: 15 টি উপায়।

কেন গুণ হয় তার বিজ্ঞারিত ব্যাখ্যা:
 চিত্রটি দেখুন: ঢাকা হতে খুলনা যাওয়ার ৫টি পথের নাম a, b, c, d এবং e আবার খুলনা থেকে কয়রা যাওয়ার পথগুলোর নাম x, y, z ধরলে, ঢাকা থেকে খুলনা হয়ে কয়রা যাওয়ার পথগুলোর নাম হবে, a হয়ে ৩টি = ax, ay, az আবার b হয়ে যাওয়ার ৩টি পথ = bx, by, bz, এভাবে c, d এবং e প্রতিটির জন্য ৩টি করে পথ। তাহলে সবগুলো পথ যোগ করলে মোট পথ = $3+3+3+3+3 = 15$ টি। এই ৫বার ৩ যোগ করার শর্তকাট ই হচ্ছে = $5 \times 3 = 15$ টি।

নিজে করুন:
 ২. শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে যাওয়ার 3 টি ভিন্ন রাস্তা আছে, আবার ফার্মগেট থেকে বনানী 4 টি ভিন্ন রাস্তা আছে। শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে হয়ে বনানী যাবার কয়টি ভিন্ন রাস্তা আছে? [SBL (PO) - 2013]
 a. 10 b. 12 c. 13 d. 14 Ans: b

৩. কালামের বাড়ি থেকে ডাকঘরে যাওয়ার ৫ টি পথ আছে। সে কত ভাবে বাড়ি থেকে ডাকঘরে গিয়ে আবার বাড়িতে ফিরে আসবে? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের উপসহকারী প্রকৌশলী ও ড্রাফটম্যান-২০১৮]

- a. 6 b. 10 c. 25 d. 20

সমাধান: কালামের বাড়ি থেকে ডাকঘরে যাওয়ার ৫ টি পথ আছে কিন্তু সে একটি রাস্তায় যাতায়াত করবে। কালাম বাড়ি থেকে ডাকঘরে যাবে = ৫ উপায়ে, আবার কালাম ডাকঘর থেকে বাড়ি ফিরে আসবে = ৫ উপায়ে, সুতরাং কালাম যাতায়াত করবে = $(5 \times 5) = 25$ উপায়ে।

৪. একটি শ্রেণিকক্ষে ৩টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক কক্ষে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন?

- a. 3 b. 6 c. 9 d. 12

সমাধান: যেহেতু তিনটি দিয়ে ঢুকবে তাহলে ঐ তিনটির ভিন্ন ভিন্নটি দিয়ে বের হতে পারবে এবং ঢোকার সময় ও ভিন্ন ভিন্ন দরজা দিয়ে ঢুকবে। তাই মোট = $3 \times 3 = 9$ ভাবে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন।

৫. ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে ৫ টি ট্রেন যায় ও ৫ টি ট্রেন আসে। একটি লোক এক ট্রেনে ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে যোগে অপর এক ট্রেনে ঢাকা ফিরে আসতে পারবে? [জাতীয় সংসদ সচিবালয়ের সহঃ সচিব-১৯৯৬]

- a. 40 প্রকারে b. 20 প্রকারে c. 8 প্রকারে d. 50 প্রকারে

সমাধান: যে ট্রেনে যাবে সেই ট্রেনটি ছাড়া অন্য ট্রেনগুলোতে ফিরতে হবে। ১ম ট্রেনে গিয়ে ফিরতে পারবে = $(5-1) = 4$ প্রকারে। \therefore ৫ টি ট্রেনে গিয়ে ফিরতে পারবে = $(5 \times 4) = 20$ প্রকারে।

শ্রীনিজে করুন:

৬. একটি শ্রেণিকক্ষে ৩ টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক এক দরজা দিয়ে ঢুকে অন্য দরজা দিয়ে বের হতে পারেন?

- a. 6 b. 8 c. 7 d. 5

পদ্ধতি-০২: বিন্যাসের সাধারণ প্রশ্ন

৭. $1!$ এর মান কত? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১১]

- a. 1 b. 0 c. 3 d. কোনোটিই নয়

৮. $0!$ এর মান কত? [নৌপরিবহন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৩]

- a. 1 b. 0 c. 2 d. α

৯. $0!$ আর $1!$ এর মধ্যে কোনটি বড়? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহঃ কর্মকর্তা)-২০১৮]

- a. $0!$ b. $1!$ c. সমান d. কোনটিই নয়

১০. ${}^n P_r =$ কত? [পরিবেশ ও বন মন্ত্রণালয়ের রিসার্চ অফিসার-২০০৬]

- a. $\frac{n!}{(n-r)!}$ b. $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ c. $\frac{n!}{r!}$ d. $\frac{(n-r)!}{r!}$

১১. ${}^n P_4 = 6 \times {}^n P_3$ হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় কর।

- a. 6 b. 9 c. 2 d. 8

সমাধান:

দেওয়া আছে, ${}^n P_4 = 6 \times {}^n P_3 \Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 6 \times n(n-1)(n-2) \Rightarrow n-3 = 6 \therefore n = 9$ (Ans)

১২. $4 \times {}^n P_3 = 5 \times {}^{n-1} P_3$ হলে, n এর মান কত?

- a. 5 b. 10 c. 30 d. 15

সমাধান: দেওয়া আছে, $4 \times {}^n P_3 = 5 \times {}^{n-1} P_3 \Rightarrow 4n(n-1)(n-2) = 5(n-1)(n-2)(n-3) \Rightarrow 4n = 5(n-3) \Rightarrow 4n = 5n - 15 \therefore n = 15$

পদ্ধতি-০৩: ভিন্ন ভিন্ন উপাদানের বিন্যাস

যখন সব উপাদান ভিন্ন তখন Permutation, দুটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। ১. এর উপাদান সংখ্যা ও ২. কতটি উপাদান নিতে হবে। এক্ষেত্রে উপাদান সংখ্যা n (মোট উপাদানকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়) এবং r সংখ্যক উপাদান নিতে হলে, বিন্যাস সংখ্যা ${}^n P_r$ যা ব্যাখ্যা করে দাঁড়ায় $n, 1$ করে কমে r ধাপ পর্যন্ত।

Permutation এর মূল সূত্র	ব্যখ্যা:
${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ যখন, $n \geq r$	এখানে $n =$ মোট উপাদান এবং $r =$ মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।
এখানে, $n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots$	

১৩. A, B, C প্রতিবারে তিনটি করে বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর।

- a. 3 b. 6 c. 9 d. 12

সমাধান: মোট বর্ণ $n = 3$ আবার একসাথে নিতে হবে তিনটি বর্ণ এখানে $r = 3$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6 \text{ সরাসরি: } 3! = 6$$

১৪. A, B, C প্রতিবারে দুইটি বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর। [পুনরাবৃত্তি না ঘটিলে]

- a. 2 b. 3 c. 6 d. 24

সমাধান: এখানে মোট বর্ণ $n = 3$ আবার দুটি করে বর্ণ একসাথে নিতে হবে। তাই $r = 2$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6 \text{ [অথবা সরাসরি, } 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6]$$

Effective Shortcut: এরকম বিন্যাসের প্রশ্নগুলোতে যদি কখনো n এর মান এবং r এর মান সমান সমান হয় অথবা n এর মানের থেকে r এর মান ১ কম হয় তাহলে নিচে কোন কিছু না লিখে সরাসরি উপরে $n!$ লিখে হিসেব করা যায়। কেননা নিচে $0!$ অথবা $1! = 1$ হয় এবং নিচে 1 আসলে উপরের উত্তরটিই উত্তর হবে। যেমন: ${}^3 P_3 = 3!$ এবং ${}^3 P_2 = 3!$

6 জন বালক 3 আসনের একটি বেঞ্চে কতভাবে বসতে পারে?	3 জন বালক 6 আসনের একটি বেঞ্চে কতভাবে বসতে পারে?
উত্তর: ${}^6 P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$	উত্তর: ${}^6 P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$

Learning Point: লোক সংখ্যা মোট আসনের থেকে বেশি হলে $n =$ লোক সংখ্যা এবং আসন সংখ্যা = r আবার, আসন সংখ্যা, লোক সংখ্যার থেকে বেশি হলে তখন $n =$ আসন সংখ্যা এবং লোক সংখ্যা = r অর্থাৎ যখন যেটা বেশি হবে তাকে n এর মান ধরে অন্যটিকে r ধরে হিসেব করতে হবে।

১৫. PSC শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৯]

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 6

সমাধান: (যখন কয়েকটি বর্ণ থেকে কতটি নিতে হবে বলা থাকবে না তখন বুঝতে হবে সবগুলোই নিয়ে সাজাতে হবে) এখানে, PSC শব্দটিতে বর্ণ আছে = 3 টি আবার নিতেও হবে 3 টি। তাই সরাসরি উত্তর: $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

১৬. Mother শব্দটি হতে প্রতি ২টি করে অক্ষর নিয়ে কত উপায়ে সাজানো যায়? [সমাজসেবা অধিদপ্তরের (প্রবেশন অফিসার)-২০১৩]

- a. 30 b. 40 c. 50 d. 60

সমাধান: Mother শব্দটিতে মোট বর্ণ = ৬টি এবং প্রতিবার নিতে হবে = ২টি

$$\text{সুতরাং মোট বিন্যাস হবে } {}^6P_2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 6 \times 5 = 30$$

১৭. A, B, C, D চারটি বর্ণ। বর্ণ চারটি হতে পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে তিনটি করে বর্ণ নিয়ে সাজানোর ব্যবস্থা নির্ণয় কর।
a. 12 b. 16 c. 18 d. 24

সমাধান: মোট বর্ণ n = 4 প্রতিবারে নিতে হবে 3 টি বর্ণ r = 3 (এখানে কতটি বর্ণ নিতে হবে তা বলে দেয়া আছে)
মোট সাজানোর ব্যবস্থা ${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$

শর্টকাটে: $4! = 24$

কিছু গুরুত্বপূর্ণ ফ্যাক্টোরিয়াল সংখ্যার মান মুখস্ত রাখলে খুব দ্রুত হিসেব করা সম্ভব হবে।
 $0! = 1, 1! = 1, 2! = 2, 3! = 6, 4! = 24, 5! = 120, 6! = 720, 7! = 5040$

উপরের নিয়মগুলো একই নিয়মের সংখ্যার প্রশ্নগুলোতেও প্রয়োগ করা যাবে।

১৮. 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যাগুলো একবারমাত্র ব্যবহার করে 4 অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন যাবে?
a. 6 b. 12 c. 24 d. 120

সমাধান: মোট সংখ্যা দেয়া আছে n = 5 টি এবং প্রতিবার নিতে হবে r = 4 টি (4 অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তাই)
সুতরাং 4 অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা গঠন করা যাবে $= {}^5 P_4 = 5! = 120$ [যত ভালো বুঝবে তত শর্ট হবে]

১৯. 2, 3, 4, 5, 6, 7, ও 8 এই অঙ্কগুলির প্রত্যেকটিকে প্রত্যেকের সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলি পূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে।

- a. 420 b. 840 c. 640 d. 120

সমাধান: মোট সংখ্যা n = 7, নিতে হবে 4 টি করে অর্থাৎ r = 4

$$\text{মোট সাজানোর ব্যবস্থা } {}^7 P_4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840 \text{ (Ans)}$$

নিজে করুন:

২০. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে ORANGE থেকে কতগুলি 5 অঙ্কের শব্দ গঠন করা যায়? [${}^6 P_5$ অথবা 6!]
a. 730 b. 760 c. 780 d. 720

২১. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে Versity শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? [সরাসরি 7!]
a. 5030 b. 5060 c. 5080 d. 5040

২২. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে 5 অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে? [6টি থেকে 1টি কম তাই সরাসরি 6!]
a. 370 b. 360 c. 365 d. 720

পদ্ধতি-০৪: একই উপাদান পুনরাবৃত্তি হলে বিন্যাস

একই উপাদান একাধিকবার আসলে যেমন: DHAKA শব্দের বিন্যাস আগের নিয়মে হবে না, কারণ এখানে দুটি A আছে। এরকম বিন্যাসের ক্ষেত্রে নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করতে হয়।

Repetition Formula:	ব্যাখ্যা:
$\frac{n!}{p!q!r!}$	এখানে n হলো মোট উপাদান সংখ্যা, আর p, q, r, হলো একাধিকবার ব্যবহৃত উপাদান সংখ্যা যতবার করে রিপিট হবে।

২০. SCIENCE শব্দটির বর্ণগুলোকে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা কত? [উপজেলা শিক্ষা অফিসার-২০০৮/৪সমাজসেবা অধিদপ্তরবেশন অফিস: ২০১৩]
a. 600 উপায়ে b. 1200 উপায়ে c. 1260 উপায়ে d. 420 উপায়ে

সমাধান: SCIENCE শব্দটি মোট বর্ণ আছে n = 7 টি। যেখানে C আছে p = 2 টি, E আছে, q = 2 টি।
সুতরাং, বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে সাজানো যায় $= \frac{7!}{2! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} = 1260$

২৪. FREEDOM শব্দটির সবগুলোর বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারের সাজানো যায়? [বরগাড়া মহানগরের অধীনে (কারা তত্ত্বাবধায়ক)-২০১৩]
a. $\frac{7!}{2!}$ b. $\frac{7!}{5!}$ c. $\frac{5!}{2!}$ d. $\frac{7!}{2!5!}$

সমাধান: FREEDOM শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 7টি এদের মধ্যে E আছে 2টি ∴ সবগুলো বর্ণ নিয়ে বিন্যাস $= \frac{7!}{2!}$

২৫. MISSISSIPPI শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে রেখে কতগুলো বর্ণ সাজানো যাবে? [রাকাব (সিনিয়র-অফিসার)-২০১৫]
a. 34550 b. 34650 c. 34850 d. 34850

সমাধান: MISSISSIPPI শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে = 11 টি, যার মধ্যে I আছে, 4টি, S আছে 4 টি, P আছে 2টি,
সুতরাং মোট সাজানোর উপায় $= \frac{11!}{4! \times 4! \times 2!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 11 \times 10 \times 9 \times 7 \times 5 = 34650$

দ্রুত ফ্যাক্টোরিয়াল এর কাটাকাটি করার জন্য নিচের উদাহরণ দেখুন

$$\frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} < \text{এভাবে না লিখে এভাবে লিখুন} > \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} \text{ নিচের } 3! \text{ কে না ভেঙ্গে রেখে দিন। এবং উপরের } 6! \text{ কে } 3! \text{ পর্যন্ত ভাঙ্গুন। এখন নিচের } 3! \text{ এবং উপরের } 3! \text{ কেটে দিয়ে অবশিষ্টগুলো গুণ করুন।}$$

সময় বাঁচবে আবার অনেক দ্রুত উত্তর 120 ই আসবে।

$$\frac{8!}{7!} = \frac{8 \times 7!}{7!} = 8 \text{ আবার সংখ্যা আসলে সংখ্যা মেলাতে হবে যেমন: } \frac{8!}{8} = \frac{8 \times 7!}{8} = 7!$$

২৬. MATHEMATICS শব্দটির অঙ্কগুলো দ্বারা কতভাবে বিন্যাস করা সম্ভব নির্ণয় করুন? [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]
সমাধান:

MATHEMATICS শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 11 টি, যার মধ্যে A আছে 2 টি, M আছে 2 টি, এবং T আছে 2 টি।
∴ শব্দটির বিন্যাস করা সম্ভব $= \frac{11!}{2! \times 2! \times 2!} = \frac{11!}{2 \times 2 \times 2} = \frac{11!}{8}$ টি = 4989600 টি

২৭. CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? [৩১তম বিসিএস প্রিলি]
a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

সমাধান: AMERICA শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে n = 7 টি যাদের মধ্যে A আছে = 2 টি
সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $\frac{7!}{2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 5040$
আবার CALCUTTA শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে = 8 টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে A, C ও T আছে = 2 টি করে

তাহলে সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে মোট বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2!} = \frac{8 \times 7!}{2 \times 2 \times 2} = 7! = 5040$

সুতরাং AMERICA শব্দটির বিন্যাস থেকে CALCUTTA শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা = $5040 \div 2520 = 2$ গুণ

Be Careful : এভাবে ভাবলে ভুল হবে, তাই সাবধান:

গুণ 5 আর 5! এক না। তেমন $2 \times 5 = 10$ হলেও $2! \times 5! = 10!$ লেখা যাবে না।

আগে মান বসিয়ে তারপর গুণ করতে হবে। যেমন: $2! \times 5! = 2 \times 120 = 240$ কিন্তু $10! = 3628800$

নিজে করুন:

২৮. "AMERICA" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা "CANADA" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? [ভিন্ন উত্তর বের করে জ্ঞান]
a. 20 গুণ b. 22 গুণ c. 24 গুণ d. 21 গুণ

[Hints: $\frac{7!}{2!} \div \frac{6!}{3!} = 2520 \div 120 = 21$ গুণ] Ans: d

২৯. "RAJSHAH" শব্দটির একত্রে বিন্যাস সংখ্যা "BARISAL" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার কয়গুণ? [মান বের করে জ্ঞান]
a. 2 b. 4 c. 3 d. 6

৩০. 3, 3, 4, 4, 4, 5 সংখ্যাগুলো একবারমাত্র ব্যবহার করে দিয়ে ৬ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে? [BB (AD)-2012]
a. 40 b. 60 c. 50 d. 55

সমাধান: এখানে 3 আছে 2টি এবং 4 আছে 3টি। যেহেতু এখানে order পরিবর্তন হলে নতুন সংখ্যা গঠিত হবে তাই বিন্যাসের সূত্র ব্যবহার করতে হবে। এখানে, সর্বমোট সংখ্যা গঠিত হবে = $\frac{6!}{3! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = 60$ টি

নিজে করুন:

৩১. "Book" শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়?
a. 14 b. 15 c. 16 [Hints: $4! \div 2! = 24 \div 2 = 12$]
d. 12 Ans: d

৩২. "APPLE" শব্দটির বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়? [P.K.S.F.-2014]
a. 720 b. 120 c. 60 d. 180 Ans: c

৩৩. "RAJSHAH" শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়?
a. 1300 b. 1060 c. 1800 d. 10080 Ans: d

৩৪. সবগুলি বর্ণ একবার নিয়ে Committee শব্দটিকে কত রকমে সাজানো যায়?
a. 45360 b. 45365 c. 45965 d. 2562 Ans: a

পদ্ধতি-০৫: কিছু উপাদান একত্রে রেখে বা না রেখে বিন্যাস

(৫.ক) কিছু উপাদান একত্রে রেখে বিন্যাস:

যখন কয়েকটি বর্ণ অথবা বস্তুকে একত্রে পাশাপাশি রাখতে বলা হয় তখন বিন্যাস করার জন্য নিচের ধাপ অনুসরণ করতে হবে।

প্রথম ধাপ: একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোকে ১টি ধরে সবগুলো বর্ণের বিন্যাস বের করতে হবে।

দ্বিতীয় ধাপ: ঐ একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোর মধ্যেই আবার বিন্যাস বের করতে হবে।

শেষ ধাপ: প্রথম দুটি কাজ থেকে প্রাপ্ত বিন্যাসের ফলাফল দুটি গুণ করতে হবে।

৩৫. "DIGITAL" শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকে? [বিটিআরসি (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০২১]
a. 320 b. 430 c. 210 d. 360 Ans: d

সমাধান: (ধাপে ধাপে আলোচনাগুলো বুঝলে শুধু শেষের অংশগুলো লিখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের করা যাবে)
প্রথম ধাপ: 3টি স্বরবর্ণ (I, I ও A) কে একটি বর্ণ ধরে মোট বিন্যাস = DGTL (IIA) = $(4+1)! = 5! = 120$
দ্বিতীয় ধাপ: (I, I ও A) 3টি স্বরবর্ণগুলোকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\frac{3!}{2!} = 3$ ভাবে। (দুটি I আছে তাই নিচে 2!)
শেষ ধাপ: দুই বিন্যাসের গুণফল বের করতে হবে। অর্থাৎ মোট বিন্যাস = $120 \times 3 = 360$ (Ans:)
শর্টকাট: বুঝে গেলে এত কিছু না লিখে সরাসরি: = $5! \times \frac{3!}{2!} = 120 \times 3 = 360$ Ans: 360

৩৬. SCIENCE শব্দটির স্বরবর্ণ গুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভব যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা নির্ণয় কর। [সমাজসেবা অধিদপ্তরের (প্রবেশন অফি)-২০১৩]
ক. 60 উপায়ে খ. 120 উপায়ে গ. 180 উপায়ে ঘ. 420 উপায়ে উত্তর: গ

সমাধান:
প্রথম ধাপ: স্বরবর্ণ ৩টি (EEI) কে একত্রে রেখে একটি বর্ণবিবেচনা করলে মোট বিন্যাস = SCNC (EEI) = $\frac{5!}{2!} = 60$
দ্বিতীয় ধাপ: আবার স্বরবর্ণ ৩টি (EEI) এর নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 3$
শেষ ধাপ: অতএব নির্ণয় বিন্যাস সংখ্যা = $60 \times 3 = 180$ (Ans:) <input type="checkbox"/> যুক্তি, স্বরবর্ণ তিনটি EEI, EIE, বা IEE, এভাবে আসলেও শর্ত পূরণ হবে। এজন্য দুবার বিন্যাস নির্ণয় করে গুণ করা হয়েছে।
শর্টকাট: সরাসরি: = $\frac{5!}{2!} \times \frac{3!}{2!} = 60 \times 3 = 180$ Ans: 180

নিজে করুন:

৩৭. Vowel গুলি একসাথে রেখে ACCLAIM শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?
a. 720 b. 120 c. 60 d. 180 Ans: d

৩৮. MATHEMATICS শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় যখন স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে? [অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সঞ্চয় অধিদপ্তরের (সহ: পরিচালক)-২০০৭]
a. 120960 b. 10080 c. 483840 d. 241920 Ans: a

[Hints: $\frac{8!}{2! \times 2!} \times \frac{4!}{2!} = 10080 \times 12 = 120960$]

৩৯. DEPRESSION শব্দটির বর্ণগুলিকে কতভাবে সাজানো যাবে যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে? Ans: 30240

৪০. ARRANGE শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে দুটো R এবং দুটো A একত্রে থাকবে? [BB (AD)-2011]
a. 620 b. 120 c. 200 d. 180 Ans: b

সমাধান: R দুটিকে এবং A টিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস করা যাবে (AA)(RR)NGE = $5! = 120$ টি। Ans: 120

যুক্তি: এখানে গুণ বা ভাগ করতে হবে না। কারণ হলো A দুটিকে নিজেদের মাঝে মাত্র ১ ভাবেই বিন্যাস করা যায়, তেমনিভাবে R দুটি কেও। আবার দুটি সংখ্যাকে আলাদা আলাদা ভাবে ১টি করে ধরায় তারা রিপিট হয় নি। তাই নিচে ভাগও হবে না।

নিজে করুন:

৪১. ENGINEERING শব্দটির সকল E গুলোকে একত্রে রেখে সবগুলো অক্ষর বিন্যাসের সংখ্যা কত?

- a. 1680 b. 15120 c. 1520 d. 1512

[Hints: NGINRING (EEE) = $\frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} \times \frac{3!}{3!} = 15120 \times 1 = 15120$]

৪২. ৫ গণিত, ৩টি পদার্থ বিজ্ঞান, ২টি রসায়ন বই নিয়ে মোট বিন্যাস সংখ্যা কত? [খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক-২০১২]

- a. 8610 b. 8620 c. 8630 d. 8640

সমাধান: একই বিষয়গুলো এক জায়গায় থাকলে তিনটি গ্রুপে মোট সাজানো যায় = $(5!) \times (3!) \times (2!) = 120 \times 6 \times 2 = 1440$
কিন্তু গ্রুপ ৩টি পুরো গ্রুপ মিলে বিন্যাস সংখ্যা = $3! = 3 \times 2 = 6$ ∴ মোট সাজানোর সংখ্যা = $1440 \times 6 = 8640$

নিজে করুন:

৪৩. ৩ জন ছাত্র ও ৫ জন ছাত্রীকে একসারিতে রেখে কতভাবে সাজানো যায় যেখানে ৩ জন ছাত্র সর্বদা একত্রে থাকবে? [6!x3!]

- a. 1240 b. 1176 c. 4177 d. 4320

৪৪. ৭ টি সবুজ, ৪ টি নীল এবং ২টি লাল কাউন্টার এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে যাতে লাল কাউন্টার দুইটি একত্রে থাকবে?

[Hints: $\frac{12!}{7!4!} \times \frac{2!}{2!} = 3960$ (Ans)]

৪৫. ৮ টি ভিন্ন জিনিসকে এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে যেন দুইটি বিশেষ জিনিস একত্রে থাকে? [Hints: $7! \times 2! = 10080$ (Ans)]

(৫.খ) কিছু উপাদান একত্রে না রেখে বিন্যাস:

মনে রাখুন: একসাথে না রেখে বিন্যাস করার সরাসরি কোন সূত্র নেই তাই একত্রে রাখা যাবে না বললে:

- প্রথমে ধাপ: সবগুলো বর্ণের সাধারণ বিন্যাস বের করতে হবে। যাতে একত্রে থাকা এবং একত্রে না থাকা সব ধরনের বিন্যাস থাকবে।
- দ্বিতীয় ধাপ: যাদেরকে একত্রে না রাখার কথা বলা হয়েছে তাদেরকে একত্রে রেখে বিন্যাস।
- শেষ ধাপ: সর্বমোট বিন্যাস থেকে একত্রে রাখা বিন্যাস সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে।

Rules: সর্বমোট বিন্যাস - একসাথে রাখা বিন্যাস = একসাথে না রাখা বিন্যাস।

৪৬. "APPLE" শব্দটিকে কতভাবে বিন্যাস করা যাবে যাতে P গুলো কখনোই একসাথে থাকবে না?

- a. 24 b. 36 c. 48 d. 60

লিখিত সমাধান:

প্রথম ধাপ: "APPLE" শব্দটির সর্বমোট বিন্যাস সংখ্যা = $5!$ কিন্তু P আছে দুটি তাই বিন্যাস হবে $\frac{5!}{2!} = 60$
এই ৬০টি বিন্যাসের মধ্যে কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে আবার কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে না। যেহেতু সরাসরি একত্রে না থাকার সূত্র নেই।

দ্বিতীয় ধাপ: "APPLE" শব্দটির P দুটি একত্রে রেখে বিন্যাস = ALE (PP) = $4! \times 1! = 24$

শেষ ধাপ: সুতরাং P দুটি একত্রে না রেখে বিন্যাস = সর্বমোট বিন্যাস - একসাথে রাখা বিন্যাস = $60 - 24 = 36$

শর্টকাট: বুঝে গেলে এত ধাপ অনুসরণ করতে হবে না। সরাসরি: $\frac{5!}{2!} - (4! \times 1!) = 60 - 24 = 36$ Ans: 36

৪৭. স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে 'Daughter' শব্দটির অক্ষরগুলো কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়? [তথ্য মন্ত্রণালয়ের জরীদে (সহ-পরিচালক)-২০০৬]

- a. 42000 b. 40050 c. 36000 d. 2040

লিখিত সমাধান:

Daughter শব্দটিতে মোট বর্ণ = ৮ টি এবং সবগুলো বর্ণ ই ভিন্ন ভিন্ন। সুতরাং মোট বিন্যাস = $8! = 40320$
আবার, Daughter শব্দটিতে স্বরবর্ণ (a,u,e) = ৩টি কে ১টি বর্ণ ধরলে মোট বিন্যাস = $Dghtr(aue) = 6! = 720$

স্বরবর্ণগুলোকে নিজদের মধ্যে সাজানো যায় = $3! = 6$ ভাবে
∴ স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি রেখে বিন্যাস = $720 \times 6 = 4320$
সুতরাং স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস = মোট বিন্যাস - পাশাপাশি রেখে বিন্যাস = $40320 - 4320 = 36000$

শর্টকাটে এক লাইনে: $8! - (6! \times 3!) = 40320 - 4320 = 36000$

৪৮. এ্যানি ও বুশরাকে পাশাপাশি না বসিয়ে এ্যানি, বুশরা, ক্যামেলিয়া, ডন, এলিনা এবং ফারজানা কত উপায়ে বসানো যায়? [Mutual Trust Bank (MTO)- 2014]

- a. 240 b. 360 c. 480 d. 600

সমাধান: সবাইকে একসাথে রেখে ৬ জনকে বসানো যায় $6! = 720$ ভাবে। এই ৭২০ এর মধ্যে তারা একত্রে বসবে আবার আলাদা আলাদাও বসবে, অর্থাৎ এর ৭২০ এর মধ্যে সবধরনের বিন্যাস ই আছে।

এখন, যে দুজনকে একত্রে রাখা যাবে না তাদেরকে একত্রে রেখে বিন্যাস করা বা বসানো যায় $(5! \times 2!) = 240$ তাহলে এই দুজনকে একত্রে না রেখে বিন্যাস হবে = $720 - 240 = 480$

শর্টকাটে: $6! - (5! \times 2!) = 480$

নিজে করুন:

৪৯. Vowel গুলি পাশাপাশি না রেখে 'Triangle' শব্দটির অক্ষরগুলো কতভাবে সাজানো যাবে? [Hints: $8! - (6! \times 3!)$]

- a. 35000 b. 36000 c. 35600 d. 36800

৫০. স্বরবর্ণগুলো একত্রে না রেখে BANGLADESH শব্দটির বর্ণগুলো কত রকমে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।

[Hints: $\frac{10!}{2!} - (8! \times \frac{3!}{2!}) = (1814400 - 120960) = 1693440$ (Ans)]

৫১. MUJIBNAGAR শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে না থাকে।

[Hints: স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে না রেখে সাজানো সংখ্যা = $\frac{10!}{2!} - (7! \times \frac{4!}{2!}) = (1814400 - 60480) = 1753920$]

৫২. KNOWLEDGE শব্দটির বর্ণগুলির সাজানো ব্যবস্থায় কতগুলিতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে না?

[Hints: স্বরবর্ণগুলো একত্রে না থাকলে সাজানো সংখ্যা = $\frac{9!}{2!} - (7! \times \frac{3!}{2!}) = 181440 - 15120 = 166320$ (Ans)]

পদ্ধতি-০৬: বিভিন্ন শর্ত প্রয়োগে বিন্যাস

(৬.ক) নির্দিষ্ট বর্ণ দিয়ে কতটি বিন্যাস:

৫৩. BAT শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রতিটি বিন্যাসের শুরুতে Vowel থাকে?

- a. 2 b. 4 c. 6 d. 8

সমাধান: BAT শব্দটিতে থাকা ৩টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণকে সাজানো যায় নিম্নোক্ত ভাবে।

৩রূতে B আছে ২টি বিন্যাসে	BAT BTA	একই ভাবে শেষে B, A, T আছে ২টি করে বিন্যাসে।	এজন্য শর্টকাট টেকনিক : সর্বমোট বিন্যাস সর্বমোট উপাদান = প্রতিটি উপাদান দিয়ে কতটি বিন্যাস শুরু/শেষ অথবা মাঝে থাকে তার সংখ্যা। Note: এই নিয়মটা মনে রাখলে সংখ্যার অংকগুলো সহজে সমাধান করা যাবে।
৩রূতে A আছে ২টি বিন্যাসে	ABT ATB	অনুরূপভাবে মাঝে B, A, T আছে ২টি করে বিন্যাসে।	
৩রূতে T আছে ২টি বিন্যাসে	TAB TBA		

যেহেতু এখানে মোট বর্ণ বা উপাদান = ৩টি। মোট বিন্যাস সংখ্যা = 3! = 6।

সুতরাং প্রতিটি বর্ণ দিয়ে বিন্যাস = $\frac{\text{সর্বমোট বিন্যাস}}{\text{সর্বমোট উপাদান}} = \frac{6}{3} = 2$ । অর্থাৎ B = 2, A = 2 এবং T = 2 (সুরু/মাঝে/শেষে)
তাহলে vowel বা A সুরুতে থাকবে এমন বিন্যাসসংখ্যা = 2টি। শেষে/মাঝে Vowel থাকবে বললেও উত্তর ২টি ই হতো।

৫৪. Nokia শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যাদের সুরুতে Consonant থাকে?
a. 48 b. 26 c. 27 d. 28

সমাধান: Nokia শব্দটিতে মোট ৫টি বর্ণ আছে তাই মোট বিন্যাস 5! = 120

প্রতিটি বর্ণ দিয়ে বিন্যাস = $\frac{\text{সর্বমোট বিন্যাস}}{\text{সর্বমোট উপাদান}} = \frac{120}{5} = 24$ টি।

যেহেতু Nokia শব্দটিতে মোট Consonant আছে 2টি, সুতরাং সুরুতে Consonant থাকে এমন বিন্যাস = 2x24 = 48

সুরুতে Vowel থাকবে কতটিতে বলা হলে উত্তর হতো = 3x24 = 72 টি। কারণ Nokia শব্দটিতে Vowel আছে ৩টি।

এই নিয়মটা সবথেকে কাজে লাগবে সংখ্যার প্রশ্নগুলোতে: যেমন:

৫৫. 1, 2, 3, 4 এবং 5 সংখ্যাগুলোকে একবার মাত্র ব্যবহার করে ৫ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?
a. 48 b. 24 c. 72 d. 112

সমাধান: 1, 2, 3, 4 এবং 5 এখানে ৫টি ডিজিট দিয়ে সর্বমোট সংখ্যা গঠন করা যায় = 5! = 120 টি।

সুতরাং প্রতিটি অঙ্ক বা ডিজিট দিয়ে শুরু হবে/শেষ হবে এমন সংখ্যা = 120 ÷ 5 = 24 টি সংখ্যা।

এখানে, বিজোড় অঙ্ক আছে = ৩টি। (1, 3, 5)

আবার, বিজোড় সংখ্যা বের করার জন্য যে সংখ্যাগুলোর শেষে 1, 3 এবং 5 থাকবে সেগুলোই বিজোড় সংখ্যা।

সুতরাং সর্বমোট বিজোড় সংখ্যা = 3 x 24 = 72 টি।

৫৬. Courage শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে।

[৩৫তম বিসিএস লিখিত / প্রাথমিক সহ: শিক্ষক (সুরমা)-২০১০]

a. 1720 b. 2880 c. 3640 d. কোনটিই নয়

লিখিত সমাধান:	শর্টকাট সমাধান
'Courage' শব্দটিতে মোট বর্ণ ৭টি, যেখানে স্বরবর্ণ আছে ৪টি (o, u, a, e) ধরি, Courage শব্দটির ১টি স্বরবর্ণ O কে প্রথম স্থানে রাখা হলো। তাহলে বাকি ৬টি অক্ষর দ্বারা অবশিষ্ট স্থানগুলো পূর্ণ করা যাবে = 6! ভাবে। ∴ O কে প্রথমে রেখে বাকি ৬টি সংখ্যা বিন্যাস = 6! = 720 অনুরূপভাবে মোট ৪টি স্বরবর্ণগুলো প্রথমে রাখলে প্রতিবার বিন্যাস = 720 ∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 4 x 720 = 2880 টি	মোট বিন্যাস = 7! = 5040 প্রতিটি অক্ষর দিয়ে বিন্যাস = $\frac{5040}{7} = 720$ ∴ স্বরবর্ণ ৪টি দিয়ে মোট বিন্যাস = 4 x 720 = 2880 টি

Super Shortcut: 4x6! = 4x720 = 2880 [প্রথমে স্বরবর্ণ প্রতি থেকে ১টি = ৪ ভাবে x অবশিষ্ট ৬টি, ৬! ভাবে]

(৬.খ) : সুরুতে এবং শেষে শর্ত থাকলে :

৫৭. 'CALCULUS' শব্দটির বর্ণগুলোর সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় যেন প্রথম ও শেষ অক্ষর 'U' থাকে?
a. 120 b. 180 c. 60 d. 720

সমাধান: 'CALCULUS' শব্দটির মধ্যে মোট ৮টি অক্ষর আছে।

শর্তনুযায়ী প্রথম ও শেষে U থাকবে তাহলে এদেরকে বিন্যাসের বাইরে রাখতে হবে। সুতরাং অবশিষ্ট ৬টি স্থানে বাকি ৬টি অক্ষর দ্বারা পূরণ করতে হবে।
যেহেতু বাকি ৬টি অক্ষরের মধ্যে ২টি C, ২টি L এবং অন্যগুলো ভিন্ন, ভিন্ন, সুতরাং ৬টি অক্ষরের সবগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

= $\frac{6!}{2! \times 2!} = 180$ Ans: 180 ভাবে সাজানো যাবে।

চিত্র দেখে বোঝা সবথেকে সহজ:

U	C	A	L	C	L	S	U
U	1	2	3	4	5	6	U

Confusion Clear:

প্রথমে U টি শেষে এবং শেষের U টি প্রথমে আসলেও দেখতে একই দেখাবে বলে কোন কিছু গণ করতে হয়নি। ভিন্ন অক্ষর হলে গণ হতো।

নিজে করুন:

৫৮. BANGLADESH শব্দটির A ও A কে দু'প্রান্তে রেখে কত ভাবে সাজানো যায়? [Hints: 8! = 40320]
a. 42000 b. 40050 c. 40320 d. 20400

৫৯. ADMISSION শব্দটির A ও D কে দুই প্রান্তে রেখে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে?
a. 240 b. 2720 c. 2520 d. 2620

সমাধান:	
A ও D কে যেহেতু দু'প্রান্তে রাখতে হবে তাই এ দুটি সংখ্যা বাদ দিয়ে অন্য 7 টি অক্ষর সাজানোর উপায় = $\frac{7!}{2! \times 2!} = 1260$	$\frac{A}{D} \frac{M}{M} \frac{I}{I} \frac{S}{S} \frac{S}{S} \frac{I}{I} \frac{O}{O} \frac{N}{N} \frac{D}{A} = 1260$
আবার, A ও D কে নিজেদের মধ্যে সাজানোর উপায় = 2! = 2	
∴ সর্বমোট সাজানো সংখ্যা = 1260 x 2 = 2520	শর্টকাট: $\frac{7!}{2! \times 2!} \times 2! = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 2520$

৬০. 'MILLENIUM' শব্দটির অক্ষরগুলো

(i) কত প্রকারে সাজানো যায়? (ii) এর মধ্যে কতগুলোতে প্রথমে ও শেষে M থাকে? (iii) মাঝে U থাকবে

সমাধান:

(i) 'MILLENIUM' শব্দটিতে মোট 9টি অক্ষর আছে। এদের মধ্যে ২টি M, ২টি L এবং ২টি I আছে।

সুতরাং, শব্দটির অক্ষরগুলোতে মোট সাজানোর উপায় = $\frac{9!}{2! \times 2! \times 2!} = 45360$

(ii) আবার, অবশিষ্ট (9 - 2) = 7টি স্থান 7টি অক্ষর দ্বারা পূরণ করতে হবে। সুতরাং 'Millenium' শব্দটির M ২টি কে

প্রথমে ও শেষে নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 7টি অক্ষরকে সাজানোর উপায় = $\frac{7!}{2! \times 2!} = 1260$

M	1	2	3	4	5	6	7	M
---	---	---	---	---	---	---	---	---

(iii) মাঝে U কে নির্দিষ্ট রাখলে U এর হিসেব বাদ দিয়ে অন্য ৮টি অক্ষর নিয়ে স্বাভাবিক নিয়মে বিন্যাস করতে হবে।

U বিহীন অন্য ৮টি অক্ষরের মধ্যে ২টি M, ২টি L এবং ২টি I আছে। ∴ বিন্যাস = $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2!} = 8 \times 7! = 5040$

1	2	3	4	U	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---

৬১. একটি বালকের নিকট ১১টি বিভিন্ন বস্ত আছে, যার মধ্যে ৫টি কালো এবং ৬টি সাদা। একটি কালো বস্তু মাঝখানে রেখে বিন্যাস
তিনটি বস্তু এক সারিতে কত প্রকারে সাজাতে পারে?

সমাধান: যেহেতু একটি কালো বস্তু সর্বদা মাঝখানে রাখতে হবে সুতরাং ৫টির মধ্যে ১টিকে একটি স্থানে ${}^5P_1=5$ প্রকারে রাখ
যাবে। অবশিষ্ট ২টি স্থানে বাকি ১০ টি বস্তুকে ${}^{10}P_2=90$ প্রকারে রাখা যাবে।
∴ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা = $5 \times 90 = 450$ ।

$$10 \times 5 \times 9$$

৬২. 'SECOND' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে ১টি স্বরবর্ণ ও ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতকগুলি শব্দ গঠন করা যেতে পারে, যত
স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যম স্থান দখল করবে?

সমাধান: 'SECOND' শব্দটিতে স্বরবর্ণ আছে = ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ আছে = ৪টি।
নতুন যে শব্দ গুলো গঠিত হবে তার মধ্যে ১ টি স্বরবর্ণ এবং ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ থাকতে হবে।
যেহেতু ২টি স্বরবর্ণ হতে ১টি নেয়া যায় = ${}^2P_1=2=2$ ভাবে (স্বরবর্ণটি মধ্যস্থানে থাকতে হবে),
আবার, ৪টি ব্যঞ্জনবর্ণ হতে ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ নেয়া যায় = ${}^4P_2=4.3=12$ ভাবে ∴ নির্ণেয় গঠিত শব্দ সংখ্যা = $2 \times 12 = 24$ টি।

S O D N O S
C E N

৬৩. 'EQUATION' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে চার অক্ষরবিশিষ্ট বিভিন্ন শব্দ গঠন করা হলো; এদের কতগুলিতে Q বর্তন
থাকবে কিন্তু N থাকবে না?

সমাধান: EQUATION শব্দটিতে ৪টি ভিন্ন বর্ণ রয়েছে। N কে বাদ দিলে থাকে $(8-1) = 7$ টি।
৪ অক্ষর বিশিষ্ট শব্দ সাজাতে ৪টি স্থানের মধ্যে প্রতিবার একটি নির্দিষ্ট বর্ণ Q কে রেখে পূর্ণ করা যায় 4P_1 উপায়ে।
অবশিষ্ট $(4-1) = 3$ টি স্থান, অবশিষ্ট = $(7-1) = 6$ টি বর্ণ দ্বারা = 6P_3 উপায়ে পূর্ণ করা যায়।
∴ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা = ${}^4P_1 \times {}^6P_3 = 4 \times 6 \times 5 \times 4 = 480$

৬৪. PERMUTATION শব্দটি Vowel গুলোর অবস্থান পরিবর্তন না করে কত প্রকারে পুনরায় সাজানো যায়?
a. 360 b. 359 c. 355 d. 361

সমাধান: অবস্থান পরিবর্তন করা যাবে না বলতে বোঝায় Vowel গুলো যে জায়গায় আছে সেই জায়গাতেই রেখে দিতে হবে।
তাহলে Vowel গুলো সূত্রের বাইরে রাখলে তাদের অবস্থান পরিবর্তন হবে না।

P E R M U T A T I O N
1 E 2 3 U 4 A 5 I O 6

এখন PERMUTATION শব্দটিতে Vowel = 5টি, Consonant = 6টি।
৬টির বিন্যাস করতে হবে কিন্তু এদের মধ্যে আবার, T আছে ২ বার ∴ $\frac{6!}{2!} = 360$ উপায়ে গঠন করা যেতে পারে।

কিন্তু PERMUTATION শব্দটি নিজেই একটি সাজানো সংখ্যা। (কেননা ঐ 360টি বিন্যাসের মধ্যে Vowel গুলো
অবস্থান স্থির রেখে যতগুলো বিন্যাস হয় তার মধ্যে এই PERMUTATION শব্দটিও একটি। যেহেতু প্রশ্নে পুনরায়
সাজানোর সংখ্যা জানতে চাওয়া হয়েছে তাই একে নেয়া যাবে না।) ∴ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা = $(360 - 1) = 359$ টি।

৬৫. DAUGHTER শব্দটির বর্ণগুলি মোট কত রকমে সাজানো যাবে?
(i) কতগুলি D দ্বারা শুরু হবে? (ii) কতগুলি প্রথমে D এবং R থাকবে?
(iii) কতগুলি প্রথমে D থাকবে কিন্তু শেষে R থাকবে না? (iv) কতগুলি প্রথমে D অথবা R থাকবে না?

সমাধান: 'DAUGHTER' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে = ৪টি এবং সবগুলোই ভিন্ন ∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $8! = 40320$
(i) প্রথম স্থানটিতে 'D' দ্বারা নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট ৭টি বর্ণকে $7!$ উপায়ে সাজানো যায়।
∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $7! = 5040$ (Ans.)

(ii) প্রথম স্থানটিতে 'D' এবং শেষ স্থানটি 'R' দ্বারা নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট $(8-2) = 6$ টি বর্ণকে $6!$ উপায়ে সাজানো যায়।
∴ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা = $6! = 720$ (Ans.)

(iii) প্রথমে D থাকবে কিন্তু শেষে R থাকবে না এমন সাজানো সংখ্যা
= প্রথমে D থাকে এমন সাজানো সংখ্যা - প্রথমে D এবং শেষে R এমন সাজানো সংখ্যা = $5040 - 720 = 4320$ (Ans.)

(iv) প্রথমে D রেখে বিন্যাস = $7! = 5040$, অনুরূপভাবে প্রথমে R রেখে বিন্যাস = $7! = 5040$ এর যোগফল
= $(5040+5040) = 10080$ কে যদি মোট বিন্যাস = $8! = 40320$ থেকে বিয়োগ করলে প্রথমে D অথবা R
থাকবে না এমন বিন্যাস সংখ্যা বের হবে। সুতরাং উত্তর = $(40320-10080) = 30240$ (Ans.)

৬৬. Article শব্দটির

- (i) স্বরবর্ণগুলোকে কেবলমাত্র জোড় স্থানে রেখে মোট বিন্যাস কত?
- (ii) স্বরবর্ণগুলোকে কেবলমাত্র বিজোড় স্থানে রেখে মোট বিন্যাস কত?

সমাধান: (i) Article শব্দটিতে মোট ৭ টি অক্ষর আছে যার মধ্যে স্বরবর্ণ ৩টি এবং ব্যঞ্জনবর্ণ ৪টি। আবার জোড় স্থান = ৩টি এবং বিজোড়
স্থান = ৪টি। এখন ৩টি স্বরবর্ণকে ৩টি জোড় স্থানে রাখা যায় 3P_3 ভাবে, অবশিষ্ট ৪টি স্থানে ৪টি ব্যঞ্জনবর্ণ রাখা যায় 4P_4 ভাবে।
তাহলে এক্ষেত্রে মোট বিন্যাস = ${}^3P_3 \times {}^4P_4 = 3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$ Ans: 144

Note: যতটি অক্ষর ততটি স্থান হওয়ায় সরাসরি করা গেলো। কিন্তু কম বেশি হলে, বড়টি = n এবং ছোটটি = r ধরে করতে হবে

(ii) ৪টি বিজোড় অবস্থান, ৩টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূর্ণ করা যায় 4P_3 উপায়ে অর্থাৎ বিজোড় স্থান ৪টি হলেও স্বরবর্ণ আছে ৩টি। তাই একটি
বিজোড় স্থান ফাঁকা থাকবে, এখন অবশিষ্ট ১টি বিজোড় স্থান + ৩টি জোড় স্থান = ৪টি জোড় স্থানে ৪টি ব্যঞ্জনবর্ণকে সাজানো যায়
 4P_4 উপায়ে। ∴ স্বরবর্ণগুলোকে শুধু বিজোড় স্থানে রেখে বিন্যাস = ${}^4P_3 \times {}^4P_4 = 4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$ Ans: 576

Note: ৪টি বিজোড় স্থানে ৩টি স্বরবর্ণ বসানো অর্থ কোন স্বরবর্ণ জোড় স্থানে নেই। ১টি ফাঁকা স্থানে ব্যঞ্জনবর্ণ বসলেও শর্ত ঠিক আছে

নিচের চিত্রটি বুঝলে শর্তকাটে কয়েক সেকেন্ডে পারা যাবে:

1	2	3	4	5	6	7	Vowel জোড় স্থানে রেখে	${}^3P_3 \times {}^4P_4 = 144$
A	r	t	i	c	l	e	Vowel বিজোড় স্থানে রেখে	${}^4P_3 \times {}^4P_4 = 576$

নিজে করুন:

৬৭. 'POSTAGE' শব্দটির অক্ষরগুলি কত রকমে সাজানো যায় যেন স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করে?
a. 135 b. 144 c. 140 d. 145 Ans: b

পদ্ধতি-০৭: বিভিন্ন সংখ্যা গঠন

(৭. ক) সাধারণ সংখ্যা গঠন:

৬৮. প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার নিয়ে ২, ৩, ৪, ৬, ৭, ৮ অঙ্কগুলো দ্বারা তিন অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা
যায়? [পরিবেশ অধিদপ্তরের (সহ: পরিচালক)-২০১৫/ সমাজসেবা অধিদপ্তরের (ফিল্ড সুপারভাইজার)-২০১৮]
a. 100 b. 110 c. 120 d. 130 Ans: c

সমাধান: মোট অঙ্ক বা ডিজিট আছে = ২, ৩, ৪, ৬, ৭, ৮ = ৬ টি। ৩ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা বানাতে অঙ্ক লাগবে = ৩ টি।
সুতরাং অঙ্কগুলোকে একবারমাত্র ব্যবহার করে ৩ অঙ্ক বিশিষ্ট ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা = ${}^6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$ টি

৬৯. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলির প্রতিটিকে প্রতি সংখ্যায় একবার মাত্র নিয়ে 4 অঙ্কের কতগুলি বিভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে?

সমাধান: যেহেতু অঙ্কগুলি বিভিন্নভাবে সাজালে ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা হয়, সুতরাং 6 টি জিনিসের মধ্য থেকে 4 টিকে একবার নিয়ে যেভাবে বিন্যাস সংখ্যা তৈরি তাই মোট সংখ্যার সমান। ∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = ${}^6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (Ans.)

৭০. 2, 3 এবং 4 দ্বারা তিন অঙ্কের কতটি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়? (মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহ: পরিচালক)-২০১৩।

সমাধান: (তিন অঙ্কের জন্য ৩টি পজিশন ধরে হিসেব) 2, 3 ও 4 অর্থাৎ ৩টি উপাদান দিয়ে তিন অঙ্কের মোট বিন্যাস = $3! = 6$ টি। প্রতিটি উপাদান দিয়ে বিন্যাস = $3 \div 3 = 1$ টি। যেহেতু বিজোড় উপাদান ১টি তাই উত্তর = ২ টি।

৭১. 1, 3, 5, 7, 9 অঙ্কগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন অঙ্ক নিয়ে 300 থেকে বৃহত্তর তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে? (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬)

সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে) ${}^3P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ । প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শুরু এমন বিন্যাস = $60 \div 5 = 12$ টি করে। 1 বাদে অবশিষ্ট 4 টি দিয়ে বিন্যাস = $12 \times 4 = 48$ টি।

শর্টকাট: $4 \times 4 \times 3 = 48$ টি।

বিকল্প সমাধান: শর্টকাট সমাধানটিকে লিখে করলে এরকম হবে, তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার ৩টি অবস্থানকে ৩টি শূন্যস্থান ধরে ১ম ঘরের বিন্যাস = ${}^4P_1 = 4$ (3, 5, 7, 9) \times ২য় ঘরের বিন্যাস = ${}^4P_1 = 4$ (প্রথমের ১টি বাদে বাকী ৪টি) \times ৩য় ঘরের বিন্যাস = ${}^3P_1 = 3$ সুতরাং মোট বিন্যাস = $4 \times 4 \times 3 = 48$ টি।

Note: এখানে 300 থেকে বৃহত্তম বলায় 3 অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলো হবে 301 হতে 999 পর্যন্ত। অর্থাৎ 1 দিয়ে শুরু হবে না।

নিজে করুন: ৭২. 1, 3, 5, 7, 9 অঙ্কগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন অঙ্ক নিয়ে 200 থেকে বৃহত্তম তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে।

প্রথম অঙ্ক	২য় অঙ্ক	৩য় অঙ্ক	উত্তর:
8P_3 (৩, ৫, ৭, ৮) = 8	8 (প্রথমটা বাদে যে কোন ৪টি) \times	৩ (প্রথমের ১+২য় ১ বাদে বাকী সব)	$8 \times 8 \times 3 = 84$ টি

৭৩. 5, 9, 1, 4 অঙ্কগুলি দ্বারা 5000 এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যায়? (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ২০১১)

সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে) 5, 9, 1, 4 = মোট 4 টি নিতেও হবে 4 টি (5000 থেকে বড়) ∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^4P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ টি। প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শুরু এমন বিন্যাস = $24 \div 4 = 6$ টি করে। 1 ও 4 বাদে অবশিষ্ট 2 টি দিয়ে বিন্যাস = $6 \times 2 = 12$ টি।

শর্টকাট: $2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$ টি।

নিজে করুন: ৭৪. 1, 2, 3, 4 অঙ্কগুলি দ্বারা 3000 অপেক্ষা বৃহত্তর কতটি সংখ্যা গঠন করা যায়? (খাস্তা প্রকৌশল অধি:সহ: প্রকৌশলী-সিভিল)-২০১৭।

সমাধান: মোট বিন্যাস = $4! = 24$, ১টি দিয়ে বিন্যাস = $24 \div 4 = 6$ ∴ 3000 থেকে বড় = 6×2 (3, 4 দিয়ে শুরু) = 12 টি।

৭৫. 3, 5, 7, 8 এবং 9 সংখ্যাগুলো দিয়ে 4 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে যারা 7000 এর থেকে বড়? (Hints: মোট বিন্যাস = ${}^5P_4 = 120$, ১টি দিয়ে বিন্যাস = $120 \div 5 = 24$ । সুতরাং 7000 থেকে বড় = $24 \times 3 = 72$ টি।)

৭৬. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলো প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল মাত্র একবার মাত্র ব্যবহার করে 5000 ও 6000 এর মধ্যবর্তী কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে? (Hints: মোট বিন্যাস = ${}^6P_4 = 360$ টি, ১টি দিয়ে বিন্যাস = $360 \div 6 = 60$ টি ই উত্তর (শুধু 5 দিয়ে শুরু গুলো নেয়া যাবে)।)

৭৭. 2, 3, 5, 6, 7 এবং 9 সংখ্যাগুলোকে মাত্র একবার ব্যবহার করে 3 অঙ্কের কতগুলো নতুন সংখ্যা গঠন করা যাবে যাদেরকে 5 দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যাবে? (Basic Bank Ass Offi (Cash)-2014)

সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে) ${}^6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$ টি। প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শেষ এমন বিন্যাস = $120 \div 6 = 20$ টি। সুতরাং শেষে 5 থাকবে এমন বিন্যাস = 20 টি ই উত্তর।

Note: শুরুর সংখ্যার উপর শর্ত দেয়া থাকলে অথবা শেষের সংখ্যার উপর শর্ত দেয়া থাকলে নিয়ম একই হবে। যেমন এই অংকটিতে যদি বলা হতো শুরুতে 5 থাকবে কতগুলো সংখ্যাতে? তাহলেও উত্তর একই হতো।

৭৮. ৫ অঙ্ক বিশিষ্ট কোনো সংখ্যার প্রথম স্থানে 9 এবং তৃতীয় স্থানে 3 বা 6 হবে যেখানে কোনো সংখ্যারই পুনরাবৃত্তি হবে না? (জীবন বীমা কর্পোরেশন (আসিসটেট ম্যানেজার)-২০২০)

সমাধান: 9 Fixed * * * $\times 2$ (3/6 Fixed) = 672 টি।

উপরের চিত্রটি দেখুন, শুরুতে 9 এবং শেষে 3 নির্দিষ্ট রেখে মাঝের মাঝের 3টি ঘর পূর্ণ করতে হবে, এখন মোট অঙ্ক = $(10-9) = 10$ টি। শুরুতে 9 এবং শেষে 3 নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট $(10-2) = 8$ টি অঙ্ক থেকে 3টি অঙ্ক পূর্ণ করা যায় ${}^8P_3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$ ভাবে। একইভাবে শুরুতে 9 এবং শেষে 6 নির্দিষ্ট রেখে মাঝের 3টি অঙ্ক পূর্ণ করা যায় আরো 336 ভাবে। সুতরাং মোট সংখ্যা গঠনের উপায় = $336 + 336 = 672$ টি।

শর্টকাট: 1 (9 Fixed) $\times 8 \times 7 \times 6 \times 2$ (3/6 Fixed) = 672 টি।

(৭. খ) পুনরাবৃত্তি করা গেলে :

উপরের প্রশ্নগুলোতে যে কোন সংখ্যা বা অঙ্ক শুধুমাত্র ১ বার ব্যবহার করা হয়েছে। অর্থাৎ একই সংখ্যা বা অঙ্ক একাধিকবার ব্যবহৃত হয় নি।

Formula of Repetition: n^r (এখানে n হচ্ছে মোট উপাদান এবং r = যতবার নিতে হবে।)

৭৯. পুনরাবৃত্তি করে A, B, C তিনটি উপাদান থেকে কয়ভাবে ২ টি উপাদান নেয়া যাবে?

সমাধান:

এখানে, সকল বিন্যাস হবে এরূপ, AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC = 9 টি।

কেননা প্রতি ক্ষেত্রেই প্রতি ধাপে আগের সব options থেকে যায়।

এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা শর্টকাটে = $n^r = 3^2 = 9$ । অর্থাৎ এক বর্ষ রিপোর্ট করা গেলে এভাবে।

৮০. ১ ও ২ কে একবার মাত্র ব্যবহার করে, দু' অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

(i) পুনরাবৃত্তি করে (ii) পুনরাবৃত্তি না করে

সমাধান: (i) অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি না করে = ${}^n P_r = {}^2 P_2 = 2! = 2 \times 1 = 2$ টি যেমন: 12 অথবা, 21

(ii) অঙ্কগুলি পুনরাবৃত্তি করে অর্থাৎ একাধিক বার নিয়ে = $n^r = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ টি যেমন: 12, 21, এর সাথে 11 এবং 22

নিজে করুন:

৮১. 1, 3, 5, 7, 9 অঙ্কগুলি-ব্যবহার করে 3 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

(i) পুনরাবৃত্তি করে (ii) পুনরাবৃত্তি না করে

Ans: 60 ও 125

৮২. 1, 2, 4, 6, 8, 9 অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি সহ ব্যবহার করে তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যাবে? [বাংলাদেশ টেলিফোন]

বিজ্ঞান অধিদপ্তর-২০০৬]

a. 216 b. 360 c. 440 d. 660

সমাধান: এরকম পুনরাবৃত্তি করা গেলে (মোট উপাদান) যতবার নেয়া যাবে। এখানে মোট উপাদান 1, 2, 4, 6, 8 ও 9 = ৬টি এবং সংখ্যা বানাতে হবে ৩ অঙ্কের। তাই প্রতিবার ১টি অঙ্ককে সর্বোচ্চ ৩বার রিপোর্ট করা যাবে।

সুতরাং ৩ অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = $6^3 = 216$ টি

$$\frac{6 \times 6 \times 6}{3} = 216$$

যেমন: 123, 112, 111, এরকম 1 দিয়েই 36টি সহ প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে 36 টি করে মোট = $6 \times 36 = 216$ টি।

নিজে করুন:

৮৩. ১, ২, ৩, ৪, ৫ অঙ্কগুলির প্রতিটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে ৩ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

a. 130 b. 135 c. 125 d. 127

Ans: c

৮৪. 0, 1 দ্বারা 4 অঙ্কের কতগুলো সংকেত তৈরি করা যায়? [দ্বারা মন্ত্রণালয়ের সহ: প্রকৌশলী-২০১৬]

a. 8 b. 16 c. 32 d. 64

Ans: b

সমাধান: মোট উপাদান = 2 টি (0 ও 1) এবং 4 অঙ্কবিশিষ্ট সংকেত বলায় প্রতিটি অঙ্ককে 4 বার রিপোর্ট করা যাবে।

সুতরাং সর্বমোট সংকেত সংখ্যা = (উপাদান) যতবার রিপোর্ট করা যাবে = $2^4 = 16$ টি সংকেত। নমুনা: 0011, 1010, 0110.

[Note: এখানে সংখ্যা না বলে সংকেত বলায় শুরুতে 0 লিখেও সংকেত দেয়া যাবে। সংখ্যা বললে ভিন্ন নিয়ম হতো।]

৮৫. 4, 5, 6, 7, 8 এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে চার অঙ্কবিশিষ্ট যতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়, এ সংখ্যাগুলোর কয়টিতে একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে?

a. 520 b. 428 c. 625 d. 505

Ans: d

সমাধান: চার অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = $5^4 = 625$ (4 অঙ্কবিশিষ্ট সব ধরণের সংখ্যা মিলে 625 টি)

আবার প্রদত্ত 5 টি অঙ্ক থেকে প্রত্যেকটি কেবল একবার নিলে 4 টি অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^5 P_4 = 120$ (এগুলোতে রিপোর্ট নাই)

∴ প্রত্যেকটি সংখ্যায় একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে এরূপ সংখ্যা = সর্বমোট সংখ্যা - রিপোর্ট নাই সংখ্যা = $625 - 120 = 505$

[Note: ৬২৫ টির মধ্যে আছে, ৪৫৬৭, ৫৫৬৮, ৪৪৪৪ সব ধরণের সংখ্যা আর ১২০ এ কোন রিপোর্ট নাই, তাই সর্বমোট থেকে রিপোর্ট গুলো বাদ দিলে বাকী যেগুলো পাওয়া যাবে সেই ৫০৫ টিতে অন্তত ১বার হলেও রিপোর্ট আছে। ৫৫৬৬, ৪৫৮৪]

৮৬. 0 বাদে তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো পূর্ণসংখ্যা তৈরি করা যায় যেখানে কোন অঙ্ক দু'বার অধিকবার ব্যবহৃত হবে না? [BKB (officer) - 2017]

a. 729 b. 720 c. 756 d. 504

বিন্যাস

Ans: b

সমাধান: 0 বাদে বাকী ডিজিটগুলোকে যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহার করে তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা বানানো যায় তাদের মোট সংখ্যা হবে $9^3 = 729$ [মোট ডিজিট (0-9) = 10টি, 3টি অঙ্কের জন্য 3টি পজিশনে প্রতিটিই রিপোর্ট করা যাবে তাই = $9 \times 9 \times 9 = 9^3$] কিন্তু কোন সংখ্যাকে দু'বারের বেশি নেয়া যাবে না সুতরাং তিন অঙ্কের সংখ্যাগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলোতে একটি ডিজিট 3 বার করে এসেছে সেগুলো বাদ দিতে হবে। আর সেগুলো হলো. (111, 222, 333, 888, 999 = 9টি) সুতরাং কোন অঙ্ক দু'বার অধিকবার ব্যবহার হবে না এমন সংখ্যা = $(729 - 9) = 720$ টি

৮৭. ৫, ৫, ৬, ৬, ৭, ৭ সংখ্যাগুলি থেকে ৩ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

a. ২৪ b. ২৬ c. ২৮ d. ২২

Ans: a

সমাধান:

এখানে, মোট ৬টি সংখ্যা দেয়া থাকলেও আসলে সংখ্যা (উপাদান) মোট ৩টি এবং প্রতিটি ২ বার করে আছে। তাই আমরা লিখতে পারি, ৩টি উপাদান দিয়ে ৩ অঙ্কের সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $3^3 = 27$ টি। কিন্তু লক্ষ্য করুন ৩টি উপাদান কিন্তু ইচ্ছে মত রিপোর্ট করা যাবে না। বরং যে কয়টি সংখ্যা দেয়া আছে তা থেকেই নিতে হবে। এখানে ৫, ৬ এবং ৭ আছে ২টি করে। কিন্তু ২৭টি সংখ্যার মধ্যে এমন ৩টি সংখ্যা আছে যেখানে = ৫৫৫, ৬৬৬, এবং ৭৭৭ আছে যেগুলো নেয়া যাবে না। কারণ প্রদত্ত ৩টি করে সংখ্যা দেয়া নেই। তাই এই ৩টি বাদ দিলে মোট সংখ্যা হবে = $27 - 3 = 24$ টি।

৮৮. 1, 3, 4 অঙ্কগুলো দ্বারা 4 অঙ্কের বেশি নয় এমন কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যাবে যেখানে একটি অঙ্ক যেকোনো সংখ্যকবার ব্যবহৃত হবে? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও পার্সোনাল অফিসার)-২০০৪]

a. 110 b. 120 c. 140 d. 180

Ans: b

সমাধান:

৪ অঙ্কের বেশি নয় বলায় ১ অঙ্ক বিশিষ্ট, ২ অঙ্ক বিশিষ্ট, ৩ অঙ্ক বিশিষ্ট ও ৪ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে।

মোট অঙ্ক আছে (১, ২, ৪) = ৩টি। এবং যত অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা বের করা হবে ততবার রিপোর্ট করা যাবে।

$$\text{রিপোর্ট করা গেলে সূত্র} = n^r$$

১ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $3^1 = 3$ টি, ২ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $3^2 = 9$ টি

৩ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $3^3 = 27$ টি, ৪ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $3^4 = 81$ টি

সুতরাং সর্বমোট সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $(3 + 9 + 27 + 81) = 120$ টি



(৭. গ) 0 যুক্ত সংখ্যা গঠন:

৮৯. 0, 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যাগুলো একবার মাত্র ব্যবহার করে 6 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো অর্ধ পূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যাবে?

a. 700 টি b. 600 টি c. 520 টি d. 710 টি

Ans: b

সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)	শর্টকাট:
0, 1, 2, 3, 4, 5 = মোট 6 টি নিতেও হবে 6 টি	$\frac{5}{1} \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 600$ টি
∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^6 P_6 = 6! = 720$ টি	সংখ্যা ৬টি তাহলে প্রথমে ৫ কেনো? পর ২টা ৫ কেনো?
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস = $720 \div 6 = 120$	৬টি সংখ্যার মধ্যে ০ বাদ দিয়ে অন্য ৫টি সংখ্যার যে কোন ১টি প্রথমে বসানো হয়েছে। এরপর ঐ সংখ্যাটি বাদে যে ৪টি থাকে তার সাথে ০ যুক্ত হয়ে মোট ৫টি সংখ্যা পরের ৫টি ঘরে বসেছে।
সুতরাং 0 দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস সংখ্যা = 120 টি।	∴ Super Shotcut: $5 \times 5! = 5 \times 120 = 600$ টি।
∴ 0 বাদে 6 অঙ্কবিশিষ্ট অর্ধপূর্ণ সংখ্যা = $720 - 120 = 600$	
এখানে অন্য কোন শর্ত না থাকায় শুধু 0 যুক্ত গুলো বাদ।	

৯০. প্রত্যেক অঙ্ক একবার মাত্র ব্যবহার করে 0, 1, 2, 3, 5, 6 দ্বারা চার অঙ্ক বিশিষ্ট অর্ধ পূর্ণ সংখ্যা কত?
a. 350 b. 400 c. 500 d. 300

সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)

0, 1, 2, 3, 5, 6 = মোট 6 টি নিতে হবে 4 টি
∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ টি
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস = $360 \div 6 = 60$ টি
সুতরাং 0 দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস সংখ্যা = 60 টি
∴ 0 বাদে 6 অঙ্কবিশিষ্ট অর্ধপূর্ণ সংখ্যা = $360 - 60 = 300$
এখানে অন্য কোন শর্ত না থাকায় শুধু 0 যুক্ত গুলো বাদ।

শর্টকাট:

5	× 5	× 4	× 3	300 টি
---	-----	-----	-----	--------

প্রথমে 0 বাদে বাকী 5টি থেকে যে কোন 1টি 5 ভাবে।
এরপর প্রথমে বসানো 1টি বাদে অবশিষ্ট 5টি (∵ মোট 6টি সংখ্যার 1টি প্রথমে বসে গেছে, এই 5টির মধ্যে 0 ও আছে) 2য় বক্স থেকে পরের গুলোতে 1টি করে কমে 4টি ও 3টি।

৯১. কোনো সংখ্যায় কোনো অঙ্কের পুনরাবৃত্তি না করে 0, 3, 5, 6, 8 অঙ্কগুলি দ্বারা 4000 এর চেয়ে বড় কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?

লিখিত সমাধান: (ঘর বানিয়ে বক্সে সংখ্যা বসানোর হিসেবের লিখিত নিয়ম, লিখিত পরীক্ষায় আসলে এভাবে করতে পারেন)

8000 এর থেকে বড় অর্ধ এখানে দুটি অংশ: প্রথম: 8 অঙ্কবিশিষ্ট কিছু সংখ্যা + 2য় অংশ: 5 অঙ্ক বিশিষ্ট সব সংখ্যা
4 অঙ্কের দ্বারা গঠিত অথচ 4000 এর চাইতে বৃহত্তর সংখ্যাগুলি চার অঙ্কবিশিষ্ট ও পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা হবে।
চার অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলির সংখ্যা = ${}^3P_1 \times {}^4P_3 = 72$ (৫, ৬, ৮ থেকে 1টি প্রথমে, এবং অন্য 8টি থেকে শেষ 3টি পূর্ণ হয়)
পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলি 3, 5, 6 কিংবা 8 দ্বারা আরম্ভ হবে।
পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলির সংখ্যা = ${}^4P_1 \times 4! = 96$ [৩, ৫, ৬, ৮ থেকে 1টির পর অবশিষ্ট 8টি ঘরে বাকী 8টি সংখ্যা]
∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = $(72 + 96) = 168$

শর্টকাট: উপরের লিখিত কথাগুলোই, বাংলা বাক্য বাদ দিয়ে সরাসরি গুণফল বের করে যোগ। লজিক কিন্তু একই আছে।

3	× 4	× 3	× 2	72 টি	+	4	× 4	× 3	× 2	× 1	96 টি	=	168 টি
---	-----	-----	-----	-------	---	---	-----	-----	-----	-----	-------	---	--------

৯২. প্রতিটি অঙ্ক একবার ব্যবহার করে 4, 3, 2, 1, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা 5 অঙ্কের কতগুলি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে?
a. 24 b. 26 c. 28 d. 36

এখানে শর্ত দুটি: (এই অংক থেকে ভালোভাবে শিখলে পরের অংকগুলো নিজে থেকে পারবেন।)

- সংখ্যাগুলো ৫ অংক বিশিষ্ট হতে হবে (অর্থাৎ ০ দিয়ে শুরু হওয়া যাবে না)
- সংখ্যাগুলো বিজোড় হতে হবে। (অর্থাৎ ১ ও ৩ দিয়ে শেষ হতে হবে)

বুঝে বুঝে সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)

3, ৩, ২, ১, ০ = মোট ৫ টি, নিতেও হবে ৫ টি ∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^5P_5 = 5! = 120$ টি
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস = $120 \div 5 = 24$ এজন্য ১ ও ৩ দিয়ে শেষ হবে এমন বিজোড় সংখ্যা = $2 \times 24 = 48$ টি
আবার, ০ দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস সংখ্যা = 24 টি। ∴ প্রথমে ০ এরকম 24টি সংখ্যার শেষে অবশ্যই ৪, ৩, ২, ১ = 8 টি অঙ্কের 1টি থাকবে। তাহলে প্রথমে ০ যুক্ত সংখ্যাগুলো ৪, ৩, ২ ও ১ এর প্রতিটি দিয়ে শেষ হবে = $24 \div 4 = 6$ টি করে।
সুতরাং প্রথমে ০ থাকা বিজোড় সংখ্যা (১, ৩ দিয়ে শেষ হবে) = $6 + 6 = 12$ টি।
১২ প্রথমে ০ থাকা ২৪টির মধ্যে ১২টি বিজোড়। সুতরাং মোট বিজোড় ৪৮টির মধ্যে থাকা এই ১২টি বিজোড় সংখ্যা অর্ধপূর্ণ নয়।
হলে অর্ধপূর্ণ ৫ অঙ্কবিশিষ্ট বিজোড় সংখ্যা = $48 - 12 = 36$ টি।

লিখিত সমাধান:

4, 3, 2, 1, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা গঠিত বিজোড় সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 1 অথবা 3 হবে।
একক স্থানীয় অঙ্ক 1 নিয়ে অবশিষ্ট 4টি অঙ্কের বিন্যাস = 4!
আবার যে সংখ্যার সর্ববামে 0 তা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট হবে না।
একক স্থানীয় অঙ্ক 1, সর্ববামে শূন্য (0) নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 3টি অঙ্ককে নিজেদের মধ্যে 3! উপায়ে সাজানো যায়।
একক স্থানীয় অঙ্ক 1, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্ধপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা = $4! - 3! = 24 - 6 = 18$
অনুরূপ ভাবে, একক স্থানীয় অঙ্ক 3, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্ধপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা = 18
সুতরাং পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট মোট বিজোড় সংখ্যা = $18 + 18 = 36$ (Ans)

শর্টকাট সমাধান: (এমসিকিউ পরীক্ষায় উপরের লজিকটা ই বাংলা কথাগুলো বাদ দিয়ে এভাবে খুব দ্রুত করা যায়)

শেষে 1 বসিয়ে একবার, এবং 3 বসিয়ে আরেকবার হিসেব।
প্রথমে,

3	× 3	× 2	× 1	× 1 (3 Fixed)	18 টি
---	-----	-----	-----	---------------	-------

5 নং বক্সে 1 নির্দিষ্ট রেখে 1ম বক্সে 1 ও 0 বাদে বাকী 3টির যে কোন 1টি বসিয়ে, মাত্রের 3টি অবস্থানে অবশিষ্ট 3টি বসিয়ে অর্ধপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা সর্বমোট = 18 টি।
এরপর দু'ফলাফলের যোগফল = $18 + 18 = 36$ টি ই উত্তর।

সুপার শর্টকাট: (মাত্র কয়েক সেকেন্ডেই উত্তর)

3	× 3	× 2	× 1	× 2 (1/3 Fixed)	36 টি
---	-----	-----	-----	-----------------	-------

চিত্রটিতে 1ম ও ৫ম বক্সে শর্ত প্রয়োগ করা হয়েছে, প্রথম বক্সে 0 বসানোই যাবে না, আবার শেষের বক্সে অবশ্যই 1 অথবা 3 বসবে। তাহলে শেষে 1 বা 3 এর যে কোন 1টি আগে বসিয়ে প্রথমে ঐ সংখ্যাটি ও 0 বাদে অন্য ৩টির 1টি বসিয়ে মাত্রের ৩টিতে অবশিষ্ট ৩টি বসানোর পর গুণফল 36 ই সরাসরি উত্তর।

নিজে করুন:

৯৩. প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 5, 4, 3, 2, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্ধপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?

[Hints: $\frac{3}{2} \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 (5/3 \text{ Fixed}) = 36$ টি]

৯৪. 5, 3, 2, 4, 0 অঙ্কগুলির প্রত্যেকটি প্রতি সংখ্যায় একবারমাত্র ব্যবহার করে পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কয়টি অর্ধপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

বুঝে বুঝে সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)

5, 3, 2, 4, 0 = মোট ৫ টি নিতেও হবে ৫ টি ∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^5P_5 = 5! = 120$ টি
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস = $120 \div 5 = 24$ এবং জোড় হওয়ার জন্য ০, ২ ও ৪ দিয়ে শেষ হবে এমন জোড় সংখ্যা = $3 \times 24 = 72$ টি। ০ দিয়ে শেষ হওয়া সংখ্যার শুরুতে ০ থাকবে না কিন্তু ২ ও ৪ দিয়ে শেষ হওয়া সংখ্যার শুরুতে ০ আছে এগুলো বাদ দিতে হবে।
এখন ০ দিয়ে শুরু হওয়া সংখ্যা = 24 টি। যেগুলো শেষ হবে, ৫, ৩ দিয়ে অথবা ২, ৪ দিয়ে। অর্থাৎ ৪টির মধ্যে ২টি বা অর্ধেক।
সুতরাং ০ দিয়ে শুরু জোড় সংখ্যা হলো = 24 এর অর্ধেক 12 টি। যা অর্ধপূর্ণ নয়।
সুতরাং সর্বমোট জোড় সংখ্যা ৭২টি থেকে অর্ধপূর্ণ জোড় সংখ্যা = $92 - 12 = 80$ টি।

লিখিত সমাধান:

5, 3, 2, 6, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা গঠিত জোড় সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 0, 2 অথবা 4 হবে।
একক স্থানীয় অঙ্ক 0 নিয়ে অবশিষ্ট ৪টি অঙ্কের বিন্যাস = 4!
একক স্থানীয় অঙ্ক 0 পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্ধপূর্ণ জোড় সংখ্যা = $4! = 24$
একক স্থানীয় অঙ্ক 2 নিয়ে অবশিষ্ট 4টি অঙ্কের বিন্যাস = 4! যে সংখ্যার সর্ববামে শূন্য তা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট হবে না।

একক স্থানীয় অঙ্ক ২, সর্ববামে শূন্য (0) নিয়ে অবশিষ্ট 3টি অঙ্ককে নিজেদের মধ্যে 3! উপায়ে সাজানো যায়।
 ∴ একক স্থানীয় অঙ্ক ২, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা = $4! - 3! = 24 - 6 = 18$
 অনুরূপভাবে, একক স্থানীয় অঙ্ক ৪, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্থপূর্ণ জোড়সংখ্যা ১৮
 ∴ পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট মোট জোড় সংখ্যা = $24 + 18 + 18 = 60$ (Ans)

শর্টকাট সমাধান: (0 দিয়ে জোড় সংখ্যা হয় এজন্য এই অংকটি এক লাইনে করা যাবে না, অন্তত দু'লাইনে করা যাবে)

$\overline{4} \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{1}$ (0 Fixed) 24 টি

$\overline{3} \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{1}$ (2 Fixed) 18 টি

$\overline{3} \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{1}$ (4 Fixed) 18 টি

সুতরাং সবগুলো বন্ডের ফলাফল যোগ করলে অর্থপূর্ণ ৫ অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা = $24 + 18 + 18 = 60$ টি (Ans)

নিজে করুন:

৯৫. 0, 3, 4, 5, 6, 9 অঙ্কগুলির প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে ছয় অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।
 [Hints: শেষে 0 বসিয়ে মোট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা = $5! = 120$ টি।
 শেষে 4 বসিয়ে $5! - 4! = 96$ টি (শুরুতে 0 যুক্ত 24 টি বাদ) এবং শেষে 6 দিয়েও 96টি, মোট = $120 + 96 + 96 = 312$ টি
 Ans: 312 টি
৯৬. প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা পাঁচ অঙ্কের কতগুলি (i) অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়? (ii) কতগুলো অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?
 Ans: 36 টি এবং 60 টি

পদ্ধতি-০৮: বৃত্তাকার বা চক্রাকার বিন্যাস

(৮.ক) বৃত্তাকারে সাজানো:

আগে বুঝুন, উপরের সবগুলো আলোচনা ছিল পাশাপাশি বসানো। যেখানে বেধে যতজন ই বসে থাকুক না কেনো দু'গুণের মানুষের কারো সাথে কারো সম্পর্ক নেই। কিন্তু বৃত্তাকারে বসলে শেষের জন্য ঘুরে এসে প্রথমজনের পাশে বসে।

পাশাপাশি 6 জন বসলে	বৃত্তাকারে 6 জন বসলে
<p>৬ জন পাশাপাশি বসলে এরকম দেখাবে।</p> <p>A B C D E F</p> <p>এখানে, প্রথমের A এর সাথে শেষের F এর কোন সম্পর্ক না থাকায় ABCDEF এবং FEDCBA দুটি আলাদা বিন্যাস এভাবে মোট বিন্যাস = $6! = 720$</p>	<p>প্রথমের A এর সাথে শেষের F একবার ঘুরে এসে পাশাপাশি বসেছে। এজন্য ABCDEF এবং FEDCBA দুটি আলাদা বিন্যাস না হয়ে একই বিন্যাস। এজন্য এখানে বিন্যাস সংখ্যা কমে $(6-1)! = 5! = 120$ হবে</p>

৯৭. 5 জন মানুষ এক সারিতে নামাজে দাঁড়াতে পারবে কত উপায়ে?
 a. 240 b. 360 c. 720 d. 120 Ans: d
- সমাধান: 5 জন মানুষ সারিতে দাঁড়াতে পারবে = $5! = 120$ উপায়ে

বৃত্তাকারে সাজানোর সূত্র: $(n-1)!$ (এখানে $n =$ যতজনকে বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হবে) বিন্যাস

টিপস: বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হলে যত জনকে সাজাতে বলা হবে তা থেকে 1 বিয়োগ করতে হবে। কারণ A,B,C,D চারজনকে পাশাপাশি (বেধে) বসাতে বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি ভিন্ন বিন্যাস।
 কিন্তু A,B,C,D চারজনকে বৃত্তাকারে (গোলটেবিলে) বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি বিন্যাস দ্বারা একটি বিন্যাসকে ই বোঝায়। কারণ শেষের ব্যক্তি D এসে পেছন দিক থেকে A এর পাশে বসায় বিন্যাস সংখ্যা কমে যায়।

৯৮. কতভাবে 4 জন লোক একটি বৃত্তাকার টেবিলের চারপাশে বসতে পারে?
 a. 6 b. 4 c. 8 d. 10 Ans: a
- সমাধান: 4 জনকে বৃত্তাকার টেবিলের চারপাশে বসানোর উপায় = $(4-1)! = 3! = 6$
৯৯. 7 জন মেয়ে বৃত্তাকারে দাঁড়াবে। কত প্রকারে তারা পৃথক পৃথকভাবে বৃত্তাকারে দাঁড়াতে পারবে?
 a. 240 b. 360 c. 720 d. 120 Ans: c
- সমাধান: 1 জন মেয়েকে স্থির রেখে বাকি 6 জন মেয়ে পৃথক পৃথকভাবে বৃত্তাকার দাঁড়াতে পারবে = $6! = 720$ প্রকারে।
১০০. চেয়ারম্যানের আসন স্থির রেখে 8 জন মেম্বরের মধ্যে গোল টেবিলের বৈঠক কত উপায়ে করতে পারে? (নির্বাচন কমিশন সচিবালয়র প্রশাসনিক কর্মকর্তা) -200৫।
 a. 40320 উপায়ে b. 4032 উপায়ে c. 30320 উপায়ে d. 4320 উপায়ে Ans: a
- সমাধান: এখানে মোট লোকসংখ্যা = চেয়ারম্যান + 8 জন মেম্বর = 9 জন।
 চেয়ারম্যানের আসন যেহেতু স্থির সুতরাং শুধু চেয়ারম্যানের চেয়ার নির্দিষ্ট রেখে অন্যদেরকে সাজানো যায়
 = $8! \times 1 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 40320$
 শর্টকাট: $(9-1)! = 8! = 40320$

নিজে করুন:

১০১. সভাপতির আসন নির্দিষ্ট রেখে 6 জন লোক একটি গোল টেবিল বৈঠক কত উপায়ে করতে পারে?
 a. 580 b. 630 c. 772 d. 720 Ans: d
- [Hints: 6 থেকে 1 বাদ দিয়ে $5! = 120$ বের করলে ভুল হবে। কারণ সভাপতি সহ মোট লোক $(1+6) = 7$ জন হবে।]
১০২. 15 সদস্যের একটি কমিটিকে গোলটেবিলে 15 টি আসনে কতভাবে বসানো যায়? প্রধান অতিথিকে মাঝের আসনে বসিয়ে তাদেরকে একটি লম্বা টেবিলে 15টি আসনে কতভাবে বসানো যায় তাও নির্ণয় কর।
 সমাধান:
 15 টি আসনের যেকোন 1 টিতে 1 জন সদস্যকে নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 14 জনকে 14টি স্থানে বিন্যস্ত করা যায় 14! উপায়ে।
 ∴ গোল টেবিলে বসানোর নির্ণয় উপায় = $14!$
 আবার প্রধান অতিথিকে মাঝের আসনে বসিয়ে অবশিষ্ট 14 জনকে একটি লম্বা টেবিলে বসানোর উপায় = $14!$
১০৩. দুইজন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলা বিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি গোল টেবিলের পাশে আসন নিতে পারে?
 সমাধান:
 দুজন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে বসানো যাবে না অর্থাৎ দুজন বিজ্ঞানের ছাত্রের মাঝে একজন কলা বিভাগের ছাত্রকে বসাতে হবে।
 1 জন বিজ্ঞানের ছাত্রের আসনকে নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 4 জনকে নিজেদের মধ্যে 4! বিন্যস্ত করা যাবে।
 5 জন বিজ্ঞানে ছাত্রের মাঝের ৫টি স্থানে কলা বিভাগের ছাত্রেরা 5! উপায়ে বসতে পারবে।
 ∴ আসন নেয়ার নির্ণয় উপায় = $4! \times 5! = 24 \times 120 = 2880$
 [Note: যাদেরকে পাশাপাশি বসানো যাবে তাদেরকে আগে বসিয়ে অন্যদেরকে তাদের গ্যপে বসাতে হবে।]

১০৪. ফারাক্কা সমস্যার সমাধানে 5 জন বাংলাদেশি পানি বিশেষজ্ঞ ও 5 জন ভারতীয় পানি বিশেষজ্ঞ কত উপায়ে গোল টেবিল বৈঠক করতে পারবে যেখানে একই দেশের মানুষ পাশাপাশি বসবে না? [বাংলাদেশ পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় বিভাগ (মাঠ কর্মকর্তা)-২০১৩।
 a. 1880 b. 2080 c. 2880 d. 4880 Ans: c
- সমাধান:
 একই দেশের মানুষ পাশাপাশি না বসলে গোল টেবিল বৈঠক করার উপায় = $(5-1)! \times 5! = 4! \times 5! = 24 \times 120 = 2880$

(b.খ) মালা তৈরী করার :

একই রকমের পুঁতি অথবা মুক্তা দিয়ে মালা তৈরী করার উপায় বের করার সূত্র = $\frac{(n-1)!}{2}$ এখানে n = পুঁতির সংখ্যা

১০৫. মালা বৃত্তাকার হওয়ার পরও ২ দিয়ে কেনো ভাগ হয়?

কয়েকজন মানুষ বৃত্তাকার করে বসানোর পর তাদেরকে যদি মালার মত তুলে ধরা হয় তাহলে সামনে এবং পেছনে আলো রকম দেখাবে। কিন্তু মালার ক্ষেত্রে একটা মালা একজনকে দেখানোর পর ঘুরিয়ে ধরলেও একই রকম দেখায় এজন্য দিয়ে ভাগ করতে হয়।

১০৫. 6 টি মুক্তা দিয়ে মালা তৈরী করা যাবে কত উপায়ে? [সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০০৬]

- a. 7 b. $\frac{5!}{2}$ c. $\frac{7!}{2}$ d. $\frac{9!}{2}$

সমাধান: $\frac{(n-1)}{2} = \frac{(6-1)!}{2} = \frac{5!}{2}$

১০৬. 8 টি ভিন্ন রং এর পুঁতি কতভাবে একটি হারে লাগানো যাবে?

- a. 2520 b. 2880 c. 4320 d. 5040

সমাধান:

একটি পুঁতি নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 7 টিকে 7! উপায়ে সাজানো যেতে পারে। ∴ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা = $\frac{7!}{2} = 2520$

নিজে করুন:

১০৭. 4টি ভিন্ন ধরনের মুক্তা কত রকমে একটি ব্যান্ডে লাগিয়ে একটি হার তৈরী করা যেতে পারে?

- a. 6 b. 4 c. 3 d. 2

১০৮. 12টি পুঁতি দিয়ে কতটি উপায়ে মালা তৈরী করা যাবে? [প্রাথমিক সহ: শিক্ষক -২০০০] [অপশন যেভাবে আছে সেভাবে সাজাতে হবে]

- a. $\frac{11!}{2}$ b. $\frac{15!}{3}$ c. 11 d. 7

পদ্ধতি-০৯: বিন্যাসের বিবিধ

নিম্নোক্ত বিষয়গুলো মাথায় রাখুন: (এগুলো থেকে তেমন প্রশ্ন না হলেও নিয়মটা জানা থাকা ভালো)	
টেলিফোন নাথার বের করার উপায় = $(১০)^{ডিজিট}$	পুরস্কার বিতরণ করার উপায় = (প্রার্থী) ^{পুরস্কার}
চিঠি পোস্ট করার উপায় = (পোস্টবক্স) ^{চিঠি}	নির্বাচনে ভোট দেয়ার উপায় = (প্রার্থী) ^{ভোট}

১০৯. টেলিফোন ডায়ালে 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা আছে। যদি রাজশাহী শহরের টেলিফোনগুলো 5 অংক বিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহর কত টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে?

- a. 10^4 b. 10^5 c. 10^6 d. 10^{10}

সমাধান: যেহেতু কোন ধরণের শর্ত দেয়া নেই, এবং টেলিফোন নম্বরে ডিজিটগুলো ইচ্ছেমত রিপিট হতে পারে তাই ঐ শহরের টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে মোট = $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ টি।

১১০. ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের টেলিফোনগুলো হয় অংকবিশিষ্ট যার প্রথম স্থানে 5 এবং দ্বিতীয় স্থানে 2 আছে। ফোনে ডায়ালের জন্য 0 থেকে 9 ব্যবহার করে মোট কতটি টেলিফোন সংযোগ দেওয়া সম্ভব?

- a. $10 \times 2!$ b. 10^4 c. $\frac{6!}{2!}$ d. $\frac{10^4}{2!}$

সমাধানঃ টেলিফোনে সংযোগ হবে 6 ডিজিটের, যার মধ্যে প্রথম স্থানে 5 এবং দ্বিতীয় স্থানে 2 নির্দিষ্ট থাকায় এদেরকে পরিবর্তন করা যাবে না। তাহলে অবশিষ্ট = $(6-2) = 4$ টি ডিজিটে পরিবর্তন করা যাবে। সুতরাং সর্বমোট টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে = $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ টি।

নিজে করুন:

১১১. গ্রামীণফোন কোম্পানী বাজারে যে মোবাইল সংযোগ দিচ্ছে তা 11 অঙ্কের প্রথম তিনটি অঙ্ক 013 হলে সর্বোচ্চ কতটি সংযোগ দিতে পারবে? [Hints: 3 টি অঙ্ক স্থির রেখে অবশিষ্ট 8 টি ডিজিট পরিবর্তন হবে।]

- a. 10^7 b. 10^8 c. 10^{10} d. 10^{11}

১১২. একটি প্রফেসর পদের জন্য 3 জন প্রার্থী, 5 জন লোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবে, কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে?

- a. 243 b. 360 c. 440 d. 660

সমাধান: প্রার্থী = 3 জন, ভোটের = 5 জন ∴ ভোট দেয়ার উপায় = (প্রার্থী)^{ভোট} = $3^5 = 243$

বিষয়টা প্রাকটিকালি এভাবে ভাবতে পারেন। একজন ভোটার চেয়ারম্যান, ভাইস-চেয়ারম্যান এবং কাউন্সিলর সবাইকে ভোট দিতে পারে। তেমনভাবে 5 জন ভোটারের সবাই 3 জনকে ভোট দিতে পারবে। এক্ষেত্রে 1 করে কমবে না।

১১৩. কোন নির্বাচনে ভোটার সংখ্যা 10 জন এবং প্রার্থী 3 জন। কত ভাবে ভোট হতে পারে? এক্ষেত্রে 1 করে কমবে না।

- a. 3^5 b. 3^{10} c. 10^3 d. 30

১১৪. 4 টি পোস্টবক্সে 5 টি চিঠি কতভাবে পোস্ট করা যাবে?

- a. 4^5 b. 5^4 c. $5! \times 4!$ d. কোনটিই নয়

সমাধান: চিঠি পোস্ট করার উপায় = (পোস্টবক্স)^{চিঠি} সুতরাং উত্তর = 4^5

১১৫. 6 টি ভিন্ন রঙের পতাকার একটি বা একাধিকটি একবারে নিয়ে মোট কতটি সংকেত দেয়া যাবে? [Pubali Bank (SO)-2013]

- a. 1958 b. 1956 c. 16 d. 64

সমাধান:	
যেহেতু 6টি ভিন্ন রঙের পতাকার একটি বা একাধিকটি একবারে নিয়ে ভিন্ন ভিন্ন সংকেত দেয়া যাবে। ভিন্ন ভিন্ন রঙের ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলে ভিন্ন সংকেত বোঝাবে তাই বিন্যাসের সূত্র প্রয়োগ হবে। এখানে,	
(i) 6 টি থেকে 1 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = ${}^6P_1 = 6$	(iv) 4 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = ${}^6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$
(ii) 2 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = ${}^6P_2 = 6 \times 5 = 30$	(v) 5 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = ${}^6P_5 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720$
(iii) 3 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = ${}^6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$	(vi) 6 টি নিয়ে সংকেত = ${}^6P_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$
সুতরাং মোট সংকেত সংখ্যা = $6 + 30 + 120 + 360 + 720 + 720 = 1956$ টি	
Ans: 1956 টি সংকেত	

১১৬. একজন সংকেতকারীর 6টি পতাকা আছে, এগুলির মধ্যে 1টি সাদা, 2টি সবুজ এবং 3টি লাল। সে এক সঙ্গে 5টি পতাকা ব্যবহার করে কতটি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারবে?

সমাধান:

ক্রম	সাদা (1)	সবুজ (2)	লাল (3)	মোট সংকেত	ব্যাখ্যা
(i)	0	2	3	$\frac{5!}{2! \times 3!} = 10$	প্রতিবার মোট 5 টি পতাকা দিয়ে সংকেত দেয়া যায় 5! ভাবে। কিন্তু একই রঙের যতগুলো পতাকার সংখ্যাগুলো রিপিট হয়েছে প্রতিবার
(ii)	1	1	3	$\frac{5!}{3!} = 20$	তা দিয়ে নিচে ভাগ করা হয়েছে।
(iii)	1	2	2	$\frac{5!}{2! \times 2!} = 30$	

∴ 5 টি পতাকা ব্যবহার করে নির্ণেয় মোট সংকেত সংখ্যা = $10 + 20 + 30 = 60$ Ans : 60

১১৭. $\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$ হলে x এর মান কত? [BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]

$$\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!} \Rightarrow \frac{1}{6!} + \frac{1}{7 \times 6!} = \frac{x}{8!} \Rightarrow \frac{7+1}{7 \times 6!} = \frac{x}{8!} \therefore x = \frac{8 \times 8!}{7 \times 6!} = \frac{8 \times 8 \times 7 \times 6!}{7 \times 6!} = 64$$

[এখানে $7! = 7 \times 6!$]

Practice Part

১. স্বরবর্ণগুলোকে পৃথক না রেখে "INSURANCE" শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।
a. 8660 b. 8400 c. 8460 d. 8640
২. 'Arrange' শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়, যাতে 'r' দুইটি পাশাপাশি থাকবে না?
a. 720 b. 800 c. 360 d. 900
৩. 'CAUTIONS' শব্দটি হতে প্রতিবারে ৪টি করে অক্ষর নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যাবে?
a. 1500 b. 1280 c. 1680 d. 1300
৪. 'IMMEDIATE' শব্দটির অক্ষরগুলি কত প্রকারে সাজানো এদের মধ্যে কতগুলিতে প্রথমে 'T' এবং শেষে 'A' থাকবে?
a. 120 b. 1240 c. 630 d. 320
৫. 1, 2 ও a, b এই সংখ্যা ও বর্ণগুলির প্রত্যেকটিকে নিয়ে (যেখানে উপাদানগুলো একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে) কতজন কোড তৈরি করা যাবে?
a. 246 b. 250 c. 256 d. 300
৬. 0, 1, 2, 3 এই সংখ্যাগুলি হতে প্রতিবারে ৩টি করে নিয়ে (যেখানে উপাদানগুলো একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে) কতজন পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে?
a. 130 b. 60 c. 72 d. 64
৭. ১, ২, ৩, ৪ এই সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে ব্যবহার করে কতগুলি পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে?
a. 30 b. 24 c. 36 d. 40
৮. কতটি ভিন্ন উপারে 'OPTICAL' শব্দটিকে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?
a. 120 b. 720 c. 4320 d. 2160
৯. 'DETAIL' শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে স্বরবর্ণগুলো বিজোড় অবস্থানে থাকবে?
a. 32 b. 48 c. 36 d. 60
১০. কত বিভিন্ন রকমে 6 জন বালককে বৃত্তাকারে বিন্যস্ত করা যায়?
a. 144 b. 120 c. 238 d. 212
১১. 1,2,3,4,5,6, 7 থেকে পুনরাবৃত্তি ছাড়া তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠন করা হলে কয়টি সংখ্যার মান 100 থেকে 500 এর মধ্যে?
a. 60 b. 120 c. 210 d. 240
১২. 3, 4, 5, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলি বিজোড় অঙ্কগুলি সর্বদাই বিজোড় স্থানে রেখে সাত অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?
a. 12 b. 18 c. 24 d. 32

উত্তরমালা

1.	d	2.	d	3.	c	4.	c	5.	c	6.	d
7.	b	8.	b	9.	c	10.	b	11.	b	12.	b

ব্যাকাসহ সমাধান:

বিন্যাস

১. $\frac{6!}{2!} \times 4! = 8640$
 ২. Hints: $\frac{7!}{2!2!} - \frac{6!}{2!} \times \frac{2!}{2!}$
 ৩. Hints: ${}^8P_4 = 1680$
 ৪. Hints: $\frac{7!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 630$
 ৫. Hints: $n^r = 4^4 = 256$
 ৬. Hints: $4^3 = 64$
 ৭. সমাধান: যেহেতু প্রত্যেকটিকে ব্যবহার করতে হবে তাই পাসওয়ার্ড সংখ্যা হবে = $4! = 24$ টি।
 ৮. Hints: $5! \times 3! = 720$
 ৯. Hints: ${}^3P_3 \times {}^3P_3 = 6 \times 6 = 36$
 ১০. Hints: $(6-1)! = 5! = 120$
 ১১. সমাধান: $({}^7P_3 \div 7) \times 4 = 120$
১২. এখানে ৪টি বিজোড় সংখ্যা হচ্ছে 3, 5, 3, 5 এবং তাদের মধ্যে দুটি 3, দুটি 5 আছে। তিনটি জোড় সংখ্যা = 4, 4, 6 এবং তাদের মধ্যে দুটি 4 আছে। ৪টি বিজোড় স্থান ৪টি বিজোড় অংক দ্বারা $\frac{4!}{2!2!} = 6$ উপায়ে পূরণ করা যায়। অবশিষ্ট ৩টি জোড় স্থান ৩টি জোড় অংক দ্বারা $3! / 2! = 3$ উপায়ে পূর্ণ করা যায়। \therefore নির্ণেয় গঠিত সংখ্যা = $6 \times 3 = 18$

Model Test

পূর্ণমান: ১০

সময়: ১০মিনিট

1. Mobile শব্দটির বর্ণমালাগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?
a. 1050 b. 720 c. 1080 d. 1440
2. SUCCESS শব্দের সব বর্ণ নিয়ে কতটি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে?
a. 150 b. 720 c. 420 d. 440
3. "BANGLADESH" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা "NOAKHALI" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার কতগুণ?
a. 30 b. 60 c. 90 d. 20
4. Vowel গুলি একসাথে রেখে Rajshahi শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?
a. 1050 b. 720 c. 1080 d. 1440
5. Parallel শব্দটির Vowel গুলিকে একত্রে না রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা কত হবে?
a. 360 b. 2440 c. 3000 d. 3600
6. প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার করে ব্যবহার করে ১, ২, ৩ দ্বারা কতগুলো দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়?
a. 4 b. 5 c. 6 d. 7
7. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে 5 অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে?
a. 150 b. 720 c. 108 d. 360
8. 4, 5, 6, 7, 8 এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যকবার নিয়ে চার অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?
a. 576 b. 144 c. 625 d. 700
9. 2, 3, 4, 5, 6, 7 ও 8 এই অঙ্কগুলির প্রত্যেকটিকে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলি পৃথক সংখ্যা গঠন করা যাবে?
a. 28 b. 780 c. 840 d. 480
10. একটি টেলিটক কোম্পানী বাজারে যে মোবাইল ফোন ছাড়ছে তা 9 অঙ্কের এবং প্রথম তিনটি সংখ্যা 015 ছিন্ন রেখে সর্বোচ্চ কয়টি সংযোগ দেয়া যাবে?
a. 10^6 b. 10^9 c. 10^{15} d. 10^{10}

উত্তরমালা

1.	b	2.	c	3.	c	4.	c	5.	c
6.	c	7.	b	8.	c	9.	c	10.	a

২. nC_1 সমান কত? [রেজিস্টার্ড কেমসকারি প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১১ (জবা)]
 ক. ০ খ. $n!$ গ. n ঘ. $n + 1$

সমাধান: ${}^nC_1 = \frac{n!}{1! \times (n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{1 \times (n-1)!} = n$

৩. ${}^nC_7 = {}^nC_5$ হলে $n =$ কত? [শ্রম পরিদপ্তর (জনসংখ্যা পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা)-২০০৫]
 ক. ১৬ খ. ১৩ গ. ১২ ঘ. ১১

সমাধান: আমরা জানি, ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $n = x + y$ (সূত্র)

সুতরাং ${}^nC_7 = {}^nC_5$ হওয়ায় লেখা যায় $n = 7 + 5 \therefore n = 12$

গুণ্ডি পরীক্ষা করা যায় এভাবে ${}^{12}C_7$ কে ই লেখা যায় ${}^{12}C_{12-7} = {}^{12}C_5$ অর্থাৎ দুপাশে যা লেখা আছে দুটোরই মান সমান।

৪. ${}^{12}C_12 = {}^nC_6$ হলে n এর মান কত? [৩৯তম বিসিএস (বিশেষ)]
 ক. ১২ খ. ১৪ গ. ১৬ ঘ. ১৪

সমাধান: যেহেতু ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $n = x + y$ সুতরাং ${}^{12}C_{12} = {}^nC_6$ হওয়ায় $n = 12 + 6 = 18$

নিজে করুন:

৫. ${}^nC_7 = {}^nC_3$ হলে $n = ?$
 ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ২০

৬. ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ হলে r এর মান কত? [পরিবেশ অধিদপ্তর (সহ-পরিচালক) (কারিগর/প্রশাসন) ও (রিচার্জ অফিসার)-২০০৭]
 [পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর (সহ: পরিচালক)-২০০৭]

ক. $2n - 1$ খ. n গ. $n + 1$ ঘ. $n - 1$

সমাধান: যেহেতু ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ সুতরাং $r + r + 2 = 2n \Rightarrow 2r = 2n - 2 \Rightarrow 2r = 2(n - 1) \therefore r = n - 1$

৭. ${}^nP_3 = 2 \times {}^nC_4$ হলে, n এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান: ${}^nP_3 = 2 \times {}^nC_4$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 2 \times \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$

$\Rightarrow 2 \times (n-3) = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \Rightarrow n-3 = 12 \therefore n = 15$ (Ans:)

৮. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = ?$ [BSC Combined Exam (Off)-2018]

ক. 2^n খ. 2^{n-1} গ. $\frac{n(n-1)(n^2+1)}{2}$ ঘ. $2^n - 1$

সমাধান: n সংখ্যক বস্তু থেকে প্রতিবারে ১ টি, ২ টি, ৩ টি n টি বস্তু নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা

$= {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n$

$= ({}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n) - 1$ [$\because {}^nC_0 = 1$]

$= 2^n - 1$ [দ্বিপদী হতে আমরা জানি, ${}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n$]

\therefore নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা $= 2^n - 1$

৯. একটি নৌকায় ৩ জন লোক উঠতে পারে, নৌকাটি দ্বারা ৪ জন লোক কত প্রকারে উঠে নদী পার হতে পারে? [বাস্থ্য মন্ত্রণালয় (সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৬]

ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ৪

সমাধান: নৌকায় উঠার সময় কে আগে বা কে পরে উঠলো তা গুরুত্বপূর্ণ নয়, বরং কোন ৩ জন উঠলো তা গুরুত্বপূর্ণ এজন্য সমাবেশের নিয়মে

এখানে মোট লোকসংখ্যা, $n = 4$ আবার প্রতিবারে নৌকায় উঠতে পারবে, $r = 3$.
 সুতরাং নদী পার হওয়ার মোট উপায় $= {}^4C_3 = {}^4C_1 = 4$

পদ্ধতি-০২: করমর্দন ও খেলার সংখ্যা বের করা

এই পদ্ধতিতে আমার শিখবো হ্যাডশেক সংখ্যা বের করা এবং কিভাবে কয়েকজন খেলোয়াড়ের ভেতর থেকে কতভাবে একটি ক্রিকেট, ফুটবল, বাস্কেটবল অথবা যে কোন দল গঠন করা যা।

(২.ক) করমর্দন বা হ্যাডশেক এর সংখ্যা বের করা:

১০. একটি মিটিং এ উপস্থিত ৫ জন সদস্য প্রত্যেককে প্রত্যেকের সাথে হ্যাডশেক করলে মোট কতটি হ্যাডশেক হবে? [Mutual Trust Bank (off) - 2013]

ক. ১০ খ. ১১ গ. ১৫ ঘ. ৫ উত্তর: ক

সমাধান: মোট সদস্য = ৫ জন এবং প্রতিবার হ্যাডশেক করার জন্য লোকের প্রয়োজন ২ জন। ($r =$ সদস্যসংখ্যা)

তাহলে হ্যাডশেক হবে $= {}^nC_r = {}^nC_2 =$ মোট লোক nC_2 জন সদস্য $= {}^5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$

Shortcut : এ ধরনের অংক খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে করুন এভাবে : যত জনই দেয়া থাক তার আগের সংখ্যার সাথে ঐ সংখ্যাটি গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর বের হয়ে যাবে।

১১. ১০ জন লোক প্রত্যেককে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করে। করমর্দন সংখ্যা কত?

ক. ৩৮ খ. ৪০ গ. ৪২ ঘ. ৪৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট করমর্দনের সংখ্যা $= {}^{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2} = 45$ [$r = 2$ হওয়ায় দুটি মান নিয়ে বাকীগুলো বাদ] Ans: 45

নিজে করুন:

১২. একটি অনুষ্ঠানে উপস্থিত ৪ জন লোকের প্রত্যেককে প্রত্যেকের সাথে হ্যাডশেক করলে মোট কতটি হ্যাডশেক হবে?
 ক. ১৪ খ. ২৪ গ. ৩৮ ঘ. ৫৬ উত্তর: খ

[Hints: মুখে মুখে, $(8 \times 7) \div 2 =$ যত জন তার আগের সংখ্যার সাথে গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ।]

(২.খ) খেলার সংখ্যা বের করা:

হ্যাডশেকের মতই একটি দল আরেক দলের সাথে ১ বার খেললে দু'দলের ই একটি করে খেলা হয়ে যায়। অর্থাৎ এখানে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ নয়। তাই খেলার প্রপঞ্চগুলোও সমাবেশের নিয়মে হবে। পৃথিবীর সকল টুর্নামেন্টের খেলার সংখ্যা সমাবেশের মাধ্যমে নির্ধারিত হয়। যেমন: BPL, IPL, World Cup

১৩. একটি ত্রিদেশীয় ক্রিকেট খেলায় প্রত্যেক অ্যান্ডেশের সাথে একবার মাত্র খেলবে। মোট কয়টি খেলা অনুষ্ঠিত হবে? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭]

ক. ৭ টি খ. ৫ টি গ. ৩ টি ঘ. ৪ টি উত্তর: গ

সমাধান: ত্রিদেশীয় সিরিজে মোট ৩ টি দল থেকে একবার করে খেললে, মোট খেলা $= {}^3C_2 = \frac{3 \times 2}{2} = 3$ টি।

নিজে করুন:

১৪. একটি দাবা খেলার প্রতিযোগিতায় ৩ জন প্রতিযোগির প্রত্যেককে অন্য একজন খেলোয়াড়ের সাথে একবার মাত্র খেলবে। সর্বমোট কতগুলো খেলা অনুষ্ঠিত হবে? [স্থানীয় সরকার বিভাগের (জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল এসিস্টেন্ট)-২০১৮]

ক. ২ টি খ. ৩ টি গ. ৬ টি ঘ. ৯ টি উত্তর: খ

[Hints: মুখে মুখে, $(3 \times 2) \div 2 =$ যতটি দল তার আগের সংখ্যার সাথে গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ।]

১৫. একটি ফুটবল টুর্নামেন্টে ৬ টি দল অংশগ্রহণ করেছে, একক লীগ পদ্ধতিতে খেলা হলে মোট কতটি খেলা পরিচালনা করতে হবে।
[বাংলাদেশ কলেজে (সহ: স্টেশন মাস্টার)-২০১৮] + বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৯]

ক. ১২ টি খ. ৩০ টি গ. ১৫ টি ঘ. ১৮ টি

সমাধান: ৬টি দল অংশগ্রহণ করে একক লীগ পদ্ধতিতে খেলা হলে প্রত্যেককে প্রত্যেকের সাথে ১টি করে খেলা খেলবে।

তাহলে মোট খেলা হবে $C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ টি।

সমাধানের সূত্রের শর্টকাট: $(\frac{6 \times 5}{2}) \div 2 = 15$ টি।

প্রথম ১ টি দল অন্য ৫টি দলের সাথে খেলবে = ৫টি

২য় দলটি অন্য ৪টির সাথে খেলবে, = ৪টি। (কারণ ১ম দলের সাথে খেলা, প্রথম ৫টির মধ্যে আছে তাই ১টি কম)

৩য় দলটি অন্য ৩টির সাথে খেলবে = ৩টি।

৪র্থ দলটি অন্য ২টির সাথে খেলবে = ২টি।

৫ম দলটি অন্য ১টি দলের সাথে খেলবে = ১টি। তাহলে মোট খেলা হবে : ৫+৪+৩+২+১ = ১৫টি।

সুতরাং মুখে: যতটি দল তার থেকে ১টি কম নিয়ে ১ পর্যন্ত যোগফল, ৫+৪+৩+২+১ = ১৫টি।

আবার ১টির পরিবর্তে ২টি অথবা ৩টি করে ম্যাচ খেললেও প্রথমে ১টি করে খেলার ফলাফল বের করে ২/৩ দিয়ে গুণ করতে হবে।

১৬. একটি ফুটবল লীগে ৫টি দলের প্রত্যেক দল অন্য দলের সাথে ২টি করে ম্যাচ খেললে সর্বমোট কতটি ম্যাচ অনুষ্ঠিত হবে? [EMBA (DU)-2010] & [Dutch Bangla Bank (MTO)-2012]

ক. 10 খ. 20 গ. 9 ঘ. 19

সমাধান: একটি করে ম্যাচ খেললে ${}^5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$ যেহেতু দুটি করে ম্যাচ খেলবে তাই উত্তর: $10 \times 2 = 20$ ।

(২.৭) উল্টোভাবে আসলে :

হ্যাডশেকের সংখ্যা অথবা মোট খেলার সংখ্যা দেয়া থাকলে, মোট লোকের সংখ্যা বের করতে হবে এমন প্রশ্ন।

১৭. একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা 300 টি হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]

ক. 24 খ. 25 গ. 30 ঘ. 60

সমাধান: এখানে, ${}^nC_r = 300 \Rightarrow {}^nC_2 = 300$ [করমর্দন করতে ২ জন লাগে তাই $r = 2$]

$\Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 300 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2 \times (n-2)!} = 300 \Rightarrow n^2 - n = 600 \Rightarrow n^2 - n - 600 = 0$

$\Rightarrow n^2 - 25n + 24n - 600 = 0 \Rightarrow n(n-25) + 24(n-25) = 0 \Rightarrow (n-25)(n+24) = 0$

$\therefore n = 25$ অথবা $n = -24$ যেহেতু লোকের সংখ্যা ঋণাত্মক হয় না তাই উপস্থিত লোকের সংখ্যা = 25 জন। (উত্তর)

শর্টকাট: মুখে মুখে করার জন্য, যেহেতু পরপর দুটি সংখ্যা গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে করমর্দনের সংখ্যা বের হয় তাই এখানে আগের শর্টকাটটিকেই উল্টোভাবে ভাবা যায়, অর্থাৎ $\frac{n(n-1)}{2} = 300$ হলে, $n(n-1) = 600$ এখন, পর পর কোন দুটি সংখ্যা গুণ করলে 600 হয়? এখানে, $25 \times 24 = 600$ । সুতরাং উত্তর বড় সংখ্যাটি $n = 25$

মিনিজে করুন:

১৮. একটি পার্টিতে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা প্রত্যেককে প্রত্যেকের সাথে হ্যাডশেক করায় মোট 66 টি হ্যাডশেক হলো। ঐ পার্টিতে মোট কত জন উপস্থিত ছিল? [RAKUB (SO)2015] + [BB (AD)-2012]

ক. 15 খ. 11 গ. 10 ঘ. 12

[Hints: $66 \times 2 = 132$ এরপর পরপর দুটির সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করলে 12×11 বড় সংখ্যাটি $n = 12$]

১৯. একটি কমিটির মিটিং শেষে কমিটির সদস্যরা প্রত্যেককে প্রত্যেকের সাথে হ্যাডশেক করায় সর্বমোট ৬টি হ্যাডশেক হলো ঐ মিটিং এ কতজন সদস্য উপস্থিত ছিল? [EMBA. 10]

ক. ২ খ. 3 গ. 4 ঘ. 5

সমাধান: ${}^nC_2 = 6 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 6 \Rightarrow n(n-1) = 12 \Rightarrow n^2 - n - 12 = 0 \Rightarrow (n-4)(n+3) = 0 \Rightarrow n = 4$ ।

২০. ক্লাসে প্রত্যেককে প্রত্যেককে ঈদ কার্ড দেয়, এতে মোট ঈদ কার্ড হয় 380 টি। ক্লাসে ছাত্র-ছাত্রী কত জন?

ক. 10 খ. 22 গ. 21 ঘ. 20

সমাধান: হ্যাডশেক করার সময় A, B এর সাথে হ্যাডশেক করা অর্থাৎ B ও A এর সাথে হ্যাডশেক হয়ে যাওয়া। অর্থাৎ লোক দু'জন কিন্তু হ্যাডশেক একটা। তাই ঈদ কার্ড দেয়ার সময় একজন আরেকজনকে ঈদ কার্ড দেয়া অর্থাৎ A, শুধু B কে ঈদ কার্ড দিলেই হবে না বরং B ধরি, ঐ ক্লাসে ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা = n জন। \therefore প্রত্যেকজন ঈদ কার্ড দিয়েছে = (n-1) টি (নিজেই বাদে অন্য সব বন্ধুকে) প্রথমতে, $n(n-1) = 380$ [ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা \times প্রতি জনের ঈদ কার্ড সংখ্যা = মোট ঈদ কার্ড] $\Rightarrow n^2 - n - 380 = 0 \Rightarrow n - 20n + 19n - 380 = 0 \Rightarrow (n-20)(n+19) = 0 \therefore n = 20$ উত্তর: 20 জন

২১. 20 সদস্যবিশিষ্ট একটি ফুটবল দল থেকে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনায়ক কত ভাবে নির্বাচন করা যাবে? [২৩ তম বিসিএস প্রিলি- বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড (সহকারী পরিচালক)-২০১৬] + [যাত্রা মন্ত্রণালয় (সহ: প্রকৌশলী)-২০১৬]

ক. 200 খ. 190 গ. 380 ঘ. 760

সমাধান: ২০ জনের মধ্যে থেকে ১ জন অধিনায়ক নির্বাচন করার পর সহ অধিনায়ক নির্বাচনের ক্ষেত্রে অধিনায়ককে বাদ দিয়ে হিসেব করতে হবে। কারণ একই ব্যক্তি একই সাথে অধিনায়ক ও সহ-অধিনায়ক হতে পারে না। সুতরাং ২০ জন থেকে ১জন অধিনায়ক ও ১ জন সহ অধিনায়ক নির্বাচন করা যাবে = ${}^{20}C_1 \times {}^{19}C_1 = 20 \times 19 = 380$ ভাবে।
সুতরাং সমাধান: প্রথমে ২০ জন থেকে ১ জন (অধি: + সহ-অধি:) বাছাই করা যায় = ${}^{20}C_2 = 190$ ভাবে।
এখন যে যে অধিনায়ক সে সহ অধিনায়ক আর যে যে সহ-অধিনায়ক সে অধিনায়ক হলে মোট ফল হবে = $190 \times 2! = 380$

পদ্ধতি-০৩: কমিটি বা দল গঠন করা

কেন বিভিন্ন কমিটি গঠনের অংকগুলো সমাবেশের সুত্রানুযায়ী করতে হয়?

১টি কমিটিতে ৩ জন সদস্য থাকার অর্থ ৩ সদস্য বিশিষ্ট কমিটি। এখন যেভাবেই থাকেই আগে অথবা পরে দিন, কমিটি একই থাকবে, অর্থাৎ এক্ষেত্রে সিরিয়াল পরিবর্তন হলেও কমিটি একই থাকবে তাই এই প্রশ্নগুলো সমাবেশের সুত্রানুযায়ী করতে হয়।

২২. ৫ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলায় একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে? [৪১তম বিসিএস প্রিলি]

ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২৫ ঘ. ৩০

সমাধান: ৫ জন পুরুষ থেকে ১ জন পুরুষ বাছাই করার উপায় = 5C_1 আবার, ৪ জন মহিলা থেকে ২ জন বাছাই করার উপায় = 4C_2 সুতরাং সর্বমোট কমিটি গঠনের সংখ্যা = ${}^5C_1 \times {}^4C_2 = 5 \times \frac{4 \times 3}{2} = 5 \times 6 = 30$

২৩. 10 জন বালক ও ৪ জন বালিকা থেকে ২ জন বালক ও ২ জন বালিকা কত উপায়ে বেছে নেয়া যায়? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২২]

ক. 730 খ. 1260 গ. 3060 ঘ. 5060

সমাধান: 10 জন বালক থেকে ২ জন বাছাই করার উপায় = ${}^{10}C_2$ আবার, ৪ জন বালিকা থেকে ২ জন বাছাই করার উপায় = 4C_2 সুতরাং বালক ও বালিকাদের একত্রে বাছাই করার উপায় = ${}^{10}C_2 \times {}^4C_2 = \frac{10 \times 9}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 45 \times 6 = 270$

১৪. নিজে করুন:

২৪. ৭ জন পুরুষ ও ৭ জন মহিলা থেকে ২ জন পুরুষ ও ২ জন মহিলা কত উপায়ে বেছে দেওয়া যায়? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (উপ-সঃ পরিচালক)-২০১৫]
- ক. ৭৫৬ উপায়ে খ. ৫২০ উপায়ে গ. ৪৬০ উপায়ে ঘ. ১০২০ উপায়ে
২৫. একটি ক্লাবের ৪ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলা সদস্য আছেন। ৬ সদস্যের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। যেখানে পুরুষ ও মহিলা সদস্য ৩ জন করে থাকবেন। কতভাবে এ কমিটি গঠন করা যায়? [Hints: ${}^8C_3 \times {}^8C_3 = 3136$]
- ক. ৩১৩৬ খ. ৩১৩৫ গ. ৩১৩৪ ঘ. ৩১৩৭

২৬. একটি ফুলের কমিটিতে ২ জন শিক্ষক এবং ৪ জন ছাত্র থাকে। ৫ জন শিক্ষক এবং ১০ জন ছাত্র থেকে কত উপায়ে বাছাই করা যাবে? (Exim Bank. (TO) -2014)
- a. ২২০ b. ৫১০০ c. ২১০০ d. ৩২০০

সমাধান:

৫ জন শিক্ষকের মধ্য থেকে ২ জন নেয়া যাবে $= {}^5C_2$ ভাবে। আবার ১০ জন ছাত্রের মধ্য থেকে ৪ জন নেয়া যাবে $= {}^{10}C_4$ ভাবে তাহলে মোট বাছাই করার উপায় $= {}^5C_2 \times {}^{10}C_4 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 210 = 2100$ Ans: 2100

২৭. নির্দিষ্ট একটি বিষয়ে ভর্তির জন্য ৭ জন বালক ও ৫ জন বালিকা থেকে ৬ জনকে নির্দিষ্ট করা হয়েছে। কতভাবে এটা সম্ভব হবে অবশ্যই ৩ জন বালিকা থাকবে? [বিহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহ: পরিচালক)-২০১১]
- ক. ৩৬০ খ. ৩৭০ গ. ৩৫০ ঘ. ৩৪০

সমাধান: ৬ জনের মধ্যে ৩ জন বালিকা নির্দিষ্ট থাকায় বালকের সংখ্যা হবে $= (6 - 3) = 3$ জন। ৭ জন বালক থেকে ৩ জন বালক বাছাই করার উপায় $= {}^7C_3$ আবার, ৫ বালিকা থেকে ৩ জন বালিকা বাছাই করার উপায় $= {}^5C_3$ সুতরাং মোট বাছাই করার উপায় $= {}^7C_3 \times {}^5C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 35 \times 10 = 350$ Ans: 350

নিজে করুন:

২৮. ৬ জন বালক ও ৪ জন বালিকা থেকে ৫ সদস্যবিশিষ্ট কমিটি করার কয়টি পথ আছে যেখানে ঠিক ২ জন বালিকা যাবে? ক. ৬০ খ. ২৪০ গ. ৩৬০ ঘ. ১২০ উত্তর: ঘ
- [Hints: ${}^4C_2 \times {}^6C_3 = 6 \times 20 = 120$]

কখন গুণ (x) আর কখন যোগ (+) করতে হয়?

যখন একটির সাথে অন্যটি নির্ভরশীল থাকে তখন গুণ করতে হবে। (প্রশ্নে "এবং" থাকলে "গুণ")

যেমন: মোট ৫ জন পুরুষ এবং ৪ জন মহিলা থেকে ৫ জন সদস্য নিয়ে একটি কলেজের কমিটি গঠন করতে হবে যেখানে ২ জন মহিলা থাকবে। এখানে শুধু মহিলা বা শুধু পুরুষ নিয়ে কমিটি হবে না বরং পুরুষ ও মহিলা উভয়ে মিলে কমিটি হবে। অর্থাৎ একটার সাথে আরেকটা নির্ভরশীল। তাই এক্ষেত্রে গুণ করতে হবে অর্থাৎ $({}^5C_3 \times {}^4C_2) = 10 \times 6 = 60$

যখন একটির উপর আরেকটি নির্ভরশীল না হলে যোগ করতে হবে। (প্রশ্নে "অথবা" থাকলে "যোগ")

যেমন: একটি কলেজের কমিটি তৈরি করার উপায় আছে ২০টি আরেকটি ভিন্ন কলেজের কমিটি তৈরি করার উপায় আছে ১০টি এখানে একটি কলেজের সাথে অন্য কলেজের কমিটির কোন নির্ভরশীলতা নেই, এক্ষেত্রে মোট কমিটি $= 20 + 10 = 30$ টি

মোট কথা: মোট ১০ জনকে বাছাই করার কথা বলা হলে, যতক্ষণ পর্যন্ত ১০ জন বাছাই করা শেষ হবে না ততক্ষণ পর্যন্ত গুণ হবে

যেমন: ২ জন x ৫ জন x ৩ জন। কিন্তু যখন একবার ১০ জন নেয়া হয়ে যাবে এরপর আবার ঐ ১০ জন কে ভিন্ন উপায়ে বাছাই করা যাবে তখন যোগ হবে। যেমন: ১০ জনকে বাছাই + ১০ জনকে বাছাই।

১৫. একই নিয়মের আরো কিছু প্রশ্ন:

২৯. ১৫ জন খেলোয়াড়ের মধ্যে ১১ জনকে নিয়ে একটি ক্রিকেট টিম গঠন করতে হবে। কিন্তু প্রথম সারির ৪ ব্যাটসম্যানের মধ্যে অবশ্যই ৫ জন কে নিয়ে কত প্রকারে টিম গঠন করা যাবে? ক. ৩৪৫ খ. ৪০১ গ. ৩৯২ ঘ. ৩০৪ উত্তর: গ
- সমাধান: প্রথম ৪ জন থেকে ৫ জন নেয়ার উপায় $= {}^8C_5$ এবং অবশিষ্ট $= (15-8) = 7$ জন থেকে নিতে হবে $= (11-5) = 6$ জন। অর্থাৎ ৭ জন থেকে ৬ জন নেয়ার উপায় $= {}^7C_6$ সুতরাং সর্বমোট টিম গঠন করার উপায় $= {}^8C_5 \times {}^7C_6 = {}^8C_3 \times {}^7C_1 = 56 \times 7 = 392$ Ans: 392
৩০. শূন্য পদ পূর্ণ করার জন্য একটি কোম্পানীকে ৬ জন আবেদনকারীর মধ্য থেকে ৩ জন অফিসার এবং ৪ জন আবেদনকারীর মধ্য থেকে ২ জন ম্যানেজার নির্বাচন করতে হবে। কতভাবে বাছাই করা সম্ভব? (IFIC Bank Ltd. MTO 2013)
- a. 132 b. 120 c. 60 d. 24 Ans: b
- সমাধান: প্রথম ৬ জন থেকে ৩ জন এবং পরের ৪ জন থেকে ২ জন নিয়ে মোট বাছাই $= ({}^6C_3 \times {}^4C_2) = 20 \times 6 = 120$

৩১. একজন পরীক্ষার্থীকে ১২ টি প্রশ্ন থেকে ৬ টি প্রশ্নের উত্তর করতে হবে। প্রথম ৫ টি থেকে ঠিক ৪ টি প্রশ্ন বাছাই করে কত প্রকারে ৬ টি প্রশ্ন উত্তর করা যায়? [থানা সহকারী (শিক্ষা অফিসার)-১৯৯৯]
- ক. ২০৫ খ. ২৬০ গ. ২১০ ঘ. ১০৫ উত্তর: ঘ
- সমাধান: মোট ১২ টি প্রশ্নের প্রথম ৫ টি থেকে ৪ টি বাছাই করা যায় $= {}^5C_4$ ভাবে। এবং অবশিষ্ট $(12-5) = 7$ টি থেকে বাকি $(6-4) = 2$ টি প্রশ্নের উত্তর করা যায় 7C_2 ভাবে। সুতরাং, মোট উপায় $= {}^5C_4 \times {}^7C_2 = {}^5C_1 \times {}^7C_2 = 5 \times 21 = 105$ Ans: 105

নিজে করুন:

৩২. একজন পরীক্ষার্থীকে ১৪ টি প্রশ্নের মধ্যে ৬ টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম ৫ টি থেকে অবশ্যই ৪ টি বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারে? [Hints: ${}^5C_4 \times {}^9C_2 = 5 \times 36 = 180$]
- ক. ১০২ খ. ১০৫ গ. ১০৪ ঘ. ১৮০ উত্তর: ঘ

ন্যূনতম/ অসুত/কমপক্ষে বলা হলে:

ন্যূনতম/ অসুত/কমপক্ষে বলা থাকলে বুঝতে হবে এর থেকে কম নেয়া যাবে না কিন্তু এর থেকে বেশি নেয়া যাবে। যেহেতু এরকম শব্দ প্রশ্নে আসলে কয়েকভাবে বাছাই করা যায় তাই ভিন্ন ভিন্ন ভাবে বাছাই করে সবগুলো যোগ করতে হবে।

৩৩. ৩ জন পুরুষ ও ৩ জন মহিলা হতে কতভাবে ২ সদস্য বিশিষ্ট কমিটি গঠন করা যাবে যেখানে ন্যূনতম পক্ষে ১ জন পুরুষ ও ১ জন মহিলা থাকবে? [ডাক ও টেলিযোগাযোগ বিভাগ (বিস্তৃত ওজারশিয়ার)-২০১৮]
- ক. ৭ খ. ৬ গ. ৫ ঘ. ৩ উত্তর: ক

সমাধান: ৩ জন পুরুষ হতে ন্যূনতম পক্ষে ১ জন পুরুষ বেছে নেওয়ার উপায় $= {}^3C_1 = 3$
 ৩ জন মহিলা হতে ন্যূনতম পক্ষে ১ জন মহিলা বেছে নেওয়ার উপায় $= {}^3C_1 = 3$
 ২ সদস্য বিশিষ্ট কমিটি গঠন করার মোট উপায় $= 3 \times 3 = 9$
 (Note: এখানে মাত্র ২ জনের কমিটি হওয়া ১+১ এর ভিন্ন হবে না। কারণ ২ জন পুরুষ ই নিলে মহিলা বাদ পরে যাবে।)

৩৪. ৭ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলার মধ্যে থেকে ৪ জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। অসুত ১ জন মহিলাকে নিয়ে মোট কত প্রকারের কমিটি গঠন হতে পারে? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপিই)-২০২১]
- ক. ২০০ খ. ৩০০ গ. ২৯৫ ঘ. ৩৪০ উত্তর: গ
- সমাধান: এখানে কমিটি ৪ জনের। যার মধ্যে ১ জন অবশ্যই মহিলা হতে হবে। অবশিষ্ট ৩ জন পুরুষ মহিলা যে কেউ হতে পারবে। এমনকি ৪ জনই মহিলা ও হতে পারবে। কারণ পুরুষ নিতেই হবে এমন কোন কথা প্রশ্নে বলা হয়নি। সুতরাং কমিটি গঠন করা যাবে নিম্নোক্ত উপায়ে।

ক্রম	পুরুষ (7)	মহিলা (4)	মোট	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই	ফলাফল
(i)	3	1	3+1=4	${}^7C_3 \times {}^4C_1$	35×4	140
(ii)	2	2	2+2=4	${}^7C_2 \times {}^4C_2$	21×6	126
(iii)	1	3	1+3=4	${}^7C_1 \times {}^4C_3$	7×4	28
	0	4	0+4=4	4C_4	1	1

সর্বমোট কমিটির সংখ্যা = 140+126+28+1 = 295 টি
Ans: 295টি

৩৫. 7 জন পুরুষ ও 6 জন মহিলা হতে 5 সদস্যবিশিষ্ট একটি কমিটি কতভাবে নির্বাচিত করা যায় যেন কমিটিতে কমপক্ষে 3 জন পুরুষ থাকে? [BB (AD)2011] + [DBBL-2007]

- a. 756 b. 735 c. 645 d. 564

সমাধান:

অন্তত 3 জন কথটির অর্থ সর্বনিম্ন 3 জন পুরুষ থাকতে হবে, এর বেশি হবে, কিন্তু কম হবে না। আবার কমিটির মোট সদস্য সংখ্যা 5 জন। তাহলে 5 জনের মধ্যে পুরুষ হতে পারে 5 জনই, বা 4 জন অথবা 3 জন। (কিন্তু 2 জন বা 1 জন হবে না।) সবাইকে নিয়ে কমিটি গঠন করার উপায় নিম্নরূপ

ক্রম	পুরুষ (7)	মহিলা (6)	মোট	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই	ফলাফল
(i)	5	0	5+0=5	7C_5	21	21
(ii)	4	1	4+1=5	${}^7C_4 \times {}^6C_1$	35×6	210
(iii)	3	2	3+2=5	${}^7C_3 \times {}^6C_2$	35×15	525

সর্বমোট কমিটির সংখ্যা = 21+210+525 = 756 টি
Ans: 756 টি

৩৬. 5 জন বিজ্ঞান ও 3 জন কলা অনুষদের ছাত্র থেকে 4 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে যাতে অন্তত একজন বিজ্ঞান ও একজন কলা ছাত্র থাকে। কত বিভিন্ন প্রকারে এই কমিটি গঠন করা যেতে পারে?

- a. 60 b. 65 c. 70 d. 75

সমাধান: কলা এবং বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র সংখ্যা 1 জনের কম হওয়া যাবে না। বেশি হলে সমস্যা নেই।

মোট কমিটি গঠন করার উপায়

ক্রম	বিজ্ঞান ছাত্র (5)	কলা ছাত্রী (3)	মোট	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই	ফলাফল
(i)	3	1	3+1=4	${}^5C_3 \times {}^3C_1$	10×3	30
(ii)	2	2	2+2=4	${}^5C_2 \times {}^3C_2$	10×3	30
(iii)	1	3	1+3=4	${}^5C_1 \times {}^3C_3$	5×1	5

সুতরাং কমিটি গঠনের মোট উপায় = 30+30+5 = 65
Ans: 65

৩৭. একটা ক্রিকেট ক্লাবে ৬ জন বোলার এবং ৯ জন ব্যাটসম্যান আছে। ১১ জনের একটি দল কতভাবে বাছাই করা যাবে যেন সর্বনিম্ন ৪ জন বোলার থাকবে?

- a. 1170 b. 1200 c. 720 d. 360

সমাধান:

11 জনের দল গঠন করার উপায়

ক্রম	বোলার (6)	ব্যাটসম্যান (9)	মোট	Teams	Total result
(i)	4	7	4+7=11	${}^6C_4 \times {}^9C_7 = 15 \times 36$	540
(ii)	5	6	5+6=11	${}^6C_5 \times {}^9C_6 = 6 \times 84$	504
(iii)	6	5	6+5=11	${}^6C_6 \times {}^9C_5 = 1 \times 126$	126

সুতরাং বাছাই করার সর্বমোট উপায় = 540+504+126 = 1170
Ans: 1170

পদ্ধতি-০৪: নির্দিষ্ট ব্যক্তি বা বস্তুকে রেখে সমাবেশ

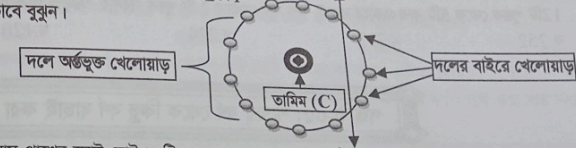
৩৮. 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে? (৩৫তম বিসিএস)

- ক. 728 খ. 286 গ. 364 ঘ. 1001 উত্তর: খ

সমাধান: যেহেতু অধিনায়ককে বাদ দেয়া যাবে না, তাই অধিনায়ক সবসময় ফিল্ড বা নির্দিষ্ট, তাই তাকে আলাদা করে রাখতে হবে। বাকী 13 জনের মধ্য থেকে 10 জন বাছাই করতে হবে।

এভাবে দল গঠনের উপায় = ${}^{14-1}C_{11-1} = {}^{13}C_{10} = \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} = 286$

চিত্রটি দেখে আরো ভালোভাবে বুঝুন।



চিত্রের ব্যাখ্যা:

দুপাশে তীর চিহ্ন রাশিটির বাম পাশের ছোট ছোট ১০টি বৃত্ত হলো দলের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত খেলোয়াড় এবং ডানের তিনজন দলের বাইরে, আর বৃত্তের কেন্দ্রে ১জন হল অধিনায়ক যাকে আলাদা করে রাখতে হবে। কারণ বড় বৃত্তটি একবার ঘুরালে দলের বাইরের একজন ভেতরে ঢুকবে এবং ভেতরের একজন বাইরে চলে যাবে এভাবে নতুন নতুন দল গঠন করলে ১টি করে সংখ্যা বাড়বে। কিন্তু যদি ঐ ১৩ জনের লাইনে অধিনায়ক কে ও দাঁড় করিয়ে দেয়া হয় তাহলে চাকা ঘুরতে গিয়ে দেখা যাবে কোন একবার অধিনায়ক ও দলের বাইরে চলে গেছে যা সঠিক নয়। আর এ জন্যই প্রথমেই ক্যাপ্টেন কে ভি আইপিএর মর্যাদা দিয়ে আলাদা করে রেখে বাকী ১৩ জন থেকে ১০জন বাছাই করতে হবে। এভাবে বুঝে বুঝে করলে এরকম যে কোন অংক খুব সহজে নির্ভুলভাবে করা যাবে।

৩৯. ৫ জন ব্যক্তির মধ্য থেকে ৩জনের একটি কমিটি কতভাবে বাছাই করা যাবে যেখানে একজন নির্দিষ্ট ব্যক্তি সবসময়ই কমিটিতে থাকবে? [পল্লী উন্নয়ন বোর্ড (সহ: পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা)-২০১৩/IRAKUB (Off)-2015]

- ক. 6 খ. 12 গ. 20 ঘ. 10 উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু 1 জন ব্যক্তি নির্দিষ্ট সুতরাং কমিটি গঠন করা যাবে = ${}^{5-1}C_{3-1} = {}^4C_2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} = 6$

৪০. 4 জন মহিলা ও 6 জন পুরুষের মধ্য থেকে 4 সদস্য বিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদায় উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে এই কমিটি গঠন করা যেতে পারে? (৩৮তম বিসিএস প্রিলি)

- ক. 210 খ. 304 গ. 84 ঘ. 120 উত্তর: গ

সমাধান: মোট = 4+6 = 10 জন থেকে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ রেখে বাকী = 10-1 = 9 জন থেকে নিতে হবে 4-1 = 3 জন।

সুতরাং বাছাই করার উপায় = ${}^{10-1}C_{3-1} = {}^9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ উত্তর: 84

৪১. ছবছ একই নিয়মের নিচের প্রশ্নটি দেখুন:

৪১. 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2 টি পুস্তক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে? (৩৬তম বিসিএস প্রিলি)

- ক. 252 খ. 792 গ. 224 ঘ. 120 উত্তর: ঘ

সমাধান: 12 টির মধ্যে যে 5টি নিতে হবে তার মধ্যে 2 টি পুস্তক যেহেতু নির্দিষ্ট থাকবে তাই প্রথমেই 2টি পুস্তক নেয়ার পর বাকী 10টি পুস্তক থেকে অবশিষ্ট (5-2) = 3টি পুস্তক বাছাই করতে হবে।

10 টি পুস্তক থেকে 3টি বাছাই করার পদ্ধতি হলো ${}^{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 7!} = 120$ উত্তর: 120

৪২. ভিন্ন রকম 10টি বই হতে 4 টি বই কতভাবে বাছাই করা যেতে পারে, যেখানে 2 টি বই কখনই বাছাই করা হবে না? (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০২১/

ক. 210 খ. 70 গ. 45 ঘ. 28

সমাধান:

যাদেরকে নেয়া যাবে না শুরুতেই তাদেরকে বাদ দিয়ে দিতে হবে। তারপর অবশিষ্টগুলো থেকে বাছাই করতে হবে। এখানে ৭ টি বই বাছাই করা যাবে না সেই দুটিকে বাদ দিলে বাছাই করতে হবে = (10-2) = 8 টি বই থেকে।

$$\therefore {}^8C_4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4!} = 70$$

সুতরাং ৪টি বই থেকে 4 টি বই বাছাই করার উপায় সংখ্যা = 70

নিজে করুন:

৪৩. 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2 টি পুস্তক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে না? [Hints: ${}^{12-2}C_3 = {}^{10}C_3$]

ক. 252 খ. 792 গ. 224 ঘ. 120

পদ্ধতি-০৫: শব্দের বর্ণ থেকে কিছু বর্ণ বাছাই করা

Word থেকে যখন বিন্যাস হয়	Word থেকে যখন সমাবেশ হয়
যখন প্রশ্নের মধ্যে শব্দের অক্ষরগুলো থেকে কয়েকটি অক্ষর নিয়ে তা সাজানোর কথা বা শব্দ গঠনের কথা বলা হয়।	যখন প্রশ্নে মধ্যে শব্দের অক্ষরগুলো থেকে কয়েকটি অক্ষর নিয়ে বাছাইয়ের কথা বলা হয়।
AMERICA শব্দ থেকে প্রতিবার ৩টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে নতুন শব্দ গঠন করা যাবে? (এখানে ৩/৫ টি নিয়ে বিন্যাস করার কথা বলা হলেও আগে বাছাই করে তারপর বিন্যাস করতে হবে)	AMERICA শব্দটি থেকে প্রতিবার ৩টি অথবা ৫টি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?
মূল পার্থক্য হচ্ছে, যখন কোন রিপিট থাকবে না তখন যে কোন শব্দ বিন্যাস করা যাবে, কিন্তু শব্দে রিপিট বর্ণ থাকলে তা থেকে কয়েকটি নিতে বলা হলে তা অবশ্যই নিচের প্রশ্নগুলোর মত ধাপে ধাপে ভাগ করে বাছাই করতে হবে।	

৪৪. Degree শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে যেকোন 4টি অক্ষর প্রতিবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

ক. 8 খ. 6 গ. 7 ঘ. 5

সমাধান:

Degree শব্দটিতে মোট ৬টি বর্ণের মধ্যে ৩টি e আছে এবং অন্য ৩টি বর্ণ ভিন্ন (D,g,r)।

এখন মোট ৬টি ভিন্ন বর্ণ থেকে ৪টি বর্ণ বাছাই করার উপায় আছে,

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই সংখ্যা
(i)	4 টি বর্ণই ভিন্ন	D,g,r এবং একটি e	4C_4	1
(ii)	2টি বর্ণ ভিন্ন 2টি ভিন্ন	দুটি e এবং D,g,r তিনটি থেকে যে কোন দুটি	${}^2C_2 \times {}^3C_2$	3
(iii)	3টি ভিন্ন 1টি ভিন্ন	৩টি e এবং D,g,r তিনটি থেকে যে কোন ১টি	${}^3C_3 \times {}^3C_1$	3

$$\therefore \text{মোট বাছাইয়ের সংখ্যা} = (1 + 3 + 3) = 7$$

৪৫. THESIS শব্দটি অক্ষরগুলোর প্রতিবারে ৫টি অক্ষর নিয়ে মোট কত প্রকারে সমাবেশ করা যায়?

ক. 12 খ. 13 গ. 11 ঘ. 14

সমাধান:

THESIS শব্দটিতে মোট ৬টি বর্ণের মধ্যে দুটি S আছে এবং ৪টি ভিন্ন বর্ণ। তাহলে ২টি S থেকে ১টি নিয়ে অন্য ৪টি সহ ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে ৫টি।

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই সংখ্যা
(i)	4টি বর্ণই ভিন্ন	T,H,E,I এবং একটি S	5C_4	5
(ii)	2টি ভিন্ন বর্ণ এবং 2টি অভিন্ন	T,H,E,I থেকে ২টি এবং S দুটি।	${}^4C_2 \times {}^2C_2$	6
∴ মোট সংখ্যা = (5+6) = 11				
Note: এখানে, ৩টি ভিন্ন ও একটি S নিলে যে সমাবেশ হবে তা শুধুর ৪টি সমাবেশের মধ্যেই আছে।				

৪৬. INTERNET শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে প্রতিবার 4 টি করে বর্ণ নিয়ে মোট কতভাবে বাছাই করা যায়?

a. 25 b. 26 c. 30 d. 800

সমাধান:

INTERNET শব্দটিতে মোট বর্ণ = 8 টি। যেখানে দুটি একই রকমের বর্ণ আছে ৩টি = NN, TT, EE সুতরাং ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে = (8-৩) = ৫টি। যেমন: I,N,T,E,R এখন প্রতিবার 4 টি করে বর্ণ বাছাই করা যায় নিম্নোক্ত ভাবে

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই সংখ্যা
(i)	৫টি বর্ণই ভিন্ন	I,N,T,E,R থেকে যে কোন 4 টি	5C_4	5
(ii)	2টি অভিন্ন এবং 2টি ভিন্ন বর্ণ	(NN, TT, EE) থেকে যে কোন ১ জোড়া নিয়ে অবশিষ্ট ভিন্ন 4 টি থেকে ২টি	${}^3C_2 \times {}^4C_2$	18
(iii)	2 অভিন্ন এবং 2 টি অভিন্ন	(NN, TT, EE) থেকে যে কোন ২ জোড়া	3C_2	3
∴ বাছাই করার মোট উপায় = (5+18+3) = 26				
Ans: 26				

৪৭. LOGARITHMS শব্দটির বর্ণগুলো হতে 3 টি Consonant ও 2টি Vowel কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

ক. 109 খ. 105 গ. 103 ঘ. 107

সমাধান:

7 টি Consonant হতে 3টি করে বেছে নেওয়ার সংখ্যা = 7C_3
3টি Vowel হতে 2টি করে বেছে নেওয়ার সংখ্যা = 3C_2 ∴ মোট বাছাই সংখ্যা = ${}^7C_3 \times {}^3C_2 = 105$

৪৮. COMBINATION শব্দটি হতে 4 অক্ষর বিশিষ্ট সম্ভাব্য সমাবেশ নির্ণয় করুন। (৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)।

সমাধান:

COMBINATION শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে ১১ টি, যার মধ্যে O আছে 2 টি, N আছে 2 টি, এবং I আছে 2 টি।

একজাতীয় সংখ্যাগুলো বাদ দিলে ভিন্ন সংখ্যা আছে ৫টি যথা: (C,M,B,A,T)

একজাতীয়গুলো থেকে ১টি করে নিলে ভিন্ন ভিন্ন মোট বর্ণ = ৮টি (C,O,M,B,I,N,A,T)

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাই	মোট
(i)	4 টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ নিয়ে সমাবেশ	(C,O,M,B,I,N,A,T) থেকে 4 টি	8C_4 টি	70
(ii)	2 টি একজাতীয় ও 2 টি ভিন্ন	OO,NN, II, থেকে ২টি + এবং ২টি একজাতীয় নিলে আরো ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থাকে = ৮-১ = ৭টি। এখন এই অন্য ৭টি থেকে ২টি নিতে হবে।	${}^3C_1 \times {}^7C_2$ টি	63
(iii)	২টি একই অন্য ২টিও একই	OO,NN, II, তজোড়া থেকে ২জোড়া	3C_2 টি	3
সুতরাং মোট বাছাই সংখ্যা = (70+63+3) = 136 টি।				Ans: 136

৪৯. BANGLADESH শব্দটি বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার ৫ টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?

ক. 120 খ. 180 গ. 156 ঘ. 182

সমাধান: BANGLADESH শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে ১০ টি, যার মধ্যে A আছে ২ টি, এবং অবশিষ্ট ৪ টি বর্ণ ভিন্ন ভিন্ন।

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাই	সংখ্যা
(i)	৫টি বর্ণই ভিন্ন ভিন্ন	1 টি A + B, N, G, L, D, E, S, H থেকে 4 টি	9C_5	126
(ii)	2 টি একজাতীয় ও 3 টি ভিন্ন	2 টি A + B, N, G, L, D, E, S, H থেকে 3 টি	${}^2C_2 \times {}^8C_3$	56

সুতরাং মোট বাছাই সংখ্যা = $(126+56) = 182$ টি।

Ans: 182

দ্রষ্টব্য উপরের অংকটি ই অক্ষরের কথা না বলে জিনিসের কথা বলে এসেছে।

৫০. 10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকীগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। এ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবার 5 টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়? (৩৭-তম বিসিএস জিপি)

ক. 170 খ. 182 গ. 190 ঘ. 192

সমাধান:

10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি একজাতীয় তাহলে ভিন্ন জিনিস = $(10-2) = 8$ আবার, বাছাই করতে হবে 5 টি।

ক্রম	শর্ত	বাছাই সংখ্যা
(i)	5 টির সবগুলোই ভিন্ন ভিন্ন।	${}^9C_5 = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{24} = 126$
(ii)	2 টি একজাতীয় ও 3 টি ভিন্ন	${}^2C_2 \times {}^8C_3 = 1 \times \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{6 \times 5!} = 1 \times 56 = 56$

সুতরাং মোট বাছাই সংখ্যা = $(126+56) = 182$ টি।

দ্রষ্টব্য শর্টকাট: বুকে পেল মাত্র এক লাইনে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করা যায়। $({}^9C_5) + ({}^2C_2 \times {}^8C_3) = 182$ (Ans:)

নিজে করুন:

৫১. ১২ টি জিনিসের মধ্যে ২ টি এক জাতীয় এবং বাকীগুলি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। এ জিনিসগুলি থেকে প্রতিবারে ৫ টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়? [Hints: ৫টি ই ভিন্ন + (২টি একজাতীয়+৩টি ভিন্ন) = ${}^{11}C_5 + {}^2C_2 \times {}^{10}C_3 = 462+120=582$]

ক. 584 খ. 620 গ. 462 ঘ. 582

৫২. AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে ৩ টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যায়?

a. 25 b. 135 c. 160 d. 110

৫৩. 12 টি মোবাইল থেকে 5 টি মোবাইল কতভাবে বাছাই করা যাবে যেখানে 3 টি মোবাইল একই রকমের?

a. 362 b. 152 c. 372 d. 472

সমাধান: মোট মোবাইল = ১২টি। একই রকমের মোবাইল = ৩ টি। সুতরাং ভিন্ন ভিন্ন মোবাইল = $12-3 = 9$ টি।

মোবাইল বাছাই করতে হবে = ৫টি। মোট বাছাই করার উপায়

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	সংখ্যা
(i)	5 টি মোবাইল ই ভিন্ন	একজাতীয় ৩টি থেকে ১টি + ভিন্ন ভিন্ন ৯টি থেকে ৪টি	${}^{10}C_5$	252
(ii)	2 টি একজাতীয় + 3 টি ভিন্ন	একজাতীয় ৩টি থেকে ২টি + ভিন্ন ভিন্ন ৯টি থেকে ৩টি	${}^3C_2 \times {}^9C_3$	84
(iii)	3 টি একজাতীয় + 2 টি ভিন্ন	একজাতীয় ৩টি থেকে ৩টি + ভিন্ন ভিন্ন ৯টি থেকে ২টি	${}^3C_3 \times {}^9C_2$	36

সুতরাং মোট বাছাই করার উপায় = $(252 + 84+36) = 372$

দ্রষ্টব্য Note, ৩টি একজাতীয় জিনিস থেকে ১টি বা ২টি বা ৩টি যেভাবেই নেন না কেনো তার উত্তর সব সময় ১ ই আসবে।

পদ্ধতি-০৬: যানবাহনে যাতায়াতের উপায়

সমাধান

৫৪. 9 জন লোকের একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে যার একটিতে 7 জনের বেশি এবং অপরটিতে 4 জনের বেশী ধরে না। দলটি কত রকমে ভ্রমণ করতে পারবে?

সমাধান:

	যানবাহন (১)	যানবাহন (২)	বাছাই	ফলাফল	মোট	Shortcut:
i	7	2	${}^9C_7 \times {}^2C_2$	$\frac{9 \times 8}{2 \times 1} \times 1$	36	${}^9C_7 + {}^9C_6 + {}^9C_5 = 246$ অথবা: ${}^9C_2 + {}^9C_3 + {}^9C_4 = 246$
ii	6	3	${}^9C_6 \times {}^3C_3$	$\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} \times 1$	84	Note: এক গাড়ীর যাত্রী বাছাই করার সময় যারা বাদ পড়ে যাবে তারা অটোমেটিক্যালি একটা বাছাই হয়ে যাবে। তাই যে কোন একটা বাছাই করলেই হবে।
iii	5	4	${}^9C_5 \times {}^4C_4$	$\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 1$	126	

মোট সংখ্যা = $36+84+126=246$

Ans: 246

৫৫. ৭ ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে ৭ জনের বেশি ও অপরটিতে ৪ জনের বেশী ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

সমাধান: দলটি নিচে বর্ণিত উপায়ে ভ্রমণ করতে পারে:

	যানবাহন (১)	যানবাহন (২)	বাছাই	ফলাফল	মোট	টেকনিক
i	7	0	7C_7	1	1	মনে রাখুন, ${}^2C_2 = {}^3C_3 = {}^4C_4 = 1$ অর্থাৎ n এবং r এর মান সমান সমান হলে ${}^nC_r =$ সবসময় 1 হয়।
ii	6	1	${}^7C_6 \times {}^1C_1$	7x1	7	
iii	5	2	${}^7C_5 \times {}^2C_2$	21x1	21	
iv	4	3	${}^7C_4 \times {}^3C_3$	35x1	35	
v	3	4	${}^7C_3 \times {}^4C_4$	35x1	35	

মোট সংখ্যা = $1+7+21+35+35=99$

Ans: 99

৫৬. 6 জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কতভাবে বিভক্ত করা যায়? (৪০তম বিসিএস জিপি)

ক. 10 খ. 20 গ. 60 ঘ. 120

সমাধান: এখানে মোট 6 জন থেকে 2 টি দলে (3+3) করে নিলে সমান সমান হয়। এখন প্রথম 3 জনকে নিয়ে একটি দল তৈরী করলে যারা বাদ পড়ে যাবে তারা স্বাভাবিকভাবেই নতুন একটি দল হবে। তাই 3 জনকে ধরে হিসেব করলেই হবে।

6 জন থেকে 3 জনের দল হবে মোট ${}^6C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ টি।

কিন্তু যেহেতু এখানে দলের সংখ্যা বের করতে বলা হয় নি

বরং 3 জন করে 2 টি দলে বিভক্ত করার উপায় জানতে চাওয়া হয়েছে তাই উত্তর হবে = $20 \div 2 = 10$ উপায়ে।

নিচের টেবিলটি দেখুন:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	=10 জবে
ABC	ABD	ABE	ABF	ACD	ACE	ACF	ADE	ADF	AEF	10টা দল
DEF	CEF	CDF	CDE	BEF	BDF	BDE	BCF	BCE	BCD	10টা দল

এখানে ৩ জন করে নেয়া মোট দলের সংখ্যা হচ্ছে $10+10 = 20$ টি। (কিন্তু প্রশ্নে দল চায় নি তাই ২০ হবে না)

এজন্য প্রশ্নানুযায়ী $৩+৩ = ৬$ জনকে বাছাই করার উপায় ১টি করে এভাবে মোট উপায় ১০। (শুধু উপরের সারি)

নিজে করুন:

৫৭. ৪ জন ছাত্রকে সমান সংখ্যক দুইটি সেকশনে কতভাবে বিভক্ত করা যাবে ?

ক. ৪০ খ. ৭০ গ. ৩৫ ঘ. ৪০

পদ্ধতি-০৭: কর্ণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংখ্যা বের করা

- একটি কর্ণ তৈরী হয় দুটি বিন্দু নিয়ে। কিন্তু AB এবং BA দুটি কর্ণ নয় বরং একটি কর্ণ।
- বহুভুজের মোট সমাবেশ সংখ্যা থেকে বাহুর সংখ্যা বিয়োগ করে কর্ণ সংখ্যা বের করতে হয়।
- একটি সরল রেখা তৈরী হয় ২টি বিন্দু দিয়ে, ১টি ত্রিভুজ তৈরী হয় ৩টি বিন্দু নিয়ে এবং চতুর্ভুজ তৈরী হয় ৪টি বিন্দু নিয়ে।
- এখানে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ নয় বলে সমাবেশের সূত্র প্রয়োগে করতে হয়।

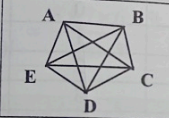
(৭.ক) কর্ণসংখ্যা বের করা :

কর্ণ বের করার সূত্র : ${}^nC_2 - n$ এখানে n = মোট বিন্দুর সংখ্যা অথবা সুমম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা।
আবার যেহেতু কর্ণ তৈরী করার জন্য দুটি বিন্দুর প্রয়োজন তাই r = সবসময় ২ বলে।

৫৮. পাঁচ বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের কতটি কর্ণ আছে? [CGDF (junior Auditor)-2022]

ক. ৪ খ. ৩ গ. ৫ ঘ. ৬

সমাধান: একটি পাঁচ বাহু বিশিষ্ট পঞ্চভুজের ৫টি কৌণিক বিন্দু রয়েছে।
সুতরাং পঞ্চভুজের কৌণিক বিন্দুগুলোর যোগফলই হবে মোট কর্ণ সংখ্যা।
এখানে মোট কর্ণ = ${}^5C_2 - 5 = \frac{5 \times 4}{2} - 5 = 10 - 5 = 5$



পঞ্চভুজটিতে মোট ১০টি সরলরেখা আছে, যার ৫টি বাহু এবং ৫টি কর্ণ।

৫৯. ৬৩ বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের কতটি কর্ণ আছে? [Al-Arafah IB MTO 2011]

a. 3780 b. 1890 c. 1850 d. 3969

Ans: b

সমাধান: সর্বমোট কর্ণ = (মোট সরলরেখা - মোট বাহু) অর্থাৎ ${}^{63}C_2 - 63 = \frac{63 \times 62}{2} - 63 = 1953 - 63 = 1890$

নিজে করুন:

৬০. একটি বহুভুজের ৭ টি বাহু আছে। বহুভুজটির কতগুলো কর্ণ আছে?

a. 14 b. 7 c. 15 d. 21

Ans: a

৬১. একটি দশভুজের কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ রেখার সাহায্যে কতগুলি কর্ণ টানা যেতে পারে?

a. 25 b. 45 c. 35 d. 15

Ans: c

৬২. 16 বাহুবিশিষ্ট একটি বহুভুজের কতগুলি কর্ণ আছে?

a. 102 b. 104 c. 120 d. 150

Ans: b

(৭.খ) ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংখ্যা বের করা :

৬৩. একটি 10 ভুজের কৌণিক বিন্দুগুলো সংযোজন করে কতগুলো ত্রিভুজ পাওয়া যাবে? [BKB (Officer) 2016]

ক. 120 খ. 240 গ. 100 ঘ. 28

উত্তর: ক

সমাধান: 10 টি কৌণিক বিন্দুর থেকে 3 টি রেখা দিয়ে একটি ত্রিভুজ আঁকা যায়।

∴ ত্রিভুজ সংখ্যা = ${}^{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ [Note: ত্রিভুজ বের করার ক্ষেত্রে কর্ণের মত বিয়োগ করতে হবে না।]

৬৪. ১২ টি বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়? [CAAB (SO)-2021]

ক. ২২০ খ. ১২০ গ. ২১০ ঘ. ১৮০

উত্তর: ক

সমাধান: মোট বাহু = ১২ টি আবার, একটি ত্রিভুজে বাহুর সংখ্যা = ৩টি
∴ মোট ত্রিভুজ গঠন করা যাবে = ${}^{12}C_3 = \frac{12 \times 11 \times 10}{1 \times 2 \times 3} = 220$ টি।

নিজে করুন:

৬৫. ১৬ টি বিন্দু দিয়ে কতটি ত্রিভুজ গঠন করা যায়?

ক. ১৬০ খ. ৫৬০ গ. ৫০৬ ঘ. ২৬০

উত্তর: খ

৬৬. 1, 2, 3, 4 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা দ্বারা কতটি ত্রিভুজ গঠন করা যায়?

ক. ২ খ. ৪ গ. ১ ঘ. ৩

উত্তর: গ

সমাধান: ৪টি সরলরেখা থেকে প্রতিবার ৩টি করে সরলরেখা নিয়ে মোট ত্রিভুজ গঠন করা যায় = ${}^4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2} = 4$ টি

কিন্তু এখানে ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য দেয়া থাকায় এই ৪ টিকেই সরাসরি উত্তর বলা যাবে না। পরীক্ষা করে দেখতে হবে।
আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তম।
সুতরাং এখানে বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সমন্বয় করে দেখতে হবে কতটি ত্রিভুজ এই শর্তটি পূর্ণ করছে।
তাহলে, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 1, 2, 3 নিলে, 1+2 = 3 = 3, যা শর্ত পূর্ণ করছে না।
বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 1, 3, 4 নিলে, 1+3 = 4 = 4, যা শর্ত পূর্ণ করছে না।
আবার, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 1, 2, 4 নিলে, 1+2 = 3 < 4, যা শর্ত পূর্ণ করছে না।

বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য শুধুমাত্র 2, 3, 4 নিলে, 2+3 = 4 > 4, যা শর্ত পূর্ণ করছে।
সুতরাং মোট ত্রিভুজ সংখ্যা ৪ টি মনে হলেও আসলে ত্রিভুজ হবে (৪-৩) টি = ১ টি (অন্যগুলো ত্রিভুজ ই হবে না)

৬৭. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের সংখ্যা কত?

a. 35 b. 32 c. 30 d. 36 Ans: b

সমাধান: এখানে মোট ৭টি বাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া আছে আবার, প্রতিবার চতুর্ভুজ নেয়ার জন্য ৪টি করে বাহু নিতে হবে।

৭টি থেকে ৪টি করে নিয়ে মোট চতুর্ভুজের সংখ্যা = ${}^7C_4 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35$ টি।

কিন্তু চতুর্ভুজ তৈরী হওয়ার জন্য শর্ত হলো যে কোন ৩ বাহুর সমষ্টি ৪র্থ বাহু অপেক্ষা বড় হতে হবে।
কিন্তু প্রদত্ত দৈর্ঘ্যগুলো মধ্যে, (1,2,3,6), (1,2,3,7) এবং (1,2,4,7) বাহু বিশিষ্ট ৩টি ক্ষেত্র চতুর্ভুজ নয় কারণ এখানে প্রথম ৩টি যোগ করলেও তা অপরটির থেকে বড় হচ্ছে না। সুতরাং মোট চতুর্ভুজ সংখ্যা হবে = 35-3 = 32 টি।

পদ্ধতি-০৮: বিন্যাস ও সমাবেশের মিশ্র সমস্যা

ধরুন, শ্রীলংকা সফরের জন্য ১৪ দলের বাংলাদেশ টীম ঘোষণা করা হলো, এখন এই ১৪ জন থেকে ১১ জন খেলোয়াড় বাছাই করার সময় সমাবেশের নিয়মে বাছাই করে নিতে হবে nC_r সূত্রের মাধ্যমে। কিন্তু এরপর বাছাই কৃত ১১ জন খেলোয়াড়দের ব্যাটিং অর্ডার সাজানোর সময় তাদেরকে ব্যাটিং সিকুয়েন্স অনুসারে সাজাতে হবে nP_r সূত্রের মাধ্যমে। তাহলে ১৪ জনের দল থেকে ১১ জনকে বাছাই করে ব্যাটিং অর্ডার সাজানোর সংখ্যা = ${}^{14}C_{11} \times 11!$

বাছাই করে বিন্যাস :

৫টি সংখ্যা থেকে ৩টি সংখ্যা বাছাই করার পর ৩! দিয়ে গুণ দিলে তা ৫টি সংখ্যা থেকে ৩টি সংখ্যা বাছাই করে বিন্যাস করার উত্তর বের হবে। অর্থাৎ বাছাই সংখ্যা \times (যতটি বাছাই) = বিন্যাস সংখ্যা। নিচের ছকে পার্থক্যগুলো বোঝার চেষ্টা করুন।

বাছাই করে বিন্যাস	সমান্বিত বিন্যাস	সমাবেশ
বাছাই (সমাবেশ) ${}^3C_3 = 10$ ${}^{10}C_2 = 45$	বাছাই করে বিন্যাস $10 \times 3! = 10 \times 6 = 60$ $45 \times 2! = 45 \times 2 = 180$	সমান্বিত বিন্যাস ${}^5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ ${}^{10}P_2 = 10 \times 9 = 90$

৬৮. Cambridge শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার ৫ টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে যাতে প্রতিটি শব্দে সবগুলো বর্ণ থাকবে? আবার একইভাবে প্রতিটি শব্দে স্বরবর্ণগুলো রেখে কতভাবে বিন্যাস করা যায়?

সমাধান:

Cambridge শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে ৯ টি যেখানে স্বরবর্ণ ৩ টি (a,i,e) এবং ব্যঞ্জনবর্ণ = ৬ টি (c,m,b,r,d,g) সুতরাং ৩ টি স্বরবর্ণ থেকে ৩ টি ই নেয়ার পর অবশিষ্ট ৬ টি ব্যঞ্জনবর্ণ থেকে বাকী = $(5-3) = 2$ টি বর্ণ নিতে হবে

বর্ণনা	বাছাই (সমাবেশ)	শব্দ গঠন (বিন্যাস)
৩টি স্বরবর্ণের ৩ টি + ৬ টি থেকে ২টি ভিন্ন বর্ণ	${}^3C_3 \times {}^6C_2 = 1 \times 15 = 15$	$15 \times 5! = 15 \times 120 = 1800$
∴ নির্ণেয় মোট বাছাই = 15	∴ নির্ণেয় মোট বিন্যাস = 1800	

৬৯. AMERICA / ABAHONI / ALGEBRA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে ৩টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা কত হবে? (থানা শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯)

সমাধান: AMERICA শব্দটিতে ৭ টি বর্ণ আছে যার মধ্যে ২ টি A এবং বাকি ৫ টি ভিন্ন ভিন্ন।

অর্থাৎ শব্দটিতে মোট ৬ টি ভিন্ন বর্ণ আছে। যেমন: (AA) M E R I C

ক্রম	বর্ণনা	বাছাই (সমাবেশ)	শব্দ গঠন (বিন্যাস)
(i)	বর্ণগুলি ভিন্ন ভিন্ন	${}^6C_3 = 20$	$20 \times 3! = 20 \times 6 = 120$
(ii)	২ টি একই বর্ণ + ১ টি ভিন্ন বর্ণ	${}^2C_2 \times {}^5C_1 = 1 \times 5 = 5$	$5 \times \frac{3!}{2!} = 5 \times 3 = 15$
∴ নির্ণেয় মোট বাছাই = 20 + 5 = 25	∴ নির্ণেয় মোট বিন্যাস = 120 + 15 = 135		

৭০. ENGLAND শব্দটির বর্ণগুলি থেকে পাঁচটি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যায়? আবার কতভাবে বিন্যাস করা যায়?

a. 1300 b. 1350 c. 1400 d. 1320 Ans: d

সমাধান: ENGLAND শব্দটিতে ৭ টি বর্ণ আছে যার মধ্যে ২ টি N এবং বাকি ৫ টি ভিন্ন ভিন্ন।

অর্থাৎ শব্দটিতে মোট ৬ টি ভিন্ন বর্ণ আছে। যেমন: (NN) E G L A D

ক্রম	বর্ণনা	বাছাই (সমাবেশ)	শব্দ গঠন (বিন্যাস)
(i)	ভিন্ন ৬টি বর্ণ থেকে ৫টি ভিন্ন নেয়া যায়	${}^6C_5 = 6$	$6 \times 6! = 720$
(ii)	২ টি একই বর্ণ + ৩ টি ভিন্ন বর্ণ	${}^2C_2 \times {}^5C_3 = 1 \times 10 = 10$	$10 \times \frac{5!}{2!} = 600$
∴ নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা = 6+10 = 16	∴ নির্ণেয় শব্দ সংখ্যা = 720+600 = 1320		

৭১. Professor শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার ৪টি অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে? আবার কতভাবে সাজানো যাবে?

ক্রম	বর্ণনা	বাছাই	সংখ্যা	বিন্যাস/সাজানো
৪টি ভিন্ন অক্ষর নিয়ে	P f e r o s এই ৬টি ভিন্ন থেকে ৪টি	6C_4	15	$15 \times 4! = 360$
২টি একই ২টি ভিন্ন	π o o s s এগুলো থেকে ২টি একজাতীয় নিলে ভিন্ন ভিন্ন থাকে ৫টি (কারণ মোট ভিন্ন ৬টি ছিল)	${}^3C_1 \times {}^5C_2$	30	$30 \times \frac{4!}{2!} = 360$
২টি একই অন্য ২টিও একই	π o o s s এগুলো থেকেই।	3C_2	3	$30 \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 18$
সুতরাং মোট বাছাই (সমাবেশ) = 15+30+3 = 48 (Ans:)	সুতরাং মোট বিন্যাস: 360+360+18 = 738 (Ans:)			

পদ্ধতি-০৯: সমাবেশের বিবিধ প্রশ্ন

৭২. এক ব্যক্তির ৬ জন বন্ধু আছে। সে কত প্রকারে এক বা একাধিক বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারে? a. 64 b. 32 c. 63 d. 31 Ans: c

সমাধান: ৬ জন বন্ধুর প্রত্যেকের জন্য দুইটি ব্যবস্থা নিমন্ত্রণ করা অথবা নিমন্ত্রণ না করা।

∴ ৬ জনের জন্য মোট ব্যবস্থা = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

কিন্তু এর মধ্যে একটি ব্যবস্থায় সব বন্ধুই বাদ পড়ে যায় যা গ্রহণযোগ্য নয় ∴ নিমন্ত্রণ সংখ্যা = $64-1 = 63$ উত্তর: 63

শর্টকাট সূত্র = $2^n - 1 = 2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$

এই সূত্রটি কখন ব্যবহার করা যায়?

যে কোন ঘটনার দুটি ফলাফল আসলে এবং কমপক্ষে বের করতে বলা হলে এই সূত্রটি প্রয়োগ করা যায়।

সূত্র ২ কি ফিল্ডড?

নিমন্ত্রণ করা না করা . অথবা পাশ ফেল এরকম ২ ধরনের ফলাফল হলে ২ বসে। কিন্তু কয়েকটি বিষয়ে পাশ অথবা কয়েকটি খেলার ফলাফল হিসেব করতে হলে ২ এর পরিবর্তে অন্য সংখ্যা বসবে। তবে পাঠ্যবইয়ে ২ ভিত্তিক প্রশ্নগুলোই বেশি আছে।

সূত্র ২য়ের মধ্যে ১ বিয়োগ করার যুক্তি কি?

প্রশ্নে বলা হয়েছে যে বন্ধুদের নিমন্ত্রণ করতে হবে। এখন ৬ জনের জন্য ফলাফলটা দেখতে এমন হবে $(\sqrt{x}), (\sqrt{x}), (\sqrt{x}), (\sqrt{x}), (\sqrt{x}), (\sqrt{x})$ এখন প্রতিবারের (x) চিহ্ন বা নিমন্ত্রণ করবে না গুলো নিলে দেখা যাবে যে এমন একটি ফল আসবে যেটা দেখতে $(x), (x), (x), (x), (x), (x)$ এমন হবে, অর্থাৎ কাউকেই নিমন্ত্রণ করা হয় নি। যা প্রশ্নের সাথে সাংঘর্ষিক। এজন্য শুধু এই ফলাফল বাদ অন্য সব ফল নেয়া যাবে। যেগুলোতে অন্তত একজনকে হলেও নিমন্ত্রণ করা হবে।

৭৩. কোন পরীক্ষায় পাস করার জন্য ৫ টি বিষয়ের প্রতিটিতে পাস করতে হয়। একজন ছাত্র কত রকমে ফেল করতে পারে? a. 128 b. 32 c. 63 d. 31 Ans: d

সমাধান: একজন ছাত্র এক, দুই, তিন, চার, পাঁচ বা ছয় বিষয়েই ফেল করতে পারে।

∴ মোট ফেল করার উপায় = ${}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 = (5 + 10 + 10 + 5 + 1) = 31$

শর্টকাটে: $2^n - 1 = 2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$

এখানে ১ বিয়োগ করার লজিক হলো, যেহেতু কোন না কোনভাবে ফেল করতে হবে, তাই যে ফলাফলে সবগুলো বিষয়ে পাস করবে সেই ফলাফলটি বাদ দিয়ে অবশিষ্ট সবগুলো ফল নেয়া যাবে। এজন্য সবগুলোতেই পাশ ফলাফলটি বাদ দেয়া হয়েছে।

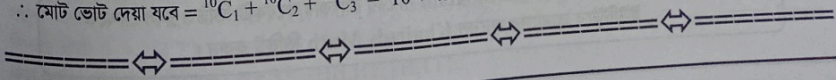
৭৪. ১০ জন লোক দুটি শয়নকক্ষে কত রকম ভাবে রাত্রি যাপন করতে পারবে? a. 1023 b. 1024 c. 255 d. 256 Ans: b

[Hints: $2^n = 2^{10} = 1024$ এখানে বিয়োগ করতে হবে না কারণ যে কোন এক রকমে রাত্রি যাপন করবেই]

৭৫. ৩ টি শূন্য পদের জন্য ১০ জন প্রার্থী আছে এবং একজন নির্বাচক শূন্য পদ সংখ্যার বেশি নয়, এমন যে কোন সংখ্যক প্রার্থীর জন্য ভোট দিতে পারেন। কত প্রকারে একজন নির্বাচক ভোট দিতে পারেন?

সমাধান: একজন নির্বাচক ১০ জন প্রার্থী হতে যেকোনো একজন বা দুইজন বা তিনজনকে ভোট দিতে পারেন।

∴ মোট ভোট দেয়া যাবে = ${}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 = 10 + 45 + 120 = 175$



Model Test

পূর্ণমান: ১২

১. ${}^nP_4 = 6 \times {}^nP_3$ হয়, তাহলে n এর মান কত?
ক. ৪ খ. ৭ গ. ১০ ঘ. ১২
২. যদি ${}^nC_{n-12} = {}^nC_8$ হয়, তবে ${}^{22}C_n$ এর মান বের কর।
ক. ১১০ খ. ১৭১ গ. ২২১ ঘ. ২৩১
৩. ৭ জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করে। করমর্দন সংখ্যা কত?
ক. ২১ খ. ২৩ গ. ২৫ ঘ. ২৮
৪. একটি পার্টিতে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করার মোট ১০৫ টি হ্যান্ডশেক হলো।
পার্টিতে মোট কত জন উপস্থিত ছিল?
ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ১৪
৫. একটি ক্লাবের ৮ জন সদস্য আছে। ক্লাবটি যদি ৪ জনের কমিটি গঠন করতে চায়, তবে কতটি ভিন্ন ভিন্ন কমিটি গঠন করা যাবে?
ক. ৭০ খ. ৫০ গ. ৮০ ঘ. ৯০
৬. ৭ জন পুরুষ ও ৩ জন মহিলার একটি দল থেকে ৫ জন পুরুষ এবং ২ জন মহিলার একটি কমিটি কতভাবে বাছাই করা যাবে?
ক. ৬৩ খ. ৯০ গ. ১২৬ ঘ. ৪৫
৭. একটি অষ্টভুজের কতটি কর্ণ থাকবে?
ক. ৫০ খ. ২০ গ. ১২ ঘ. ১৫
৮. ৪ জন ছাত্রীসহ ১০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে থেকে ৫ জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে, যাতে কমপক্ষে একজন ছাত্রী থাকবে।
ক. ৩৪৪ খ. ২৪৬ গ. ১৭৬ ঘ. ৩৮৫
৯. একটি ব্যাগে ২টি সাদা বল, ৩টি কালো বল এবং ৪টি লাল বল আছে। কতভাবে ৩টি বল নেয়া যাবে যেখানে অন্তত একটি কালো বল অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
ক. ৩২ খ. ১২৮ গ. ৬৮ ঘ. ৬৪
১০. ২০টি বই থেকে কতভাবে ৫টি বই বাছাই করা যাবে যেখানে ২টি বই সবসময় অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
ক. ৭৩২ খ. ৮১৬ গ. ৬৮০ ঘ. ৫৪০
১১. "SCHOOL" শব্দটি হতে তিনটি অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?
ক. ১০ খ. ১৪ গ. ৪ ঘ. ১৫
১২. Motherland থেকে ৩ টি ব্যক্তিবর্গ ও ২টি স্ববর্গ একত্রে কত উপায়ে বাছাই করা যেতে পারে?
ক. ১০০ খ. ১০৪ গ. ১০৫ ঘ. ১৫০

উত্তরমালা

১.	খ	২.	ঘ	৩.	ক	৪.	গ	৫.	ক	৬.	ক
৭.	খ	৮.	খ	৯.	ঘ	১০.	খ	১১.	খ	১২.	গ

বিন্যাস ও সমাবেশের উপর Khairul Alam স্যারের চমৎকার কয়েকটি ভিডিও ক্লাস দেখতে ইউটিউবে আমাদের চ্যানেল Khairuls Math ভিজিট করুন।

সম্ভাব্যতা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো লিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সম্ভাব্যতার সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	বল সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	মুদ্রা সম্পর্কিত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৭	সংখ্যা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	ছক্কা সম্পর্কিত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৮	সমাবেশের সূত্রের মাধ্যমে সম্ভাব্যতা নির্ণয়
পদ্ধতি-০৪	তাস সম্পর্কিত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৯	সম্ভাব্যতার বিবিধ প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৫	সম্ভাব্যতার সূত্র প্রয়োগে সমাধান		
Practice Part		Model Test	
সম্ভাব্যতার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

দৈনন্দিন জীবনে আমরা প্রায়ই সম্ভাবনা শব্দটি ব্যবহার করে থাকি, যেমন তার আসার সম্ভাবনা নেই, তার জেতার সম্ভাবনা বেশি, আজ বৃষ্টি হবার সম্ভাবনা কম ইত্যাদি। কোন বিষয়ের অনুকূল বা প্রতিকূল পরিস্থিতির ভিত্তিতে বিষয়টি ঘটার সম্ভাবনা আছে কি নেই, কিংবা কম বা বেশি ইত্যাদি মন্তব্য করা হয়ে থাকে।

সম্ভাবনার সংজ্ঞা: (Definition)

কোনো ঘটনা সম্বন্ধে নিশ্চয়তার মাত্রার গাণিতিক পরিমাপ হলো সম্ভাবনা। কোনো একটি ঘটনার সম্ভাবনা ঐ ঘটনার অনুকূল ও মোট ফলাফলের উপর নির্ভরশীল। সম্ভাবনা হচ্ছে একটি আপেক্ষিক অনুপাত যা শূন্য (০) থেকে এক (১) এর মধ্যে বিদ্যমান থাকে। কোন ঘটনা ঘটার কতটুকু নিশ্চয়তা, তার গাণিতিক পরিমাপকে ঐ ঘটনাটির সম্ভাবনা বলে।

সম্ভাবনার সাথে সম্পর্কিত কিছু শব্দের ধারণা:

দৈব পরীক্ষা (Random Experiment):

যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটা নির্দিষ্ট চেপ্টায় কী ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না, একে দৈব পরীক্ষা বলে।

ঘটনা (Event):

কোনো পরীক্ষার ফলাফল বা ফলাফলের সমাবেশকে ঘটনা বলে। উদাহরণস্বরূপ একটা ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় '৩' পাওয়া একটি ঘটনা। আবার জোড় সংখ্যা পাওয়াও একটি ঘটনা।

অনুকূল ফলাফল (Favourable Outcomes):

কোনো পরীক্ষায় একটা ঘটনার স্বপক্ষে ফলাফলকে উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল বলে। যেমন, একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে বিজোড় সংখ্যা হওয়ার অনুকূল ফলাফল ৩টি।

নমুনাক্ষেত্র (Sample Space) ও নমুনা বিন্দু (Sample Point):

কোনো দৈব পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল নিয়ে গঠিত সেটকে নমুনাক্ষেত্র বলে। একটা মুদ্রা নিক্ষেপ করলে দুইটি সম্ভাব্য ফলাফল পাওয়া যায়। যথা হেড (H) ও টেল (T), এখন S দ্বারা এ পরীক্ষণের ফলাফলের সেটকে সূচিত করলে আমরা লিখতে পারি $S = \{H, T\}$ । সুতরাং উক্ত পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র $S = \{H, T\}$, মনে করা যাক দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে। তাহলে নমুনাক্ষেত্রটি হবে $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ ।

নমুনাক্ষেত্রের প্রতিটি উপাদানকে ফলাফলের নমুনা বিন্দু বলে। একটা মুদ্রা একবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনাক্ষেত্র $S = \{H, T\}$ এবং এখানে H, T প্রত্যেকেই এক একটা নমুনা বিন্দু।

দুটি বিশেষ ধরণের ঘটনা :

নিশ্চিত ঘটনা : (Certain event) :

কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা অবশ্যই ঘটবে একে নিশ্চিত ঘটনা বলে। নিশ্চিত ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার মান ১ হয়। যেমন, আগামীকাল সূর্য পূর্ব দিক থেকে উঠার সম্ভাবনা ১। আজ সূর্য পশ্চিম দিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনাও ১। রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে না এর সম্ভাবনা ১।

অসম্ভব ঘটনা: (Uncertain event) :

কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা কখনো ঘটবে না অর্থাৎ ঘটতে পারে না একে অসম্ভব ঘটনা বলে। অসম্ভব ঘটনার সম্ভাবনা সব সময় শূন্য হয়। যেমন: আগামীকাল সূর্য পশ্চিম দিকে উঠবে অথবা সূর্য পূর্বদিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনা শূন্য। তেমনি রাতে সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনা শূন্য। তেমনটি ভাবে একটা ছক্কা নিক্ষেপে ৭ আসার সম্ভাবনা শূন্য। এখানে প্রত্যেকটি ঘটনাই অসম্ভব ঘটনা।

সম্ভাবনার সূত্র ও ব্যাখ্যা : (Formula)

কোন অনুকূল ঘটনার উপাদান সংখ্যাকে নমুনাক্ষেত্রের (ঘটনজগৎ) মোট উপাদান সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে যে মান পাওয়া যায় তাকে ঐ অনুকূল ঘটনার সম্ভাবনা (Probability) বলে। সুতরাং কোন সসীম নমুনাক্ষেত্র S এর মোট উপাদান সংখ্যা n(S) এবং S এর মধ্যে সংঘটিত হয়েছে এরূপ কোন একটি অনুকূল ঘটনা A এর উপাদান সংখ্যা n(A) হলে,

$$A \text{ ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা, } P(A) = \frac{A \text{ ঘটনার উপাদান সংখ্যা}}{S \text{ এর মোট উপাদান সংখ্যা}} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{কোন ঘটনার অনুকূলে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা}}{\text{মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা}}$$

ধরুন, আপনার প্রিয় অভিনেতা অক্ষরের জন্য মনোনীত হয়েছেন এবং সেই সাথে আরো দুজন অভিনেতা মনোনীত হয়েছেন।

এখন এই তিনজনের মধ্যে আপনার প্রিয় অভিনেতার অক্ষর লাভ করার সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{3}$ ।

সুতরাং Probability হল একটি ভগ্নাংশ যার উপরে থাকবে ঐ ঘটনা ঘটার সংখ্যা এবং নিচে থাকবে মোট ঘটনা ঘটার সংখ্যা।

দুটি দল A ও B-এর মধ্যে অনুষ্ঠিত কোন ফুটবল প্রতিযোগিতায় A বা B দলের জয়লাভ করার সম্ভাবনা কত?

প্রতিযোগিতায় জয়, পরাজয় ও ড্র এই তিন ফলাফলের যে কোন একটি A বা B দলের পক্ষে আসবে। সুতরাং A দল জয়লাভের সম্ভাবনা হবে $\frac{2}{3}$ অর্থাৎ তিনটি ঘটনা হতে ১টি হবে।

Note: সম্ভাব্যতার প্রক্ষেপে যে ভগ্নাংশই উত্তর আসুক না কেন, তাকে লঘিষ্ঠ আকারে লিখতে হয়।

অর্থাৎ কখনো উত্তর: $\frac{8}{8}$ বের হলে $\frac{8}{8}$ ই না লিখে, কাটাকাটি করে $\frac{1}{1}$ লিখতে হবে।

সবসময় মনে রাখতে হবে ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা + ঘটনা না ঘটার সম্ভাবনা = 1
এবং $0 \leq P(E) \leq 1$ অর্থাৎ যে কোন কিছুই সম্ভাবনা ০ ও ১ এর মধ্যেই থাকবে।

যেমন: একটি বস্ত্রে ২টি লাল, ৩টি হলুদ এবং ৫টি কালো বল আছে। তাহলে হলুদ বল পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{10}$ তাহলে লাল বল পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

বল না পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}$ (কারণ যখন লাল ও কালো বল আসবে তখন হলুদ বল আসবে না।)

এখন এই পাওয়া ও না পাওয়ার সম্ভাবনা যোগ করলে সব সময় ১ হবে। যেমন: $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} = \frac{10}{10} = 1$

পদ্ধতি-০১: সম্ভাব্যতা সাধারণ প্রশ্ন

১. একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা P(A) হলে ঘটনাটি না ঘটার সম্ভাবনা কত?
(a) 1 (b) 0 (c) 1-P(A) (d) A' Ans: c

সমাধান: সম্ভাবনার নিয়মানুসারে, P(A)+P(A')=1 ∴ P(A')=1-P(A) [যেহেতু মোট সম্ভাবনা = 1]

২. একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা P(A) হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(a) 0 < P(A) < 1 (b) 1 (c) 0 ≤ P(A) ≤ 1 (d) P(A) > 1 Ans: c

সমাধান: সম্ভাবনার নিয়ম অনুসারে কোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা 0 থেকে 1 এর মধ্যে অবস্থান করবে।

৩. A ও B দুইটি বর্জনশীল ঘটনা হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
(a) P(A∩B)=1 (b) P(A∩B)=∅ (c) P(A∩B)=2 (d) None Ans: b

সমাধান: বর্জনশীল ঘটনার নিয়মানুসারে, P(A∩B)=∅ অর্থাৎ কোনটির মধ্যে মিল নেই।

৪. সূর্য পূর্বদিকে উঠে এর সম্ভাবনা কত? [কারা তত্ত্বাবধায়ক-২০০৬]
ক. ১ খ. ০ গ. ১/২ ঘ. ১/৩ উত্তর: ক

সমাধান: সূর্য সর্বদাই পূর্ব দিকে ওঠে, এটি একটি নিশ্চিত ঘটনা। সুতরাং সূর্য পূর্ব দিকে ওঠার সম্ভাবনা ১।

৫. রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনা কত? [খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক-২০১২]
ক. ১ খ. ০ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{8}$ উত্তর: খ

সমাধান: রাতের বেলায় সূর্য উঠার সম্ভাবনা নেই সুতরাং সম্ভাবনা = ০

৬. রাত ১১.৫৯ মিনিটে তুমুল ঝড় বৃষ্টি হলে, ঠিক ৭২ ঘণ্টা পর রৌদ্রোজ্জ্বল আবহাওয়ার সম্ভাবনা কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর (ইলেকট্রনিক্স, পাওয়ার ও কম্পিউটার)-২০১৮]
ক. ০.০১% খ. ০.১% গ. ০% ঘ. ১% উত্তর: গ

সমাধান: রাত ১১.৫৯ মিনিটে তুমুল ঝড় বৃষ্টি হলে ঠিক ৭২ ঘণ্টা অর্থাৎ ৭২÷২৪ = ৩ দিন পরে আবার ১১.৫৯ মিনিটেও রাত থাকবে। এজন্য তখন সূর্য থাকবে না ফলে রাতে রোদ ও থাকবে না। সুতরাং তাই সম্ভাবনা শূন্য বা ০%।

৭. একটি ক্লাসে ৪০ জন ছাত্রছাত্রীর মধ্যে ২৫ জন ছাত্রী। একজনকে দৈবচন পদ্ধতিতে নেয়া হলে তার ছাত্র হওয়ার সম্ভাবনা কত?
a. $\frac{1}{2}$ b. 1 c. 15 d. $\frac{3}{8}$ উত্তর: d

সমাধান: ক্লাসে মোট ছাত্র সংখ্যা = ৪০ - ২৫ = ১৫ জন ∴ ছাত্র হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

৮. ইংরেজি বর্ণমালা থেকে যেমন খুশি টেনে একটি স্বরবর্ণ পাবার সম্ভাব্যতা কত?
a. $\frac{3}{20}$ b. $\frac{5}{26}$ c. $\frac{2}{35}$ d. $\frac{3}{15}$ উত্তর: b

৯. চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ হলে চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপ-প্রকৌশলী-সিভিল)-২০১৬]
ক. $\frac{1}{5}$ খ. $\frac{2}{5}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{4}{5}$ উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু কোনো একটি ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল = 1।

সুতরাং চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ হলে, চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

বৃষ্টি সংক্রান্ত প্রশ্ন:

১০. সেপ্টেম্বর মাসের ২০ দিন বৃষ্টি হয়েছে, ১২ তারিখ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- ক. $\frac{6}{8}$ খ. $\frac{2}{6}$ গ. $\frac{2}{5}$ ঘ. $\frac{1}{8}$

সমাধান: সেপ্টেম্বর মাসে মোট ৩০ দিন থাকে এর মধ্যে মোট ২০ দিন বৃষ্টি হলে যে কোন একদিন (১২ তারিখ সহ) বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা হবে = $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Wrong Idea = $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$
কারণ ১২ তারিখ মানে ১২ দিন নয়।

১১. আবহাওয়া দপ্তর থেকে পাওয়া রিপোর্ট অনুযায়ী জুলাই মাসে ঢাকা শহরে ২১ দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে ৪ঠা জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত? [পরবেশ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক: ২০০৫] + [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]

- ক. $\frac{8}{31}$ খ. $\frac{21}{31}$ গ. $\frac{1}{31}$ ঘ. $\frac{31}{21}$

সমাধান: যেহেতু জুলাই মাস = ৩১ দিন, ৩১ দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয়েছে মোট ২১ দিন।

অর্থাৎ এক্ষেত্রে সম্ভাবনার অনুকূল ফলাফল ২১ টি এবং মোট ফলাফল ৩১ টি। ∴ ৪ঠা জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{21}{31}$

১২. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১৫ সালের জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট ৫ দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৩৬তম বিসিএস]

- ক. ১ খ. $\frac{5}{7}$ গ. $\frac{2}{7}$ ঘ. $\frac{1}{7}$

সমাধান: যেহেতু ৭ দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয়েছে ৫ দিন।

সুতরাং বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{7}$, ∴ বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$

(কারণ বৃষ্টি হওয়া এবং না হওয়া মিলে মোট সম্ভাবনা ১ এবং বৃষ্টি না হওয়া দুদিনের যে কোন একটি দিন বুধবার)

নিজে করুন:

১৩. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী অক্টোবর মাসে ঢাকা শহরে ১০ দিন মুষ্ণু ধারে এবং ১৫ দিন শুষ্ক বৃষ্টি হয়েছে অর্থাৎ ১০ ই অক্টোবর বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- a. $\frac{25}{31}$ b. $\frac{6}{31}$ c. $\frac{15}{31}$ d. $\frac{10}{31}$

Ans: b

পদ্ধতি-০২: মুদ্রা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

একটি মুদ্রার দুটি পার্শ্ব, একটি H = Head, এবং অপরটি T = Tail

যে কোন কিছু একাধিকবার নিক্ষেপ করা হলে তার সম্ভাব্যতা বের করার সূত্র হচ্ছে = m^n

(এখানে m = সর্বোচ্চ ফলাফল এবং n = যতবার নিক্ষেপ করা হয়)

যেহেতু একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপে সর্বোচ্চ ফলাফল = ২ তাই n বার একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = 2^n

সুতরাং একটি মুদ্রা ২ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফল = $2^2 = 4$, ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফল = $2^3 = 8$

একটি মুদ্রা ২ বার নিক্ষেপ করলে এভাবেই ঘটনাগুলো ঘটতে পারে।

(i) (HH) অর্থাৎ ১ম বার Head, ২য় বার Head,	(ii) (HT) ১ম বার Head, ২য় বার Tail
(iii) (TH) ১ম বার Tail, ২য় বার Head	(iv) (TT) ১ম বার Tail, ২য় বার Tail

মনে রাখুন: একটি মুদ্রা বা ছক্কা একবার একবার করে দু'বার নিক্ষেপ করা আর একসাথে দুটি মুদ্রা বা দুটি ছক্কা নিক্ষেপ করা বলতে একই ধরনের ফলাফল বোঝায় অর্থাৎ মোট ফলাফল একই আসবে।

এই ফলাফলগুলো কিভাবে বের করতে হয়?	সেট এর গুণের নিয়মে
দু'বার নিক্ষেপ করা হলে, (H, T) × (H, T) = {HH}, {HT}, {TH}, {TT},	
আবার তিনবার নিক্ষেপ করা হলে, (H, T) × (H, T) × (H, T) = {HHH}, {HHT}, {HTT}, {HTH}, {THH}, {TTH}, {THT}, {TTT}	

১৪. একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে নমুনা বিন্দু হবে কয়টি? [গৃহায়ণ ও গণপূজা মন্ত্রণালয় (সহ: পরিচালক)-২০০৬]

- ক. ২ টি খ. ৪ টি গ. ৬ টি ঘ. ৮ টি

সমাধান: একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলে, নমুনা বিন্দু হবে ২টি যথা : Head ও Tail.

১৫. একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে নমুনা বিন্দু পাওয়া যাবে কয়টি? [পাবলিক সার্ভিস কমিশন (সহ: পরিচালক)-২০০৩]

- ক. 2^n খ. 2^{n+1} গ. 2^{n-1} ঘ. 2^n

১৬. একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলে, মুদ্রার, T আসার সম্ভাবনা কত? [খানা সহকারি (শিক্ষা অফিসার)-২০০৩]

- ক. $\frac{1}{4}$ খ. ১ গ. ০ ঘ. $\frac{1}{2}$

১৭. একটি মুদ্রাকে দুইবার নিক্ষেপ করলে উভয় ক্ষেত্রে হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইবার অফিসার)-২০১২] + [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯] + [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{8}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\frac{1}{4}$

সমাধান: ১টি মুদ্রা দু'বার নিক্ষেপে মোট ফলাফল = $2^2 = 4$ টি। যেমন: HH, HT, TH, TT। দু'বার হেড = ১টি (HH)

∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র ফলাফল}} = \frac{1}{4}$

১৮. দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে একটিতে H এবং অন্যটিতে T আসার সম্ভাবনা কত?

- ক. $\frac{1}{4}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. ১

সমাধান: দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = $2^2 = 4$ টি যেমন: HH, HT, TH, TT

ফলাফলগুলোর মধ্যে একটিতে H এবং অন্যটিতে T আছে দুটি ফলাফলে যেমন: HT এবং TH (মুদ্রা অনির্দিষ্ট তাই)

সুতরাং একটিতে H এবং অন্যটিতে T আসার সম্ভাবনা = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

১৯. দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে প্রথম মুদ্রায় H এবং ২য় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা কত? [দুরীতি দমন ব্যুরোর পরিদর্শক: ২০০৪] + [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০০৬] + [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]

- ক. $\frac{1}{4}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. ১

সমাধান: দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = $2^2 = 4$ টি যেমন: HH, HT, TH, TT

ফলাফলগুলোর মধ্যে প্রথমটিতে H এবং পরেরটিতে T আছে কেবল একটিতে = HT (সিরিয়াল বলে দেয়া আছে তাই)

সুতরাং প্রথম মুদ্রায় H এবং পরের মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা = $\frac{1}{4}$

২০. একটি মুদ্রা ২ বার নিক্ষেপ করলে অন্তত ১ বার Head পড়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: মোট ফলাফল = ৪টি। যেখানে ৩ টিতেই অন্তত একবার Head আসবে, এবং ১বার সবগুলোই Tail আসবে। উত্তর $\frac{3}{4}$

Confusion Clear: একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করলে অনেকেই মনে হতে পারে মোট ফলাফল $3 \times 2 = 6$ টি। কিন্তু তা সঠিক নয়। বরং একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে $2^3 = 8$ টি। নিচের ফলাফলগুলো দেখুন।

1. HHH 2. HHT 3. HTT 4. HTH 5. THH 6. TTH 7. THT 8. TTT

এই উদাহরণটি থেকেই কয়েকভাবে প্রশ্ন আসতে পারে। নিচের নমুনা প্রশ্নগুলো দেখুন এবং ব্যাখ্যাগুলো পড়ে বুঝুন।

২১. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে তিনটি মুদ্রায় Head পাবার সম্ভাবনা কত?
 সমাধান: মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল ৮, এবং শুধুমাত্র একভাবেই তিন বারই Head পড়তে পারে। উত্তর: $\frac{1}{8}$

২২. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে তিনটি মুদ্রায় Tail পাবার সম্ভাবনা কত?
 সমাধান: Head এর মতই শুধু এক ক্ষেত্রে তিন বারই Tail আসতে পারে। তাই উত্তর হবে $\frac{1}{8}$

২৩. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে তিনটি মুদ্রায় একই পিঠ পাবার সম্ভাবনা কত?
 সমাধান: ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = ৮টি। এই ৮ ভাগাংশের নিচে লিখতে হয়। আর উপরে লিখতে হবে একই পিঠ আসার সংখ্যা। বস্তুর ভেতরের ফলাফল গুলো থেকে দেখা যাচ্ছে তিনটি মুদ্রাই একই পিঠ আসে দু'বার, তিনবারই Head অথবা তিনবারই Tail. তাই উত্তরটি হবে = $\frac{2 \text{ (3টিই একই পড়ার সম্ভাবনা)}}{8 \text{ (মোট ফলাফল)}} = \frac{1}{4}$

২৪. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে অন্তত ২টি Head উঠার সম্ভাবনা কত?
 সমাধান: অন্তত দুটি Head উঠার অর্থ হল সর্বনিম্ন দু'বার যেন Head উঠে। উপরের বস্ত্রে খুঁজে দেখুন অন্তত দু'বার Head উঠে মোট ৪টি ক্ষেত্রে। যেমন: HHH, HHT, HTH, THH তাই উত্তর: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

২৫. একটি মুদ্রা ৪ বার নিক্ষেপ করলে কোন মাথা না পড়ার সম্ভাবনা কত?
 সমাধান: মোট ফল $2^4 = 16$ টি এবং শুধু একবারই মাথা (Head) না পড়তে পারে, যখন প্রতিটিই Tail আসবে তাই উত্তর: $\frac{1}{16}$

পদ্ধতি-০৩: ছক্কা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

একটি ছকার মোট ছয়টি পার্শ্ব থাকায়, ছক্কাটি একবার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে ৬টি। যথা: (১, ২, ৩, ৪, ৫ ও ৬) আবার ছক্কাটি একাধিক বার নিক্ষেপ করা হলে ৬ এর উপর তত Power দিলে মোট ফলাফল পাওয়া যাবে। যেমন: ১টি ছক্কা ২ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে $6^2 = 36$ টি এবং ৩বার নিক্ষেপ করলে, মোট ফলাফল $= 6^3 = 216$ টি

২৬. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে উপরের পিঠে ৩ আসার সম্ভাবনা কত?
 ক. $\frac{1}{6}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{2}{3}$ উত্তর: ক

২৭. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? $\frac{1}{2}$ ৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অঙ্ক: ১৪)। [বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১১] + [স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয় (সহ-প্রকৌশলী)-২০১৬]

ক. $\frac{3}{8}$ খ. $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{1}{6}$ ঘ. $\frac{1}{2}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: একটি ছকার মোট জোড় সংখ্যা থাকে ৩টি (২, ৪, ৬) সুতরাং উত্তরটি হবে $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

২৮. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে, ২ থেকে বড় সংখ্যা পাবার সম্ভাবনা কত? [স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহ-পরিচালক)-২০১৪] + [থানা শিক্ষা অফিসার-২০১৬]

ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{2}{3}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: একটি ছকার মোট ফল = ৬টি [1, 2, 3, 4, 5, 6] ∴ ২ থেকে বড় সংখ্যা = ৪টি (3, 4, 5, 6) ∴ সম্ভাবনা = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

২৯. একটি ছক্কা নিরপেক্ষ পরীক্ষায় উপরের পিঠে ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আনার সম্ভাবনা কত? (নিজে করুন) উত্তর: $\frac{1}{3}$

৩০. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলো ৪ অথবা ৫ এর বেশি সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? আবার ৫ এর কম সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? [গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ-প্রকৌশলী-ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]

ক. $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ গ. $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ উত্তর: খ

সমাধান: একটি ছকার মোট ৬ টি সংখ্যার মধ্যে ৪ অথবা ৫ এর থেকে বড় সংখ্যা = ৩টি (4, 5, 6) ∴ সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

আবার ছকার ৫ এর থেকে ছোট সংখ্যা = ৪ টি (4, 3, 2, 1) ∴ সম্ভাবনা = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ সুতরাং উত্তর: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$

৩১. একটি ছক্কা ২ বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?
 ক. $\frac{1}{6}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{2}{3}$ উত্তর: ক

সমাধান: একটি মুদ্রা দু'বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল $= 6^2 = 36$ এবং দু'বারই একই পিঠ আসবে = ৬ বার। যেমন: (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) (নিচের টেবিলটি দেখুন) সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

একটি ছক্কা দু'বার নিক্ষেপে ফলাফলগুলো নিচের মত হয়						পরামর্শ:
(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	যে কোন ছক্কা দু'বার নিক্ষেপের মাধ্যমে যে প্রশ্নগুলো করা হয় তার অধিকাংশ উত্তর এই টেবিলটির মাধ্যমে দেয়া সম্ভব। তাই মনযোগ দিয়ে টেবিলটি ভালোভাবে দেখে নিন।
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)	
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)	
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)	
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)	
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	

৩২. দুটি ছক্কা একসাথে ফেলে প্রাপ্ত সংখ্যা দুটি যোগ করলে যোগফল ১০ হবার সম্ভাবনা কত? [NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]

ক. $\frac{1}{36}$ খ. $\frac{1}{18}$ গ. $\frac{2}{9}$ ঘ. $\frac{1}{12}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: একটি মুদ্রা দু'বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল $= 6^2 = 36$ এবং দু'বার নিক্ষেপের ফল দুটি যোগ করলে যোগফল ১০ আসবে এমন ফলাফল = ৩টি যেমন: (4, 6), (5, 5), (6, 4) সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

৩৩. একটি ছক্কা ৩ বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?
 সমাধান: ছক্কা ৩ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে $6^3 = 216$, এবং প্রতিবারই একই সংখ্যাগুলো হতে পারে,

প্রতিবারই ১, অথবা, প্রতিবারই ২, অথবা ৩ অথবা, ৪ অথবা ৫ অথবা, ৬। ∴ সম্ভাবনা = $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

৩৪. একটি ছক্কা ১ বার নিক্ষেপ করলে ২ অথবা ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?
 সমাধান: ১ বার নিক্ষেপে মোট ফল ৬টি, ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৩টি (২, ৪ ও ৬) এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ২টি (৩, ৬)

পদ্ধতি-০৫: সম্ভাব্যতার সূত্র প্রয়োগে সমাধান

শর্তাধীন, স্বাধীন, বর্জনশীল ও অবর্জনশীল সম্ভাব্যতা সম্পর্কিত সমস্যাবলী।

শর্তাধীন সম্ভাবনা (Conditional Probability) :

কোন দৈব পরীক্ষণে যদি কোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা অন্য একটি ঘটনা ইতিপূর্বে ঘটেছে তার উপর নির্ভর করে তবে পরবর্তী (২য়) ঘটনার সম্ভাবনাকে প্রথম ঘটনার সাপেক্ষে শর্তাধীন সম্ভাবনা বলে।
শর্তাধীন সম্ভাবনাকে $P(B/A)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। [$P(B/A)$ এর উচ্চারণ, Probability of B given A]

স্বাধীন ঘটনা (Independent Events) :

কোন দৈব পরীক্ষণে দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি এরূপ হয় যে, একটি ঘটনা ঘটা বা না ঘটা কোন অবস্থায় অন্য একটি ঘটনার উপর নির্ভর না করে বা অন্য কোন ঘটনা ঘটা দ্বারা প্রভাবিত না হয় তবে উক্ত ঘটনা দুটি বা ঘটনাগুলোকে স্বাধীন ঘটনা বলা হয়।

পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা (Mutually exclusive events) :

কোন দৈব পরীক্ষণের দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি একত্রে ঘটতে না পারে তবে উক্ত ঘটনাগুলোকে পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা বলা হয়।

অবর্জনশীল ঘটনা (not mutually exclusive events) :

দুটি ঘটনা যদি এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত হয় যে, এদের যেকোন একটি ঘটলে অপরটিও ঘটতে পারে তবে উক্ত ঘটনাগুলোকে পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা বলা হয়।

সম্ভাব্যতার প্রয়োজনীয় গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী

- (i) A ও B পরস্পর স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- (ii) A ও B বর্জনশীল হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- (iii) A ও B অবর্জনশীল হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- (iv) তাহলে (i) ও (iii) নং সূত্রের সমন্বয়ে লেখা যায়, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$ [A ও B স্বাধীন]
- (v) শুধুমাত্র 'A' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$
- (vi) শুধুমাত্র 'B' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$
- (vii) A এবং B কোনটিই না ঘটার সম্ভাবনা:
(a) $P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\} = 1 - P(A \cup B)$ এবং (b) $P(A^c \cup B^c) = P\{(A \cap B)^c\} = 1 - P(A \cap B)$
- (viii) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$
- (ix) $P\left(\frac{A^c}{B^c}\right) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A^c \cap B^c)}{1 - P(B)}$
- (x) শর্তাধীন সম্ভাবনার ২টি গুরুত্বপূর্ণ সূত্র: A ও B পরস্পর স্বাধীন বা নির্ভরশীল হলে,
(a) $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ এবং (b) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

এই সূত্রগুলোর মধ্য থেকে যেগুলোর উপর নিয়মিত প্রশ্ন হয়ে থাকে সেগুলো উদাহরণ সহ বিস্তারিত আলোচনা করা হলো।

(i) A ও B পরস্পর স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ এর প্রয়োগ :

৪৬. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ হলে $P(A \cap B)$ কত? যেখানে A এবং B স্বাধীন।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$

A ও B স্বাধীন হলে, আমরা জানি, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ (Ans.)

৪৭. যদি $P(A \cap B) = 0.06$ এবং $P(A) = 0.3$ হয়, তবে $P(B)$ এর মান কত হলে A ও B স্বাধীন হবে?
(a) 0.5 (b) 0.3 (c) 0.2 (d) 0.8

সমাধান: আমরা জানি, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow 0.06 = 0.3 \times P(B) \therefore P(B) = 0.2$
সুতরাং $P(B) = 0.2$ হলে A ও B ঘটনাদ্বয় স্বাধীন হবে।

নিজে করুন:

৪৮. $P(A) = 0.6$ এবং $P(A \cap B) = 0.48$ হলে $P(B)$ এর কোন মানের জন্য A ও B স্বাধীন হবে?

সমাধান: যেহেতু $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \therefore P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.48}{0.6} = \frac{48}{60} \therefore P(B) = \frac{4}{5}$ (Ans.)

৪৯. একই পোটে দুইটি শূন্য পদে একজন পুরুষ ও একজন মহিলা চাকরি প্রার্থী। পুরুষ ও মহিলার চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{7}$ এবং $\frac{1}{5}$ । উভয়ের চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: পুরুষের চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{7} \therefore$ পুরুষের চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$
মহিলার চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{5} \therefore$ মহিলার চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$
 \therefore উভয়ের চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{35}$ (Ans) [Note: এখানে শুধু প্রতিকগুলো লেখা হয় নি]

(iii) A ও B অবর্জনশীল হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ এর প্রয়োগ :

৫০. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ । যেহেতু A ও B স্বাধীন, $\therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

আমরা জানি, স্বাধীন ঘটনা সর্বদা অবর্জনশীল হয় $\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

নিজে করুন:

৫১. যদি $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় করুন।

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$

Ans: b

৫২. $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$ হলে $P(B)$ এর মান কত?

সমাধান: দেয়া আছে, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$

আমরা জানি, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ বা, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{3}$

$$\therefore P(B) = \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \text{ (Ans)}$$

৫৩. তুলি ও পলির এককভাবে একটি অঙ্ক সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$, পলি ও তুলি একত্রে অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, তুলি অঙ্কটি করতে পারার ঘটনা A এবং পলি অঙ্কটি করতে পারার ঘটনা B

প্রশ্নমতে, তুলি অঙ্কটি করতে পারার সম্ভাবনা $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং পলি অঙ্কটি করতে পারার সম্ভাবনা $P(B) = \frac{1}{4}$

ফলাফল - ০১	ফলাফল - ০২	ফলাফল - ০৩	ফলাফল - ০৪
শুধু তুলি পারবে	শুধু পলি পারবে	তুলি ও পলি উভয়ে পারবে	তুলি ও পলি দু'জনই পারবে না
A ও B পরস্পর স্বাধীন $\therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$			তুলি পারবে না = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
(এটা একত্রে করার সম্ভাবনা)			পলি পারবে না = $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
যেহেতু $P(A \cap B) \neq 0$ অতএব, A ও B অবর্জনশীল ঘটনা।			\therefore দু'জনই না পারার সম্ভাবনা = $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$
সুতরাং তারা একত্রে অঙ্কটি করতে পারার সম্ভাবনা,			সুতরাং একত্রে পারার সম্ভাবনা = $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$			
$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4+3-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (Ans.)			

৫৪. একজন ছাত্রের বাংলা পরীক্ষায় পাস করার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$ বাংলা ও গণিত দুইটিতেই পাসের সম্ভাবনা $\frac{14}{45}$ এবং দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ হলে, তার গণিত পাসের সম্ভাবনা কত?

সমাধান: (সূত্রের মাধ্যমে সমাধান)

ধরি, বাংলা ও গণিতে পাসের ঘটনা যথাক্রমে B ও M এবং বাংলায় পাস করার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{2}{3}$

বাংলা ও গণিতে দুইটিতে পাসের সম্ভাবনা, $P(B \cap M) = \frac{14}{45}$

দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাবনা, $P(B \cup M) = \frac{4}{5}$ \therefore গণিতের পাসের সম্ভাবনা, $P(M) = ?$

আমরা জানি, $P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M) \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + P(M) - \frac{14}{45}$

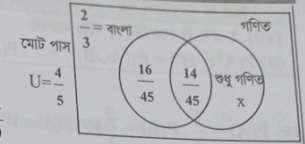
$$\therefore P(M) = \frac{4}{5} + \frac{14}{45} - \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \therefore \text{গণিতের পাসের সম্ভাবনা} = \frac{4}{9}$$

বিকল্প সমাধান: ভেনচিত্রের মাধ্যমে

প্রদত্ত ফলাফলগুলোকে ভেনচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করলে চিত্রের মত দেখাবে।

এখানে, শুধু বাংলায় পাস = $\frac{2}{3} - \frac{14}{45} = \frac{16}{45}$

$\therefore X = U - \text{বাংলা} = \frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$ সুতরাং গণিতে পাস = $\frac{2}{15} + \frac{14}{45} = \frac{4}{9}$



নিজে করুন:

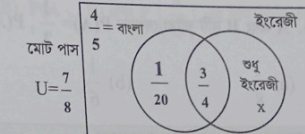
৫৫. একজন পরীক্ষার্থীর বাংলায় ফেল করার সম্ভাব্যতা $\frac{1}{5}$, বাংলা এবং ইংরেজি দুইটিতে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{3}{4}$ এবং দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{7}{8}$ হলে, তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান: সূত্র দিয়ে করতে চাইলে আপেরটির মত নিজে করুন। এখানে ভেনচিত্রের মাধ্যমে সমাধান দেখানো হলো।

প্রদত্ত ফলাফলগুলোকে ভেনচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করলে চিত্রের দেখাবে।

এখানে, বাংলায় পাস = $\frac{4}{5}$ শুধু বাংলায় পাস = $\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$

\therefore শুধু X = U - বাংলা = $\frac{7}{8} - \frac{4}{5} = \frac{3}{40}$



৫৬. একজন প্রকৌশলীর প্রাথমিক কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{2}{3}$ এবং ইলেক্ট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{5}{9}$ । যদি

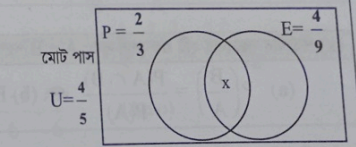
কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাবার সম্ভাব্যতা $\frac{4}{5}$ হয় তাহলে উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করুন। [৪০তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান: (সবগুলোকেই একজাতীয় করে হিসেব করতে হবে) (বিস্তারিত সমাধানের জন্য এই নিয়মের প্রথম অংকটি দেখুন)

এখানে, প্রাথমিক (P) = $\frac{2}{3}$, ইলেক্ট্রিক (E) = $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

সুতরাং উভয় চুক্তি X = $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5} = \frac{30+20-36}{45} = \frac{14}{45}$

(দুটির যোগফল থেকে মোট বাদ দিলেই উভয়টি বের হবে)



(iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$ এর প্রয়োগ:

৫৭. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B)$ এর মান কত?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$ Ans: b

সমাধান: A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

$$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4+9-3}{12} = \frac{13-3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

ডি মরণ্যানের সূত্র : (সেটের অধ্যায়ে ডি মরণ্যানের সূত্র নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে, হুবহু একই নিয়ম)

(vii) A এবং B কোনটিই না ঘটান সম্ভাবনা:

(a) $P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\} = 1 - P(A \cup B)$ এবং (b) $P(A^c \cup B^c) = P\{(A \cap B)^c\} = 1 - P(A \cap B)$

৫৮. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ হলে $P(A' \cup B')$ নির্ণয় করুন যখন A ও B স্বাধীন-

- (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{7}{9}$ (c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{2}{7}$

Ans: b

সমাধান: A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$
 এবং $P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

লক্ষ্য করুন: ডি মরণ্যানের সূত্র প্রয়োগ করার জন্য যার মান বের করা দরকার তার মান আগে বের করে তারপর সূত্র প্রয়োগ করা হয়েছে।

৫৯. A এবং B দুটি ঘটনা যেখানে $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ এবং $P(B^c) = \frac{5}{8}$ । $P(A^c \cap B^c) = ?$ [৪তম বিসিএস প্রশ্ন]

- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

Ans: c

<p>সমাধান: (ডি মরণ্যানের সূত্রানুসারে)</p> <p>দেয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(B^c) = \frac{5}{8}$</p> <p>$\therefore P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\}$ [এটাই মূল সূত্র]</p> <p>$= 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$</p>	<p>বিকল্প সমাধান: (ভেনচিত্রের মাধ্যমে)</p> <p>যেহেতু বৃত্তের ভেতরের ৩টি অংশ মিলে = $3/4$ সুতরাং বৃত্তের বাইরের সবাই মিলে হবে = $1 - 3/4 = 1/4$</p>
---	---

(x) শর্তাধীন সম্ভাবনার ২টি গুরুত্বপূর্ণ সূত্র: A ও B পরস্পর অধীন বা নির্ভরশীল হলে,

(a) $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ এবং (b) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

৬০. যদি $P(A \cap B) = 0.42$ এবং $P(A) = 0.6$ হয়, তবে $P\left(\frac{B}{A}\right)$ এর মান কত?

- (a) 0.7 (b) 0.3 (c) 0.4 (d) 0.6

Ans: a

সমাধান: $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.42}{0.6} = 0.7$ [সরাসরি মান দেয়া থাকায় সূত্র প্রয়োগ করেই উত্তর বের হয়েছে]

৬১. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$, A ও B স্বাধীন হলে $P\left(\frac{A}{B}\right)$ নির্ণয় কর।

সমাধান: দেয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ এখানে, A ও B স্বাধীন, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$

এখন, $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{18} \times 6 = \frac{1}{3}$ (Ans.)

৬২. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, A এবং B স্বাধীন হলে, $P\left(\frac{B}{A}\right) = ?$ [৪২তম বিসিএস প্রশ্ন : (বিশেষ)]

- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

Ans: b

সমাধান: A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$
 $\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{2}{3}$

৬৩. $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{3}{8}$ হলে, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ এবং $P\left(\frac{A}{B}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{3}{8}$

আমরা জানি, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

আবার, $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{16} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{16} \times 5 = \frac{15}{16}$

এবং, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{3}{16} = \frac{41}{80}$ (Ans.)

৬৪. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$ হলে, $P(A^c)$, $P(B^c)$, $P\left(\frac{A}{B}\right)$, $P\left(\frac{B}{A}\right)$ নির্ণয় কর।

সমাধান: (i) আমরা জানি, $P(A) + P(A^c) = 1 \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

(ii) $P(B) + P(B^c) = 1 \Rightarrow P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ (Ans.)

(iii) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{9} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{9} \times 6 = \frac{2}{3}$ (iv) $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{9} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$

পদ্ধতি-০৬: বল সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

(৬.ক) বল তোলার সংখ্যা বের করা :

৬৫. একটি পাত্রে এ ৬টি সাদা মার্বেল আছে, সেখান হতে ১টি কালো মার্বেল তোলার সম্ভাবনা কত?

- ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ০

উত্তর: ঘ

সমাধান: সাদা মার্বেলের পাত্র থেকে কালো মার্বেল পাওয়ার সম্ভাবনা নেই। তাই উত্তর: ০

৬৬. একটি পায়ে ৫টি কালো বল আছে, সেখান হতে দৈবভাবে ১টি বল নিলে তা কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ০

সমাধান: মোহেতু সবগুলোই কালো তাই যে কোন ১টা নিলে তা কালো হবে ১০০% বা ১।

৬৭. একটি পায়ে ৫টি সাদা মোজা ও ৬টি কালো মোজা আছে, অন্ধকারে মোট কয়টি মোজা তুললে নিশ্চিতভাবে বলা যাবে যে তাদের মধ্যে একটি সাদা মোজা আছে?

- ক. ৫টি খ. ৬টি গ. ৭টি ঘ. ৮টি

সমাধান: মোট ছয়টি মোজা তুললেও ৬টিই কালো হতে পারে। কিন্তু ৭ম বার মোজা তোলার পর অবশ্যই তা সাদা মোজা হবে। কেননা মোট ৬টি কালো মোজা সেই পায়ে ছিল।

৬৮. রাকিবের পকেটে ২টি লাল, ৩টি নীল, ৫টি কালো ও ৮টি সবুজ মার্বেল আছে। কমপক্ষে কতটি মার্বেল নিলে প্রত্যেক রঙের অন্তত ১টি করে হলেও মার্বেল পাবে?

- ক. ১৪ খ. ১৯ গ. ১৭ দ. ১২

সমাধান: মোট মার্বেলের সংখ্যা $২+৩+৫+৮ = ১৮$ টি এর মধ্যে সবথেকে কম মার্বেলের সংখ্যা থেকে ১টি মার্বেল নিয়ে বাকী সবগুলো মার্বেল নেয়ার পর নিশ্চিতভাবে বলা সম্ভব হবে যে প্রতি রঙের একটি করে মার্বেল পাওয়া যাবে।

সুতরাং মার্বেল নিতে হবে $৮+৫+৩+১ = ১৭$ টি। (কেননা ১৬টি মার্বেল নেয়ার পর ও নিশ্চিত হওয়া সম্ভব নয়)

অন্তত একটি মার্বেল বা বল পেতে হলে = সবথেকে কম মার্বেল থেকে ১টি মার্বেল + অন্য সবগুলো মার্বেল নিতে হবে।

৬৯. অপূর পকেটে ৭টি লাল, ৩টি সবুজ এবং ৩টি কালো মার্বেল আছে। অপূর পকেট থেকে কমপক্ষে কয়টি মার্বেল বের করলে প্রত্যেক রঙের অন্তত একটি করে মার্বেল থাকবে? [সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিস্টেট কো-অর্ডিনেশন)-২০২০]

- ক. ৭ খ. ৯ গ. ১১ দ. কোনোটিই নয়

সমাধান: সর্বমোট মার্বেল নিতে হবে = $৭+৩+১ = ১১$ টি।

৭০. পাপিয়ার পকেটে ১৬টি মার্বেল আছে। যার মধ্যে ৮টি লাল, ৪টি সবুজ এবং ৪টি নীল। প্রত্যেক রঙের একটি করে মার্বেল পেতে তাকে কমপক্ষে কতটি মার্বেল নিতে হবে? [Mutual Trust Bank. MTO. -2014]

- ক. ৮ খ. ৮ গ. ১২ দ. ১৩

সমাধান: সর্বমোট মার্বেল নিতে হবে = $৮+৪+১ = ১৩$ টি।

৭১. একটি বুড়িতে ৬টি আপেল এবং ৩টি কমলা আছে। কমপক্ষে একটি কমলা পেতে কতগুলো ফল তুলতে হবে? [M.T.B.L Off: 2013]

- ক. ১ খ. ২ গ. ৮ দ. ৭

সমাধান: ৬টি আপেল ও ৩টি কমলার মধ্যে ৬টি আপেল তুলে নিয়ে আর ১টি উঠালেই কমলা পাওয়া যাবে।

সুতরাং কমপক্ষে ১টি কমলাসহ মোট ফল উঠাতে হবে $(৬+১) = ৭$ টি।

Note: অন্তত বা সর্বনিম্ন থাকলে উত্তর হবে (অন্যসব + যেটির অন্তত একটি নিতে হবে তার ১টি)

(৬. খ) বল তোলার পর সম্ভাবনা বের করা :

৭২. একটি পায়ে ৪টি লাল, ৫টি সবুজ ও ৬টি নীল কলম আছে। ঐ পায়ে হতে একটি কলম নেওয়া হলে তা সবুজ হবার সম্ভাবনা কত? [বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়তন বোর্ড (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]

- ক. $\frac{৪}{১৫}$ খ. $\frac{৬}{১৫}$ গ. $\frac{১}{৫}$ ঘ. $\frac{১}{৩}$

সমাধান: মোট কলম = $(৪+৫+৬) = ১৫$ টি। সবুজ কলম ৫টি তাই ১টি কলম নিলে তা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৫}{১৫} = \frac{১}{৩}$

৭৩. একটি পায়ে ২টি লাল, ৩টি সবুজ ও ৪টি নীল বলের অনুপাত ২ : ৩ : ৪। দৈবভাবে পায়ে থেকে একটি বল বাছাই করলে তা লাল বল হওয়ার সম্ভাবনা কত? [Bangladesh Bank (AD)-2012]

- ক. $\frac{২}{৭}$ খ. $\frac{৩}{১০}$ গ. $\frac{৫}{৯}$ ঘ. $\frac{২}{৯}$

সমাধান: অনুপাতটির রাশিগুলোর সমষ্টি = $২ + ৩ + ৪ = ৯$ । ∴ লাল বল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{\text{লাল বল}}{\text{মোট বল}} = \frac{২}{৯}$

৭৪. একটি বস্ত্রে ৮টি লাল, ৭টি নীল, এবং ৬টি সবুজ বল আছে। দৈবভাবে ১টি বল নেয়া হলে বলটি লাল বা সবুজ কোনটিই না হওয়ার সম্ভাবনা কত? [BB Cash Officer-11]

- ক. $\frac{১}{৩}$ খ. $\frac{৩}{৮}$ গ. $\frac{৭}{১৯}$ ঘ. $\frac{৮}{১১}$

সমাধান: দৈবভাবে নেয়া বলটি লাল বা সবুজ না হলে অবশ্যই নীল বল হবে। (এই লাইনটা বোঝাই আসল নাহলে সময় নষ্ট হবে)

মোট বল = $৮+৭+৬ = ২১$ টি এবং নীল বল ৭টি তাহলে লাল বা সবুজ না হয়ে নীল বল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৭}{২১} = \frac{১}{৩}$

নিজে করুন:

৭৫. একটি পায়ে ১৩টি লাল ৭টি সবুজ রঙের মার্বেল আছে। দৈব ভাবে একটি মার্বেল নির্বাচন করলে তা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা কত? [Bank Asia Ltd. MTO 2011]

- ক. ০.৫ খ. ১.০ গ. ০.৩৫ ঘ. ০.৬৫

৭৬. একটি বুড়িতে ১০টি কমলা, ২৫টি আপেল এবং ৩৫টি খেজুর আছে। ঐ বুড়ি থেকে দৈবভাবে একটি ফল উত্তোলন করলে আপেল অথবা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা কত? [ক্রম মন্ত্রণালয় (প্রকল্প বাস্তবায়ন কর্মকর্তা)-২০০৬]

- ক. $\frac{৭}{৬}$ খ. $\frac{৫}{৭}$ গ. $\frac{৬}{৭}$ ঘ. $\frac{১}{৭}$

সমাধান:	বিকল্প সমাধান : (সময় কম লাগবে এভাবে করলে)
বুড়িতে মোট ফল = $১০ + ২৫ + ৩৫ = ৭০$ টি।	বুড়িতে মোট ফল = $১০ + ২৫ + ৩৫ = ৭০$ টি।
∴ আপেল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{২৫}{৭০} = \frac{৫}{১৪}$	আবার আপেল এবং খেজুর মিলে মোট ফল = $২৫ + ৩৫ = ৬০$
এবং খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৩৫}{৭০} = \frac{১}{২}$	∴ আপেল অথবা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৬০}{৭০} = \frac{৬}{৭}$
∴ আপেল বা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৫}{১৪} + \frac{১}{২} = \frac{৫+৭}{১৪} = \frac{১২}{১৪} = \frac{৬}{৭}$	

বিকল্প সমাধান : এখানে, আপেল বা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা = কমলা না হওয়ার সম্ভাবনা।
 যেহেতু কমলা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১০}{৭০} = \frac{১}{৭}$ = সুতরাং কমলা না হওয়ার সম্ভাবনা = $১ - \frac{১}{৭} = \frac{৬}{৭}$
 Note: বুঝতে পারলে অনেক ভাবে ভাবা যায়। যেটা সহজ মনে হয় সেভাবে করুন।

নিজে করুন:

৭৭. একটি বুড়িতে ২০টি কলম, ৩০টি পেন্সিল এবং ২৫টি রাবার আছে। দৈবভাবে একটি জিনিস উঠালে উক্ত জিনিসটি কলম বা পেন্সিল হওয়ার সম্ভাবনা কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (সাইবার অফিসার)-২০১২]

- ক. $\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{১}{২}$ গ. $\frac{৩}{২}$ ঘ. $\frac{২}{৩}$

৭৮. একটি থলিতে ৬টি নীল বল, ৮টি সাদা বল এবং ১০টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত? [৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]

- ক. $\frac{২}{৩}$ খ. $\frac{১}{৩}$ গ. $\frac{৩}{৪}$ ঘ. $\frac{১}{৪}$

সমাধান: মোট বলের সংখ্যা $6+7+10 = 23$ টি। সুতরাং মোট ফলাফল ২৪টি। এখন সাদা বল না হওয়া অর্থাৎ বাকি নীল অথবা কালো হওয়া। ধলিতে নীল ও কালো বল আছে $= 6+10 = 16$ টি। \therefore উত্তর $= \frac{16}{28} = \frac{2}{3}$

বিকল্প সমাধান: (আগে হ্যাঁ বের করে ১ থেকে বিয়োগ) সাদা বল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$
 \therefore সাদা বল না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

নিজে করুন:

৭৯. একটি ধলিতে নীল বল ১২টি, সাদা বল ১৬টি এবং কালো বল ২০টি আছে। দৈবভাবে ১টি বল নেয়া হলো, বাকি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত? [পশ্চিম উত্তর অঞ্চলীয় (RDA) এর সহকারী পরিচালক-২০২১]

- ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{1}{16}$ ঘ. $\frac{1}{8}$

উত্তর: ঘ

৮০. একটি ধলিতে ১২ টি নীল বল, ১৪টি সাদা বল এবং ২২টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি নীল না হবার সম্ভাবনা কত? [অমনি ব্যাংক সিনিয়র অফিসার-২০১৪]

- (ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{3}{8}$ (ঘ) $\frac{1}{8}$

উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৭: সংখ্যা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

৮১. ১ থেকে ১৫ পর্যন্ত (১ ও ১৫ সহ) একটি সংখ্যা নির্বাচন করলে তা মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [Agrani Bank (SO)-2013] + [Midland Bank. (MTO)-2015]

- ক. $\frac{1}{15}$ খ. $\frac{3}{5}$ গ. $\frac{2}{5}$ ঘ. $\frac{9}{15}$

উত্তর: গ

সমাধান: ১ থেকে ১৫ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ১৫টি এবং মৌলিক সংখ্যা আছে = ৬টি যেমন: ২, ৩, ৫, ৭, ১১ এবং ১৩

সুতরাং নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{\text{অনুকূলে ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

৮২. ৯টি কাগজের টুকরায় ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার পর একটি টুপিতে রাখা হলো। যদি টুপি থেকে ১টি কাগজ দৈবভাবে তোলা হয়, তাহলে কাগজটিতে জোড় নাথার থাকার সম্ভাবনা কত? [Trust Bank (MTO)-2015]

- ক. $\frac{1}{9}$ খ. $\frac{2}{9}$ গ. $\frac{8}{9}$ ঘ. $\frac{5}{9}$

উত্তর: গ

সমাধান: ১ থেকে ৯ পর্যন্ত মোট সংখ্যা ৯টি এবং এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে জোড় সংখ্যা আছে ৪টি (২, ৪, ৬, ৮)।

\therefore মোট সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{9}$

নিজে করুন:

৮৩. ৯টি কাগজের টুকরায় ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার পর একটি বক্রে রাখা হলো। যদি বক্রে থেকে ১টি কাগজ দৈবভাবে তোলা হয় তাহলে কাগজটি ৬ এর থেকে বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? [IBA, MBA Admission : 2010-2011]

- ক. $\frac{1}{9}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{2}{9}$ ঘ. $\frac{1}{2}$

উত্তর: ঘ

৮৪. ৩০ থেকে ৪০ পর্যন্ত সংখ্যা থেকে যে কোন একটিকে ইচ্ছে মত নিলে সে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা ৫ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]

- ক. $\frac{5}{11}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{6}{11}$

উত্তর: ক

সমাধান: ৩০ থেকে ৪০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা $= (40-30+1) = 11$ টি এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা = ২ টি (৩১ ও ৩৭) আবার ৫ এর গুণিতক = ৩ টি (৩০, ৩৫ ও ৪০)

\therefore ৩০-৪০ পর্যন্ত ১টি সংখ্যা নিলে সংখ্যাটি মৌলিক বা ৫ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{2}{11} + \frac{3}{11} = \frac{5}{11}$

৮৫. ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা থেকে ইচ্ছামত একটি সংখ্যা নিলে তা বর্গ সংখ্যা হবার সম্ভাবনা কত?

- ক. $\frac{1}{10}$ খ. $\frac{3}{10}$ গ. $\frac{9}{20}$ ঘ. $\frac{1}{9}$ উত্তর: ক

সমাধান: ১ - ১০০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ১০০ টি আবার, ১ - ১০০ পর্যন্ত মোট বর্গ সংখ্যা ১০টি ($1^2=1$ এবং $10^2=100$)

সুতরাং ১টি সংখ্যা নিলে তা বর্গ সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

৮৬. ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-৪১তম বিসিএস প্রিলি]

- ক. $\frac{1}{22}$ খ. $\frac{1}{68}$ গ. $\frac{1}{60}$ ঘ. $\frac{2}{65}$ উত্তর: ক

সমাধান: ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ৪৪০ টি। আবার ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত বর্গ সংখ্যাগুলো হলো, $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, \dots, 800 = 28$ টি কারণ, $1^2=1, 2^2=4, 3^2=9$ এভাবে $(28)^2=800$ [২০ এর পরের সংখ্যার বর্গ $(21)^2=441$ যা ৪৪০ থেকে বড়]

\therefore ১টি সংখ্যা নিলে তা বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{28}{440} = \frac{1}{22}$

৮৭. ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মিশ্রিত টিকিটের মধ্যে ১টি টিকেট উঠালে তার মধ্যে ৩ অথবা ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাব্যতা কত? [বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অফিসদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১১] + [Pubali Bank Ltd. Junior Offi 13]

- ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{2}{5}$ গ. $\frac{8}{15}$ ঘ. $\frac{8}{20}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা আছে = ২০টি। ১ থেকে ২০ পর্যন্ত ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আছে = ৬ টি, (৩, ৬, ৯, ১২, ১৫, ১৮) আবার, ১ থেকে ২০ পর্যন্ত ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৪টি। (৫, ১০, ১৫, ২০) কিন্তু ৩ ও ৫ উভয় সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ১টি (১৫) থাকায় $= 6+4 = 10$ টি থেকে এই ১টি বাদ দিতে হবে।

সুতরাং ১ থেকে ২০ পর্যন্ত ৩ অথবা ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৯টি (৩, ৫, ৬, ৯, ১০, ১২, ১৫, ১৮, ২০) \therefore সম্ভাবনা $= \frac{9}{20}$

৮৮. ১ হতে ২০০ পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্য হতে নিরপেক্ষভাবে যে কোন একটিকে বাছাই করলে সেই সংখ্যাটির মধ্যে ৩ অথবা ৭ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- ক. $\frac{19}{80}$ খ. $\frac{23}{80}$ গ. $\frac{21}{80}$ ঘ. $\frac{19}{30}$ উত্তর: ক

সমাধান: ১ থেকে ২০০ পর্যন্ত মোট স্বাভাবিক সংখ্যা = ২০০টি। এখন ৩ দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যা = $200 \div 3 = 66$ টি, আবার ৭ দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যা = $200 \div 7 = 28$ টি

সুতরাং ৩ অথবা ৭ দিয়ে বিভাজ্য মোট সংখ্যা = $66+28 = 94$ টি। কিন্তু ৩ এবং ৭ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায় এমন সংখ্যা = $200 \div 21$ (৩ ও ৭ এর ল.সা.গু ২১) = ৯টি।

তাহলে ৩ ও ৭ দিয়ে বিভাজ্য ১ থেকে ২০০ এর মধ্যে সংখ্যা হবে $= 94-9 = 85$ টি \therefore সম্ভাব্যতা $= \frac{85}{200} = \frac{17}{40}$

৮৯. $S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$, S এর যে কোনো একটি সংখ্যা ৩ অথবা ৫ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

- ক. $\frac{1}{20}$ খ. $\frac{3}{50}$ গ. $\frac{9}{20}$ ঘ. $\frac{23}{50}$ উত্তর: ঘ

স্থিতি সমাধান: এখানে, $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 50\}$ = মোট সংখ্যা = ৫০টি $\therefore N(S) = 50$

৩ এর গুণিতক সংখ্যার ঘটনা A হলে, $n(A) = 16$ টি। যেমন: $50 \div 3 = 16$ টি

৫ এর গুণিতক সংখ্যার ঘটনা B হলে, $n(B) = 10$ টি যেমন: $50 \div 5 = 10$ টি

এক ৩ এবং ৫ গুণিতক সংখ্যার ঘটনা $A \cap B$ হলে, $n(A \cap B) = 3$ টি। যেমন: $50 \div 15 = 3$ (৩ ও ৫ এর ল.সা.৩ ১৫)

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{50}, P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{10}{50}, P(A \cap B) = \frac{3}{50}$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি ৩ বা ৫ এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{16}{50} + \frac{10}{50} - \frac{3}{50} = \frac{23}{50}$$

শর্টকাট: ৩ এর গুণিতক = ১৬টি, ৫এর গুণিতক = ১০টি। উভয়ের গুণিতক = ৩টি। \therefore সম্ভাবনা = $\frac{16 + 10 - 3}{50} = \frac{23}{50}$

৯০. ধরা যাক, সেট A = {১০, ১১, ২১} এবং সেট B = {১০, ১১, ১২, ৫০}, যদি $x \in A$ এবং $y \in B$ এবং y এর যদি এমন কোন উৎপাদক z না থাকে যেন $1 < z < y$ হয় তবে xy এর ৩ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [CGDF-(Auditor)-2022]

- ক. $\frac{1}{8}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{2}{3}$

উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, xy ঠিক তখনই ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে যখন x, ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে। প্রশ্নানুসারে y একটি মৌলিক সংখ্যা (y এর উৎপাদক শুধু ১) তাই শুধু y কে ১ বাদে অন্য কোন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা সম্ভব নয়। এখন A এর মধ্যকার ১০ থেকে ২১

এর মধ্যে মোট সংখ্যা = ১২টি এবং ৩ এর গুণিতক = ৪ টি (১২, ১৫, ১৮, ২১) \therefore সম্ভাব্যতা = $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ (উত্তর)

পদ্ধতি-০৮: সমাবেশের সূত্রের মাধ্যমে সম্ভাব্যতা নির্ণয়

৯১. ১ থেকে ১৫ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে থেকে দৈবভাবে ২ জন ছাত্র নির্বাচন করলে ২ জনের রোল নম্বর বিজোড় হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)] + বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়তন বোর্ড (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]

- ক. $\frac{8}{11}$ খ. $\frac{9}{5}$ গ. $\frac{8}{15}$ ঘ. কোনটিই নয়

উত্তর: গ

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

মোট সংখ্যা = ১৫টি। আবার বিজোড় সংখ্যা = ৮টি।

$$\text{সুতরাং ২ জন ছাত্র নির্বাচন করলে দুজনের রোল ই বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা} = \frac{{}^8C_2}{{}^{15}C_2} = \frac{\left(\frac{8 \times 7}{2 \times 1} \times \frac{2 \times 1}{1 \times 15 \times 14}\right)}{\left(\frac{15 \times 14}{2 \times 1}\right)} = \frac{8}{15}$$

বিকল্প সমাধান: (ভগ্নাংশ আকারে খুব সহজে উত্তর বের করা)

১ থেকে ১৫ পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যা আছে ৮ টি যথা: (১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩, ১৫)

১ম ছাত্রের বিজোড় রোল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{8}{15}$ আবার, ২য় ছাত্রের বিজোড় রোল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{9}{18}$ (১জন আগে নেয়ার

মোট থেকে ১ জন কমে এবং বিজোড় রোলও ১ জন কমে এই লজিকটা খুব ই গুরুত্বপূর্ণ) \therefore নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{8}{15} \times \frac{9}{18} = \frac{8}{15}$

৯২. একটি প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে ২টি তাস দেওয়া হলো। তাস দুটি রাজা হবার সম্ভাব্যতা কত? [সোনালী ব্যাংক নির্মিত অফিসার: ২০১৫]

- ক. $\frac{2}{223}$ খ. $\frac{1}{223}$ গ. $\frac{1}{221}$ ঘ. $\frac{2}{213}$

উত্তর: গ

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

একটি প্যাকেটে তাস আছে ৫২ টি। ৫২ টি থেকে ২টি নেওয়া যায়। মোট, ${}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2} = 1326$ উপায়ে, আবার,

রাজা আছে ৪টি। এখন ৪ টি থেকে ২টি নেয়া যায়, ${}^4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ উপায়ে \therefore নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$

শর্টকাট সমাধান: (ভগ্নাংশ)

৫২ টি থেকে ২টি নিলে ২টিই রাজা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{1}{13} \times \frac{1}{17} = \frac{1}{221}$ (১টি জোড়ার পর মোট ও রাজা দুটাই ১ কমে)

৯৩. একটি বাসে ১০ টি নীল ও ১৫টি লাল মার্বেল আছে। যেমন খুশি টানলে প্রতিবার ২টি একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাব্যতা? [গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ-প্রকৌশলী-ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]

- ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{4}$ ঘ. $\frac{1}{5}$ উত্তর: ক

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

মোট মার্বেল = (১০টি নীল + ১৫টি লাল) = ২৫টি

\therefore ২টি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা

$$= \frac{{}^{10}C_2 + {}^{15}C_2}{{}^{25}C_2} = \frac{(10 \times 9) + (15 \times 14)}{25 \times 24} = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$$

বিকল্প সমাধান: (ভগ্নাংশ)

দুটি একই রং এর মার্বেল পাবার সম্ভাবনা

$$= \left(\frac{10}{25} \times \frac{9}{24}\right) + \left(\frac{15}{25} \times \frac{14}{24}\right) = \frac{1}{2}$$

(প্রথমটা নীল \times ২য় টাও নীল) + (প্রথমটা লাল \times ২য় টাও লাল)

নিজে করুন:

৯৪. একটি বাসে ৬টি লাল ও ৯টি সবুজ মার্বেল আছে। বাসটি থেকে পরপর দুটি মার্বেল উঠানো হলে মার্বেল দুটি একই রং এর হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

- (ক) $\frac{12}{35}$ (খ) $\frac{17}{42}$ (গ) $\frac{18}{35}$ (ঘ) $\frac{17}{35}$ উত্তর: ঘ

৯৫. একটি কিশোরী ৪ জন পুরুষ ও ৪ জন পুষ্টি আছে। দৈবভাবে ২ জন প্রার্থী নির্বাচন করলে দুজনই মহিলা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [IBA, MBA Admission Test, (2015), [BBA 2006] + [Exim Bank (TO)-2015]

- ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{9}{9}$ গ. $\frac{9}{18}$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

৪ জন মহিলা থেকে ২ জন কে নেয়া যায় = 4C_2 ভাবে

এবং মোট ৪+৪ = মোট ৮ জন লোক থেকে ২ জনকে নেয়া যায় = 8C_2 ভাবে।

$$\therefore \text{সম্ভাবনা} = \frac{{}^4C_2}{{}^8C_2} = \frac{\left(\frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{2 \times 1}{8 \times 7}\right)}{\left(\frac{8 \times 7}{2 \times 1}\right)} = \frac{9}{18}$$

বিকল্প সমাধান: (ভগ্নাংশ)

মোট প্রার্থী (৪ + ৪) = ৮ জন।

১ম জন মহিলা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, ২য় জন মহিলা $\frac{3}{7}$

[\therefore ১ জন মহিলা আগে নির্বাচিত হয়েছে, তবে মোট মহিলা = (৪ - ১) = ৩ এবং মোট প্রার্থী (৮ - ১) = ৭]

\therefore দুজনকে নিয়ে নির্বাচনের সম্ভাবনা = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{14}$

৯৬. একটি পাতে ৩টি সাদা বল, ৪টি লাল বল ও ২টি সবুজ বল আছে। সেখান থেকে এলোমেলোভাবে ৩টি বল নেওয়া হলে তিনটি বলই লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{9}{20}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{21}$ Ans: d

সমাধান: পাত্রে মোট বল = $3+8+2 = 13$ টি। ৯টি থেকে ৩টি বল নেওয়া যায়, মোট ${}^9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3} = 84$

আবার ৪টি লাল বল থেকে ৩টি লাল বল নেওয়া যায় মোট ${}^8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = 56$ \therefore নির্ণেয় সম্ভাবনা $\frac{56}{84} = \frac{2}{3}$

৯৭. একটি বাক্সে ৫টি গোলাপি, ৩টি সবুজ এবং ২টি হলুদ বল আছে। দৈবভাবে ৩টি বল তোলা হলো। সবুজ বল না হওয়ার সম্ভাবনা কত? [8 Bank (SO)- 2018]

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{24}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$

Ans: b

সমাধান:

মোট বল = $5+3+2 = 10$ টি এবং সবুজ বল না হওয়া অর্থ গোলাপি বা হলুদ বল হওয়া যাদের সংখ্যা $5+2 = 7$ টি।

সুতরাং ৩টি বল নিলে তা সবুজ না হওয়ার সম্ভাবনা হবে $= \frac{{}^7C_3}{{}^{10}C_3} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$

নিজে করুন:

৯৮. একটি বাক্সে ৪টি সাদা বল, ৫টি লাল বল ও ৬টি সবুজ বল আছে। উহা হতে ৩টি বল নেওয়া হল। তিনটি বলই লাল পাবার সম্ভাবনা কত?

[Hints: ${}^5C_3 / {}^{15}C_3$ অথবা: $\frac{5}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{3}{13} = \frac{2}{91}$]

- (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{2}{91}$ (c) $\frac{2}{21}$ (d) $\frac{9}{30}$

Ans: b

৯৯. এক প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে ২ টি তাস নেয়া হল। তাস দুটি রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [সোনালী ব্যাংক অফিস: ২০১৫]

- (ক) $\frac{2}{222}$ (খ) $\frac{1}{223}$ (গ) $\frac{1}{221}$ (ঘ) $\frac{2}{213}$

উত্তর: গ

সমাধান: (২টি তাস নেয়ার কথা বলায় এখানে সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)

একটি প্যাকেটে তাস আছে ৫২ টি। ৫২টি তাস থেকে ২টি তাস নেয়ার মোট উপায় ${}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2} = 1326$

আবার রাজা আছে ৪টি। এখন ৪টি থেকে ২টি নেয়ার উপায় ${}^4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$, সুতরাং সম্ভাবনা $= \frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$

১০০. এক প্যাকেট কার্ড থেকে ৩টি কার্ড তোলা হলো। ২টি টেকা পাবার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান: এক প্যাকেটে মোট কার্ড ৫২ টি।

মোট টেকার সংখ্যা ৪টি হতে ২টি টেকা বাছাই করা যায় 4C_2 এবং অবশিষ্ট $52 - 8 = 44$ টি কার্ড হতে একটি কার্ড বাছাই

করা যায় ${}^{44}C_1$ প্রকারে। \therefore ২টি টেকার পাবার নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{{}^4C_2 \times {}^{44}C_1}{{}^{52}C_3} = \frac{72}{5525}$

পদ্ধতি-০৯: সম্ভাব্যতার বিবিধ প্রশ্ন

১০১. নিম্নলিখিত ম্যাট্রিক্সের দুইটি দাবার ম্যাচ খেললেন। তার একটিতেও না হারার সম্ভাবনা কত?

- (ক) $\frac{2}{9}$ (খ) $\frac{8}{9}$ (গ) $\frac{2}{9}$ (ঘ) $\frac{1}{8}$

উত্তর: খ

সমাধান:

সম্ভাব্য মোট ফলাফল ৩ টি হলো, ১) হার ২) জয় ৩) ড্র

১ম ম্যাচে না হারার সম্ভাবনা $= \frac{2}{3}$, ২য় ম্যাচেও না হারার সম্ভাবনা $= \frac{2}{3}$

সুতরাং একটিতেও না হারার সম্ভাবনা $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

ব্যাখ্যা:
সর্বমোট ফলাফল $= 3^2 = 9$ যেমন:
WW, WL, LW, LL, WD, DW,
DD, LD, DL (Win, Draw, Loss)
অনুকূলে ফল $= 4$ (WW, DD, WD, DW)
 \therefore একটিতেও না হারার সম্ভাবনা $= \frac{4}{9}$

১০২. ১৬জন বালক ও ১২জন বালিকা ১টি প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করলে ১জন বালকের ১ম ও একজন বালিকার ২য় সম্ভাবনা কত?

সমাধান: বালকটির ১ম হবার সম্ভাবনা $= \frac{{}^{16}C_1}{{}^{28}C_1} = \frac{16}{28}$ এবং বালিকাটির ২য় হবার সম্ভাবনা $= \frac{{}^{12}C_1}{{}^{27}C_1} = \frac{12}{27}$

সুতরাং বালকের ১ম ও বালিকার ২য় হবার সম্ভাবনা $= \frac{16}{28} \times \frac{12}{27} = \frac{16}{63}$ [একত্রে ফলাফল বলায় গুণ করা হয়েছে]

১০৩. একটি অধিবর্ষে ৫৩টি শুক্রবার থাকার সম্ভাবনা কত?

সমাধান:

অধিবর্ষ = ৩৬৬ দিন = ৫২ টি পূর্ণ সপ্তাহ + অতিরিক্ত ২ দিন

৫২ টি সপ্তাহে স্পষ্টত ৫২ টি শুক্রবার থাকবে। অর্থাৎ অতিরিক্ত একটি শুক্রবার থাকা নির্ভর করে অতিরিক্ত ২ দিনের উপর।

এই দুই দিনের কম্বিনেশন হতে পারে:

(শুক্র, শনি); (শনি, রবি); (রবি, সোম); (সোম, মঙ্গল); (মঙ্গল, বুধ); (বুধ, বৃহ); (বৃহ, শুক্র) = ৭ ভাবে

এবং শুক্রবার হতে পারে = ২ ভাবে (১ম ও ৭ম) সুতরাং সম্ভাবনা $= \frac{\text{অনুকূল ঘটনা}}{\text{মোট ঘটনা}} = \frac{2}{7}$ (Ans.)

১০৪. একজন প্রার্থী একটি শিল্প প্রতিষ্ঠানের তিনটি পদে আবেদন করে। প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের প্রার্থীর সংখ্যা যথাক্রমে ৩, ৪ এবং ২। এই প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান:

প্রথম পদে প্রার্থী = ৩ \therefore ১ম পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{9}$ তাহলে ১ম পদে চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$

দ্বিতীয় পদে প্রার্থী = ৪ \therefore ২য় পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{8}$ তাহলে ২য় পদে চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{4}{8} = \frac{4}{8}$

তৃতীয় পদে প্রার্থী = ২ \therefore ৩য় পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{2}{9}$ তাহলে, ৩য় পদে চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

\therefore একজন প্রার্থীর একটি পদেও চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{2}{3} \times \frac{4}{8} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{27}$

\therefore একজন প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{7}{27} = \frac{20}{27}$ (Ans.)

Confusion Clear: চাইলো চাকুরী পাওয়ার সম্ভাবনা কিন্তু আমরা চাকুরী না পাওয়ার সম্ভাবনা ধরে অঙ্কটা করলাম কেনো!

ধরুন, চাকুরি পাবে $= \sqrt{\quad}$ এবং পাবে না $= \times$ । এখন ৩টি পদের ফলাফলগুলো সমাবেশের মত করে সাজালে হয়:
($\sqrt{\sqrt{\sqrt{\quad}}}$), ($\sqrt{\sqrt{\times}}$), ($\sqrt{\times\sqrt{\quad}}$), ($\sqrt{\times\sqrt{\times}}$), ($\times\sqrt{\sqrt{\quad}}$), ($\times\sqrt{\sqrt{\times}}$), ($\times\sqrt{\times\sqrt{\quad}}$), ($\times\sqrt{\times\sqrt{\times}}$)
তাই প্রথম ৭টি ফলাফল বের করে যোগ করে দিলে উত্তর বের হবে। কিন্তু এতে অনেক সময় লাগবে। তাই শেষের একটিতেও চাকুরী পাবে না ফল বের করে যদি মোট ফল ১ থেকে বাদ দেয়া যায়, তাহলে কোন না কোন ১টি চাকুরী অবশ্যই পাবে তার ফল বের হবে। তাই চাকুরী পাওয়ার ফল বের না করে আগে ১টি চাকুরীও পাবে না পাওয়ার ফল বের করা হয়েছে। Clear?

নিজে করুন:

১০৫. একটি অংক A, B, C এর সমাধানের সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$ । তারা একত্রে অংকটি সমাধান করার সম্ভাবনা কত?

- (a) $\frac{9}{22}$ (b) $\frac{9}{8}$ (c) $\frac{9}{5}$ (d) $\frac{9}{30}$

[Hints: আগের অংকটির মত, আগে সবগুলোই সমাধান করতে পারবে না বের করে ১ থেকে বিয়োগ করে দিলেই হবে]

Practice Part

- তিনটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো। তিনটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একসাথে একবার নিক্ষেপ করা হলে, নিচের ঘটনাগুলোর সম্ভাবনা নির্ণয় কর। i) কেবল একটা টেল, ii) তিনটিই হেড, iii) কমপক্ষে একটা টেল পাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]
- দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে দুইটিতেই ছয় উঠার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
- একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে, মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত?
- কোনো একটি নির্দিষ্ট এলাকায় জরীপে দেখা গেল 65 জন প্রথম আলো, 40 জন ভোরের কাগজ, 45 জন জনকণ্ঠ, 52 জন যুগান্তর পত্রিকা পড়েন। এদের মধ্যে হতে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করা হলে তিনি যুগান্তর পত্রিকা পড়েন না এর সম্ভাবনা কত? তিনি প্রথম আলো পড়েন না এর সম্ভাবনাও কত? [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]
- ৫২টি আসের একটি প্যাকেট থেকে দৈবভাবে একটি আস তোলা হলো। তাসটি রাজা অথবা রানী অথবা টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [BD Housebuilding (SO)-2017]
- একজন লোকের ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{9}$ এবং রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$ ।
(i) লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা কত বের কর।
(ii) লোকটি রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু দিনাজপুরে বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]
- একজন লোকের ঢাকা হতে চট্টগ্রাম ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{9}$, বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$, গ্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{9}$ । লোকটির চট্টগ্রাম হতে কক্সবাজার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং গাড়িতে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$ । লোকটির চট্টগ্রাম ট্রেনে ও কক্সবাজার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]
- একটি বুদ্ধিতে ৮টি লাল, ১০টি সাদা ও ৭টি কালো মার্বেল আছে। দৈবভাবে একটি মার্বেল নেয়া হল। মার্বেলটি
(i) লাল হওয়ার সম্ভাবনা এবং (ii) সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]
- একটি ছক্কা ২বার নিক্ষেপ করা হলো, প্রথম ক্ষেত্রে 4, 5 বা 6 এবং ২য় ক্ষেত্রে 1, 2, 3 বা 4 পাওয়ার সম্ভাবনা বের করুন।
- যদি $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{4}{10}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{2}{10}$ হয়, তবে
(i) A ও B ঘটনাঘয় কি পরস্পর স্বাধীন? (ii) A ও B ঘটনাঘয় কি পরস্পর বর্জনশীল

ব্যাকাসহ সমাধান:

- সমাধান: ৩টি মুদ্রা নিক্ষেপে মোট নমুনাক্ষেত্রটি $\{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\} = 8$ টি
(i) একটি টেল পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো $\{THH, HHT, HTH\} = 3$ টি। $\therefore P(1T) = \frac{3}{8}$

- তিনটি হেড (H) পাওয়ার অনুকূল ঘটনা $\{HHH\} = 1$ টি। $\therefore P(HHH) = \frac{1}{8}$
- কমপক্ষে 1টি টেল (T) পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো HHH ছাড়া বাকি সবগুলো। $\therefore P(\text{কমপক্ষে } 1T) = \frac{7}{8}$
- সমাধান: মোট ফল $= 6^2 = 36$ এবং দুটিতেই 6 আসবে $= 1$ বার। সুতরাং দুটিতেই 6 আসার সম্ভাবনা $= \frac{1}{36}$
- সমাধান: একটি মুদ্রা এবং একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করলে সৃষ্ট নমুনা ক্ষেত্র নিম্নরূপ:
 $S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$
মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
- সমাধান: এখানে পত্রিকা পড়েন মোট $= (65 + 40 + 45 + 52) = 202$ জন।
যুগান্তর পত্রিকা পড়ার সম্ভাবনা $= \frac{52}{202}$ এবং প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন না এর সম্ভাবনা $= \frac{137}{202}$ উত্তর: $\frac{52}{202}, \frac{137}{202}$
- সমাধান: $= \frac{4+4+4}{52} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ (Ans:)
- সমাধান: (i) $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ সুতরাং সম্ভাবনা $= \frac{4}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{63}$ (ii) $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ সুতরাং সম্ভাবনা $= \frac{5}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{63}$
- সমাধান: $\frac{2}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{45}$ [যেহেতু অর্ধেক পথ অন্য অর্ধেক পথের উপর নির্ভরশীল এজন্য পুরো পথ যেতে গুণ হয়েছে]
- সমাধান: (i) মোট মার্বেল $= (8 + 10 + 7)$ টি $= 25$ টি। লাল মার্বেল 8টি। \therefore মার্বেলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{8}{25}$
(ii) মোট মার্বেল 25টি। লাল মার্বেল 8টি, সাদা 10টি ও কালো 7টি (ii) মার্বেলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{8+7}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$
- সমাধান: নমুনাক্ষেত্র, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ । $\therefore n(S) = 6$
 $A = \{4, 5, 6\}$, $n(A) = 3$ আবার, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $n(B) = 4$
প্রথম চালে 4, 5 বা 6 উঠার সম্ভাবনা $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
আবার, দ্বিতীয় চালে 1, 2, 3 বা 4 উঠার সম্ভাবনা $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
এ ঘটনাঘয় স্বাধীন। \therefore দুটি ঘটনা একত্রে ঘটর সম্ভাব্যতা, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$
- সমাধান: $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{4}{10}$ এবং
(i) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$ $\therefore A$ ও B স্বাধীন নয়। \therefore প্রশ্নে দেয়া আছে $P(A \cap B) = \frac{2}{10}$
(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
 $P(A) + P(B) = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$ $\therefore P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$ $\therefore A$ এবং B অবর্জনশীল।

Model Test

পূর্ণমান: ১০

- একটি মুদ্রা ২ বার নিক্ষেপ করলে অস্বত ১ বার Head পড়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 2/5 খ. 3/4 গ. 1/3 ঘ. 1/4
- 1 হতে 25 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়নের মাধ্যমে জোড় সংখ্যাগুলি পাওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 3/5 খ. 13/25 গ. 12/25 ঘ. 2/5
- একটি মুদ্রা 8 বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে ২টি মাথা পড়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 3/8 খ. 1/6 গ. 1/3 ঘ. 1/8
- একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় উপরের পিঠে ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আনার সম্ভাবনা কত?
ক. 2/3 খ. 1/4 গ. 1/6 ঘ. 1/3
- একটি ছক্কা ২ বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?
ক. 5/6 খ. 1/6 গ. 1/3 ঘ. 1/4
- ১ প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে একটি তাস নেয়া হল। তাসটি কৃষ্ণ হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 1/4 খ. 1/3 গ. 3/4 ঘ. 1/5
- "Pencil" শব্দটি থেকে দৈবভাবে একটি বর্ণ নিলে তা Consonant হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 1/4 খ. 1/3 গ. 2/3 ঘ. 2/5
- একটি বস্ত্রে ৮টি লাল, ৭টি নীল, এবং ৬টি সবুজ বল আছে। দৈবভাবে ১টি বল নেয়া হলে বলাটি লাল বা সবুজ কোনটিই না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 2/3 খ. 1/4 গ. 1/6 ঘ. 1/3
- একজন লোকের ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা 2/5 এবং খুলনা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা 5/8। ফুলনায় বাসে এবং রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা কত? [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]
ক. 1/4 খ. 3/8 গ. 2/3 ঘ. 3/20
- একটি ব্যাগে ২ টি লাল, ৩টি সবুজ এবং ২টি নীল বল আছে। যদি দৈবভাবে ২টি বল নেয়া হয় তাহলে বল দুটির কোনটিই নীল না হওয়ার সম্ভাবনা কত? [৩৬তম বিসিএস লিখিত]
ক. 5/7 খ. 2/7 গ. 10/21 ঘ. 11/21

সময়: ১০মিনিট

উত্তরমালা

১.	খ
২.	গ
৩.	ক
৪.	ঘ
৫.	খ
৬.	ক
৭.	গ
৮.	ঘ
৯.	ঘ
১০.	গ

লিখিত অংশ

- 500 জন লোকের উপর জরিপ করে দেখা গেল যে, তাদের মধ্যে 50 জন অবজারভার পড়ে না এবং 25 জন ইন্ডেক্স পড়ে না। আবার 10 জন দুইটি পত্রিকার কোনোটিই পড়ে না। একজন লোক নির্বিচারে নেওয়া হলো। লোকটি ইন্ডেক্স পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না তার সম্ভাবনা কত? [৩৬তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত সমাধান:

দেয়া আছে, জরিপ করা হয়েছে মোট = 500 জনের উপর
 অবজারভার পড়ে না = 50 জন। ইন্ডেক্স পড়ে না = 25 জন।
 দুটি পত্রিকার কোনটিই পড়ে না = 10 জন।
 সুতরাং শুধু অবজারভার পড়ে না = 50-10 = 40 জন।
 এই 40 জন শুধু অবজারভার পড়ে না অর্থ ইন্ডেক্স পড়ে না।
 তাহলে ইন্ডেক্স পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না এমন লোকের সংখ্যা = 40 জন
 সুতরাং নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{\text{অনুকূলে ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}} = \frac{40}{500} = \frac{2}{25}$ Ans: $\frac{2}{25}$

ভেনচিত্র দেখে সংখ্যাগুলো বের করুন

মোট = 500

সম্ভাব্যতা

- 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 40 জন গণিতে, 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 10 জন উভয় বিষয়ে ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেওয়া হলো। তার পক্ষে
 [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]
 (ক) গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাশ; (খ) কেবল এক বিষয়ে পাশ; (গ) বড়জোর এক বিষয়ে পাশ করার সম্ভাবনা কত?

লিখিত সমাধান:

(ক) পাশের ভেনচিত্র থেকে, মোট পরীক্ষার্থী ২০০ জন, গণিতে ফেল = 40 জন।
 আবার উভয় বিষয়ে ফেল 10 জন। সুতরাং শুধু গণিতে ফেল = 40-10 = 30 জন।
 যারা শুধু গণিতে ফেল করেছে তারা গণিত বাদে অন্য বিষয়ে পাশ করেছে।
 \therefore গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাশ = 30 জন। সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{30}{200} = \frac{3}{20}$

(খ) শুধু পরিসংখ্যানে ফেল = 20-10 = 10 জন।
 \therefore শুধু এক বিষয়ে ফেল = গণিত + পরিসংখ্যান = 30+10 = 40 জন
 শুধু এক বিষয়ে ফেল অর্থ এরাই অন্য বিষয়ে অর্থাৎ শুধু/কেবল ১বিষয়ে পাশ
 \therefore ১ বিষয়ে পাশ করা একজন পরীক্ষার্থী পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{40}{200} = \frac{1}{5}$

(গ) অস্বত এক বিষয়ে ফেল = 30+10+10 = 50 জন। এই 50 জন ই সর্বোচ্চ/বড়জোর এক বিষয়ে পাশ। কারণ বৃত্তের বাইরে যারা আছে (200-50 = 150 জন) তারা উভয় বিষয়ে পাশ। কিন্তু সর্বোচ্চ এক বিষয়ে পাশ নিতে হবে।
 \therefore সম্ভাবনা = $\frac{50}{200} = \frac{1}{4}$

Ans: (ক) $\frac{3}{20}$ (খ) $\frac{1}{5}$ (গ) $\frac{1}{4}$

- একজন ছাত্র একটি পরীক্ষায় A, B, C এবং D চারটি বিষয়ে অংশগ্রহণ করেন। সে তার পরীক্ষায় পাস করার সম্ভাব্যতা নির্ধারণ করে A বিষয়ে $\frac{4}{5}$, B বিষয়ে $\frac{3}{4}$, C বিষয়ে $\frac{5}{6}$ এবং D বিষয়ে $\frac{2}{3}$ । যোগ্যতা প্রদর্শনে তাকে অবশ্যই A বিষয়ে এবং কমপক্ষে অন্য দুটি বিষয়ে পাশ করতে হবে। তার যোগ্যতার সম্ভাবনা বের করুন। [৩৫তম বিসিএস(লিখিত)]

সমাধান:

যেহেতু A এবং কমপক্ষে আরো দুইটি বিষয়ে পাশ করতে হবে। তাই চারটি বিষয়ের মধ্যে পাশ করতে হবে কমপক্ষে তিনটিতে।

B-তে ফেল এবং অন্য তিনটিতে পাশ করার সম্ভাব্যতা = $(1-\frac{3}{4}) \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$

C-তে ফেল এবং অন্য তিনটিতে পাশ করার সম্ভাব্যতা = $(1-\frac{5}{6}) \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{15}$

D-তে ফেল এবং অন্য তিনটিতে পাশ করার সম্ভাব্যতা = $(1-\frac{2}{3}) \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

সবগুলো বিষয়েই পাশ করার সম্ভাব্যতা = $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

তাই যোগ্যতার নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{9} + \frac{1}{15} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{61}{90}$

Ans: $\frac{61}{90}$

Note: এখানে, A, B, C ও D চারটি বিষয়ের হিসাব করতে হচ্ছে কারণ যে কোন তিনটি বিষয়ে হিসাব করা হলো, তাহলে চতুর্থ বিষয়টি পাস করলো না ফেল করলো তা উল্লেখ করা হলো না।

অসমতা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	অসমতার সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	দ্বিঘাত অসমতা
পদ্ধতি-০২	অসমতার ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান	পদ্ধতি-০৬	তিন রাশির অসমতা
পদ্ধতি-০৩	ভগ্নাংশের অসমতা	পদ্ধতি-০৭	অসমতার বিবিধ
পদ্ধতি-০৪	অসমতার সমাধান	Practice Part	
অসমতার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

অসমতা (Inequality) কী?

যদি দুটি বিষয় বা সংখ্যা সমান সমান না হয়ে অসমান হয় তাহলে তাকে অসমতা বলে।

সমীকরণ অধ্যায়ে আমরা দেখেছি দু'পাশে দুটি সমান মান বসিয়ে সমাধান করতে হয়। কিন্তু অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সাধারণত অসমান।

নিচের উদাহরণটি মনোযোগ দিয়ে বুঝলে অসমতা দ্বারা আসলে কি বোঝায় তা বুঝতে পারবেন।

উদাহরণ - ০১ : H.S.C পরীক্ষায় রিমি অংশগ্রহণ করবে। পরীক্ষার মোট নম্বর 1300 হলে, রিমি মোট কত নম্বর পেতে পারে তা অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন? [শ্রম পরিদপ্তর (জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা)-২০০৯]

ক. $0 < x < 1200$ খ. $0 < x \leq 1200$ গ. $0 \leq x < 1200$ ঘ. $0 \leq x \leq 1300$ উত্তর: খ

সমাধান:

রিমির প্রাপ্ত নম্বর সর্বনিম্ন 0 থেকে শুরু করে সর্বোচ্চ 1300 নম্বর পর্যন্ত হতে পারে।

যাকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে হবে $0 \leq x \leq 1300$

উদাহরণ - ০২ : 'চ' স্থান হতে 'ছ' স্থানের দূরত্ব ২০ মাইল এবং 'চ' স্থান হতে 'জ' স্থানের দূরত্ব ১২ মাইল। 'ছ' হতে 'জ' এর দূরত্ব নির্দেশক 'ক' হলে নিচের কোনটি সঠিকভাবে 'ক' এর মান নির্দেশ করে? [এন এস আই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]

ক. $c \leq k \leq 20$ খ. $c \leq k \leq 32$ গ. $12 \leq k \leq 20$ ঘ. $12 \leq k \leq 32$ উত্তর: খ

সমাধান:

ছ থেকে জ এর সর্বোচ্চ দূরত্ব = $20 + 12 = 32$ মাইল

এবং সর্বনিম্ন দূরত্ব = $20 - 12 = 8$ মাইল

∴ ছ থেকে জ এর দূরত্ব নির্দেশক ক হলে, $8 \leq k \leq 32$ সঠিক হবে।

উদাহরণ-০৩ : করিমের স্কুল তার বাড়ী থেকে ১০কিমি দূরে অবস্থিত। সেখান থেকে সে ৪কিমি দূরে তার বন্ধুর বাড়ী গেল, এরপর বন্ধুর বাড়ী থেকে ৩কিমি দূরে ক্রিকেট মাঠে গেল। বর্তমানে করিম যদি তার বাড়ী থেকে x কিমি দূরে অবস্থান করে তাহলে x এর সীমা কত হবে? (FLI (Off)-2008)

ক. $3 \leq x \leq 12$ খ. $3 \leq x \leq 17$ গ. $3 \leq x \leq 10$ ঘ. $3 \leq x \leq 14$ উত্তর: খ

সমাধান:

এক্ষেত্রে x এর সর্বোচ্চ মান = $10 + 4 + 3 = 17$ (কারণ বাসা থেকে তার স্কুল সোজা ১০কিমি দূরে হলে এবং সেখান থেকে তার বন্ধুর বাসার দূরত্ব সোজা ৪ কিমি ও বন্ধুর বাসা থেকে খেলার মাঠ সোজা ৩ কিমি দূরত্ব হলে সর্বোচ্চ দূরত্ব ১৭ হয়।)

আবার x এর সর্বনিম্ন মান = $10 - 4 - 3 = 3$ (যদি তার বাসা থেকে স্কুল ১০কিমি যাওয়ার পর তার বন্ধুর বাসা বিপরীত পাশে অর্থাৎ তার বাসার দিকেই হয় তাহলে দূরত্ব কমবে ৪ এবং বন্ধুর বাসা থেকে থেকে তার খেলার মাঠের দূরত্ব কমবে ৩) ∴ x অবশ্যই 3 এর সমান বা এর বড় হবে এবং 17এর সমান বা এর ছোট হবে। অর্থাৎ $3 \leq x \leq 17$ এখানে দূরত্ব দেয়া থাকলেও কোনদিকে অবস্থিত দেয়া না থাকায় একবার সোজা এবং আর একবার বিপরীত পাশে ধরে সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান বের করা হয়েছে।

সুতরাং আমরা বলতে পারি, অসমতা কোন নির্দিষ্ট মান কে নির্দেশ করে না। বরং একটা নির্দিষ্ট সীমাকে নির্দেশ করে।

অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষের মাঝে $<$, $>$, \leq , বা \geq চিহ্নগুলো ব্যবহার করা হয়।

$x < y$ এর অর্থ x, y-এর চেয়ে ছোট আবার $x > y$ এর অর্থ x, y-এর চেয়ে বড় (যে পাশে মুখ বড় করে থাকে তাই বড়) এবং $x \leq y$ এর অর্থ x, y এর চেয়ে ছোট অথবা সমান আবার, $x \geq y$ এর অর্থ x, y এর চেয়ে বড় অথবা সমান। আবার, $x < y < z$ এর অর্থ $x < y$ এবং $y < z$ অর্থাৎ যার অর্থ $x < z$

অসমতার নিয়মাবলী:

অসমতার স্বতঃসিদ্ধ, সমীকরণের স্বতঃসিদ্ধের অনুরূপ। শুধুমাত্র নিচে বর্ণিত নিয়মগুলো অতিরিক্ত হিসেবে জানতে হবে।

(ক) অসমতার উভয় পাশে একই সংখ্যা যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হয় না।

যেমন: ধরি একটি অসমতা $10 > 6$ তাহলে $10+8 > 6+8$ আবার $10 \div 2 > 6 \div 2$ (এভাবে বোঝা সহজ কারণ সংখ্যা দেখে ধরা যাচ্ছে, কিন্তু প্রক্ষেপে x, y, z দেয়া থাকে বিধায় বুঝতে কষ্ট হয়, সহজভাবে বোঝার জন্য একটি মান ধরে করবেন)

(খ) অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষের রাশিকে ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়। যেমন: $10 > 6 = 10 \times (-2) < 6 \times (-2) = -20 < -12$ (এখানে চিহ্নটি উল্টে গেল কারণ -২ ছোট)

(গ) ডানপক্ষকে বামপক্ষে এবং বামপক্ষকে ডানপক্ষে আনলে অসমতার দিক পাল্টে যায়।

যেমন: খুবই গুরুত্বপূর্ণ নিয়ম, $10 > 6$ দ্বারা বোঝায় 10, 6 এর থেকে বড়, তেমনি ঘুরিয়ে লিখলে $6 < 10$ অর্থ একই।

(ঘ) অসমতার উভয়পার্শ্বে যদি দুইটি ধনাত্মক অথবা দুইটি ঋণাত্মক সংখ্যা থাকে, তাহলে ব্যস্তকরণ/বিপরীতকরণ করলে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন হয়। যেমন: $7 > 2$ [অসমতার উভয়পার্শ্বে দুটি ধনাত্মক সংখ্যা]

$$\therefore \frac{1}{7} < \frac{1}{2} \text{ [ব্যস্তকরণ করলে চিহ্নের পরিবর্তন হয়ে যায়]}$$

আবার, ধরা যাক, $-5 < -2$ [অসমতার উভয়পার্শ্বে দুটি ঋণাত্মক সংখ্যা]

$$\therefore \frac{-1}{5} > \frac{-1}{2} \text{ [ব্যস্তকরণে চিহ্নের পরিবর্তন হয়েছে]}$$

কিন্তু অসমতার উভয়পার্শ্বে যদি বিপরীত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা থাকে, তাহলে ব্যস্তকরণ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হবে না।

ধরা যাক, $-7 < 2$ [অসমতার উভয়পার্শ্বে বিপরীত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা]

$$\therefore \frac{-1}{7} < \frac{1}{2} \text{ [ব্যস্তকরণ করলে চিহ্নের পরিবর্তন হয় নি]}$$

পরমমান কি? এবং কেন?

একটি চিহ্ন এবং পরমমান যুক্ত সংখ্যা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। তাই যদি কোন সংখ্যা বা ভগ্নাংশ পরমমান

চিহ্ন এর ভেতরে থাকে তাহলে তাকে একবার ধনাত্মক এবং আরেকবার ঋণাত্মকধরে দুবার হিসেব করতে হয়।

যেমন: $x+5 \leq 8 \Rightarrow x \leq 8-5 \therefore x \leq 3$ কিন্তু $|x+5| \leq 8$, অর্থাৎ হয় $x+5 \leq 8$ অথবা $-(x+5) \leq 8$

$\Rightarrow x+5 \geq -8$ । এটাকে আমরা সরাসরি লিখতে পারি, $|x+5| \leq 8 \Rightarrow -8 \leq x+5 \leq 8$

৮১ পরমমানের ধর্ম: $|x| \geq 0$, $|xy| = |x||y|$, $|-x| = x$

অর্থাৎ পরমমানের ভেতরে ঋণাত্মক মান বসলে তা ধনাত্মক হয়ে যায় যেমন: $|-5| = 5$

আবার, $|x| < y$ হলে, তাকে লেখা যায়, $-y < x < y$ (এই নিয়মের প্রয়োগ পরমমানের অংকগুলোতে পানো)

৮২ সংখ্যারেখার ধর্ম:

সংখ্যারেখায় অবস্থিত যে কোনো সংখ্যার ডানের সবগুলো সংখ্যা তার চেয়ে বড় এবং ধনাত্মক হয় এবং বামের সবগুলো সংখ্যা ছোট এবং ঋণাত্মক হয়। \leq বা \geq থাকলে সংখ্যারেখায় বৃত্ত ভরাট হয়। আর $<$ বা $>$ থাকলে সংখ্যারেখায় বৃত্ত ভরাট হয় না।

পদ্ধতি-০১: অসমতার সাধারণ প্রশ্ন

১. যদি $a < b$, তাহলে নিচের কোন সংখ্যাটি a এর চেয়ে বড় কিন্তু b এর চেয়ে ছোট হবে? [খাদ্য অধিদপ্তর (খাদ্য পরিদর্শক)-২০১৭]

ক. $\frac{a+b}{2}$ খ. $\frac{ab}{2}$ গ. $b-a$ ঘ. ab

৯সমাধান: দুটি সংখ্যার গড় সর্বদা ছোট সংখ্যাটি থেকে বড় আবার বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট হয়।
এখানে a ও b সংখ্যাদুটির গড় = $\frac{a+b}{2}$, যা, a এর চেয়ে বড় কিন্তু b এর চেয়ে ছোট।

৯৩ নিজে করুন:
২. $-100 < x < y < 0$ হলে নিচের কোনটি সব থেকে বড়?
ক. $y-x$ খ. $x+y$ গ. x^3 ঘ. y^3

[Hints: $x = -2, y = -1$ ধরে, $\therefore y-x = 1, x+y = -3, x^3 = -8$ এবং $y^3 = 1$]

৩. $a+c > b$ হলে নিচের কোনটি সত্য? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সহকারী সাইফার কর্মকর্তা)-২০১৭]

ক. $a > b-c$ খ. $a < b-c$ গ. $a > b+c$ ঘ. $a < b+c$

৯সমাধান: $a+c > b \Rightarrow a+c-c > b-c \therefore a > b-c$

৪. $a \leq b$ এবং $b \leq a$ হলে নিচের কোনটি সত্য? [১৬তম শিক্ষক(স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯]

ক. $a < b$ খ. $a > b$ গ. $a = b$ ঘ. $a \neq b$

৯সমাধান: $a \leq b \Rightarrow a < b$ অথবা, $a = b$ আবার, $b \leq a \Rightarrow b < a$ অথবা, $b = a$,
যেহেতু $a < b$ হলে, $b < a$ হতে পারে না (একই সাথে একটা সংখ্যা অন্য সংখ্যার বড় এবং ছোট হতে পারে না) সুতরাং $a = b$

৫. যদি $x > 7$ এবং $y > -3$ হয়, তবে কোনটি সঠিক? [পিএসসি (সহ-পরিচালক)-২০১৯]

ক. $xy > 7$ খ. $xy > -21$ গ. $xy < 3$ ঘ. $-x > 2y$

৯সমাধান: $x > 7 \dots\dots\dots$ (i) এবং $y > -3 \dots\dots\dots$ (ii) এখন, (i) \times (ii) করে পাই, $xy > -21$
(দুটি সমীকরণের চিহ্ন একই হলে বড় সংখ্যা দুটির গুণফল ছোট সংখ্যা দুটির গুণফল থেকে সব সময় বড় ই হবে।)

৬. যদি $x > y$, এবং $a > b$ হয় তবে, কোন সম্পর্কটি সঠিক? [আবহাওয়া অধিদপ্তর (সহ-আবাসিক)-২০১৭]

ক. $a+x < b+y$ খ. $a+x > b+y$ গ. $a = y$ ঘ. $ax = by$

৯সমাধান:
 $x > y \dots\dots\dots$ (i), $a > b \dots\dots\dots$ (ii) এখন, (i) + (ii) করে পাই, $a+x > b+y \therefore a+x > b+y$

৭. যদি $\left(\frac{x}{y}-1\right) > \left(\frac{1}{y}\right)$ হয় তবে কোনটি অবশ্যই সঠিক হবে? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের (উচ্চমান সহকারী)-২০১৭]

ক. $x > 0$ খ. $y > 0$ গ. $x > y$ ঘ. $y > x$ উত্তর: গ

৯সমাধান: $\frac{x}{y}-1 > \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{x-y}{y} > \frac{1}{y} \Rightarrow x-y > 1 \Rightarrow x > y+1 \therefore x > y$
[লজিক দেখুন, $y+1$ এর থেকেও x বড় হলে শুধু y এর থেকেও অবশ্যই বড় হবে কারণ শুধু $y, y+1$ এর থেকে ছোট]

৮. যদি $x > y, z < y$ এবং $w < x$, নিচের কোনটি সঠিক? [IBA Jul-1993]

ক. $z > w$ খ. $y > w$ গ. $y = w$ ঘ. $z < x$ উত্তর: ঘ

৯সমাধান: $x > y$ এবং $z < y$ থেকে লেখা যায়, $x > y > z$
আবার শেষে $w < x$ অর্থ হল w, x এর থেকে ছোট, কিন্তু কতটুকু ছোট তা বলা নেই।
অর্থাৎ $x > y > z$ শিখার পর w, x এর পরে যে কোন জায়গায় হতে পারে, এখানে সবচেয়ে বড় হল x , এবং অন্যগুলো তার থেকে ছোট হলেও কে কার সমান তা বোঝা যায় না। এখন উত্তরের অপশনগুলো নিয়ে ভাবি
(a) তে, $z > w$, অর্থাৎ z, w এর থেকে বড়, তা প্রদত্ত ক্রমগুলোতে কোথাও বলা নেই। তাই (a) উত্তর নয়।
(b) তে, $y > w$ অর্থাৎ y, w এর থেকে বড়, তা প্রদত্ত ক্রমগুলোতে কোথাও বলা নেই। তাই (b) উত্তর নয়।
(c) তে, $y = w$ এটাও সঠিক নয়।
(d) তে, $z < x$ অর্থাৎ z এর থেকে x এর মান বড়। এটা সঠিক কারণ প্রশ্নানুযায়ী x ই সবথেকে বড়।

৯. $x-11 < 4x+1$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

ক. $x > -4$ খ. $x > 4$ গ. $x < -4$ ঘ. $x < 4$ উত্তর: ক

৯সমাধান: $x-11 < 4x+1 \Rightarrow -11-1 < 4x-x \Rightarrow -12 < 3x \Rightarrow -4 < x \therefore x > -4$

১০. যদি $-2 \leq x \leq 2$ এবং $3 \leq y \leq 8$, তবে কোনটি সঠিক? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ-টাইপিষ্ট)-২০১৮]

ক. $1 \leq y-x \leq 10$ খ. $1 \leq y-x \leq 5$ গ. $5 \leq y-x \leq 6$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

৯সমাধান: দেয়া আছে, $3 \leq y \leq 8$
 $-2 \leq x \leq 2$
[বিয়োগ করে পাই] $5 \leq y-x \leq 6$ (অপশন গ এর সাথে মিলেছে।)

১১. x, y এবং z তিনটি পূর্ণ সংখ্যা। যদি $x > y > z$ এবং $z > 2$ হয় তবে নিচের কোনটি অবশ্যই ভুল? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (কাম-কম্পিউটার যুগ্মকর্মকর্তা)-২০১৬]

ক. $xyz > 0$ খ. $xy-z > 0$ গ. $y-xz > 0$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

৯সমাধান: $x > y > z$ এবং $z > 2$ হওয়ায় ধরি, $z = 3$ তাহলে $y = 4$ এবং $x = 5$ ধরে পাই,
ক. $xyz = 5 \times 4 \times 3 = 60 > 0$ (তিনটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুণফল সব সময় ০ এর থেকে বড়।)
খ. $xy-z = 5 \times 4 - 3 = 17 > 0$ (দুটি সংখ্যার গুণফল বড় হওয়ায় বিয়োগফল ধনাত্মক সংখ্যা যা ০ থেকে বড়)
গ. $y-xz = 4 - 5 \times 3 = -11 > 0$ যা ভুল। (একটি থেকে দুটির গুণফল বিয়োগ করলে ঋণাত্মক সংখ্যা ০ থেকে বড় নয়)

১২. x, y এবং z তিনটি পূর্ণ সংখ্যা। যদি $x < y < z$ এবং $y > 2$ হয় তবে নিচের কোনটি অবশ্যই ভুল? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ-টাইপিষ্ট)-২০১৮]

ক. $xyz > 0$ খ. $xy-z > 0$ গ. $y-xz > 0$ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: গ

৯সমাধান: দেওয়া আছে, $x < y < z$, ধরি, $x = 2, y = 3, z = 4$ [যেহেতু $x < y < z$]
এখন অপশন গুলোতে এই মান বসিয়ে দেখা যাক।

- (ক) $xyz > 0 \Rightarrow 2 \times 3 \times 4 > 0 \Rightarrow 24 > 0$ এটা হতে পারে।
 (খ) $xy - z > 0 \Rightarrow 2 \times 3 - 4 > 0 \Rightarrow 2 > 0$ এটাও হতে পারে।
 (গ) $y - xz > 0 \Rightarrow 3 - 2 \times 4 > 0 \Rightarrow -5 > 0 =$ ইহা কখনোই সঠিক নয়।
 কারণ ঋণাত্মক সংখ্যা সবসময় 0 এর থেকে ছোট। সুতরাং এটাই উত্তর।

১৩. যদি $2x + y = 2$ হয় এবং $x + 3y > 6$ হয়, তবে- [Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]
 ক. $y \geq 2$ খ. $y < 2$ গ. $y > 2$ ঘ. $y \leq 2$

সমাধান: দেয়া আছে, $2x + y = 2 \therefore 2x = 2 - y$

এখানে, $x + 3y > 6 \Rightarrow 2x + 6y > 12$ (2 দিয়ে গুণ) $\Rightarrow 2 - y + 6y > 12$ (মান বসিয়ে) $\Rightarrow 5y > 10 \therefore y > 2$

১৪. যদি $6 - 4x \leq 14$ হয়, তবে x এর মান কত? [কর্মসংস্থান ব্যাংক (অফিসার)-২০১৩]

- ক. $x \leq 2$ খ. $x \geq 2$ গ. $x \leq -2$ ঘ. $x \geq -2$

সমাধান: $6 - 4x \leq 14 \Rightarrow 6 - 14 \leq 4x \Rightarrow -8 \leq 4x \Rightarrow -2 \leq x \therefore x \geq -2$

পদ্ধতি-০২: অসমতার ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান

মনে রাখুন:

- সব সময় $x > 0$ এভাবে একটি সংখ্যা 0 থেকে বড় হলে বুঝতে হবে সংখ্যাটি ধনাত্মক।
- আবার $x < 0$ এভাবে যে কোন একটি সংখ্যা 0 থেকে ছোট হলে বুঝতে হবে সংখ্যাটি ঋণাত্মক।
- $xy > 0$ এভাবে দুটি সংখ্যার গুণফল 0 থেকে বড় হলে বুঝতে হবে দুটি সংখ্যাই ধনাত্মক অথবা দুটি সংখ্যাই ঋণাত্মক। কেননা ঋণাত্মক দুটি সংখ্যা গুণ করলে তা আবার ধনাত্মক হয়ে যায়, যা 0 থেকে বড়।
- কিন্তু $xy < 0$ অর্থাৎ দুটি সংখ্যার গুণফল 0 থেকে ছোট হলে বুঝতে হবে একটি সংখ্যা ঋণাত্মক এবং অপর সংখ্যা ধনাত্মক। অথবা একটি ধনাত্মক হলে অন্যটি অবশ্যই ঋণাত্মক হবে।
- তিনটি সংখ্যা অর্থাৎ $xyz > 0$ থাকলে বুঝতে হবে যে সবগুলো গুণ করে ধনাত্মক হয়েছে
- আবার $xyz < 0$ থাকলে বুঝতে হবে তিনটি সংখ্যাই গুণ করে ঋণাত্মক মান বের হয়েছে।

(অনেক প্রশ্নেই এই বিষয়গুলো বার বার আসবে তাই গুরুত্ব দিয়ে পড়ুন।)

১৫. $x > y$ এবং $xy < 0$ হলে নিচের কোনটি ঋণাত্মক হবে? [NSI (ফিল্ড অফিসার)- ২০১৭]

- ক. x খ. y গ. $x - y$ ঘ. $x^2 + y^2$

সমাধান: $xy < 0$ অর্থাৎ x, y এর একটি ধনাত্মক এবং একটি ঋণাত্মক। যেহেতু $x > y$ তাই x ধনাত্মক এবং y ঋণাত্মক।

১৬. $xy > 0$ এবং $x < 0$ হলে নিচের কোনটি অবশ্যই ঋণাত্মক? [BASIC Bank-2002]

- ক. $-x$ খ. y গ. $-y$ ঘ. x

সমাধান: $xy > 0$ অর্থাৎ x, y এর দুটোই ধনাত্মক অথবা দুটোই ঋণাত্মক সংখ্যা। যেহেতু $x < 0$ অর্থাৎ x একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। সুতরাং x ও y এর গুণফল ধনাত্মক হওয়ার জন্য y কে ও ঋণাত্মক হতে হবে। অর্থাৎ $x < 0$

১৭. $x > y$ এবং $z < 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [৩০তম বিসিএস I+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

- ক. $xz > yz$ খ. $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ গ. $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$ ঘ. $xz < yz$

সমাধান: $z < 0$ অর্থাৎ z একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতা চিহ্ন পাল্টে যায়। দেয়া আছে, $x > y \therefore xz < yz$ [উভয়পক্ষকে ঋণাত্মক সংখ্যা z দ্বারা গুণ করায় চিহ্ন পরিবর্তন হয়েছে।]

১৮. যদি $a > b$ এবং $c > 0$ হয়, তবে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- ক. $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ খ. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ গ. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ঘ. $\frac{a}{c} > \frac{b}{0}$

সমাধান: $a > b$ অর্থাৎ a, b এর থেকে বড়। আবার, $c > 0$ অর্থাৎ c ধনাত্মক সংখ্যা। এখন ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে যে আগে বড় ছিল সে বড়ই থাকে। তাই উত্তর অপশন (খ)

১৯. যদি $xyz < 0$ এবং $z < 0$ হয়, তবে নিচের কোনটি অবশ্যই সঠিক হবে? [খাদ্য অধিদপ্তরের সুপারভাইজার ২০০৯]

- ক. $xy > 0$ খ. $xy < 0$ গ. $xy < z$ ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: এখানে $xyz < 0$ অর্থাৎ x, y ও z এর গুণফল হল ঋণাত্মক সংখ্যা। আবার যেহেতু $z < 0$ অর্থাৎ z ও একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। সুতরাং xy ও z এর গুণফল টি তখন ঋণাত্মক হবে যখন xy এর মান ধনাত্মক হবে। অর্থাৎ $xy > 0$

২০. যদি $xy < 0, xz > 0$ এবং $z < 0$ হয় তবে নিচের কোনটি অবশ্যই সত্য হবে? [পূবঙ্গী ব্যাংক লি: (অফিসার)-২০১৬], [পায়রা বন্দর কর্তৃপক্ষ-২০১৯], [মহাহিসাব নিরক্ষকের কার্যালয় (অডিটর)-২০১৫]

- ক. $y > 0$ খ. $y < 0$ গ. $yz > 0$ ঘ. কোনোটিই নয়

সমাধান: $z < 0$ সুতরাং z ঋণাত্মক। আবার, $xz > 0$ সুতরাং x ও ঋণাত্মক। আবার, $xy < 0$ হওয়ায় y অবশ্যই ধনাত্মক। সুতরাং $y > 0$

২১. যদি $y = \frac{3x-6}{x}$ হয় তবে x এর কোন মানের জন্য y ধনাত্মক হবে? [সাব-রেজিস্ট্রার-২০১০]

- ক. $x > 0$ খ. $x < 0$ গ. $x > 2$ অথবা, $x < 0$ ঘ. $-2 < x < 2$ এবং $x \neq 2$

সমাধান: $x > 2$ অর্থাৎ $x = 3, 4, 5 \dots$ হলে $y = \frac{3x-6}{x} = \frac{3 \times 3 - 6}{3} = \frac{3}{3} = 1 \therefore y$ এর মান ধনাত্মক।

$x < 0$ অর্থাৎ $x = -1, -2, -3 \dots$ হলে $y = \frac{3 \times (-1) - 6}{-1} = \frac{-3 - 6}{-1} = \frac{-9}{-1} = 9 =$ ধনাত্মক।

সুতরাং সঠিক উত্তর, $x > 2$ অথবা $x < 0$ ।

২২. যদি $xy < 0$ এবং $y > 0$ হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (অফি: সহ)-২০১৮]

- ক. $\frac{2x+3}{2-x} > 0$ খ. $\frac{2y+3}{x-2} > 6$ গ. $\frac{2x+3}{2-x} > 6$ ঘ. সবগুলো সঠিক

সমাধান: দেওয়া আছে, $xy < 0$ আবার, $y > 0$ সুতরাং $x < 0$ [দুটির গুণফল ঋণাত্মক হলে একটা অবশ্যই ঋণাত্মক সংখ্যা]

ধরি, $x = -1$ তাহলে, ক. $\frac{2x+3}{2-x} > 0 \Rightarrow \frac{2(-1)+3}{2-(-1)} > 0 \Rightarrow \frac{-2+3}{2+1} > 0 \Rightarrow \frac{1}{3} > 0$ সঠিক

তাহলে, খ. $\frac{2y+3}{x-2} > 6 \Rightarrow \frac{2 \times 1 + 3}{-1 - 2} > 6 \Rightarrow \frac{5}{-3} > 6$ ভুল। কারণ নিচে ঋণাত্মক সংখ্যা ই থেকে যায়।

পদ্ধতি-০৩: ভগ্নাংশের অসমতা

মনে রাখবেন:

- কোন ভগ্নাংশকে বিপরীতকরণ করলে অথবা সাধারণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ বানালে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন হয়।
- কোন পূর্ণ সংখ্যাকে বর্গ করলে তা বড় হয়। কিন্তু কোন প্রকৃত ভগ্নাংশের বর্গ করলে তা ছোট হয়ে যায়।
- কোন পূর্ণ সংখ্যার বর্গমূল করলে তা ছোট হয়, কিন্তু কোন প্রকৃত ভগ্নাংশের বর্গমূল করলে তা বড় হয়ে যায়।

২৩. যদি $P > Q$ এর ধনাত্মক হয় এবং $P > Q$ হয় তবে নিচের কোনটি সত্য? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]

- ক. $\frac{1}{P} < \frac{1}{Q}$ খ. $2 - P > 2 - Q$ গ. $4 - P > 4 - Q$ ঘ. $\frac{1}{P} > \frac{1}{Q}$

সমাধান: যে কোন ভগ্নাংশকে বিপরীতকরণ করলে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন করতে হয়। যেমন: $2 < 3$ অর্থাৎ ২ এর থেকে ৩ বড়।

কিন্তু এই সংখ্যা দুটি কে ভগ্নাংশ আকারে লিখলে চিহ্ন পরিবর্তন করে এভাবে লিখতে হবে $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ কারণ $\frac{1}{2}$ এর মান $\frac{1}{3}$ থেকে বড়।

সুতরাং $P > Q$ কে ভগ্নাংশ আকারে লিখলে চিহ্ন পরিবর্তন হয়ে $\frac{1}{P} < \frac{1}{Q}$ হয়ে যাবে।

নিজে করুন:

২৪. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ হলে কোনটি সঠিক?

- ক. $a = b$ খ. $a < b$ গ. $a > b$

২৫. যদি $0 < x < 1$ হয় তাহলে নিচের কোনটি অপর তিনটি হতে বড়? [গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ-সহকারী প্রকৌশলী ও ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]

- ক. $\frac{1}{x}$ খ. $\frac{1}{x^2}$ গ. x^2 ঘ. x^3

সমাধান: দেয়া আছে, $0 < x < 1$, ধরি, $x = 0.1$ (০ এর থেকে বড় কিন্তু ১ এর থেকে ছোট হলে যে কোন দশমিক সংখ্যা)

ক. $\frac{1}{x} = \frac{1}{0.1} = 10$, খ. $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{(0.1)^2} = \frac{1}{0.01} = 100$, গ. $x^2 = (0.1)^2 = 0.01$ ঘ. $x^3 = (0.1)^3 = 0.001$

সুতরাং অপশন (খ) এর মান সবথেকে বড়।

২৬. যদি $-1 < n < 0$ হয় তাহলে নিচের কোনটি সব থেকে বড়?

- ক. $\frac{n}{2}$ খ. n^2 গ. $\frac{1}{n^2}$ ঘ. $n + 1$

সমাধান: প্রশ্ন অনুসারে, ধরি, $n = -\frac{1}{2}$ তাহলে, $\frac{n}{2} = -\frac{1}{4}$, $n^2 = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{n^2} = 4$, $n + 1 = \frac{1}{2}$ $\therefore \frac{1}{n^2}$ সবথেকে বড়।

২৭. যদি $0 < x < 1$ হয় তাহলে নিচের কোনটি অপর তিনটি হতে বড়? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]

- ক. $\frac{1}{x}$ খ. x^3 গ. $\frac{1}{x^2}$ ঘ. x^2

সমাধান: এখানে, $0 < x < 1$ এর অর্থ x এর মান ০ এবং ১ এর মাঝামাঝি যে কোন সংখ্যা। অর্থাৎ x একটি ধনাত্মক দশমিক ভগ্নাংশ। এখন, ধরি, $x = 0.5$ তাহলে,

ক. $\frac{1}{x} = \frac{1}{0.5} = 2$ খ. $(.5)^3 = .5 \times .5 \times .5 = .125$, গ. $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{(.5)^2} = \frac{1}{.25} = 4$ ঘ. $x^2 = (.5)^2 = .25$

দেখা যাচ্ছে অপশন গ এর মানটি অন্য সবগুলো থেকে বড়।

Note: ভগ্নাংশকে বর্গ বা ঘন করলে তা ছোট হয়ে যায়। কিন্তু ভগ্নাংশকে বর্গ বা ঘন করার পর আবার বিপরীত করণ করলে তা বড় হয়ে যায়।

২৮. If $x^3 < x^2 < x$, then the value of x could be? [BB.AD.RT-2010]

- ক. ০ খ. 1 গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\sqrt{3}$

সমাধান: $x^3 < x^2 < x$

এখানে শুধু x ই বড় কিন্তু যখন তার উপর বর্গ করা হচ্ছে তখন তা ছোট হয়ে যাচ্ছে আবার ঘন করা হলেও ছোট হচ্ছে। সুতরাং

x একটি ভগ্নাংশ। অপশনে শুধু মাত্র একটি ভগ্নাংশ আছে $\frac{1}{3}$ তাই ভগ্নাংশ ধরে এভাবে মিলিয়ে নেয়া যায়

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^3 < \left(\frac{1}{3}\right)^2 < \frac{1}{3} \text{ (c হতে মান বসিয়ে)} \Rightarrow \frac{1}{27} < \frac{1}{9} < \frac{1}{3}$$

নিজে করুন:

২৯. যদি $x^3 < x^2 < x$ হলে x এর মান হতে পারে?

- ক. ৫ খ. ২ গ. $\frac{2}{3}$ ঘ. ৩ উত্তর: গ

৩০. যদি $x > 0, y > 0$ এবং $\frac{x}{1} > \frac{1}{y}$ হয় তবে x ও y এর মধ্যে কি সম্পর্ক?

- ক. $x > y$ খ. $x = y$ গ. $x < y$ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: $x > 0, y > 0$ অর্থ: x ধনাত্মক সংখ্যা এবং y ও ধনাত্মক সংখ্যা এবং দুটি সংখ্যাই ০ এর থেকে বড়।

এখন কোন সংখ্যাটি কত বড় তা জানা না থাকায় এদের মধ্যে সম্পর্ক বলা সম্ভব নয়। যে কোনটি বড় বা ছোট হতে পারে।

পদ্ধতি-০৪: অসমতার সমাধান

(৪. ক) অসমতার সমাধানে $<$ থাকলে:

৩১. $|x| < 3$ এর সমাধান সেট- [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]

- ক. $-3 \leq x \leq 3$ খ. $3 < x < 3$ গ. $-3 < x < 3$ ঘ. $-3 \leq x \leq 3$ উত্তর: গ

সমাধান: $|x| < 3 \therefore -3 < x < 3$ [পরমমান চিহ্ন তুলে দিয়ে x এর দু পাশে একই চিহ্ন নিয়ে একই সংখ্যা বিপরীত চিহ্ন দিয়ে লিখতে হয়]

৩২. $1 - 3x \leq 4$ অসমতার সমাধান কত? [খাদ্য মন্ত্রণালয় (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০২১]

- ক. $x \geq -2$ খ. $x \geq -1$ গ. $x \leq -1$ ঘ. $x > -1$ উত্তর: খ

সমাধান: $1 - 3x \leq 4 \Rightarrow -3x \leq 3 \Rightarrow -x \leq 1 \Rightarrow x \geq -1$ (-1 দিয়ে গুণ করে) $\therefore x \geq -1$

৩৩. $x^2 - 4 \leq 0$ এর সমাধান কোনটি? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

- ক. $-2 \leq x \leq 2$ খ. $-2 < x < 2$ গ. $-2 < x \leq 2$ ঘ. $-2 < x < 2$ উত্তর: ক

সমাধান: $x^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq \pm 2 \therefore -2 \leq x \leq 2$

৩৪. সমাধান করুন: $|x - 3| < 5$ হলে- [৩৫তম বিসিএস]

- ক. $2 < x < 8$ খ. $-2 < x < 8$ গ. $-8 < x < -2$ ঘ. $-4 < x < -2$ Ans: খ

সমাধান: $|x - 3| < 5$ { | | পরম মান চিহ্নের ভেতরের রাশিটি ধনাত্মক হতে পারে, আবার ঋণাত্মক হতে পারে}

$(x-3)$ ধনাত্মক হলে, $x - 3 < 5 \Rightarrow x < 5 + 3 \Rightarrow x < 8$ [এই মানটি সম্পূর্ণ উত্তরের অর্ধেক।]

আবার $(x-3)$ ঋণাত্মক হলে

$-(x-3) < 5 \Rightarrow x - 3 > -5$ [উভয় পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে চিহ্ন পরিবর্তন।]

$$x > -5 + 3 \therefore x > -2$$

উত্তর লিখার নির্দেশ নিয়ম:

সর্বপ্রথমে মাঝখানে x লিখুন। তারপর x এর দুপাশেই $<$ অথবা $>$ চিহ্ন লিখুন এভাবে $= <x <$ অথবা $>x >$ এখন উপরের মান দুটি থেকে একটি ছোট বসান এভাবে $= <x < 8$ বা, $-2 > x >$ এখন যে পাশে খালি আছে সে পাশে অন্য মানটি বসিয়ে উত্তর নিয়ে আসুন এভাবে $-2 < x < 8$ অথবা $8 > x > -2$

শর্টকাট সমাধান: $|x-3| < 5$ [Note: শুধু $<$ বা, \leq চিহ্ন থাকলে এই শর্টকাট ব্যবহার করা যাবে]
 $\Rightarrow -5 < x-3 < 5$ (পরমাণ কে ভেঙ্গে একপাশে $+5$ আরেকপাশে -5 লেখা হল)
 $\Rightarrow -5+3 < x-3+3 < 5+3 \therefore -2 < x < 8$ (এভাবেও ঘুরিয়ে লেখা যায়, $8 > x > -2$ একই বোঝায়।)

৩৫. বাস্তব সংখ্যায় $|2x-3| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান- (৩৮তম বিসিএস প্রিলি-)

- ক. $1 < x < 2$ খ. $1 \leq x \leq 1$ অথবা $x \geq 2$ গ. $1 \leq x \leq 2$ ঘ. $-1 < x < 12$

লিখিত সমাধান	শর্টকাট সমাধান:
$ 2x-3 $ ধনাত্মক হলে $2x-3 \leq 1 \Rightarrow 2x \leq 1+3 \Rightarrow 2x \leq 4 \therefore x \leq 2$ আবার, $ 2x-3 $ ঋণাত্মক হলে $-(2x-3) \leq 1 \Rightarrow 2x-3 \geq -1$ $\Rightarrow 2x \geq -1+3 \Rightarrow 2x \geq 2 \therefore x \geq 1$ সুতরাং অসমতাটির সমাধান $1 \leq x \leq 2$ Ans:	$ 2x-3 \leq 1$ $\Rightarrow -1 \leq 2x-3 \leq 1$ [অসমতার চিহ্ন ঠিক রেখে একপাশে ধনাত্মক এবং অন্যপাশে ঋণাত্মক সংখ্যা নিতে হয়] $\Rightarrow -1+3 \leq 2x-3+3 \leq 1+3$ [মাঝখানে শুধু x রাখার জন্য x এর সাথে অন্য যা কিছু আছে তা বাদ দিতে হবে] $\Rightarrow 2 \leq 2x \leq 4 \therefore 1 \leq x \leq 2$ Ans:

৩৬. $|1-2x| < 1$ এর সমাধান? (৩৯তম বিসিএস- (বিশেষ))

- ক. $-2 < x < 1$ খ. $-1 < x < 0$ গ. $0 < x < 1$ ঘ. $-1 < x < 1$

লিখিত সমাধান	শর্টকাট সমাধান:
$ 1-2x < 1$ এখানে, $ 1-2x $ ধনাত্মক হলে, $1-2x < 1 \Rightarrow -2x < 1-1 \Rightarrow -x < 0 \therefore x > 0$ আবার, $ 1-2x $ ঋণাত্মক হলে, $-(1-2x) < 1 \Rightarrow -1+2x < 1 \Rightarrow 2x < 2 \therefore x < 1$ সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $0 < x < 1$	$ 1-2x < 1$ $\Rightarrow -1 < 1-2x < 1 \Rightarrow -1-1 < 1-2x-1 < 1-1$ $\Rightarrow -2 < -2x < 0 \Rightarrow 1 > x > 0$ [-2 দিয়ে ভাগ (চিহ্ন পরিবর্তন)] $\therefore 0 < x < 1$ (Ans) এমসিকিউ পরীক্ষায় এই নিয়মে সমাধান করলে সময় বাঁচবে।

৩৭. $|x-2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x+5 < n$ হবে? (৪১তম বিসিএস প্রিলি)

- ক. $m=1, n=10$ খ. $m=2, n=20$ গ. $m=3, n=30$ ঘ. $m=4, n=40$

সমাধান:
 $|x-2| < 3 \Rightarrow -3 < x-2 < 3 \Rightarrow -3+2 < x-2+2 < 3+2 \Rightarrow -1 < x < 5 \Rightarrow -3 < 3x < 15$ [x3]
 $\Rightarrow -3+5 < 3x+5 < 15+5 \Rightarrow 2 < 3x+5 < 20 \therefore m=2, n=20$ উত্তর: $m=2, n=20$

নিজে করুন:

৩৮. যদি $0 \leq x < 3$ হয় তাহলে $a \leq 4x+1 \leq b$ অসমতার a ও b এর মান কত?

- ক. 1, 13 খ. 0, 3 গ. a, b ঘ. 0, 5

৩৮. $|x-2| \leq 5$ হলে, x এর সর্বনিম্ন মান কত? [NBR-2015]

ক. -2 খ. -3 গ. 2 ঘ. 5
 সমাধান: $|x-2| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x-2 \leq 5 \Rightarrow -5+2 \leq x-2+2 \leq 5+2 \therefore -3 \leq x \leq 7$
 অর্থাৎ x এর মান -3 এর সমান বা তার থেকে বড় কিন্তু 7 এর থেকে ছোট বা 7 এর সমান। $\therefore x$ এর সর্বনিম্ন মান হবে -3

৪০. $|x-5| < 3$ সমীকরণটির সমাধান কত? [সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার-২০০৯]+ [সমাজসেবা অধিদপ্তর (উপ-সহ: পরিচালক)-২০০৫]
 ক. $8 > x > -2$ খ. $2 > x > -8$ গ. $2 < x < 8$ ঘ. $-2 < x < -8$

সমাধান: $|x-5| < 3 \Rightarrow -3 < x-5 < 3 \Rightarrow -3+5 < x-5+5 < 3+5 \Rightarrow -3+5 < x < 3+5 \therefore 2 < x < 8$

৪১. $|x-5| = 6$ সমীকরণটির সমাধান সেট হলো? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৩]

ক. {1, -11} খ. {1, 11} গ. {-1, 11} ঘ. {-1, -11}
 সমাধান: $(x-5)$ ধনাত্মক হলে $x-5=6 \therefore x=11$ উত্তর: গ
 আবার, $(x-5)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-5)=6 \Rightarrow x-5=-6 \therefore x=-1 \therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট: $\{-1, 11\}$

৪২. $|x+1| < 3$ অসমতার সমাধান সেট হবে বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা) নিয়োগ-২০১৮]

ক. $-4 < x < 2$ খ. $-2 < x < 2$ গ. $-4 < x < 4$ ঘ. $-4 \leq x \leq 2$ উত্তর: ক
 সমাধান: $|x+1| < 3 \Rightarrow -3 < x+1 < 3 \Rightarrow -3-1 < x+1-1 < 3-1 \therefore -4 < x < 2$

নিজে করুন:

৪৩. $|x+3| < 5$ [কারিগরি শিক্ষক পরীক্ষা ২০০৫]

ক. $(-8 < x < 2)$ খ. $(-3 < x < 3)$ গ. $(-2 < x < 3)$ ঘ. $(-5 < x < 5)$ উত্তর: ক

৪৪. $|2x-3| < 7$ এর সমাধান কত? [থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার-২০১২]

ক. $-2 < x < 5$ খ. $2 < x < 5$ গ. $1 < x < 5$ ঘ. $3 < x < 5$ উত্তর: ক

(৪. খ) অসমতার সমাধানে $>$ থাকলে:

৪৫. $|x-2| > 1$ অসমতার সমাধান করুন। [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর)-২০০৫]

ক. $\{x > 1\} \cup \{x < 2\}$ খ. $\{x > 2\} \cup \{x < 1\}$
 গ. $\{x > -2\} \cup \{x < -1\}$ ঘ. $\{x > 3\} \cup \{x < 1\}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $(x-2)$ ধনাত্মক হলে, $x-2 > 1$ বা, $x > 3$

আবার, $(x-2)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-2) > 1 \Rightarrow x-2 < -1 \Rightarrow x < -1+2 \therefore x < 1$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান: $\{x > 3$ অথবা, $x < 1\}$ অথবা থাকলে এভাবেও লেখা যায়: $\{x > 3\} \cup \{x < 1\}$

৪৬. $|x-3| > 5$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? [তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে (সহকারী পরিচালক-২)-২০০৩]

ক. $-2 < x < 8$ খ. $x < 8$ অথবা $x > 2$ গ. $x > 8$ অথবা $x < -2$ ঘ. $x < -8$ অথবা, $x > 2$ উত্তর: গ
 সমাধান: $(x-3)$ ধনাত্মক হলে, $x-3 > 5 \therefore x > 8$
 $(x-3)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-3) > 5 \Rightarrow x-3 < -5 \Rightarrow x < -5+3 \therefore x < -2$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান $x > 8$ অথবা, $x < -2$

ব্যবধির ব্যবহার

নাম	প্রতীক	Less than (<) এবং Greater than (>) চিহ্নের সাথে ব্যবধির ব্যবহারের সম্পর্ক।	উদাহরণ ও সংখ্যারেখা	ধরো
খোলা ব্যবধি	()	সমাধানে শুধু < অথবা > চিহ্ন আসলে উভয় সংখ্যার পাশে প্রথম বন্ধনী বসে।	$1 < x < 3$ 	(1, 3)
বন্ধ ব্যবধি	[]	সমাধানে ≤ অথবা ≥ চিহ্ন আসলে উভয় সংখ্যার পাশে তৃতীয় বন্ধনী বসে।	$1 \leq x \leq 3$ 	[1, 3]
বন্ধ-খোলা ব্যবধি	[)	> বা < চিহ্নের সাথে যদি = যুক্ত হয়ে ≥ অথবা ≤ হয় তাহলে সেই সংখ্যার সাথে তৃতীয় বন্ধনী বসবে। কিন্তু শুধু > বা < চিহ্ন থাকলে প্রথম বন্ধনী ই থাকবে।	$1 \leq x < 3$ 	[1, 3)
খোলা-বন্ধ ব্যবধি	(]		$1 < x \leq 3$ 	(1, 3]

Note: তবে ইনফিনিটি (∞) চিহ্নে সর্বদা প্রথম বন্ধনী হবে। যেমন: $x > 3 = (3, +\infty)$ কিন্তু $x \geq 3 = [3, +\infty)$ একইভাবে $x < -2 = (-\infty, -2)$ কিন্তু $x \leq -2 = (-\infty, -2]$ অর্থাৎ ইনফিনিটির সাথে সবসময় প্রথম বন্ধনী হবে।

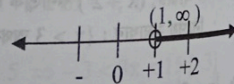
সংখ্যারেখায় প্রয়োগ: $x > 3$ 	x এর মান 3 এর থেকে বড় হওয়ায় 3 এর বৃত্তি ভরাট না করে ধনাত্মক অসীম পর্যন্ত	সংখ্যারেখায় প্রয়োগ: $x < -2$ 	x এর মান -2 এর থেকে ছোট হওয়ায় -2 এর বৃত্তি ভরাট না করে ঋণাত্মক অসীম পর্যন্ত
সংখ্যারেখায় প্রয়োগ: $x \geq 3$ 	x এর মান 3 এর সমান বা বড় হওয়ায় 3 এর বৃত্তি ভরাট করে ধনাত্মক অসীম পর্যন্ত	সংখ্যারেখায় প্রয়োগ: $x \leq -2$ 	x এর মান -2 এর সমান বা ছোট হওয়ায় -2 এর বৃত্তি ভরাট করে ঋণাত্মক অসীম পর্যন্ত

নিম্নোক্ত অংকগুলোতে ব্যবধির ব্যবহারের সময় উপরের ব্যাখ্যাগুলোর প্রয়োজন হবে।

8৭. $3x-2 > 2x-1$ এর সমাধান সেট কোনটি? [৪০তম বিসিএস প্রিলি:] + [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৩নং হুবহু]

- ক. $[1, \infty)$ খ. $(1, \infty)$ গ. $[\frac{1}{2}, \infty)$ ঘ. $[-1, \infty)$ উত্তর: খ

সমাধান: $3x-2 > 2x-1 \therefore x > 1$ সুতরাং সমাধান সেট $S = \{x \in R : x > 1\}$
ব্যবধিতে প্রকাশ = $(1, \infty)$ [x এর মান 1 থেকে বড় হয়ে ∞ পর্যন্ত।]



8৮. $x+3 > 2x-1$ অসমতাটির সমাধান সেট হবে? [আনসার ভিডিপি অধিদপ্তর (সার্কেল এ্যাডজুস্টেট)-২০১৫]

- ক. $(\infty, 0)$ খ. $(-\infty, 4]$ গ. $(-\infty, 4)$ ঘ. $(0, 4)$ উত্তর: গ

সমাধান: $x+3 > 2x-1 \Rightarrow x-2x > -1-3 \Rightarrow -x > -4 \therefore x < 4$ (-1 দিয়ে ভাগ করে)
 \therefore সমাধান সেট = $\{x \in R : x < 4\}$ এবং ব্যবধিতে প্রকাশ = $(-\infty, 4)$ [x এর মান 4 থেকে ছোট হয়ে -∞ পর্যন্ত]

(৪. গ) ভগ্নাংশ আকারে আসলে:

অসমতার প্রশ্নগুলো ভগ্নাংশ আকারে আসলে তখন < অথবা > যে কোন চিহ্ন পরিবর্তন হতে পারে। তাই শেষ পর্যন্ত দেখতে হবে।
8৯. $\frac{1}{|2x-5|} < \frac{1}{3}$ এর সমাধান করুন। [১৫তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯]

ক. $x < 1, x > 4$ খ. $x > 1, x > 4$ গ. $x < 1, x < 4$ ঘ. $1 < x < 4$ উত্তর: ক
সমাধান: $\frac{1}{|2x-5|} < \frac{1}{3} \Rightarrow |2x-5| > 3$ (বিপরীত করণ করে)

এখন, প্রদত্ত অসমতাটিতে $(2x-5)$ ধনাত্মক হলে, $2x-5 > 3 \Rightarrow 2x > 8 \therefore x > 4$
আবার, $(2x-5)$ ঋণাত্মক হলে, $-(2x-5) > 3 \Rightarrow 2x-5 < -3 \Rightarrow 2x < 2 \therefore x < 1$
সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $x < 1$ অথবা, $x > 4$ (অপশনে ব্যবধি সহ উত্তর না থাকায় ব্যবধি বের করতে হবে না)

শর্টকাট: $|2x-5| > 3 \Rightarrow -3 > 2x-5 > 3 \Rightarrow -3+5 > 2x-5+5 > 3+5 \Rightarrow 2 > 2x > 8 \therefore 1 > x > 4$
এখন, $1 > x > 4$ থেকে অপশন মেলানোর জন্য ভেঙ্গে লেখা যায়, $x < 1, x > 4$
নিজে করুন:

90. $\frac{1}{|2x-3|} > 5$ এর সমাধান করুন। উত্তর: $\frac{7}{5} < x < \frac{8}{5}$

91. $\frac{1}{|x-1|} < 2$ অসমতাটির সমাধান করুন।

ক. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ খ. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ গ. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, 2) \cup (\frac{5}{2}, +\infty)$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{1}{|x-1|} < 2 \Rightarrow |x-1| > \frac{1}{2}$ [বিপরীত করণ করে], [অসমতার দুপাশেই ধনাত্মক থাকায় বিপরীতকরণ করা যায়]
এখন, $(x-1)$ ধনাত্মক হলে,

$x-1 > \frac{1}{2} \Rightarrow x-1+1 > \frac{1}{2}+1 \therefore x > \frac{3}{2}$ সুতরাং লিখা যায় $\frac{3}{2} < x < +\infty$ [যেহেতু $+x$ পর্যন্ত।]

আবার, $(x-1)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-1) > \frac{1}{2} \Rightarrow x-1 < -\frac{1}{2} \therefore x < \frac{1}{2}$

$x < \frac{1}{2}$ কে লেখা যায় $-\infty < x < \frac{1}{2}$ [যেহেতু $-x$ পর্যন্ত] Ans. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

92. বাস্তব সংখ্যার $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ অসমতাটির সমাধান- [৪০তম বিসিএস প্রিলি:]

ক. $-\infty < x < \frac{5}{3}$ খ. $\frac{8}{3} < x < \infty$ গ. $-\infty < x < \frac{5}{3}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$ ঘ. $-\infty < x < \frac{5}{3}$ এবং $\frac{8}{3} < x < \infty$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3x-5} - \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow \frac{3-3x+5}{3 \times (3x-5)} < 0 \Rightarrow \frac{-(3x-8)}{3x-5} < 0$ [৩ দিয়ে গুণ করে]

$\Rightarrow \frac{(3x-8)}{3x-5} > 0$ [-1 দিয়ে গুণ করে](i)

এখন, সমীকরণ (i) সঠিক হবে $(3x-8)$ এবং $(3x-5)$ এর দুটিই ধনাত্মক বা দুটিই ঋণাত্মক হলে

দুটিই ধনাত্মক হলে, $3x-8 > 0 \Rightarrow 3x > 8 \therefore x > \frac{8}{3}$ অথবা, $3x-5 > 0 \Rightarrow 3x > 5 \therefore x > \frac{5}{3}$
 x এর দুটি মান থেকে $x > \frac{8}{3}$ নিলে, $x > \frac{5}{3}$ ও সিদ্ধ হয়। (কারণ $\frac{8}{3}$ থেকে x বড় হলে তা থেকেও $\frac{5}{3}$ বড়।)

দুটিই ঋণাত্মক হলে, $3x-8 < 0 \Rightarrow 3x < 8 \therefore x < \frac{8}{3}$ অথবা, $3x-5 < 0 \Rightarrow 3x < 5 \therefore x < \frac{5}{3}$

সুতরাং নির্ণয় সমাধান: $x > \frac{8}{3}$ অথবা, $x < \frac{5}{3}$ ব্যাবধির মাধ্যমে প্রকাশ করলে, $-\infty < x < \frac{5}{3}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$

☞ Note: এই প্রশ্নটিতে $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ এর $3x-5$ এর মধ্যে পরমমান চিহ্ন না থাকায় সরাসরি উল্টে দিয়ে $3x-5 > 3$ লেখা যাবে না। কারণ ঋণাত্মক সংখ্যার ভগ্নাংশ উল্টালে বড় সংখ্যাটি ছোট বা ছোট সংখ্যাটি বড় না হয়ে আগের মতই থাকে।

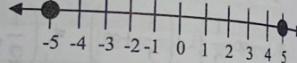
(৪. ঘ) পরম মান তৈরী করা:

৫৩. -5 এবং $|5|$ এর মধ্যে দূরত্ব কত একক? [সমাজকল্যাণ অধিদপ্তর (প্রবেশন অফিসার)-২০১৩]

ক. ০ খ. 10 গ. -10 ঘ. 20

☞ সমাধান: $|5| = 5$ যেহেতু $5 > 0 \therefore -5$ ও $|5|$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 5 - (-5) = 10$ একক

পাশের সংখ্যারেখার চিত্রটি দেখুন। দুই কালো বৃত্তের দূরত্ব = 10 একক



☞ অসমতা থেকে পরমমান তৈরী করার নিয়ম:

অসমতার দুপাশের সংখ্যা দুটির গড় বের করে অসমতার সবগুলো অংশ থেকে গড়টি বিয়োগ করতে হয়।

যেমন: $-2 < x < 6 \Rightarrow -2-2 < x-2 < 6-2$ ($-2, 6$ এর যোগফল 4 এবং গড় 2)

$\Rightarrow -4 < x-2 < 4$ (উভয় পাশে একই সংখ্যা আসলে সেখান থেকে পরমমান লেখা যায়) $\therefore |x-2| < 4$

৫৪. $-2 < x < 12$ অসমতাটির পরমমান ব্যবহার কর? [পাবলিক সার্ভিস কমিশন (সহকারী পরিচালক)-২০১৫]

ক. $|x-5| < 7$ খ. $|x-3| < 8$ গ. $|x-2| < 5$ ঘ. $|x-3| < 3$

☞ সমাধান: $-2 - 5 < x - 5 < 12 - 5$ ($-2, 12$ এর গড় 5 বিয়োগ) $\Rightarrow -7 < x - 5 < 7 \therefore |x-5| < 7$

☞ নিজে করুন:

৫৫. $3 < x < 5$ হলে পরম মান কোনটি?

ক. $|x+4| < 1$ খ. $|x-3| < 1$ গ. $|x-4| < 1$ ঘ. $|x+4| < 1$

39. $-8 < x < 2$ এর পরম মান কত?

ক. $|x-3| < 5$ খ. $|x+3| < 7$ গ. $|x+3| < 5$ ঘ. $|x-3| < 7$

☞ গড় যদি ভগ্নাংশ আসে তারপরও নিয়ম একই:

৫৬. $-2 < x < 5$ কে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? [বহিরাগমন এবং পাসপোর্ট অধিদপ্তর/সহকারী পরিচালক]-২০১৬]

ক. $|2x-3| < 5$ খ. $|2x-3| < 7$ গ. $|2x-5| < 5$ ঘ. $|2x-3| > 7$

☞ সমাধান: $-2 < x < 5 \Rightarrow -2 - \frac{3}{2} < x - \frac{3}{2} < 5 - \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-4-3}{2} < x - \frac{3}{2} < \frac{10-3}{2}$
 $\Rightarrow \frac{-7}{2} < \frac{2x-3}{2} < \frac{7}{2} \Rightarrow -7 < 2x-3 < 7 \therefore |2x-3| < 7$

☞ নিজে করুন:

৫৭. পরমমান চিহ্ন ব্যবহার করে অসমতাটি প্রকাশ করুন: $-3 < x < 2$

a. $|x+1| < 5$ b. $|x-1| < 5$ c. $|2x-1| < 5$ d. $|2x+1| < 5$

পদ্ধতি-০৫: দ্বিঘাত অসমতা

(৫. ক) দ্বিঘাত অসমতার < চিহ্ন থাকলে:

দ্বিঘাত অসমতার $<$ থাকলে x এর মান দুটিকে $a < x < b$ আকারে সাজিয়ে নিন। যেখানে, $a = x$ এর ছোট মান এবং $b = x$ এর বড় মান। অর্থাৎ x এর ছোট মান $< x < x$ এর বড় মান। (ছোট এর দিকে ছোট মান এবং বড় এর দিকে বড় মান)

৫৮. $(x-2)(x-3) < 0$ এর সমাধান সেট কত? [আনসার ও ভিডিওপি (সার্কেল অ্যাড):-২০১৫], [গ্রাক-প্রাথমিক (সহ: শিক্ষক)-২০১৫]

ক. কোনটিই নয় খ. $x > 2$ গ. $2 < x < 3$ ঘ. $x < 3$

☞ সমাধান: $(x-2)(x-3) < 0$ থেকে আমরা লিখতে পারি, $x-2=0 \therefore x=2$ অথবা, $x-3=0 \therefore x=3$
 অর্থাৎ x এর ছোট মান = 2 এবং বড় মান = 3

এখন, $a < x < b$ অর্থাৎ x এর ছোট মান $< x < x$ এর বড় মান, আকারে সাজালে পাই, $2 < x < 3$

\therefore নির্ণয় সমাধান সেট = $\{x : 2 < x < 3\}$

৫৯. $x^2 - 5x + 6 < 0$ হলে [৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]

ক. $2 < x < 3$ খ. $-3 < x < -2$ গ. $x < 2$ ঘ. $x < 3$

☞ লিখিত সমাধান: (ধনাত্মক ও ঋণাত্মক ধরে লিখিত সমাধান)

$x^2 - 5x + 6 < 0$
 $\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 < 0$
 $\Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) < 0$
 $\Rightarrow (x-3)(x-2) < 0$ -----(i)

এখানে সমীকরণটি সত্য হবে যদি $(x-3)$ ও $(x-2)$ এর একটি ধনাত্মক এবং অন্যটি ঋণাত্মক হয়।

$x-3 > 0$ (ধনাত্মক) $\therefore x > 3$ এবং $x-2 < 0$ (ঋণাত্মক) $\therefore x < 2$

তাহলে এখান থেকে লেখা যায়, $2 > x > 3$

কিন্তু এটা অবাস্তব কারণ এমন কোন সংখ্যা নেই যে একই সাথে 2 এর থেকে ছোট আবার 3 এর থেকে বড় হতে পারে। আবার, $x-3 < 0$

(ঋণাত্মক) $\therefore x < 3$ এবং $x-2 > 0$ (ধনাত্মক) $\therefore x > 2$

তাহলে এখান থেকে লেখা যায়, $2 < x < 3$ এটা সম্ভব।

তাহলে দেখা যাচ্ছে শুধুমাত্র $2 < x < 3$ হলে, (i) নং সমীকরণটি সত্য বলে প্রমাণিত হয়। তাই উত্তর: $2 < x < 3$

☞ শটকট সমাধান: (এমসিকিউ তে এভাবেই করবেন)

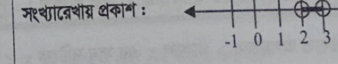
$x^2 - 5x + 6 < 0$
 $\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 < 0$
 $\Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) < 0$
 $\Rightarrow (x-3)(x-2) < 0$ এখন,

$(x-3)(x-2) = 0$ ধরে, x এর মান বের করি।
 হয়, $x-3=0 \therefore x=3$ (বড় মান)

অথবা, $x-2=0 \therefore x=2$ (ছোট মান)

এখন, x এর মান দুটিকে $a < x < b$ আকারে সাজাই,
 যেখানে, $a=x$ এর ছোট মান এবং $b=x$ এর বড় মান।

\therefore নির্ণয় সমাধান: $2 < x < 3$



Note: অসমতার অংকটিতে শুধু $<$ থাকলে সংখ্যারেখায় বৃত্ত ভরাট হবে না কিন্তু \leq থাকলে বৃত্ত ভরাট হবে।

৬০. $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]

- ক. $x > 3, x < 2$ খ. $2 > x > 3$ গ. $x < 2$ ঘ. $2 < x < 3$

সমাধান: আগের অংকটার সাথে ছব্ব মিল আছে, শুধু প্রথমে দুটা অতিরিক্ত লাইন লিখতে হবে, বিস্তারিত সমাধান দেখুন, শর্টকাট নিচে কল।

$5x - x^2 - 6 > 0$
 $\Rightarrow -(x^2 - 5x + 6) > 0$ (এখানে -1 দিয়ে গুণ করলে চিহ্ন পরিবর্তন হয়ে $<$ ফলে, আগের অংকটির মতই হয়ে যাবে)
 $\Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 < 0 \Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) < 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) < 0$
 সুতরাং $(x-3)(x-2)$ এর গুণফল 0 এর থেকে ছোট অর্থাৎ গুণফলটি ঋণাত্মক হতে হবে।
 এখন দুটি রাশির গুণফল ঋণাত্মক হতে হলে একটি ধনাত্মক এবং অন্যটি ঋণাত্মক হতে হবে।

$(x-3)$ ধনাত্মক হলে $x-3 > 0 \therefore x > 3$	$(x-2)$ ঋণাত্মক হবে, $x-2 < 0 \therefore x < 2$
সুতরাং উপরের দু অংশ থেকে উত্তর লেখা যায়, $2 > x > 3$ অথবা, ঘুরিয়ে $3 < x < 2$ কিন্তু এরকম কোন সংখ্যা নেই যা একইসাথে ২ এর থেকে ছোট আবার ৩ এর থেকে বড় তাই এটা উত্তর হতে পারে না।	
আবার, $x-3$ ঋণাত্মক হলে $x-3 < 0 \therefore x < 3$	$(x-2)$ ধনাত্মক হবে $x-2 > 0 \therefore x > 2$
সুতরাং উপরের দু অংশ থেকে উত্তর লেখা যায়, $2 < x < 3$ অথবা ঘুরিয়ে $3 > x > 2$ এটাই উত্তর। কারণ x এর মান একই সাথে 3 এর থেকে ছোট এবং 2 এর থেকে বড় হতে পারে। সুতরাং উত্তর: $2 < x < 3$	

৬১. $2x^2 + 5x + 3 < 0$ এর সমাধান কোনটি? [৩৯তম বিসিএস- (বিশেষ)]

- ক. $-\frac{3}{2} < x < -1$ খ. $-\frac{3}{2} < x < 1$ গ. $-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$ ঘ. $-\frac{3}{2} < x \leq 1$

সমাধান: $2x^2 + 5x + 3 < 0$
 $\Rightarrow 2x^2 + 3x + 2x + 3 < 0 \Rightarrow x(2x+3) + 1(2x+3) < 0 \Rightarrow (2x+3)(x+1) < 0$
 এখন, $(2x+3)(x+1) = 0$ ধরে, হয় $2x+3 = 0$ বা, $2x = -3 \therefore x = -\frac{3}{2}$ অথবা, $x+1 = 0 \therefore x = -1$
 এখন, x এর মান দুটিকে $a < x < b$ আকারে সাজাই, যেখানে, $a=x$ এর ছোট মান এবং $b=x$ এর বড় মান।
 \therefore নির্ণয় সমাধান: $-\frac{3}{2} < x < -1$ [এখানে -1 এর থেকে $-\frac{3}{2}$ বা, -1.5 ছোট।]

নিজে করুন:

৬২. $x^2 - 9x + 8 \leq 0$ অসমতার সমাধান
 ক. $1 < x < 8$ খ. (1,8) গ. $1 \leq x \leq 8$ ঘ. (1,7)

৬৩. $2x^2 - 3x + 1 < 0$ অসমতার সমাধান
 ক. $\frac{1}{2} < x < 1$ খ. $(\frac{1}{2}, 1)$ গ. $-1 < x < \frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{2} \leq x < 1$

৬৪. $x^2 - 3x + 2 < 0$ অসমতার সমাধান-
 ক. [1,2] খ. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ গ. $1 < x < 2$ ঘ. (-1, 2)

(৫. খ) দ্বিঘাত অসমতায় $>$ চিহ্ন থাকলে:

দ্বিঘাত অসমতায় $>$ থাকলে x এর মান দুটিকে $x < a$ অথবা $x > b$ আকারে সাজিয়ে নিন, যেখানে $a = x$ এর ছোট মান এবং $b = x$ এর বড় মান। অর্থাৎ $x <$ ছোট মান (ছোট মানটার থেকেও ছোট হবে x এর মান) অথবা, $x >$ বড় মান (বড় মানের থেকেও x এর মান বড় হবে)। বিষয়টাকে প্রাকটিকালি ভাবে এমন হবে যে, x এর একটি মান সংখ্যারেখার ডান পাশে $+\infty$ পর্যন্ত এবং আরেকটি মান সংখ্যারেখার বাম পাশে $-\infty$ পর্যন্ত বোঝাবে।

৬৫. $x^2 - 2x - 15 > 0$ হলে? [বেসামরিক বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৫]

- ক. $S = \{x : x > 5$ অথবা $x < -3\}$ খ. $S = \{x : x > 5$ অথবা, $x < 3\}$
 গ. $S = \{x : x > 5$ অথবা $x > -3\}$ ঘ. $S = \{x : x > 5$ অথবা, $x > 3\}$

সমাধান: $x^2 - 2x - 15 > 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 3x - 15 > 0 \Rightarrow x(x-5) + 3(x-5) > 0 \therefore (x-5)(x+3) > 0$ (i)
 এখন, $(x-5)(x+3) = 0$ ধরে, $x = 5$, এবং $x = -3$ বের করে, $x < a$ (ছোট মান) অথবা $x > b$ (বড় মান) আকারে সাজালে পাই, $x < -3$ অথবা $x > 5 \therefore$ নির্ণয় সমাধান: $x > 5$ অথবা $x < -3$

৬৬. $x^2 - 3x - 10 > 0$ অসমতার সমাধান কোনটি? [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]
 ক. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ খ. $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$ গ. $(\infty, 2) \cup (5, +\infty)$ ঘ. $(-5, -\infty) \cup (\infty, 2)$

প্রথমে, $x^2 - 3x - 10 > 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 > 0 \Rightarrow x(x-5) + 2(x-5) > 0 \therefore (x-5)(x+2) > 0$ (i)

লিখিত সমাধান: (উপরের অংশ সমাধান করার পরের অংশ) এটি সত্য হবে যদি উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়ই ঋণাত্মক হয়। $x - 5 > 0$ (ধনাত্মক) $\therefore x > 5$ অথবা $x + 2 > 0$ (ধনাত্মক) $\therefore x > -2$ সুতরাং $x > 5$ (দুটা থেকে ১টা নেয়া হলো) (কারণ যে সংখ্যাগুলো 5 এর থেকে বড় সেগুলো অবশ্যই -2 এর থেকেও বড় হবে তাই $x > 5$ মানেই $x > -2$) আবার, $x - 5 < 0$ (ঋণাত্মক) $\therefore x < 5$ অথবা, $x + 2 < 0$ (ঋণাত্মক) $\therefore x < -2$ সুতরাং $x < -2$ (দুটা থেকে ১টা নেয়া হলো) (কারণ যে সংখ্যাগুলো -2 এর থেকে ছোট সেগুলো অবশ্যই 5 এর থেকেও ছোট হবে। অর্থাৎ $x < -2$, $x < 5$ কে সিদ্ধ করে) তাহলে আমরা একসাথে বলতে পারি, $x > 5$ অথবা $x < -2$ \therefore নির্ণয় সমাধান: $x < -2$ অথবা $x > 5$ ব্যবধিতে প্রকাশ: $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$ [উত্তর:]	শর্টকাট সমাধান: (উপরের অংশ করার পরের অংশ) এখন, $(x-5)(x+2) > 0$ কে $(x-5)(x+2) = 0$ ধরে $x-5 = 0$ হলে, $\therefore x = 5$ $x+2 = 0$ হলে, $\therefore x = -2$ এখন, $x < a$ (ছোট মান) অথবা $x > b$ (বড় মান) আকারে সাজালে পাই, $x < -2$ অথবা $x > 5$ \therefore নির্ণয় সমাধান: $x < -2$ অথবা $x > 5$ ব্যবধিতে প্রকাশ: $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$ [উত্তর:] ঐ ব্যবধির ব্যাখ্যা: যেহেতু শুধু $<$ এবং $>$ চিহ্ন আছে তাই ব্যবধির মধ্যে উভয়পাশে প্রথম বন্ধনী ব্যবহৃত হয়েছে। অথবা থাকায় মাঝে \cup বসেছে। ঐ সমাধান সেট বের করতে বলা হলে: $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -2$ অথবা $x > 5\}$
--	---

৬৭. $x^2 - 5x + 6 > 0$ অসমতার সমাধান করুন। [সহকারী আবহাওয়াবিদ পরীক্ষা ২০০৪]
 ক. (2, 3) খ. $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ গ. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, +\infty)$

প্রথমে, $x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 > 0 \Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) > 0 \therefore (x-3)(x-2) > 0$ (i)

লিখিত সমাধান: (উপরের অংশ সমাধান করার পর) (i) সত্য হবে যদি উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়ই ঋণাত্মক হয়। $x - 3 > 0$ (ধনাত্মক ধরে) $\therefore x > 3$ অথবা $x - 2 > 0$ (ধনাত্মক ধরে) $\therefore x > 2$ সুতরাং $x > 3$ (3 এর থেকে বড় অর্থাৎ 2 থেকেও বড়) আবার, $x - 3 < 0$ (ঋণাত্মক ধরে) $\therefore x < 3$ অথবা, $x - 2 < 0$ (ঋণাত্মক ধরে) $\therefore x < 2$ সুতরাং $x < 2$ (2 থেকে ছোট অর্থাৎ 3 থেকেও ছোট) \therefore নির্ণয় সামধান: $\{x : x < 2$ অথবা $x > 3\}$ ব্যবধিতে প্রকাশ: $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ [উত্তর:]	শর্টকাট সমাধান: (উপরের অংশ করার পরের অংশ) এখন, $(x-3)(x-2) = 0$ ধরে, $x = 3$ অথবা, $x = 2$ বের করে, $x < a$ (ছোট মান) অথবা $x > b$ (বড় মান) আকারে সাজালে পাই, $x < 2$ অথবা, $x > 3$ \therefore নির্ণয় সামধান: $x < 2$ অথবা $x > 3$ ব্যবধিতে প্রকাশ: $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ [উত্তর:] ঐ সমাধান সেট বের করতে বলা হলে: $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 2$ অথবা $x > 3\}$
---	--

৬৮. $x^2 + x - 2 > 0$ অসমতাটির সমাধান করুন। [মহিলা ও শিশু বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীন - ২০০৭]

ক. $\{-2, 1\}$ খ. $(-2, 1)$ গ. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ ঘ. $(-2, \infty)$

সমাধান: (শিথিল নিয়মে করার জন্য আগের সমাধানটি অনুসরণ করুন, এখানে এমসিকিউ সমাধান দেখানো হলো)

প্রথমে, $x^2 + x - 2 > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - x - 2 > 0 \Rightarrow x(x+2) - 1(x+2) > 0 \therefore (x+2)(x-1) > 0$

এখন, $(x+2)(x-1) = 0$ ধরে, $x = -2$, এবং $x = 1$ বের করে, $x < a$ (ছোট মান) অথবা $x > b$ (বড় মান)

আকারে সাজালে পাই, $x < -2$ অথবা $x > 1$ \therefore নির্ণেয় সামধান: $x < -2$ অথবা $x > 1$

ব্যবধীতে প্রকাশ: $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (উত্তর: গ)

৬৯. $x^2 + 2x - 8 \geq 0$ অসমতাটির সমাধান করুন

ক. $[-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ খ. $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ গ. $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$ ঘ. $(-4, 2)$

সমাধান:

$x^2 + 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow x(x+4) - 2(x+4) \geq 0 \therefore (x+4)(x-2) \geq 0$

এখন, $(x+4)(x-2) = 0$ ধরে, $x = -4$, এবং $x = 2$ বের করে, $x \leq a$ (ছোট মান) অথবা $x \geq b$ (বড় মান)

আকারে সাজালে পাই, $x \leq -4$ অথবা $x \geq 2$ \therefore নির্ণেয় সামধান: $x \leq -4$ অথবা $x \geq 2$

ব্যবধীতে প্রকাশ: $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ [এখানে, \geq থাকায় সংখ্যা দুটির সাথে তৃতীয় বন্ধনী বসেছে] (উত্তর: ক)

নিজে করুন:

৭০. $(x-1)(x+2) \geq 0$ অসমতার সমাধান-

ক. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$ খ. $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$ গ. $[-2, 1]$ ঘ. $(-\infty, 2)$

৭১. $x^2 - 2x + 1 > 0$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি?

ক. $(-1, 1)$ খ. $(1, 2)$ গ. $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

৭২. $x^2 - 8x + 15 > 0$ অসমতার সমাধান

ক. $[3, 5]$ খ. $(3, 5)$ গ. $(-\infty, 3) \cup (5, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, 3] \cup [5, +\infty)$

৭৩. $x^2 - 9x + 8 \geq 0$ অসমতাটির সমাধান- ?

ক. $-1 \leq x \leq 8$ খ. $1 < x < 8$ গ. $x \leq 1$ অথবা $x \geq 8$ ঘ. $(-\infty, 1) \cup (8, +\infty)$

৭৪. $x^2 - x - 15 > 0$ অসমতার সমাধান-

ক. $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ খ. $(-2, 3)$ গ. $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ ঘ. $[-2, 3]$

পদ্ধতি-০৬: তিন রাশির অসমতা

অসমতায় ৩ রাশি থাকলে তা থেকে দুটি আলাদা সমীকরণ তৈরী করে দুটি অংশের আলাদা সমাধান করার পর একসাথে সমন্বয় করে উত্তর বের করতে হয়।

৭৫. সমাধান করুন: $-5 \leq x-4 \leq 13$

সমাধান: প্রথম অংশ $-5 \leq x-4 \Rightarrow -5+4 \leq x-4+4 \Rightarrow -1 \leq x \therefore x \geq -1$

দ্বিতীয় অংশ: $x-4 \leq 13 \Rightarrow x-4+4 \leq 13+4 \therefore x \leq 17$ নির্ণেয় সামধান: $17 \geq x \geq -1$ অথবা $-1 \leq x \leq 17$

৭৬. $2x - 7 < 8 < 3x - 11$ হলে, x এর মান পূর্ণসংখ্যা নির্ণয় করুন। [তথ্য মন্ত্রণালয়ের সহ: পরিচালক-২০০১]

ক. 5 খ. 7 গ. 10 ঘ. 12

সমাধান: প্রথম অংশ, $2x - 7 < 8 \Rightarrow 2x < 15 \Rightarrow x < \frac{15}{2} \therefore x < 7.5$

দ্বিতীয় অংশ, $8 < 3x - 11 \Rightarrow 3x > 19 \Rightarrow x > \frac{19}{3} \therefore x > 6.333$

সুতরাং নির্ণেয় সামধান: $6.333 < x < 7.5$ অর্থাৎ x এর মান 6.333 এর থেকে বড় এবং 7.5 এর থেকে ছোট। উত্তর: 7

৭৭. x এর কতগুলো পূর্ণ সংখ্যার জন্য $7 < 2x - 3 < 15$ সত্য হবে?

ক. 6 খ. 7 গ. 8 ঘ. সবগুলোই
সমাধান: $7 < 2x - 3 < 15 \Rightarrow 7+3 < 2x < 15+3 \Rightarrow 10 < 2x < 18 \Rightarrow 5 < x < 9 \therefore x = 6, 7, 8$ উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-০৭: অসমতার বিবিধ

৭৮. মিনার ৬টি কলম আছে যার প্রতিটির মূল্য ২৫ টাকার বেশি কিন্তু ৩০ টাকার কম। ৬টি কলমের মোট মূল্য কত? [ডাক অধিদপ্তরের নিয়োগ-২০১৮]

ক. ১৫০ টাকা খ. ১৮০ টাকা গ. ১৬৭ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: প্রতিটি কলমের মূল্য ২৫ টাকা হিসেবে ৬টি কলমের সর্বনিম্ন মূল্য হতে পারে = $25 \times 6 = 150$ আবার প্রতিটি কলমের সর্বোচ্চ মূল্য ৩০ টাকা হিসেবে ৬টি কলমের সর্বোচ্চ মূল্য হতে পারে = $30 \times 6 = 180$ টাকা। যাকে অসমতা দিয়ে লেখা যায় $150 < 6 \text{টি কলম} < 180$, অপশনের মধ্যে ১৫০ ও ১৮০ এর মাঝের সংখ্যা শুধু ১৬৭ ই দেয়া আছে। তাই উত্তর: ১৬৭ টাকা।

৭৯. $|x-5| \leq 4$ হলে, নিচের যে ব্যবধি সত্য তা হলো? [সিনিয়র স্টাফ নার্স-২০১৭]

ক. $x \in [1, 5]$ খ. $x \in [1, 7]$ গ. $x \in [1, 3]$ ঘ. $x \in [1, 9]$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $|x-5| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x-5 \leq 4 \Rightarrow -4+5 \leq x-5+5 \leq 4+5 \therefore 1 \leq x \leq 9$ সুতরাং $x \in [1, 9]$

৮০. যদি $|x-1| = 2x$ হয় তাহলে x এর মান কত? [Bangladesh Bridge Authority(AD): 2020]

ক. -1 খ. $\frac{4}{3}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. 2 উত্তর: গ

সমাধান: $|x-1| = 2x$ এখানে, $x-1$ ধনাত্মক হলে, $x-1 = 2x \therefore x = 1$
আবার, $x-1$ ঋনাত্মক হলে, $-(x-1) = 2x \Rightarrow -x+1 = 2x \Rightarrow -3x+1 = -1 \therefore x = \frac{-1-1}{-3} = \frac{2}{3}$

কিন্তু $x = 1$ নিলে সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না। (কারণ $x = 1$ বসালে, $1-1 = 2 \cdot 1, 0 = 2$, বাম পাশে ০ হয়ে যায় যা সঠিক নয়)
সুতরাং $\therefore x = \frac{2}{3}$ [এখান থেকে বোঝা গেলে শুধু উত্তর বের হলেই তা নেয়া যাবে না, শুদ্ধ পরীক্ষাও করতে হবে।]

৮১. If $b < 2$ and $2x - 3b = 0$, which of the following must be true? [IFIC BANK (MTO) - 2017]

ক. $x > -3$ খ. $x < 2$ গ. $x = 3$ ঘ. $x < 3$ উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে, $b < 2$
 $\Rightarrow 3b < 6$ [3 দ্বারা গুণ করে]
 $\Rightarrow -3b > -6$ [-1 দ্বারা গুণ করে]
 $\Rightarrow 2x - 3b > 2x - 6$ [2x যোগ করে]
 $\Rightarrow 0 > 2x - 6$ [প্রশ্ন অনুযায়ী $2x - 3b = 0$]
 $\Rightarrow 2x < 6 \therefore x < 3$

কমনে রাখুন: উপরের দুটি প্রশ্ন থেকে শেখা গেল যে কিভাবে (=) চিহ্ন থাকলে তা অসমতার প্রপ্তি কাজে লাগাতে হয়। এখানে, (=) এর মানটি অসমতার রাশিতে বসানোর জন্য ঠিক সমীকরণের একপাশের রাশির সমান করে অন্যপাশের রাশি মেলানো হয়েছে তারপর অসমতাতে তা বসানো হয়েছে।

২ Special Math: এই অংক দুটির বিস্তারিত ব্যাখ্যাগুলো পড়ে বুঝলে অসমতার অংক নিয়ে বিভিন্ন ভাবে চিন্তা করার শক্তি বাড়ে।

৮২. $p > 2$ ও $q > -1$ হলে নিচের কোনটি সবসময় সত্য হবে? [CGDF-(Auditor)-2019]

- ক. $pq > -2$ খ. $-p < 2q$ গ. $pq < -2$ ঘ. $-p > 2q$

সমাধান: (ভালোভাবে বোঝার জন্য বিস্তারিত সমাধান দেয়া হলো। বুঝে গেলে কয়েক সেকেন্ডেই পারা যাবে।)

এখানে $p > 2$ সুতরাং p এর মান হতে পারে, (২.৫), ৩, ৪, ৫, ৬, (৭.২), . . . ,
আবার, $q > -1$ সুতরাং q এর মান হতে পারে, ০, (০.৫) ১, (১.৫) ২, ৩, ৪, ৫

(একটা বিষয় খুব গুরুত্বপূর্ণ: এখানে, p এবং q পূর্ণসংখ্যা কি না তা দেয়া নেই। তাই এরা ভগ্নাংশও হতে পারে।)

A) $pq > -2$ এখানে, $p = 10$ আর $q = -0.5$ নিয়ে গুণ করলে দেখা যাবে, $pq = 10 \times (-0.5) = -5$ যা ডানপাশের -2 এর থেকে ছোট। তাই $pq > -2$, কিছু ক্ষেত্রে সঠিক হলেও সব সময় সঠিক নয়। [সহজ ভাষায় একটি ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক নিলে গুণফল ঋণাত্মক হলে তা -2 এর থেকে ছোট ও হতে পারে।]

B) $-p < 2q$ এখানে, p এর মান ৩ থেকে শুরু করে যে কোন সংখ্যা নিলে তার আগে $(-)$ চিহ্ন বসালে তা ঋণাত্মক সংখ্যা হবে যা শুরু হবে -3 দিয়ে। আবার q এর মান (-1) এর থেকে বড় অর্থাৎ (-0.99) দিয়ে শুরু $\Rightarrow (-0.5)$ বা 1 বা 2 বা 5 বা 10 যা ই বসানো হোক না কেন তা 2 এর সাথে গুণ করলে গুণফলটি -2 এর থেকে সবসময়ে বড় ই হবে। তাই এটিই উত্তর।

C) $pq < -2$, অপশন (A) এর সাথে মিল করে হিসেব করলে দেখা যায়, $p = 10$ আর $q = 2$ নিয়ে গুণ করলে দেখা যাবে, $pq = 10 \times 2 = 20$ যা ডানপাশের -2 এর থেকে বড়। তাই $pq < -2$ কিছু ক্ষেত্রে সঠিক হলেও সব সময় সঠিক নয়। [সহজ ভাষায় দুটি সংখ্যা ই ধনাত্মক নিলে গুণফল ধনাত্মক হবে যা -2 এর থেকে বড় হবে।]

D) $-p > 2q$, অপশন (B) যে কারণে সঠিক ঠিক একই কারণে $-p > 2q$ সঠিক নয়।

৮৩. If $x \geq 8$ and $y \leq 3$, then which of the following must be true? [BREB-2019]

- ক. $x+y \geq 5$ খ. $x+y \leq 11$ গ. $x-y \leq 5$ ঘ. $x-y \geq 5$

সমাধান: প্রশ্নগুলোতে প্রদত্ত কু এবং অপশন গুলো টেস্ট করার মাধ্যমে উত্তর বের করতে হয়।

$x \geq 8$ অর্থ x এর মান 8 থেকে শুরু করে 8 এর উপরে যে কোন সংখ্যা যেমন: $8, 9, 10, \dots, 100$

আবার, $y \leq 3$ অর্থ y এর মান 3 থেকে শুরু করে 3 এর নিচে যত সংখ্যা আছে যেমন: $3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, \dots, -100$

এখন খেয়াল করুন প্রশ্নে বলা হয়েছে **must be true** অর্থাৎ অবশ্যই সত্য হবে। অর্থাৎ অন্য কিছু হওয়ার সুযোগ থাকলে না নেয়া যাবে না। এখন অপশনগুলো টেস্ট করলেই উত্তর বের হয়ে যাবে।

(a) $x+y \geq 5$ এখানে x এর মান 8 এবং y এর মান -3 নিলে $x+y = 8+(-3) = 5$ আবার এখানেই x এর মানটা একটু বড় নিলেই $x+y$ এর মান 5 এর থেকে বড় ও হবে। তাহলে বলা যায় $x+y \geq 5$ কিন্তু x এর মানকে বড় না করে y এর মানকে পরিবর্তন করলে যেমন: $y = -4$ নিলে $x+y = 8+(-4) = 4$ যা 5 এর থেকে ছোট। সুতরাং এটা সঠিক না ও হতে পারে।

(b) $x+y \leq 11$ উপরের মতই (b) $x+y$ এর মান 11 এর সমান বা 11 এর থেকে কম হতে পারে যদি ছোট সংখ্যা থেকে বড় সংখ্যা বিয়োগ করা হয়। কিন্তু প্রথমে সংখ্যাটা অনেক বড় নেয়ার পর পরের সংখ্যাটা ছোট নিলে বিয়োগ করার পরও বিয়োগফলটাকে অনেক বড় বানানো সম্ভব। যেমন: $x = 500$ এবং $y = 1$ হলে $x+y = 500+1 = 501$ যা 11 এর থেকে অনেক বড়। তাই এটাও সঠিক নয়। 100 এর জায়গায় 5000 ও নেয়া যায় এই বিষয়টা মাথায় রাখতে হবে। অনেকে ছোট ছোট সংখ্যার মাথের থাকার কারণে কনফিউশন দূর হতে বেশি সময় লাগে।]

উপরের অপশন দুটি থেকে এটা বোঝা গেল যে যোগ করে যোগফল টির ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান আনলিমিটেড হতে পারে।

একটা ট্রিক্স দেই। এরকম প্রশ্নগুলো মূলত সীমারেখার শেষ মানের উপর উত্তর বের হয়। নিচে দেখুন।

(c) $x-y \leq 5$ $[8-3 = 5]$ হয় কিন্তু $9-0 = 9$ হয়। অর্থাৎ বিয়োগফল 5 থেকে শুরু করে বড় হচ্ছে। (কমতেরও পারে) যেহেতু বের হতে পারে তাই এটা সঠিক নয়।

(d) $x-y \geq 5$ $[8-3 = 5]$ এখানে 8 এর থেকে ছোট করার আর উপায় নেই। তেমনিভাবে 3 এর থেকে বড় করার উপায় ও নেই। কারণ এগুলো সর্বশেষ মান। এখন $9-3 = 6$ অর্থাৎ 5 এর থেকে বড় হচ্ছে। আবার y এর মান 3 না নিয়ে ছোট নিলে যেমন $8-$

$2 = 6$, আবার $8 - (-5) = 13$ অর্থাৎ বড় ঋণাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল ছোট না হয়ে আবার বড় হয়ে যাচ্ছে। তাহলে বোঝা যাচ্ছে এখানে কোনভাবেই বিয়োগফলকে 5 এর থেকে ছোট করা যাচ্ছে না।]

Shortcut: x এর সর্বনিম্ন মান 8 থেকে y এর সর্বোচ্চ মান 3 বিয়োগ করার পরও বিয়োগফল 5 হয়। এর বাইরে অন্য যে কোন মান নিয়ে হিসেব করলে তা 5 এর থেকে বড় হবে কিন্তু কোনভাবেই কম হবে না। তাই উত্তর: d. $x-y \geq 5$

Practice Part

১. সমাধান করুন: $x-9 > 3x+1$ [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর উদা নং: ৪]

- ক. $(-\infty, -5)$ খ. $[-5, +\infty)$ গ. $(-\infty, -5]$ ঘ. $(-5, +\infty)$

২. $5(3-2t) \leq 3(4-3t)$ [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৭ নং]

- ক. $[3, +\infty)$ খ. $(3, +\infty)$ গ. $(-\infty, 3]$ ঘ. $(-\infty, 3)$

৩. $3x-2 > 7$ এবং $4x-13 > 15$ অসমতা দুটি, x এর কোন মানের জন্য সত্য হবে?

- ক. $7 > x > 3$ খ. $-3 > x > 7$ গ. $x > 7$ ঘ. $x > 4$

৪. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60}$ [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৮ নং]

- ক. $(-\infty, 1)$ খ. $(2, +\infty)$ গ. $(1, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, 2)$

৫. $x \leq \frac{x}{3} + 4$ [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৬ নং]

- ক. $(-\infty, 5]$ খ. $(-\infty, 6]$ গ. $[6, +\infty)$ ঘ. $[5, +\infty)$

৬. পরম মান চিহ্ন ব্যবহার করে অসমতাটিকে প্রকাশ করুন: $-5 < x < 3$

- ক. $|x-1| < 4$ খ. $|x+1| < 2$ গ. $|x+1| < 5$ ঘ. $|x+1| < 4$

৭. $\frac{1}{|2x+1|} \leq 3$ এর সমাধান করুন।

- ক. $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ খ. $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

- গ. $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, -\frac{2}{3}] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

৮. $(5x-6)(x-3) < 0$ অসমতার সমাধান-

- ক. $\frac{6}{5} < x < 3$ খ. $[\frac{6}{5}, 8]$ গ. $\frac{6}{5} \leq x \leq 3$ ঘ. $[\frac{6}{5}, 3]$

৯. $x^2 - 6x - 7 > 0$ অসমতার সমাধান নিচের কোনটি?

- ক. $(-\infty, -1) \cup [7, +\infty)$ খ. $(-1, 7)$ গ. $[-2, 7]$ ঘ. $(-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

১০. $(2x-1)(x+2) > 0$ অসমতার সমাধান-

- ক. $(-\infty, 2) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ খ. $(-\infty, -2) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ গ. $[-2, \frac{1}{2}]$ ঘ. $(-2, \frac{1}{2})$

উত্তরমালা

১.	ক	২.	ক	৩.	গ	৪.	গ	৫.	খ
৬.	ঘ	৭.	ঘ	৮.	ক	৯.	ঘ	১০.	খ

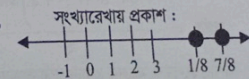
ব্যখ্যাসহ সমাধান:

- সমাধান: $x-9 > 3x+1 \Rightarrow x-9+9 > 3x+1+9 \Rightarrow x > 3x+10$
 $\Rightarrow x-3x > 3x-3x+10 \Rightarrow -2x > 10 \therefore x < -5$
- সমাধান: $5(3-2t) \leq 3(4-3t) \Rightarrow 15-10t \leq 12-9t \Rightarrow 15-10t-15 \leq 12-9t-15$
 $\Rightarrow -10t \leq -3-9t \Rightarrow -10t+9t \leq -3-9t+9t \Rightarrow -t \leq -3 \therefore t \geq 3$
- সমাধান: $3x-2 > 7 \Rightarrow 3x > 9 \therefore x > 3$ এবং $4x-13 > 15 \Rightarrow 4x > 28 \therefore x > 7$
 $\therefore x > 7$ এর জন্য অসমতা ২ টি ই সত্য হবে। কারণ যে সংখ্যাগুলো ৭ এর থেকে বড় সেগুলো ৪ এর থেকেও বড়।
- সমাধান: $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{60} \Rightarrow \frac{20x+15x+12x}{60} > \frac{47}{60} \Rightarrow 47x > 47 \therefore x > 1$
- সমাধান: $x \leq \frac{x}{3} + 4 \Rightarrow x - \frac{x}{3} \leq \frac{x}{3} - \frac{x}{3} + 4 \Rightarrow \frac{2x}{3} \leq 4 \Rightarrow 2x \leq 12 \therefore x \leq 6$
- সমাধান: $-5 < x < 3 \Rightarrow -5+1 < x+1 < 3+1 \Rightarrow -4 < x+1 < 4 \therefore |x+1| < 4$
- সমাধান: $\frac{1}{|2x+1|} \leq 3 \Rightarrow |2x+1| \geq \frac{1}{3}$ (বিপরীত করণ করে)
 এখন, $(2x+1)$ ধনাত্মক হলে, $\Rightarrow 2x+1 \geq \frac{1}{3} \Rightarrow 2x \geq \frac{1}{3}-1 \Rightarrow 2x \geq \frac{1-3}{3} \Rightarrow 2x \geq -\frac{2}{3} \therefore x \geq -\frac{1}{3}$
 আবার, $(2x+1)$ ঋণাত্মক হলে, $-(2x+1) \geq \frac{1}{3} \Rightarrow 2x+1 \leq -\frac{1}{3} [-1$ দ্বারা গুণ করে]
 $\Rightarrow 2x \leq -\frac{1}{3}-1 \Rightarrow 2x \leq \frac{-1-3}{3} \Rightarrow 2x \leq -\frac{4}{3} \therefore x \leq -\frac{2}{3}$ [উভয়পক্ষকে ২ দ্বারা ভাগ করে]
 \therefore নির্ণেয় সমাধান: $x \geq -\frac{1}{3}$ অথবা $x \leq -\frac{2}{3}$ (শর্টকাটে এক লাইনে করার নিয়মে নিজে করুন।)
- সমাধান: $(5x-6)(x-3) < 0$
 $(5x-6)(x-3) = 0$ ধরে x এর মান বের করি
 হয়, $5x-6=0 \Rightarrow 5x=6 \therefore x = \frac{6}{5}$ অথবা, $x-3=0 \therefore x=3 \therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{6}{5} < x < 3$
- সমাধান: $x^2-2x+>0 \Rightarrow x^2-7x+x-7 > 0 \Rightarrow x(x-7)+1(x-7) > 0 \therefore (x-7)(x+1) > 0$
 এখন, $(x-7)(x+1) = 0$ ধরে, x এর মান বের করি।
 হয়, $x-7=0 \therefore x=7$ অথবা, $x+1=0 \therefore x=-1$
 এবার, x এর মান দুটিকে $x < a$ অথবা $x > b$ আকারে সাজাই যেখানে $a = x$ এর ছোট মান এবং $b = x$ এর বড় মান।
 নির্ণেয় সমাধান: $x < -1$ অথবা, $x > 7$ ব্যবধির মাধ্যমে প্রকাশ: $(-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

- সমাধান: $(2x-1)(x+2) > 0$
 এখানে, $(2x-1)(x+2) = 0$ ধরে x এর মান বের করি।
 হয়, $2x-1 \Rightarrow 2x=1 \therefore x = \frac{1}{2}$ অথবা, $x+2=0 \therefore x=-2$
 এবার, x এর মান দুটিকে $x < a$ অথবা $x > b$ আকারে সাজাই যেখানে $a = x$ এর ছোট মান এবং $b = x$ এর বড় মান
 \therefore নির্ণেয় সমাধান: $x < -2$ অথবা $x > \frac{1}{2}$ । ব্যবধির মাধ্যমে প্রকাশ করলে পাই: $(-\infty, -2) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

লিখিত অংশ

১. a -এর কোন মানের জন্য $a^2 + 1 < 2a + 4$ হবে? (১১তম বিসিএস লিখিত)
 সমাধান:
 $a^2 + 1 < 2a + 4 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 < 0 \Rightarrow a^2 - 3a + a - 3 < 0 \Rightarrow a(a-3) + 1(a-3) < 0$
 এখন, $(a-3)(a+1) < 0$ তখন সঠিক হবে, যখন $(a-3)$ ও $(a+1)$ এর একটি ধনাত্মক ও অন্যটি ঋণাত্মক হবে।
 $a-3$ ধনাত্মক হলে, $a-3 > 0 \therefore a > 3$ তখন $a+1$ ঋণাত্মক হবে, অর্থাৎ $a+1 < 0 \therefore a < -1$
 \therefore সমাধান: $-1 > a > 3$ কিন্তু তা সম্ভব নয়। কেননা -1 এর থেকে ছোট কিন্তু 3 এর থেকে বড় সংখ্যা নেই।
 আবার, $(a-3)$ ঋণাত্মক হলে, $a-3 < 0 \therefore a < 3$ তখন, $a+1$ ধনাত্মক হবে, অর্থাৎ $a+1 > 0 \therefore a > -1$
 সুতরাং সমাধান: $-1 < a < 3$ হবে যা সম্ভব। \therefore নির্ণেয় সমাধান: $= -1 < a < 3$ (Ans:)

২. অসমতার সমাধান সেট নির্ণয় করুন ও সমাধান সেটটিকে সংখ্যারেখায় দেখান $\frac{3}{2x-1} \geq 4$ (৩৫তম বিসিএস(লিখিত))
 সমাধান: $2x-1$ কে ধনাত্মক ধরে $\frac{3}{2x-1} \geq 4 \Rightarrow \frac{2x-1}{3} \leq \frac{1}{4}$ [বিপরীতকরণ করলে চিহ্ন পরিবর্তন হয়]
 $\Rightarrow 2x-1 \leq \frac{3}{4}$ (দুপাশে ৩ দিয়ে গুণ করে) $\Rightarrow 2x \leq \frac{3}{4} + 1 \Rightarrow 2x \leq \frac{7}{4} \therefore x \leq \frac{7}{8}$ (দুপাশে ২ দিয়ে ভাগ করে)
 আবার, $(2x-1)$ ঋণাত্মক হলে, $\frac{3}{-(2x-1)} \geq 4 \Rightarrow \frac{-(2x-1)}{3} \leq \frac{1}{4}$ (বিপরীতকরণ করে)
 $\Rightarrow (2x-1) \geq -\frac{3}{4}$ (দুপাশে -3 দিয়ে গুণ করে, চিহ্ন উল্টে যায়) $\Rightarrow 2x \geq -\frac{3}{4} + 1 \Rightarrow 2x \geq \frac{1}{4} \therefore x \geq \frac{1}{8}$
 \therefore নির্ণেয় সমাধান: $\frac{1}{8} \leq x \leq \frac{7}{8}$, সমাধান সেট: $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{8} \leq x \leq \frac{7}{8}\}$,
 সংখ্যারেখায় প্রকাশ: 

দ্রষ্টব্য: অসমতার অনেক বিষয় লিখে সম্পূর্ণ ক্লিয়ার করা কঠিন। এজন্য আমাদের ভিডিওগুলো দেখুন।
 আমাদের অফিসিয়াল Youtube চ্যানেল Khairuls Math ভিজিট করুন।

পরিসংখ্যান

প্রাথমিক আলোচনা :

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত অংকগুলো খুব বড় বড় ও তথ্যমূলক হওয়ায় এমসিকিউ পরীক্ষায় খুব আসে না, অথবা আসলেও খুব সহজ ভাবে আসে যেমন: শুধু মধ্যক, অথবা প্রচুরক কয়টি আছে তা বের করতে বলা হতে পারে। গড়ের সাথে এই অধ্যায়ে অনেকখানি মিল থাকায় এই অধ্যায়ের অধিকাংশ অংকই গড় অধ্যায়ের অংকের মতই, নিচের প্রশ্নটি দেখুন।

পরিসংখ্যান: (Statistics)

পরিসংখ্যান হল ব্যবহারিক গণিতের একটি শাখা যা সংখ্যাত্মক তথ্য সংগ্রহ ও বিশ্লেষণে প্রয়োগ করা হয়।

উপাত্ত: (Data) :

সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশিত তথ্যকে উপাত্ত বলে।

কেন্দ্রিকতা (Central tendency) :

অধিকাংশ উপাত্তের মান মোটামুটিভাবে মাঝামাঝি অবস্থানে সংঘবদ্ধ হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রিকতা বলে।

গণসংখ্যা নিবেশন: শ্রেণীভিত্তিক গণসংখ্যা উপস্থাপন করে যে সারণী পাওয়া যায় তাকে গণসংখ্যা নিবেশন বলে।

১. পরিসংখ্যানের উপাত্তকে কত ভাবে সাজানো যায়?

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫

সমাধান: পরিসংখ্যানের উপাত্তকে মোট ২ ভাবে সাজানো যায় যথা: বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত।

২. একটি শ্রেণীতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি? [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (মেন্টোপলিটন সার্কেল পরিদর্শক)-২০১৬]

ক. শ্রেণীর গণসংখ্যা খ. শ্রেণীর মধ্যবিন্দু গ. শ্রেণী সীমা ঘ. ক্রমবোজিত গণসংখ্যা

মধ্যক (Median):

প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে (উর্ধ্বক্রমে বা নিম্নক্রমে) সাজালে, যে মান উপাত্তগুলোকে সমান দুইভাগে ভাগ করে, তাকে উপাত্তগুলোর মধ্যক বলা হয়। অর্থাৎ মধ্যক হচ্ছে ক্রমবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যপদের মান।

মধ্যক বের করার নিয়ম: মধ্যক দুভাবে বের করা যায়:

ক : উপাত্ত বিজেড় সংখ্যক হলে মধ্যক হবে মধ্যপদের মান।

যদি মোট উপাত্ত সংখ্যা n সংখ্যক হয় এবং n = বিজেড় সংখ্যা হয় তাহলে মধ্যপদ বা মধ্যক হবে = $\frac{n+1}{2}$ তম পদ।

আবার যদি উপাত্ত সংখ্যা n = জোড় সংখ্যক হয় তাহলে মধ্যক হবে মাঝখানের পদ দুইটি গড়।

অর্থাৎ = $\frac{\frac{n}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$ যেমন: উপাত্ত: ৭, ৩, ১০, ১৩, ৩, ৯, ১৫, ৭

উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে পাই = ৩, ৩, ৭, ৭, ৯, ১০, ১৩, ১৫

এখানে, পদসংখ্যা = ৮ টি। সুতরাং উপাত্তগুলোর মধ্যক = $\frac{৭}{২}$ = ৪র্থ পদ এবং $৪+১ = ৫$ ম পদের গড়।

উপাত্তগুলোর ক্রমানুসারে সাজানোর পর ৪র্থ ও ৫ম পদ যথাক্রমে ৭ ও ৯। সুতরাং মধ্যক = $\frac{৭+৯}{২} = \frac{১৬}{২} = ৮$ ।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

৩. তথ্য সারির মোট মানের সংখ্যা n বিজেড় হলে মধ্যমা কত? [রাজব বোর্ডের (সহকারী রাজব কর্মকর্তা)(মুক্তিস্বাধা)-২০১৫] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২২]

ক. $\frac{n}{2}$ খ. $\frac{n+1}{2}$ গ. $\frac{n+2}{2}$ ঘ. $n(n+1)$ উত্তর: খ

সমাধান: সরাসরি সূত্রটিই উত্তর।

৪. ৫, ৪, ৮, ১১, ৭, ৯, ১২, ১০, ১৩ রাশিগুলো উর্ধ্বক্রমে সাজালে কততম রাশিটি মধ্যক হবে? [CAAB (SO)-2021]

ক. ৩য় খ. ৫ম গ. ৪র্থ ঘ. ২য় উত্তর: খ

সমাধান: রাশিটিকে উর্ধ্বক্রমে সাজালে আমরা পাই = ৪, ৫, ৭, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩ এখানে মোট সংখ্যা $n = ৯$ টি

সুতরাং মধ্যক = $\frac{n+1}{2}$ তম পদ = $\frac{৯+1}{2}$ তম পদ = $\frac{১০}{২}$ তম পদ = ৫ম পদ।

৫. প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি? ১২, ৯, ১৫, ৫, ২০, ৮, ২৫, ১৭, ২১, ২৩, ১১। [সমাজকল্যাণ মন্ত্রণালয় (সমাজকল্যাণ সর্পটক)-২০০৫]

ক. ১৩ খ. ১৪ গ. ১২ ঘ. ১৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: উপাত্তগুলোকে উর্ধ্বক্রমে সাজালে পাই- ৫, ৮, ৯, ১১, ১২, ১৫, ১৭, ২০, ২১, ২৩, ২৫,

এখানে সর্বমোট পদের সংখ্যা = ১১টি পদ নির্ণয় মধ্যক = $\frac{n+1}{2}$ তম পদ। ৬ষ্ঠ পদ = ১৫

নিজে করুন:

৬. ৪, ৫, ৯, ২, ১১, ১, ৩, ৭, ১৪ প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্য থেকে মধ্যক নির্ণয় করুন?

ক. ৪ খ. ৯ গ. ১১ ঘ. ৫ উত্তর: ঘ

৭. ৮, ১০, ১৬, ১৪, ১৬, ২০ উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি? [NSI (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]

ক. ১৪ খ. ১৬ গ. ১৫ ঘ. ৩০ উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, মধ্যক = $\frac{\frac{n}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$; যখন n জোড়।

প্রদত্ত উপাত্ত: ৮, ১০, ১৬, ১৪, ১৬, ২০ এবং ছোট থেকে বড় সাজিয়ে পাই ৮, ১০, ১৪, ১৬, ১৬, ২০।

∴ মধ্যক = $\frac{\frac{৬}{২} \text{ তম পদ} + \left(\frac{৬}{২} + 1\right) \text{ তম পদ}}{২} = \frac{৩ \text{ তম পদ} + ৪ \text{ তম পদ}}{২} = \frac{১৪ + ১৬}{২} = \frac{৩০}{২} = ১৫$ ।

৮. নিচের সংখ্যাগুলোর মধ্যক নির্ণয় করুন: 23, 11, 25, 15, 21, 12, 17, 18, 22, 27, 19, 30, 16, 29

ক. ২২ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ৩০ উত্তর: খ

সমাধান: সংখ্যাগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে, (ছোট থেকে বড় আকারে সাজাতে হয়)

11, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 27, 29, 30

এখানে মোট পদ আছে $n = ১৪$ টি।

তাহলে মধ্যক হবে = $\frac{\frac{n}{2} \text{ th} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ th}}{2} = \frac{14 \text{ th} + \left(\frac{14}{2} + 1\right) \text{ th}}{2} = \frac{7 \text{ th} + 8 \text{ th}}{2} = \frac{19 + 21}{2} = \frac{40}{2} = ২০$

নিজে করুন:

৯. ৫, ৭, ১১, ৬, ১৫, ১৭, ১৯, ২১ প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় করুন?

ক. ৫ খ. ৭ গ. ১৩ ঘ. ১৫ উত্তর: গ

জ্যামিতি অংশ

একটি চীনা প্রবাদ “A picture is worth than thousand words” অর্থাৎ একটি ছবি হাজারটা শব্দের থেকে উত্তম। তাই জ্যামিতি অংশ পড়ার সময় চিত্র মিলিয়ে পড়তে দ্রুত বুঝতে পারবেন, এবং অনেকদিন মনে থাকবে।

☐ জ্যামিতি অংশ নিয়ে কিছু গুরুত্বপূর্ণ কথা:

- ☞ গণিতের এই অধ্যায়টি সবথেকে ছোট এবং খুব কম সময় ও শ্রম দিয়ে বেশি নম্বর পাওয়া সম্ভব।
- ☞ এই অংশ থেকে খুব সহজ এবং ব্যাসিক প্রশ্ন গুলো আসে।
- ☞ একই রকম প্রশ্ন শুধু নাম ও সংখ্যা পরিবর্তন করে রিপিট হয়।
- ☞ তাই প্রশ্ন সমাধান করার চেয়ে থিউরি গুলো ভালোভাবে বুঝে বুঝে পড়বেন।
- ☞ মাত্র ৭ দিন এই বইয়ের জ্যামিতি অংশের সবগুলো নিয়ম চিত্র বুঝে বুঝে পড়ার পর সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো সমাধান করলে জ্যামিতি অংশের প্রশ্নগুলো সমাধান করতে সমস্যা হবে না।

☐ প্রাথমিক আলোচনা:

জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। যদিও ব্যুৎপত্তিগতভাবে “জ্যামিতি” শব্দের অর্থ ভূমির পরিমাপ তথা জ্যামিতি প্রকৃৎ পক্ষে স্থান বিষয়ক বিজ্ঞান (Geometry is the science concerned with space) ভূমি পরিমাপের জন্য জ্যামিতি উদ্ভব হলেও বর্তমানে জ্যামিতি কেবল ভূমি পরিমাপের জন্যই ব্যবহৃত হয় না বরং বহু জটিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জ্যামিতিক জ্ঞান অপরিহার্য। জ্যামিতিক জ্ঞান আমাদের জীবনের সমস্যা সমাধানের ইঙ্গিত দেয়, চিত্রা শক্তির উদ্বেগ ও মননশীলতার উৎকর্ষ সাধন করে থাকে।

জ্যামিতি বা Geometry শব্দের ‘জ্যা’ (Geo) এর অর্থ ভূমি এবং ‘মিতি’ (Metron) এর অর্থ পরিমাপ অর্থাৎ ‘ভূমি পরিমাপ’। (The word ‘geometry’ means ‘earth measure’)

আরো বলা যায়, “গণিতশাস্ত্রের যে শাখায় বিন্দু থেকে বৃত্ত পর্যন্ত যাবতীয় ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য ধর্ম এবং ক্ষেত্রের পরিমাপ সম্বন্ধে আলোচিত হয় তাইই নাম জ্যামিতি। খ্রিষ্টপূর্ব ৩০০ সালে ইউক্লিড তার The Elements গ্রন্থে জ্যামিতির মূল তত্ত্বগুলো আলোচনা করেছেন।

☐ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- জ্যা শব্দের অর্থ কি? (যাছা অধিদত্ত-০৪) উত্তর: ভূমি
- কোনো কিছু (ধরা যাক জনসংখ্যা) বৃদ্ধির ধারা যদি ২, ৪, ৮, ১৬, ৩২ ইত্যাদি-এই হারে বৃদ্ধি হতে থাকে তাহলে ঐ বৃদ্ধির হারকে কি বলা হয়? (খানা শিক্ষা অফিসার-০৪) উত্তর: জ্যামিতিক হার (গুণোত্তর ধারার মত)

রেখা ও কোণ

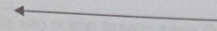
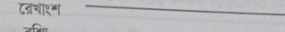
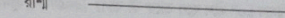
☐ **বিন্দু (Points):** বিন্দুর শুধু অবস্থান আছে কিন্তু কোন মাত্রা নেই।

- ☞ দুটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি এবং কেবলমাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।
- ☞ দুটি সরলরেখা একটি এবং কেবল একটি বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করতে পারে।
- ☞ দুই বিন্দুর মধ্যে সরলরেখার দূরত্বই ক্ষুদ্রতম।
- ☞ যেসব বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে, তাদেরকে সমরেখ বিন্দু বলে।

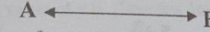
☐ রেখা ও কোণ:

☐ **রেখা (Line):** বিন্দুর চলার পথকে রেখা বলে।

সমরেখ: যখন দুই-এর অধিক বিন্দু একই সরলরেখার উপর অবস্থিত হয়, তখন ঐ বিন্দুগুলিকে সমরেখ বিন্দু বলা হয়। চিত্রে A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

- ☞ রেখার কোন প্রান্ত বিন্দু নেই। রেখা 
- ☞ রেখাংশের দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে। রেখাংশ 
- ☞ রশ্মির একটিমাত্র প্রান্তবিন্দু থাকে। রশ্মি 

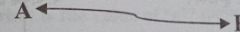
☐ **সরলরেখা (Straight Line):** একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে যদি কোনো প্রকার দিকের পরিবর্তন না হয় তবে তাকে সরল রেখা বলে।



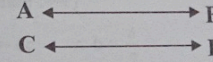
☞ দুটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।

☞ একটি সরলরেখার বহিঃস্থ যে কোনো বিন্দু থেকে ঐ সরলরেখা পর্যন্ত যেসব সরলরেখা আঁকা যায়, তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

☐ **বক্র রেখা (Zigzag line):** একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে যদি দিক পরিবর্তন হয় তবে তাকে বক্র রেখা বলে।



☐ **সমান্তরাল রেখা (Parallel Lines):** দুটি রেখা যদি পরস্পরের মধ্যে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রেখে চলতে থাকে তবে তাকে সমান্তরাল রেখা বলে।



☞ কোন সরলরেখার বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে উক্ত রেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাংশটিই ক্ষুদ্রতম।

- ☞ দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার কোন সাধারণ বিন্দু নেই।
- ☞ দুটি পরস্পরস্পর্শী সরলরেখার প্রত্যেকটি, কোন তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।
- ☞ যেসব সরলরেখা একই সরলরেখার সমান্তরাল তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- ☞ দুই বা ততোধিক সরলরেখা একটি সরলরেখার উপর লম্ব হলে, তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- ☞ একটি সরলরেখা সমান্তরাল রেখাগুলোর একটির উপর লম্ব হলে, তা অপরটির উপরও লম্ব।

☐ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- রেখার প্রান্ত বিন্দুর সংখ্যা হলো— মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক।
ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. কোন প্রান্ত বিন্দু নেই উত্তর: ঘ
- দুটি লাইন একে অন্যের থেকে ২ মিটার দূরে সমান্তরাল ভাবে চলে যাচ্ছে, তারা একে অন্যের সাথে মিলিত হবে কত মিটার দূরে?
(রাষ্ট্রায়ত্ত্ব বায়ক সিনিয়র অফিসার-০০০) উত্তর: ঘ
ক. ২০০ খ. ৪০০ গ. ৬০০ ঘ. কখনোই নয়

☐ **শ্রুতসমাধান:** দুটি সমান্তরাল রেখা কখনোই মিলিত হয় না। মিলিত হলে তাদেরকে সমান্তরাল রেখা বলা হবে না।

জ্যামিতি অংশ

একটি চীনা প্রবাদ “A picture is worth than thousand words” অর্থাৎ একটি ছবি হাজারটা শব্দের থেকে উত্তম। তাই জ্যামিতি অংশ পড়ার সময় চিত্র মিলিয়ে পড়তে দ্রুত বুঝতে পারবেন, এবং অনেকদিন মনে থাকবে।

জ্যামিতি অংশ নিয়ে কিছু গুরুত্বপূর্ণ কথা:

- গণিতের এই অধ্যায়টি সবথেকে ছোট এবং খুব কম সময় ও শ্রম দিয়ে বেশি নম্বর পাওয়া সম্ভব।
- এই অংশ থেকে খুব সহজ এবং ব্যসিক প্রশ্নগুলো আসে।
- একই রকম প্রশ্ন গুণ্য নাম ও সংখ্যা পরিবর্তন করে রিপিট হয়।
- তাই প্রশ্ন সমাধান করার চেয়ে থিউরি গুলো ভালোভাবে বুঝে বুঝে পড়বেন।
- মাত্র ৭ দিন এই বইয়ের জ্যামিতি অংশের সবগুলো নিয়ম চিত্র বুঝে বুঝে পড়ার পর সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো সমাধান করলে জ্যামিতি অংশের প্রশ্নগুলো সমাধান করতে সমস্যা হবে না।

প্রাথমিক আলোচনা:

জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। যদিও ব্যুৎপত্তিগতভাবে “জ্যামিতি” শব্দের অর্থ ভূমির পরিমাপ তথা জ্যামিতি প্রকৃ পক্ষে স্থান বিষয়ক বিজ্ঞান (Geometry is the science concerned with space) ভূমি পরিমাপের জন্য জ্যামিতি উদ্ভব হলেও বর্তমানে জ্যামিতি কেবল ভূমি পরিমাপের জন্যই ব্যবহৃত হয় না বরং বহু জটিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জ্যামিতিক জ্ঞান অপরিহার্য। জ্যামিতিক জ্ঞান আমাদের জীবনের সমস্যা সমাধানের ইঙ্গিত দেয়, চিত্র শক্তির উদ্দেশ্যে মননশীলতার উৎকর্ষ সাধন করে থাকে।

জ্যামিতি বা Geometry শব্দের ‘জ্যা’ (Geo) এর অর্থ ভূমি এবং ‘মিতি’ (Metron) এর অর্থ পরিমাপ অর্থাৎ ‘ভূমি পরিমাপ’। (The word ‘geometry’ means ‘earth measure’)

আরো বলা যায়, “গণিতশাস্ত্রের যে শাখায় বিন্দু থেকে বৃত্ত পর্যন্ত যাবতীয় ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য ধর্ম এবং ক্ষেত্রের পরিমাপ সম্বন্ধে আলোচিত হয় তারই নাম জ্যামিতি। খ্রিষ্টপূর্ব ৩০০ সালে ইউক্লিড তার The Elements গ্রন্থে জ্যামিতির মূল তত্ত্বগুলো আলোচনা করেছেন।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- জ্যা শব্দের অর্থ কি? (খাত্তা অধিদপ্তর-০৪) উত্তর: ভূমি
- কোনো কিছু (ধরা যাক, জনসংখ্যা) বৃদ্ধির ধারা যদি ২, ৪, ৮, ১৬, ৩২ ইত্যাদি—এই ধারে বৃদ্ধি হতে থাকে তাহলে ঐ বৃদ্ধির ধারাকে কি বলা হয়? (খানা শিক্ষা অফিসার-০৪) উত্তর: জ্যামিতিক হার {গুণোত্তর ধারার মত}

রেখা ও কোণ

বিন্দু (Points): বিন্দুর গুণ্য অবস্থান আছে কিন্তু কোন মাত্রা নেই।

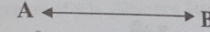
- দুটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি এবং কেবলমাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।
- দুটি সরলরেখা একটি এবং কেবল একটি বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করতে পারে।
- দুই বিন্দুর মধ্যে সরলরেখার দূরত্বই ক্ষুদ্রতম।
- যেসব বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে, তাদেরকে সমরেখ বিন্দু বলে।

রেখা ও কোণ:

রেখা (Line): বিন্দুর চলার পথকে রেখা বলে।

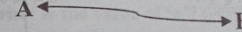
- সমরেখ: যখন দুই-এর অধিক বিন্দু একই সরলরেখার উপর অবস্থিত হয়, তখন ঐ বিন্দুগুলিকে সমরেখ বিন্দু বলা হয়। চিত্রে A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।
- রেখার কোন প্রান্ত বিন্দু নেই।
- রেখাংশের দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে।
- রশ্মির একটিমাত্র প্রান্তবিন্দু থাকে।

সরলরেখা (Straight Line): একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে যদি কোনো প্রকার দিকের পরিবর্তন না হয় তবে তাকে সরল রেখা বলে।

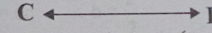
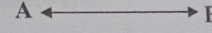


- দুটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।
- একটি সরলরেখার বহিঃস্থ যে কোনো বিন্দু থেকে ঐ সরলরেখা পর্যন্ত যেসব সরলরেখা আঁকা যায়, তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

বক্র রেখা (Zigzag line): একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে যদি দিক পরিবর্তন হয় তবে তাকে বক্র রেখা বলে।



সমান্তরাল রেখা (Parallel Lines): দুটি রেখা যদি পরস্পরের মধ্যে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রেখে চলতে থাকে তবে তাকে সমান্তরাল রেখা বলে।



- কোন সরলরেখার বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে উক্ত রেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাংশটিই ক্ষুদ্রতম।
- দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার কোন সাধারণ বিন্দু নেই।
- দুটি পরস্পরস্পর্শী সরলরেখার প্রত্যেকটি, কোন তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।
- যেসব সরলরেখা একই সরলরেখার সমান্তরাল তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- দুই বা ততোধিক সরলরেখা একটি সরলরেখার উপর লম্ব হলে, তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- একটি সরলরেখা সমান্তরাল রেখাগুলোর একটির উপর লম্ব হলে, তা অপরাটর উপরও লম্ব।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- রেখার প্রান্ত বিন্দুর সংখ্যা হলো—/ মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক।
ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. কোন প্রান্ত বিন্দু নেই উত্তর: ঘ
- দুটি লাইন একে অন্যের থেকে ২মিটার দূরে সমান্তরাল ভাবে চলে যাচ্ছে, তারা একে অন্যের সাথে মিলিত হবে কত মিটার দূরে?
(রাষ্ট্রদূত ব্যাংক সিনিয়র অফিসার ২০০) গ. ৬০০ ঘ. কখনোই নয় উত্তর: ঘ
ক. ২০০ খ. ৪০০

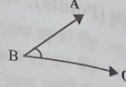
সমাধান: দুটি সমান্তরাল রেখা কখনোই মিলিত হয় না। মিলিত হলে তাদেরকে সমান্তরাল রেখা বলা হবে না।

৩. দুটি সমান্তরাল রেখা কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে? [৩৬তম বিসিএস]+ [দুর্ধ্ববাড় প্রস্তুতি কর্মসূচি/রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টোর কিপার]-২০২১।
ক. ৪ খ. ২ গ. ৮ ঘ. ১৬ উত্তর: ঘ

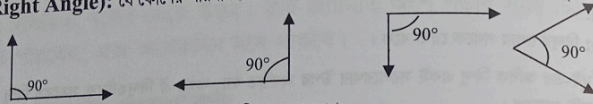
☐ Note: সঠিক উত্তর নেই।

☒ ব্যাখ্যা: দুটি সমান্তরাল রেখা কখনোই ছেদ করতে পারে না। সমান্তরাল রেখা হলো পরস্পর সমান দূরত্ব রেখে চলমান দুটি রেখা, কিন্তু যদি কখনো ছেদ করানো হয় তখন সেগুলো আর সমান্তরালই থাকবে না।

☞ কোণ (Angle): দুটি সরলরেখা তীর্থকভাবে (আড়াআড়িভাবে) পরস্পরের সাথে মিলিত হলে মিলিত বিন্দুতে কোণ উৎপন্ন হয়। ABC একটি কোণ।



☞ সমকোণ (Right Angle): যে কোণের পরিমাণ 90 ডিগ্রী তাকে সমকোণ বলে। নিচের চিত্রগুলি দেখুন।



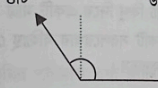
চিত্র : সমকোণ

☞ মনে রাখুন: কোণটি দেখতে যে রকমই হোক না কেন তার পরিমাণ 90° হলেই তাকে সমকোণ বলা হবে।

৪. যে কোণের ডিগ্রী এর পরিমাণ ৯০° হলে তাকে কী বলে? [এনএসআই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]
ক. সমকোণ খ. ঝুল কোণ গ. সরলকোণ ঘ. সূক্ষকোণ উত্তর: ক

৫. একটি সরলরেখার উপর লম্ব অংকন করলে কয়টি সমকোণ পাওয়া যায়? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [পরিচালনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর): ২০২১]
ক. ৩টি খ. ১টি গ. ২টি ঘ. ৪টি উত্তর: গ

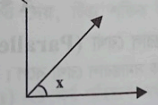
☞ ঝুলকোণ (Obtuse Angle): যে কোণের পরিমাণ ৯০ ডিগ্রী অপেক্ষা বেশী এবং ১৮০ ডিগ্রী অপেক্ষা কম তাকে ঝুলকোণ বলে।



৬. 90° < A < 180° হলে A কোন প্রকারের কোণ? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ (প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]
ক. সমকোণ খ. সূক্ষকোণ গ. ঝুলকোণ ঘ. প্রবৃদ্ধ কোণ উত্তর: গ

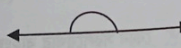
☞ সূক্ষকোণ (Acute Angle):

যে কোণের পরিমাণ 90 ডিগ্রী অপেক্ষা কম তাকে সূক্ষকোণ বলে।

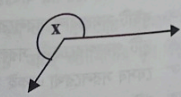


☞ সরলকোণ (Straight Angle):

যে কোণের পরিমাণ ১৮০ ডিগ্রী তাকে সরলকোণ বলে।



☒ প্রবৃদ্ধ কোণ (Reflex Angle): যে কোণের পরিমাণ দুই সমকোণ (180°) অপেক্ষা বেশী কিন্তু চার সমকোণ (360°) অপেক্ষা কম তাকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে।



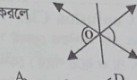
☐ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৯. দুই সমকোণ অপেক্ষা বড় ও চার সমকোণ অপেক্ষা ছোট কোণকে বলে- [দুর্নীতি দমন ব্যুরো-০৪]
ক. প্রবৃদ্ধ কোণ খ. সরলকোণ গ. ঝুলকোণ ঘ. সূক্ষকোণ উত্তর: ক
৮. একটি কোণের পরিমাণ 182° হলে একে কি কোণ বলে? [১৩তম বিজেএস-২০১৯]
ক. সূক্ষকোণ খ. ঝুলকোণ গ. প্রবৃদ্ধ কোণ ঘ. সমকোণ উত্তর: গ
৯. ২৫০° কোণকে কি কোণ বলে? [বাংলাদেশ সিকিউরিটি এন্ড চেস্জ কমিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]
ক. প্রবৃদ্ধ কোণ খ. সরলকোণ গ. ঝুলকোণ ঘ. সূক্ষকোণ উত্তর: ক
১০. ২৫৩ ডিগ্রী কোণকে কি কোণ বলে? [অর্থ মন্ত্রণালয়-০৯]
ক. প্রবৃদ্ধ কোণ খ. সরলকোণ গ. ঝুলকোণ ঘ. সূক্ষকোণ উত্তর: ক

১১. 180° < A < 360° হলে ∠A কোন প্রকারের কোণ? [Sonali Bank (SO) - 2014] + [RAKUB (Supervisor)-2017]
ক. সমকোণ খ. সূক্ষকোণ গ. ঝুলকোণ ঘ. প্রবৃদ্ধকোণ উত্তর: ঘ

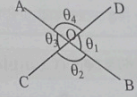
☒ সমাধান: 180° < A < 360° অর্থ হচ্ছে A কোণের মান 180° থেকে বড় কিন্তু 360° থেকে ছোট। এক্ষেপে কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলা হয়।

☞ বিপ্রতীপ কোণ (Vertically Opposite Angle): দুইটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে হেদবিন্দুতে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় তাদের একটিকে সম্মুখীনিতির বিপ্রতীপ কোণ বলে। যেমন-

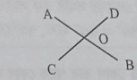


☞ দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে কয়টি কোণ তৈরী হয়? [(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)- ২০১৮]
ক. ১টি খ. ৩টি গ. ২টি ঘ. ৪টি উত্তর: ঘ

☒ সমাধান: দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে ৪টি কোণ উৎপন্ন হয়।



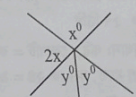
১০. AB ও CD সরলরেখা O বিন্দুতে ছেদ করলে নিম্নের কোন গাণিতিক বাক্যটি সঠিক? (১৭তম বিসিএস)
☒ সমাধান: বিপ্রতীপ কোণ ∠AOD = ∠BOC



১৪. চিত্রে y এর মান কত?

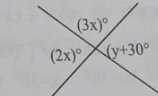
ক. ৬০ খ. ৪৫ গ. ১৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

☒ ব্যাখ্যা: $x^0 + 2x^0 = 180^0 \Rightarrow 3x^0 = 180^0 \therefore x = 60 = 2y \therefore y = \frac{60}{2} = 30$



১৫. In the figure below, the value of y is (নিচের চিত্রে y এর মান কত?) [Bangladesh Bank Off. - 2015]
ক. 12 খ. 42 গ. 24 ঘ. 36 উত্তর: খ

☒ সমাধান: যেহেতু $(2x)^0$ ও $(3x)^0$ দুটি সম্পূরক কোণ $2x + 3x = 180 \Rightarrow 5x = 180 \therefore x = 36$;
আবার, $(2x)^0$ ও $(y + 30)^0$ বিপ্রতীপ কোণ বলে $2x = y + 30 \Rightarrow y = 2x - 30 \Rightarrow y = 2 \times 36 - 30 \therefore y = 42$



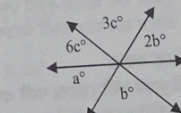
১৬. In the figure, what is the value of 'a'? (নিচের চিত্রে a এর মান কত?) [Agrani Bank Ltd. (SO) 13]
ক. 30 খ. 45 গ. 60 ঘ. 72 উত্তর: ঘ

☒ সমাধান: চিত্রে, $b = 3c$ [বিপ্রতীপ কোণ]

আবার, $a = 2b = 2 \times 3c = 6c \therefore b = \frac{a}{2}$

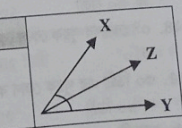
চিত্রে হতে, $6c + a + b = 180$ [∴ $6c + a + b =$ সরল কোণ]

$\Rightarrow a + a + \frac{a}{2} = 180 \therefore a = 72$



☞ সন্নিহিত কোণ: (Adjacent Angle):

দুইটি কোণের শীর্ষবিন্দু একই হলে সাধারণ বাহুর উভয় পাশের কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে অর্থাৎ পাশাপাশি লাগানো দুটি কোণকে সন্নিহিত কোণ বলে।



☐ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

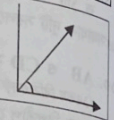
১৭. একটি সরলরেখার সাথে অপর একটি রেখাংশ মিলিত হলে যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয়, তাদের সমষ্টি হবে- [জাতীয় রাজস্ব বোর্ড-১০]
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১১০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৮০ ডিগ্রী উত্তর: ঘ

১৮. সন্নিহিত সরলকোণের একটি কোণ ৯৫ ডিগ্রী হলে অপরটি কত? (খানা শিক্ষা অফিসার-১০)
- ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১১০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ৮৫ ডিগ্রী
১৯. দুটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু থাকলে এবং ঐ কোণ দুটি যদি সাধারণ বাহুর বিপরীত দিকে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণ দুটিকে ক. সূক্ষ্মকোণ খ. পূরক কোণ গ. সন্নিহিত কোণ ঘ. বিপ্রতীপ কোণ

Confusion Clear: দুটি কোণের পরিমাপ ৯০° বা ১৮০° ডিগ্রী দেয়া থাকলে তা পূরক অথবা সম্পূরক হয় এবং সন্নিহিত পূরক এবং সম্পূরক কোণই সন্নিহিত কোণ। কেননা তারা পাশাপাশি অবস্থান করে। কিন্তু সকল সন্নিহিত কোণই পূরক বা সম্পূরক কোণ না ও হতে পারে। কেননা পাশাপাশি দুটি কোণের পরিমাণ $৩০^\circ + ৩০^\circ = ৬০^\circ$ হলে কোন দুটি পূরক বা সম্পূরক নয়। কিন্তু যেহেতু তারা পাশাপাশি অবস্থান করে তাই তাদেরকে সন্নিহিত কোণ বলা যায়।

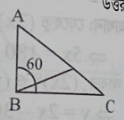
পূরক কোণ (Complementary Angle):

দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণ হলে একটিকে অপরটির পূরক কোণ বলে। যেমন-
 $২০^\circ + ৭০^\circ = ৯০^\circ$ হলে, ৭০° কোণের পূরক কোণ হলো ২০° ।



২০. একটি কোণ তার পূরক কোণ অপেক্ষা ২৪ ডিগ্রী বেশি হলে কোণটির মান কত হবে? [IBBL- (ATO)-2017]
- ক. ৫৭ ডিগ্রী খ. ৪৭ ডিগ্রী গ. ৫৩ ডিগ্রী ঘ. ৬৬ ডিগ্রী
- সমাধান: ধরি, কোণটি = x : তার পূরক কোণ $x - ২৪$ (কোনটি বড় হলে তার পূরক কোণটি ছোট হবে)
- প্রশ্ন মতে, $x + x - ২৪ = ৯০$ (দুটি কোণ পূরক হলে সমষ্টি ৯০ ডিগ্রী)
- $\Rightarrow ২x = ১১৪$, সুতরাং $x = ৫৭$ উত্তর: কোণটি ৫৭ ডিগ্রী।

২১. একটি কোণের মান তার পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত? (৩৮তম বিসিএস প্রিলি:)
- ক. ৬০° খ. ৪৫° গ. ৩০° ঘ. ২৫°
- সমাধান: ধরি, কোণটি = x এবং তার পূরক কোণটি হবে $2x$
- শর্তমতে, $x + 2x = 90^\circ$ [দুইটি কোণের সমষ্টি 90° হলে একটি আরেকটির পূরক কোণ হবে।
- $\Rightarrow 3x = 90^\circ \therefore x = 30^\circ$ সুতরাং কোণটির পরিমাণ হবে $= 30^\circ$



তুল হতে পারে যেভাবে ভাবলে?

পূরক কোণের পরিমাণ ৯০ ডিগ্রী তাই এর অর্ধেক হবে ৪৫ ডিগ্রী!

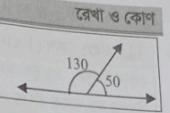
এখানে বলা হয়েছে একটি কোণ তার পূরক কোণের অর্ধেক অর্থাৎ দুটি কোণ মিলে ৯০ ডিগ্রী যেখানে কোণ দুটি এমনভাবে ভাগ হতে হবে যাতে একটি আরেকটির অর্ধেক হয়।

নিজে করুন:

২২. ত্রিভুজের দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণের সমান হলে তাদের একটিকে অপরটির- (প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০)
- ক. সন্নিহিত কোণ খ. পূরক কোণ গ. সম্পূরক কোণ ঘ. সরলকোণ উত্তর: খ
২৩. দুটি পূরক কোণের সমষ্টি কত? (শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৬)
- ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪০ ডিগ্রী উত্তর: ক
২৪. ০° কোণের পূরক কোণ কোনটি? (মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১)
- ক. ০° খ. ৯০° গ. ৪৫° ঘ. ১৮০° উত্তর: খ
২৫. ৩০ ডিগ্রী এর পূরক কোণ কত? (যাছা অধিদপ্তর-০৪)
- ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৩৫ ডিগ্রী উত্তর: গ
২৬. কোনটি ৩৫° কোণের পূরক কোণ? (ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি (রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টার কিপার)-২০২১) + (জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক)-২০২১) + (পরিষ্কার বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর)-২০২১) + (ডাক জীবন বীমা (বিভিন্ন পদ)-এপ্রিল-২০২২)
- ক. ৭০ ডিগ্রী খ. ৫৫ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৭৫ ডিগ্রী উত্তর: খ
২৭. ৫৫° কোণের পূরক কোণ কত? (বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর)-২০২১)
- ক. ৩৫° খ. ১৩৫° গ. ১২৫° ঘ. ৪৫° উত্তর: ক

সম্পূরক কোণ (Supplementary Angle):

দুইটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে। যেমন-



২৮. দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির কি বলে? (৩০তম বিসিএস) + (পেট্রো: (হিসাব সহকারী)-২০১৯)
- ক. সন্নিহিত কোণ খ. পূরক কোণ গ. সম্পূরক কোণ ঘ. সরলকোণ উত্তর: গ
২৯. দুইটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে সন্নিহিত কোণগুলির যোগফল- (যোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৬)
- ক. ৬০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ
৩০. দুইটি সম্পূরক কোণের সমষ্টি কত? (শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৬)
- ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ
৩১. ২৮ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণের পরিমাণ কত? (বরাহ্ম মন্ত্রণালয়-১০)
- ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৫২ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ
৩২. ২৮° কোণের সম্পূরক কোণের অর্ধেক কত? (১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯)
- ক. ৬০° খ. ৪০° গ. ৭৬° ঘ. ৩১° উত্তর: গ
- সমাধান: ২৮° কোণের সম্পূরক কোণ $= ১৮০^\circ - ২৮^\circ = ১৫২^\circ$ । এখন ১৫২° এর অর্ধেক $= ৭৬^\circ$

৩৩. একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত? (৪৩তম বিসিএস প্রিলি:)
- ক. ৩০° খ. ৬০° গ. ৯০° ঘ. ১২০° উত্তর: খ
- সমাধান: ধরি, কোণটি = x ডিগ্রী, সুতরাং তার সম্পূরক কোণটি হবে $= 2x$
- প্রশ্নমতে, $x + 2x = ১৮০^\circ \Rightarrow 3x = ১৮০^\circ \therefore x = ৬০^\circ$ সুতরাং কোণটির মান $= ৬০^\circ$ উত্তর: ৬০ ডিগ্রী।

৩৪. $180^\circ - x^\circ$ কোণের সম্পূরক কোণ কোনটি? (CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১
- ক. 0° খ. 45° গ. $x+90$ ঘ. x° উত্তর: ঘ
- সমাধান: ধরি, সম্পূরক কোণটি = P সুতরাং $P = 180^\circ - (180^\circ - x^\circ) = 180^\circ - 180^\circ + x^\circ = x^\circ$

৩৫. ৩০° কোণের সম্পূরক কোণের অর্ধেকের নিচে কোনটি? (বিদ্যা, জ্ঞাননি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০১৯)
- ক. ৬০° খ. ৮০° গ. ৭৫° ঘ. ৩৬° উত্তর: গ

৩৬. ৪৫ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণের মান কত? (করিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১)
- ক. ১২৫° খ. ১৫৫° গ. ১৩৫° ঘ. ১৪৫° উত্তর: গ

৩৭. ৫৫° কোণের সম্পূরক কোণের পরিমাণ কত হবে? (বাংলাদেশ কম্পিউটার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর)-২০২১)
- ক. ৩৫° খ. ১৩৫° গ. ৩০৫° ঘ. ১২৫° উত্তর: ঘ

৩৮. ৬০° কোণের সম্পূরক কোণের মান কত? (বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ (অফিস সহায়ক)-২০২১)
- ক. ১২০° খ. ১৮০° গ. ১৫০° ঘ. ৩০° উত্তর: ক

৩৯. ৭০ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণ কোনটি? (শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৫)
- ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১১০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ

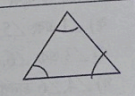
৪০. ৭৮ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণ কত ডিগ্রী? (CGDF (Junior-Auditor)-2019)
- ক. ১২ খ. ৭৮ গ. ২৮২ ঘ. ১০২ উত্তর: ঘ

৪১. ১২০ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণ কত? (বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১০) + (NSI (ওয়ারহাউস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১)
- ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: গ

৪২. ১২৫° কোণের সম্পূরক কোণ কত? (শিক্ষক নিবন্ধন, প্রিন্সিপাল টেস্ট কলেজ পর্যায়-২০১৫)
- ক. ৩৫° খ. ২৩৫° গ. ১৪৫° ঘ. ৫৫° উত্তর: ঘ

অন্তঃস্থ কোণ (Interior Angles):

যে কোন ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ অথবা বহুভুজের অভ্যন্তরে বা ভেতরে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে অন্তঃস্থ কোণ বলে। চিত্রে তিনটি অন্তঃস্থ কোণ দেখা যাচ্ছে।

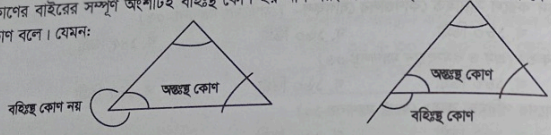


বহিঃস্থ কোণ (Exterior Angles):

কোন ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ অথবা বহুভুজের যে কোণ এক বাহু বর্ধিত করলে বাহিরে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে বহিঃস্থ কোণ বলে। যেমন: চিত্রটিতে $\angle M =$ বহিঃস্থ কোণ



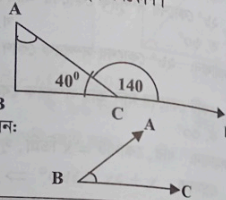
Confusion Clear: অঙ্কিত কোণ হল ভেতরের কোণ আর বহিঃস্থ কোণ হল বাহিরের কোণ। কিন্তু বহিঃস্থ কোণ হলই অঙ্কিত কোণের বাইরের সম্পূর্ণ অংশটিই বহিঃস্থ কোণ হয় না। বরং একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে কোণটি উৎপন্ন হয় তাকেই বহিঃস্থ কোণ বলে। যেমন:



V.V.I: পাশাপাশি একটি অঙ্কিত ও একটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি সব-সময় 180° বা দুই সমকোণ।

চিহ্নটি দেখুন:

চিত্রে (অঙ্কিত) $\angle ACB +$ (বহিঃস্থ) $\angle ACD = 40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$



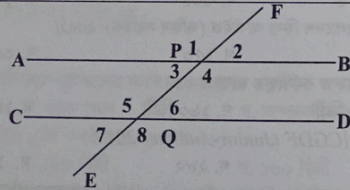
অন্তর্ভুক্ত কোণ: দুটি বাহুর মিলিত হওয়ার স্থানকে ঐ বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ বলা হয়। যেমন: পাশের চিত্রটিতে AB এবং BC বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ হল $\angle B$ ।

অনুরূপ কোণ (Corresponding Angle):

দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে অপর একটি সরলরেখা তির্যকভাবে ছেদ করলে ছেদক রেখার একই দিকে সমান্তরাল রেখাঘরের অনুরূপ পার্শ্বে যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাকে অনুরূপ কোণ বলে। উদাহরণ নিচের চিত্রে: মনে রাখবেন, অনুরূপকোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

একান্তর কোণ (Alternative Angle):

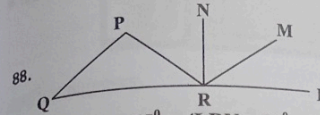
দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে অপর একটি রেখা তির্যকভাবে (আড়াআড়ি) ছেদ করলে ছেদক রেখার বিপরীত পার্শ্বে সমান্তরাল রেখা যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে একান্তর কোণ বলে। উদাহরণ নিচের চিত্রটিতে দেখুন: মনে রাখবেন, একান্তরকোণদ্বয় পরস্পর সমান।



উপরের চিত্রে, AB ও CD দুইটি সরলরেখা এবং EF সরলরেখা এদেরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। EF সরলরেখা AB ও CD সরলরেখা দুইটির সাথে $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8$ মোট আটটি কোণ তৈরি করেছে। এ কোণগুলোর মধ্যে

- ক) $\angle 1$ এবং $\angle 5, \angle 2$ এবং $\angle 6, \angle 3$ এবং $\angle 7, \angle 4$ এবং $\angle 8$ পরস্পর অনুরূপ কোণ।
- খ) $\angle 3$ এবং $\angle 6, \angle 4$ এবং $\angle 5$ হলো পরস্পর একান্তর কোণ।
- গ) $\angle 4, \angle 6$ ডানপাশের অঙ্কিত কোণ।
- ঘ) $\angle 3, \angle 5$ বামপাশের অঙ্কিত কোণ।

৪০. কোন ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অঙ্কিত সম্বন্ধিত কোণের সমষ্টি কত? [বৈচিত্র্য প্রকটকর্মেট অফিসার/ইসপেক্টর-২০২১]
ক. 90° খ. 120° গ. 180° ঘ. 360° উত্তর: গ



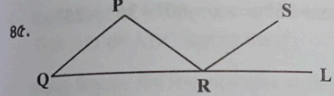
৪৮. চিত্রে, $\angle PQR = 55^\circ, \angle LRN = 90^\circ$ এবং $PQ \parallel MR, PQ = PR$ হলে, $\angle NRP$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. 90° খ. 55° গ. 45° ঘ. 35° উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে, PQR সমবাহু ত্রিভুজে $PQ = PR$ এবং $\angle PQR = 55^\circ$ হওয়ায়, $\angle PRQ = 55^\circ$ যেহেতু $\angle LRN = 90^\circ$ সুতরাং $\angle NRQ = 90^\circ$ [যেহেতু QL একটি সরলরেখা যার দু'পাশে 180° আছে] সুতরাং $\angle NRP = \angle NRQ - \angle PRQ = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$

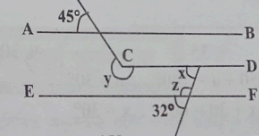
[এখানে সমধিবাহু, সমকোণ এবং সরলকোণের মাধ্যমেই উত্তর বের করা সম্ভব হওয়ার সমান্তরাল বাহুর হিসেবের প্রয়োজন নেই]

চিত্র ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন: (বিভিন্ন ক্লাসের বোর্ড বই এবং ওয়েবসাইট অবলম্বনে)



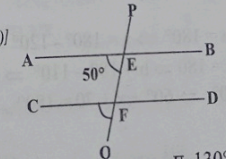
৪৫. চিত্রে $PQ \parallel SR, PQ = PR$ এবং $\angle PRQ = 50^\circ$ হলে, $\angle LRS$ এর মান নিচের কোনটি? [৭ম শ্রেণি (অন: ৮)]
ক. 80° খ. 95° গ. 55° ঘ. 50° উত্তর: ঘ

৪৬. পাশের চিত্রটিতে $AB \parallel CD \parallel EF$



- (i) $\angle x$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. 28° খ. 32° গ. 45° ঘ. 58° উত্তর: খ
- (ii) $\angle z$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. 58° খ. 103° গ. 122° ঘ. 148° উত্তর: ঘ
- (iii) নিচের কোনটি $y - z$ এর মান?
ক. 58° খ. 77° গ. 103° ঘ. 122° উত্তর: খ

৪৭. চিত্রের আলোকে ৪ এবং ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দিন [৭ম শ্রেণি (অন: ৮)]



- (i) $\angle PEA =$ কত ডিগ্রী?
ক. 40° খ. 50° গ. 90° ঘ. 130° উত্তর: ঘ
- (ii) $\angle EFD$ এর মান কত?
ক. 30° খ. 40° গ. 50° ঘ. 90° উত্তর: গ

(ii) ABC ত্রিভুজে $\angle B + \angle C = 90^\circ$ হলে, $\angle A =$ কত ডিগ্রী ?

ক. 90°

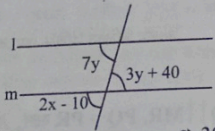
খ. 110°

গ. 120°

ঘ. 160°

উত্তর: ক

8b. What is the value of x?



ক. 50

খ. 40

গ. 30

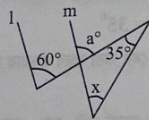
ঘ. none

উত্তর: খ

সমাধান: $7y = 3y + 40 \Rightarrow 4y = 40 \therefore y = 10$

আবার, $2x - 10 = 7y \Rightarrow 2x - 10 = 70 \therefore x = 40$

8b. What is the value of x?



ক. 25

খ. 50

গ. 30

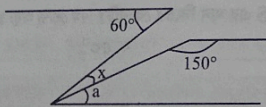
ঘ. none

উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, $a = 60^\circ$

$\Rightarrow a = x + 35^\circ$ (বহিঃস্থ কোণ = বিপরীত দুটি কোণের যোগফল) $\Rightarrow 60^\circ = x + 35^\circ \Rightarrow x = 60^\circ - 35^\circ = 25^\circ$

৫০. What is the value of x?



ক. 60

খ. 35

গ. 30

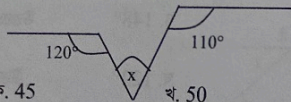
ঘ. none

উত্তর: গ

সমাধান: $a = 30^\circ \Rightarrow 150 + a = 180^\circ \therefore a = 30^\circ$

আবার, $x + a = 60^\circ \Rightarrow x + 30 = 60^\circ \therefore x = 30^\circ$

৫১. What is the value of x?



ক. 45

খ. 50

গ. 40

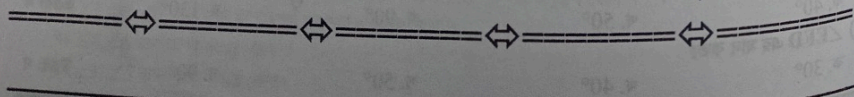
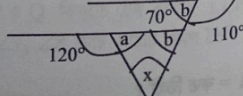
ঘ. none

উত্তর: খ

সমাধান: $120^\circ + a = 180^\circ \Rightarrow a = 180^\circ - 120^\circ \therefore a = 60^\circ$ এখানে b কোণ দুটি অনুরূপ কোন হিসেবে সমান

আবার, $110 + b = 180 \Rightarrow b = 180 - 110^\circ \Rightarrow b = 70$

$\therefore a + x + b = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + x + 70 = 180^\circ \therefore x = 50^\circ$

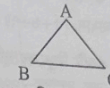


ত্রিভুজ

প্রাথমিক আলোচনা:

তিনটি বাহু দ্বারা আবদ্ধ চিত্র বা ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।

ত্রিভুজ ABC একটি ত্রিভুজ। এখানে AB, BC ও AC তিনটি বাহু দ্বারা ABC একটি আবদ্ধ চিত্র হয়েছে যাকে ত্রিভুজ বলা যায়।



ত্রিভুজ সম্পর্কে বিস্তারিত জানার আগে আমরা ত্রিভুজের সাথে সংশ্লিষ্ট কয়েকটি টার্ম জেনে নেই। যথা:

ভূমি (Base): চিত্রে BC হলো ভূমি।

শীর্ষবিন্দু (Vertex): চিত্রে A হল শীর্ষবিন্দু।

অন্তঃস্থ কোণ: চিত্রে ABC ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভিতরের যে তিনটি কোণ

$\angle A, \angle B, \angle C$ উৎপন্ন হয়েছে তা অন্তঃস্থ কোণ।

বহিঃস্থ কোণ: $\triangle ABC$ চিত্রের বাহিরে যে $\angle ACD$ কোণ উৎপন্ন হয়েছে তা বহিঃস্থকোণ।

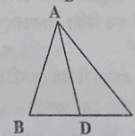
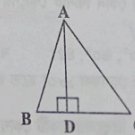
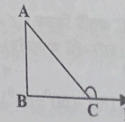
উচ্চতা: ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকে উচ্চতা বলে।

চিত্রে AD হল ABC ত্রিভুজের উচ্চতা।

মধ্যমা: ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু থেকে ভূমির মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাকে মধ্যমা বলে।

চিত্রে AD হল মধ্যমা; কেননা AD, BC বাহুকে ২ ভাগে ভাগ করেছে।

এছাড়াও B ও C বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু ধরে আরো দুটি মধ্যমা অঙ্কন করা যায়।



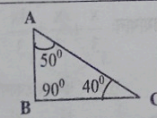
ত্রিভুজ বিষয়ক গুরুত্বপূর্ণ অনুসিদ্ধান্ত

ত্রিভুজের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য ও শর্তের উপর নিম্নলিখিত অনুসিদ্ধান্ত গুলো অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ কেননা এই নিয়মগুলির উপর ভিত্তি করেই বিভিন্ন ধরনের প্রশ্ন তৈরী করা যায় এবং সেভাবেই বিভিন্ন পরীক্ষায় ও আসে। তাই চিত্র দেখে বুঝে বুঝে পড়ুন এবং লিখুন। পাশাপাশি নিয়ম সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো সমাধান করুন।

১. অনুসিদ্ধান্ত - ০১ : ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180° অর্থাৎ ২ সমকোণ।

চিত্রে: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ বা ২ সমকোণ।

এজন্য যে কোন একটি কোণের পরিমাণ দেয়া না থাকলে অপর দুটি কোণের পরিমাণ বোঝা করে 180° থেকে তা বিয়োগ করলে তৃতীয় কোণের পরিমাণ বের হবে।



২. সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১. ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি- [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]+ [পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর)-২০২১]

ক. 180° ডিগ্রি

খ. 260° ডিগ্রি

গ. 360° ডিগ্রি

ঘ. 180° ডিগ্রি

উত্তর: ক

২. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি? [বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (সিয়ারপাতা অপারেটর)-২০২১]

ক. 85°

খ. 95°

গ. 90°

ঘ. 180°

উত্তর: ক

সমাধান: অনূপাতের যোগফল = $3+8+5 = 16$ । সুতরাং ক্ষুদ্রতম কোণটি = $180 \times \frac{3}{16} = 33.75^\circ$

৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনূপাত ৫ : ৬ : ৭ হলে, বৃহত্তম কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রী? [NSI (ওয়ার্ডার কনটেন্ট)-২০১৯]
ক. ৩০ খ. ৫০ গ. ৬০ ঘ. ৭০

সমাধান: $(5+6+7) = 18$ অংশ = 180° হলে ১ অংশ = 10° সুতরাং ৭ অংশ = $7 \times 10 = 70^\circ$

৪. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের যোগফল ১০০ ডিগ্রী এবং উক্ত দুটি কোণের বিয়োগফল ৪০ ডিগ্রী। তৃতীয় কোণের মান হচ্ছে-
(তথ্য মঞ্জালয়-২০০৫)
ক. ৬০ ডিগ্রী খ. ৭০ ডিগ্রী গ. ৯০ ডিগ্রী ঘ. ৮০ ডিগ্রী

সমাধান: এখানে কোণ তিনটির যোগফল 180° , তাই দুটি 100° হলে অপরটি = $180-100 = 80$ হবে।

৫. $\triangle ABC$ একটি ত্রিভুজ। $\angle A$ কোণের মান 60° এবং $\angle B$ কোণের মান 65° হলে $\angle C$ কোণের মান কত? [বাংলাদেশ সের্বিস কমিশন (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]
ক. 40° খ. 50° গ. 55° ঘ. 90°

সমাধান: $\{180^\circ - (60^\circ + 65^\circ)\} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

৬. নিচের কোন তিনটি কোণের সমন্বয়ে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]
ক. $90^\circ, 60^\circ, 85^\circ$ খ. $85^\circ, 85^\circ, 30^\circ$ গ. $60^\circ, 35^\circ, 55^\circ$ ঘ. $80^\circ, 32^\circ, 100^\circ$

সমাধান: যোগফল 180° হতে হবে। শুধুমাত্র ঘ অপশনের কোণগুলোর যোগফল = $(80+32+100) = 180^\circ$

৭. একটি ত্রিভুজের একটি কোণ যদি দ্বিতীয় কোণের তিনগুণ এবং তৃতীয় কোণ যদি দ্বিতীয় কোণের চেয়ে ২০ ডিগ্রী বড় হয় তবে কোণটি কত ডিগ্রী? [বাংলাদেশ জুডিশিয়াল সার্ভিস কমিশন গৃহীত (সহকারী জজ)-২০০৯]
ক. 30° খ. 35° গ. 40° ঘ. 32°

সমাধান: এখানে দ্বিতীয় কোণটিই সবথেকে ছোট
তাহলে ধরি, ২য় কোণটি = x \therefore ১ম কোণটি হবে = $3x$ এবং তৃতীয় কোণটি $x+20$

প্রশ্নমতে, $3x + x + x + 20 = 180^\circ$ (যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°)
 $\Rightarrow 5x = 160 \Rightarrow x = 160 \div 5 = 32 \therefore$ কোণটির পরিমাণ 32°

Ans: 32°

৮. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে, $\frac{x}{3}, \frac{x}{3}$ এবং $\frac{4x}{3}$ হলে, বৃহত্তম কোণটির মান কত? [প্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ে সহকারী প্রধান পরিদর্শক-২০১৬]
ক. 60° খ. 120° গ. 160° ঘ. 90°

সমাধান: $\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{4x}{3} = 180^\circ$ বা, $\frac{x+x+4x}{3} = 180^\circ$ বা, $\frac{6x}{3} = 180^\circ$ বা, $2x = 180 \therefore x = 90^\circ$

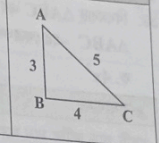
সুতরাং বৃহত্তম কোণটির পরিমাণ হবে: $\frac{4 \times 90}{3} = 120^\circ$

নিজে করুন:

৯. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে, $x, \frac{x}{2}$ এবং $\frac{3x}{2}$ হলে, বৃহত্তম কোণটির মান কত? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০০৪]
ক. 60° খ. 90° গ. 30° ঘ. 50°

১০. ত্রিভুজের তিনটি কোণ $4x^\circ, 6x^\circ$ ও $8x^\circ$ হলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণ দুইটি নির্ণয় করুন? [তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]
ক. 80° ও 60° খ. 80° ও 50° গ. 80° ও 80° ঘ. 60° ও 680°

১১. ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর সমষ্টি, তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর, অর্থাৎ ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহু যোগ করলে তা তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বড় হতে হবে। যদি বৃহত্তর না হয় তাহলে তা ত্রিভুজ হবে না। যেমন:



পাশের চিত্রে, $AB = 3$ মি., $BC = 4$ মি. এবং $AC = 5$ মি.
তাহলে, $3+4 > 5$ বা, $7 > 5$ অর্থাৎ $AB+BC > AC$

অন্য পাশ থেকে অন্য যে কোন দুটি বাহু নিলেও তাদের যোগফল ৩য় বাহু থেকে বড় হবে।

১২. নিচের ত্রিভুজের বাহুগুলো দেয়া আছে। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]
ক. ২, ৩, ৫ সে.মি. খ. ৪, ৫, ৬ সে.মি. গ. ৩, ৫, ৭ সে.মি. ঘ. ৫, ৬, ৮ সে.মি.

সমাধান: যেহেতু ত্রিভুজের যে কোন দু বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহুর থেকে বড় হতে হবে না হলে ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব হবে না। তাই অপশন (ক) এর বাহুগুলো থেকে দেখা যায় $2+3 = 5$ তৃতীয় বাহু 5 এর সমান হওয়ায় এগুলো দিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব নয়।

১৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার, ৪ মিটার ও ২০ মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল- [৭ম বেসরকারি প্রত্যয়ক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১১]
ক. ১২ খ. ২৪ গ. ১০ ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: (বিষমবাহুর সূত্র প্রয়োগ করে ক্ষেত্রফল বের করার আগে ভাবুন)

ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। (জ্যামিতিক সূত্র)।
 $6+4 < 20$ । সুতরাং উপরোক্ত তিনটি বাহু দ্বারা বাস্তবে কোনো ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।

নিজে করুন:

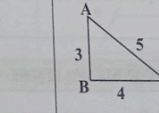
১৪. কোন তিনটি বাহু দিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে না?
ক. ৩, ৪, ৫ খ. ২, ৪, ৭ গ. ৬, ৮, ১০ ঘ. ১২, ৫, ১৩

১৫. অনূসিদ্ধান্ত - ০৩ : ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর সমষ্টি, তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর,

অর্থাৎ ত্রিভুজের দুটি বাহু বিয়োগ করলে যেন তা তৃতীয় বাহু থেকে ছোট হয়।

পাশের চিত্রে $AB = 3$ মি., $BC = 4$ মি. এবং $AC = 5$ মি.
তাহলে, $5 - 3 < 4$ এবং $2 < 8$

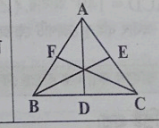
সুতরাং বলা যায়, $AC - AB < BC$



১৬. অনূসিদ্ধান্ত-০৪: ত্রিভুজের কোনো শীর্ষ বিন্দু থেকে তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে।

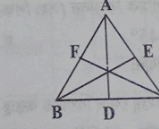
Confusion Clear:

শীর্ষ বিন্দু অর্থ শুধু উপরের বিন্দু নয়, এবং ত্রিভুজের যেকোনো একটি বাহুকে ভূমি কল্পনা করলে ভূমির বিপরীত বিন্দুকে শীর্ষ বিন্দু বলে।



মধ্যমা: সংক্রান্ত গুরুত্বপূর্ণ তথ্য:

- (i) ১টি ত্রিভুজের ৩টি মধ্যমা থাকে
- (ii) যেকোন মধ্যমা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।
চিত্রে AD মধ্যমা ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে সমান দুই ভাগে ভাগ করেছে।
- (iii) ত্রিভুজের মধ্যমাগুলোর সমষ্টি ত্রিভুজের পরিমাপ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।
চিত্রে $AB+BC+AC > AD+BE+CF$ অর্থাৎ বাহুর সমষ্টি $>$ মধ্যমার সমষ্টি
- (iv) ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়, পরস্পরকে $2 : 1$ অনুপাতে এ বিভক্ত করে।



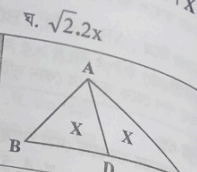
১৪. বিষমবাহু $\triangle ABC$ এর বাহুগুলির মান এমনভাবে নির্ধারিত যে, AD মধ্যমা দ্বারা গঠিত $\triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল X বর্গমিটার।

$\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল কত? (৩য়তম বিসিএস)

ক. $4x^2$ খ. $4x$ গ. $2x$ ঘ. $\sqrt{2} \cdot 2x$

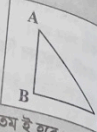
সমাধান:

প্রশ্নটি পড়ে জটিল মনে হলেও চিত্রটি মাথায় আসলে কোন কিছু না লিখেই পারা যাবে। এখানে $\triangle ABD$ হলো $\triangle ABC$ এর অর্ধেক, যার ক্ষেত্রফল x । তাই বড় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে $= x+x=2x$ । উত্তর: $2x$ বর্গ মিটার।



অনুসিদ্ধান্ত -০৫ : কোন ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম আবার বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তর।

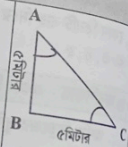
পাশের চিত্রে AC বাহুটি বৃহত্তম তাই এর বিপরীত কোণ $\angle B$ বৃহত্তম। একই ভাবে, $\angle B$ হচ্ছে $\angle A$ ও $\angle C$ কোণ থেকে বড়, তাই এর বিপরীত বাহুটিও অন্য দুটি বাহু অপেক্ষা বড় হবে। অর্থাৎ AC বাহু-ই ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহু।



Note: একই ভাবে ক্ষুদ্রতম বাহু বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতম এবং ক্ষুদ্রতম কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতম ই হবে।

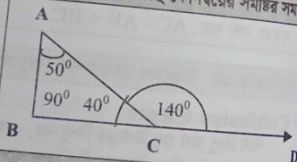
অনুসিদ্ধান্ত -০৬ : কোন ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণগুলোও পরস্পর সমান আবার সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুগুলোও সমান হবে।

পাশের চিত্রটিতে $AB = BC = 5$ মিটার। তাই AB বাহুর বিপরীত $\angle C$ এবং BC বাহুর বিপরীত $\angle A$ পরস্পর সমান। $\angle A = \angle C$ (এদের বিপরীত বাহুগুলো সমান)। তেমনি ভাবে দুটি ভিন্ন ভিন্ন ত্রিভুজের মধ্যে তুলনা করার সময় এক ত্রিভুজের একটি বাহু অপর একটি ত্রিভুজের একটি বাহুর সমান হলে ঐ ত্রিভুজদ্বয়ের সমান সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় ও সমান।



অনুসিদ্ধান্ত -০৭: ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

চিত্রে: $\triangle ABC$ এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে, যেখানে $\angle ACD$ বহিঃস্থকোণ = অন্তঃ $\angle A$ + অন্তঃ $\angle B$
 $\angle ACD = 140^\circ$ আবার, $(\angle B = 90^\circ) + (\angle A = 50^\circ) = 140^\circ$ ।
 অর্থাৎ বহিঃস্থ কোণটি ভেতরের বিপরীত কোণ দুটির যোগফলের সমান।



তাহলে বলা যায় বহিঃস্থ কোণটি অন্তঃস্থ প্রতিটি কোণের থেকে বড়।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

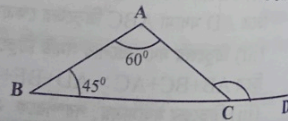
১৫. ABC এর $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$ এবং BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে $\angle ACD =$ কত? (সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯)

ক. 45° খ. 60° গ. 105° ঘ. 120°

সমাধান:

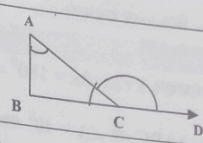
বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

অর্থাৎ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$



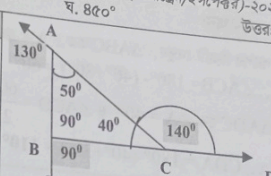
১৬. $\triangle ABC$ এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে, $\angle ACD$ এর সমান হবে- (NBR-2015)
 ক. $\angle A + \angle B - \angle C$ খ. $\angle A + \angle B$ গ. $\angle A - \angle B - \angle C$ ঘ. $\angle A + \angle C$

সমাধান: এখানে $\angle ACD = \angle A + \angle B$
 অনুসিদ্ধান্ত-০৮ : ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণগুলোর যোগফল ও সমকোণ বা ৩৬০° ।
 সুতরাং ত্রিভুজের যে কোন দুটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে। মনে রাখুন: যে কোন বহুভুজের ক্ষেত্রে (চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ-ইত্যাদির ক্ষেত্রেও) বহিঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি ৩৬০° হয়।



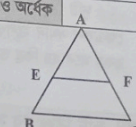
১৭. কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুকে একইভাবে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ ৩টির সমষ্টি হবে (প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৮)। (রেলপথ মন্ত্র: (অফিস সহ: -২০২১)। (কারিগরি শিক্ষা অধি: (কম্পিউটার অপ: -২০২১)। (বেবিকক (এরোড্রেন/হিলপেক্টর)-২০২১)।
 ক. 180° খ. 270° গ. 360° ঘ. 850°

সমাধান: পাশের চিত্রেটিতে দেখুন। একটি ত্রিভুজের যে কোন একটি বহিঃস্থ কোণ বিপরীত পাশের অন্তঃস্থ দুটি কোণের সমষ্টির সমান। এখন, তিনটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি হবে ৬টি অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টির সমান। যেহেতু ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি $= 180^\circ$ সুতরাং ৬ টি কোণের সমষ্টি হবে ৩৬০° ।



Remember: একটি ত্রিভুজের একটি বাহুকে দুপাশেই বর্ধিত করে দুটি বহিঃস্থ কোণ তৈরী না করে যে কোন একপাশে একটি বহিঃস্থ কোণ ধরে হিসেব করতে হয়।

অনুসিদ্ধান্ত- ০৯: ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।
 চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E এবং F যোগ করলে EF বাহু BC বাহুর সমান্তরাল ও EF বাহুটি BC বাহুর অর্ধেক। অর্থাৎ $EF = \frac{1}{2} BC$



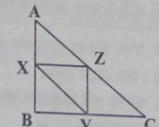
সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন: ১৮. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬, ৮ ও ১০ মিটার হলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর মধ্যবিন্দু দুটির দূরত্ব কত মিটার? (বাংলা: কৃষি ব্যাংক অফি: - ১৫)। (NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৮)

ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৭
 সমাধান: বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহু দুটি হচ্ছে ১০ এবং ৬ এবং এদের মধ্যবিন্দু দুটির দূরত্ব হবে তৃতীয় বাহু ৮ এর অর্ধেক ৪।

১৯. একটি সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমা ১৮ ইঞ্চি। তিন বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগে যে নতুন ত্রিভুজ তৈরী হয় তার পরিসীমা কত? (ক. ৩ খ. ৬ গ. ৯ ঘ. ১২)

সমাধান: ত্রিভুজের যে কোনো দু বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখা তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

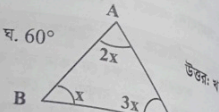
শর্টকাট: বড় ত্রিভুজের মধ্যবিন্দু দিয়ে ছোট ত্রিভুজ তৈরী হলে তার পরিসীমা বড় ত্রিভুজের পরিসীমার অর্ধেক হবে। তাই সরাসরি উত্তর $18 \div 2 = 9$ ।



পদ্ধতি-০১ : ত্রিভুজের উপর সাধারণ প্রশ্ন

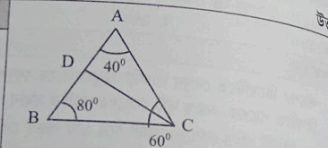
২০. চিত্রে x এর মান কত?
ক. 15° খ. 30° গ. 45° ঘ. 60°

সমাধান: $x + 2x + 3x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \therefore x = 30^\circ$



২১. $\triangle ABC$ এর $\angle A = 40^\circ$ এবং $\angle B = 80^\circ$ । $\angle C$ এর সমদ্বিভক্তক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\angle CDA$ এর মান কত?
ক. 110° খ. 100° গ. 90° ঘ. 80°

সমাধান:
পাশের চিত্রটি দেখুন, $\triangle ABC$ এর $\angle A = 40^\circ$ এবং $\angle B = 80^\circ$
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$
 $\triangle ADC$ তে $\angle A = 40^\circ$ ও $\angle ACD = \frac{60}{2} = 30^\circ$
 $\therefore \angle CDA = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) = 110^\circ$ (উত্তর)



AB রেখা $\angle C$ এর সমদ্বিভক্তক তাই কোণ অর্ধেক হবে।

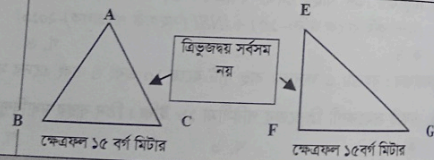
ত্রিভুজের সর্বসমতা

দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হওয়া অর্থ হল ত্রিভুজ দুটির আকার, আকৃতি ও ক্ষেত্রফল সমান হওয়া। তাই দুটি ভিন্ন ভিন্ন ক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল সমান হলেও তাদের আকৃতি সমান না হলে ত্রিভুজ দুটি যেমন সর্বসম হবে না। তেমনি, দুটি ত্রিভুজ যদি দেখতে একই রকম মনে হয় কিন্তু তাদের ক্ষেত্রফল সমান নয় তাহলেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না।

দুটি ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত: নিম্নোক্ত শর্তগুলো পূরণ হলে দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হয়।

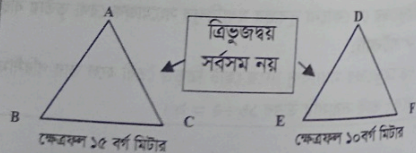
সর্বসম: আকার, আকৃতি ও ক্ষেত্রফল সমান হতে হবে।

- ক. দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান
 - খ. তিন বাহু সমান
 - গ. দুই কোণ ও এক বাহু সমান
 - ঘ. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহু সমান
- সর্বসমতা নির্দেশক চিহ্ন \cong



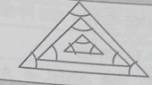
দুটি ত্রিভুজ কখন সর্বসম হয় না?

- ক. যখন তাদের ক্ষেত্রফল সমান হয় কিন্তু আকৃতি সমান হয় না। চিত্র দেখে বুঝুন:
- খ. আবার দুটি ত্রিভুজের আকৃতি দেখতে একই রকম হয় কিন্তু ক্ষেত্রফল সমান হয় না।
- গ. আবার একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ অপর একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নাও হতে পারে। যেমন: চিত্রটি দেখুন:



সদৃশকোণী ত্রিভুজ।

চিত্রটিতে ছোট বড় সবগুলো ত্রিভুজ সমবাহু হওয়ায় তাদের কোণের পরিমাণ 60° অর্থাৎ তাদের কোণগুলো সমান হওয়া সত্ত্বেও তাদের ক্ষেত্রফল সমান না হওয়ায় ত্রিভুজগুলো সর্বসম নয়।



একরূপ সমান কোণ বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজকে সদৃশকোণী ত্রিভুজ বলা হয়।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

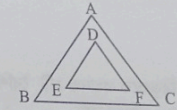
- ২২. দুটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বসম হওয়ার জন্য নিচের কোন শর্তটি যথেষ্ট নয়? (৩০তম বিসিএস)
- ক. একটির তিন বাহু অপরটির তিন বাহুর সমান
- খ. একটির তিন কোণ অপরটির তিন কোণের সমান
- গ. একটির দুই কোণ ও এক বাহু অপরটির দুই বাহু ও অনুরূপ বাহুর সমান
- ঘ. একটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ অপরটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান

- ২৩. দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম নাও হতে পারে? (RAKUB (Cash)-2017)
- ক. দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ খ. দুই কোণ ও এক বাহু গ. তিন কোণ ঘ. তিন বাহু

সমাধানঃ

দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না।

$\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ এর $\angle A = \angle D$
 $\angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$
কিন্তু $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ সর্বসম নয়।



- ২৪. যদি দুটি ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি কেমন হবে?
- ক. সর্বসম হবে খ. সদৃশ হবে গ. সমানুপাতিক হবে ঘ. সমান হবে

- ২৫. দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না - (প্রাথমিক সহঃ শিক্ষক-০৮)
- ক. তিন বাহু খ. ভূমি ও লম্ব গ. তিন কোণ ঘ. অতিভুজ

- ২৬. তিন কোণ দেয়া থাকলে যে সকল ত্রিভুজ আঁকা যায় তাদের কী ত্রিভুজ বলে? (প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক ২০১২)
- ক. সদৃশ ত্রিভুজ খ. সমান ত্রিভুজ গ. সর্বসম ত্রিভুজ ঘ. সমানুপাতিক ত্রিভুজ

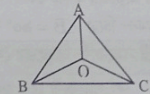
ত্রিভুজের কেন্দ্র

অন্তঃকেন্দ্র (In-centre):

ত্রিভুজের কোণের সমদ্বিভক্তিত বাহুদ্বয় যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে অন্তঃকেন্দ্র বলে।

চিত্রঃ $\triangle ABC$ -এ $\angle A$, $\angle B$ ও $\angle C$ কোণের সমদ্বিভক্তক বাহুদ্বয়ের মিলিত বিন্দু O।

আর O হল ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র।



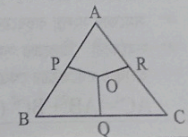
পরিকেন্দ্র (Circumcentre):

ত্রিভুজের বাহু বা পরিসীমার উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় ত্রিভুজের অভ্যন্তরে যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে পরিকেন্দ্র বলে।

চিত্রঃ পরিকেন্দ্র

$\triangle ABC$ -এ AB, BC ও AC বাহুদ্বয়ের উপর লম্বদ্বয় যথাক্রমে OP, OQ, OR।

অতএব O হল পরিকেন্দ্র।

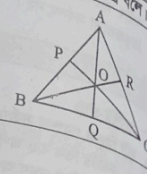


ভরকেন্দ্র (Centroid)

ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখাগুলি যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে ভরকেন্দ্র বলে।

চিত্র- O ভরকেন্দ্র

ব্যাখ্যা: চিত্রে $\triangle ABC$ -এ A, B ও C শীর্ষবিন্দু এবং তাদের বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু হল BC, AC, AB। এখন শীর্ষ বিন্দু থেকে বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখাগুলি হল- AQ, BR, CP। রেখাগুলি মিলিত হয়েছে O বিন্দুতে। অতএব O হল ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র। যেহেতু মাধ্যমাগুলো কোণ থেকে ২:১ অনুপাতে ছেদ করে তাই মনে রাখুন: চিত্রে $OB = 2OR$



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

২৭. কোন ত্রিভুজের তিন কোণের সমন্বিতকগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে, তাকে বলে- - [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮]
 ক. ভরকেন্দ্র খ. পরিকেন্দ্র গ. বহিঃকেন্দ্র ঘ. অন্তঃকেন্দ্র
২৮. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর লম্ব দ্বিত্বক তিনটি যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে বলে- [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (সিপিএই): ২০১১]
 ক. কেন্দ্র খ. লম্ব গ. ভূমি ঘ. পরিকেন্দ্র
২৯. কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটির কেন্দ্রকে বলে- [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (মূল পর্যায়-১)-২০১৯]
 ক. অন্তঃকেন্দ্র খ. পরিকেন্দ্র গ. লম্বকেন্দ্র ঘ. ভরকেন্দ্র

ত্রিভুজের প্রকারভেদ

ত্রিভুজকে প্রধানত ২টি বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে ভাগ করা যায়।

- যথা: ১. কোণভেদে ২. বাহুভেদে

১. কোণভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার। যথা:

- (i) সমকোণী ত্রিভুজ (ii) সূক্ষকোণী ত্রিভুজ (iii) স্থূলকোণী ত্রিভুজ

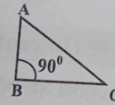
২. বাহুভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার। যথা:

- (i) সমবাহু ত্রিভুজ (ii) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (iii) বিষমবাহু ত্রিভুজ

পদ্ধতি-০২ : সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

(i) সমকোণী ত্রিভুজ (Right angled triangle):

সমকোণী ত্রিভুজের উপর সবথেকে বেশি প্রশ্ন হয়ে থাকে।
 যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।
 যেমন- চিত্রে $\angle B = 90^\circ$ বা ১ সমকোণ

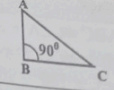


সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:

- সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ অবশ্যই এক সমকোণ বা 90° হতে হবে।
- সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলা হয়।
- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ই বৃহত্তম বাহু।
- সমকোণ ব্যতীত অন্য দুটি কোণ সূক্ষকোণ এবং এরা পরস্পরের পূরক (কারণ যোগফল 90°)
- সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের যে কোন একটিতে লম্ব এবং অপরটিকে ভূমি ধরা যায়। (অর্থাৎ লম্ব ও ভূমি নির্দিষ্ট নয়।)
- সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি অপর বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। এটা পীথাগোরাসের উপপাদ্য নামে পরিচিত যাকে লেখা যায়,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (অতিভুজ^২ = লম্ব^২ + ভূমি^২)

দুই বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়:

দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সমষ্টি উহার বৃহত্তর বাহুর বর্ণের সমান হলে তা সমকোণী ত্রিভুজ হয়।

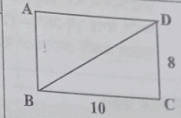


সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি \times উচ্চতা

এই সূত্রটি শুধু সমকোণী ত্রিভুজে লাগবে বিঘ্নটাই এমন নয়, বরং ভূমি ও উচ্চতার মান আছে এমন যে কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রে এই সূত্রটি প্রয়োগ করা যাবে। নিচের উদাহরণটি দেখুন।

Concept Clear করার জন্য নিচের আলোচনাটি পড়ুন:

চিত্রে আয়তক্ষেত্র ABCD এর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ১০ এবং ৮ হওয়ায় ক্ষেত্রফল $10 \times 8 = 80$ ।
 যেহেতু BCD সমকোণী ত্রিভুজটি আয়তক্ষেত্রের অর্ধেক তাই ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে
 আয়তের অর্ধেক এজন্য সূত্র : $\frac{1}{2} \times$ ভূমি (দৈর্ঘ্য) \times উচ্চতা (প্রস্থ) = $\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 80$



(২. ক) সমকোণী ত্রিভুজের উপর সাধারণ প্রশ্ন :

৩০. ত্রিভুজের একটি কোণ, অপর দুই কোণের সমষ্টির সমান হলে ত্রিভুজটি- [বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]
 ক. স্থূলকোণী খ. সমবাহু গ. সমকোণী উত্তর: গ
৩১. সমকোণী ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180° ।
 ত্রিভুজের দুই কোণের সমষ্টি অপর কোণের সমান হলে কোণটি এক সমকোণ বা 90° হয়, অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজ হবে।
৩২. সমকোণী ত্রিভুজের সর্ববৃহৎ কোণটি কত? [এনএসআই (অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]
 ক. 90° ডিগ্রী খ. 60° ডিগ্রী গ. 30° ডিগ্রী ঘ. 120° ডিগ্রী উত্তর: ক
৩৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ছাড়া অন্য দুটি কী কোণ? [একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপার)- নিয়োগ-২০১৮] + -
 [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]
 ক. সরল কোণ খ. সম্পূরক কোণ গ. সূক্ষকোণ ঘ. সন্নিহিত কোণ উত্তর: গ
৩৪. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি = 90° ।
 সুতরাং সমকোণ ব্যতীত অপর কোণ দুটি অবশ্যই সূক্ষকোণ হবে।
৩৫. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের সমষ্টি- [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]
 ক. স্থূলকোণ খ. সমকোণ গ. সমকোণ বা স্থূলকোণ ঘ. সূক্ষকোণ বা স্থূলকোণ উত্তর: খ
৩৬. সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ বা 90° । সুতরাং অপর দুই কোণের সমষ্টি 90° বা এক সমকোণ।

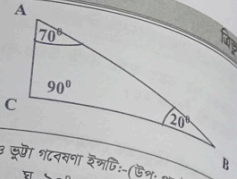
(২. খ) সমকোণী ত্রিভুজের কোণ সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৩৫. $\triangle ABC$ এ $\angle A = 70^\circ$ এবং $\angle B = 20^\circ$ হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকৃতির? [নার্সিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের (সিনি: স্টাফ নার্স)-২০১৮] + [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১] + [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান)-২০২১]
 ক. সমকোণী খ. সমদ্বিবাহু গ. সূক্ষকোণী ঘ. সমবাহু উত্তর: ক

সমাধান:

ΔABC এর $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\Rightarrow 70^\circ + 20^\circ + \angle C = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle C = 180^\circ - 90^\circ \therefore \angle C = 90^\circ$

মেহেতু একটি কোণ সমকোণ সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

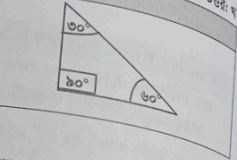


৩৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 60° হলে অপর কোণটি কত? [বাংলাদেশ গণ ও ভূমি পবেষণা ইন্সটিটিউট-(উপ: প্রকৌশলী)-২০২১] উত্তর: ঘ

ক. 20° খ. 30° গ. 60° ঘ. 90°

সমাধান:

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180° ।
 এখানে সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ এক সমকোণ বা 90° ।
 অর্থাৎ অপর দুই কোণ $= (180^\circ - 90^\circ) = 90^\circ$
 সুতরাং একটি কোণ 60° হলে অপর কোণটি $= (90^\circ - 60^\circ) = 30^\circ$



নিজে করুন:

৩৭. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত একটি কোণ 60° হলে অপর কোণটি কত? [শ্রম ও পরিদপ্তরের জনসংখ্যা ও পরিবারকল্যাণ কর্মকর্তা ২০০৯] উত্তর: গ

ক. 20° খ. 30° গ. 80° ঘ. 90°

৩৮. কোন সমকোণী ত্রিভুজের কোণদ্বয়ের পার্থক্য 6° হলে ক্ষুদ্রতম কোণের মান কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ট্রেন মাস্টার)-২০১৮/১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন ফুল পর্যায়-২]-২০১৯। [সিজিএ-কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক]-২০২১] উত্তর: গ

ক. 86° খ. 85° গ. 88° ঘ. 82°

সমাধান:

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের সমষ্টি 90° ।
 ধরি, ক্ষুদ্রতম কোণটি $= x$ \therefore বৃহত্তম কোণটি $= x + 6$
 প্রশ্নমতে, $x + x + 6 = 90 \Rightarrow 2x = 90 - 6 \therefore x = 82$
 সুতরাং ক্ষুদ্রতম কোণটি $x = 82^\circ$

শর্টকাট সমাধান:

সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ এক সমকোণ বা 90° ।
 \therefore অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি $= 90^\circ$ ।
 \therefore কোণদ্বয়ের পার্থক্য 6° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটি হবে $(90 - 6) = 84$ এর অর্ধেক $= (84 \div 2) = 42$ ।

নিজে করুন:

৩৯. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতিত অপর দুটি কোণের পার্থক্য 5° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১] উত্তর: ঘ

ক. 80° খ. 82.5° গ. 88° ঘ. 89.5°

৪০. যে সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের অন্তর ৮ ডিগ্রি। তার বৃহত্তম কোণ কত ডিগ্রি? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১] উত্তর: ঘ

ক. 36° খ. 39° গ. 80° ঘ. 89°

৪১. কোন সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের পার্থক্য 16° হলে ক্ষুদ্রতম কোণের মান- [পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা (প্রশিক্ষণার্থী)-২০১০] উত্তর: ঘ

ক. 85° খ. 36° গ. 38° ঘ. 39°

৪২. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর দুই কোণের অনুপাত $3 : 2$ হলে কোণ দুইটি কত? [বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯] উত্তর: ক

ক. $58^\circ, 36^\circ$ খ. $50^\circ, 80^\circ$ গ. $85^\circ, 50^\circ$ ঘ. $55^\circ, 35^\circ$

সমাধান: সমকোণ ব্যতিত বড় কোণটি $= 90^\circ \times \frac{3}{5} = 54^\circ$ সুতরাং ক্ষুদ্রতম কোণটি $= 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$

নিজে করুন:

৪৩. ত্রিভুজের দুইটি কোণের অনুপাত $2 : 3$ । একটি কোণ 95° হলে, অন্য দুইটি কোণের পরিমাণ কত? [সিজিএ-কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক]-২০২১] উত্তর: ঘ

ক. $80, 60$ খ. $82, 63$ গ. $81, 63$ ঘ. কোনটিই নয়

(২. গ) সমকোণী ত্রিভুজ পীথাগোরাসের সূত্রের প্রয়োগ:

পীথাগোরাসের উপপাদ্য:

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্র, ঐ ত্রিভুজের অপর দুই বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।

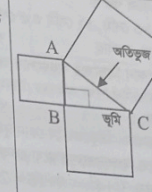
ব্যাখ্যা: এখানে ABC ত্রিভুজ প্রতিটি বাহুর উপর একটি করে বর্গক্ষেত্র তৈরী করা হয়েছে।

এই কথাটিই পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে এভাবে লিখতে হয়,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

ত্রিভুজের বাহুর মান $AC = 5, AB = 3$ এবং $BC = 4$
 সূত্রে মানগুলো বসিয়ে পাই $5^2 = 3^2 + 4^2$ বা, $25 = 9 + 16$ বা, $25 = 25$

এখন, অতিভুজ $AC = 5$ এর পরিবর্তে ৬ ধরলে মানগুলো পূর্ণ সংখ্যায় মিলবে না, তাই কখনো লম্ব ও ভূমি ৩ ও ৪ মিটার হলে অতিভুজ অবশ্যই ৫ মিটার হবে।



সমকোণী ত্রিভুজের কোণ গুলোর অনুপাত:

লম্ব : ভূমি : অতিভুজ অথবা ভূমি : লম্ব : অতিভুজ

এখানে সবথেকে বড় বাহুটি অতিভুজ আর অন্য বাহুদ্বয়ের যে কোন একটি লম্ব এবং অন্যটি ভূমি ধরে হিসেব করতে হয়।

সমকোণী ত্রিভুজের আনুপাতিক মান : ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিম্নোক্ত হলে তা সমকোণী ত্রিভুজ হবে।

সমবিন্যাস সমকোণী ত্রিভুজ	প্রতিবার x৩	প্রমাণ $5^2 + 12^2 = 13^2, 169 = 169$
$x : x : x\sqrt{2}$	$3 : 4 : 5$	$5 : 12 : 13$
$1 : 1 : \sqrt{2}$	$3 : 3 : 3\sqrt{2}$	$6 : 8 : 10$
		$8 : 15 : 17$
		$9 : 12 : 15$
		$7 : 24 : 25$
		$30 : 40 : 50$
		$9 : 40 : 41$

Note : ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সংখ্যা গুলোর বর্গ মুখস্থ থাকলে এখানে সহ অনেক অংক দেখেই উত্তর বলা যাবে।

Special Techniques:

এখানে লম্ব, $a = 3, 5, 7, 9, 11, 13$ এর যে কোন সংখ্যা হলে, ভূমি $b = \frac{a^2 - 1}{2}$ এবং অতিভুজ $c = b + 1$ হবে।

যেমন: $a = 7$ হলে, $b = \frac{7^2 - 1}{2} = \frac{48}{2} = 24$ এবং $c = 24 + 1 = 25$ সুতরাং $a : b : c = 7 : 24 : 25$

(২. ঘ) সমকোণী ত্রিভুজের পীথাগোরাস সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৪৪. ABC সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c হলে, নিচের কোনটি সত্য? [NSI (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১] উত্তর: খ

ক. $a + b = c$ খ. $a^2 + b^2 = c^2$ গ. $(a + b)^2 = c^2$ ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্র, ঐ ত্রিভুজের অপর দুই বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান। সুতরাং $a^2 + b^2 = c^2$ সঠিক।

৪৫. ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$ হলে ত্রিভুজটি হবে? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (বাণিজ্যিক কর্মকর্তা)- ২০১৮] উত্তর: ক

ক. সমকোণী খ. সূক্ষকোণী গ. স্থূলকোণী ঘ. বিষমবাহু

৯৬. সমাধান: এখানে, বাহু ৩টি পীথাগোরাসের সূত্রে সাজালে $1^2+1^2=1+1=2$ আবার, $(\sqrt{2})^2=2$ মিলে যাওয়া সমকোণী ত্রিভুজ।
 ৯৬. ১৭ সে.মি, ১৫ সে.মি, ৮ সে.মি বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে- (৩৭-তম বিসিএস জিপি)। [ঢাকা ওয়াশিংটন (সাব এগসিটেট ইঞ্জি): ২০১০] উত্তর: গ
 ক. সমাবাহু খ. সমদ্বিবাহু গ. সমকোণী ঘ. স্নানকোণী

৯৭. সমাধান: এখানে অতিভুজ $17^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow 289 = 225 + 64 \Rightarrow 289 = 225 + 64$ তাই ইহা একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
 নিজে করুন:
 ৯৭. ১৩ সে.মি, ১২ সে.মি ও ৫ সে.মি বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি— [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮] উত্তর: গ
 ক. সমাবাহু খ. সমদ্বিবাহু গ. সমকোণী ঘ. স্নানকোণী

৯৮. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব হবে? (৩০তম বিসিএস) + [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি)-২০২১] উত্তর: গ
 ক. ৫ : ৬ : ৭ খ. ৮ : ৫ : ৬ গ. ১০ : ১৫ : ২০ ঘ. ৩ : ৪ : ৫

৯৯. সমাধান: ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর বর্গের সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে।
 প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে কেবলমাত্র (ঘ) এর মানগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব।
 যেমন: $3^2+4^2=9+16=25$ এবং $5^2=25$ ।

নিজে করুন:
 ৯৮. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিচের কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যাবে? [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স (সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২১] উত্তর: ঘ
 ক. ৬ : ৫ : ৪ খ. ৬ : ৪ : ৩ গ. ১২ : ৮ : ৪ ঘ. ১৭ : ১৫ : ৮

১০. ABC সমকোণী ত্রিভুজের B কোণ সমকোণ এবং $AB = a$, $BC = 2a$ হলে, নিচের কোনটি সত্য? [মন্ত্রণালয় (স্পারিনটেন্ডেন্ট)-২০১৯] উত্তর: ঘ
 ক. $AC^2 = 3a^2$ খ. $AC = \sqrt{5}a$ গ. $AC^2 = 5a$ ঘ. $AC^2 = 7a^2$

সমাধান: ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ এক সমকোণ।
 $\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = a^2 + (2a)^2 \Rightarrow AC^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = \sqrt{5a^2} \therefore AC = \sqrt{5}a$

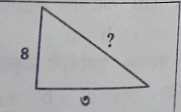
১১. একটি ত্রিভুজের ভূমি ৪ সে.মি. ও অতিভুজ ৬ সে.মি হলে এর উচ্চতা কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] উত্তর: গ
 ক. ৫ সে.মি. খ. $3\sqrt{2}$ সে.মি. গ. $2\sqrt{5}$ সে.মি. ঘ. ৭ সে.মি.

সমাধান: পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,
 $অতিভুজ^2 = ভূমি^2 + উচ্চতা^2 \Rightarrow উচ্চতা^2 = অতিভুজ^2 - ভূমি^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20 \therefore উচ্চতা = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

(২. ৩) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য বের করা :

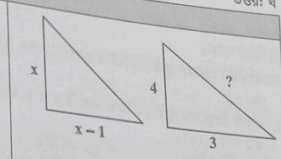
১২. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ৩ ও ৪ সেন্টিমিটার হলে এর অতিভুজের মান কত? [(১৪তম বিসিএস)- বাংলাদেশ গম ও ভূট্টা গবেষণা ইনস্টিটিউট (বৈজ্ঞানিক কর্মকর্তা)-২০২২] উত্তর: খ
 ক. ৬ সে.মি খ. ৫ সে.মি গ. ৮ সে.মি ঘ. ৭ সে.মি

সমাধান: $a =$ লম্ব এবং $b =$ ভূমি এবং $c =$ অতিভুজ হলে,
 $c^2 = a^2 + b^2 \therefore$ অতিভুজ $= \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5$ সে.মি।
 মুখে মুখে: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত অনুযায়ী ৩ : ৪ : ৫ থেকে লম্ব ও ভূমি ৩ ও ৪ হলে অতিভুজ = ৫



১৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য লম্বের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ১ মিটার কম এবং লম্ব অপেক্ষা অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১ মিটার বেশি হলে ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? [মিহলা ও শিভবিহার্যক মুক্ত কর্মকর্তা ২০০৭ H PETROBANGLA - (UDA)-2017] উত্তর: ঘ
 ক. ৪ খ. ৩ গ. ৬ ঘ. ৫

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব = x মিটার
 লম্বের দৈর্ঘ্য = (x - 1) মিটার এবং অতিভুজ = (x + 1) মিটার
 ভূমি = (x - 1) মিটার এবং অতিভুজ = (x + 1) মিটার
 পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে লেখা যায়:
 $(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$
 $\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$
 $\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$
 $\Rightarrow x^2 = 4x \therefore x = 4 \therefore$ অতিভুজ $= 4 + 1 = 5$ মিটার।
 মুখে মুখে: বাহুগুলোর অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে, লম্ব, ভূমি এবং অতিভুজের মধ্যে পার্থক্য ১ হবে। তাই অতিভুজ = ৫।



১৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি. ছোট, কিন্তু অতিভুজ, ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি. বড়। অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? (৩০ তম বিসিএস (শিল্প) + খাদ্য অধিদপ্তর (উপ খাদ্য পরিদর্শক)-২০২১ + শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (সিটিপি/সিআর কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১ + বাংলাদেশ টেলিভিশন (ক্যাশিয়ার)-২০২১) উত্তর: গ
 ক. ১০ সে.মি. খ. ৮ সে.মি. গ. ৮ সে.মি. ঘ. ৬ সে.মি.

সমাধান: বাহুগুলোর মানের অনুপাত ৬ : ৮ : ১০ হলে সবার ব্যবধান ২ হয় এবং অতিভুজই বড় তাই উত্তর: ১০ সে.মি.
 লিখিত নিয়মে করতে চাইলে উপরের অংকটির নিয়মে করুন। কিন্তু এমসিকিউ এর জন্য এটাই সবথেকে সহজ নিয়ম।

১৫. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ১৫ সে.মি এবং অপর দুটি বাহুর অঙ্ক ৩ সে.মি. হলে অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। [RAKUB (Supervisor)-2017] উত্তর: ক
 ক. ৯ ও ১২ খ. ৫ ও ১৫ গ. ২ ও ১৪ ঘ. ৫ ও ১৬

সমাধান: যেহেতু সমকোণী ত্রিভুজের মানগুলোর অনুপাত = ৩ : ৪ : ৫ বা ৬ : ৮ : ১০ অথবা ৯ : ১২ : ১৫ এভাবে বাড়তে থাকে।
 সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ১৫ হলে বাহুগুলোর অনুপাত হয় ১৫ : ১২ : ৯ যেখানে লম্ব ও ভূমির পার্থক্য ৩। উত্তর: ৯ ও ১২

নিজে করুন:
 ১৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট। অপর বাহুর অনুপাত ৪ : ৩ হলে বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত? [BIWTA-2018] উত্তর: গ
 [Hints: ৩ : ৪ : ৫ রাশিগুলোকে ৫ দিয়ে গুণ করলে নতুন রাশিগুলো ১৫ : ২০ : ২৫ হয়।]
 ক. ১০ এবং ১২ খ. ১৫ এবং ১২ গ. ১৫ এবং ২০ ঘ. ১০ এবং ২০

১৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ১২ মিটার এবং উচ্চতা ৫ মিটার হলে, এর অতিভুজ ভূমি অপেক্ষা কত মিটার বেশি? [সিঞ্জিডিএফ ছুনিয়র অডিটর]-২০১৯] উত্তর: ক
 ক. ১ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১৪ ঙ. কোনোটিই নয়

(২. ৮) সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত প্রশ্ন :

১৮. একটি ত্রিভুজের ৩টি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪, ৫ ও ৩ ফুট হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক ২০১২] + [বাংলাদেশ কম্পিউটার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর)-২০২১] উত্তর: খ
 ক. ১২ খ. ৬ গ. ৩০ ঘ. ৪০

সমাধান: কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে সেটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে।
 যেখানে: ৩ ও ৪ হচ্ছে লম্ব ও ভূমি সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times ৩ \times ৪$ বর্গফুট = ৬ বর্গফুট।

১৯. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬ সে.মি, ও ৪ সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত? [১৬তম প্রত্যেক নিবন্ধন (কলেজ / সম্পর্খায়া)-২০১৯]-[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (ডাটা এন্ড অপারেটর)-২০২১] উত্তর: খ
 ক. ৪৪ বর্গ সে.মি. খ. ২৪ বর্গ সে.মি. গ. ১২ বর্গ সে.মি. ঘ. ৯৬ বর্গ সে.মি.

সমাধান: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি \times উচ্চতা। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির একটি ভূমি এবং অপরটি উচ্চতা।
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ বর্গ সে.মি.

নিজে করুন:

৬০. একটি ত্রিভুজের ভূমি ১০ মিটার এবং উচ্চতা ৪ মিটার হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [NSI (ওয়ারেন্স অ্যাপার্টের)-২০২১]
 ক. ৩০ খ. ২০ গ. ২৪ উত্তর: খ
৬১. একটি ত্রিভুজের ভূমি ১২ ইঞ্চি এবং উচ্চতা ৮ ইঞ্চি হলে এর ক্ষেত্রফল কত? [বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনকোর্সের) কো-অর্ডিনেটর]-২০১৯/ উত্তর: খ
 ক. ৪০ বর্গ ইঞ্চি খ. ৪৮ বর্গ ইঞ্চি গ. ৪৮ ইঞ্চি ঘ. ৪০ ইঞ্চি
৬২. ৩০ মিটার উচ্চতা ও ২০ মিটার ভূমি বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? [কারিগরি ও মানসো শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] উত্তর: গ
 ক. ৪০০ বর্গ মিটার খ. ৩০০ বর্গ মিটার গ. ৬০০ বর্গ মিটার ঘ. ১৫০ বর্গ মিটার
৬৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ব্যতীত অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১০ ফুট ও ৬ ফুট। এর ক্ষেত্রফল কত হবে? [নিবন্ধন কমিশন সচিবালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও পার্সোনাল অফিসার)-২০০৪] উত্তর: খ
 ক. ১৫ বর্গফুট খ. ৩০ বর্গফুট গ. ৬০ বর্গফুট ঘ. ২৫ বর্গফুট
৬৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ১২ মিটার এবং অতিভুজ ১৩ মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [এনএসআই (ওয়ারেন্স অ্যাপার্টের)-২০১৯] উত্তর: গ
 ক. ১০ খ. ২০ গ. ৩০ ঘ. ৪০

লিখিত সমাধান:	শুধু মুখে সমাধান:
ধরি, সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব = x প্রশ্নমতে, $x^2 + 12^2 = 13^2$ $\therefore x^2 = \sqrt{(13)^2 - (12)^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ সুতরাং ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ বর্গ মিটার।	সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ থেকে ভূমি ১২ এবং অতিভুজ ১৩ হলে লম্ব = ৫। সুতরাং ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ বর্গ মিটার।

নিজে করুন:

৬৫. সমকোণী ত্রিভুজাকৃতির একটি মাঠের অতিভুজ ও ভূমির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৩ মিটার ও ৫ মিটার। মাঠটির ক্ষেত্রফল - [সহকারী প্রকৌশলী-০৫] উত্তর: ঘ
 ক. ৬০ খ. ৬৫ গ. ৪৫ ঘ. ৩০
৬৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ছাড়া অন্য দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ০.১ এবং ০.২ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের মেডিক্যাল অফিসার : ৮৪] উত্তর: খ
 ক. ১০০ খ. ০.০১ গ. ২০০ ঘ. ০.০২
- সমাধান: $\frac{1}{2} \times (0.1 \times 0.2) = \frac{1}{2} \times 0.02 = 0.01$ উত্তর: ০.০১
- নিজে করুন:
৬৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ছাড়া অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্য ০.২ মিটার এবং ০.৩ মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [করাই মন্ত্রণালয়ের অধীন পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধি: পরি:০৭] উত্তর: ঘ
 ক. ০.০২ খ. ০.০১ গ. ০.৩ ঘ. ০.০৩

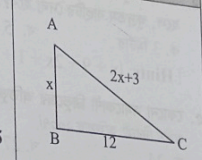
(২. ছ) উচ্চতা বের করা :

৬৮. একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার। এর ভূমি ১৮ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর। [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক কাম কম্পিউটার)-২০২১/ বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (জটা এক্সিট অপারেটর)-২০২১] উত্তর: গ
 ক. ১৫ মিটার খ. ২০ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ৩০ মিটার
- সমাধান: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি \times উচ্চতা $\Rightarrow \frac{1}{2} \times 18 \times$ উচ্চতা = ২১৬ \therefore উচ্চতা = $\frac{216 \times 2}{18} = 24$ মিটার।
৬৯. একটি নৌকা পানির সোপানে বাধা দড়ি দ্বারা একটি ডকের দিকে টানা হয়। নৌকাটি যখন ডক থেকে ১২ ফুট দূরে থাকে, তখন নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য পানির উপর ডকের উচ্চতার দ্বিগুণের চেয়ে ৩ ফুট লম্বা হয়। তাহলে ডকের উচ্চতা কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি:] উত্তর: গ
 ক. ৯ ফুট খ. ৮ ফুট গ. ৫ ফুট ঘ. ৪ ফুট

সমাধান:-

ধরি, ডকের উচ্চতা = x মি. \therefore নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য = $(2x+3)$ মি.
 সুতরাং পাশের চিত্রানুযায়ী,
 ABC সমকোণী ত্রিভুজে, পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই
 $(2x+3)^2 = x^2 + (12)^2 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 = x^2 + 144$
 $\Rightarrow x^2 + 4x - 45 = 0 \Rightarrow x^2 + 9x - 5x - 45 = 0$
 $\Rightarrow x(x+9) - 5(x+9) = 0 \Rightarrow (x+9)(x-5) = 0 \therefore x = -9$ অথবা, $x = 5$
 যেহেতু ডকের উচ্চতা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই $x = 5$ মি।
 সুতরাং ডকের উচ্চতা = ৫ ফুট। উত্তর: ৫ ফুট।

শিটকাট: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ থেকে লম্ব ৫ এবং অতিভুজ ৫ এর দ্বিগুণের থেকে ৩ বেশি = $2 \times 5 + 3 = 13$ । সুতরাং উচ্চতা = ৫ ফুট।



৭০. একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুণ অপেক্ষায় ৬ সে.মি. বেশি, ত্রিভুজ ক্ষেত্রফল ৪১০ বর্গ সে.মি. হলে এর উচ্চতা কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] উত্তর: ঘ
 ক. ১২ সে.মি. খ. ১৫ সে.মি. গ. ২৫ সে.মি. ঘ. ২৭ সে.মি.
- সমাধান: ধরি, ত্রিভুজের উচ্চতা = x সে.মি. \therefore ভূমি = $(2x + 6)$ সে.মি.
 প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times x \times (2x+6) = 410$
 $\Rightarrow 2x^2 + 6x = 820 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 820 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 410 = 0$ [২ দ্বারা ভাগ করে]
 $\Rightarrow x^2 + 30x - 27x - 810 = 0 \Rightarrow x(x+30) - 27(x+30) = 0 \Rightarrow (x+30)(x-27) = 0$
 হয়, $x+30 = 0 \therefore x = -30$ [কিন্তু ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]
 অথবা, $x-27 = 0 \therefore x = 27$ \therefore ত্রিভুজটির উচ্চতা = ২৭ সে.মি. (Ans)

- নিজে করুন:
৭১. একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার এবং ভূমি ২২ মিটার হলে উচ্চতা কত হবে? [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন (কলেজ) / সমপর্ষায়]-২০১৯] উত্তর: গ
 ক. ১২ মিটার খ. ১৫ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ২৮ মিটার

(২. জ) সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমা সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৭২. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ এবং এর পরিসীমা ১৯৫ সে.মি.। বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত? [এন এস আই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]
ক. ১১০.৫ সে.মি. খ. ১১৭ সে.মি. গ. ১১৯ সে.মি. ঘ. ১২২.৫ সে.মি.
সমাধান: ধরি, বাহুগুলো $5x, 12x$ ও $13x$ প্রশ্নমতে, $5x + 12x + 13x = 195 \Rightarrow 30x = 195 \therefore x = 6.5$ উত্তর: ঘ
সুতরাং বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $= (5x + 13x) = 18x = 18 \times 6.5 = 117$ সে.মি.।

নিজে করুন:

৭৩. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৩৬ সে.মি. এবং বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩:৪:৫ হলে ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [পিএফ প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]
ক. ১০ সে.মি. খ. ১২ সে.মি. গ. ১৪ সে.মি. ঘ. ১৫ সে.মি.
[Hints: $3+4+5 = 12$ হলে, ১ অংশ = ৩ বৃহত্তম বাহু = ৫ অংশ = $5 \times 3 = 15$ সে.মি.] উত্তর: ঘ

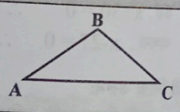
৭৪. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য $(x + 9)$ মিটার, $(2x + 1)$ মিটার এবং $2(2x - 1)$ মিটার। ত্রিভুজের পরিসীমা ২৭ মিটার হলে, ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য হবে? [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর (সহকারী পরিকল্পনা কর্মকর্তা)- ২০২২]
ক. ৩ মিটার খ. ৫ মিটার গ. ৭ মিটার ঘ. ১০ মিটার
[Hints: $\{x + 9 + 2x + 1 + 2(2x - 1)\} = 29 \therefore x = 3$ সুতরাং ক্ষুদ্রতম বাহু $= 2x + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$ মিটার] উত্তর: গ

৭৫. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ১৩ সেমি এবং পরিসীমা ৩০ সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [বাণিজ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন নির্বাহী অফিসার ২০০৭]
ক. ২৪ খ. ২৭ গ. ২৮ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

সমাধান :	শর্টকাট সমাধান :
<p>দেয়া আছে, পরিসীমা, $a + b + c = 30$ যেখানে, $a =$ উচ্চতা, $b =$ ভূমি অতিভুজ, $c = 13$ সেমি আবার, $a + b + c = 30 \therefore a + b = 30 - 13 = 17$ -- (i) এখন, $\Rightarrow a^2 + b^2 = (13)^2$ [সমকোণী ত্রিভুজ] $\Rightarrow (a + b)^2 - 2ab = 169$ $\Rightarrow 17^2 - 2ab = 169$ $\Rightarrow 2ab = 289 - 169 = 120 \therefore ab = 60$ \therefore ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times ab = \frac{1}{2} \times 60 = 30$ বর্গসেমি।</p>	<p>যেহেতু অতিভুজ ১৩ সে.মি. দেয়া আছে, তাই সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $5 : 12 : 13$ নিলে, $(5+12+13) = 30$। সুতরাং লম্ব এবং ভূমি = ৫ ও ১২ \therefore ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ বর্গসেমি।</p>

(ii) সূক্ষকোণী ত্রিভুজ (Acute Angled Triangle) :

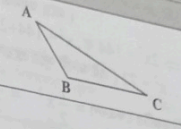
ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষকোণ (90° এর থেকে কম) তাকে সূক্ষকোণী ত্রিভুজ বলে। যেমন- চিত্রে ABC একটি সূক্ষকোণী ত্রিভুজ। বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়: যেকোন দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি অপর বাহুর বর্গের চেয়ে বৃহত্তর।



৭৬. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫, ৬, ৭ সেন্টিমিটার হলে উহা কোন ধরনের ত্রিভুজ? ক. সূক্ষকোণী খ. সমকোণী গ. সূক্ষকোণী ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ
সমাধান: এখানে, $5^2 + 6^2 > 7^2$ অর্থাৎ $AB^2 + BC^2 > AC^2 = 25 + 36 > 49 = 61 > 49$

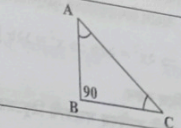
Obtuse Angled Triangle (ত্রিভুজ):

ত্রিভুজের একটি কোণ ফুলকোণ তাকে ফুলকোণী ত্রিভুজ বলে। যেমন- চিত্রে ABC একটি ফুলকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ABC$ ফুলকোণ



৭৭. বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়: বৃহত্তম বাহুর বর্গ অপর দুই বাহুর বর্গের সমষ্টির চেয়ে বৃহত্তর।
বৈশিষ্ট্য: একটি কোণ ফুলকোণ অন্য দুটি কোণ সূক্ষকোণ

৭৮. সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান এবং একটি কোণ সমকোণ তাকে সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বলে। চিত্রে $AB = BC$ এবং $\angle B = 90^\circ$ তাই এটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।



৭৯. কোণের মাধ্যমে চেনার উপায়: কোণগুলোর অনুপাত হবে $90^\circ : 45^\circ : 45^\circ$
বৈশিষ্ট্য: দুটি বাহু পরস্পর সমান সমকোণ ব্যতীত অপর দুটি কোণ পরস্পর সমান। কোণগুলোর অনুপাত $2 : 1 : 1$

১০০. টেকনিক : মনে রাখুন: যত : তত : তত $\sqrt{2}$ অর্থাৎ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য $= x : x : x\sqrt{2}$ বা, $1 : 1 : \sqrt{2}$

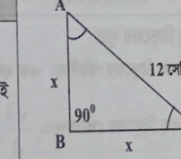
৭৭. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের তিন কোণের পরিমাপ? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৪]
ক. $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ খ. $80^\circ, 90^\circ, 80^\circ$ গ. $50^\circ, 90^\circ, 80^\circ$ ঘ. $85^\circ, 90^\circ, 85^\circ$ উত্তর: ঘ

৭৮. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ মিটার হলে ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? [NSI (ফিল্ড অফিসার)- ২০২১]
ক. $\sqrt{2}$ খ. $2\sqrt{2}$ গ. $3\sqrt{2}$ ঘ. $5\sqrt{2}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজ হওয়ায়, পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী অতিভুজ = লম্ব + ভূমি [সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ হওয়ায় লম্ব ও ভূমি একই]
 \therefore অতিভুজ $= 5^2 + 5^2 \Rightarrow$ অতিভুজ $= 50$
 \Rightarrow অতিভুজ $= \sqrt{25 \times 2} \therefore$ অতিভুজ $= 5\sqrt{2}$ সুতরাং অতিভুজের দৈর্ঘ্য $= 5\sqrt{2}$ মিটার।

৭৯. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১২ সেমি হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. [বৈশিষ্ট্য বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (স্টোরম্যান)- ২০২১]
ক. ১৮ বর্গ সে.মি. খ. ২৪ বর্গ সে.মি. গ. ৩৬ বর্গ সে.মি. ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

১০০. সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব = x , তাহলে ভূমি ও x সুতরাং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে, $\frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2} x^2$ (কিন্তু x^2 এর মান দেয়া নেই তাই x^2 এর মান বের করলেই উত্তর বের হবে)



চিত্র দেখে পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে, $x^2 + x^2 = 12^2$
(প্রশ্নে শুধুমাত্র ১২ দেয়া আছে তাই সেখান থেকেই কাজ শুরু)
 $\Rightarrow 2x^2 = 144$ বা, $x^2 = 144 \div 2$
 $\therefore x^2 = 72$ (এই মানটি সূত্রে প্রয়োগ করলেই ক্ষেত্রফল বের হবে)
ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times x^2 = \frac{1}{2} \times 72 = 36$ উত্তর: ৩৬ বর্গ সে.মি.

১০ কেককে কবার জন্য শটকাট:
সূত্র: ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4} \times (\text{অর্ধবৃত্ত})^2$
 $= \frac{1}{4} \times (12)^2 = \frac{1}{4} \times 144 = 36$

৮০. একটি সমবাহু ত্রিভুজের সমকোণী ত্রিভুজের দৈর্ঘ্য ১৬ সে.মি হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি? [১ম মন্ত্রণালয় ২০০৫]
ক. ৪৮ খ. ৫৬ গ. ৬৪ ঘ. ৭২
সমাধান: ধরি, সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য = x
তাহলে পিথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী $x^2 + x^2 = 16^2$
 $\Rightarrow 2x^2 = 256 \Rightarrow x^2 = 128$ [উচ্চতা = x , ভূমি = x] \therefore ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 128 = 64$ বর্গসেমি

৮১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [বাংলাদেশ বেঙ্গল গবেষণা কেন্দ্র-২০১৮]
ক. ১০০ বর্গ সে.মি. খ. ৫০ বর্গ সে.মি. গ. $\sqrt{2} \times 10$ বর্গ সে.মি. ঘ. ২৫ বর্গ সে.মি.
[Hints: $(10)^2 \div 8 = 100 \div 8 = 12.5$]
৮২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ৪ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [IBBL (PO)-17]
a. 16 b. $4\sqrt{2}$ c. 8 d. $8\sqrt{2}$
৮৩. একটি সমবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রতিটির দৈর্ঘ্য ১৮ সেমি হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি? [বিজ্ঞান-২০১৯]
ক. 36 খ. 81 গ. 162 ঘ. 324

বাহুভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার

পদ্ধতি-০৩ : সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

(ক) সমবাহু ত্রিভুজ (Equilateral Triangle):

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে। যেমন-

<p>সমবাহু ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:</p> <ul style="list-style-type: none"> তিনটি বাহু সমান। কোণ তিনটি ও সমান। প্রত্যেক কোণের পরিমাণ 60°। মধ্যমাগুলো সমান। 	
--	--

সমবাহু ত্রিভুজের সূত্র:
 Δ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা: এক বাহু a হলে, পরিসীমা = $3a$ (ত্রিভুজের ৩ বাহুর যোগফল)।
 Δ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ (সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে)

(৩. ক) সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সাধারণ প্রশ্ন:

৮৪. যে ত্রিভুজের তিন কোণই সমান তাকে কোন ধরনের ত্রিভুজ বলে? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মসূচী)-২০২১]
ক. সমকোণী ত্রিভুজ খ. সমবাহু ত্রিভুজ গ. সমবাহু ত্রিভুজ
৮৫. পুত্র পরিসীমা দেয়া থাকলে কোন ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? [রাবাব, (সুশারভাইজার)-১৫]
ক. সমবাহু ত্রিভুজ খ. বিষমবাহু ত্রিভুজ গ. অসমবাহু ত্রিভুজ
৮৬. ব্যাখ্যা: পরিসীমাকে ৩ দিয়ে ভাগ করে সমবাহু ত্রিভুজ অংকন করা সম্ভব।
৮৭. একটি ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রয় পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজটি - [প্রাক প্রাথমিক (সহকারী শিক্ষক) -ডেলটা-২০১৪]
ক. বিষমবাহু ত্রিভুজ খ. সমবাহু ত্রিভুজ গ. সমকোণী ত্রিভুজ
৮৮. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু পর্যায়ক্রমে যোগ করলে যে চারটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তা - [বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]
ক. সমকোণী ত্রিভুজ খ. সমকোণী ত্রিভুজ গ. সমকোণী ত্রিভুজ
৮৯. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60° অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ।
৯০. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু পর্যায়ক্রমে যোগ করলে চারটি ত্রিভুজই সূক্ষ্মকোণী হবে।
৯১. সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলি? [এনএসআই(অফিস সহকারী/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]
ক. ৩০ ডিগ্রী খ. ৬০ ডিগ্রী গ. ৯০ ডিগ্রী ঘ. ১৮০ ডিগ্রী

(৩. খ) সমবাহু ত্রিভুজের কোণ সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৯৪. ABC সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা AD হলে $\angle BAD$ এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহঃ শিক্ষক)-২০১৯]
ক. 30° খ. 45° গ. 60° ঘ. 90°

সমাধান: সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
 $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
[যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের মান 60° ।]

৯০. ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, উহার AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭] + [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন/কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]
ক. 280° খ. 290° গ. 280° ঘ. 320°

সমাধান: পাশের চিত্রটি দেখুন, ΔABC সমবাহু ত্রিভুজের $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$
ত্রিভুজের কোনো বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ + সন্নিহিত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি = 180°
সুতরাং একটি বহিঃস্থ কোণ হবে 120° তাহলে দুটি বহিঃস্থ কোণ হবে $120 + 120 = 240^\circ$ ।

৯১. ABC ত্রিভুজে $\angle B = \angle C$ এবং BC বাহুর উপর D একটি বিন্দু। এতে কোন শর্তটি হবে? [ডাক অধিদপ্তরের বিভিন্ন ওভারশিয়ার-২০১৮]
ক. $AC > BC$ খ. $AC > AD$ গ. $AB > AC$ ঘ. $AC < AD$

সমাধান: ABC ত্রিভুজে $\angle B = \angle C \therefore AC = AB$
অর্থাৎ AC ও AB অবশ্যই AD অপেক্ষা বড়।
 $\therefore AC > AD$

(৩. গ) সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৯২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [১০ম+৩৮তম বিসিএস/বিবিএস/বিবিএস থানা পরিসংখ্যানবিদ-২০২০] (সরাসরি সূত্রটি ই)

- ক. $\frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ খ. $\frac{2}{3} a^2$ গ. $\frac{2}{\sqrt{3}} a^2$ ঘ. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

৯৩. একটি ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯)

- ক. ১৬ বর্গ সে.মি. খ. ৬৪ বর্গ সে.মি. গ. $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. ঘ. $8\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

সমাধান: এখানে এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ মিটার। সুতরাং, $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 16 = \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$

নিজে করুন:

৯৪. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ২ মিটার হলে উহার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [বাংলাদেশ পদার্থ বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]

- ক. $\sqrt{3}$ খ. ৩ গ. ২ ঘ. ৪

৯৫. সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহু ১৬ সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [১২তম বিসিএস] + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯] + [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২২]

- ক. $64\sqrt{3}$ খ. $32\sqrt{3}$ গ. $2\sqrt{3}$ ঘ. ৬৪

৯৬. সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল - [১৩ তম প্রাথমিক নিবন্ধন-২০১৬]

- ক. $2\sqrt{3}$ খ. $3\sqrt{3}$ বর্গ একক গ. ৯ বর্গ একক ঘ. ৩ বর্গ একক

৯৭. সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ৬ সেমি হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গসেমি? [সহ: থানা শিক্ষা অফিসার: ২০১০]

- ক. $2\sqrt{3}$ খ. $3\sqrt{3}$ বর্গ একক গ. $\sqrt{3}$ বর্গ একক ঘ. ৩ বর্গ একক

সমাধান: এখানে পরিসীমা দেয়া আছে ৬, তাই সরাসরি সূত্র প্রয়োগ না করে প্রথমে এক বাহুর দৈর্ঘ্য বের করতে হবে,

১ বাহু $a = \frac{6}{3} = 2$ । (সমবাহু ত্রিভুজের তিন বাহু সমান) এখন, সূত্র ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = \sqrt{3}$

৯৮. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 'ক' একক হলে তার মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত হবে? [থানা শিক্ষা অফিসার (TEO) ২০১০]

- ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ক একক খ. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ক একক গ. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ক একক ঘ. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ক একক

সমাধান: (সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা = উচ্চতা একই, এই অংকে শর্টকাট টেকনিক দেখুন)

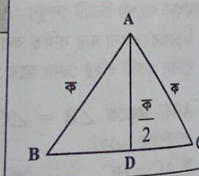
পাশের চিত্রানুযায়ী, ABC সমবাহু ত্রিভুজে, $AB = CA = BC = 'ক'$ একক

এবং AD হচ্ছে ত্রিভুজটির একটি মধ্যমা। $\therefore CD = \frac{BC}{2} = \frac{ক}{2}$ একক

এখন, ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 + CD^2 = CA^2$ (এখানে CA ই হল অতিভুজ)

$$\Rightarrow AD^2 = CA^2 - CD^2 \Rightarrow AD^2 = ক^2 - \left(\frac{ক}{2}\right)^2 \Rightarrow AD^2 = \frac{3ক^2}{4} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{3ক^2}}{4} \therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2} ক$$

\therefore মধ্যমার দৈর্ঘ্য $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ক একক এখান থেকে শর্টকাট সূত্র: সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা/উচ্চতা $= \frac{\sqrt{3}}{2}$ x বাহু



৯৯. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে এর উচ্চতা কত?

- ক. $2\sqrt{3}$ খ. $4\sqrt{3}$ গ. $16\sqrt{3}$ ঘ. $32\sqrt{3}$

সমাধান: আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ \therefore উচ্চতা/মধ্যমা $= 4\sqrt{3}$ সে.মি.

নিজে করুন:

১০০. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি। এর মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত?

- ক. $\sqrt{3}$ সে.মি. খ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ সে.মি. গ. ২ সে.মি. ঘ. ১ সে.মি.

১০১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা ১৫ সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?

- ক. $50\sqrt{3}$ খ. $70\sqrt{3}$ গ. $75\sqrt{3}$ ঘ. $150\sqrt{3}$

সমাধান: দেওয়া আছে ত্রিভুজটির উচ্চতা = ১৫ সে.মি।

প্রথমতে, $\frac{\sqrt{3}}{2} a = 15$ (সূত্র) $\Rightarrow \sqrt{3} a = 30 \Rightarrow a = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times 10}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$

সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 100 \times 3 = 75\sqrt{3}$ (Ans:)

১০২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ সে.মি। ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (সহকারী প্রোগ্রামার)- ২০১৭] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধি: (অফিস সহঃ)-২০২১]

- ক. ১৫.২ সে.মি. খ. ১০.৭ সে.মি. গ. ১০.২ সে.মি. ঘ. ১.৭১ সে.মি.

সমাধান: আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

প্রথমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 50 \Rightarrow a^2 = 50 \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{200}{\sqrt{3}} \therefore a = \sqrt{115.17} = 10.7$ প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $= 10.7$ সে.মি।

১০৩. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $36\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে উহার পরিসীমা কত?

- ক. $36\sqrt{3}$ খ. ৩৬ গ. $24\sqrt{3}$ ঘ. ৪৮

সমাধান: এখানে $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 36\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36 \times 4 \Rightarrow a^2 = 144 \therefore$ এক বাহু $a = 12 \therefore$ পরিসীমা $= 3 \times 12 = 36$

নিজে করুন:

১০৪. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ৯ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত সে.মি.? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (দুলা পর্যায়-২)-২০১৯]

- ক. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ খ. $2\sqrt{3}$ গ. $4\sqrt{3}$ ঘ. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

১০৫. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ২ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [৩২তম বিসিএস] + [BADC-(Store Keeper)-2017]

- ক. ৩ মিটার খ. ২ মিটার গ. ৪ মিটার ঘ. ৫ মিটার

সমাধান:

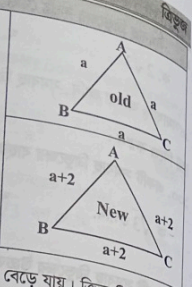
ধরি, শুরুতে একবাহুর দৈর্ঘ্য ছিল = a

আবার সমবাহু ত্রিভুজের নতুন বাহুর দৈর্ঘ্য = a + 2 মিটার

শর্তমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 3\sqrt{3}$ [দুই ক্ষেত্রফলের পার্থক্য = $3\sqrt{3}$]

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} (a^2 + 4a + 4 - a^2) = 3\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} (4a + 4) = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{4} \times 4(a + 1) = 3 \Rightarrow a + 1 = 3 \therefore a = 2$ উত্তর: 2 মিটার



১০৬. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু-১৬১) + IRAKUB officer-2015]

সমাধান: প্রথমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 6\sqrt{3}$ [বাকীটা নিজে করুন] উত্তর: ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5 মিটার।

নিজে করুন:

১০৭. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

ক. 3.2 মিটার খ. 4 মিটার গ. 4.8 মিটার ঘ. 5.5 মিটার

পদ্ধতি-০৪ : সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (Isosceles Triangle): যে ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:

বাহু সমান (চিত্রে $AB = AC = b$)

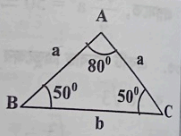
সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় ও সমান।

কোণের মাধ্যমে চেনার উপায়: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অপর বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

চিত্রে $AB = AC$ হওয়ায় $\angle B = \angle C$ আর $\triangle ABC$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সূত্র: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$

(যেখানে $b =$ ভূমি এবং $a =$ সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য।)

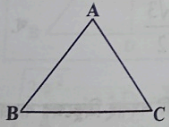


(৪. ক) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সাধারণ প্রশ্ন:

১০৮. ABC ত্রিভুজের $AB = AC$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- ক. $\angle ABC = \angle ACB$
- গ. $\angle ACB > \angle ABC$

- খ. $\angle ABC > \angle ACB$
- ঘ. $\angle ABC = \angle BAC$



উত্তর: ক

সমাধান: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে যে: যে দুটি বাহু সমান তার বিপরীত কোণগুলো সমান হবে। এখানে, $AB = AC$ হওয়ায় $\angle B = \angle C$

১০৬. ত্রিভুজ ABC এ $\angle A = 80^\circ$ ডিগ্রি এবং $\angle B = 90^\circ$ ডিগ্রি হলে, ত্রিভুজ ABC কি ধরনের ত্রিভুজ? [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]

সমাধান: তৃতীয় কোণটি = $180 - 80 - 90 = 90^\circ$ ডিগ্রি। অর্থাৎ দুটি কোণ ৯০ ডিগ্রি হওয়ায় ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

১১০. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি কোণের মান 120° হলে অপর যেকোনো একটি কোণের মান কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

সমাধান: সমান সমান কোণ দুটির যোগফল = $180 - 120 = 60^\circ$ । সুতরাং কোণ দুটির প্রতিটির মান = $60 \div 2 = 30^\circ$

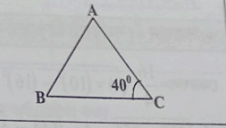
১১২. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি কোণ 96° । ঐ ত্রিভুজের অপর কোণটি কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

সমাধান: একটি কোণ 96° হলে অপর কোণ দুটির যোগফল = $180 - 96 = 84^\circ$ । সুতরাং ত্রিভুজের অপর কোণটি অর্থাৎ ১টি কোণ = $84 \div 2 = 42^\circ$

১১৩. $\triangle ABC$ এর $AB = BC$ এবং $\angle C = 40^\circ$ হলে, $\angle B = ?$

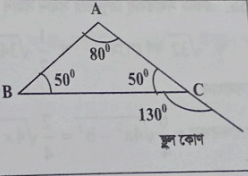
- ক. 100°
- খ. 70°
- গ. 180°
- ঘ. 40°

সমাধান: যেহেতু $AB = BC \therefore \angle A = \angle C = 40^\circ$
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\Rightarrow 40^\circ + \angle B + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle B = 180^\circ - 80^\circ \therefore \angle B = 100^\circ$



১১৪. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয় বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়ের কি বলে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮]

সমাধান: উৎপন্ন কোণ দুটির যোগফল = $180 - 50 = 130^\circ$ ।



১১৫. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণের পরিমাণ 55° হলে উহার শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত? [Sonali Bank.off. - 2014] + [RAKUB (Supervisor)-2017]

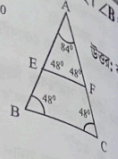
- ক. 125°
- খ. 90°
- গ. 185°
- ঘ. 110°

সমাধান: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান হওয়ায় এ দুটি বাহুর বিপরীত কোণগুলোও পরস্পর সমান। একটি কোণ 55° হলে অন্য কোণটিও 55° হবে। সুতরাং শীর্ষ কোণটি হবে = $180 - (55 + 55) = 180 - 110 = 70^\circ$

১১৬. ABC ত্রিভুজে AB = AC, BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle B = 48^\circ$ হলে, $\angle EAF + \angle AFE =$ কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (উপসহ: প্রকৌশল-সিভিল)-২০১৭]

ক. 132° খ. 108° গ. 160° ঘ. 80°

সমাধান: পাশের চিত্রটি দেখুন, ABC ত্রিভুজে AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C = 48^\circ$ ।
আবার, একই ত্রিভুজে BC বাহুর সমান্তরাল EF রেখা হওয়ায়, $\angle B = \angle E = 48^\circ$ এবং $\angle C = \angle F = 48^\circ$ এখন, AEF ত্রিভুজে $\angle F = 48^\circ$ হলে, $\angle A + \angle E = (180 - 48) = 132^\circ$



(৪. খ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত প্রশ্ন :

১১৭. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি x এবং সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য y হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [নৌপরিবহন ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)- ২০১৩]

ক. $\frac{x}{4}\sqrt{4y^2 - x^2}$ খ. $\frac{4}{x}\sqrt{4y^2 - x^2}$ গ. $\frac{x}{4}\sqrt{4x^2 - y^2}$ ঘ. $\frac{x}{4}\sqrt{x^2 - 4x^2}$

সমাধান: এখানে, সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য, a = y, ভূমির দৈর্ঘ্য, b = x

সুতরাং সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{x}{4}\sqrt{4y^2 - x^2}$ বর্গ একক।

১১৮. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 16 মি. এবং অপর দুইটি বাহু প্রতিটি 10 মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (২৪তম ও ১৯তম বিসিএস) + [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি)-২০২১] + [BEPZA (AD)-2021]

ক. 36 বর্গ মি. খ. 42 বর্গ মি. গ. 50 বর্গ মি. ঘ. 48 বর্গ মি.

সমাধান : (সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সূত্রানুসারে)	বিকল্প সমাধান : (বিষমবাহু ত্রিভুজের সূত্র অনুসারে)
$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{16}{4}\sqrt{4 \times (10)^2 - (16)^2}$ $= 4\sqrt{400 - 256} = 4 \times \sqrt{144} = 4 \times 12 = 48$	$\text{পরিসীমা} = 16 + 10 + 10 = 36 \text{ অর্ধ পরিসীমা} = 36 \div 2 = 18$ $\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{18(18-16)(18-10)(18-10)}$ $= \sqrt{18 \times 2 \times 8 \times 8} = \sqrt{36 \times 64} = 6 \times 8 = 48$

Note: বিকল্প নিয়ম জানা থাকলে যে কোন সূত্র দিয়েই দ্রুত সমাধান করতে পারবেন।

১১৯. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. এবং অপর বাহুটি 2 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. $\sqrt{32}$ বর্গ সে.মি. খ. $\frac{1}{2}\sqrt{34}$ বর্গ সে.মি. গ. $\sqrt{8}$ বর্গ সে.মি. ঘ. $\sqrt{40}$ বর্গ সে.মি.

সমাধান: $\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{2}{4}\sqrt{4 \times 3^2 - 2^2} = \frac{2}{4}\sqrt{36 - 4} = \frac{2}{4}\sqrt{36 - 4} = \frac{2}{4}\sqrt{32} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ বর্গ সে.মি.

১২০. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 6 মিটার। সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ হলে, ক্ষেত্রফল কত?

ক. 10 বর্গ মি. খ. 12 বর্গ মি. গ. 14 বর্গ মি. ঘ. 16 বর্গ মি.

সমাধান: ভূমির দৈর্ঘ্য b = 6 মি. সুতরাং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 মি.
 $\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{6}{4}\sqrt{4 \times 5^2 - 6^2} = \frac{6}{4}\sqrt{100 - 36} = \frac{6}{4}\sqrt{64} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$ বর্গ মি.

১২১. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহু ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ, পরিসীমা 16 মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

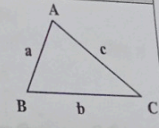
ক. 10 বর্গ মি. খ. 12 বর্গ মি. গ. 14 বর্গ মি. ঘ. 16 বর্গ মি.

সমাধান: ভূমি = 6x হলে সমান সমান বাহু = 5x
প্রদত্তে, $5x + 5x + 6x = 16 \Rightarrow 16x = 16 \therefore x = 1$ সুতরাং ভূমি = $6 \times 1 = 6$ এবং সমান বাহু = $5 \times 1 = 5$
 $\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{6}{4}\sqrt{4 \times 5^2 - 6^2} = \frac{3}{2}\sqrt{100 - 36} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$ বর্গ মি.

নিজে করুন: ১২২. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য c সে.মি. এবং অন্যান্য সমান বাহু দুটির প্রতিটি 1০ সে.মি. করে। তাহলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
ক. $10\sqrt{21}$ বর্গ সে.মি. খ. $c\sqrt{21}$ বর্গ সে.মি. গ. 8০ বর্গ সে.মি. ঘ. $c \times \sqrt{21}$ বর্গ সে.মি.

পদ্ধতি-০৫ : বিষমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

বিষমবাহু ত্রিভুজ: (Scalene Triangle):
যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই অসমান তাকে বিষমবাহু বা অসমবাহু ত্রিভুজ বলে। যেন-
বৈশিষ্ট্য: প্রতিটি বাহু অসমান মধ্যমাগুলো অসমান
সূত্র: বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
এখানে 2S (পরিসীমা) = a+b+c $\therefore S$ (অর্ধ পরিসীমা) = $\frac{a+b+c}{2}$



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন: ১২৩. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. হলে অর্ধপরিসীমা কত?
ক. 12 সে.মি. খ. 6 সে.মি. গ. 24 সে.মি. ঘ. 36 সে.মি.

সমাধান: পরিসীমা 2s = 3+4+5 \therefore অর্ধপরিসীমা s = $\frac{12}{2} = 6$ সে.মি.

১২৪. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৩, ১৪ ও ১৫ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্র: হেলথ কেয়ার প্রোভাইডার -২০১৮ (লিখিত)] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]

ক. ৬০ বর্গমিটার খ. ৮৪ বর্গমিটার গ. ৯০ বর্গমিটার ঘ. ৪৮ বর্গমিটার

সমাধান: ত্রিভুজটির পরিসীমা = ১৩+১৪+১৫ = ৪২ \therefore অর্ধপরিসীমা s = $\frac{82}{2} = 21$

\therefore ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
= $\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$ বর্গমিটার
= $\sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$ বর্গমিটার
= $\sqrt{82 \times 8 \times 82} = (82 \text{ থেকে } 2 \text{ নিয়ে দুপাশে } 82 \text{ করা হলে তাহলে } 1 \text{ টা } 82 \text{ এবং } 8 \text{ এর বর্গমূল } 2 \text{ কে বাইরে আনা যাবে)}$
= $82 \times 2 = 84$ বর্গমিটার।

১২৫. একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 মি. 21 মি, এবং 29 মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি. ? (৩১তম বিসিএস) + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]

ক. 210 বর্গ মি. খ. 215 বর্গ মি. গ. 225 বর্গ মি. ঘ. 250 বর্গ মি.

সমাধান: পরিসীমা $2s = 20 + 21 + 29 \therefore$ অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{70}{2} = 35$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{35(35-20)(35-21)(35-29)} = \sqrt{35 \times 15 \times 14 \times 6}$$

$$= \sqrt{5 \times 7 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 2 \times 3} = \sqrt{(7 \times 7) \times (5 \times 5) \times (3 \times 3) \times (2 \times 2)}$$

(এভাবে জোড়া মেলালে সহজে উত্তর বের হবে)

$$= 7 \times 5 \times 3 \times 2 = 210 \text{ বর্গ মি.}$$

১২৬. একটি বিষমবাহু ত্রিভুজের বাহু তিনটির পরিমাপ ৪২ সে.মি., ৩৪ সে.মি. এবং ২০ সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [IBBL-(ATO)-2017]+ কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১।

ক. ২৫৬ বর্গ সে.মি. খ. ৩২৮ বর্গ সে.মি. গ. ৩৩৬ বর্গ সে.মি. ঘ. ৫৭৬ বর্গ সে.মি.

সমাধান: বিষমবাহু ত্রিভুজের পরিমাপ $= 2S = a+b+c = 42+34+20 = 96 \therefore$ অর্ধপরিসীমা $S = \frac{96}{2} = 48$

$$\text{বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{48(48-42)(48-34)(48-20)}$$

$$= \sqrt{48 \times 6 \times 14 \times 28}$$

$$= \sqrt{4 \times 2 \times 6 \times 6 \times 14 \times 28}$$

(সবগুলো সংখ্যা গুণ করে বর্গমূল বের করতে সময় লাগবে)

$$= \sqrt{(2 \times 2) \times (6 \times 6) \times (28 \times 28)}$$

(জোড়া জোড়া মেলালো হয়েছে)

$$= 2 \times 6 \times 28 = 336 \text{ উত্তর: গ}$$

১২৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৫, ৬, ৭ মি.। নিকটতম বর্গমিটারে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (২৪তম বিসিএস)

ক. $5\sqrt{6}$ বর্গ মি. খ. $6\sqrt{6}$ বর্গ মি. গ. $6\sqrt{5}$ বর্গ মি. ঘ. $7\sqrt{6}$ বর্গ মি.

সমাধান: পরিসীমা $2s = 5+6+7 \therefore$ অর্ধ পরিসীমা $s = \frac{18}{2} = 9$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = \sqrt{(3 \times 3) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3)} = 3 \times 2 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$$

১২৮. ৩ cm, ৪.৫ cm, ৫.৫ cm বাহু বিশিষ্ট কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]

ক. ৪৭.৫ খ. ৭.৫০ গ. ৬.৭৫ ঘ. ৭.৫৫

সমাধান: পরিসীমা $= 3+4.5+5.5 = 13$ সুতরাং অর্ধ পরিসীমা $S = 13 \div 2 = 6.5$

বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্রানুযায়ী

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{6.5(6.5-3)(6.5-4.5)(6.5-5.5)} = \sqrt{6.5(3.5 \times 2 \times 1)} = \sqrt{6.5 \times 7} = \sqrt{45.5} = 6.7453 = 6.75$$

১২৯. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫, ৭, ৮ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [বরাদ্দ মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ (উপ-পরিচালক)-২০১৮]

ক. ১৪.৬৯ খ. ১৫.৬৯ গ. ১৭.৩২ ঘ. ১৮.৩২

সমাধান: ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা $= \frac{৫+৭+৮}{২} = ১০$ মিটার

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)} = \sqrt{10 \times ৫ \times ৩ \times ২} = 10\sqrt{৩} = 10 \times ১.৭৩২ = ১৭.৩২ \text{ বর্গমিটার}$$

প্রশ্ন বিশ্লেষণ করুন:
১৩০. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৭ সে.মি; ৮ সে.মি; ও ৯ সে.মি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]+ [DSCC-(পরিচালনা পরিদপ্তর)-২০২১]

ক. $12\sqrt{3}$ বর্গ মি. খ. $10\sqrt{5}$ বর্গ মি. গ. $12\sqrt{5}$ বর্গ মি. ঘ. $10\sqrt{6}$ বর্গ মি.

পদ্ধতি-০৬ : ত্রিভুজের অংকে ত্রিকোণমিত্তির প্রয়োগ

যদি একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেয়া থাকে তাহলে ঐ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্র নিম্নরূপ।
ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin\theta$ (এখানে a ও b বাহু দুটির দৈর্ঘ্য এবং $\theta =$ অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপ)

১৩১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [১৩ তম প্রভাষক নিবন্ধন-২০১৬]

ক. ২৫ খ. $25\sqrt{2}$ গ. ৩০ ঘ. $25\sqrt{5}$

সমাধান: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 50 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2}$

১৩২. $\triangle ABC$ এ $\angle B = 90^\circ$, যদি $AC = 2AB$ হয় তবে, $\angle C$ এর মান কত? [৩৮তম বিসিএস প্রিলি]

ক. 45° খ. 22.5° গ. 30° ঘ. 60°

সমাধান: পাশের $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজে ধরি লম্ব $AB = x$ সুতরাং অতিভুজ $AC = 2x$

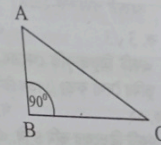
এখন $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজে

$$\sin C = \frac{AB}{AC} \text{ [যেহেতু প্রশ্নে লম্ব ও অতিভুজের মান পাওয়া গেছে]}$$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{x}{2x} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin C = \sin 30^\circ \text{ [যেহেতু } \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ তাই } \frac{1}{2} \text{ এর স্থলে } \sin 30^\circ \text{ লেখা যায়।]}$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ \text{ সুতরাং উন্নতি কোণ বা } \angle C = 30^\circ$$



১৩৩. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২৬ মিটার, ২৮ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ১৮২ বর্গ মিটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর। [গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহকারী প্রকৌশলী সিজি)- ২০১১]+ [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৬]

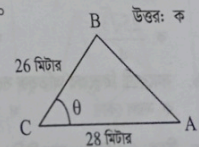
ক. 30° খ. 85° গ. 60° ঘ. 90°

সমাধান: ১ম বাহু $a = 26$ মিটার, ২য় বাহু $b = 28$ মিটার এবং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 182$

শর্তমতে, $\frac{1}{2} \times a \times b \times \sin\theta = 182$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 26 \times 28 \times \sin\theta = 182 \Rightarrow \frac{26 \times 28}{2} \times \sin\theta = 182$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{182 \times 2}{26 \times 28} \Rightarrow \sin\theta = \frac{364}{728} = \frac{364}{728} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\theta = \sin 30^\circ \therefore \theta = 30^\circ$$



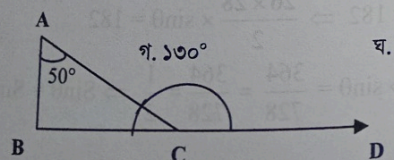
১৩৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $\sqrt{3}$ মিটার। এর ভূমি সংলগ্ন কোণ 30° হলে, লম্বের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহকারী শিক্ষক) - ২০০৪/৪ [কারা তত্ত্বাবধায়ক- ২০০৪]

- ক. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ মিটার খ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ মিটার গ. $\frac{1}{2}$ মিটার ঘ. ১ মিটার

৩ সমাধান: মনে করি, $\triangle ABC$ এর অতিভুজ $AC = \sqrt{3}$, লম্ব, $AB = x$ এবং $\angle C = 30^\circ$
 আমরা জানি, $\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow 2x = \sqrt{3} \therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ সুতরাং, লম্ব $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

Model Test

- পূর্ণমান: ১০
- এই প্রতীকের অর্থ হল? [প্রথম অধিদপ্তরের (প্রথম অফিসার)-১৯৯৬/৪ [৭ম শ্রেণি-(অনু-৮)]
 ক. আকার ও আকৃতি সমান খ. আকার ও পরিমাণ সমান
 গ. আকার ও আকৃতি সমান নয় ঘ. আকার, আকৃতি ও পরিমাণ সমান
 - সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত একটি কোণ 50° হলে অপর কোণটি কত? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের উপ-সহঃ পরিঃ-২০১৬)
 ক. 20° খ. 80° গ. 30° ঘ. 10°
 - একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিকপিং সহকারী পরিতালক-২০১৬)
 ক. $3\sqrt{3}$ খ. $4\sqrt{3}$ গ. $6\sqrt{3}$ ঘ. $9\sqrt{3}$
 - একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৮৪ বর্গ গজ। ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য ১২ গজ হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য কত? [১৭তম বিসিএস]
 ক. ১২ খ. ১৫ গ. ১৪ ঘ. ২৮
 - একটি ত্রিভুজের ভূমি ৪ মি. এবং উচ্চতা ৩ মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা-২০১৬)
 ক. ৬ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১৮
 - সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $\sqrt{3}$ সে. মি. হলে, সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার?
 ক. ৩ খ. ৪ গ. ২ ঘ. ৫
 - একটি ত্রিভুজের ভূমি ১২ সেন্টিমিটার, উচ্চতা ৪ সেন্টিমিটার, তার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [চতুর্থ বিজেএস (সহকারী জজ) ০৯]
 ক. ২৪ খ. ২৮ গ. ৩৪ ঘ. ২৫
 - ত্রিভুজ ABC-এর $BC = CA = AB = 5$ সেন্টিমিটার (সমবাহু ত্রিভুজ)। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
 ক. $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ খ. $\frac{25\sqrt{3}}{6}$ গ. $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ ঘ. $\frac{25\sqrt{3}}{7}$
 - সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণ দুটির প্রত্যেকটি [দ্বীর্ঘীতি দমন ব্যারের সহকারী উপ-পরিদর্শক ২০০৪]
 ক. সরল কোণ খ. সূক্ষ্মকোণ গ. প্রবৃত্ত কোণ ঘ. স্থূলকোণ
 - চিত্রে $\angle ACD =$ কত ডিগ্রি?
 ক. 120° খ. 180° গ. 130° ঘ. 150°

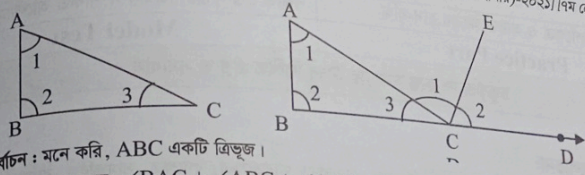


উত্তরমালা

১.	ঘ	২.	খ	৩.	ঘ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	গ	৭.	ক	৮.	ক	৯.	খ	১০.	খ

লিখিত অংশ

- প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। [খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার)-২০২১] [৭ম শ্রেণি:]
- সমাধান:



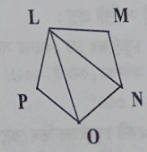
১ বিশেষ নির্বাচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ।
 প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB =$ দুই সমকোণ।
 অঙ্কন: BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং BA রেখার সমান্তরাল করে CE রেখা আঁকি।

ক্রমিক	ধাপ	যথার্থতা
০১	$\angle BAC = \angle ACE$	BA CE এবং AC রেখা তাদের ছেদক। ∴ একান্তর কোণ দুইটি সমান।
০২	$\angle ABC = \angle ECD$	BA CE এবং BD রেখা তাদের ছেদক। ∴ অনুরূপ কোণ দুইটি সমান।
০৩	$\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$	
০৪	$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = \angle ACD + \angle ACB$	উভয়পক্ষকে $\angle ACB$ যোগ করে
০৫	$\angle ACD + \angle ACB =$ দুই সমকোণ	সরল কোণ উপপাদ্য
	∴ $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB =$ দুই সমকোণ।	প্রমাণিত

- LMNOP একটি সুষম পঞ্চভুজ। LN এবং LO এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, $LN = LO$ । [৩২তম বিসিএস, লিখিত]

প্রমাধান:

সাধারণ নির্বাচন : প্রদত্ত শর্ত।
 বিশেষ নির্বাচন : LMNOP একটি সুষম পঞ্চভুজ যার দুটি কর্ণ LN ও LO
 প্রমাণ করতে হবে যে, $LN = LO$
 প্রমাণ : আমরা জানি, পঞ্চভুজের প্রতি বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণও সমান।
 এখন, $\triangle LMN$ ও $\triangle LPO$ এর মধ্যে, $LM = LP$, $MN = PO$ এবং
 $\angle LMN = \angle LPO =$ অন্তর্ভুক্ত কোণ ∴ $\triangle LMN \cong \triangle LPO$ ∴ $LN = LO$ (প্রমাণিত)



- ABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুদ্বয়ে যে বহিঃ কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ [৩২তম বিসিএস, লিখিত] (নিজে করুন)

চতুর্ভুজ

পদ্ধতি-০১	আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৪	রম্বস সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	বর্গ সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	সামান্তরিক সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের হ্রাস-বৃদ্ধি	পদ্ধতি-০৬	ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

Practice Part

চতুর্ভুজ সংক্রান্ত সমস্যার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

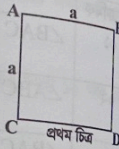
Model Test

প্রাথমিক আলোচনা:

চারটি বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে। সাধারণত আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, সামান্তরিক, রম্বস এগুলো সবই এক এক প্রকার চতুর্ভুজ। এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত বিভিন্ন নিয়মাবলী ও সূত্র এবং বিগত সালে বিভিন্ন প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় আসা প্রশ্নগুলো নিয়ে নিচে ধারাবাহিকভাবে আলোচনা করা হল।

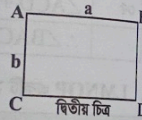
চতুর্ভুজ:

- চারটি সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে।
- চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = 360° বা চার সমকোণ
- একটি চতুর্ভুজে ৪টি শীর্ষকোণ এবং ২টি কর্ণ থাকে।



সংশ্লিষ্ট সূত্র:

- চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ) বর্গ একক
- প্রথম চিত্রে ABCD বর্গক্ষেত্রে $AB = AC = CD = BD = a$
- \therefore বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $a \times a = a^2$



- চতুর্ভুজের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$

দ্বিতীয় চিত্রটিতে ABCD চতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য $AB = CD = a$ এবং প্রস্থ $AC = BD = b$ সূত্রানুযায়ী চতুর্ভুজটির পরিসীমা $2(a+b)$ অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের যোগফলকে দ্বিগুণ করলে পরিসীমা বের হবে।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি কত? [বাংলাদেশ কম্পিউটার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]
- ক. 360° খ. 290° গ. 180° ঘ. 820° উত্তর: ক
- একটি চতুর্ভুজের তিন কোণের সমষ্টি 280° । চতুর্থ কোণটির মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩] এবং [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সিভিলিয়ান স্টাফ অফিসার এবং সহকারী পরিচালক-২০১৬]
- ক. 80° খ. 90° গ. 80° ঘ. 60° উত্তর: গ
- মাধান: চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = 360° ।
দেওয়া আছে, চতুর্ভুজের তিন কোণের সমষ্টি 280° \therefore চতুর্থ কোণ = $(360^\circ - 280^\circ) = 80^\circ$

Khairul's Basic Math

৩. চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১ : ২ : ২ : ৩ হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাণ কত হবে? (১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন/মূল পর্যায়-১)-
২০১৮/১ সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক)-২০২১
ক. 90° খ. 135° গ. 195° ঘ. 210° উত্তর: খ
৪. একটি চতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য ৪ ইঞ্চি এবং প্রস্থ ৩ ইঞ্চি হলে এর পরিসীমা কত? [বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]
ক. ৭ ইঞ্চি খ. ১৪ বর্গ ইঞ্চি গ. ৭ বর্গ ইঞ্চি ঘ. ১৪ ইঞ্চি উত্তর: ঘ
৫. চতুর্ভুজের কর্ণ কয়টি? [বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০]
ক. ১ টি খ. ২ টি গ. ৩ টি ঘ. ৪ টি উত্তর: খ
৬. একটি চতুর্ভুজের ৪টি শীর্ষবিন্দু থাকে। বিপরীত দুটি শীর্ষবিন্দুর যোগফল থেকে মোট ২টি কর্ণ তৈরী হয়।

চতুর্ভুজের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

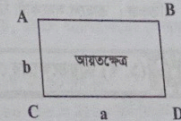
পদ্ধতি-০১: আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

(মনে রাখবেন, জ্যামিতির এই অংশ থেকেই বিভিন্ন পরীক্ষায় সবথেকে বেশি প্রশ্ন আসে)

আয়তক্ষেত্র (rectangle):

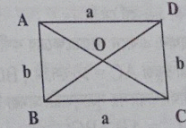
যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং কোণগুলো সমকোণ তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।

পাশের চিত্রটিতে ABCD চতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য $AB = CD = a$ এবং প্রস্থ $AC = BD = b$ এবং প্রতিটি কোণ এক সমকোণ সূত্রানুযায়ী চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।



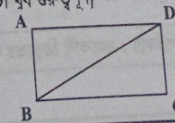
আয়তক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য:

- আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।
- আয়তক্ষেত্রের প্রতিটি কোণ সমকোণ।
- আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান। চিত্রে কর্ণ $AC = BD$
- আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।



- ব্যাখ্যা: AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে
সূত্রানুযায়ী $OA = OC = OD = OB$

- আয়তক্ষেত্রের একটি কর্ণ আয়তক্ষেত্রটিকে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে। [এই নিয়মটা খুব গুরুত্বপূর্ণ]



চিত্রে পাশাপাশি দুটি ত্রিভুজ সমান সমান।

১১. আয়তক্ষেত্র সংক্রান্ত বিভিন্ন সূত্র: (সূত্র মুখস্থ থাকলে যে কোন সমাধান খুব দ্রুত করতে পারবেন।)

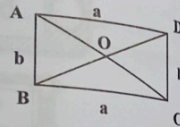
- আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: (দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ) বর্গ একক
- আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা: $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$ একক
- আয়তক্ষেত্রের কর্ণ: $\sqrt{a^2 + b^2}$ একক এখানে $a = \text{আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য}$ এবং $b = \text{আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ}$ ।

(১. ক) আয়তক্ষেত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন :

৬. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে সামান্তরিকটি হবে? [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]
- ক. ট্রাপিজিয়াম খ. আয়তক্ষেত্র গ. বর্গক্ষেত্র ঘ. রম্বস
৭. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ? [NSI (অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]
- ক. দৈর্ঘ্য^২ খ. দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ গ. প্রস্থ^২ ঘ. কোনোটিই নয়

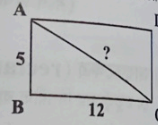
৮. ABCD চতুর্ভুজে AB || CD এবং AC=BD হলে এবং $\angle A = 90^\circ$ হলে সঠিক চতুর্ভুজ কোনটি? (৩২তম বিসিএস)
- ক. আয়তক্ষেত্র খ. ট্রাপিজিয়াম গ. সামান্তরিক ঘ. রম্বস

প্রসমাধান: পাশের চিত্রটি দেখুন, AB || CD অর্থাৎ AD এবং BC এর মাঝে দূরত্ব সমান। আবার AC = BD অর্থাৎ কর্ণ দুটি সমান। এবং $\angle A = 90^\circ$ অর্থাৎ কোণটি সমকোণ। তাহলে অন্য সবগুলো কোণই সমকোণ। সুতরাং বিপরীত বাহুগুলো ও সমান হবে। বিপরীত বাহু সমান যুক্ত ৪টি সমকোণের চতুর্ভুজকে আয়তক্ষেত্র বলা যায়।



৯. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১২ সেমি এবং প্রস্থ ৫ সেমি হলে এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? [শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্র: (সহ: পরিচালক)]
- ক. ১৭ সেমি খ. ১৫ সেমি গ. ১৩ সেমি ঘ. ১৪ সেমি

প্রসমাধান: যেহেতু একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণ আয়তক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করে তাই পাশের চিত্র অনুসারে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ১২ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ সে.মি যথাক্রমে ABC সমকোণী ত্রিভুজের দুটি বাহু BC এবং AB আবার কর্ণ AC = ত্রিভুজের অতিভুজ। তাহলে সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ হিসেবে অতিভুজ = ১৩।

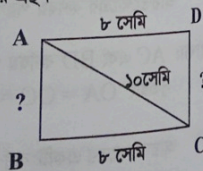


(১. খ) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করা :

১০. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৮ সেমি এবং এর কর্ণ ১০ সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল কত? (কৃষি ব্যাংক অফি: ২০১০)
- ক. ৯৬ বর্গ সে.মি খ. ৮৪ বর্গ সে.মি গ. ৪৮ বর্গ সে.মি ঘ. ৮০ বর্গ মি উত্তর: গ

প্রসমাধান: এখানে আয়তক্ষেত্রের কর্ণটি আয়তক্ষেত্রটিকে দুটি সর্বসম সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে। যার মধ্যে ত্রিভুজ ABC এর অতিভুজ AC = ১০ সে.মি., BC = ৮ সে.মি., ত্রিভুজটির লম্ব AB ই হচ্ছে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ।

পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী আমরা লিখতে পারি যে,
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $10^2 = AB^2 + 8^2$
 $AB^2 = 100 - 64 = 36 \therefore AB = 6$ (আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ)
 সুতরাং আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $৮ \times ৬ = ৪৮$ বর্গ সেমি



দ্রষ্টব্য: সমকোণী ত্রিভুজের অনুপাতের মান থেকে সরাসরি: ৬ : ৮ : ১০ হিসেবে প্রস্থ ৬ বের হবে। \therefore ক্ষেত্রফল $৬ \times ৮ = ৪৮$

১১. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ৩০ মিটার ৩০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত? [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (স্টোর কিয়ার): ২০২১]
- ক. ১২০০ বর্গমিটার খ. ১২১২ বর্গমিটার গ. ১২১০ বর্গমিটার ঘ. ১০১২ বর্গমিটার উত্তর: ঘ
- প্রসমাধান: প্রথমে ৩০ সে.মি. = $30 \div 100 = 0.3$ মি.। সুতরাং ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = $40 \times 30.3 = 1212$ বর্গমিটার।

১২. একটি আয়তাকার ঘরের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{3}$ অংশ। ঘরটির পরিসীমা ৪০ মিটার হলে, ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (৩৩তম বিসিএস)
- ক. ৬০ বর্গমিটার খ. ৯৬ বর্গমিটার গ. ৭২ বর্গমিটার ঘ. ৬৪ বর্গমিটার উত্তর: ঘ
- প্রসমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য $3x$ মিটার এবং প্রস্থ $2x$ মিটার (ভগ্নাংশ আকারে ধরার থেকে এভাবে পূর্ণ সংখ্যা ধরলে দ্রুত উত্তর বের হবে)।
 শর্তমতে, $2(3x + 2x) = 80 \Rightarrow 10x = 80 \therefore x = 8$
 সুতরাং দৈর্ঘ্য = $3 \times 8 = 24$ এবং প্রস্থ = $2 \times 8 = 16$ \therefore ক্ষেত্রফল = $24 \times 16 = 384$ বর্গ মি.

১৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪২ সে.মি এবং এর পরিসীমা ১ মিটার। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]
- ক. ৩৩৬ বর্গ সে.মি খ. ৮৪ বর্গ সে.মি গ. ৯৬ বর্গ সে.মি ঘ. ৩৩৬ বর্গ মি উত্তর: ক

প্রসমাধান: দৈর্ঘ্য = 82 সে.মি. এবং পরিসীমা = 1 মি = 1×100 সে.মি. = 100 সে.মি. এখন, ধরি, প্রস্থ = x
 শর্তমতে, $2(82 + x) = 100 \Rightarrow 82 + 2x = 100 \Rightarrow 2x = 18 \therefore x = 9$ সুতরাং প্রস্থ = 9 সে.মি.
 এখন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $82 \times 9 = 738$ বর্গ সে.মি.

১৪. একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে ৬০% বেশি। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যে পার্থক্য ২৪ সেমি. আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত? [P.B.L. Off: 14]
- ক. ২৪০০ বর্গ সে.মি. খ. ২৪৮০ বর্গ সে.মি. গ. ২৫৬০ বর্গ সে.মি. ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: গ

প্রসমাধান: প্রস্থ = 100% হলে দৈর্ঘ্য = $(100 + 60)\% = 160\%$
 দৈর্ঘ্য প্রস্থের পার্থক্য = $(160 - 100)\% = 60\%$ । এখন পার্থক্য $60\% = 24$; প্রস্থ $100\% = \frac{24 \times 100}{60} = 40$
 সুতরাং দৈর্ঘ্য = $40 + 24 = 64$ । এখন ক্ষেত্রফল = $40 \times 64 = 2560$ বর্গ সে.মি.

১৫. নিজে করুন:

- একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ৪০% কম। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ ৩৬ মিটার হয়, তাহলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]
- ক. ২৪০০ বর্গ মি. খ. ২৬১০ বর্গ মি গ. ২৪১০ বর্গ মি ঘ. ২১৬০ বর্গ মি উত্তর: ঘ
- [Hints: দৈর্ঘ্যের ৬০% = ৩৬ হলে, ১০০% = ৬০ মি. \therefore ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = $60 \times 36 = 2160$ বর্গ মিটার।]

১৬. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৩ : ১ এবং উহার পরিসীমা ২০০ মিটার হলে আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত? (NBR-2015)
- ক. ১৫৭৫ খ. ১৭৭৫ গ. ১৬৭৫ ঘ. ১৮৭৫ উত্তর: ঘ
- প্রসমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য = $3x$ এবং প্রস্থ = x । শর্তমতে $2(3x + x) = 200 \Rightarrow 8x = 200 \therefore x = 25$
 এখন, প্রস্থ = 25 এবং দৈর্ঘ্য = $3 \times 25 = 75$ । তাহলে ক্ষেত্রফল = $25 \times 75 = 1875$ বর্গমিটার।

১৭. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ ও পরিসীমার অনুপাত ১ : ৫। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত কত? [তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]
- ক. ১ : ৫ খ. ৫ : ১ গ. ৩ : ২ ঘ. ২ : ৩ উত্তর: গ
- প্রসমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x এবং পরিসীমা = $5x$
 আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$

এখানে, $2(\text{দৈর্ঘ্য} + x) = 5x \Rightarrow \text{দৈর্ঘ্য} + x = \frac{5x}{2} \therefore \text{দৈর্ঘ্য} = \frac{5x}{2} - x = \frac{5x - 2x}{2} = \frac{3x}{2}$

সুতরাং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত = $\frac{3x}{2} : x = \frac{3x}{2} \times 2 : x \times 2 = 3 : 2$

শর্টকাট: প্রস্থ : পরিসীমা = $(3 : 5) \times 2 = 2 : 10$ । ভগ্নাংশ ছাড়া করার জন্য অনুপাতটাকে ২ দিয়ে গুণ করা হয়েছে।
সুতরাং পরিসীমা ১০ থেকে দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = ৫ এবং দৈর্ঘ্য = $5 - 2 = 3$ । তাহলে দৈর্ঘ্য : প্রস্থ = $3 : 2$ ।

(১.গ) আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বের করা :

১৮. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল ৪২৫০ বর্গমিটার এবং প্রস্থ ৫০ মিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য কত? [পরিবেশ অধিদপ্তর(প্যানরেটরি আটোনেডেট)-২০২০] + [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী)-২০২১]
ক. ৭৫ মি. খ. ৮৫ মি. গ. ৯৫ মি. ঘ. ৬৫ মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: আমরা জানি, দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = ক্ষেত্রফল \therefore দৈর্ঘ্য = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{প্রস্থ}} = \frac{৪২৫০}{৫০} = ৮৫$ মিটার।

১৯. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৮ সে.মি. এবং প্রস্থ ১০ সে.মি.। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে ২৫ সে.মি. করা হলো। আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ কত হলে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকবে? [৩৯ তম বিসিএস- (বিশেষ)]
ক. ৭ সে.মি. খ. ৭.১ সে.মি. গ. ৭.২ সে.মি. ঘ. ৭.৩ সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: দৈর্ঘ্য ১৮ সেমি এবং প্রস্থ ১০ সেমি, ক্ষেত্রফল = $(18 \times 10) = 180$ বর্গসেমি, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে ২৫ সে, মি, হল ধরি, নতুন প্রস্থ 'x' সেমি, শর্তমতে, $25x = 180$
 $\therefore x = \frac{180}{25} \therefore x = ৭.২$ (উত্তর)

আয়তক্ষেত্র	নতুন আয়তক্ষেত্র
10 180	180
18	25

শর্টকাট: $\frac{18 \times 10}{25} = ৭.২$ আগের ক্ষেত্রফল এবং নতুন ক্ষেত্রফল দুটিই সমান।

২০. একটি কামরার পরিসীমা ৪৪ ফুট, ক্ষেত্রফল ১২০ বর্গফুট। কামরার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।
ক. দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ও প্রস্থ ১০ ফুট
খ. দৈর্ঘ্য ১৪ ফুট ও প্রস্থ ১২ ফুট
গ. দৈর্ঘ্য ১৬ ফুট ও প্রস্থ ১২ ফুট
ঘ. দৈর্ঘ্য ২০ ফুট ও প্রস্থ ১৮ ফুট
উত্তর: ক

সমাধান: (সংখ্যাকে ভাগ্যে পারের আইডিয়াটা অন্য অনেক প্রশ্নে দারুনভাবে কাজে লাগবে)
 $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = ৪৪ \therefore \text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ} = (৪৪ \div ২) = ২২$ ফুট।
আবার দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = ১২০ বর্গফুট।
এখন, দুটি সংখ্যার যোগফল = ২২ এবং গুণফল = ১২০ হলে,
 ১২০ কে ভাগলে = $১২ \times ১০ = ১২০$ ও $১২ + ১০ = ২২$ ।
সুতরাং দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ও প্রস্থ ১০ ফুট

দৈর্ঘ্য = ১২	\times	প্রস্থ = ১০
--------------	----------	-------------

২১. ২০x পরিসীমাবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $4x + 3$ হলে, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [৩৩ সংকেত পরিদপ্তরের সাইবার অফিসার : ০৫]
ক. $4x - 3$ খ. $5x + 3$ গ. $5x - 3$ ঘ. $6x - 3$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = 20x \Rightarrow (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = 10x$ । একবাহু $4x + 3$ সুতরাং অপর বাহু = $10x - (4x + 3) = 6x - 3$

২২. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৬০ বর্গমিটার। এর প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ৬ মিটার কম। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত? [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চাইনম্যান)-২০২১]
ক. ১০ মিটার খ. ১৬ মিটার গ. ২০ মিটার ঘ. ২৬ মিটার উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য = x তাহলে প্রস্থ = $x - 6$
প্রশ্নমতে, $x(x - 6) = ১৬০ \Rightarrow x^2 - 6x - ১৬০ = ০$
 $\Rightarrow x^2 - ১৬x + ১০x - ১৬০ = ০ \Rightarrow x(x - ১৬) + ১০(x - ১৬) = ০$
 $\Rightarrow (x - ১৬)(x + ১০) = ০$ সুতরাং $x - ১৬ = ০ \therefore x = ১৬$

দৈর্ঘ্য = ১৬	\times	প্রস্থ = ১০
--------------	----------	-------------

২৩. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি। ঘরটির পরিসীমা ৩২ মিটার হলে, ঘরটির দৈর্ঘ্য কত? (৩২তম বিসিএস)
ক. ৬৪ খ. ৫০ গ. ৩০ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ

২৪. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২৫০ বর্গমিটার হলে এর দৈর্ঘ্য কত? (৩০তম বিসিএস)+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]
ক. ৩০ মিটার খ. ৪০ মিটার গ. ৫০ মিটার ঘ. ৬০ মিটার উত্তর: গ

সমাধান: সমীকরণের এই ভাবনাটা ও দ্রুত করতে পারা যায়।
ধরি, আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার \therefore দৈর্ঘ্য = $2x$ মিটার
প্রশ্নমতে, $2x \times x = ১২৫০$ বা, $x^2 = ৬২৫ \therefore x = ২৫$
 \therefore আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = 2×২৫ মিটার = ৫০ মিটার উত্তর: ৫০ মিটার।

দৈর্ঘ্য = ৫০	\times	প্রস্থ = ২৫
--------------	----------	-------------

২৫. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৯৬ বর্গমিটার হলে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার? [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)- ২০২০] + [PETROBANGLA - (UDA)-2017]
ক. ৬ মিটার খ. ৮ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ১২ মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, প্রস্থ ২x মিটার
সুতরাং দৈর্ঘ্য = ৩x মিটার। (২x এর দেড়গুণের মান ৩x এভাবে পূর্ণ সংখ্যা ধরলে হিসাব করতে সহজ হবে।)
প্রশ্নমতে, $2x \times 3x = ৯৬ \Rightarrow x^2 = ১৬ \therefore x = ৪ \therefore$ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = $3 \times ৪ = ১২$ মিটার

২৬. একটি আয়তক্ষেত্রের অর্ধেকের দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে ৫ মিটার বড়। আয়তক্ষেত্রটির অর্ধেকের ক্ষেত্রফল ৭৫০ বর্গ মিটার। আয়তক্ষেত্রটির অর্ধেকের দৈর্ঘ্য কত? [J.B.L. (AEO) 15] [Hints: $৭৫০ = (30 \times ২৫)$ আবার, $30 - ২৫ = ৫$]
ক. ১৫ খ. ২২.৫ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

(১.ঘ) আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বের করা :

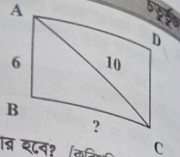
২৭. ৬০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৩০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তাকার মাঠের পরিসীমা কত? [দূর্যোগ ও ব্যবস্থাপনা অধি: (নিরাপত্তা প্রহরী)-২০২২]
ক. ১৮০ মিটার খ. ৩২০ মিটার গ. ২৮০ মিটার ঘ. ২৪০ মিটার উত্তর: ক

সমাধান: পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$; সুতরাং মাঠের পরিসীমা = $2(60 + 30) = 2 \times 90 = ১৮০$ মিটার

২৮. নিম্নে প্রদর্শিত আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? [National Bank Ltd. 14/RAKUB-(SO)-15]
ক. ৩২ মিটার খ. ৩৬ মিটার গ. ২৮ মিটার ঘ. ২৪ মিটার উত্তর: গ

সমাধান:

যখন আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সাথে সম্পর্কিত প্রশ্ন আসবে, সমকোণী ত্রিভুজের মত করে চিন্তা করবেন এবং বাহুগুলোর মান সমকোণী ত্রিভুজের অনুপাতের মত করে চিন্তা করবেন। এখানে সমকোণী ত্রিভুজের সূত্রানুযায়ী: $৬ : ৮ : ১০$ হলে, দৈর্ঘ্য ৮ সূত্রানুযায়ী পরিসীমা $= ২(৬+৮) = ২৮$ মিটার।



২৯. একটি আয়তাকার ভূমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৫ গুণ। প্রস্থ ৪ মিটার হলে ঐ ক্ষেত্রের পরিসীমা কত মিটার হবে? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১] **উত্তর: ৪৮**

সমাধান: (প্রস্থ দেয়া থাকায় সরাসরি প্রস্থ থেকে দৈর্ঘ্য বের করা যাবে)

এখানে, প্রস্থ $= ৪$, দৈর্ঘ্য $= ৪ \times ৫ = ২০$ \therefore পরিসীমা $= ২(দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) = ২(২০+৪) = ৪৮$

৩০. একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। দৈর্ঘ্য ১২ মিটার হলে মাঠটির পরিসীমা কত? [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]
ক. ৩২ মিটার খ. ৪৯ মিটার গ. ৭২ মিটার ঘ. ৩৬ মিটার **উত্তর: ঘ**

সমাধান: দৈর্ঘ্য $= ১২$ মিটার \therefore প্রস্থ $= \frac{১২}{২} = ৬$ মিটার \therefore পরিসীমা $= ২(দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) = ২(১২+৬) = ৩৬$

[Wrong Idea: $১২ \times ২ = ২৪$, অর্থাৎ দ্বিগুণ দেখলেই ২ দিয়ে গুণ করতে হবে এটা মুখস্থ রাখা একটা ভুল ধারণা। এখানে প্রস্থ ছোট]

৩১. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থের ৩ গুণ। দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? [শিক্ষক নিবন্ধন, ত্রিভুজের টেক কলেজ পর্যায়-২০১৫] [বেবিচক (প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইসপেক্টর)-২০২১] + [সিজিএ-কম্পিউটার ম্যাস্টার/ক-২০২২]
ক. ১২৮ মি. খ. ১২৮ সে.মি. গ. ১৩৮ মি. ঘ. ৯৬ মি. **উত্তর: ঘ**

সমাধান: প্রস্থ $= ৪৮ \div ৩ = ১৬$ সূত্রানুযায়ী পরিসীমা $= ২(৪৮+১৬) = ১২৮$

নিজে করুন:

৩২. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? **উত্তর: গ**
ক. ৬৪ খ. ১২৮ গ. ১৬০ ঘ. ২২৮

৩৩. একটি আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ৪০০ বর্গমিটার এবং প্রস্থ ১৬ মিটার। বাগানের পরিসীমা কত মিটার? [১৬তম প্রত্যেক নিবন্ধন (কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]
ক. ১৬ খ. ২৫ গ. ৪১ ঘ. ৮২ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: দৈর্ঘ্য $= ৪০০ \div ১৬ = ২৫$ সূত্রানুযায়ী পরিসীমা $= ২(২৫+১৬) = ৮২$

৩৪. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। এর ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত মিটার? [খাদ্য অধিদপ্তরের খাদ্য পরিদর্শক সুপারভাইজার ২০১০] + [বেবিচক (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১] + [জীবন বীমা (উচ্চমান সহঃ)-২০২১] + [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসা সহঃ): ২০২১] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি)-২০২১] + [দুর্যোগ ও ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২২] + [CGA-(অডিটর)-২০২২] + [৮ম শ্রেণি (অনু-৩)]
ক. ৩০ খ. ৬০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: (প্রশ্নে যেভাবে বলা হয়েছে ঠিক সেভাবে সমীকরণ)	বিকল্প সহজ সমাধান
মনে করি, প্রস্থ $= x$ মিটার \therefore দৈর্ঘ্য $= ১.৫x = \frac{৩x}{২}$	ধরি, প্রস্থ $= ২x$ সূত্রানুযায়ী দৈর্ঘ্য $= ৩x$
প্রশ্নমতে, $x \times \frac{৩x}{২} = ২১৬ \Rightarrow ৩x^2 = ৪৩২ \Rightarrow x^2 = ১৪৪ \therefore x = ১২$	প্রশ্নমতে, $২x \times ৩x = ২১৬ \Rightarrow x^2 = ৩৬ \therefore x = ৬$ \therefore পরিসীমা $= ২(৩x+২x)$ $= ১০x = ১০ \times ৬ = ৬০$
সূত্রানুযায়ী প্রস্থ $= ১২$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $= ১২ \times \frac{৩}{২} = ১৮$ মিটার।	পরামর্শ: প্রশ্নে দেড়গুণ আসলে একটাকে $২x$ আরেকটাকে $৩x$ ধরে করুন।
তাহলে পরিসীমা $= ২(১২+১৮) = ২ \times ৩০ = ৬০$ ।	

৩৫. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। এর ক্ষেত্রফল ৩৮৪ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত? [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]
ক. ৬০ মি. খ. ৫০ মি. গ. ৭০ মি. ঘ. ৮০ মি. **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য $৩x$; এবং প্রস্থ $২x$ । প্রশ্নমতে, $৩x \times ২x = ৩৮৪ \Rightarrow x^2 = \frac{৩৮৪}{৬} \Rightarrow x^2 = ৬৪ \therefore x = ৮$
সূত্রানুযায়ী পরিসীমা $= ২(৩x+২x) = ২ \times ৫x = ১০x = ১০ \times ৮ = ৮০$ মিটার।

নিজে করুন:

৩৬. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। এর ক্ষেত্রফল ১৫০ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? **উত্তর: খ**
ক. ৬৪ খ. ৫০ গ. ৮০ ঘ. ৮৮

[Hints: $১৫০ = ১৫ \times ১০$ যেখানে, ১০ এর দেড়গুণ $= ১৫$ । সূত্রানুযায়ী পরিসীমা $= ২ \times (১৫+১০) = ৫০$]

৩৭. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? **উত্তর: খ**
ক. ১৫০ খ. ২০০ গ. ১৫০ ঘ. ২২৮

৩৮. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ, ক্ষেত্রফল ৫১২ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত? [২৫তম বিসিএস-মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহঃ)-২০২১] + [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পি: অপা:)-২০২১] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১] + [জাতীয় গণমাধ্যম ইনস্টিটিউট (অফিস সহঃ)-২০২১]
ক. ৯৬ মিটার খ. ১০০ মিটার গ. ২৫৬ মিটার ঘ. ৪৮ মিটার **উত্তর: ক**

সমাধান: ধরি, ঘরের প্রস্থ x মিটার \therefore দৈর্ঘ্য $২x$ মিটার
প্রশ্নমতে, $২x \times x = ৫১২ \Rightarrow x^2 = ২৫৬ \Rightarrow x = \sqrt{২৫৬} = ১৬$ \therefore প্রস্থ $= ১৬$ \therefore দৈর্ঘ্য $২x = ১৬ \times ২ = ৩২$
সূত্রানুযায়ী পরিসীমা $= ২(৩২+১৬) = ২ \times ৪৮ = ৯৬$ মিটার

৩৯. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত? [২৪তম বিসিএস-মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]
ক. ৭০ মিটার খ. ৭৫ মিটার গ. ৮০ মিটার ঘ. ৯০ মিটার **উত্তর: গ**

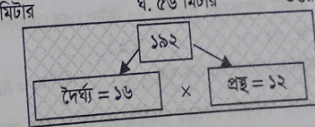
সমাধান: প্রস্থ ও দৈর্ঘ্য x এবং $৩x$ এর গুণফল $৩x^2 = ৩০০$, তাহলে $x^2 = ১০০$, সূত্রানুযায়ী $x = ১০$
এখন প্রস্থ ১০ এবং দৈর্ঘ্য ৩০ । তাহলে পরিসীমা হবে তাদের যোগফলের দ্বিগুণ অর্থাৎ $২(১০+৩০) = ২ \times ৪০ = ৮০$ ।

নিজে করুন:

৪০. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২০০ বর্গমিটার হলে, উহার পরিসীমা কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
ক. ৮০ মিটার খ. ৯০ মিটার গ. ৬০ মিটার ঘ. ৭০ মিটার **উত্তর: গ**

৪১. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ অপেক্ষা দৈর্ঘ্য ৪ মিটার বেশি। এর ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত? [IBBL-(ATO)-2017] + [আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯]
ক. ৫০ মিটার খ. ৫২ মিটার গ. ৫৪ মিটার ঘ. ৫৬ মিটার **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য $= x$ এবং প্রস্থ $= y$
প্রথম শর্তমতে, $x - y = ৪$ এবং ২য় শর্তমতে $xy = ১৯২$
এখন ১৯২ কে ভাগলে পাওয়া যায় $১৬ \times ১২ = ১৯২$
তাহলে $x = ১৬$ এবং $y = ১২$ এখন পরিসীমা $= ২(১৬+১২) = ২ \times ২৮ = ৫৬$ মিটার।



সমাধান: বর্গের ক্ষেত্রফল x হলে এক বাহুর দৈর্ঘ্য হবে \sqrt{x} সুতরাং কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে $\sqrt{2}\sqrt{x}$ ।
এভাবেও লেখা যায় $\sqrt{2x}$ । অর্থাৎ অতিভুজ = $\sqrt{2x}$

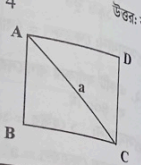
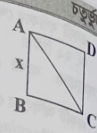
৫৮. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য a মিটার হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে? (NBR-2015)

- ক. $\frac{a^2}{2}$ খ. $2a^2$ গ. a^2 ঘ. $\frac{a^2}{4}$

সমাধান: একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2} \times$ এক বাহু

তাই, $\sqrt{2} \times$ এক বাহু = a { কর্ণের দৈর্ঘ্য = a দেয়া আছে }

\therefore এক বাহু = $\frac{a}{\sqrt{2}}$ \therefore ক্ষেত্রফল = (এক বাহু)^২ = $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$ Ans: $\frac{a^2}{2}$



শর্টকাট: কর্ণের ইংরেজি diagonal সংক্ষেপে d

এখন যে কোন সময় বর্গের কর্ণ থেকে ক্ষেত্রফল বের করার জন্য $\frac{1}{2} \times d^2$ এখানে উত্তর: $\frac{1}{2} \times a^2 = \frac{a^2}{2}$

৫৯. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{2}$ একক হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (৩৬তম বিসিএস)

- ক. 24 খ. 8 গ. 16 ঘ. 32

সমাধান: বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}a$ যার মান দেয়া আছে $4\sqrt{2}$ সুতরাং আমরা লিখতে পারি

বর্গক্ষেত্রের কর্ণ $\sqrt{2}a = 4\sqrt{2}$ বা $a = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ \therefore এক বাহু $a = 4$ সুতরাং ক্ষেত্রফল $a^2 = 4^2 = 16$ Ans:

শর্টকাট: $4\sqrt{2}$ সংখ্যাটি দেখেই বোঝা যাচ্ছে $\sqrt{2}$ এর সাথে যা থাকে তাই এক বাহু তাই এক বাহু 4 ও ক্ষেত্রফল = $4^2 = 16$

শর্টকাট: $\frac{1}{2} \times d^2 = \frac{1}{2} \times (8\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} \times 128 = 64$

নিজে করুন:

৬০. একটি বর্গের কৌণিক দৈর্ঘ্য $\sqrt{10}$ হলে এর ক্ষেত্রফল কত? (PKB-(EO)-2017)

- ক. ৫ খ. 8 গ. ৩০ ঘ. ১৫ উত্তর: ক

৬১. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি. হলে এক দিকের দৈর্ঘ্য কত? (BSC-Combined-(So)-2018 (Set-A))

- ক. ৭.০৭ সে.মি খ. ৮.০৭ সে.মি গ. ৯.০৭ সে.মি ঘ. ৬.০৭ সে.মি উত্তর: ক

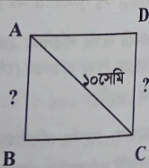
সমাধান:

আমরা জানি, বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2}a$, এখানে $\sqrt{2}a = 10$

$\therefore a = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{5 \times 2}{\sqrt{2}} = \frac{5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} = 5 \times 1.41 = 7.05$

($5 \times 1.4 = 7$ হয় তাই ৭ এর আশে পাশের সংখ্যাটি ই হবে উত্তর।)

শর্টকাট: ক্ষেত্রফল = বাহু^২ = $\frac{1}{2} \times 10^2 = 50$ \therefore বাহু = $\sqrt{50} = 7.07$



নিজে করুন:

৬২. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ৬ ফুট হলে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? (মাধ্যমিক প্রধান শিক্ষক: ২০০২)

- ক. ১২ বর্গ ফুট খ. ১৪ বর্গ ফুট গ. ১৬ বর্গ ফুট ঘ. ১৮ বর্গ ফুট উত্তর: ঘ

[Hints: $\sqrt{2}a = 6 \therefore a^2 = 18$ অথবা শর্টকাটে: $\frac{1}{2} \times d^2 = \frac{1}{2} \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 36 = 18$]

৬৩. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ সে. মি. হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হতে - (বাংলাদেশ সরকারী কর্ম কমিশন সহকারী পরিচালক ২০০৬/- [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১])

- ক. 100 বর্গ সে. মি. খ. 80 বর্গ সে. মি. গ. 50 বর্গ সে. মি. ঘ. 128 বর্গ সে. মি. উত্তর: গ

সমাধান:

বর্গের এক বাহু ৫ সে.মি. হলে তার কর্ণ = $5\sqrt{2}$

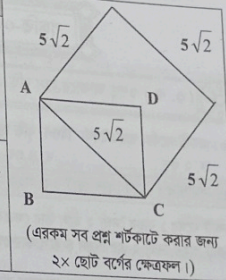
এই কর্ণটিই হল নতুন বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য।

তাই কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে $(5\sqrt{2})^2$

= $5^2 \times (\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$ বর্গ সে.মি.। উত্তর: 50 বর্গ সে.মি.

শর্টকাট: ১টি বর্গের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গ ঐ ছোট বর্গটির থেকে ২গুণ হয়। (পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গ অপর দু বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের সমষ্টির সমান অর্থাৎ ২টি ছোট মিলে ১টি বড়)

এখানে ছোট বর্গটির ক্ষেত্রফল = $5^2 = 25$
সুতরাং বড় বর্গটির ক্ষেত্রফল = $25 \times 2 = 50$



নিজে করুন:

৬৪. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৮ ফুট হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? (২৬তম বিসিএস) + মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারী)-২০২১]

- ক. ১২৮ বর্গ ফুট খ. ১৩০ বর্গ ফুট গ. ১৩২ বর্গ ফুট ঘ. ১৩৪ বর্গ ফুট উত্তর: ক

[Hints: ছব্বছ উপরেরটির মতই ৫ এর স্থলে ৮ বসিয়ে করুন। $(\sqrt{2} \times ৮)^2 = ৬৪ \times ২ = ১২৮$]

৬৫. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা এর কর্ণের দৈর্ঘ্যের কত গুণ? (১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (ফুল পর্যায়-১)-২০১৯) [বেবিকম (গ্রিকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]

- ক. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ খ. $\sqrt{2}$ গ. $2\sqrt{2}$ ঘ. 2 উত্তর: গ

সমাধান: বর্গের পরিসীমা = $4a$ এবং কর্ণ = $\sqrt{2}a$ সুতরাং $\frac{4a}{\sqrt{2}a} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ (কত গুণ তাই ভাগ করে উত্তর)

৬৬. একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহু অপর একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হলে, বর্গক্ষেত্র দুটির কর্ণের অনুপাত কত? (পদী বিদ্যুত (সহ-ইঞ্জিনিয়ার)-২০১৬) + [প্রোড্রো/বাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯] + [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

- ক. ৮ : ৫ খ. ৪ : ১ গ. ৫ : ২ ঘ. ৬ : ২ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ছোট বর্গটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = x , সুতরাং ছোট বর্গটির পরিসীমা = $4x$ তাহলে বড় বর্গটির এক বাহু = $8x$

এখন বড় বর্গটির কর্ণ = ছোট বর্গটির কর্ণ = $\sqrt{2} \times 8x : \sqrt{2} \times x = 8x : x = 8 : 1$

৬৭. একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফল ৯৮ বর্গমিটার। জমির পাশে একটি আয়তাকার জমি আছে যার দৈর্ঘ্য বর্গাকার জমির কর্ণের ১৫০%। আবার আয়তাকার জমির প্রস্থ এর দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ। আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফলের শতকরা কত অংশ? (CGDF-(Auditor)-2019)

- ক. ২৫% খ. ৫০% গ. ১৫০% ঘ. ২০০% উত্তর: গ

৭৭. যদি কোন বর্গফলের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ ১০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [পপী সফর ব্যাংক (কাশ)-২০১৮]

- ক. ১০% (খ) ২০% (গ) ১১% (ঘ) ২১%

সমাধান: প্রথমে দৈর্ঘ্য ১০০ ধরে, ১০% বাড়লে ১০০ থেকে ১১০ হয় এরপর আবার ১০% বাড়লে ১১০ এর ১০% = ১১ বাড়বে। মোটের উপর বৃদ্ধি পেল = ১০+১১ = ২১% [১০০-১১০-১২১ এভাবে শেষে ১২১-১০০ = ২১ এর থেকে ১০+১১ = ২১ সহজ।

৭৮. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি হলে ক্ষেত্রফল কত বাড়বে? [বেবিচক (এরোডেন/ইঙ্গপেন্টার/সহকারী ডায়ের কর্মকর্তা)-২০২১]

- ক. ২৪% (খ) ২৫% (গ) ২১% (ঘ) ২৬%

সমাধান: (৮০ সংখ্যাটি দিয়ে সময় নষ্ট করার বুদ্ধি করা হয়েছে, অথচ এই প্রশ্নে ৮০ না ধরে করলেও একই উত্তর হবে) উত্তর: গ

দেওয়া আছে, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। ∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = (এক বাহু)^২ = (৮০)^২ = ৬৪০০ বর্গ মিটার।

১০% বাড়লে নতুন দৈর্ঘ্য = $৮০ \times \frac{১১০}{১০০} = ৮৮$ মিটার ∴ নতুন ক্ষেত্রফল = (৮৮)^২ = ৭৭৪৪ বর্গ মিটার

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = ৭৭৪৪ - ৬৪০০ = ১৩৪৪ ∴ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি = $\frac{১৩৪৪}{৬৪০০} \times ১০০ = ২১\%$

সুতরাং মুখে: আগের অংকটির মত, বাহুর দৈর্ঘ্য যত ই দেয়া থাক ১০% বৃদ্ধি = (১১)^২ = ১২১ - ১০০ = ২১% বৃদ্ধি

৭৯. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কে ২০% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [বাংলাদেশ গম ও ভূমি গবেষণা ইন্সটিটিউট (বৈজ্ঞানিক কর্মকর্তা)-২০২২]

- ক. ৪৪% (খ) ২২% (গ) ৪০% (ঘ) ১৪৪%

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে: $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২০\% + ২০\% + \frac{২০\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪০\% + ৪\% = ৪৪\%$ বাড়বে। উত্তর: ক

সুখে মুখে: ১০০+২০ = ১২০, এরপর ১২০ এর ২০% = ২৪ ∴ ১২০+২৪ = ১৪৪ যা শুরু ১০০ থেকে ১৪৪-১০০ = ৪৪% বেশি।

৮০. যদি একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

- ক. ৪০% (খ) ৬০% (গ) ৬৯% (ঘ) ১৬৯%

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে: $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ৩০\% + ৩০\% + \frac{৩০\% \times ৩০\%}{১০০\%} = ৬০\% + ৯\% = ৬৯\%$ বাড়বে। উত্তর: গ

সুখে মুখে: ১০০+৩০ = ১৩০, এরপর ১৩০ এর ৩০% = ৩৯ ∴ মোট বৃদ্ধি ৩০+৩৯ = ৬৯% [১৬৯ আনার প্রয়োজন ই নাই]

৮১. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৫% বাড়ানো হলে ও প্রস্থ ২০% বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল কি পরিবর্তন হবে? [এন এস আই (ক্লিনিক ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]

- ক. ২৫% বাড়বে (খ) ৫০% বাড়বে (গ) ১৫০% বাড়বে (ঘ) ২০০% বাড়বে ও. কোনটিই নয়

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে: $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২৫\% + ২০\% + \frac{২৫\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪৫\% + ৫\% = ৫০\%$ বাড়বে। উত্তর: খ

সুখে মুখে: ১০০+২৫ = ১২৫, এরপর ১২৫ এর ২০% = ২৫ ∴ মোট বৃদ্ধি = ২৫+২৫ = ৫০% [১৫০-১০০ করা লাগবে না]

৮২. একটি বর্গের ক্ষেত্রফল একটি আয়তের ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ মিটার এবং ২৫ মিটার। আয়তের দৈর্ঘ্য ১০% হ্রাস পেলে এবং প্রস্থ ১০% বৃদ্ধি করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? [খাদ্য মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২০]

- ক. ৪% বাড়বে (খ) ৪% কমবে (গ) ১% কমবে (ঘ) ১% বাড়বে

উত্তর: গ

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে: $-A + B + \frac{AB}{১০০\%} = -১০\% + ১০\% + \frac{(-১০\%) \times (১০\%)}{১০০\%} = -১\% = ১\%$ কমবে। উত্তর: ক

৮৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [৪১তম বিসিএস (ক্লিনিক) ক. ৫% (খ) ১০% (গ) ২০% (ঘ) ২৫%

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ১০০ এবং প্রস্থ = ১০০

তাহলে ক্ষেত্রফল = $১০০ \times ১০০ = ১০০০০$
আবার দৈর্ঘ্য ৫% বাড়ায় নতুন দৈর্ঘ্য = ১০৫ কিন্তু প্রস্থ আগের ১০০ ই।
∴ নতুন ক্ষেত্রফল = $১০৫ \times ১০০ = ১০৫০০$

∴ ক্ষেত্রফল বাড়লো = $১০৫০০ - ১০০০০ = ৫০০$
সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির হার = $\frac{৫০০ \times ১০০}{১০০০০} = ৫\%$ (উ:)

সুখে মুখে করার টেকনিক:
আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৫% বাড়লে ক্ষেত্রফলও ৫% ই বাড়বে। কারণ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুটোর ই পরিবর্তন আসলে মোটের উপর ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ভিন্ন হয়। কিন্তু যে কোন একটির পরিবর্তন যা হয় ক্ষেত্রফলও ততটুকুই পরিবর্তিত হয়। (সর্বশেষ এই শাইনটাই টার্নিং পয়েন্ট।)

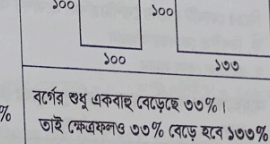
৮৪. একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩৩% বাড়ানো হলে, নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল মূল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের শতকরা কত অংশ হবে? [বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]

- ক. ৬৬% (খ) ৩৩% (গ) ১৩৩% (ঘ) ৬০%

সমাধান: বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = ১০০ একক

এখন, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $১০০ \times ১০০ = ১০০০০$ বর্গ একক
৩৩% বৃদ্ধিতে আয়তের দৈর্ঘ্য = $১০০ + ৩৩ = ১৩৩$ এবং প্রস্থ = ১০০ ই।
আয়তের ক্ষেত্রফল = $১০০ \times ১৩৩ = ১৩৩০০$

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গের ক্ষেত্রফলের শতকরা = $\frac{১৩৩০০}{১০০০০} \times ১০০ = ১৩৩\%$



৮৫. একটি আয়তাকার বিলাবোর্ডের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গ ইঞ্চি এবং এর পরিসীমা ৫৬ ইঞ্চি। প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা শতকরা কত কম? [বাংলাদেশ বেসরকারি বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]

- ক. ২০ (খ) ২৫ (গ) ৩০ (ঘ) ৩৬

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ইঞ্চি এবং প্রস্থ y ইঞ্চি
১ম শর্তমতে $xy = ১৯২$(i) ২য় শর্তমতে $২(x+y) = ৫৬$ ∴ $x+y = ২৮$(ii)

এখন, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - ৪xy = (২৮)^2 - ৪ \times ১৯২ = ৭৮৪ - ৭৬৮ = ১৬$ ∴ $(x-y) = \sqrt{১৬} \Rightarrow x-y = ৪$(iii)

(ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই,
 $২x = ৩২$ ∴ $x = ১৬$ x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $১৬+y = ২৮$ ∴ $y = ২৮-১৬ = ১২$

এখন আয়তাকার বিলাবোর্ডটির দৈর্ঘ্য ১৬ ইঞ্চি এবং প্রস্থ ১২ ইঞ্চি। দৈর্ঘ্য অপেক্ষা প্রস্থ কম = $১৬-১২ = ৪$ ইঞ্চি

সুতরাং শতকরা কম = $(\frac{৪}{১৬} \times ১০০)\% = ২৫\%$

৭৭. যদি কোন বর্গফলের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ ১০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [পশ্চিম সফর ব্যাংক (ক্যাশ)-২০১৮]

ক. ১০% (খ) ২০% (গ) ১১% (ঘ) ২১%

সমাধান: প্রথমে দৈর্ঘ্য ১০০ ধরে, ১০% বাড়লে ১১০ থেকে ১১০ হয় এরপর আবার ১০% বাড়লে ১১০ এর ১০% = ১১ বাড়বে। মোটের উপর বৃদ্ধি পেল = ১০+১১ = ২১% [১০০-১১০-১২১ এভাবে শেষে ১২১-১০০ = ২১ এর থেকে ১০+১১ = ২১ সহজ।

৭৮. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি হলে ক্ষেত্রফল কত বাড়বে? [বেবিচক(এরোড্রেন/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভাণ্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]

ক. ২৪% (খ) ২৫% (গ) ২১% (ঘ) ২৬%

সমাধান: (৮০ সংখ্যাটি দিয়ে সময় নষ্ট করার বৃদ্ধি করা হয়েছে, অথচ এই প্রশ্নে ৮০ না ধরে করলেও একই উত্তর হবে) উত্তর: গ

দেওয়া আছে, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। ∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = (এক বাহু)^২ = (৮০)^২ = ৬৪০০ বর্গ মিটার।

১০% বাড়লে নতুন দৈর্ঘ্য = ৮০ × $\frac{১১০}{১০০}$ = ৮৮ মিটার ∴ নতুন ক্ষেত্রফল = (৮৮)^২ = ৭৭৪৪ বর্গ মিটার

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = ৭৭৪৪-৬৪০০ = ১৩৪৪ ∴ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি = $\frac{১৩৪৪}{৬৪০০} \times ১০০ = ২১\%$

সুতরাং মুখে মুখে: আগের অংকটির মত, বাহুর দৈর্ঘ্য যত ই দেয়া থাক ১০% বৃদ্ধি = (১১)^২ = ১২১-১০০ = ২১% বৃদ্ধি

৭৯. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কে ২০% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [বাংলাদেশ গম ও জুট গবেষণা ইন্সটিটিউট(বৈজ্ঞানিক কর্মকর্তা)-২০২২]

ক. ৪৪% (খ) ২২% (গ) ৪০% (ঘ) ১৪৪%

সমাধান: শটকট সূত্র দিয়ে: $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২০\% + ২০\% + \frac{২০\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪০\% + ৪\% = ৪৪\%$ বাড়বে। উত্তর: ক

সুখে মুখে: ১০০+২০ = ১২০, এরপর ১২০ এর ২০% = ২৪ ∴ ১২০+২৪ = ১৪৪ যা শুরু ১০০ থেকে ১৪৪-১০০ = ৪৪% বেশি।

৮০. যদি একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

ক. ৪০% (খ) ৬০% (গ) ৬৯% (ঘ) ১৬৯%

সমাধান: শটকট সূত্র দিয়ে: $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ৩০\% + ৩০\% + \frac{৩০\% \times ৩০\%}{১০০\%} = ৬০\% + ৯\% = ৬৯\%$ বাড়বে। উত্তর: গ

সুখে মুখে: ১০০+৩০ = ১৩০, এরপর ১৩০ এর ৩০% = ৩৯ ∴ মোট বৃদ্ধি ৩০+৩৯ = ৬৯% [১৬৯ আনার প্রয়োজন ই নাই]

৮১. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৫% বাড়ানো হলে ও প্রস্থ ২০% বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল কি পরিবর্তন হবে? [এন এস আই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]

ক. ২৫% বাড়বে (খ) ৫০% বাড়বে (গ) ১৫০% বাড়বে (ঘ) ২০০% বাড়বে ও কোনটিই নয়

সমাধান: শটকট সূত্র দিয়ে: $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২৫\% + ২০\% + \frac{২৫\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪৫\% + ৫\% = ৫০\%$ বাড়বে। উত্তর: খ

সুখে মুখে: ১০০+২৫ = ১২৫, এরপর ১২৫ এর ২০% = ২৫ ∴ মোট বৃদ্ধি = ২৫+২৫ = ৫০% [১৫০-১০০ করা লাগবে না]

৮২. একটি বর্গের ক্ষেত্রফল একটি আয়তের ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ মিটার এবং ২৫ মিটার। আয়তের দৈর্ঘ্য ১০% হ্রাস পেলে এবং প্রস্থ ১০% বৃদ্ধি করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? [খাদ্য মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২০]

ক. ৪% বাড়বে (খ) ৪% কমবে (গ) ১% কমবে (ঘ) ১% বাড়বে

সমাধান: শটকট সূত্র দিয়ে: $-A + B + \frac{AB}{১০০\%} = -১০\% + ১০\% + \frac{(-১০\%) \times (১০\%)}{১০০\%} = -১\%$ = ১% কমবে। উত্তর: ক

৮৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [৪১তম বিসিএস প্রিলি: ক. ৫% (খ) ১০% (গ) ২০% (ঘ) ২৫%

লিখিত সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ১০০ এবং প্রস্থ = ১০০

তাহলে ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০০০০

আবার দৈর্ঘ্য ৫% বাড়ায় নতুন দৈর্ঘ্য = ১০৫ কিন্তু প্রস্থ আগের ১০০ ই। ∴ নতুন ক্ষেত্রফল = ১০৫×১০০ = ১০৫০০

∴ ক্ষেত্রফল বাড়লো = ১০৫০০-১০০০০ = ৫০০

সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির হার = $\frac{৫০০ \times ১০০}{১০০০০} = ৫\%$ (উ:)

৮৪. একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩৩% বাড়ানো হলে, নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল মূল বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের শতকরা কত অংশ হবে? [বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]

ক. ৬৬% (খ) ৩৩% (গ) ১৩৩% (ঘ) ৬০%

বিস্তারিত সমাধান: ধরি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = ১০০ একক

এখন, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০০০০ বর্গ একক

৩৩% বৃদ্ধিতে আয়তের দৈর্ঘ্য = ১০০ + ৩৩ = ১৩৩ এবং প্রস্থ = ১০০ ই। আয়তের ক্ষেত্রফল = ১০০×১৩৩ = ১৩৩০০

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গের ক্ষেত্রফলের শতকরা = $\frac{১৩৩০০}{১০০০০} \times ১০০ = ১৩৩\%$

৮৫. একটি আয়তাকার বিলবোর্ডের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গ ইঞ্চি এবং এর পরিসীমা ৫৬ ইঞ্চি। প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা শতকরা কত কম? [বাংলাদেশ বেসরকারি বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]

ক. ২০ (খ) ২৫ (গ) ৩০ (ঘ) ৩৬

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ইঞ্চি এবং প্রস্থ y ইঞ্চি

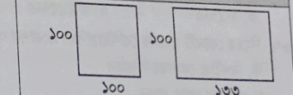
১ম শর্তমতে $xy = ১৯২$(i) ২য় শর্তমতে $২(x+y) = ৫৬$ ∴ $x+y = ২৮$(ii)

এখন, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - ৪xy = (২৮)^2 - ৪ \times ১৯২ = ৭৮৪ - ৭৬৮ = ১৬$ ∴ $(x-y) = \sqrt{১৬} \Rightarrow x-y = ৪$(iii)

(ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই, $২x = ৩২$ ∴ $x = ১৬$ x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $১৬+y = ২৮$ ∴ $y = ২৮-১৬ = ১২$

এখন আয়তাকার বিলবোর্ডটির দৈর্ঘ্য ১৬ ইঞ্চি এবং প্রস্থ ১২ ইঞ্চি। দৈর্ঘ্য অপেক্ষা প্রস্থ কম = $১৬-১২ = ৪$ ইঞ্চি

সুতরাং শতকরা কম = $(\frac{৪}{১৬} \times ১০০)\% = ২৫\%$



পদ্ধতি-০৪: রম্বস সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

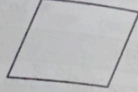
রম্বস (Rhombus):

যে চতুর্ভুজের চারটি বাহুই পরস্পর সমান ও সমান্তরাল কিন্তু কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে রম্বস বলে।

রম্বস সম্পর্কিত সূত্রাবলী:

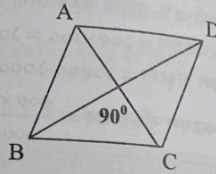
রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times (\text{কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল})$ বর্গ একক

রম্বসের পরিসীমা = $4 \times$ একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (একক)



রম্বসের বৈশিষ্ট্য সমূহ:

- সমান্তরালকোর দুটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তাকে রম্বস বলে।
- রম্বসের সকল বাহু সমান হয়।
- রম্বসের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- রম্বসের একটি কোণও সমকোণ নয়।
- রম্বসের কর্ণদ্বয় অসমান।
- রম্বসের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ।
- রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৮৬. যে চতুর্ভুজের সবগুলো বাহু সমান কিন্তু কোন কোণই সমকোণ নয় তাকে কী বলে? (১২তম বিসিএস) + [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান বুরো (চেনইনম্যান)-২০২১]

- ক. বর্গক্ষেত্র খ. আয়তক্ষেত্র গ. সামান্তরিক ঘ. রম্বস উত্তর: ঘ

৮৭. নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ড ইন্ডি অপারেটর)-২০২১]

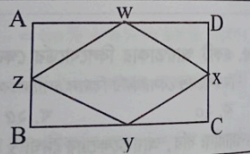
- ক. বিপরীত কোণদ্বয় অসমান খ. প্রত্যেক বাহু সমান
গ. প্রত্যেক কোণ সমান ঘ. কর্ণদ্বয় সমান উত্তর: ঘ

৮৮. আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুরসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি- [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]

- ক. রম্বস খ. বর্গক্ষেত্র গ. সামান্তরিক ঘ. আয়তক্ষেত্র উত্তর: ক

সমাধান:

পাশের চিত্রটি দেখুন। আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলো সমান সমান হওয়ায় তাদের মধ্যবিন্দুগুলো যোগ করলে সবগুলো বাহু সমান হয়। সুতরাং চিত্রানুযায়ী wxyz একটি রম্বস।



৯. ABCD রম্বস এর $\angle A = 60^\circ$ হলে $\angle D =$ কত? [থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার: ৯৫] [দুটি মিলে 180° তাই অন্যটি 120°]

- ক. 60° খ. 90° গ. 120° ঘ. 180° উত্তর: গ

১০. ABCD রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। ΔAOB হবে- [বাংলাদেশ রেলওয়ের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল) ২০১৬]

- ক. সমকোণী খ. বিষমবাহু গ. সূক্ষকোণী ত্রিভুজ ঘ. স্ক্রলকোণী ত্রিভুজ উত্তর: ক

১১. রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর d_1 ও d_2 , একক হলে, রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০১৮]

- ক. $d_1 d_2$ খ. $\frac{1}{2} d_1 d_2$ গ. $2d_1 d_2$ ঘ. $4d_1 d_2$ উত্তর: খ

সমাধান: রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটিই সরাসরি = $\frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} d_1 d_2$

৯২. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৯ সে.মি. ও ১২ সে.মি. হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল কত? [বাংলাদেশ গণ ও ভূমি গবেষণা ইনস্টিটিউট-(উপ-প্রকৌশলী)-২০২২]

- ক. ২৭ খ. ৩৬ গ. ৫৪ ঘ. ১০৮ উত্তর: গ

৯৩. সমাধান: দেয়া আছে, কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৯ সে.মি. ও ১২ সে.মি. \therefore রম্বসটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$ বর্গসে.মি.

৯৪. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় ৪০ সে.মি ও ৬০ সে.মি। রম্বসের ক্ষেত্রফল কত? [৮ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]

- ক. ২৪০০ খ. ১২০০ গ. ১৪৪ ঘ. ৩৬০০ উত্তর: খ

৯৫. সমাধান: রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ দুই কর্ণের গুণফল = $\frac{1}{2} \times ৪০ \times ৬০$ বর্গ সে.মি. = ১২০০ বর্গ সে.মি.

৯৬. নিজে করুন
৯৭. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৪ সে.মি. ও ৬ সে.মি. হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল কত? (৩১তম বিসিএস)

- ক. ৪ খ. ৮ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: গ

৯৮. একটি রম্বস ক্ষেত্রে কর্ণ যথাক্রমে ৫ সে.মি. ও ৪.৫ সে. মি.। এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.? (ডাক অধিদপ্তরের উপজেলা স্টাফ মাস্টার -২০১৬)

- ক. ২.২৫ খ. ২২.৫০ গ. ১২.৫০ ঘ. ১১.২৫ উত্তর: ঘ

৯৯. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৮ মি. ও ১২ মি. হলে ক্ষেত্রফল কত? [নির্বাচন অফিসার ও সহকারী সচিব(নির্বাচন কমিশন সচিবালয়)-২০০৮]

- ক. ১০৮ বর্গ মি. খ. ৯০ বর্গ মি. গ. ১১২ বর্গ মি. ঘ. ১৪৪ বর্গ মি. উত্তর: ক

১০০. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৬ সে.মি. ও ১২ সে.মি.। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত? [সাইফার অফিসার(পররাষ্ট্র মন্ত্র.) - ২০১৫]

- ক. ৯২ বর্গ সে.মি. খ. ৯৬ বর্গ সে.মি. গ. ৮৮ বর্গ সে.মি. ঘ. ৭৪ বর্গ সে.মি. উত্তর: খ

১০১. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি. ও ৯ সে.মি.। এই রম্বসের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত? (৩৩তম বিসিএস)

- ক. ১০ খ. ১১ গ. ১২ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

১০২. সমাধান: রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times ৮ \times ৯ = ৩৬$ যা বর্গের ও ক্ষেত্রফল। বর্গের এক বাহু = ৬ \therefore বর্গের পরিসীমা = $4 \times ৬ = ২৪$

১০৩. PQRS রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ ইঞ্চি। PR এবং QS কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করলে $PO^2 + QO^2 =$ কত? [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]

- ক. ৮ খ. ৯ গ. ১০ ঘ. ১৬ উত্তর: খ

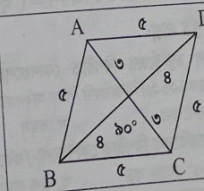
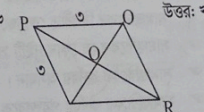
১০৪. সমাধান: এখানে PQRS-চিত্রে PR এবং QS কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে ফলে POQ একটি সমকোণী ত্রিভুজ অংকিত হয়েছে। যার অভিজু PQ = 3 $\therefore PO^2 + QO^2 = PQ^2 = 3^2 = 9$

১০৫. একটি রম্বসের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি.। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.। [১৪তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা]

- ক. ২৪ খ. ৬০ গ. ১২ ঘ. ৪৮ উত্তর: ক

১০৬. সমাধান: রম্বসের প্রতিটি বাহু ৫ হলে রম্বস দিয়ে পাশের চিত্রটির মত ৪টি ছোট ছোট সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হবে যার লম্ব ও ভূমি যথাক্রমে ৩ ও ৪। (পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী বাহুগুলোর অনুপাত = ৩ : ৪ : ৫ হিসেবে।)

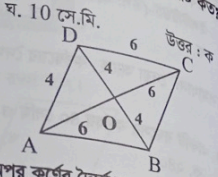
তাহলে রম্বসটির ছোট কর্ণটি = ৩+৩ = ৬ এবং বড় কর্ণটি = ৪+৪ = ৮ \therefore রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times ৮ \times ৬ = ২৪$



১০১. ABCD রম্বসের কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। AO = 6 সে.মি. BO = 4 সে.মি. AC ও BD এর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত?
[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০১১]
ক. ২০ সে.মি. খ. ১৫ সে.মি. গ. ১৬ সে.মি. ঘ. ১০ সে.মি.

সমাধান:

চিত্রে ABCD রম্বসের অর্ধ কর্ণ AO = 6 সে.মি. হলে পুরো কর্ণ AC = 6+6 = 12 আবার BO এর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে BD পুরো কর্ণটির দৈর্ঘ্য হবে 4+4 = 8 সে.মি.
∴ রম্বসটির কর্ণদ্বয়ের সমষ্টি হবে (12+8) = 20 সে.মি.।



১০২. কোনো রম্বসের একটি বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 cm ও 24cm; রম্বসটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? [গণপূর্ত অধি:
(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ-২০১৮] + [বেবিচক (এরোড্রেন/হিসপেক্টর/সহকারী ভাণ্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]
ক. 10 cm খ. 16 cm গ. 12 cm ঘ. 4 cm

সমাধান: এখানে, একবাহু AD = 13 সে.মি.

$$AO = \frac{1}{2} \times AC = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ সে.মি.}$$

[∴ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ$$

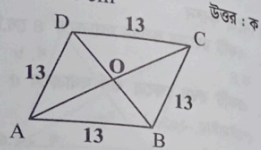
$$\therefore AD^2 = AO^2 + OD^2$$

$$\Rightarrow OD = \sqrt{AD^2 - AO^2}$$

$$\Rightarrow OD = \sqrt{13^2 - 12^2}$$

$$\Rightarrow OD = \sqrt{169 - 144} \therefore OD = 5 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অপর কর্ণ } BD = 2 \times OD = 2 \times 5 \text{ সে.মি.} = 10 \text{ সে.মি.}$$



শর্টকাট: পিথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী, লম্ব:ভূমি:অতিভুজ = ৫:১২:১৩ হিসেবে অতিভুজ = ১৩ হলে লম্ব ও ভূমির একটি ৫ ও অন্যটি ১২ হবে। এখানে বড় কর্ণটি ২৪ এর অর্ধেক = ১২ হলে ছোট কর্ণটির অর্ধেক = ৫ হবে। ∴ ছোট কর্ণটি = ৫ × ২ = ১০

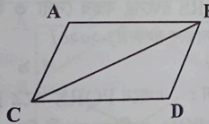
পদ্ধতি-০৫: সামান্তরিক সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

সামান্তরিক (Parallelogram):

যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল কিন্তু কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে সামান্তরিক বলে।

সামান্তরিকের বৈশিষ্ট্য:

- সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।
- সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- সামান্তরিকের যে কোন দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পরের সম্পূরক।
- সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় অসমান।
- সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- সামান্তরিকের প্রত্যেক কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।



সামান্তরিকের সূত্র:

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = (ভূমি × উচ্চতা) বর্গ একক সামান্তরিকের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন:

যে চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলো সমান কিন্তু বাহুগুলো অসমান তাকে বলে.....? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস হায়ক):২০২১] + [করিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]

১. বর্গক্ষেত্র খ. রম্বস গ. আয়তক্ষেত্র ঘ. সামান্তরিক

সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো-[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট):২০২০]

১০° থেকে বড় খ. এক সমকোণ গ. পরস্পর সমান ঘ. সমান নয়

১০৫. সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত কোণের একটি ১১০° হলে অপরটি কত?
ক. ৭০° খ. ৩০° গ. ৫৫°

সমাধান:

যেহেতু সামান্তরিক একটি চতুর্ভুজ সুতরাং এর চার কোণের সমষ্টি ৩৬০°, এক সামান্তরিকের পাশাপাশি যে কোন দুটি কোণের সমষ্টি ১৮০° তাই একটি কোণ ১১০° হলে অপর কোণটি হবে (১৮০-১১০)° = ৭০°

১০৬. একটি সামান্তরিকের বিপরীত দুটি কোণের সমষ্টি ৬০° হলে অপর একটি কোণের মান কত? [বিবিসি (পরিস্থান সহকারী)-২০২০]
ক. ১২০° খ. ১৬৫° গ. ১৫০° ঘ. ১৪০°

সমাধান: সামান্তরিকের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০°, দুটি কোণের সমষ্টি ৬০° হলে বাকি দুটি কোণের মান = (৩৬০-৬০) = ৩০০° এখন যেহেতু বিপরীত কোণদ্বয় সমান, তাই অপর একটি কোণের মান হবে = (৩০০÷২) = ১৫০°

১০৭. ABCD সামান্তরিকের $\angle BCD = 130^\circ$ হলে $\angle ABC$ এর মান কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা অধি: হিসাব সহ-২০১৩]
ক. ৯০° খ. ৭০° গ. ৫০° ঘ. ৬০°

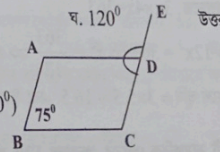
সমাধান: ABCD সামান্তরিকে, $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ ∴ $\angle ABC = 180^\circ - \angle BCD = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

১০৮. ABCD সামান্তরিকের $\angle A = 115^\circ$ হলে, $\angle C$ ও $\angle D = ?$
ক. $115^\circ, 65^\circ$ খ. $115^\circ, 60^\circ$ গ. $115^\circ, 50^\circ$ ঘ. $110^\circ, 65^\circ$

সমাধান: সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান। ∴ $\angle A = \angle C = 115^\circ$ আবার, সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পরের সম্পূরক।
∴ $\angle C + \angle D = 180^\circ \Rightarrow \angle D = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ ∴ $\angle C = 115^\circ$ এবং $\angle D = 65^\circ$

১০৯. ABCD সামান্তরিকের CD বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। $\angle B = 75^\circ$ হলে $\angle ADE = ?$
ক. 105° খ. 115° গ. 110° ঘ. 120°

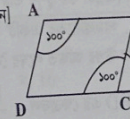
সমাধান: $\angle B = \angle D = 75^\circ$
 $\angle ADE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ ($\angle ADC + \angle ADE = \text{সরলকোণ} = 180^\circ$)



১১০. ABCD সামান্তরিকের DC বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। $\angle BAD = 100^\circ$ হলে, $\angle BCE = ?$ কত? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-২)-২০১৯]
ক. 100° খ. 80° গ. 80° ঘ. 65°

সমাধান: ABCD সামান্তরিকের $\angle BAD = \angle BCD$ [∴ সামান্তরিকের বিপরীত কোণদ্বয় সমান] এখন, $\angle BCD + \angle BCE = 180^\circ$ । [∴ একই সরলরেখার উপর অবস্থিত]

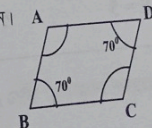
সুতরাং, $\angle BCE = 180^\circ - 100^\circ$ [∴ প্রশ্নে দেয়া আছে $\angle BAD = \angle BCD = 100^\circ$]
∴ $\angle BCE = 80^\circ$ ।



১১১. ABCD সামান্তরিকের $\angle B = 70^\circ$ হলে, $\angle A + \angle C = ?$ [NSI (ওয়াচার কন্স্টেবল)-২০১৯]
ক. 200° খ. 220° গ. 240° ঘ. 260°

সমাধান: আমরা জানি, সামান্তরিকের চার কোণের সমষ্টি 360° এবং বিপরীত কোণদ্বয় সমান। সুতরাং, $\angle B = 70^\circ$ হলে $\angle D = 70^\circ$

∴ $\angle A + \angle C = 360^\circ - (\angle B + \angle D)$
 $= 360^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$



১১২. একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৭ সেন্টিমিটার এবং ৫ সেন্টিমিটার হলে এর পরিসীমা কত? [বিক্রম (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]
 ক. ২৪ সেন্টিমিটার খ. সেন্টিমিটার গ. সেন্টিমিটার ঘ. সেন্টিমিটার

সমাধান: সামান্তরিকের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ২(৭+৫) = ২৪ সেন্টিমিটার।

১১৩. সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র- [বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার)-২০২১]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
 ক. $\frac{1}{2}$ (ভূমি × উচ্চতা) খ. দৈর্ঘ্য × প্রস্থ গ. $\frac{3}{2}$ (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) ঘ. ভূমি × উচ্চতা

১১৪. একটি সামান্তরিকের ভূমি ৪ ফুট এবং উচ্চতা ৩ ফুট হলে উহার ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট? [বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]
 ক. ১৪ খ. ১২ গ. ১৮ ঘ. ৭

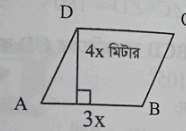
সমাধান: সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা = ৪ × ৩ = ১২ বর্গফুট।

১১৫. একটি সামান্তরিকের ভূমি উচ্চতার দেড়গুণ। ক্ষেত্রফল ৯৬ বর্গ সে.মি. হলে ভূমি কত?
 ক. ১২ খ. ১৫ গ. ১৮ ঘ. ২১

সমাধান: ধরি, উচ্চতা ২x সুতরাং ভূমি = ৩x
 প্রশ্নমতে, ২x × ৩x = ৯৬ ⇒ 6x² = ৯৬ ⇒ x² = 16 ∴ x = 4 সুতরাং ভূমি = ৩x = ৩×৪ = 12

১১৬. একটি সামান্তরিকের ভূমি উচ্চতার $\frac{3}{4}$ অংশ এবং ক্ষেত্রফল ৩৬৩ বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির ভূমি ও উচ্চতা নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.২)]

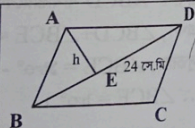
সমাধান: মনেকরি, সামান্তরিকের ভূমি 3x মিটার ∴ সামান্তরিকের উচ্চতা = 4x মিটার
 প্রশ্নমতে, 3x × 4x = 363
 ⇒ 12x² = 363 ⇒ x² = $\frac{363}{12}$ ⇒ x² = 30.25 ∴ x = $\sqrt{30.25} = 5.5$
 তাহলে ভূমি = 3 × 5.5 = 16.5 এবং উচ্চতা = 4 × 5.5 = 22



১১৭. একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১২০ বর্গ সে.মি. এবং একটি কর্ণ ২৪ সে.মি.। কর্ণটির বিপরীত কোণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.২)- উদা:১১]
 ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৪

সমাধান: (প্রশ্নটি গুরুত্বপূর্ণ তাই মনযোগ দিয়ে একাধিকবার বোঝার চেষ্টা করুন)

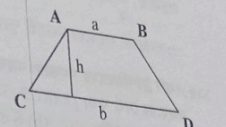
ধরি, সামান্তরিকের একটি কর্ণ d = ২৪ সে.মি. এবং এর বিপরীত কোণিক বিন্দু থেকে কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য = h সে.মি.।
 ΔABD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল
 ⇒ $\frac{1}{2} \times BD \times AE = \frac{1}{2} \times 120$ ⇒ $\frac{1}{2} \times AE \times 24 = \frac{1}{2} \times 120$ ⇒ AE × 12 = 60
 ⇒ AE = 5 সুতরাং লম্বের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার।



যুক্তি: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১২০ এর অর্ধেক = ৬০, ভূমি = ২৪ হলে লম্ব কত? ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হতে।

পদ্ধতি-০৬ : ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

ট্রাপিজিয়াম (Trapezium):
 যে চতুর্ভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান্তরাল কিন্তু অসমান এবং অন্য বাহুদ্বয় অসমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।



- ট্রাপিজিয়ামের বৈশিষ্ট্য:
- যে চতুর্ভুজের কেবলমাত্র দুইটি বাহু সমান্তরাল, তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।
 - ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের একটিকে ভূমি এবং অসমান্তরাল বাহুদ্বয়কে তির্যক বাহু বলা হয়।
 - ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় সমান হলে একে সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম বলা হয়।
 - ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় কখনও সমান হতে পারে না।
 - ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় সমান হলে তা একটি আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্রে পরিণত হবে।

ট্রাপিজিয়ামের সূত্র: ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ উচ্চতা \times সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি = $\frac{1}{2} \times (a + b) \times h$

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:
 ১১৮. যে চতুর্ভুজের দুইটি বাহু সমান্তরাল ও অপর দুইটি বাহু অসমান্তরাল তাকে কী বলে? [কমিউনিটি হেল্প কেয়ার প্রোগ্রাম: -২০১৮]
 ক. ট্রাপিজিয়াম খ. বর্গক্ষেত্র গ. আয়তক্ষেত্র ঘ. সামান্তরিক উত্তর: ক

১১৯. যে চতুর্ভুজের একজোড়া বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাকে কি বলে? [পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেন্ডেন্ট)-২০২০]+ [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]
 ক. সামান্তরিক খ. আয়ত গ. রহস্য ঘ. ট্রাপিজিয়াম উত্তর: ঘ

১২০. কোন ক্ষেত্রটি সামান্তরিক ক্ষেত্র নয়? [ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের অধীনে টেলিফোন বোর্ডের সহকারী পরিচালক : ৯৫]
 ক. আয়তক্ষেত্র খ. ট্রাপিজিয়াম গ. রহস্য ঘ. বর্গক্ষেত্র উত্তর: খ

সমাধান: ট্রাপিজিয়াম বাদে অন্যগুলো এক একটি সামান্তরিক। সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো সমান কিন্তু ট্রাপিজিয়ামে অসমান।

১২১. ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]
 ক. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের গুণফল \times উচ্চতা খ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের বিয়োগফল \times উচ্চতা
 গ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি \times উচ্চতা ঘ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির গড় \times উচ্চতা উত্তর: ঘ

সমাধান: ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি \times উচ্চতা

১২২. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ১৪ সে.মি. ও ১৮ সে.মি. এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব ৪ সে.মি. হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. ?
 ক. ১২৪ খ. ৬৪ গ. ৩২ ঘ. ১৬ উত্তর: ক

সমাধান: সরাসরি সূত্র প্রয়োগ = $\frac{1}{2} \times ৪ \times (১৪ + ১৮) = ৪ \times ৩২ = ১২৮$

১২৩. একটি ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব ৮ মি. এবং বাহু দুটির দৈর্ঘ্য ৬ মি. ও ৯ মি. হলে, ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ২০ খ. ২২ গ. ৩০ ঘ. ৬০ উত্তর: ঘ

সমাধান: সূত্রানুযায়ী: $\frac{1}{2} \times ৮ \times (৬ + ৯) = ৪ \times ১৫ = ৬০$

১২৪. একটি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল ২০ বর্গ সে.মি। এর সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ সে.মি ও ৭ সে.মি। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]
 ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি \times সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times (3+9) \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 20

\Rightarrow সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $\times 10 = 80 \therefore$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = 8 সে.মি.

125. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের একটি অপরটির দেড়গুণ, উচ্চতা 10 মি. এবং ক্ষেত্রফল 100 বর্গ মি. হলে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত? [RAKUB (SO)-2015]

- (a) 10 ও 15 মি. (b) 6 ও 9 মি. (c) 18 ও 24 মি. (d) 8 ও 12 মি.

সমাধান: ধরি, ছোট বাহু = $2x$ সুতরাং বড় বাহু = $3x$ ($2x$ এর দেড়গুণ = $3x$)

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times 10 \times (2x+3x) = 100 \Rightarrow 5 \times 5x = 100 \Rightarrow 25x = 100 \therefore x = 4$

\therefore ছোট বাহু = $2 \times 4 = 8$ মি. \therefore বড় বাহু = $3 \times 4 = 12$ মি.

শ্রেণী নিজে করুন:

126. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি 8 সে.মি. ও 5 সে.মি. এবং লম্ব দূরত্ব 3 সে.মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল কত? বিসিটি মন্ত্রণালয়ের কারা তত্ত্বাবধায়ক-2012/

- ক. 10 খ. 18 গ. 13 ঘ. 21

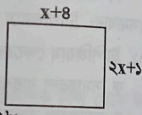
127. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি 8 মিটার ও 4 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 82 বর্গমিটার হলে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [টেলিফোন ইঞ্জিনিয়ার ও সহ-কম্পিউটার-2013]

- ক. 15 খ. 9 গ. 10 ঘ. 18

128. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি 8 সে.মি. ও 9 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 56 বর্গমিটার হলে উচ্চতা কত? [সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার-2006]

- ক. 18 খ. 10 গ. 12 ঘ. 9

Practice Part



1. পাশের ছবিটি একটি বর্গ হয় তাহলে বর্গটির পরিসীমা কত বের করুন।

- ক. 82 খ. 12 গ. 16 ঘ. 28

2. একটি আয়তাকার বিলবোর্ডের ক্ষেত্রফল 182 বর্গইঞ্চি এবং এর পরিসীমা 28 ইঞ্চি। এর প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা শতকরা কত কম? ক. 30% খ. 25% গ. 12.5% ঘ. কোনটিই নয়

3. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের 3 গুণ। এর চারদিকে একবার প্রদক্ষিণ করলে 1 কিলোমিটার হাঁটা হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। [9ম শ্রেণী-(অনু:3)]

- ক. 225, 125 খ. 395, 125 গ. 850, 150 ঘ. কোনটিই নয়

একটি আয়তক্ষেত্র ও একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা পরস্পর সমান। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের অর্ধেক হয় তবে বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -2018]

- ক. 3 : 2 খ. 6 : 5 গ. 8 : 3 ঘ. 9 : 8

একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 84 ব.মি.। দৈর্ঘ্য 1 মি. কমালে এবং প্রস্থ 1 মি. বাড়ালে ক্ষেত্রফল 89 ব.মি. হয়।

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার হবে? (NBR-2015)

- ক. 12, 8 খ. 16, 3 গ. 8, 6 ঘ. 2, 28

একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান। সামান্তরিকের ভূমি 125 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [8ম-10ম শ্রেণীর অনু:16,2]

- ক. $2\sqrt{2}$ খ. $5\sqrt{2}$ গ. $\sqrt{2}$ ঘ. $25\sqrt{2}$

উত্তরমালা

1. ঘ 2. ঘ 3. খ 4. ঘ 5. গ 6. ঘ

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

1. সমাধান: যেহেতু চিত্রটি একটি বর্গ তাই সবগুলো বাহু সমান সমান হবে।

এখানে, $x+8 = 2x+1 \therefore x = 3$ এখন, 1 বাহু = $x+8 = 3+8 = 11$ সুতরাং পরিসীমা = $4 \times 11 = 44$

2. সমাধান: 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 28 ইঞ্চি। সুতরাং দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = 14 ইঞ্চি। এখন 18 ইঞ্চি থেকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আলাদা করে বের করলে তা অবশ্যই 18 এর থেকে কম হবে। কিন্তু 18 এর থেকে ছোট দুটি সংখ্যা গুণ করলে কোনভাবেই গুণফল 182 হয় না বরং তার থেকে ছোট হবে। কারণ $18^2 = 324$ । সুতরাং অপশনগুলোর মধ্যে কোনটিই নয় উত্তর।

3. সমাধান: মনে করি, প্রস্থ = x মিটার \therefore দৈর্ঘ্য = $3x$ মিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা 1 কিলোমিটার = 1000 মিটার।

প্রশ্নমতে, $2(x+3x) = 1000 \Rightarrow 2 \times 4x = 1000 \Rightarrow 8x = 1000 \therefore x = \frac{1000}{8} = 125$ মিটার

\therefore প্রস্থ = 125 মিটার এবং দৈর্ঘ্য = $3 \times 125 = 375$ মিটার সুতরাং দৈর্ঘ্য 375 মিটার ও প্রস্থ 125 মিটার।

4. সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x একক এবং দৈর্ঘ্য = $2x$ একক

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(2x+x)$ একক = $6x$ একক

\therefore বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = $6x$ একক [যেহেতু আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = বর্গের পরিসীমা]

\therefore বর্গক্ষেত্রটির একবাহু = $\frac{6x}{4} = \frac{3x}{2}$ এখন, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{3x}{2}\right)^2 = \frac{9x^2}{4}$

আবার আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $2x \times x = 2x^2$ ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $\frac{9x^2}{4} : 2x^2 = 9x^2 : 8x^2 = 9 : 8$

5. সমাধান: সমীকরণ সাজাতে চাইলে: দৈর্ঘ্য = x ও প্রস্থ = y ধরে

1ম শর্তমতে, $xy = 84$ এবং 2য় শর্তমতে, $(x-1)(y+1) = 84$ [অবশিষ্ট অংশ নিজে করুন]

6. মুখে মুখে : শেষে ক্ষেত্রফল যদি 89 হয় তাহলে 9×9 , কমা-বাড়ার পরে 9×9 হলে কমা বাড়ার পূর্বে ছিল 8 এবং 8

7. সমাধান: সামান্তরিকের ভূমি = 125 মিটার এবং সামান্তরিকের উচ্চতা = 5 মিটার।

\therefore সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = (ভূমি \times উচ্চতা) বর্গ একক = (125×5) বর্গমিটার = 625 বর্গমিটার

অর্থাৎ, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 625 বর্গমিটার

বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{625}$ মিটার = 25 মিটার \therefore বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $25\sqrt{2}$ মিটার = $25\sqrt{2}$

Model Test

পূর্ণমান: 10

সময়: 10 মিনিট

1. চারটি সমান বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ একটি ক্ষেত্র যার একটি কোণও সমকোণ নয়, এরূপ চিত্রকে বলা হয়- [12তম বিসিএস]

- ক. বর্গক্ষেত্র গ. রম্বস ঘ. সামান্তরিক

2. চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত 1 : 2 : 2 : 3 হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি হবে?

- ক. 100 খ. 115 গ. 135 ঘ. 225

৩. কোন বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহু যদি ৫০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [উপজেলা শিক্ষা অফিসার ০৮]
 ক. ২৫ খ. ১২৫ গ. ২২৫ ঘ. কোনটিই নয়
৪. আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুদ্বয় সমান হলে তাকে কী বলে? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ১৯৯৯]
 ক. বর্গক্ষেত্র খ. রম্বস গ. সামান্তরিক ঘ. ট্রাপিজিয়াম
৫. কোন চতুর্ভুজের দুটি বাহু পরস্পর সমান্তরাল এবং অপর দুটি বাহু তির্যক হলে চতুর্ভুজটি হবে-
 ক. রম্বস খ. সামান্তরিক গ. ট্রাপিজিয়াম ঘ. আয়তক্ষেত্র
৬. একটি ট্রাপিজিয়াম এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ১২ সে. মি., ১৮ সে. মি. এবং ওদের মধ্যবর্তী দূরত্ব ১০ সে. মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল হবে, [সরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ১১]
 ক. ১৫০ বর্গ মিটার খ. ১৫০ বর্গ সে.মি. গ. ১৫০ বর্গ একক ঘ. কোনটিই নয়
৭. সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত কোণের একটি ১০০° হলে অপরটি কত?
 ক. ৭০° খ. ৮০° গ. ৯০° ঘ. ১০০°
৮. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি ৯ সে.মি. ও ৫ সে.মি. এবং লম্ব দূরত্ব ২ সে.মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ১০ খ. ১১ গ. ১৩ ঘ. ১৪
৯. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার এবং ৪.২ মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ১০.৫ খ. ১১.৫ গ. ১২.৫ ঘ. ১৪.৮
১০. একটি রম্বসের পরিসীমা ১৮০ সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণটি ৫৪ সে.মি.। এর অপর কর্ণ এবং ক্ষেত্রফল কত হবে? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৬.২]
 (ক) ৭০ সে.মি., ১৯০০ বর্গ সে.মি. (খ) ৬৮ সে.মি., ১৮০০ বর্গ সে.মি.
 (গ) ৭২ সে.মি., ১৯৪৪ বর্গ সে.মি. (ঘ) ৬৪ সে.মি., ১৮৬২ বর্গ সে.মি.

=====

⇐ ⇐ ⇐ ⇐ ⇐ ⇐ ⇐ ⇐ ⇐ ⇐

উত্তরমালা

১.	গ	২.	গ	৩.	খ	৪.	ক	৫.	গ
৬.	খ	৭.	খ	৮.	ঘ	৯.	ক	১০.	গ

=====

লিখিত অংশ

১. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল ৪৮৬ বর্গমিটার এবং এর পরিসীমা ৯০ মিটার। এর দৈর্ঘ্য প্রস্থের শতকরা কত অংশ? [বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯] + [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ)-২০১৯ (আইবিএ)]
- সমাধান: ধরি, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y মিটার।
- প্রশ্নমতে, $xy = ৪৮৬$ এবং $২(x+y) = ৯০ \Rightarrow x+y = ৪৫$(i)
 আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - ৪xy = (৪৫)^2 - ৪ \times ৪৮৬ = ২০২৫ - ১৯৪৪ = ৮১$
 $\therefore x-y = \sqrt{৮১} = ৯$(ii)
- (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই, $x+y+x-y = ৪৫+৯ \Rightarrow ২x = ৫৪ \therefore x = ২৭$
 x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $x+y = ৪৫ \Rightarrow ২৭+y = ৪৫ \Rightarrow y = ৪৫-২৭ \therefore y = ১৮$
- \therefore দৈর্ঘ্য প্রস্থের শতকরা = $\frac{২৭}{১৮} \times ১০০ = ১৫০\%$ উত্তর: ১৫০%

২. একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গমিটার। মেঝের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার কমালে ও প্রস্থ ৪ মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। [৩৪তম বিসিএস সিলি:] + [বিভিন্ন মহাশালাঘরের (প্রদর্শনিক কর্মকর্তা)-২০১৮- (লিখিত)] + [স্বাস্থ্য শিক্ষা ও পরিবার কল্যাণ বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

সমাধান: ধরি, আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x মিটার ও y মিটার

১ম শর্তমতে, $xy = ১৯২$ (i)
 আবার, ২য় শর্ত মতে,
 $(x-4)(y+4) = ১৯২$
 $\Rightarrow xy + 4x - 4y - 16 = ১৯২$
 $\Rightarrow ১৯২ + 4x - 4y = ১৯২ + 16$ [$xy = ১৯২$ বসিয়ে]
 $\Rightarrow x - y = \frac{16}{4} \therefore x - y = 4$(ii)

(যেহেতু $x-y$ এবং xy এর মান আছে, তাই $x+y$ এর মান আনার জন্য নিচের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)
 এখন, আমরা জানি, $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$
 $\Rightarrow (x+y)^2 = 4^2 + 4 \times ১৯২$ [(i), (ii) নং হতে]
 $\Rightarrow (x+y)^2 = 16 + 768 = 784$
 $\therefore x+y = \sqrt{784} = ২৮$(iii)
 (ii) + (iii) করে পাওয়া যায়,
 $\Rightarrow x - y + x + y = ২৮ + 4 \Rightarrow ২x = 32 \therefore x = 16$
 x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই $16 + y = ২৮ \therefore y = 12$
 সুতরাং, কক্ষটির দৈর্ঘ্য ১৬ মিটার। ও প্রস্থ ১২ মিটার। (উত্তর)

১৯২ সংখ্যাতিকে উৎপাদকের মত ভাগতে হবে এবং এমন দুটি সংখ্যা বের করতে হবে যাদের পার্থক্য যেনো ৪ হয়।

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 192} \\ \underline{4 \ 48} \\ 12 \end{array}$$

192

⇓ ⇓

দৈর্ঘ্য = 16 x প্রস্থ = 12

192

⇓ ⇓

নতুন বাহু 12 x নতুন বাহু 16

উত্তর: দৈর্ঘ্য ১৬ মিটার ও প্রস্থ ১২ মিটার।

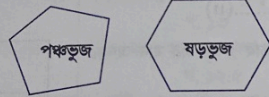
৩. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা ২৪.৫ বর্গমিটার বেশি। উভয় ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যদি ১৩ মিটার হয় তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন। [বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইনস্টিটিউট(উচ্চমান সহ)-২০২২-(লিখিত)]
- সমাধান: ধরি, বর্গক্ষেত্রের বাহু = x \therefore কর্ণ = $\sqrt{২}x$
- প্রশ্নমতে, $\sqrt{২}x = ১৩ \Rightarrow x = \frac{১৩}{\sqrt{২}} \Rightarrow x^2 = \left(\frac{১৩}{\sqrt{২}}\right)^2 \Rightarrow x^2 = \frac{১৬৯}{২} = ৮৪.৫$ বর্গমিটার
- \therefore আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৮৪.৫ - ২৪.৫) = ৬০$ বর্গমিটার
- আবার ধরি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য a এবং প্রস্থ b
 তাহলে শর্তমতে, ক্ষেত্রফল $ab = ৬০$ এবং
 কর্ণ $\sqrt{a^2 + b^2} = ১৩ \Rightarrow a^2 + b^2 = (১৩)^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = ১৬৯ \Rightarrow (a+b)^2 - 2ab = ১৬৯$
 $\Rightarrow (a+b)^2 = ১৬৯ + ২ \times ৬০ \Rightarrow (a+b)^2 = ২৮৯ \Rightarrow a+b = \sqrt{২৮৯} \Rightarrow a+b = ১৭$(i)
- আবার কর্ণ $\sqrt{a^2 + b^2} = ১৩ \Rightarrow a^2 + b^2 = (১৩)^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = ১৬৯ \Rightarrow (a-b)^2 + 2ab = ১৬৯$
 $\Rightarrow (a-b)^2 = ১৬৯ - ২ \times ৬০ \Rightarrow (a-b)^2 = ৪৯ \Rightarrow a-b = \sqrt{৪৯} \Rightarrow a-b = ৭$(ii)
- (i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই, $a+b+a-b = ১৭+৭ \Rightarrow 2a = ২৪ \therefore a = ১২$
 (i) নং সমীকরণে a এর মান বসিয়ে পাই, $a+b = ১৭ \Rightarrow b = ১৭-১২ = ৫$ [$\therefore a = ১২$]
- \therefore আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ১২ মিটার ও প্রস্থ ৫ মিটার (Ans:)

বহুভুজ

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়ের জন্য কয়েকটি সূত্র জানলেই যে কোন অংক খুব দ্রুত করা সম্ভব। কিন্তু অধ্যায়টির সাথে আমরা অনেকেই খুব কম পরিচিত, এবং এখান থেকে খুব কম প্রশ্ন আসায় সেই সামান্য সূত্রগুলোও আমাদের মনে থাকে না। তাই আমরা শুধু একটি সহজ সূত্র দিয়ে এই অধ্যায়ের সকল প্রশ্নের সমাধান করা শিখব। বুঝতে একটু সময় লাগলেও সময় দিয়ে পড়ুন।

বহুভুজ: ত্রিভুজ হচ্ছে সবচেয়ে কমবাহ বিশিষ্ট বহুভুজ। ত্রিভুজ থেকে শুরু করে আরো বেশি সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট যে কোন ক্ষেত্রকেই এক নামে বহুভুজ বলা হয়। যেমন:



পদ্ধতি -০১: বহিঃস্থ এবং অন্তঃস্থ কোণের পরিমাপ নির্ণয়

Key point: সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = 360°

মনে রাখবেন, একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা যাহাই হোক না কেন তার বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাপ বের করার জন্য নিম্নোক্ত সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে এবং এই একটি সূত্র দিয়ে বহুভুজের সব প্রশ্ন সমাধান করা সম্ভব। তাই গুরুত্ব দিন।

বহুভুজের বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাপ = $n\theta = 360^\circ$ বা, $\theta = \left(\frac{360}{n}\right)^\circ$ [এখানে n হচ্ছে বাহুর সংখ্যা]

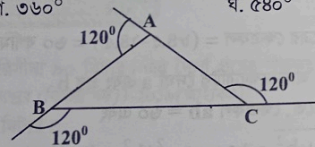
একটি পঞ্চভুজের বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাপ হবে $\left(\frac{360}{5}\right)^\circ = 72^\circ$

১. একটি সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণগুলির সমষ্টি - [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

- ক. 180° খ. 290° গ. 360° ঘ. 580° উত্তর: গ

সমাধান: সমবাহ ত্রিভুজকে বিবেচনা করি

অর্থাৎ $120^\circ + 120^\circ + 120^\circ = 360^\circ$



২. একটি ষড়ভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের মান কত হবে?

- ক. 30° খ. 40° গ. 50° ঘ. 60° উত্তর: ঘ

আবার বহিঃস্থ কোণ না চেয়ে অন্তঃকোণের মান বের করতে বললেও একই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। কিন্তু এক্ষেত্রে ভাগ করার পর যে বহিঃস্থ কোণ বের হবে তা 180° থেকে বিয়োগ দিয়ে ১টি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাপ বের করতে হবে।

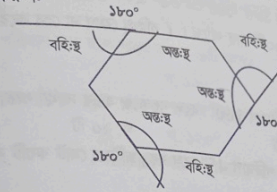
ভালোভাবে বুঝতে ছকের কথাগুলো মনযোগ দিয়ে পড়ুন।

Learning point: অন্তঃস্থ কোণ + বহিঃস্থ কোণ = 180° (খুবই গুরুত্বপূর্ণ)

সুতরাং অন্তঃস্থ কোণ 100° হলে বহিঃস্থ কোণ হবে $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

অনুরূপভাবে বহিঃস্থ কোণ 60° হলে অন্তঃস্থ কোণ হবে $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

অন্তঃস্থ কোণ অর্থাৎ হলো ভেতরের কোণ কিন্তু বহিঃস্থ কোণ অর্থাৎ বাহিরের কোণ হলেও বাহিরের সম্পূর্ণ অংশের কোণ নয়।
যেমন: চিত্রটি ভালোভাবে লক্ষ্য করুন:



এখানে, সম্পূর্ণ অধ্যায়টিতে সুষম বহুভুজ নিয়েই আলোচনা করা হয়েছে।

৩. সুষম ষড়ভুজের অন্তঃকোণের পরিমাপ হবে- [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়/ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]

- ক. 100° খ. 120° গ. 130° ঘ. 135° উত্তর: ঘ
সমাধান: এখানে সুষম ষড়ভুজের একটি বহিঃস্থ কোণ = $360^\circ \div 6 = 60^\circ$ সুতরাং অন্তঃকোণ = $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

৪. একটি অষ্টভুজের প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের মান কত?

- ক. 60° খ. 80° গ. 100° ঘ. 135° উত্তর: ঘ
সমাধান: $360^\circ \div 8 = 45^\circ$ এটা বহিঃস্থ। তাহলে অন্তঃস্থ হবে = $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

৫. একটি সুষম দশভুজের প্রতিটি কোণ হবে- (সাধারণ বীমা কর্পোরেশন: ২০১৬) [আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণা: অধিন ১২]

- ক. সূক্ষ্মকোণ খ. প্রবৃদ্ধকোণ গ. সমকোণ ঘ. স্থূলকোণ উত্তর: ঘ
সমাধান: বহুভুজের একটি বহিঃস্থ কোণ = $(360^\circ / \text{বাহু সংখ্যা})$ এখানে বহিঃস্থ কোণ = $360^\circ / 10 = 36^\circ$ তাহলে অন্তঃস্থ কোণ হবে $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ (১টি অন্তঃস্থ + ১টি বহিঃস্থ = 180°) এখন 144° ডিগ্রি কোণ হলো স্থূলকোণ।

৬. নিজে করুন:

৩. একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা ১০ হলে তার প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাপ কত হবে?
ক. 100° খ. 120° গ. 145° ঘ. 188° উত্তর: ঘ

পদ্ধতি -০২: বাহুর সংখ্যা নির্ণয়

উদ্যোক্তাভাবে আসলে, যেমন:

১. একটি বহুভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ 60° হলে, বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা কত? [Hints: $360 \div 60 = 6$ টি]
ক. ৩ টি খ. ৫ টি গ. ৬ টি ঘ. ৮ টি উত্তর: গ

সমাধান: অংক করার আগে এভাবে ভাবুন ১০ কে ৫ দিয়ে ভাগ করলে যদি ২ হয়, তাহলে ১০ কে আবার ২ দিয়ে ভাগ করলে ৫ ই হবে। তেমনি বাহুর সংখ্যা দিয়ে 360 কে ভাগ করলে যদি বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ বের হয় তাহলে বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ দিয়ে 360 কে ভাগ করলে বাহুর সংখ্যা বের হয়। সূত্র: $n\theta = 360^\circ$

২. সুষম বহুভুজের একটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ 85° হলে এর বাহুর সংখ্যা হবে- [সিজেএ- (কম্পিউটার মডার্নাইজেশন)-২০২২]
ক. ১৬ খ. ১০ গ. ৮ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: যেহেতু বহিঃস্থ কোণ দেয়া আছে তাই সরাসরি বাহুর সংখ্যা = $360^\circ \div 85^\circ = 4$ টি।

Confusion Clear: বহিঃস্থ কোণ থাকলে সরাসরি 360 কে ভাগ দিয়ে উত্তর। কিন্তু অন্তঃস্থ কোণ থাকলে আগে বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ বের করে তারপর সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে।

৩. একটি বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 188° হলে বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা কত? উত্তর: ঘ
ক. ৮ টি খ. ১০ টি গ. ১২ টি ঘ. ১৫ টি

সমাধান:

অন্তকোণ 188° হলে বহিঃস্থ কোণ হবে $180^\circ - 188^\circ = 36^\circ$ এখন বহিঃস্থ কোণ বের করে সেই সহজ সূত্রটি প্রয়োগ করলে অর্থাৎ $360^\circ \div 36^\circ = 10$ টি। উত্তর: বহুভুজটিতে ১০টি বাহু আছে। (বহিঃস্থ কোণ না বের করে সূত্র প্রয়োগ করলে ভুল হবে)

নিজে করুন:

১০. একটি বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাণ 160° হলে বহুভুজে বাহুর সংখ্যা কত?
 ক. ১৫ টি খ. ১৮ টি গ. ২০ টি ঘ. ২৪ টি [Hints: $360 \div 20$]
 উত্তর: ঘ
১১. একটি বহুভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ 45° হলে বহুভুজটিতে মোট কয়টি বাহু আছে? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]
 ক. ৮ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: ক

[Hints : বহিঃস্থ কোণ দেয়া থাকলে বিয়োগ না করে সরাসরি ভাগ, $360^\circ \div 45^\circ = 8$ টি।

সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন চাকুরীর প্রশ্ন: (উপরের আলোচনাগুলো পড়লে কারো সাহায্য ছাড়াই নিজে নিজে পারা যাবে)

১২. সুস্থম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ 130° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? (১২তম বিসিএস) (জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিএসসি'র সহকারী পরিচালক-২০১৬)
 ক. ৬ খ. ৭ গ. ৮ ঘ. ১০ [Hints: আগে বহিঃস্থ বের করে তারপর করুন।]
 উত্তর: গ
১৩. সুস্থম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ 188° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? [গরিবেশ অধিদপ্তরের সহ-পরিচালক ২০০৭]
 ক. ২০ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৮ উত্তর: ঘ
- [Hints: $180^\circ - 188^\circ = 36^\circ$, তারপর $360^\circ \div 36^\circ$]

১৪. সুস্থম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ 120° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? [সমাজকল্যাণ ও অর্থ মন্ত্রণালয়ের প্রশা: কর্ম-২০০৮]
 ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: ঘ

যারা সূত্র দিয়ে অংক করতে অভ্যস্ত তার দেখে নিন:

সুস্থম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা বের করার সূত্র: অন্তঃকোণের মান দেয়া থাকলে,

কোণের পরিমাণ $\theta = \frac{180 \times (n - 2)}{n}$ এখানে n হচ্ছে সুস্থম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা।

(θ এর মান প্রদেয় দেয়া থাকবে, θ এর মান বসিয়ে n এর মান যা বের হবে তাই হলো বাহুর সংখ্যা)

১৫. সুস্থম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ 162° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? (প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক-১০)

সুস্থমান্বায়ী সমাধান:

$= \frac{180 \times (n - 2)}{n}$ (এখানে n হচ্ছে মোট বাহুর সংখ্যা, তাই n এর মান বের করলেই বাহুর সংখ্যা বের হবে।)

$\Rightarrow 162^\circ = \frac{180 \times (n - 2)}{n}$ (এখানে $\theta = 162^\circ$)

$\Rightarrow 180n - 360 = 162n$

$\Rightarrow 180n - 162n = 360$

$\Rightarrow 18n = 360$

$\Rightarrow n = \frac{360}{18} \therefore n = 20$

পরামর্শ: এভাবে সমাধান করতে গেলে ২/৩ মিনিটের ও বেশি সময় লাগবে। আর এই অংকগুলো এতো সহজ যে লিখিত পরীক্ষায় আসে না। তাই শর্টকাটে মুখে মুখে করার নিয়মটি বোঝার চেষ্টা করুন।

Ans: 20 টি বাহু আছে।

বিকল্প সমাধান: মুখে মুখে খাতা কলম ছাড়াই এই একই অংকটি ৫ সেকেন্ডে উত্তর বলার জন্য এভাবে ভাবুন:

এখানে অন্তঃস্থ কোণ 162° তাহলে বহিঃস্থ কোণ হবে 18° । এখন বাহুর সংখ্যা বের করতে হলে $360^\circ \div 18^\circ = 20$ টি।

আরো ভালোভাবে বোঝার জন্য উপরের কথাগুলো আবার পড়ুন। কেননা, এভাবে বিয়োগ করে ভাগ করলেই কেন, উত্তর বের হয়ে যাবে তা না বুঝলে সব এলোমেলো হয়ে যাবে।

নিজে করুন:

১৬. একটি সুস্থম বহুভুজের প্রত্যেকটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ 20° হলে বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা কত? (৩৬০÷২০)
 ক. ৭ টি খ. ১০ টি গ. ১২ টি ঘ. ১৮ টি উত্তর: ঘ
১৭. কোনো সুস্থম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ কত হলে বাহুর সংখ্যা ৬টি হবে?
 ক. 60° খ. 100° গ. 120° ঘ. 180° উত্তর: ক
১৮. একটি সুস্থম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ হবে- [মঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১২]
 ক. 90° খ. 105° গ. 120° ঘ. 180° উত্তর: গ

[Hints: অন্তঃকোণ চাইলেও আগে ভাগ করে তারপর বিয়োগ করতে হয়।
 n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুস্থম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} \times \cot \frac{180^\circ}{n}$

পদ্ধতি -০৩: অন্তঃকোণ গুলোর সমষ্টি বের করা

কোণের মোট পরিমাণ বা সমষ্টি বের করতে বলা হলে:

ক্ষেত্রে প্রতিটি অন্তঃকোণের মানকে বাহুর সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে কোণের সমষ্টি বের হয়।

যেমন: একটি সুস্থম পঞ্চভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণ হল 108° ,

তাহলে ঐ পঞ্চভুজটির অন্তঃকোণ সমূহের যোগফল হবে $108^\circ \times 5 = 540^\circ$, অথবা $540^\circ \div 90^\circ = 6$ সমকোণ।

সুস্থমান্বায়ী করতে চাইলে নিচের সূত্রটি মুখস্থ করুন:

সূত্র-০১ঃ অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি $= (2n-4)$ সমকোণ, যেখানে n হচ্ছে সুস্থম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা। $<$ (যদি কত সমকোণ তা দেয়া থাকে তাহলে সরাসরি এই সূত্র)।

১৯. একটি পঞ্চভুজের সমষ্টি কত? (৩৪তম বিসিএস) [ঘৃণিকির্ড প্রস্তুতি কর্মসূচি/রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টোর কিপার]-২০২১।
 [বেকিং প্রকটরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর]-২০২১।
 ক. ৪ সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ৮ সমকোণ ঘ. ১০ সমকোণ উত্তর: ঘ

সমাধান: সূত্র অনুযায়ী $(2n-4)$ সমকোণ $= (2 \times 5 - 4)$ সমকোণ $= 10 - 4 = 6$ সমকোণ।

আবার সমকোণ বের করতে না বলে কোণের মোট পরিমাণ বের করতে বললে।

সূত্র: 028 কোণগুলোর সমষ্টি $= [90 \times (2n-4)]^\circ$ যেখানে n হচ্ছে সুস্থম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা $<$ (যদি কোণের পরিমাণ দেয়া থাকে তাহলে এই সূত্র)।

২০. একটি পঞ্চভুজের অভ্যন্তরীণ (অন্তঃস্থ) পাঁচটি কোণের সমষ্টি কত? [বাদ্য মন্ত্রণালয়/সহকারী প্রোগ্রামার]-২০২১।
 ক. 360° খ. 540° গ. 850° ঘ. 290° উত্তর: ঘ

সুস্থমান্বায়ী সমাধান: $[90 \times (2n-4)]^\circ = [90 \times (2 \times 5 - 4)]^\circ = 90 \times 6 = 540^\circ$

সূত্র ছাড়াই সমাধান:

খুব দ্রুত সমাধানের উপায় $360^\circ \div 5 = 72^\circ$ (বহিঃস্থ একটি কোণ, প্রথম অংশে আলোচিত) তাহলে একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ হবে $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ এখন একটি অন্তঃস্থ কোণ 108° হলে ৫টি হবে $108^\circ \times 5 = 540^\circ$, আবার সমকোণে বের করতে বললে $540^\circ \div 90^\circ = 6$ সমকোণ।

বুঝতে সময় লাগলেও এভাবে করলে সহজে ভুলবেন না, কারণ শুরু থেকে একটি সূত্র দিয়েই অংকগুলো করে দেয়া হয়েছে।

নিজে করুন:

২১. একটি সুস্থম ষড়ভুজের অন্তঃকোণ গুলোর সমষ্টি কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]
 ক. 720° খ. 540° গ. 630° ঘ. 920° উত্তর: ঘ

সমাধান: $(n-2) \times 180^\circ = (6-2) \times 180^\circ = 4 \times 180^\circ = 720^\circ$

২২. একটি বহুভুজের ছয়টি কোণের সমষ্টি কত? [Hints: সূত্রানুযায়ী অথবা, বুঝে বুঝে আগে বহিঃস্থ তারপর ১টি অন্তঃস্থ, তারপর ৬টি অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি বের করুন।]
 ক. ৭ সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ৮ সমকোণ ঘ. ৯ সমকোণ

২৩. একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা ৬ হলে বহুভুজের অন্তঃকোণগুলোর সমষ্টি কত হবে?
 ক. সাত সমকোণ খ. আট সমকোণ গ. চার সমকোণ ঘ. ছয় সমকোণ

সহজে মনে রাখতে পারলে মুখস্থ করে রাখুন। ভুলে গেলে নিয়ম তো আছে-ই। কিন্তু, একটু সময় লাগবে।

বহুভুজের নাম	অন্তঃস্থ কোণের মোট পরিমাপ	সমকোণ
পঞ্চভুজ	540°	540° ÷ 90° = ৬ সমকোণ
ষড়ভুজ	720°	720° ÷ 90° = ৮ সমকোণ
অষ্টভুজ	1080°	1080° ÷ 90° = ১২ সমকোণ
দশভুজ	1800°	1800° ÷ 90° = ১৬ সমকোণ

২৪. একটি অষ্টভুজের অন্তঃস্থ কোণসমূহের সমষ্টি কত?
 ক. ৮ সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ১০ সমকোণ ঘ. ১২ সমকোণ

২৫. একটি পঞ্চভুজের কোণগুলোর অনুপাত, ৯ : ১০ : ১২ : ১৪ : ১৫। পঞ্চভুজটির ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের যোগফল কত?
 [জীবন বীমা কর্পোরেশন (সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২০]
 ক. ৫৪° খ. ৮১° গ. ১৩৫° ঘ. ২১৬°

সমাধান:

আমরা জানি, একটি পঞ্চভুজের ৫ টি কোণের সমষ্টি = 540°
 এখানে, পঞ্চভুজের কোণের অনুপাত ৯ : ১০ : ১২ : ১৪ : ১৫। অনুপাতের যোগফল = ৯+১০+১২+১৪+১৫ = ৬০।
 ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের অনুপাতের যোগফল = ৯+১৫ = ২৪
 সুতরাং ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের পরিমানের যোগফল = 540° × $\frac{২৪}{৬০}$ = ২১৬°

সি ক্ষেত্রফল বের করার একটা নমুনা প্রশ্ন এখন থেকে দেখে নিন :

২৬. একটি সুঘম পঞ্চভুজের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু.১৬.২ (উদা:১৫)]

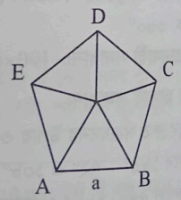
সমাধান:

মনে করি, সুঘম পঞ্চভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a = ৪ সে.মি.।
 বাহুর সংখ্যা n = 5

আমরা জানি, সুঘম বহুভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{na^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n}$

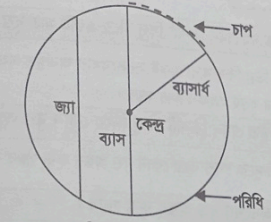
∴ সুঘম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{5 \times 4^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{5}$ বর্গ সে.মি. = 20 × cot 36° বর্গ সে.মি.

= 20 × 1.376 বর্গ সে.মি. (ক্যালকুলেটরের সাহায্যে) = 27.528 বর্গ সে.মি. (প্রায়) ∴ ক্ষেত্রফল 27.528 বর্গ সে.মি. (প্রায়)



বৃত্ত

বৃত্ত (Circle): একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমান দূরত্ব বজায় রেখে অন্য একটি বিন্দু তার চারদিকে একবার ঘুরে এশে যে ক্ষেত্র তৈরি হয় তাকে বৃত্ত বলে। একটি বৃত্তের ৬টি অংশ থাকে। যথা: কেন্দ্র, ব্যাস, ব্যাসার্ধ, পরিধি, জ্যা এবং বৃত্তচাপ



চিত্র : একটি বৃত্ত

- কেন্দ্র (Centre):** যে নির্দিষ্ট বিন্দুর চারিদিকে একটি বিন্দু ঘুরে বৃত্ত তৈরী হয় সেই নির্দিষ্ট বিন্দুকে কেন্দ্র বলে।
- ব্যাস (Diameter):** বৃত্তের কেন্দ্রগামী সকল জ্যা কেই ব্যাস বলে। একটি বৃত্তের অসংখ্য ব্যাস থাকে।
- ব্যাসার্ধ (Radius):** বৃত্তের কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্বকে ব্যাসার্ধ বলে। ব্যাসার্ধ হচ্ছে ব্যাসের থেকে অর্ধেক।
- পরিধি (Circumference):** বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমান দূরত্ব বজায় রেখে কোন বিন্দুর চলার পথকে পরিধি বলে।
- জ্যা (Chord):** পরিধির যে কোন দুই বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে জ্যা বলে। উল্লেখ্য যে: বৃত্তের ব্যাসই হচ্ছে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।
- চাপ (Arc):** বৃত্তের পরিধির যে কোন অংশকে চাপ বলে।

বৃত্তের উপর বিভিন্ন সূত্র:

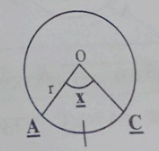
যদি কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হয় তাহলে ঐ বৃত্তের ব্যাস হবে = $2 \times r = 2r$ (কেননা ব্যাস হল ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ)

বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ এখানে $\pi = \frac{22}{7} = 3.141$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক

এছাড়াও বৃত্তচাপের পরিমাপ বের করার জন্য:

কেন্দ্রস্থ কোণ এর মান অনুযায়ী arc (বৃত্তচাপ) এর length নির্ণয় করা হয়।
 $AC = x^\circ$ হলে, $AC = \text{পরিধি} \times \frac{x}{360^\circ}$ এখানে x = কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ।

যেমন; r = 3 মিটার এবং AC = 60° হলে, $AC = 2 \times \pi \times 3 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \pi$ মিটার



বৃত্ত বিষয়ক বিভিন্ন অনুসিদ্ধান্ত

বৃত্ত সংক্রান্ত নিম্নোক্ত নিয়মগুলো জানলে বৃত্তের উপর যে কোন প্রশ্ন খুব সহজেই সমাধান করা যাবে। এছাড়াও লিখিত জামতি এর ক্ষেত্রে এই নিয়মগুলো জানা আবশ্যিক। চিত্র দেখে দেখে বোঝার চেষ্টা করুন।

বৃত্ত অঙ্কন সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত :

অনুসিদ্ধান্ত -০১: একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র বৃত্ত আঁকা যায়।	
ব্যাখ্যা: চিত্রে A, B, এবং C তিনটি ভিন্ন বিন্দু যারা একই সরলরেখায় অবস্থিত নয়। তিনটি বিন্দুকেই স্পর্শ করে একটি মাত্র বৃত্তই অঙ্কন করা সম্ভব।	
অনুসিদ্ধান্ত -০২: একই সরলরেখায় অবস্থিত এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে কোন বৃত্ত অঙ্কন করা সম্ভব নয়।	
একই সরল রেখায় অবস্থিত পাশের তিনটি বিন্দুকে স্পর্শ করে কোন বৃত্ত অঙ্কন করা সম্ভব নয়।	
অনুসিদ্ধান্ত -০৩: দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত অঙ্কন করা সম্ভব।	
পাশের চিত্রে A এবং B বিন্দুকে কেন্দ্র করে অসংখ্য বৃত্ত অঙ্কন করা যাবে। [এ সংক্রান্ত একটি ভিডিও ইউটিউবে আপলোড দেয়া আছে, দুটি বিন্দু দিয়ে কয়টি বৃত্ত? লিখে সার্চ দিলেই পাবেন।]	

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- একটি বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত আঁকা গেলে দুইটি বিন্দু দিয়ে কয়টি বৃত্ত আঁকা যাবে? [সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক): ২০২১]
ক. অসংখ্য খ. ৬ টি গ. ৪ টি ঘ. ৩ টি উত্তর: ক
 - দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে কয়টি বৃত্ত আঁকা যাবে? [প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯]
ক. ১টি খ. ২টি গ. ৩টি ঘ. অসংখ্য উত্তর: ঘ
- ৯) ব্যাখ্যা: এই প্রশ্নটির উত্তরে অনেকেই দুটি বিন্দু দিয়ে মাত্র দুটি বা তিনটি বৃত্তের কথা বলেন তাই তাদের জন্য একটি চিত্র দিয়ে প্রমাণ দেয়া হল। নির্দিষ্ট দুটি বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।

কেন্দ্রস্থ কোণ ও বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত:

অনুসিদ্ধান্ত -০৪: বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ অথবা বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক। অর্থাৎ একই চাপের উপর যে কেন্দ্রস্থ কোণটি উৎপন্ন হয় তা বৃত্তস্থ দুটি কোণের যোগফলের সমান।	
◆ Key points:	
কেন্দ্রস্থ কোণ = কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ	
বৃত্তস্থ বা পরিধিস্থ কোণ = পরিধির সাথে লেগে থাকে যে কোণ। আবার,	
কেন্দ্রস্থ কোণ = বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ। $\angle AOB = 2 \angle ACB = 2 \angle ADB$	
বৃত্তস্থ কোণ = কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।	
একটি বৃত্তস্থ কোণ = একই চাপের আরেকটি বৃত্তস্থ কোণ।	

অনুসিদ্ধান্ত -০৫: একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।	
চিত্রে: $\angle A = \angle C$ [যেহেতু উভয়ে বৃত্তস্থ কোণ]	

অনুসিদ্ধান্ত -০৬: অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

ব্যাখ্যা: একটি বৃত্ত মোট 360° কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং একটি অর্ধবৃত্ত কেন্দ্রে মোট 180° কোণ উৎপন্ন করবে। আবার যে বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ 180° হবে তার বৃত্তস্থ কোণটি অবশ্যই কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক অর্থাৎ 90° বা এক সমকোণ হবে।	
চিত্রে দেখুন AB একটি সরল কোণ যা কেন্দ্রে 180° কোণ উৎপন্ন করেছে। তাই বৃত্তস্থ কোণটি হবে 90° বা এক সমকোণ।	

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- একটি বৃত্তের একটি চাপের উপর অঙ্কিত কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের কত অংশ? [সহকাম কম্পিউটার অ্যা: ২০১১]
ক. অর্ধেক খ. সমান গ. দ্বিগুণ ঘ. তিনগুণ উত্তর: গ
 - অর্ধবৃত্তস্থ কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি? [বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]
ক. 85° খ. 60° গ. 90° ঘ. 100° উত্তর: গ
 - একই চাপের উপর দন্ডায়মান পরিধিস্থ কোণের পরিমাণ 80° হলে কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত হবে? [প্রাথমিক সহঃশিক্ষক-২০১০ (তিতাস)]
ক. 10° খ. 80° গ. 20° ঘ. 180° উত্তর: ক
- ৯) সমাধান: কেন্দ্রস্থ কোণ যেহেতু পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ তাই কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ হবে $= 2 \times 80 = 160^\circ$
- একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ 100° হলে পরিধিস্থ কোণের পরিমাণ কত? [প্রাথমিক সহঃ শিক্ষক ২০১০(সুরমা)]
ক. 80° খ. 50° গ. 60° ঘ. 90° উত্তর: খ

জ্যা সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত :

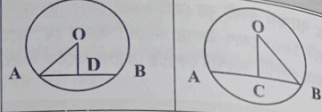
অনুসিদ্ধান্ত -০৭: বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।	
চিত্রটিতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুটি জ্যা কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে OE এবং OF দূরত্বে অবস্থিত। যেখানে $OE = OF = 5$ মিটার, অর্থাৎ জ্যা দুটি কেন্দ্র থেকে সমান সমান দূরত্বে অবস্থিত তাই জ্যা দুটিও সমান হবে। সুতরাং আমরা বলতে পারি $AB = CD$ ।	

অনুসিদ্ধান্ত -০৮: বৃত্তের দুটি জ্যা- এর মধ্যে কেন্দ্রের নিকটতম জ্যা টি অপর জ্যা অপেক্ষা বৃত্তের, অর্থাৎ একটি বৃত্তকার মাঠের মাঝ বরাবর যেতে যতটুকু পথ যেতে হয়, মাঠটির এক পাশ দিয়ে যেতে তার থেকে কম পথ যেতে হবে। যেমন:	
চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB এবং CD দুটি জ্যা। যেখানে কেন্দ্র O থেকে AB জ্যা - এর দূরত্ব ২মিটার এবং CD জ্যা - এর দূরত্ব ৫মিটার। তাই বৃত্তের কেন্দ্রের নিকটবর্তী জ্যা দূরবর্তী জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং আমরা বলতে পারি $AB > CD$ ।	

অনুসিদ্ধান্ত -০৯: বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র এবং জ্যা দুটি বৃত্তের ব্যাস।	
৯) ব্যাখ্যা: পরস্পর পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করার অর্থ হল একটি জ্যা অপর জ্যা টির মাঝ বরাবর যাওয়া এবং অপর জ্যা টিও ঐ জ্যা টির মাঝ দিয়ে যাওয়া বোঝায়। বৃত্তের ভেতরে দুটি জ্যা একটি আরেকটি মাঝ বরাবর গেলে তা অবশ্যই কেন্দ্র দিয়ে যাবে। এবং জ্যা দ্বয় হবে বৃত্তের ব্যাস এবং তারা বৃত্তের কেন্দ্রে ছেদ করবে। যেমন:	

অনুসিদ্ধান্ত -১০: বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন অন্য কোন জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব।

চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা এর মধ্য বিন্দু D, O এবং D যোগ করলে OD রেখা AB বাহুর উপর লম্ব।



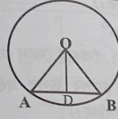
সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- বৃত্তের কেন্দ্র ছেদকারী জ্যা-কে কি বলা হয়? (৩০ তম বিসিএস)
ক. জ্যা খ. ব্যাস গ. ব্যাসার্ধ ঘ. বৃত্তচাপ উত্তর: খ
- বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করলে তাদের ছেদবিন্দুর অবস্থান কোথায়? (সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহশিক্ষক-০৬)
ক. বৃত্তের ব্যাসে খ. বৃত্তের পরিধিতে গ. বৃত্তের জ্যা তে ঘ. বৃত্তের কেন্দ্রে উত্তর: ঘ
- O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে D বিন্দু AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু হলে $\angle ODB = ?$ [CAAB (SO)-2021]
ক. 85° খ. 60° গ. 90° ঘ. 180° উত্তর: গ

প্রমাধান:

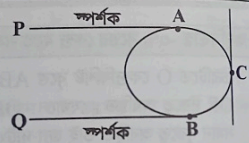
যেহেতু কোন বৃত্তের মধ্যবিন্দু থেকে জ্যা এর মধ্য বিন্দুতে সবসময় লম্ব রেখা হয়। আমরা জানি, কোন বাহুতে লম্ব রেখা সমকোণ হয়।

$\therefore \angle ODB = 90^\circ$



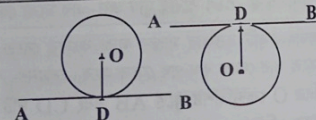
স্পর্শক সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত:

অনুসিদ্ধান্ত -১১: বৃত্তের যে কোনো বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব, অর্থাৎ একটি বৃত্তের অসংখ্য স্পর্শক থাকলেও প্রতিটি স্পর্শক ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে বৃত্তটিকে স্পর্শ করে তাই বলা যায়, বৃত্তের একটি বিন্দুতে শুধুমাত্র একটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়। চিত্রে বৃত্তের, A, B, C বিন্দুতে শুধুমাত্র একটি করে স্পর্শক অঙ্কন করা যাবে।



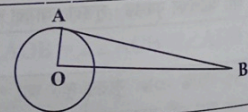
অনুসিদ্ধান্ত -১২: স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী:

অর্থাৎ বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে বৃত্তের উপর কোন স্পর্শক অঙ্কন করলে যে বিন্দুতে স্পর্শকটি বৃত্তটি স্পর্শ করে, ঐ বিন্দুর উপর কোণ লম্ব আঁকলে তা বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়। চিত্রে AB বাহু D বিন্দুতে বৃত্তটিকে স্পর্শ করেছে। এখন D বিন্দুতে একটি লম্ব আঁকলে তা অবশ্যই O কেন্দ্র দিয়ে যাবে।



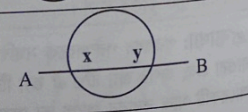
অনুসিদ্ধান্ত -১৩: কেন্দ্র থেকে যে কোন সরলরেখা বৃত্তের মাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে।

পাশের চিত্রে B বিন্দু থেকে BO সরলরেখা বৃত্তের একটি মাত্র বিন্দুতে ছেদ করেছে।

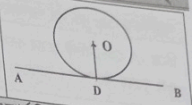


অনুসিদ্ধান্ত -১৪: একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।

চিত্রে AB রেখা বৃত্তটিকে x ও y দুটি বিন্দুতে ছেদ করেছে।

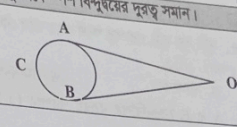


অনুসিদ্ধান্ত -১৫: বৃত্তের যে কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।



চিত্রে বৃত্তের D বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক AB স্পর্শবিন্দুগামী OD ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

অনুসিদ্ধান্ত -১৬: বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে বৃত্তে শুধুমাত্র দুটি স্পর্শক টানা যায়, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান। চিত্রে ABC বৃত্তে O একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং O বিন্দু থেকে ABC বৃত্তে OB এবং OA দুটি স্পর্শক। O থেকে দুটির বেশি স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব নয় এবং স্পর্শক দুটি পরস্পর সমান। অর্থাৎ $OA = OB$

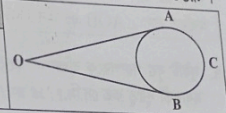


সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

- দুটি পরস্পর ছেদী বৃত্তে কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়? (পরিসংখ্যান ব্যুরো কম্পিউটার কর্মকর্তা ৯৫)
ক. ২টি খ. ১টি গ. ৩টি ঘ. ৪টি উত্তর: ক
- বহিঃস্থ O বিন্দু হতে অঙ্কিত ABC বৃত্তে OA এবং OB দুটি স্পর্শক। অতএব-
ক. $OA \perp OB$ খ. $OA \parallel OB$ গ. $OA = OB$ ঘ. $OA \neq OB$ উত্তর: গ

প্রমাধান:

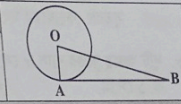
বহিঃস্থ বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর সমান। তাই $OA = OB$



- O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, A বিন্দুতে স্পর্শক। $\angle AOB = 60^\circ$ হলে $\angle ABO =$ কত? (সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার: ৯৬)
ক. 30° খ. 80° গ. 85° ঘ. 60° উত্তর: ক

প্রমাধান:

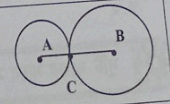
কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, A বিন্দুতে স্পর্শক, $\therefore \angle OAB = 90^\circ$
 $\triangle AOB$ তে, $\angle AOB + \angle ABO + \angle OAB = 180^\circ \therefore \angle ABO = 30^\circ$
সহজ ভাষায়, একটি স্পর্শক দিয়ে যে ত্রিভুজ তৈরী হয় তাতে সবসময় স্পর্শবিন্দুতে 90° কোণ উৎপন্ন হয়। তাহলে অপর দুটি কোণের একটি 60° হলে অন্যটি 30° হবে।



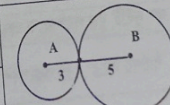
- বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তের উপর কয়টি স্পর্শক আঁকা সম্ভব?
ক. একটি খ. দুটি গ. অসংখ্য ঘ. একটিও না উত্তর: খ
- 2 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র হতে 5 সেমি দূরের কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত সেমি? (১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়)-১)-২০১৯।
ক. 4.58 খ. 5.38 গ. 3 ঘ. 5 উত্তর: ক

দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে:

অনুসিদ্ধান্ত -১৭: দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হবে। চিত্রে: A এবং B দুটি ভিন্ন বৃত্তের কেন্দ্র যারা পরস্পর C বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। ABC যোগ করলে একটি সরলরেখা তৈরী হবে। তাই এই তিনটি বিন্দুই সমরেখ।



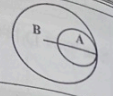
অনুসিদ্ধান্ত -১৮: দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান হবে চিত্রে, A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 মিটার এবং B কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 মিটার।



এক বৃত্তদ্বয় বহিঃস্পর্শ করেছে, তাই কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে $3+5 = 8$ মিটার।

অনুসিদ্ধান্ত - ১৯: দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান হবে।

চিত্রে, A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 মিটার এবং B কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 মিটার।
এবং বৃত্তদ্বয় অন্তঃস্পর্শ (ভেতরে) করেছে, তাই কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে $5-3 = 2$ মিটার।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১৫. দুটি বৃত্ত যদি পরস্পর স্পর্শ করে তবে কেন্দ্র হতে স্পর্শ বিন্দুগামী সরলরেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ- (প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (পদ্মা) ২০১২)

- ক. সরলকোণ খ. সমকোণ গ. ঋণকোণ ঘ. সূক্ষ্মকোণ

উত্তর: ক

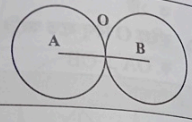
১৬. A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করলে $\angle AOB$ এর মান - । (সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহঃ শিক্ষক)- ২০১৯)

- ক. সমকোণ খ. পূরককোণ গ. সরলকোণ ঘ. প্রবৃদ্ধকোণ

উত্তর: গ

সমাধান:

দুইটি বৃত্ত বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান। কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত বলে $\angle AOB$ এর মান 180° যা সরলকোণ বুঝায়।



১৭. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। এদের একটির ব্যাস ৬ সে.মি. এবং অপরটির ব্যাসার্ধ ৪ সে.মি. হলে, এদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে.মি.? (১৪ তম বিজ্ঞেয় (সহকারী জজ)-২০২১)

- ক. ৬ খ. ৭ গ. ১০ ঘ. ৩

উত্তর: খ

সমাধান:

একটি বৃত্তের ব্যাস ৬ সে.মি. তাহলে ব্যাসার্ধ হবে = ৩ সে.মি. এবং অপর বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৪ সে.মি.।
সুতরাং কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $(৩ + ৪) = ৭$ সে.মি.

১৮. দুটি অন্তঃস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ সে.মি এবং ৪ সে.মি হলে বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব কত? (রাফা, (সুপারভাইজার) -১৫)

- ক. ১ সে.মি. খ. ২ সে.মি. গ. ৩ সে.মি. ঘ. ৫ সে.মি.

উত্তর: খ

সমাধান :

অন্তঃস্থ বৃত্তদ্বয়ের ব্যাস ৮ এবং ৪ হলে তাদের ব্যাসার্ধ হবে ৪ এবং ২, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে $৪-২ = ২$ সে.মি।

১৯. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করেছে। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৫ সে.মি. এবং কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ৯ সে.মি. হলে, অপর বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.? (মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯)

- ক. ৩৪ খ. ৪৪ গ. ৮৮ ঘ. ৫০

উত্তর: গ

সমাধান : ব্যাসার্ধ = $৯ + ৫ = ১৪$, পরিধি = $২ \times \frac{২২}{৭} \times ১৪ = ৮৮$

নিজে করুন:

২০. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করল। বৃত্তের বৃত্তটির ব্যাসার্ধ ৬ সেমি এবং কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ২ সেমি। অপর বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [Hints: $৬-২ = ৪$]

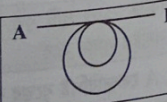
(৭ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১১)

- ক. ২ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬

উত্তর: খ

দুটি বৃত্তের সাথে সাধারণ স্পর্শক সংক্রান্ত নিয়মাবলী :

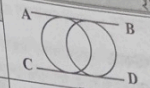
দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে ১টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা সম্ভব।



পাশের চিত্রে AB অন্তঃস্পর্শ করা বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ স্পর্শক।

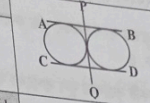
দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করলে দুইটি সাধারণ স্পর্শক আঁকা সম্ভব।

AB ও CD দুইটি সাধারণ স্পর্শক।



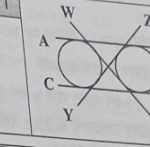
দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তিনটি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়।

চিত্রে AB, CD এবং PQ ৩টি সাধারণ স্পর্শক।



দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ না করে পাশাপাশি অবস্থান করলে ৪টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়।

চিত্রে AB, CD, WX এবং YZ ৪টি সাধারণ স্পর্শক।



বৃত্তের উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

(A) সাধারণ কিছু প্রশ্ন:

১১. বৃত্তের গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হলো- (বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১)
ক. কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব সর্বদাই সমান খ. কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব অর্ধেক
গ. কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব অসমান ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক
১২. বৃত্তের কেন্দ্র হতে পরিধি (সীমানা) পর্যন্ত দূরত্বকে বলা হয়- (NBR-2015)
ক. জ্যা খ. ব্যাসার্ধ গ. ব্যাস ঘ. স্পর্শক উত্তর: খ
১৩. জ্যা শব্দের অর্থ- (পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯)
ক. ভূমি খ. সম্পূরক গ. কোণ ঘ. সরলরেখা উত্তর: ক
১৪. বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কি বলা হয়? (জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১)
ক. ব্যাসার্ধ খ. জ্যা গ. ব্যাস ঘ. পরিধি উত্তর: খ
১৫. একটি বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা টি ব্যাসার্ধের কত গুণ? (বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১)
ক. ২ গুণ খ. ৩ গুণ গ. ৪ গুণ ঘ. ৫ গুণ উত্তর: ক
১৬. বৃত্তের বৃহত্তম জ্যাকে কী বলে? (বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০+ (বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১)
ক. ব্যাস খ. চাপ গ. ব্যাসার্ধ ঘ. পরিধি উত্তর: ক
১৭. ৪ সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্ত আঁকলে কেন্দ্র হতে পরিধির দূরত্ব কত হবে? (পরিবেশ অধিদপ্তর(লা্যবরেটরি অ্যান্ডেট)-২০২০)
+ স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০২১
ক. ১ সে.মি. খ. ২ সে.মি. গ. ৪ সে.মি. ঘ. ৮ সে.মি. উত্তর: খ

(B) বৃত্তের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ হ্রাস বৃদ্ধি :

বৃত্তের ব্যাস অথবা ব্যাসার্ধ যা ই থাকুক প্রথমে উত্তরত একই আসবে। ব্যাস এবং ব্যাসার্ধের জন্য উত্তর আলাদা হয় না।

১৮. বৃত্তের ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? (৩২ ও ২৭ তম বিসিএস) + (১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(ফুল পর্যায়-১)- ২০১৯)+ (জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১)+ (রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১) + (কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১)+ (স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী)-২০২১)
ক. ৪ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: খ

৪৪. একটি বৃত্তের ব্যাস ২৬ সে.মি. হলে এর পরিধি কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০১১]
ক. ৪১.৬৪ সে.মি.(প্রায়) খ. ৩৬.৫৪ সে.মি.(প্রায়) গ. ৬৯.৩৪ সে.মি.(প্রায়) ঘ. ৭৬.১৮ সে.মি.(প্রায়) উত্তর: ক

সমাধান: পরিধি = $2\pi r = \pi d = 26 \times \frac{22}{7} = 81.68$

৪৫. একটি বৃত্তাকার শিটের পরিধি ১৫৪ সে.মি. হলে এর ব্যাসার্ধ কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১১]
ক. ২৫ সে.মি. খ. ২৪.৫ সে.মি. গ. ৩৮.৫ সে.মি. ঘ. ৩৮ সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: $2\pi r = 154 \therefore r = 24.5$ সে.মি.

৪৬. কোনো বৃত্তের পরিধি ২৩ সেন্টিমিটার হলে ব্যাসার্ধ কত সেন্টিমিটার? [বেবিচক (এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০১১]
ক. ৩.৬৬ খ. ৩.৪৪ গ. ২.৪৪ ঘ. ১.৭৫ উত্তর: ক

৪৭. ১ একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত হবে? (১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]

ক. ১ বর্গ একক খ. ২ বর্গ একক গ. π বর্গ একক ঘ. π^2 বর্গ একক উত্তর: গ

সমাধান: ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = \pi \times 1^2 = \pi$ বর্গ একক

৪৮. কোনো বৃত্তের ব্যাস ১৬ সে.মি. হলে পরিধির মান কত? [বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০১৯]
ক. ৩২.৪৪ খ. ৪৮.১৬ গ. ৫২.১৬ ঘ. ৫০.২৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: পরিধি, $2\pi r = 2r \times \pi = 16 \times 3.1414 = 50.25$ সে.মি.

৪৯. একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস ৬০ মিটার এবং $\pi = 3.1416$ হলে পার্কটির পরিধির দৈর্ঘ্য কত মিটার?
ক. ১৮০ মি. খ. ১৮৬ মি. গ. ১৮৮.৪৯৬ মি. ঘ. ১৯২.৫৬ মি. উত্তর: গ

সমাধান: ব্যাস $2r = 60$ হলে ব্যাসার্ধ $r = 30$ এবং পরিধি $2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 30 = 188.496$

৫০. কোনো বৃত্তের পরিধি ৪৪ মিটার হলে তার ব্যাস কত? [কর্ম: মন্ত্রণা: সহ: পরিচালক ২০০৬]
ক. ১০ মি. খ. ১২ মি. গ. ১৪ মি. ঘ. ১৬ মি. উত্তর: গ

সমাধান: $2\pi r = 88 \Rightarrow 2r \times \frac{22}{7} = 88$ সুতরাং $2r = 88 \times \frac{7}{22} = 28$ যেহেতু ব্যাস বের করতে বলেছে তাই $2r = 28$

৫১. বৃত্তের ক্ষেত্রফল 18π একক হলে, বৃত্তের পরিধি কত?

ক. $6\sqrt{2}\pi$ খ. $5\pi\sqrt{2}$ গ. $5\sqrt{2}\pi$ ঘ. 8π উত্তর: ক

সমাধান: বৃত্তের ক্ষেত্রফল, $\pi r^2 = 18\pi \Rightarrow r^2 = 18 \therefore r = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

\therefore পরিধি = $2\pi r = 2\pi \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\pi$

৫২. যদি কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 10π হয় তাহলে তার পরিধি কত? [ATEO- ২০১০]

ক. 2π খ. $\sqrt{2}\pi$ গ. $2\pi\sqrt{2}$ ঘ. $2\pi\sqrt{10}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\pi r^2 = 10\pi \Rightarrow r^2 = 10 \therefore r = \sqrt{10}$ সুতরাং পরিধি = $2\pi r = 2\pi\sqrt{10}$ (r এর মান বসিয়ে)

৫৩. ৪a একক ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল, 4a একক প্রস্থবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

ক. πa একক খ. $2\pi a$ একক গ. πa^2 একক ঘ. $\pi^2 a$ একক উত্তর: ক

সমাধান: ব্যাসার্ধ = $\frac{4a}{2} = 2a \therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi(2a)^2 = 4\pi a^2 =$ আয়তের ক্ষেত্রফল \therefore দৈর্ঘ্য = $\frac{4\pi a^2}{4a} = \pi a$

৫৪. একটি বৃত্তের ব্যাস ১৪ সে.মি.। একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান হলে বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [রাকাব, (সুপারভাইজার)-২০১৫]

ক. ১০ সে.মি. খ. ১১.৮ সে.মি. গ. ১২.৪ সে.মি. ঘ. ১৫.২ সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: এখানে বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 18 \div 2 = 9$, সুতরাং ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 9^2 = 158.8$ বর্গ সে.মি.
তাহলে বর্গের ক্ষেত্রফল = ১৫৪ বর্গ সে.মি. সুতরাং বর্গের ১ বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{158.8} = 12.6$ উত্তর: ১২.৬ সে.মি.

৫৫. ৫৬ ফুট ব্যাসের একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রকে একই ক্ষেত্রফলের একটি বর্গক্ষেত্রে করলে, বর্গক্ষেত্রের যেকোন এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? [মহা হিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ে গবেষণা কর্মকর্তা ৯৮]

ক. ২৮ ফুট খ. ৪৯.৬৪ ফুট গ. ৩২ ফুট ঘ. ৪৮ ফুট উত্তর: খ

সমাধান: বৃত্তের ব্যাস, $2r = 56$ ফুট \therefore বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 56 \div 2 = 28$
 \therefore ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 =$ ফুট = $\frac{22}{7} (28)^2 = \frac{22}{7} \times 28 \times 28 = 2868$ বর্গফুট।

\therefore বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, $a^2 = 2868$ বর্গফুট \therefore বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt{2868} = 53.6$ ফুট।

৫৬. ৪৮ ফুট ব্যাসের একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রে একই ক্ষেত্রফলের একটি বর্গক্ষেত্রে করলে বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত হচ্ছে [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]

ক. $28\sqrt{\pi}$ খ. 22π গ. 28π ঘ. 26π উত্তর: ক

সমাধান: বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = $\frac{48}{2} = 24$ ফুট।

\therefore বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi \times 24^2$ বর্গফুট = বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। \therefore বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\pi \times 24^2} = 24\sqrt{\pi}$ ফুট।

৫৭. একটি বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল যথাক্রমে ১৩২ সেন্টিমিটার ও ১৩৮৬ বর্গ সেন্টিমিটার। বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? [মাধ্যমিক অধিদপ্তরের (হিসাব সহ)-২০১৩] + [পশ্চী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮] + [বিবিএস(থানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]
ক. ৬৬ সে.মি. খ. ৪২ সে.মি গ. ২১ সে.মি ঘ. ২২ সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: বৃহত্তম জ্যা = ব্যাস। এখন পরিধি = $2\pi r = 132 \Rightarrow 2r = \frac{132}{\pi}$ সে.মি. \therefore ব্যাস $2r = 132 \times \frac{7}{22} = 42$ সে.মি

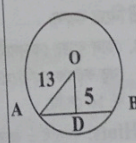
(Note: এখানে ১৩৮৬ সংখ্যাকে ব্যবহার করা ছাড়াই উত্তর বের করা সম্ভব।)

(D) জ্যা এর সাথে সম্পর্কিত প্রশ্ন:

বৃত্তের ভেতরের অর্ধ জ্যা এবং কেন্দ্রের উপর অঙ্কিত লম্বের সাথে ব্যাসার্ধ মিলে যেহেতু একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হয় তাই সমকোণী ত্রিভুজের রাশিগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত মনে রাখুন: ৩ : ৪ : ৫, অথবা, ৬ : ৮ : ১০ অথবা, ৫ : ১২ : ১৩

৫৮. ১৩ সে.মি ব্যাসার্ধ বৃত্তের কেন্দ্র হতে ৫ সে.মি দূরত্বে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? (৩৭+২৬তম বিসিএস)
ক. ২৪ সে.মি খ. ১২ সে.মি গ. ১৬ সে.মি ঘ. ২০ সে.মি উত্তর: ক

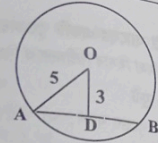
সমাধান: পাশের চিত্রটি লক্ষ্য করুন। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $OA = 13$ সে.মি. এবং কেন্দ্র O থেকে জ্যা এর দূরত্ব $OD = 5$ সে.মি। তাহলে OAB একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হয়েছে। যেখানে অতিভুজ $OA = 13$ সে.মি. এবং লম্ব $OD = 5$ সে.মি। তাহলে ভূমি $AD = ?$ পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী, $AD^2 + OD^2 = OA^2 \Rightarrow AD^2 = 13^2 - 5^2$
 $\Rightarrow AD^2 = 169 - 25 \Rightarrow AD^2 = 144 \therefore AD = \sqrt{144} = 12$
যেহেতু হচ্ছে বৃত্তটির অর্ধ জ্যা তাহলে সম্পূর্ণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য হবে $12 + 12 = 24$ সে.মি।



সিঁপারামর্শ : সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত মুখস্থ থাকলে এ ধরনের প্রশ্ন কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করা সম্ভব। কেননা সমকোণী ত্রিভুজের একটি অনুপাতের মান আছে ১২:৫:১৩ অর্থাৎ অতিভুজ ১৩ হলে লম্ব ও ভূমি হবে ৫ এবং ১২।

৫৯. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্র হতে 3 সে.মি. দূরত্বে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? [বিবিএস (এরোড্রেন/হিসপেক্টর/সহকারী কাজের কর্মকর্তা)-২০২১]+ [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]
ক. 4 খ. 8 গ. 7 ঘ. 5

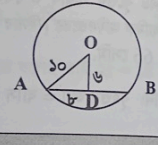
সমাধান:
পাশের চিত্রে AB, জ্যা এর মধ্যবিন্দু D হওয়ায় AD = BD।
যেহেতু কেন্দ্র থেকে জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
 $\therefore AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$
 $\therefore AB = 2AD = 2 \times 4 = 8$ একক



নিজে করুন:

৬০. 5 একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র হতে একটি জ্যা এর লম্বদূরত্ব 4 একক হলে জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]
ক. 2 একক খ. 3 একক গ. 6 একক ঘ. 8 একক
৬১. বৃত্তের কেন্দ্র হতে ২৪ সেমি দীর্ঘ জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য ৫ সেমি হলে ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হবে? [প্রা:সহ:শি:১২ (সুরমা)]
ক. ১৩ সেমি খ. ১৪ সেমি গ. ১২ সেমি ঘ. ১৫ সেমি
৬২. কোন বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোন জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য জ্যা এর অর্ধেক হতে ২ সেন্টিমিটার কম। বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০ সেন্টিমিটার হলে জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার? [বিদ্যাৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০১৯]
ক. ৪ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১৬

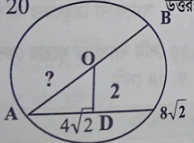
সমাধান:
পাশের চিত্রানুযায়ী অতিভুজ ১০ এবং লম্ব ও ভূমির মধ্যে পার্থক্য ২
সমকোণী ত্রিভুজের একটি অনুপাত হলো ১০:৮:৬ অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ১০ সে.মি হলে তার অপর দু বাহুর একটি ৮ ও অপরটি ৬ সে.মি হয়। এখানে যেহেতু ভূমি অর্ধ জ্যা, লম্ব থেকে ২ সেমি বড় তাই লম্ব ৬ এবং ভূমি অর্ধ জ্যা হবে ৮।
তাহলে সম্পূর্ণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য = $৮+৮=১৬$ সেমি। **উত্তর: ১৬ সেমি।**



৬৩. বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর দৈর্ঘ্য $8\sqrt{2}$ সে.মি. এবং কেন্দ্র হতে ঐ জ্যা এর লম্বের দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. হলে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক)-২০১৯]

ক. 10 খ. 12 গ. 16 ঘ. 20

সমাধান: সম্পূর্ণ জ্যা = $8\sqrt{2}$ সুতরাং জ্যা এর অর্ধেক = $8\sqrt{2} \div 2 = 4\sqrt{2}$
এখন পাশের চিত্রানুসারে সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = $\sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6$
ত্রিভুজের অতিভুজ = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 6 সুতরাং ব্যাস = $6+6 = 12$ সে.মি।



নিজে করুন:

৬৪. কোন বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা এর দৈর্ঘ্য ২০ মিটার হলে কেন্দ্র হতে ৮ মিটার দূরবর্তী জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত মিটার হবে? [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]
ক. ১০ সে.মি. খ. ১২ সেমি গ. ১৫ সেমি ঘ. ২০ সেমি
- [Hints: ব্যাসার্ধ = অতিভুজ = $২০ \div ২ = ১০$. $\therefore ৬ : ৮ : ১০$ হিসেবে অর্ধ জ্যা = ৬ এবং সম্পূর্ণ জ্যা হবে = $৬+৬ = ১২$ সে.মি.]

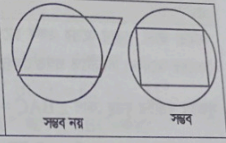
বৃত্তের ভেতরে কোন চিত্র অন্তর্লিখিত হলে

অন্তর্লিখিত চিত্রের কোণের পরিমাণ নির্ণয়:

বৃত্তের ভেতরে আঁকা যায়	বৃত্তের ভেতরে আঁকা যায় না।
বর্গ, আয়ত ও ট্রাপিজিয়াম এবং ত্রিভুজ	রম্বস ও সামান্তরিক
প্রতি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০° এবং বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফল = ১৮০°	

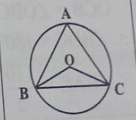
৬৫. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফল কত? [উপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা -২০১০] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার)-২০২১]+ [বিবিএস (থানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]
ক. ৩৬০ ডিগ্রি খ. ১৮০ ডিগ্রি গ. ৯০ ডিগ্রি ঘ. ১০০ ডিগ্রি
৬৬. বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি - - - - - প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ২০১০] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার)-২০২১]
ক. বর্গক্ষেত্র খ. ট্রাপিজিয়াম গ. রম্বস ঘ. আয়তক্ষেত্র

সমাধান:
বৃত্তস্থ অর্থ হল বৃত্তের ভেতরে পরিধিকে স্পর্শ করে। অর্থাৎ বৃত্তের ভেতরে যদি সামান্তরিক আঁকানোর চেষ্টা করা হয়, তাহলে তা বৃত্তের সীমানা বা পরিধি ভেদ করে বাইরে চলে যায়। তাই বৃত্তের ভেতরে সামান্তরিক আঁকানো সম্ভব নয়। এক্ষেত্রে আয়তক্ষেত্র আঁকানো সম্ভব। তাই বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।



৬৭. নিচের কোনটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ হয় না? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]
ক. বর্গ খ. আয়ত গ. ট্রাপিজিয়াম ঘ. রম্বস
৬৮. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি কোণ ৭০° হলে বিপরীত কোণটির মান কত? [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০] + [মাত্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]
ক. ১১০° খ. ২০° গ. ২০০° ঘ. ২৯০°
৬৯. পাশের চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে $\triangle ABC$ সমবাহু। $\angle BOC$ এর মান কত? [পরিবারকল্যাণ পরিদর্শিকা প্রশিক্ষার্থী ২০১০]
ক. ৯০° খ. ১৮০° গ. ১২০° ঘ. ২৪০°

সমাধান:
সমবাহু ত্রিভুজের কোণ গুলো সমান অর্থাৎ ৬০° করে। এখানে ত্রিভুজের কোণ গুলো পরিধির সাথে লেগে আছে বিধায় এরা বৃত্তস্থ কোণ। কিন্তু $\angle BOC =$ কেন্দ্রস্থ কোণ।
আর কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণে দ্বিগুণ। তাই উত্তর: $২ \times ৬০ = ১২০^\circ$



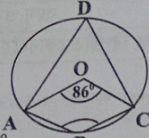
৭০. ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$ এর সমষ্টি কত হবে? [উপ: পরিসংখ্যান কর্মী ২০১০]
ক. ১২০° খ. ১৫০° গ. ১৮০° ঘ. ৯০°
- সমাধান:** বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের চারটি কোণের মোট পরিমাণ = 360° দুটি কোণের পরিমাণ ১৮০° হলে অপর দুটি ১৮০° হবে।
৭১. ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। এর $\angle A + \angle C = 180^\circ$, এবং $\angle B = 80^\circ$, $\angle D =$ কত? [পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা ২০০৬]
ক. 90° খ. 95° গ. 85° ঘ. 100°
- সমাধান:** বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের চারটি কোণের মোট পরিমাণ = 360° [মনে রাখবেন: বিপরীত দুটি কোণের যোগফল = ১৮০°]

এখানে প্রথম দুটি কোণ 180° এবং তৃতীয় কোণটি 80° সুতরাং ৪র্থ কোণটি হবে
 $360^\circ - (180+80) = 360 - 260 = 100^\circ$

শ্রেণী নিজে করুন:

৭২. ABCD বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি চতুর্ভুজ-এর $\angle B + \angle D = 180^\circ$, এবং $\angle C = 85^\circ$, হলে $\angle A$ -এর মান কত? [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে কারা তত্ত্বাবধায়ক ২০০৫]
 ক. 95° খ. 80° গ. 100° ঘ. 75° উত্তর: ক

৭৩. নিচের চিত্রে $\angle AOC = 86^\circ$ হলে, $\angle ABC$ -এর মান কত ডিগ্রি? [বাংলাদেশ বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (উপসহকারী প্রকৌশলী/হিসাব সহকারী)-২০১৯]



ক. 94° খ. 86° গ. 137° ঘ. 172° উত্তর: গ
 প্রসমাধান: একই চাপ AC এর উপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = 86^\circ$ সুতরাং বৃত্তস্থ $\angle ABC = 86 \div 2 = 43^\circ$
 আবার, ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$ । সুতরাং $\angle ABC = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$ ।

৭৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে x কোণের মান কত? [৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]
 ক. 54° খ. 72° গ. 108° ঘ. 126° উত্তর: ঘ

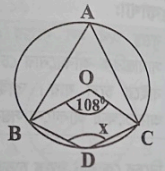
প্রসমাধান:

আমরা জানি, কোন বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ বা পরিধিষ্টি কোণ তার কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক। চিত্রেটিতে প্রদত্ত কেন্দ্রস্থ $\angle BOC = 108^\circ$

সুতরাং বৃত্তটির বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC = \frac{108}{2} = 54^\circ$ হবে।

এখন আবার, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ ABCD এর বিপরীত দুটি কোণের যোগফল যেহেতু $= 180^\circ$ ।

সুতরাং $\angle BAC$ এর বিপরীত কোণ $\angle BDC$ বা x এর মান হবে
 $180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$ $\therefore x = 126^\circ$ উত্তর:



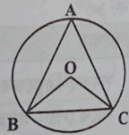
৭৫. নিচের ছবিতে বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $\angle OCB = 35^\circ$, তাহলে $\angle BAC = ?$ [IBA 98 -99]
 ক. 65° খ. 60° গ. 55° ঘ. 50° উত্তর: গ

প্রসমাধান:

$OCB = \angle OBC = 35^\circ$ (OCB সম্বিবাহু ত্রিভুজ)

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ (কারণ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $= 180^\circ$)

$\therefore \angle BAC = \frac{110}{2} = 55^\circ$ (বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক)



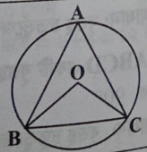
৭৬. নিচের O কেন্দ্র বৃত্তে $\angle BAC = 60^\circ$, তাহলে $\angle OCB$ এর মান কত?
 ক. 30° খ. 45° গ. 35° ঘ. 25° উত্তর: ক

প্রসমাধান:

বৃত্তস্থ $\angle BAC = 60^\circ$ সুতরাং কেন্দ্রস্থ: $\angle BOC = 2 \times 60 = 120^\circ$

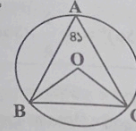
ΔOBC -এ $OB = OC$ [দুটোই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$ $\therefore \angle OCB = (180 - 120) \div 2 = 30^\circ$



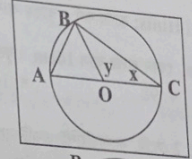
শ্রেণী নিজে করুন:

৭৭. নিচের চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle BAC = 85^\circ$ হলে $\angle BOC$ কোণের মান কত? [১৫ তম শিক্ষক নিবন্ধন -২০১৯]
 ক. 88° খ. 62° গ. 130° ঘ. 122° উত্তর: ঘ



৭৮. চিত্র অনুসারে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ΔABC অন্তর্লিখিত। $\angle y = 112^\circ$ হলে $\angle x =$ কত? [৩৬তম বিসিএস]
 ক. 68° খ. 38° গ. 39° ঘ. 35° উত্তর: খ

প্রসমাধান: চিত্রে BOC একটি ঝুলকোণী ত্রিভুজ যেখানে $\angle BOC = \angle y = 112^\circ$
 সুতরাং ত্রিভুজটির অপর দুটি কোণের সমষ্টি হবে $180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$
 সুতরাং একটি কোণ $\angle x = 68^\circ \div 2 = 34^\circ$



৭৯. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ΔABC অন্তর্লিখিত, $\angle BOC = 118^\circ$ হলে $\angle BCO = ?$
 ক. 68° খ. 62° গ. 31° ঘ. 124° উত্তর: গ

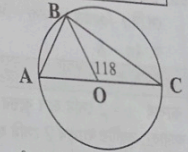
প্রসমাধান:

ΔBOC এর বহিঃস্থ কোণ $\angle BOA =$ বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle OBC + \angle BCO = (180^\circ - 118^\circ) = 62^\circ$
 আবার একই বৃত্তের ব্যাসার্ধের বিপরীত কোণ হওয়ায় $\angle OBC = \angle BCO$ । সুতরাং $\angle BCO = 62^\circ \div 2 = 31^\circ$

৮০. ΔABC একটি বৃত্তস্থ ত্রিভুজ। AB বাহুকে E পর্যন্ত বাড়ানো হলো। $\angle CBE = 80^\circ$ হলে $\angle ABC =$ কত?
 ক. 45° খ. 30° গ. 50° ঘ. 100° উত্তর: ঘ

প্রসমাধান: AB কে E পর্যন্ত বাড়ানো হলে দেওয়া আছে,

$\angle CBE = 80^\circ$ যেখানে, $\angle CBE + \angle ABC = 180^\circ \Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - 80^\circ \therefore \angle ABC = 100^\circ$



অন্তর্লিখিত চিত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

Learning points: বৃত্তের ভেতরে বর্গক্ষেত্র অংকিত হলে বর্গক্ষেত্রের কর্ণই হচ্ছে ঐ বৃত্তটির ব্যাস। সুতরাং বৃত্তের ব্যাস-ই হচ্ছে বর্গের কর্ণ এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের অর্ধেক। সূত্র: বর্গক্ষেত্রের কর্ণ $= \sqrt{2}a$

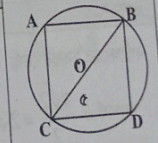
৮১. ৫ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯] H পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯] + [(CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]
 ক. ৬০ খ. ৭০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ উত্তর: ঘ

প্রসমাধান:

এখানে, ব্যাসার্ধ $r = ৫$ সে.মি. এবং ব্যাস $= 2r = 2 \times ৫ = ১০$ সে.মি.।

বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}a = ১০ \therefore$ একবাহু $a = \frac{১০}{\sqrt{2}}$ সে.মি.।

\therefore বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফল $= a^2 = \left(\frac{১০}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{১০০}{2} = ৫০$ বর্গ সে.মি.।



শর্টকাট: বর্গের কর্ণ থেকে বর্গের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times d^2$
 এখানে বর্গের কর্ণ = বৃত্তের ব্যাস = ১০ । সুতরাং ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times (১০)^2 = \frac{1}{2} \times ১০০ = ৫০$ বর্গ সে.মি.

নিজে করুন:

৮২. ৭ সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? (৩২তম বিসিএস(বিশেষ))+[BBS(খানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]
 ক. ৯৮ বর্গ সে.মি. খ. ৪৯ বর্গ সে.মি. গ. ১৯৬ বর্গ সে.মি. ঘ. ১৪৬ বর্গ সে.মি. উত্তর: ক

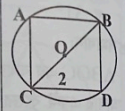
[Hints: বর্গের কর্ণ = বৃত্তের ব্যাস = ৭+৭ = ১৪ । সুতরাং ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times (১৪)^2 = \frac{1}{2} \times ১৯৬ = ৯৮$ বর্গ সে.মি.]

৮৩. কোন বৃত্তের ব্যাস 14cm । বৃত্তটির অন্তর্লিখিত বৃহত্তম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [জ্বালানী- খনিজ সম্পদ মন্ত্র: (নিরা: কর্ণ)-২০১৯]
 ক. 98 খ. 100 গ. 102 ঘ. 96 উত্তর: ক

৮৪. ২ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের অন্তর্লিখিত একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? [৩৫তম বিসিএস] + [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]
 ক. $4\pi - 8$ খ. $2\pi - 4$ গ. $4\pi + 8$ ঘ. $2\pi + 4$ উত্তর: ক

সমাধান:

ব্যাসার্ধ $r = 2$ সেমি হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল হবে, $= \pi r^2 = \pi \cdot 4 = 4\pi$
 আবার, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ ২ সেমি হলে ব্যাস = $2+2 = 4$ সেমি। যেহেতু বৃত্তের ব্যাস = বর্গক্ষেত্রের কর্ণ।
 সুতরাং বর্গের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 4^2 = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ বর্গ সে.মি.
 এখন প্রশ্নানুযায়ী বর্গক্ষেত্রের ৪টি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে, $4\pi - 8$
 (সম্পূর্ণ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল থেকে, বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বিয়োগ) Ans: $4\pi - 8$

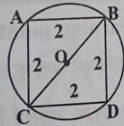


উল্টোভাবেও আসতে পারে অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র থেকে বৃত্ত: যেমন:

৮৫. একটি বৃত্ত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. । বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? [RAKUB (SO)-2015] + [NSI (ফিল্ড অফিসার)-২০২১]
 ক. π খ. 2π গ. πr^2 ঘ. $2\sqrt{2}$ উত্তর: খ

সমাধান:

বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ২ \therefore কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{2} \cdot 2 = 2\sqrt{2}$ = বৃত্তের ব্যাস।
 \therefore ব্যাসার্ধ $r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ সুতরাং ক্ষেত্রফল হবে $\pi(\sqrt{2})^2 = \pi \cdot 2$ বা 2π উত্তর: 2π

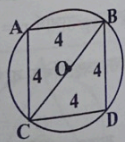


৮৬. 16 মিটার পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র বৃত্তে অন্তর্লিখিত হয়েছে। বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. 4 π খ. 8 π গ. 12 π ঘ. 16 π উত্তর: খ

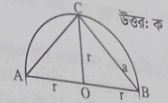
সমাধান:

বর্গক্ষেত্রের ১ বাহুর দৈর্ঘ্য = $16 \div 4 = 4$ \therefore বর্গের কর্ণ = $4\sqrt{2}$ = বৃত্তের ব্যাস।
 \therefore ব্যাসার্ধ = $\frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ সুতরাং বৃত্তটির ক্ষেত্রফল = $\pi(2\sqrt{2})^2 = \pi \times 2^2 \times (\sqrt{2})^2 = 8\pi$



ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত হলে:
 ১৮. r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি অর্ধ-বৃত্তের মধ্যে অন্তর্লিখিত করা যায় এরূপ সর্ববৃহৎ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগের অধীনে (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]
 ক. r^2 খ. $2r^2$ গ. $\frac{1}{2} r^2$ ঘ. r^3

সমাধান: r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট অর্ধবৃত্তের মধ্যে অন্তর্লিখিত সর্ববৃহৎ ত্রিভুজের ব্যাস = $r+r = 2r$
 বৃত্তের ব্যাস ই ত্রিভুজের ভূমি আবার বৃত্তের ব্যাসার্ধ = ত্রিভুজের লম্ব = r।
 \therefore ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 2r \times r = r^2$



১৮. ৬ সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল-৪১তম বিসিএস ছিলি।
 ক. $21\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. খ. $23\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি. গ. $25\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. ঘ. $29\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: (বিভাজিত)

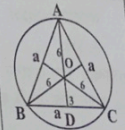
চিত্রানুসারে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC এর পরিবৃত্ত যেখানে O ভরকেন্দ্র এবং $OA = OB = OC = 6$ যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র O, AD মধ্যমা।

ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে ২ : ১ অনুপাতে বিভক্ত করে। অতএব, $OD = \frac{6}{2} = 3$ cm

সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা ভূমির উপর লম্ব হয়।
 সমকোণী ত্রিভুজ ODB এ পীথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$
 \therefore ত্রিভুজের বাহু $BC = 2BD = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

\therefore সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times BC^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 \times 3 = 27\sqrt{3}$



ত্রিভুজ সমাধান: আমরা জানি, বৃত্তের মধ্যে অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজ থাকলে ব্যাসার্ধ $r = \frac{\text{বাহু}}{\sqrt{3}}$ \therefore বাহু = $\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$

\therefore সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 \times 3 = 27\sqrt{3}$ (উত্তর:)

১৯. ৮ মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান বুরো(চেষ্টনম্যান)-২০২১]
 ক. ২ মিটার খ. ৪ মিটার গ. ৮ মিটার ঘ. ৬ মিটার উত্তর: খ

সমাধান:

বৃত্তের বাইরে বর্গ অথবা বর্গের ভেতরে বৃত্ত অন্তর্লিখিত হলে, বর্গের একবাহু = বৃত্তের ব্যাস।
 এখানে, বর্গের একবাহু = ৮ মিটার। সুতরাং বৃত্তের ব্যাস = ৮ মিটার।

\therefore বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\frac{৮}{২} = ৪$ মিটার।



চাকা সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন

যেহেতু যে কোন চাকাই বৃত্তাকার। তাই বৃত্তের অধ্যায়ে চাকার উপর বিভিন্ন প্রশ্ন আলোচনা করা হল।

চাকার যে কোন প্রশ্ন সমাধান করার সময় মনে রাখতে হবে যে, একটি চাকা একবার ঘুরলে মোট 360° পথ অতিক্রম করে। এবং একবার ঘোরার সাথে তার পরিধির সমান রাস্তা অতিক্রম করে। যেমন: একটি চাকার পরিধি ২৫ মিটার তাহলে ১ বার ঘুরলে চাকাটি মোট ২৫ মিটার রাস্তার অতিক্রম করবে। আবার ৪ বার ঘুরলে $25 \times 4 = 100$ মিটার রাস্তা যাবে, আবার ৫ চাকাটিই ২০০ মিটার রাস্তা যেতে মোট $200 \div 25 = 8$ বার ঘুরবে।

সূত্র: চাকার ঘুরার সংখ্যা বার = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{চাকার পরিধি}}$

প্ পরামর্শ: চাকার পরিধি দেয়া থাকলে সরাসরি সূত্র প্রয়োগ করুন। কিন্তু চাকার ব্যাস অথবা ব্যাসার্ধ দেয়া থাকলে আগে পরিধি বের করতে হবে তারপর অংকটি করতে হবে।

চাকার ডিম্ব সংক্রান্ত প্রশ্ন

৯০. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ১২ বার ঘুরে। চাকাটি প্রতি ৫ সেকেন্ডে কত ডিম্ব ঘুরবে? [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৯]

- ক. ১৮০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: গ

৯১. ব্যাখ্যা: মনে রাখবেন একটি চাকা একবার ঘুরলে মোট 360° ঘুরে। কারণ চাকা একটি বৃত্তের ন্যায় এবং যে কোন বৃত্তের মোট 360° কোণ থাকে।

চাকাটি ৬০ সেকেন্ডে = ১২ বার ঘুরলে, ১ সেকেন্ডে ঘুরবে $\frac{12}{60}$ বার।

সুতরাং ৫ সেকেন্ডে ঘুরবে $\frac{12 \times 5}{60} = 1$ বার। সুতরাং ১ বার ঘুরলে মোট = 360° ঘুরবে।

৯১. একটি চাকা প্রতি মিনিটে ৮০ বার ঘুরে। প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের একাউন্টস অফিসার-২০১৯]

- ক. ১৮০° খ. ৪৮০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: খ

সমাধান:

৬০ সেকেন্ডে ঘুরে = ৮০ বার	১বার ঘুরলে মোট ঘুরে = 360°
$\therefore 1$ সেকেন্ডে ঘুরবে = $\frac{80}{60} = \frac{8}{3}$	$\therefore \frac{8}{3}$ বার মোট ঘুরবে = $360^\circ \times \frac{8}{3} = 800^\circ$

৯২. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরলে ১.৫ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: সহ: পরি: - ২০১৮]

- ক. ৮১০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ক

সমাধান:

১মিনিট বা ৬০ সেকেন্ডে = ৯০ বার ঘুরলে	এখন,
$1 = \frac{90}{60}$ বার	গাড়ির চাকা ১বার ঘুরলে তা সর্বমোট = 360° ঘুরবে।
এবং ১.৫ সেকেন্ডে = $\frac{90 \times 1.5}{60} = \frac{27}{4} = \frac{9}{8}$ বার ঘুরবে।	সুতরাং $\frac{9}{8}$ বার ঘুরলে = $360^\circ \times \frac{9}{8} = 810^\circ$ ঘুরবে।

৯৩. নিজে করুন:

৯৩. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরে। এক সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [২১ তম বিসিএস] + [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহ)-২০২১] + [বেবিচক (এরোড্রামফায়ার লীডার)-২০২১] + [BBS (জুনিয়র পদবিদ্যালয় সহ)-২০২১]

- ক. ১৮০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ঘ

৯৪. একটি চাকা ৪৪কিমি পথ যেতে ১০০০ বার ঘুরে, চাকাটির ব্যাস কত মিটার?

৯৪. সমাধান: $88 \text{ কিমি} = 88 \times 1000 = 880000 \text{ মিটার।}$
 $1000 \text{ বার ঘুরলে যায়} = 880000 \text{ মিটার} \therefore 1 \text{ বার ঘুরলে যায়} = \frac{880000}{1000} = 88 \text{ মিটার।}$

৯৫. একটি চাকা ১.৭৬ কি.মি. পথ যেতে ৪০০ বার ঘুরে। চাকাটির ব্যাসার্ধ কত? [থানা সহকারি শিক্ষা অফিসার]

- ক. ৬ খ. ০.৭ গ. ৮ ঘ. ৯ উত্তর: খ

৯৬. চাকার ব্যাস ৪০০ মিমি হলে ১০০০ বার ঘুরে মোট কত ডিম্ব ঘুরবে? [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৯]

- ক. ৬৪০০ খ. ৫৪০০ গ. ৬০০০ ঘ. ৬২০০ উত্তর: ক

৯৭. একটি গাড়ির চাকা ৩০ মিনিটে ২০০০ বার ঘুরে ১০ কিমি পথ অতিক্রম করে, চাকার পরিধি কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]

- ক. ৫ মি. খ. ১০ মি. গ. ১৫ মি. ঘ. ২৫ মি. উত্তর: ক

৯৮. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৮০ বার ঘুরে। প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের একাউন্টস অফিসার-২০১৯]

- ক. ১৮০° খ. ৪৮০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: খ

৯৯. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরলে ১.৫ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: সহ: পরি: - ২০১৮]

- ক. ৮১০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ক

১০০. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরলে ১.৫ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: সহ: পরি: - ২০১৮]

- ক. ৮১০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ক

১০১. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরলে ১.৫ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: সহ: পরি: - ২০১৮]

- ক. ৮১০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ক

১০২. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরলে ১.৫ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: সহ: পরি: - ২০১৮]

- ক. ৮১০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ক

১০৩. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরলে ১.৫ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিম্ব ঘুরবে? [প্রতিরক্ষা মন্ত্র: সহ: পরি: - ২০১৮]

- ক. ৮১০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ক

১১৫. নিজে করুন:

১১৫. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 35 সে.মি.। 72° কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য কত?
 ক. 18 সে.মি. খ. 30 সে.মি. গ. 44 সে.মি. ঘ. 54 সে.মি.
১১৬. 125 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্রে 72° কোণ দ্বারা উৎপন্ন বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত?
 ক. 62 বর্গ সে.মি. খ. 40 বর্গ সে.মি. গ. 25 বর্গ সে.মি. ঘ. 15 বর্গ সে.মি.
১১৭. 88 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্রে 45° কোণ দ্বারা উৎপন্ন বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত?
 ক. 44 বর্গ সে.মি. খ. 32 বর্গ সে.মি. গ. 22 বর্গ সে.মি. ঘ. 11 বর্গ সে.মি.

উত্তর: গ

উত্তর: গ

উত্তর: ঘ

Model Test

সময়: ১০মিনিট

পূর্ণমান: ১০

১. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস ভিন্ন জ্যা। OD, AB এর উপর লম্ব। AD = 2.5 cm হলে, AB = কত cm?
 [বাংলাদেশ রেলওয়ের উপ সহকারী প্রকৌশলী: ২০১৩]
 ক. 4 cm খ. 5 cm গ. 6 cm ঘ. 3 cm
২. একই চাপের উপর দভায়মান পরিধিষ্ কোণের পরিমাণ ৬০° হলে কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত হবে?
 ক. ২০° খ. ৬০° গ. ৮০° ঘ. ১২০°
৩. একই চাপের উপর দভায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ ১০০° হলে পরিধিষ্ কোণের পরিমাণ কত
 ক. ২০° খ. ৬০° গ. ৮০° ঘ. ৫০°
৪. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০% কমলে, এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত কমবে? [উপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা: ২০১০]
 ক. ১৯% খ. ৪৪% গ. ২০% ঘ. ২১%
৫. r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি কোনটি? (৯ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা 2013)
 ক. $4\pi r^2$ খ. πr^2 গ. $2\pi r$ ঘ. $2\pi r^2$
৬. একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণের মান কত?
 ক. ৯০ খ. ৬০ গ. ৩০ ঘ. ৮০
৭. একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসার্ধের অনুপাত- (ইসলামী ব্যাংক সহকারী অফিসার ২০০৮)
 ক. ৬.২৮ খ. ৩.১৪ গ. $(৩.১৪)^2$ ঘ. ৮.৬২
৮. একটি বৃত্তস্থ বর্গের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে ঐ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?
 ক. 2π খ. 4π গ. 8π ঘ. কোনটিই নয়
৯. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করেছে। ১টি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৫ সেমি এবং কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ১২ সেমি হলে অপর বৃত্তের ব্যাস কত?
 ক. ১৭ খ. ১৪ গ. ১০ ঘ. ৩৪ সেমি.
১০. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৫ সেমি। কেন্দ্র থেকে ৩ সেমি দূরে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত?
 ক. ৬সেমি খ. ৮সেমি গ. ৪ সেমি ঘ. ১০ সেমি.

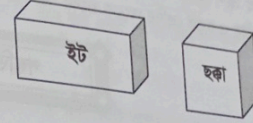
উত্তরমালা

১.	খ	২.	ঘ	৩.	ঘ	৪.	ক	৫.	গ
৬.	ক	৭.	ক	৮.	গ	৯.	ঘ	১০.	খ

ঘন জ্যামিতি

ঘনবস্তু (Solid):

যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা (বেধ) আছে তাকে ঘনবস্তু বলে
 যেমন: ইট, বই, ম্যাচ বক্স, ফুটবল, ইত্যাদি

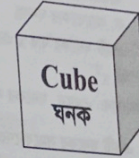


ঘনবস্তুকে কয়েক ভাগে ভাগ করা যায়। যথা:

- ক. ঘনক খ. আয়তকার ঘনবস্তু গ. কোণক ঘ. বেলন ঙ. গোলক

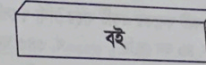
ক. ঘনক (Cube):

যদি কোন ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হয় তাহলে তাকে ঘনক বলে।



খ. আয়তকার ঘনবস্তু:

তিন জোড়া সমান্তরাল আয়তকার সমতল বা পৃষ্ঠ দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে আয়তকার ঘনবস্তু বলে। যেমন: ইট, বই।



ঘনক ও ঘনবস্তুর প্রধান বৈশিষ্ট্যসমূহ

- ঘনক ও ঘনবস্তুর ৩টি মাত্রা (dimension) আছে। যথা: দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও বেধ বা উচ্চতা। এজন্য বলা হয় 3D বস্তু।
- ঘনক ও ঘনবস্তুর তল বা পার্শ্ব বা দিক বা পৃষ্ঠ = ৬টি
- এদের প্রত্যেকটিতে মোট ৮টি কৌণিক বিন্দু (Edge Point) থাকে।
- এদের ধার (Edge line) বা বাহু ১২টি
- এদের প্রত্যেকটিতে মোট ২৪টি সমকোণ থাকে। (প্রতি তলে ৪টি করে ৬টি তলে $৬ \times ৪ = ২৪$ টি সমকোণ)

Formula: ঘনকের বাহু = a এবং ঘনবস্তুর বাহু = a, b, c হলে

নাম	আয়তন (ঘন একক)	১টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল	সমগ্র (৬টি) পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল (বর্গ একক)	একটি তলের কর্ণ (দৈর্ঘ্যের একক)	কর্ণ (দৈর্ঘ্যের একক)
ঘনক	$a \times a \times a = a^3$	$a \times a = a^2$	$6a^2$	$\sqrt{2}a$ (বর্গের কর্ণের মতই)	$\sqrt{3}a$
ঘনবস্তু	$a \times b \times c = abc$	ab বা, bc বা, ca	$2(ab+bc+ca)$	$\sqrt{a^2+b^2}$, $\sqrt{b^2+c^2}$, $\sqrt{c^2+a^2}$	$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

ঘন জ্যামিতির বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

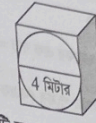
এই অংশ থেকে সবথেকে বেশি প্রশ্ন হয়ে থাকে তাই ঘনক ও ঘনবস্তুর প্রশ্নগুলো গুরুত্বসহকারে বুঝে বুঝে পড়ে ফেলুন।
তৃতীয় ও চতুর্থ শ্রেণির অনেক জবের পরীক্ষায় প্রিলি এবং লিখিত পরীক্ষায় জ্যামিতি অংশের জন্য এখান থেকে প্রশ্ন হয়।

পদ্ধতি-০১: ঘনক সম্পর্কিত প্রশ্ন

- আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে তাকে বলা হয়-
ক. আয়তাকার ঘনবহু খ. ঘনক গ. সমবৃত্তভূমিক বেলন ঘ. ট্রাপিজিয়াম
উত্তর: খ
- একটি ঘনকের ধার x একক হলে ঘনকটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [যাত্রা অধিদপ্তরের সহকারী পদ ২০০৪]
ক. x^2 খ. $3x^2$ গ. $4x^2$ ঘ. $6x^2$
উত্তর: ঘ
সমাধান: এখানে, ঘনকের ধার = ঘনকের এক বাহু = x হলে ঘনক এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $6x^2$ বর্গ একক
- একটি ঘনকের সমকোণের মোট সংখ্যা [পরিবার পরিকল্পনা মেডিকেল অফিসার: ১৯৯৪]
ক. ৪ খ. ৮ গ. ১৮ ঘ. ২৪
উত্তর: ঘ
সমাধান: ঘনকের তলের সংখ্যা = ৬ টি এবং প্রতি তলে সমকোণের সংখ্যা ৪ টি। \therefore ৬ টি তলে সমকোণের সংখ্যা = $(৬ \times ৪) = ২৪$ টি।
- একটি ঘনকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৭ সেন্টিমিটার, এর আয়তন কত? [NSI-(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]
ক. ৪৯ ঘন সে.মি. খ. ৩৪৩ ঘন সে.মি. গ. ৭২৯ ঘন সে.মি. ঘ. ৩৪০ ঘন সে.মি.
উত্তর: খ
সমাধান: ঘনকের আয়তন = $(৭ \text{ সে.মি.})^3 = ৭ \times ৭ \times ৭ = ৩৪৩$ ঘন সে.মি
- একটি ঘনকের ধার ৫ সে.মি. হলে উহার আয়তন কত?
ক. ২৫ ঘন সে.মি. খ. ৬২৫ ঘন সে.মি. গ. ১২৫ ঘন সে.মি. ঘ. ১০ ঘন সে.মি.
উত্তর: গ
সমাধান: ধার ৫ হলে প্রতিটি বাহু ও ৫ সে.মি. তাহলে আয়তন হবে, $৫^3 = ১২৫$ ঘন সে.মি. উত্তর: ১২৫ ঘন সে.মি.
- একটি ঘনকের আয়তন $৩৪৩x^3$ ঘন একক। এর ধার কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০০০]+[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের সহকারী পরিকল্পনা কর্মকর্তা-২০১২]
ক. $১২১x$ খ. $৪২১x$ গ. $৪৯x$ ঘ. $৭x$
উত্তর: ঘ
সমাধান: প্রশ্নমতে, $a^3 = ৩৪৩x^3 \Rightarrow a^3 = (৭x)^3 \therefore a = ৭x$
- একটি ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ৯৬ বর্গমিটার হলে তার আয়তন কত? [RAKUB (SO)-2015]
ক. ৫২ ঘন মিটার খ. ৪৪ ঘন মিটার গ. ৬৪ ঘন মিটার ঘ. ৬০ ঘন মিটার
উত্তর: গ
সমাধান: ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার হলে, সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, $6a^2 = ৯৬ \Rightarrow a^2 = ১৬ \therefore a = ৪$
সুতরাং ঘনকটির আয়তন = $a^3 = ৪^3 = ৬৪$
- একটি ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ৫৪ বর্গ মিটার হলে ঐ ঘনকের আয়তন কত? [Agrani Bank (SO)-2010]
ক. ৯ খ. ২৭ গ. ৫৪ ঘ. ৮১
উত্তর: খ
- একটি ঘনকের আয়তন ৪ ঘনমিটার। যদি ঘনকের প্রতিটি বাহু দ্বিগুণ করা হয় তাহলে নতুন আয়তন কত হবে? (BB (AD)-2011)
ক. ৫৬ ঘন মিটার খ. ৪৪ ঘন মিটার গ. ৬৪ ঘন মিটার ঘ. ২ ঘন মিটার
উত্তর: গ
সমাধান: ঘনকটির একবাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার হলে, আয়তন $a^3 = ৪ \therefore a = ২$
ঘনকের প্রতিটি বাহু দ্বিগুণ হলে এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $2 \times 2 = ৪$ সুতরাং নতুন আয়তন = $৪^3 = ৬৪$ ঘন মিটার।

১০. ৪ মিটার ব্যাস বিশিষ্ট একটি বেলক একটি ঘনবাহুর বাহু যায এমন ঘনবাহুর আয়তন নির্ণয় করুন। [সেসামরিক বিমান ও পল্টন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা]-২০০৫]
ক. ৭২ খ. ৬৪ গ. ৮৪ ঘ. ৩৬

সমাধান: বেলের ব্যাস = ৪ মিটার = ঘনবাহুর একবাহু (কারণ বেলটি ঘনবাহুর চারপাশে লেগে আছে)
ঘনবাহুর আয়তন = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা = $৪ \times ৪ \times ৪ = ৬৪$ ঘ. মি.



১১. একটি ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান। বস্তুর আয়তন ৩৪৩ ঘন সে.মি. হলে তার একটি তলের ক্ষেত্রফল কত? [সরকারি মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক পরীক্ষা-২০১১ + পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের পরিকল্পনা সহকারী কর্মকর্তা-২০১২]
ক. ৭ বর্গ সে.মি. খ. ৪৯ বর্গ সে.মি. গ. ৯ বর্গ সে.মি. ঘ. ৩৬ বর্গ সে.মি.
উত্তর: খ

সমাধান: ধরি ঘনকটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা = a মিটার। ঘনবস্তুর আয়তন = a^3 এবং একটি তলের ক্ষেত্রফল = a^2
প্রশ্নমতে, $a^3 = ৩৪৩ \Rightarrow a^3 = (৭)^3 \therefore a = ৭$ সুতরাং একটি তলের ক্ষেত্রফল = $a^2 = ৭^2 = ৪৯$ বর্গ সে.মি.

১২. একটি ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ মিটার হলে ঘনকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]
ক. ২৪ খ. ৩৬ গ. ৪৮ ঘ. ৫৪
উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $৬a^2$
সুতরাং এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ মিটার হলে সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $৬ \times ৩^2 = ৬ \times ৯ = ৫৪$ বর্গমিটার।

১৩. কোনো ঘনকের ধার ১০ সে. মি. হলে, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? [বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১০]
ক. ৭৫ বর্গ সে. মি. খ. ১০০ বর্গ সে. মি. গ. ৬০০ বর্গ সে. মি. ঘ. ৩০০ বর্গ সে. মি.
উত্তর: গ

১৪. একটি ঘনকের ছয়টি পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গ সে.মি. হলে, ঘনকটির আয়তন কত? [৬ষ্ঠ নিবন্ধন পরীক্ষা - ২০১০]
ক. ৬৪ ঘন সে.মি. খ. ১২৬ ঘন সে.মি. গ. ২১৬ ঘন সে.মি. ঘ. ৩১৬ ঘন সে.মি.
উত্তর: গ

সমাধান: যেহেতু ছয়টি পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $৬a^2 = ২১৬$, $\Rightarrow a^2 = ২১৬ \div ৬ = ৩৬ \therefore$ একবাহু $a = ৬$
এখন আয়তন হবে $a^3 = ৬^3 = ২১৬$ উত্তর: ২১৬ ঘন সে.মি.

১৫. a বাহুবিশিষ্ট ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? [নিব-ক্যাডার বাছাই পরীক্ষা (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]
ক. $\sqrt{3}$ একক খ. $\sqrt{3} a$ একক গ. $\sqrt{2} a$ একক ঘ. $\sqrt{2}$ একক
উত্তর: খ

১৬. একটি ঘনকের প্রতিটি ধার ৩ সে.মি. হলে ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি. ?
ক. $2\sqrt{3}$ খ. $3\sqrt{2}$ গ. $3\sqrt{3}$ ঘ. ৭
উত্তর: গ

সমাধান: যেহেতু ঘনকের কর্ণ = $\sqrt{3}a$ যেখানে $a =$ একবাহুর দৈর্ঘ্য।
সুতরাং এখানে এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ হওয়ায় ঘনকের কর্ণ = $3\sqrt{3}$

প্রমাণ দেখে নিলে সহজে ভুলে যাবেন না:

পাশের চিত্রটি দেখুন: ঘনকের নিচের তল BCHF বর্গের কর্ণ $\sqrt{2}a$
আবার ঘনকের একবাহু = a হওয়ায় $EF = a$,
এখন ঘনকের কর্ণ EC হলো EFC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ। তাহলে
EFC সমকোণী ত্রিভুজে, $EC^2 = FC^2 + EF^2$ (পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে)
 $EC^2 = (\sqrt{2}a)^2 + a^2$ বা, $EC^2 = 2a^2 + a^2$ বা, $EC^2 = 3a^2$
 \therefore ঘনকের কর্ণ $EC = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$ এখানে $a = ৩$ তাই কর্ণ = $3\sqrt{3}$

ঘনকের কর্ণ অর্থাৎ ঘনকের মধ্যে একটি কলাম ফেলে দিলে তা যেভাবে হলে থাকবে।

১৭. একটি ঘনকের কর্ণ $6\sqrt{3}$ । এর সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত?
ক. 216 খ. 116 গ. 316 ঘ. 416

সমাধান: ঘনকের এক বাহু = a , সুতরাং ঘনকের কর্ণ = $\sqrt{3}a = 6\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} \therefore a = 6$

সুতরাং সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $6a^2 = 6 \cdot 6^2 = 216$ বর্গ একক।

নিজে করুন:

১৮. একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ সে.মি. হলে, উহার ক্ষেত্রফল কত?
ক. 96 বর্গ সে.মি. খ. 106 বর্গ সে.মি. গ. 316 বর্গ সে.মি. ঘ. 216 বর্গ সে.মি.

১৯. 4 একক দ্বারা বিশিষ্ট একটি ঘনকের দুটি কর্ণের সমষ্টি কত? 1/৫ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল পর্যায়)-২০১৯।
ক. $\sqrt{3}$ খ. $4\sqrt{3}$ গ. $8\sqrt{3}$ ঘ. $16\sqrt{3}$

সমাধান: ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $4\sqrt{3} \therefore$ ঘনকের দুটি কর্ণের সমষ্টি = $4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

২০. কোন ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $8\sqrt{2}$ সেমি হলে ঘনকটির আয়তন কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধি: (কম্পিউটার অপা:)-২০১১]
ক. 216 খ. 512 গ. 144 ঘ. 196

সমাধান: ধরি, ঘনকের প্রত্যেক বাহু = a

প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = 8\sqrt{2} \therefore a = 8$ [পৃষ্ঠতলের কর্ণ অর্থাৎ ৬টা পার্শ্বের যে কোন একটি পার্শ্বের কর্ণ (বর্গের কর্ণের মত)]
সুতরাং ঘনকটির আয়তন = $8^3 = 512$

২১. ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণ $5\sqrt{2}$ হলে সমগ্রতলের কর্ণ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক-২০০৩]
ক. $5\sqrt{3}$ খ. $6\sqrt{3}$ গ. $5\sqrt{2}$ ঘ. 8

সমাধান: ধরি, ঘনকের প্রত্যেক বাহু = a প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}a = \sqrt{2} \times 5 \therefore a = 5$
 \therefore সমগ্রতলের কর্ণ = $\sqrt{3}a = \sqrt{3} \times 5 = 5\sqrt{3}$

২২. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 96 বর্গমিটার। এর কর্ণের দৈর্ঘ্য (প্রায়) কত মিটার?
ক. 6 খ. 7 গ. 7 ঘ. 8

সমাধান: ঘনকটির দ্বারা = $a \therefore$ সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $6a^2 \Rightarrow 96 = 6a^2 \Rightarrow a^2 = 16 \therefore$ এক বাহু $a = \sqrt{16} = 4$
সুতরাং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a = \sqrt{3} \times 4 = 1.73 \times 4 = 6.9$ মিটার বা প্রায় 7 মিটার।

২৩. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মি. হলে। কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?
a. $2\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{6}$ c. $2\sqrt{3}$ d. 2

২৪. ১০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট কয়টি ছোট ঘনক ১ মিটার বাহুবিশিষ্ট একটি ঘনকের মধ্যে স্থাপন করা সম্ভব?
ক. ১০টি খ. ১০০টি গ. ১০০০টি ঘ. ১০০০০টি

সমাধান: ১মিটার = ১০০ সে.মি. \therefore প্রয়োজনীয় ঘনকের সংখ্যা = $\frac{১০০ \times ১০০ \times ১০০}{১০ \times ১০ \times ১০} = ১০০০$ টি।

২৫. ৩ সে.মি., ৪ সে.মি., ও ৫ সে.মি. বাহু বিশিষ্ট তিনটি ঘনক গুলিয়ে নতুন একটি ঘনক তৈরী করা হলো। নতুন ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? [৩৩ তম বিসিএস। + ঢাকা ইলেকট্রিক সাপ্লাই কোম্পানি(ডেপ্টো)জুনিয়র সহকারী ব্যবস্থাপক-২০১৯।]
ক. ৭.৫ সে.মি. খ. ৬.৫ সে.মি. গ. ৬ সে.মি. ঘ. ৭ সে.মি.

সমাধান:

সবগুলো ছোট ঘনকের আয়তনের যোগফল = $(৩^3 + ৪^3 + ৫^3) = ২১৬$ ঘন সে.মি.

ধরি, নতুন বড় ঘনকের এক বাহু = a প্রশ্নমতে, $a^3 = ২১৬ \Rightarrow a^3 = ৬^3 \therefore a = ৬$ ।

পদ্ধতি-০২: ঘনবস্তু সম্পর্কিত প্রশ্ন

২৬. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর কয়টি তল (Surface) থাকে? [উপ আনুষ্ঠানিক শিক্ষা বুরোয় নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০] + [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স সহকারী ব্যবস্থাপক]-২০১৭।
ক. ৩টি খ. ২টি গ. ৬টি ঘ. ৮টি

২৭. তলের মাত্রা কয়টি? 1/৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭।
ক. ২টি খ. ৩টি গ. ৪টি ঘ. ৬টি

২৮. আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন কোনটি? [পরিবার পরিকল্পনা সহকারী পরিদর্শক-২০১৫।]
ক. $a^2b^2c^2$ ঘনএকক খ. abc ঘন একক গ. \sqrt{abc} ঘ. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

২৯. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 15cm, 10cm, ও 6cm. এর আয়তন কত?
ক. 500 cm^3 খ. 900 cm^3 গ. 1000 cm^3 ঘ. 1500 cm^3

সমাধান: আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা = $(15 \times 10 \times 6) \text{ cm}^3 = 900 \text{ cm}^3$

৩০. একটি কার্টের বাস্তবের দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি., প্রস্থ ৪ সে.মি. ও আয়তন ৪০ ঘন সে.মি. হলে উচ্চতা কত সে.মি.? [জাতীয় সংসদ সচিবালয়ে সহকারী পরিচালক-২০০৬।]
ক. ৮ খ. ৬ গ. ৪ ঘ. ২

সমাধান: আমরা জানি, বাস্তবের আয়তন = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা প্রশ্নমতে, $৫ \times ৪ \times$ উচ্চতা = $৪০ \therefore$ উচ্চতা = $\frac{৪০}{২০} = ২$ সে.মি.

৩১. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ৪ ও ২ মিটার, এর আয়তন ৪০ ঘনমিটার হলে, এর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৩ মিটার খ. ৪ মিটার গ. ৫ মিটার ঘ. ৮ মিটার

৩২. একটি আয়তাকার তামার পাত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে ২০ সে.মি. ১৫ সে.মি., ১০ সে.মি হলে, পাত্রের ভিতরের আয়তন কত? [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী)-২০১১। + স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী)-২০১১।]
ক. ৩০০০ ঘন সে.মি. খ. ২৭০০ ঘন সে.মি. গ. ১৫০০ ঘন সে.মি. ঘ. ২০০০ ঘন সে.মি.

সমাধান: আয়তাকার পাত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে ২০ সে.মি. ১৫ সে.মি. এবং ১০ সে.মি.
 \therefore পাত্রের ভিতরের আয়তন = $(২০ \times ১৫ \times ১০)$ ঘন সে.মি. = ৩০০০ ঘন সে.মি.

৩৩. ১৮" উঁচু একটি বাস্তবের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট এবং প্রস্থ ২ ফুট। বাস্তবটির আয়তন কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০০৪।]
ক. ৮ ঘনফুট খ. ৯ ঘনফুট গ. ১০৮ ঘনফুট ঘ. ৬ ঘনফুট

সমাধান: $১৮" = ১.৫$ ফুট। (অন্য দুটিতে ফুট আছে) [Note: জেনে রাখুন: $১' = ১২$ ফুট কিন্তু $১" = ১$ ইঞ্চি।]
 \therefore বাস্তবটির আয়তন হবে $abc =$ দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা = $১.৫ \times ৩ \times ২ = ৯$ ঘন ফুট

৩৪. একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে. মি ও প্রস্থ ১৮ সে.মি। বইটির পৃষ্ঠা সংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতার পুরুত্ব ০.১ মি হলে বইটির আয়তন কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮। + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯।]
ক. ৪৫৫ ঘন সে.মি. খ. ৪৫০ ঘন সে.মি. গ. ৪৪০ ঘন সে.মি. ঘ. ২৫০ ঘন সে.মি.

সমাধান: ২০০ পৃষ্ঠা = ১০০ পাতা (যেহেতু ১ পাতা = ২ পৃষ্ঠা)
১পাতার পুরুত্ব ০.১ মি.মি হলে ১০০ পাতার পুরুত্ব = $০.১ \times ১০০ = ১০$ মি.মি. বা ১সে.মি. (১০মি.মি = ১ সে.মি.)
সুতরাং বইটির আয়তন = $২৫ \times ১৮ \times ১ = ৪৫০$ ঘন সে.মি.

৩৫. একটি আয়তাকার বাস্তুর উচ্চতা এর দৈর্ঘ্যের দুই-তৃতীয়াংশ। আবার বাস্তুর প্রস্থ এর দৈর্ঘ্যের এক পঞ্চমাংশ। বাস্তুর দৈর্ঘ্য ৩ মিটার হলে এর আয়তন কত ঘনমিটার? [BADC (সহকারী হিসাবরক্ষণ ও সহকারী নিরীক্ষণ কর্মকর্তা)-২০১৯ (আইসিএ)]

ক. ৫৪০ খ. ৪৫০ গ. ৩৩৩.৫ ঘ. ৩৩৭.৫

সমাধান: ধরি, বাস্তুর দৈর্ঘ্য = $1.5x$ (ভগ্নাংশ দুটির হর ৩ ও ৫ এর ল.সা.গু ১৫ কে ধরলে সমীকরণে ভগ্নাংশ আসবে না)

∴ বাস্তুর উচ্চতা = $\frac{2}{3} \times 1.5x = 1.0x$ এবং বাস্তুর প্রস্থ = $1.5x \times \frac{1}{5} = 0.3x$

প্রশ্নমতে, $0.3x = 3$ ∴ $x = 10$
 ∴ বাস্তুর আয়তন = $1.5x \times 1.0x \times 0.3x = (1.5 \times 10) \times (10 \times 1) \times (0.3 \times 1) = 15 \times 10 \times 3 = 450$ ঘনমিটার।

Confusion Clear:

ক্ষেত্রফল হলো যখন কোন কিছুর শুধু দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ দেয়া থাকবে তখন দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ = ক্ষেত্রফল।
 কিন্তু যখন এই দৈর্ঘ্য প্রস্থের সাথে উচ্চতাও গুণ হয় তখন তাকে ক্ষেত্রফল (Area) না বলে আয়তন (Volume) বলে।

সুতরাং ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফলের কথা আসে কখন?

ধরুন, একটা কাগজের বস্তুর একটা জায়গায় রাখলে যতটুকু স্থান দখল করে সেটা তার আয়তন। কিন্তু সেই কাগজের বস্তুর একটা ছিড়ে ৬ পাশের ৬টা পার্টকে আলাদা করলে তা আর ঘনবস্তু থাকবে না বরং তখন ঐ প্রতিটি অংশকে একটি তল বলা হয়। এখন প্রতিটি তলের শুধু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ গুণ করে তলের ক্ষেত্রফল বের হবে। তলের উচ্চতা থাকে না।

৩৬. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর একটি তলের ক্ষেত্রফল ৬০ বর্গ সে.মি. হলে এর বিপরীত তলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক. ১৫ বর্গ সে.মি. খ. ২০ বর্গ সে.মি. গ. ৩০ বর্গ সে.মি. ঘ. ৬০ বর্গ সে.মি.

সমাধান: যেহেতু এক তলের বিপরীত তল সমান সমান তাই ক্ষেত্রফল ও সমান হবে। সুতরাং উত্তর: ৬০ বর্গ সে.মি.

৩৭. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ৭.৫ সে.মিটার, প্রস্থ ৬ সে.মিটার ও উচ্চতা ৪ সে.মিটার হলে, ঘনবস্তুর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন? [কস্টমস এন্ড ইন্সিডেন্ট ও ভার্টিক্যাল কমিশনারেট, ঢাকা-পশ্চিম (সিপিআই)-২০২২]

ক. ১৪০ বর্গ সে.মি. খ. ১৯৮ বর্গ সে.মি. গ. ২২৮ বর্গ সে.মি. ঘ. ২৫২ বর্গ সে.মি.

সমাধান: দেয়া আছে, দৈর্ঘ্য = $a = 7.5$ cm; প্রস্থ $b = 6$ cm; উচ্চতা $c = 4$ cm
 সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2(ab+bc+ca)$
 $= 2\{(7.5 \times 6) + (6 \times 4) + (7.5 \times 4)\} = 2(45 + 24 + 30) = 2 \times 99 = 198$

৩৮. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল ২৩৬৮ বর্গ সে.মি। ইহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত ৬ : ৫ : ৪ হলে, দৈর্ঘ্য কত?

ক. ২০ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২৪

সমাধান: ধরি, ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে $6x, 5x$ এবং $4x$

আমরা জানি, ঘনবস্তুর সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $2(ab+bc+ca)$

প্রশ্নমতে, $2\{(6x \times 5x) + (5x \times 4x) + (4x \times 6x)\} = 2368$
 $\Rightarrow 2\{30x^2 + 20x^2 + 24x^2\} = 2368$
 $\Rightarrow 74x^2 = 1184 \Rightarrow x^2 = 16 \therefore x = 4$ সুতরাং আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = $6 \times 4 = 24$

৩৯. একটি হিমাগারকে নবায়ন করার সময় এর দৈর্ঘ্য ৩০% ও প্রস্থ ৫০% বাড়ানো হল এবং এর উচ্চতা ২০% কমানো হল। নবায়নকৃত হিমাগারের আয়তন পুরোনো হিমাগারের থেকে শতকরা কত অংশ বেশি? [BADC (AO)-2017]

ক. ৫৬% খ. ৫০% গ. ৪৫% ঘ. ৬৫%

সমাধান: প্রথমে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা ১০, ১০ এবং ১০ হলে আয়তন = $10 \times 10 \times 10 = 1000$
 নতুন দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা = ১৩, ১৫ এবং ৮ সুতরাং নতুন আয়তন = $13 \times 15 \times 8 = 1560$

আয়তন বৃদ্ধি পায় $1560 - 1000 = 560$ । বৃদ্ধির শতকরা হার = $\frac{560 \times 100}{1000} = 56\%$

[সুপারমার্শ: অনেক বড় হিসেবের ক্ষেত্রে ১০০ ধরে হিসেব করার চেয়ে ১০ ধরে হিসেব করা সহজ।]

৪০. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a, b ও c হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য- [মহাহিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ের অধীনে অডিটর-২০১১]

ক. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ খ. $a + b + c$ গ. $\sqrt{a+b+c}$ ঘ. abc

সমাধান: ∴ ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

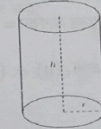
৪১. ৩০ সে.মি. লম্বা, ২৪ সে.মি চওড়া এবং ১৮ সে.মি উচ্চতার একটি ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

ক. ৩০ খ. $15\sqrt{2}$ গ. ৬০ ঘ. $30\sqrt{2}$

সমাধান: ঘনবস্তুর কর্ণ = $\sqrt{(30)^2 + (24)^2 + (18)^2} = \sqrt{1800 + 864 + 324} = \sqrt{2988} = 54.66$

পদ্ধতি-০৩: বেলন সম্পর্কিত প্রশ্ন

একটি আয়তক্ষেত্রের যে কোনো একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে আয়তক্ষেত্রটিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে সমবৃত্তভূমিক বেলন বলে।



বেলন সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্র:

- একটি বেলনের বৃত্তাকার ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
 (i) বেলনের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা = $\pi r^2 h$ ঘন একক।
 (ii) বেলনের বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিধি \times উচ্চতা = $2\pi r h$ বর্গ একক
 (iii) বেলনের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল + দুই প্রান্তের ক্ষেত্রফল = $(2\pi r h + 2\pi r^2) = 2\pi r(h+r)$ বর্গ একক
 (iv) বেলনের দুই প্রান্তের মোট ক্ষেত্রফল = $2\pi r^2$ বর্গ একক [কারণ দুপাশে দুটি বৃত্তাকার ঢাকনা থাকে।]

বাস্তব উদাহরণ: লোহা বা প্লাস্টিকের যে কোন পাইপ, পানির ড্রাম, কুয়া, টানেল সবগুলোই বেলনের উদাহরণ।

৪২. ১০ সে.মি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাস ৪ সে.মি. বেলনের আয়তন কত?

ক. ১৪০π ঘন সে.মি. খ. ১৬০π ঘন সে.মি. গ. ১২০π ঘন সে.মি. ঘ. ২৪০π ঘন সে.মি.

সমাধান: এখানে বেলনের উচ্চতা $h = 10$ সে.মি. এবং ব্যাসার্ধ $r = 4 \div 2 = 2$ সে.মি.
 সুতরাং বেলনের আয়তন = $\pi r^2 h = \pi \times 4^2 \times 10 = 160\pi$ ঘন সে.মি.

৪৩. কোন কুয়ার গভীরতা ১০ মিটার এবং ব্যাসার্ধ ১ মিটার হলে ঐ কুয়ার আয়তন কত? [৬ষ্ঠ শ্রমিক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১০]

ক. ১০০π ঘনমিটার খ. ১০π ঘনমিটার গ. ১০০০ ঘনমিটার ঘ. π^3

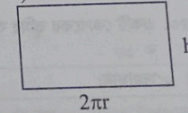
সমাধান: কুয়ার উচ্চতা, $h = 10$ মিটার এবং ব্যাসার্ধ, $r = 1$ মি. (এখানে কুয়ার গভীরতা = উচ্চতা)
 সুতরাং কুয়ার আয়তন = $\pi r^2 h = \pi \times 1^2 \times 10 = 10\pi$ ঘন মিটার।

৪৪. বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল -

ক. πr^2 খ. $2\pi r + h$ গ. $2\pi r h$ ঘ. $2\pi(r+h)$

সমাধান: পাশের লোহার পাতটি বাঁকা করে মোড়ালো একটি বেলনের বক্রপৃষ্ঠ তৈরি হবে।

যেখান, গোলাকার বেলনের পরিধি হবে $2\pi r$ এবং উচ্চতা হবে h
 ∴ এই পাতটির ক্ষেত্রফলই হলো বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল। এখানে ক্ষেত্রফল = $2\pi r \times h = 2\pi r h$



৪৫. ১৪ মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ ৬ মিটার হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? [বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)- ২০১১]

ক. ৪৪০π খ. ১২০π গ. ২০০π ঘ. ২৪০π

সমাধান: দেয়া আছে, বেলনের উচ্চতা, $h = 14$ মিটার এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 6$ মিটার,
 \therefore সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r+h) = 2\pi \times 6(6+14) = 12\pi \times 20 = 240\pi$

মি নিজে করুন:

৪৬. ১২ মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ ৩ মিটার। সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? [বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের সহকারি পরিচালক: ২০১৬]
 ক. ৮০π খ. ১০৮π গ. ১২০π ঘ. ৯০π উত্তর: ঘ

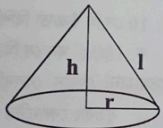
৪৭. একটি বেলনের আয়তন ২১৬π ঘন মিটার এবং উচ্চতা ৬ মিটার হলে, তার ভূমির ব্যাসার্ধ কত? [জন শক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-সহকারী পরিচালক: ২০০১] + [BKB (off)-2012]
 ক. ২৫ মিটার খ. ১৬ মিটার গ. ৬ মিটার ঘ. ১০ মিটার উত্তর: গ
 সমাধান: বেলনের আয়তন, $\pi r^2 h = ২১৬\pi$, $\Rightarrow r^2 \times ৬ = ২১৬ \Rightarrow r^2 = ৩৬ \therefore r = ৬$ মিটার।

৪৮. একটি বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ সে.মি. এবং আয়তন ১৫০ ঘন সে.মি.। বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ কত? [মানকমুদ্রা নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক : ২০১৭]
 ক. ৫ সে.মি. খ. ৪ সে.মি. গ. ৩ সে.মি. ঘ. ৬ সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: বেলনের ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
 বেলনের আয়তন $= \pi r^2 h = 150$ ---- (i) এবং বেলনের বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r h = 100 \therefore \pi r h = 50$ ---- (ii)
 এখন, (ii) \div (i) করে পাই, $\frac{\pi r^2 h}{\pi r h} = \frac{150}{50} \therefore r = 3$ সে.মি. সুতরাং বেলনের ব্যাসার্ধ $= 3$ সে.মি.

পদ্ধতি-০৪: কোণক সম্পর্কিত প্রশ্ন

কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যে কোনো একটি বাহুকে ছিন্ন রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্ত্র উৎপন্ন হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিকে কোণক বলে।



চিত্র: সমবৃত্তভূমিক কোণক

কোণক সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্র :

- কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3} \times (\text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা})$ অর্থাৎ, $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক
- কোণকের হেলানোর উচ্চতা $= l = \sqrt{h^2 + r^2}$
- কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= (\text{বক্র তলের ক্ষেত্রফল} + \text{ভূমির ক্ষেত্রফল}) = \pi r l + \pi r^2 = \pi r (l+r)$

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

৪৯. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যে কোনো একটি বাহুকে ছিন্ন রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্ত্র উৎপন্ন হয় তাকে কী বলে? [মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা ২০০১]
 ক. গোলক খ. বেলন গ. ঘনক ঘ. কোণক উত্তর: ঘ

৫০. একটি কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ ৫ সে.মি এবং উচ্চতা ১২ সে.মি. হলে, এর হেলানো উচ্চতা কত? [৬ষ্ঠ নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১০]
 ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৩ ঘ. ১৫ উত্তর: গ

সমাধান:	শর্টকাট (মুখে মুখে করার টেকনিক):
কোণকের হেলানোর উচ্চতা, $L = \sqrt{h^2 + r^2}$	সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩
উচ্চতা, $= \sqrt{(12)^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$	হতে কোণকের হেলান = অতিভুজ = ১৩ সে.মি.

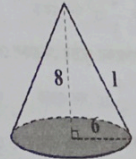
একটি কোণকের ভূমি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৬ সে.মি. এবং উচ্চতা ৭ সে.মি. হলে, কোণকটির আয়তন কত ঘন একক? [প্রাক-প্রার্থীক
 সহকারী শিক্ষক সুবিঃসংস্থা: ২০০২] খ. ২৪৪ ঘন সে.মি. গ. ২৫৪ ঘন সে.মি.
 ক. ২৩৪ ঘন সে.মি. ঘ. ২৬৪ ঘন সে.মি. উত্তর: ঘ
 দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ $r = ৬$ এবং উচ্চতা $= ৭$ সে.মি.
 আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times ৬^2 \times ৭ = ২২ \times ১২ = ২৬৪$ সে.মি.

কোনো সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ $\frac{1}{3}$ মিটার এবং উচ্চতা ১ মিটার হলে কোণকটির আয়তন কত? [বহিরাগমন নিয়ন্ত্রক ও
 নিয়ন্ত্রক কার্যালয়ের হিসাবরক্ষণ কর্মকর্তা: ১৯৯৬] খ. $\frac{\pi}{3}$ ঘনমিটার গ. $\frac{\pi}{9}$ ঘনমিটার ঘ. $\frac{\pi}{27}$ ঘনমিটার উত্তর: ঘ
 ক. π ঘনমিটার

সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
 কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 1 = \frac{\pi}{3} \times \frac{1}{9} = \frac{\pi}{27}$ ঘনমিটার।

একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা ৪ সে.মি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ ৬ সে.মি.। এর সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল কত?
 ক. 40π খ. 90π গ. 96π ঘ. 120π উত্তর: গ
 সমাধান: কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $=$ বক্র তলের ক্ষেত্রফল $+$ ভূমির ক্ষেত্রফল $= (\pi r l + \pi r^2)$

প্রশ্নে প্রদত্ত রু অনুযায়ী $\pi r^2 = \pi 6^2 = 36\pi$
 কিন্তু $\pi r l$ এর সূত্র প্রয়োগ করার জন্য l হেলানোর উচ্চতা জানতে হবে।
 আমরা জানি কোণকের হেলানোর দৈর্ঘ্য হচ্ছে সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মত।
 তাই $l^2 = 8^2 + 6^2 \therefore l = 10$ [সমকোণী ত্রিভুজের অনুপাতের মান থেকে সরাসরি।]
 তাহলে $\pi r l = \pi \times 6 \times 10 = 60\pi$
 এখন, কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 36\pi + 60\pi = 96\pi$ (উত্তর :)



একটি কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ ৩ সে.মি. এবং কোণকটির উচ্চতা ৮ সে.মি.। কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ৪৭.১২ বর্গ সে.মি. খ. ৪৯.১২ বর্গ সে.মি. গ. ৫০ বর্গ সে.মি. ঘ. ৫১.১২ বর্গ সে.মি. উত্তর: ক
 সমাধান: দেওয়া আছে, কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 3$ সে.মি. এবং কোণকের উচ্চতা, $h = 4$ সে.মি.

এখানে, কোণকের হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ সে.মি.
 সুতরাং কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 3 \times 5 = 47.12$ বর্গ.সে.মি.

একটি কোণকের বক্রতলের ব্যাসার্ধ ৭ সে.মি. এবং উচ্চতা ২৪ সে.মি. হলে মোট ক্ষেত্রফল এবং আয়তন কত? [বিআরটিবি সহকারী
 কর্মকর্তা গদে পরীক্ষা /
 ক. ৬৪০, ১২৩০ খ. ৬৪৩, ১২৩৬ গ. ৬৪৪, ১২৩৪ ঘ. ৬৪২, ১২৩২ উত্তর: ঘ

সমাধান: কোণকের ক্ষেত্রফল $= \pi r (r + l) = \frac{22}{7} \times 7(7 + 24) = 22 \times 31 = 682$ বর্গ সে.মি.
 কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 22 \times 56 = 1232$ ঘন সে.মি.

একটি সিলিন্ডার ও একটি বৃত্তাকার মোচার (কোণক) ব্যাসার্ধ এবং আয়তন সমান। সিলিন্ডারের উচ্চতা ও মোচার উচ্চতার
 অনুপাত কত? [সোনালী, জনতা ব্যাংকের আইটি অফিসার: ২০২০]
 ক. ৩ : ৫ খ. ২ : ৫ গ. ১ : ৩ ঘ. ৩ : ৩ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডার ও বৃত্তাকার মোচার ব্যাসার্ধ = r এবং সিলিন্ডার ও বৃত্তাকার মোচার উচ্চতা যথাক্রমে, x এবং y

সুতরাং সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 x$ এবং বৃত্তাকার মোচার (কোণকের) আয়তন = $\frac{1}{3} \pi r^2 y$

প্রথমতে, $\pi r^2 x = \frac{1}{3} \pi r^2 y \Rightarrow x = \frac{1}{3} \times y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \therefore x : y = 1 : 3$

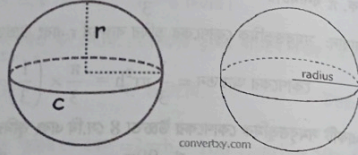
পদ্ধতি-০৫: গোলক সম্পর্কিত প্রশ্ন

কোনো অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ ধরে অর্ধবৃত্তটিকে ঐ ব্যাসের চারদিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তাকে গোলক বলে।

■ গোলকের প্রয়োজনীয় সূত্র: গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে

গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন একক।

গোলকের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$



■ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৫৭. গোলকের আয়তন কোনটি? [জেলা নির্বাচন অফিসার পরীক্ষা: ২০০৪]

- ক. $\frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন একক খ. $\frac{4}{3} \pi r^2$ ঘন একক গ. $4\pi r^2$ ঘন একক ঘ. $\frac{4}{3} r^3$ ঘন একক

উত্তর: ক

৫৮. গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কোনটি? [নৌপরিবাহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা: ২০১০]

- ক. $\frac{4}{3} \pi r^2$ ঘন একক খ. $3\pi r^2$ ঘন একক গ. $4\pi r^2$ ঘন একক ঘ. $\pi r^2 h$ ঘন একক

উত্তর: গ

৫৯. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ 5 সেমি. হলে এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

- ক. 80π বর্গ সেমি. খ. 100π বর্গ সেমি. গ. 200π বর্গ সেমি. ঘ. 300π বর্গ সেমি.

উত্তর: খ

সমাধান: গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2 = \pi \times 4 \times 5^2 = 100\pi$

৬০. কোন গোলকের ব্যাসার্ধ 3 মিটার হলে, আয়তন ও ক্ষেত্রফল কত? [৬ষ্ঠ সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা: ২০১১]

- ক. 36π ও 36π খ. 36π ও 30π গ. 36π ও 30π ঘ. 36π ও 30π

উত্তর: ক

সমাধান: গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 27 = 36\pi$

আবার, গোলকটির ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 3^2 = 4 \times \pi \times 9 = 36\pi$

৬১. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করা হলে, গোলকের আয়তন বৃদ্ধি পাবে? [সাব-রেজিস্ট্রার: ২০১২]

- ক. ২ গুণ খ. ৪ গুণ গ. ৮ গুণ ঘ. ৬ গুণ

উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ প্রথমে ছিল = r তাহলে আয়তন $\frac{4}{3} \pi r^3$, বৃদ্ধিপ্রাপ্ত নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ = 2r

নতুন গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi (2r)^3 = \frac{4}{3} \pi \times 8r^3 = 8 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 8 \times$ মূল গোলকের আয়তন। অর্থাৎ ৮ গুণ হবে।

শর্টকাট: ব্যাস বা ব্যাসার্ধ যতগুণ বাড়বে = আয়তন (যতগুণ)° বাড়বে। এখানে ২° = ৮ গুণ।

৬২. একটি ফুটবলের ব্যাস ১০ ইঞ্চি হলে ফুটবলটির আয়তন কত? [মাধ্যমিক সহকারী পরীক্ষা ২০০২]

- ক. ৩১.৪১৬ বর্গ ইঞ্চি খ. ৭৮.৫৪ ইঞ্চি গ. ৩১৪.১৬ ঘনইঞ্চি ঘ. ৫২৩.৮১ ঘনইঞ্চি

উত্তর: ঘ

সমাধান: ফুটবলের ব্যাস ২r = ১০ ইঞ্চি ∴ ব্যাসার্ধ r = ৫ ইঞ্চি

ফুটবলের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (৫)^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times ১২৫ = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times ১২৫ = ৫২৩.৮১$ ঘন ইঞ্চি (প্রায়)

৬৩. দুটি গোলকের ব্যাসার্ধের অনুপাত ৩ : ২ হলে তাদের আয়তনের অনুপাত কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় সহকারী অধিদপ্তর]

- ক. ৯ : ৪ খ. ২৭ : ৮ গ. ১২ : ৪ ঘ. ২৭ : ৪

উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, বড় গোলকের ব্যাসার্ধ = 3r, তাহলে বড় গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi (3r)^3 = \frac{4}{3} \pi \times 27r^3$

এক ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ = 2r, তাহলে ছোট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi (2r)^3 = \frac{4}{3} \pi \times 8r^3$

দুই গোলকের আয়তনের অনুপাত বড় : ছোট = $\frac{4}{3} \pi \times 27r^3 : \frac{4}{3} \pi \times 8r^3 = 27 : 8$

উত্তর: ২৭ : ৮

শর্টকাট: ব্যাসার্ধের অনুপাত থেকে আয়তনের অনুপাত বের করার জন্য (ব্যাসার্ধের অনুপাত)° = আয়তনের অনুপাত [৩° : ২° = ২৭ : ৮]

৬৪. দুটি গোলকের আয়তনের অনুপাত ৮ : ২৭। তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (তালিকা): ২০১২; প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (দানিয়ুব): ২০১৩; বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরোর পরিসংখ্যান অ্যানালিস্ট অফিসার: ২০১৪] + [NSI (কিন্ড অফিসার): ২০২১]

- ক. ৪ : ৯ খ. ৪ : ১৫ গ. ২ : ৩ ঘ. ৫ : ৬

উত্তর: ক

সমাধান: (আগের অংকটা ই উল্টোপাশে কিন্তু ব্যাসার্ধের অনুপাত বের করার পর শেষে ক্ষেত্রফলের অনুপাত বের করতে হবে)

গোলকের ব্যাসার্ধ r₁ ও r₂ হলে, গোলকদ্বয় আয়তনের অনুপাত = $\frac{4}{3} \pi r_1^3 : \frac{4}{3} \pi r_2^3 = r_1^3 : r_2^3$

প্রথমতে, $\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{8}{27} \Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{2^3}{3^3} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3} \therefore r_1^2 : r_2^2 = 2 : 3$

সুতরাং গোলকের ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $4\pi r_1^2 : 4\pi r_2^2 = r_1^2 : r_2^2 = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

শর্টকাট: প্রথমে আয়তনের অনুপাত থেকে ব্যাসার্ধের অনুপাত = $\sqrt[3]{8 : 27} = 2 : 3$
এখন, ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $2^2 : 3^2 = 4 : 9$

■ নিজে করুন :

৬৫. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ / ব্যাস ৩ গুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কত গুণ বৃদ্ধি পাবে?

- ক. ৬ খ. ৯ গ. ৭ ঘ. ৩

উত্তর: খ

[Hints: ব্যাস ৩ গুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল = ৩×৩ = ৯ গুণ বৃদ্ধি পাবে। (শর্টকাট: ৩° = ৯ গুণ।) ক্ষেত্রফল তাই বর্গের মত।]

৬৬. দুটি গোলকের ক্ষেত্রফলের অনুপাত ৯ ও ২৫ হলে আয়তনের অনুপাত কত?

- ক. $\frac{49}{64}$ খ. $\frac{30}{69}$ গ. $\frac{27}{225}$ ঘ. $\frac{27}{125}$

উত্তর: ঘ

[বর্গমূল বের করে ঘন করুন।]

অতিরিক্ত পাঠ: সূত্রগুলো মনে রাখার চেষ্টা করুন:

ধ্রু অর্ধগোলক (Hemisphere):

1. Volume = $\frac{2}{3} \pi r^3$ cubic units

2. Curved surface area ($2\pi r^2$) sq.

3. Total surface area ($3\pi r^2$) sq.



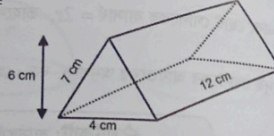
ধ্রু ত্রিভুজাকৃতি প্রিজম: Triangular prism :

(i) Volume: area of triangle or Base \times height =

$(\frac{1}{2} \times L \times W) \times \text{Height}$ or $\frac{L \times W \times H}{2}$

(ii) Surface area = PH + 2B

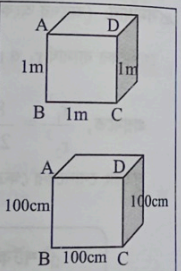
Here: P = perimeter of triangle and H = Height
B = area of triangle



পদ্ধতি-০৬: চৌবাচ্চার ধারণ ক্ষমতা সম্পর্কিত প্রশ্ন

এই অংশটুকু অনেক সহজ হলেও অনেকে ঘন মিটার আর ঘন সেন্টিমিটারের হিসেব করতে গিয়ে গুলিয়ে ফেলেন। তাই চিত্র সহ বিস্তারিত বুঝিয়ে দেয়া হলো। ১০ মিনিট পড়লে আর সমস্যা থাকবে না।

পাশের চিত্র দুটি দেখুন: দুটিই একই মাপের চৌবাচ্চা।
এখন মিটার ধরে হিসেব করলে দেখা যাবে ১মি. \times ১মি. \times ১মি. = ১ ঘন মিটার।
ধ্রু মনে রাখুন: ১ ঘন মিটার জায়গায় ১০০০ লিটার পানি ধরে।
এখন ২য় চিত্রটিও একই আয়তনের কিন্তু ১ মিটার = ১০০ সে.মি. দেয়া আছে।
তাহলে সে.মি. এ আয়তন হবে: ১০০ \times ১০০ \times ১০০ = ১০০০০০০ ঘন সে.মি.
আবার পানি ধরবে এ ১০০০ লিটার ই। অর্থাৎ ১০০০০০০ ঘন সে.মি. তে ১০০০ লিটার
পানি ধরলে ১০০০ ঘন সে.মি তে পানি ধরবে = $\frac{১০০০ \times ১০০০}{১০০০০০০} = ১$ লিটার।
তাহলে এক লাইনে বলা যায়: ১m³ = 1000 litre এবং 1 litre = 1000 cm³
কেউ যদি ভুল করে সে.মি. কে মিটার বানিয়ে তারপর হিসেব করতে চায় তাহলে?
তাহলে ঘন মিটারের সাথে ০০০০০০০ (৬টি শূন্য যোগ করে হিসেব করতে হবে)
ভুল হতে পারে যেখানে: ১ মিটার = ১০০ সে.মি.
তাহলে ১ ঘনমিটার = ১০০ ঘন সে.মি. দিলে ভুল হবে। কারণ ঘন অর্থ তিনবার ১০০ করে গুণ।
তাহলে ১ ঘন মিটার = ১০০০০০০ ঘন সে.মি.।



এখন নিচের প্রশ্ন সমাধান গুলো দেখলেই এরকম প্রশ্নে আর সমস্যা থাকবে না।
৬৭. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ৫ মিটার প্রস্থ ৩ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার হলে বস্তুর কত লিটার পানি দ্বারা পূর্ণ হবে।
[সমাজসেবা অধিদপ্তরের প্রবেশন অফিসার-২০১৩+মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রন অধিদপ্তরের সহকারী প্রসিকিউটর-২০২১]
ক. ৪০০০০ লিটার খ. ২০০০০ লিটার গ. ৩০০০০ লিটার ঘ. ৫০০০০ লিটার উত্তর: গ

ধ্রু সমাধান: (সবগুলোতেই মিটার থাকায় মিটার ধরেই হিসেব)

ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = ৫ মিটার, প্রস্থ = ৩ মিটার ও উচ্চতা = ২ মিটার
আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = ৫ \times ৩ \times ২ = ৩০ ঘনমিটার।
আমরা জানি, ১ ঘনমিটার = ১০০০ লিটার
 \therefore ৩০ ঘনমিটার = ৩০ \times ১০০০ = ৩০০০০ লিটার।
সবগুলোতেই মিটার থাকলে মিটার ধরে সমাধান করাই সহজ।

ধ্রু বিকল্প সমাধান: (সেন্টিমিটার বানিয়ে হিসেব)
দৈর্ঘ্য ৫ মিটার = ৫০০ সে.মি.
প্রস্থ = ৩ মিটার = ৩০০ সে.মি.
উচ্চতা = ২ মিটার = ২০০ সে.মি.
আয়তন = ৫০০ \times ৩০০ \times ২০০ = ৩০০০০০০০ ঘন সে.মি.
সুতরাং পানি ধরবে = $\frac{৩০০০০০০০}{১০০০} = ৩০০০০$ লিটার।

ধ্রু নিজে করুন:

৬৮. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং গভীরতা ৩ মিটার। চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত লিটার পানি লাগবে?
[মাধ্যমিক সহকারী নিয়োগ পরীক্ষা ২০০৩] + বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা -২০১১]
ক. ৬০ লিটার খ. ৬০০০ লিটার গ. ৬০০০০ লিটার ঘ. ৩৬০০০ লিটার উত্তর: গ

৬৯. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৩ মি. প্রস্থ ২ মি. ও উচ্চতা ৪ মি. হলে এতে কত লিটার পানি ধরবে? [IRAKUB (officer)-2015]
+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]
ক. ২৪০০০ লিটার খ. ২৪০০ লিটার গ. ২৪০০০০ লিটার ঘ. ২৪ লিটার উত্তর: ক

৭০. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা ০.১ মিটার করে। ঐ চৌবাচ্চায় কত ঘনমিটার পানি ধরবে? [থানা শিক্ষা অফিসার ৯৬]
ক. ০.১ ঘন মিটার খ. ০.০১ ঘন মিটার গ. ০.০০১ ঘন মিটার ঘ. ১ ঘন মিটার উত্তর: গ

৭১. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ১০ মিটার, প্রস্থ ৫ মিটার এবং গভীরতা ৪০সে.মি.। চৌবাচ্চাটির ধারণ ক্ষমতা কত? [রাষ্ট্রগড় ব্যাংক (সিনিয়র অফিসার)-১৯৯৮]
ক. ৬৫০০০লি. খ. ৭০০০০লি. গ. ২০,০০০লি. ঘ. ৭৫০০০লি. উত্তর: গ

৭২. একটি মগের ভিতরের আয়তন ১৫০০ ঘন সেন্টিমিটার হলে, ২৭০ লিটার পানি কত মগ ধরে? (৭ম শ্রেণী-(অনু:৩))
ক. ২৫০ খ. ১৮০ গ. ১৫০ ঘ. ২২০ উত্তর: খ

ধ্রু সমাধান: [মগের আয়তন ঠিক বেলনের আয়তনের মত হবে]
এখানে, মগের ভিতরের আয়তন = ১৫০০ ঘন সেন্টিমিটার = $\frac{১৫০০}{১০০০}$ লিটার = ১.৫ লিটার।
মগের সংখ্যা = $\frac{\text{মোট পানি}}{\text{মগের ভিতরের আয়তন}} = \frac{২৭০}{১.৫} = \frac{২৭০ \times ১০}{১৫} = ১৮০$ \therefore ১৮০ মগ পানি হবে। উত্তর: ১৮০

ধ্রু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ বা উচ্চতার কোন একটির মান না থাকলে x ধরে উপরের নিয়মেই সমীকরণ সাজাতে হবে:
৭৩. একটি চৌবাচ্চা ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার হলে, গভীরতা কত? [৪২তম বিসিএস শ্রিলি: (বিশেষ)] + [ঔষধ প্রশাসন অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১] + পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
ক. ১.৫ মিটার খ. ২.৫ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৩.৫ মিটার উত্তর: খ

ধ্রু সমাধান: আমরা জানি, ১০০০ লিটার = ১ ঘন মিটার
 $\therefore ৮০০০$ " = $\frac{৮০০০}{১০০০}$ " = ৮ ঘন মিটার।
ধরি, চৌবাচ্চার গভীরতা = h মিটার \therefore আয়তন = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা = (২.৫৬ \times ১.২৫ \times h) ঘন মিটার
প্রশ্নমতে, ২.৫৬ \times ১.২৫ \times h = ৮ ঘনমিটার $\therefore h = \frac{৮}{২.৫৬ \times ১.২৫}$ = ২.৫ মি. উত্তর: ২.৫ মিটার

নিজে করুন:

৭৪. একটি চৌবাচ্চার ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৩.৫০ মিটার, প্রস্থ ১.৫০ মিটার হলে এর গভীরতা কত মিটার?
[BSC- Combined-(So)- Exam - 2018 (Set-A)]

ক. ৭৫ মিটার খ. ৬ মিটার গ. ১.৫২ মিটার ঘ. ২.৫ মিটার উত্তর: গ

[Hints: ৮০০০ লিটার ÷ ১০০০ = ৮ ঘন মিটার এখন, উচ্চতা = h ধরে, প্রশ্নমতে, ৩.৫ × ১.৫ × h = ৮ ∴ h = ১.৫২ মি.]

৭৫. একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে দৈর্ঘ্য কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]

ক. ৪ মিটার খ. ৬ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ১৪ মিটার উত্তর: গ

[Hints: প্রশ্নমতে, ২.৫৬ × ২.৫ × h = ১৯.২ ∴ h = ৩ মিটার]

লিখিত অংশ

১. একটি বক্সের দৈর্ঘ্য ২ মিটার, প্রস্থ ১ মিটার ৫০ সে.মি এবং উচ্চতা ১ মিটার। বক্সটির আয়তন কত? [সরকারি যানবহন অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১] + [বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]

সমাধান: দেয়া আছে, দৈর্ঘ্য = ২ মিটার, প্রস্থ = ১ মিটার ৫০ সে.মি = ১.৫ মিটার এবং উচ্চতা = ১ মিটার
∴ আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = ২ × ১.৫ × ১ = ৩ ঘনমিটার উত্তর: ৩ ঘনমিটার।

২. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর ৪৮ বর্গ মিটার জমির উপর দন্ডায়মান। এর উচ্চতা ৩ মিটার এবং কর্ণ ১৩ মিটার। আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর?

ক. ১২, ২ খ. ১২, ৪ গ. ১২, ৬ ঘ. ১২, ৮ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = a, প্রস্থ = b এবং উচ্চতা c = 3
প্রশ্নমতে, ab = 48 বর্গমিটার(i)

এবং $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 13 \Rightarrow a^2 + b^2 + 3^2 = 169 \Rightarrow a^2 + b^2 = 169 - 9 \therefore a^2 + b^2 = 160$(ii)

আমরা জানি, $a + b = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab} = \sqrt{160 + 2 \times 48} = \sqrt{160 + 96} = \sqrt{256} = 16 \therefore a + b = 16$(iii)

আবার, $a - b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab} = \sqrt{160 - 2 \times 48} = \sqrt{160 - 96} = \sqrt{64} = 8 \therefore a - b = 8$(iv)

এখন, (iii) + (iv) করে পাই, $2a = 24 \therefore a = 12$ আবার, (iii) - (iv) করে পাই, $2b = 8 \therefore b = 4$
সুতরাং দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 4 মিটার।

৩. লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারি। একখন্ড লোহার পাত ৩ মিটার লম্বা, ২ মিটার চওড়া ও ১ সেমি. পুরু। লোহার পাতের ওজন কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)- (মুক্তিকোটা)-২০১৮-(লিখিত)]

সমাধান: লোহার পাতের দৈর্ঘ্য = ৩ মিটার = ৩০০ সেমি. [১ মিটার = ১০০ সেমি.] [যেহেতু পুরুত্ব সে.মি. এ দেয়া আছে]

লোহার পাতের চওড়া = ২ মিটার = ২০০ সেমি. এবং লোহার পুরুত্ব = ১ সেমি.

∴ লোহার পাতের আয়তন = (৩০০ × ২০০ × ১) ঘন সেমি. = ৬০০০০ ঘন সে.মি.

আমরা জানি, ১ ঘন সেমি. পানির ওজন = ১ গ্রাম [১ ঘন সে.মি. পানি = ১ গ্রাম]

∴ ৬০০০০ " " " = ৬০০০০ গ্রাম
সুতরাং লোহার পাতের ওজন = (৬০০০০ × ৭.৫) গ্রাম = ৪৫০০০০ গ্রাম = ৪৫০ কেজি উত্তর: ৪৫০ কেজি।

কোন আয়তক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য ১২ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ সে.মি.। একে বৃহত্তম বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনক উৎপন্ন হয় তাঁর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করুন। [৬ষ্ঠ বিজ্ঞেয় (সহকারি জজ) প্রাথমিক পরীক্ষা: ২০১১] + [ঢাকা দক্ষিণ সিটি কর্পোরেশন (রেজিনিউ সুপারভাইজার)-২০২১]

সমাধান: আয়তক্ষেত্রের বৃহত্তম বাহুকে চতুর্দিকে ঘুরালে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তা বেলন হবে।

এখানে, বেলনের ব্যাসার্ধ, r = 5 এবং উচ্চতা, h = 12

বেলনের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $2\pi(r+h) = 2 \times 3.1416 \times 5 \times (5+12) = 534.072$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

বেলনের আয়তন = $\pi r^2 h = 3.1416 \times 5^2 \times 12 = 942.48$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

উত্তর: পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 534.072 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 942.48 ঘন সে.মি.

৫. A semi circular sheet of metal of diameter 28 cm is bent into an open conical cup. Find the depth and capacity of cup? (২৮ সেমি ব্যাসের একটি অর্ধবৃত্তাকার ধাতুর পাত বাকিয়ে কোণক আকৃতির কাপ তৈরি করা হলো। কাপটির গভীরতা ও ধারণ ক্ষমতা নির্ণয় করুন?) [Bangladesh Bank (Officer) - 2018-(Written)] + [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]

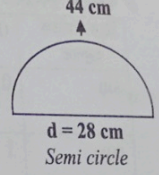
সমাধান: Let, radius of the sheet = r So, diameter, 2r = 28 cm. So, radius, r = $\frac{28}{2} = 14$ cm

Circumference of semicircle = $\frac{2\pi r}{2} = \frac{22}{7} \times 14 = 44$ cm [সম্পূর্ণ বৃত্তের পরিধির অর্ধেক হবে অর্ধবৃত্তের পরিধি]

Circumference of base of cone, $2\pi r = 44$ cm (অর্ধবৃত্তকে বাঁকা করলে অর্ধবৃত্তের পরিধিটাই বেঁকে গিয়ে কাপের উপরের গোলাকার অংশের পরিধি হবে।) $\Rightarrow r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7$ cm

Radius of semi circle sheet = Slant height of conical cup, L = 14 cm

(অর্ধগোলাকার পাতটি বাঁকা করলে তার ব্যাসটির অর্ধেক অর্থাৎ ব্যাসার্ধ দু'পাশে এসে জয়েন হয়ে কোণক আকৃতি কাপের হেলানোর দৈর্ঘ্য হবে। যেমন বাদাম বিক্রির কাগজের দুটো পাশ মিলে যায় যে স্থানে সেই জায়গাটির দৈর্ঘ্য। নিচের চিত্রে দেখুন L = 14 যা আগে r = 14 ছিল)



Let, the radius of the cup = r and depth = h

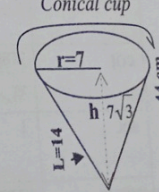
We know that, $L^2 = r^2 + h^2$ (কারণ একটি সমকোণকে ঘোড়ালে কোণক তৈরী হয়)

$\Rightarrow h^2 = L^2 - r^2 \Rightarrow h = \sqrt{(14)^2 - (7)^2} = \sqrt{196 - 49} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$

So, the depth of the cup = $7\sqrt{3}$

Capacity of conical cup = Volume of cone = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 7\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7\sqrt{3} = \frac{22 \times 49}{\sqrt{3}} = \frac{1078}{\sqrt{3}}$ or, 622.37 cm^3



Ans: $7\sqrt{3}$ and 622.37 cm^3

ত্রিকোণমিতি

ত্রিকোণমিতি (Trigonometry) :

Trigonometry শব্দটি গ্রিক শব্দ tri (তিন), gon (ধার বা বাহু), metron (পরিমাপ) দ্বারা গঠিত। ত্রিকোণমিতিতে ত্রিভুজের বাহু ও কোণের মধ্যে সম্পর্ক বিষয়ে পাঠদান করা হয়। ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান, নেভিগেশন ইত্যাদি ক্ষেত্রে ত্রিকোণমিতির ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে।

❖ প্রয়োজনীয় সূত্র:

$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$	$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

⇒ এই মানগুলো মনে রাখুন

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$	$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$
$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$	$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$	$\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$
$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$	$\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$	$\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

⇒ ব্যবহারের সুবিধার্থে $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ও 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান নিচের ছকে দেখানো হল:

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞			
cot	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0			
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞			
cosec	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1			

টীপস: একটি করে মুখস্থ করুন এবং তার পরের টি উল্টোভাবে মনে রাখার চেষ্টা করুন।

⇒ সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ ৪টি মান অবশ্যই মুখস্থ রাখুন:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

ত্রিকোণমিতির বিভিন্ন সূত্র সহজে মনে রাখার জন্য নিচের টেবিলটি ভালভাবে দেখুন।

সাগরে	লবণ	অনেক
Sinθ	লম্ব	অতিভুজ
সূত্র: $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$	সুতরাং $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$	
কবরে	ভূত	অনেক
cosθ	ভূমি	অতিভুজ
সূত্র: $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$	সুতরাং $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$	
টেরা	লম্বা	ভূত
tanθ	লম্ব	ভূমি
সূত্র: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$	সুতরাং $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$	

ত্রিকোণমিতির বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : ত্রিকোণমিতির সাধারণ প্রশ্ন

১. ত্রিকোণমিতিক অনুপাত কয়টি? [বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন-২০১০]

ক. ৬টি খ. ৪টি গ. ৫টি ঘ. ২টি

উত্তর: ক

প্রসমাধান: sin, cos, tan, cosec, sec ও cot এই ৬টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত।

২. sinθ এর সর্বনিম্ন মান কত? [পরিসংখ্যান ব্যুরোর কম্পিউটার কর্মকর্তা-১৯৯৫]

a. 0 b. 1 c. -1 d. 90

Ans: c

প্রসমাধান: sinθ এর সর্বনিম্ন মান -1 এবং সর্বোচ্চ মান 1 [Note: $-1 \leq \sin\theta \leq 1$ এবং $-1 \leq \cos\theta \leq 1$]

৩. x = Siny হলে x এর সর্বোচ্চ মান কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ের (উপসহকারী প্রকৌশলী)(সিভিল)-২০১৬]

ক. α খ. 1 গ. -1 ঘ. 0

উত্তর: খ

প্রসমাধান: $\sin y = x \therefore x = 1$ [$\because \sin\theta$ -এর সর্বোচ্চ মান +1]

৪. Cosθ এর সর্বনিম্ন মান কত? [মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের (উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা)-২০১৬]

ক. 0 খ. -1 গ. 1 ঘ. -∞

উত্তর: খ

প্রসমাধান: cosθ-এর সর্বনিম্ন মান -1 এবং cosθ এর সর্বোচ্চ মান 1।

৫. Sinθ = Cosθ হলে θ এর মান কত? (মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক ২০০১)

A. 30° B. 90° C. 45° D. 60°

Ans: C

প্রসমাধান: $\sin\theta = \cos\theta \Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1 \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \tan\theta = \tan 45^\circ \therefore \theta = 45^\circ$

৬. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হবে নিচের কোন মানবন্দের জন্য?

- A. $0^\circ, 30^\circ$ B. $0^\circ, 90^\circ$ C. $0^\circ, 45^\circ$ D. $30^\circ, 90^\circ$

সমাধান: $\sin\theta + \cos\theta = 1$

$\theta = 0^\circ$ হলে, $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0 + 1 = 1$ আবার, $\theta = 90^\circ$ হলে, $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1 + 0 = 1 \therefore$ option B.

Ans: B

৭. $\tan\theta = \frac{a}{b}$ হলে নিচের কোনটি সত্য? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (মূল পরীক্ষা-১)-২০১৯]

- ক. $\sin\theta = \frac{b}{a^2 + b^2}$ খ. $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ গ. $\sec\theta = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$ ঘ. $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে, $\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ অর্থাৎ লম্ব = a এবং ভূমি = b, তাহলে অতিভুজ হবে $= \sqrt{a^2 + b^2}$

এখন অপশনগুলোর মধ্য থেকে $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$ সঠিক দেয়া আছে। তাই এটাই উত্তর।

৮. $\tan\theta = \frac{3}{4}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? [৮ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]

সমাধান: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{3}{4}$

\therefore লম্ব = 3, এবং ভূমি = 4 সুতরাং অতিভুজ $= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ সুতরাং $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{5}{3}$

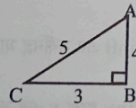
৯. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ হলে $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? [নবম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ২০১৩]

- a. $\frac{13}{5}$ b. $\frac{14}{5}$ c. $\frac{19}{3}$ d. $\frac{23}{7}$ উত্তর: a

সমাধান: দেয়া আছে, $\sin\theta = \frac{5}{13} \Rightarrow \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} = \frac{5}{13} \therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{13}{5}$

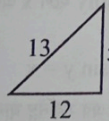
১০. $\sin\theta = \frac{4}{5}$ হলে $\tan\theta = ?$

সমাধান: $\sin\theta = \frac{4}{5} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ সুতরাং 3 : 4 : 5 হিসেবে $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{4}{3}$



১১. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ হলে $\sec\theta = ?$

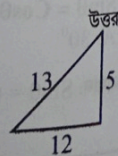
সমাধান: $\sin\theta = \frac{5}{13} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ (5 : 12 : 13 ধরে) $\therefore \sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{13}{12}$



১২. $\tan A = \frac{5}{12}$ হলে, $\sin A$ এর মান কত? [বিটিআরসি (উপ-সহ: পরিচালক): ২০২১] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২২]

- ক. $\frac{5}{13}$ খ. $\frac{3}{4}$ গ. $\frac{12}{13}$ ঘ. $\frac{5}{12}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\tan A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{5}{12}$ অর্থাৎ লম্ব = 5 এবং ভূমি = 12 $\therefore \sin A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{5}{13}$



১৩. If $\sin x = \frac{3}{4}$, then $\cos x = ?$ [BEPZA (AD)-2021]

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{1}{2}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\sin x = \frac{3}{4} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ অর্থাৎ লম্ব = 3 এবং অতিভুজ = 4

\therefore ভূমি $= \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$ সুতরাং $\cos x = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Ans: C

১৪. নিজে করুন:

১৪. $\cot\theta = \frac{5}{12}$ হয় তবে $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? [৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১০]

১৫. $\sec\theta = \frac{3}{2}$ হলে $\tan\theta = ?$ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ (প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. $\frac{2}{3}$ খ. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ গ. $\frac{5}{4}$ ঘ. 1 উত্তর: খ

১৬. $3 \cot A = 4$ হলে $\sin A$ এর মান কত? [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন (কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]

- ক. $\frac{4}{5}$ খ. $\frac{3}{5}$ গ. $\frac{3}{4}$ ঘ. $\frac{4}{3}$ উত্তর: খ

১৭. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান কত? [৭ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১১]

- a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{5}{12}$ c. $\frac{12}{13}$ d. $\frac{5}{13}$ উত্তর: a

১৮. যদি A সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin A = \frac{12}{13}$ হয়, তবে $\cot A$ এর মান কত? [৬ষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ২০১০]

- a. $\frac{5}{13}$ b. $\frac{5}{12}$ c. $\frac{10}{3}$ d. $\frac{10}{13}$ উত্তর: b

১৯. $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec A - \tan A = ?$ [খাদ্য অধিদপ্তর (উচ্চমান সহ:)-২০২১] + [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]

- ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{5}$ গ. $\frac{2}{5}$ ঘ. $\frac{5}{2}$ উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

$$\Rightarrow (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1 \Rightarrow \frac{5}{2} \times (\sec A - \tan A) = 1 \therefore (\sec A - \tan A) = \frac{2}{5}$$

২০. $A = 45^\circ$ হলে $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = ?$ কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন কারা তত্ত্বাবধায়ক ২০১৩] [৬ষ্ঠ প্রভাষক নিবন্ধন-১০]

সমাধান: দেয়া আছে, $A = 45^\circ$ এখন, $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \frac{1 - (\tan 45^\circ)^2}{1 + (\tan 45^\circ)^2} = \frac{1 - 1^2}{1 + 1^2} = \frac{0}{2} = 0$ Ans: 0



Ans: 13/12

উত্তর: খ

উত্তর: খ

Ans: b

Ans: b

উত্তর: গ

১১. $A = 30^\circ$ হলে, $\frac{2 \tan A}{\tan^2 A}$ এর মান কত? [৬ষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১০]

- a. 2 b. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ c. 4 d. $2\sqrt{3}$

Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $A = 30^\circ \therefore \frac{2 \tan A}{\tan^2 A} = \frac{2 \tan 30^\circ}{(\tan 30^\circ)^2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 3 = \frac{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

১২. $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 7$ হলে $\sec \theta$ এর মান কত? [সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার ২০১০] + [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]

- ক. $\frac{5}{3}$ খ. $\pm \frac{5}{3}$ গ. $-\frac{5}{3}$ ঘ. $\frac{3}{5}$

উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 7 \Rightarrow \frac{\sin \theta + \cos \theta + \sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta - \sin \theta + \cos \theta} = \frac{7+1}{7-1}$
 $\Rightarrow \frac{2 \sin \theta}{2 \cos \theta} = \frac{8}{6} \Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3}$ এখন, আমরা জানি, $\Rightarrow \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$\Rightarrow \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \Rightarrow \sec^2 \theta = 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Rightarrow \sec \theta = \pm \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \pm \frac{5}{3}$

১৩. $\theta = 60^\circ$ হলে $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = ?$ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. $\frac{2}{3}$ খ. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ গ. $\frac{5}{4}$ ঘ. 1

উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে, $\theta = 60^\circ$ সুতরাং $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = (\sec 60^\circ)^2 - (\tan 60^\circ)^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

১৪. $\tan(3A) = \sqrt{3}$ হলে, $A =$ কত? [এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

- ক. 45° খ. 30° গ. 20° ঘ. 15° উত্তর: গ

সমাধান: $\tan(3A) = \sqrt{3} \Rightarrow \tan(3A) = \tan 60^\circ \Rightarrow 3A = 60^\circ \therefore A = 20^\circ$

১৫. কোন ত্রিকোণমিতিক অনুপাতটির মান অসংজ্ঞায়িত? [৬ষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ২০১০]

- a. $\sin 90^\circ$ b. $\cos 90^\circ$ c. $\sec 0^\circ$ d. $\operatorname{cosec} 0^\circ$ Ans: d

সমাধান: $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$, $\sec 0^\circ = 1$ এবং $\operatorname{cosec} 0^\circ = \infty \therefore \operatorname{cosec} 0^\circ$ এর মান অসংজ্ঞায়িত

১৬. $\tan A = 1$ হলে, $A =$ এর মান কত ডিগ্রি? [৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]

- a. 90° b. 45° c. 60° d. 30° Ans: b

সমাধান: $\tan A = 1 \Rightarrow \tan A = \tan 45^\circ \therefore A = 45^\circ$

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\sin 2A$ এর মান কত?

সমাধান: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin A = \sin 45^\circ \therefore A = 45^\circ \therefore \sin 2A = \sin(2 \times 45^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

১৭. $\cos \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cot \theta$ এর মান কোনটি?

সমাধান: $\cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta = \cos 60^\circ \therefore \theta = 60^\circ \therefore \cot \theta = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

১৮. $2 + \tan^2 \theta = 5$ হলে θ এর মান কত? [বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. 30° খ. 60° গ. 90° ঘ. 0°

সমাধান: $2 + \tan^2 \theta = 5 \Rightarrow \tan^2 \theta = 3 \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{3} \Rightarrow \tan \theta = \tan 60^\circ \therefore \theta = 60^\circ$

১৯. $1 + \tan^2 \theta = 4$ হলে $\theta =$ কত? [তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন চলচ্চিত্র ও প্রকাশনা অধিদপ্তরের (ক্যামেরাম্যান)-২০১৯]

- ক. 0° খ. 30° গ. 45° ঘ. 60°

সমাধান: $1 + \tan^2 \theta = 4 \Rightarrow \sec^2 \theta = 4 \Rightarrow (\sec \theta)^2 = 2^2 \Rightarrow \sec \theta = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} = 2 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta = \cos 60^\circ \therefore \theta = 60^\circ$

২০. $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ হলে $\tan \theta =$ কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. $\frac{2}{3}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{5}{4}$ ঘ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

সমাধান: $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} 60^\circ \Rightarrow 90^\circ - \theta = 60^\circ \therefore \theta = 30^\circ$

সুতরাং $\tan \theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

২১. $\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin \theta = ?$

সমাধান: $\cot(\theta - 30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot(\theta - 30^\circ) = \cot 60^\circ \Rightarrow \theta - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \theta = 90^\circ \therefore \sin \theta = \sin 90^\circ = 1$

২২. $\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ =$ কত? [৮ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]

- a. 2 b. 1 c. 3 d. 4 Ans: b

সমাধান: $\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ = \sin^2 21^\circ + \sin^2(90^\circ - 21^\circ) = \sin^2 21^\circ + \cos^2 21^\circ = 1 [\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta]$

২৩. $\operatorname{cosec}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত?

সমাধান: $\operatorname{Cosec}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\operatorname{cosec} \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{\sin \frac{\pi}{3}} = -\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

২৪. $\sin 30^\circ$ এর মান? [বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০১৪]

- ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

সমাধান: $\sin 30^\circ$ এর মান $\frac{1}{2}$ ।

৩৬. $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হয়, $\cos 30^\circ =$ কত? [NSI (ফিল্ড অফিসার)-২০২১]

- ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ. $\frac{4}{\sqrt{3}}$

উত্তর: ক

৩৭. $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হয়, $\cos 45^\circ =$ কত? [NSI (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

- ক. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ. $\frac{2}{\sqrt{2}}$ গ. 1 ঘ. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

উত্তর: ক

৩৮. $\tan 90^\circ$ এর মান কত? [১২ তম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন-২০১৫]

- ক. ∞ খ. $-\infty$ গ. 1 ঘ. -1

উত্তর: ক

সমাধান: $\tan 90^\circ = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{1}{0}$ সুতরাং $\tan 90^\circ$ এর মান অসংজ্ঞায়িত বা ∞

৩৯. নিচের কোন বাক্যটি সত্য? [বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন-২০১০]

- ক. $\sin 30^\circ = \cos 30^\circ$ খ. $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ$ গ. $\sec 60^\circ = \operatorname{cosec} 60^\circ$ ঘ. $\tan 30^\circ = \sqrt{3}$

উত্তর: খ

সমাধান: $\tan 45^\circ$ ও $\cot 45^\circ$ উভয়ের মানই 1। সুতরাং $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ$

8০. $\tan(-30)$ এর মান কত? **সমাধান:** $\tan(-30) = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

8১. $\sec(-45)$ এর মান কত? **সমাধান:** $\sec(-45) = \sec 45 = \sqrt{2}$

8২. $\sin(-60^\circ)$ এর মান কত? **সমাধান:** $\sin(-60) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

পদ্ধতি-০২ : 90° অপেক্ষা বড় ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

৩. 90° এর বড় মাপের কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:

Solution:

ধাপ-১: কোনটিকে $(n \times \frac{\pi}{2} + \theta)$ আকারে লিখতে হবে।

ধাপ-২: n জোড় হলে অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে।

n বিজোড় হলে, $\sin \longleftrightarrow \cos$

$\sec \longleftrightarrow \operatorname{cosec}$

$\tan \longleftrightarrow \cot$

আকারে পরিবর্তিত হবে-

ধাপ-৩ : $(n \times \frac{\pi}{2} + \theta)$ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত সেটা জানার পর ঐ চতুর্ভাগের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন বসাতে হবে।

২য়	১ম
$\sin, \operatorname{cosec}(+)$	All(+)
$\tan, \cot(+)$	Sec, cosec(+)
৩য়	৪র্থ

৪৬. $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) = ?$ [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-১)-২০১৯]

সমাধান: $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right) = \sin\left(\frac{9 \times 180^\circ}{2} + \theta\right) = \sin(9 \times 90^\circ + \theta) = \cos \theta$ [n = ৯ বিজোড় সংখ্যা]

৪৭. $\cos(120^\circ)$ এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯] + [খাদ্য অধিদপ্তরের (উপ-খাদ্য পরিদর্শক)-২০২১]

সমাধান: $\cos(120^\circ) = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ [যেহেতু $\cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta$]

৪৮. $\sin 7\pi$ এর মান কত? **সমাধান:** $\sin(7\pi) = \sin(7 \times 180^\circ) = \sin(1260^\circ) = \sin(90^\circ \times 14 + 0^\circ) \therefore \sin 0^\circ = 0$

৪৯. $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{3}$ হলে $\sin(A+B) =$ কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ/অধিদপ্তরের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]

সমাধান: $\sin(A+B) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin 120^\circ$ [$\because \pi = 180^\circ$] $= \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

৪৮. $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ অনুক্রমটির চতুর্থ পদ কোনটি? [৪০তম বিসিএস প্রিলি]

সমাধান: $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ এখানে যেহেতু ৪র্থ পদের মান বের করতে বলা হয়েছে তাই $n=4$

এখন, $\cos\left(\frac{4\pi}{2}\right) = \cos(2\pi) = \cos(2 \times 180^\circ) = \cos 360^\circ = \cos(90^\circ \times 4 + 0^\circ) = \cos 0^\circ = 1$

৪৯. $\cos \frac{11\pi}{2}$ এর মান নির্ণয় করুন? **সমাধান:** $\cos \frac{11\pi}{2} = \cos(990^\circ) = \cos(90^\circ \times 11 + 0^\circ) = \sin 0^\circ = 0$

৫০. $\tan\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ এর মান কত?

সমাধান: $\tan \frac{11\pi}{6} = \tan \frac{11 \times 180^\circ}{6} = \tan(330^\circ) = \tan(90^\circ \times 3 + 60^\circ) = -\cot 60^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

৫১. $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right)$ এর মান কত? **সমাধান:** $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right) = \sec\left(\frac{17\pi}{2}\right)$

$= \sec\left(\frac{17 \times 180}{2}\right) = \sec(17 \times 90^\circ) = \sec(17 \times 90^\circ + 0^\circ) = \operatorname{cosec} 0^\circ = \frac{1}{\sin 0^\circ} = \frac{1}{0} = \infty$ (অসংজ্ঞায়িত)

রেডিয়ান সম্পর্কিত আলোচনা:

1 রেডিয়ান = $\frac{2}{\pi}$ সমকোণ = 57.29° (প্রায়)।
 $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$ রেডিয়ান বা 1 রেডিয়ান = $\frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি

১২. 1° সমান কত রেডিয়ান? [সহকারী উপজেলা/থানা (শিক্ষা অফিসার)(ATEO)-২০১৬]

- ক. $\frac{180}{\pi}$ খ. π গ. $\frac{\pi}{180}$ ঘ. 2π

উত্তর: গ

সমাধান: $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান।

১৩. 45° কে রেডিয়ানে প্রকাশ করুন। [বিদ্যুৎ, আলানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]

- ক. 0.19 খ. 3.14 গ. 0.78 ঘ. 2.14

উত্তর: গ

সমাধান: $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান। $\therefore 45^\circ = \frac{45 \times 3.14}{180} = 0.785$

১৪. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ যথাক্রমে 90° এবং 90° হলে তৃতীয় কোণটির পরিমাণ রেডিয়ানে কত হবে? [অবাসন পরিদপ্তরের সহ. পরিচালক (প্ৰশ্নায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়)-২০০৬]

- ক. $\frac{\pi}{12}$ খ. $\frac{\pi}{3}$ গ. $\frac{\pi}{4}$ ঘ. $\frac{\pi}{9}$

উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°

অর্থাৎ $70^\circ + 90^\circ +$ তৃতীয় কোণ = 180°

\therefore তৃতীয় কোণটি = $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

\therefore 1 সমকোণ বা $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান $\therefore 20^\circ = \frac{\pi \times 20^\circ}{2 \times 90^\circ} = \frac{\pi}{9}$ রেডিয়ান।

যেহেতু: $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$ রেডিয়ান
 তাহলে $20^\circ = \frac{\pi \times 20^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{9}$ রেডিয়ান।

দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক সমস্যাবলী

এই অংশের সাথে সম্পর্কিত কিছু বিষয় যা না জানলেই নয়।

শীর্ষ বিন্দু : ভূমির বিপরীত কৌণিক বিন্দুই হচ্ছে শীর্ষবিন্দু।

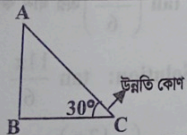
পাদবিন্দু: শীর্ষবিন্দু হতে ভূমির সাথে লম্বভাবে রেখা আঁকলে রেখাটি ভূমিকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুটিকে পাদবিন্দু বলে।

ভূতলস্থ বিন্দু : ভূমিতে যে সব বিন্দু থাকে সেগুলোকে ভূতলস্থ বিন্দু বলা হয়।

উন্নতি কোণ :

ভূতলের উপরের কোন বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। পাশের চিত্রে

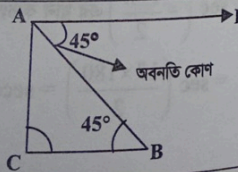
$\angle ACB = 30^\circ$ কে C বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর উন্নতি কোণ বলে।



অবনতি কোণ:

ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোন বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়। পাশের চিত্রে

$\angle DAB = 45^\circ$ কে B বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবনতি কোণ বলে।



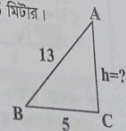
পদ্ধতি-০৩ : পীথাগোরাসের সূত্রের প্রয়োগ

এই ধরনের অংক করার সময় সর্ব প্রথমে একটি চিত্র আঁকে নিতে হবে এরপর সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মে করতে হবে।

৫৫. একটি 13 মিটার লম্বা মই একটি দেয়ালে হেলান দিয়ে রাখা হয়েছে। মইটির এক প্রান্ত দেয়াল থেকে 5 মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করেছে। মইটির অন্য প্রান্ত ভূমি থেকে কত উচ্চতায় দেয়াল স্পর্শ করেছে? [পরিবার পরি. অধি: পরিকল্পনা কর্মকর্তা, ১২]

ক. 20 মিটার খ. 18 মিটার গ. 15 মিটার ঘ. 12 মিটার

সমাধান: দেয়ালে মই হেলান দিয়ে রাখায় একটি সমকোণী ত্রিভুজের সৃষ্টি হয়েছে যার অতিভুজ 13 মিটার এবং ভূমি 5 মিটার।
 ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে
 $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow (13)^2 = h^2 + (5)^2 \Rightarrow h^2 = 144 \therefore h = 12$
 সুতরাং দেয়ালের উচ্চতা 12 মিটার।



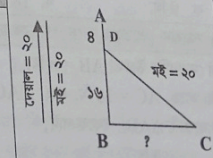
৫৬. ২০ মিটার লম্বা একটি মই দেয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেয়াল থেকে কত দূরে সরালে উপরের প্রান্ত 8 মিটার নিচে নেমে যাবে?

- ক. ৬ মি. খ. ১২ মি. গ. ১৮ মি. ঘ. ১৫ মি.

উত্তর: ঘ

সমাধান:

পাশের চিত্রটি দেখুন,
 মই, দেয়াল এবং ভূমি মিলে যে সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হয়েছে তার লম্ব BD = $20 - 8 = 12$, অতিভুজ CD = মই = 20 ধরি, ভূমি BC = x
 পীথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,
 $x^2 + (12)^2 = (20)^2 \Rightarrow x^2 + 144 = 400 \Rightarrow x^2 = 256 \therefore x = 16$
 সুতরাং মইটির গোড়া দেয়াল থেকে সরালে হবে = 16 মিটার।



শর্টকাট: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত (৩ : ৪ : ৫) $\times 8 = 12 : 16 : 20$ অর্থাৎ লম্ব ও অতিভুজ 12 ও 20 মিটার হলে ভূমি = 16 মিটার হবে।

নিজে করুন:

৫৭. একটি বাড়ী 40 ফুট উঁচু। একটি মইয়ের তলদেশ মাটিতে বাড়ীর দেয়াল থেকে 9 ফুট দূরে রাখা আছে। উপরে মইটি বাড়ীর ছাদ ছুয়ে আছে। মইটি কত ফুট লম্বা? (১৮তম বিসিএস)

- ক. 42 খ. 41 গ. 49 ঘ. 31

উত্তর: ঘ

৫৮. একটি 50 মিটার লম্বা মই একটি খাড়া দেয়ালের সাথে হেলান দেওয়া আছে। মইয়ের একপ্রান্ত মাটি হতে 40 মিটার উঁচুতে দেয়ালকে স্পর্শ করে। মইয়ের অপর প্রান্ত হতে দেয়ালের দূরত্ব (মিটারে) কত? (১৫তম বিসিএস)

- ক. 30 খ. 40 গ. 20 ঘ. 50

উত্তর: ক

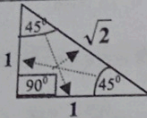
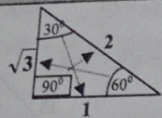
পদ্ধতি-০৪ : উচ্চতা বের করা

একটা বিষয় লক্ষ্য করুন: ত্রিকোণমিতিতে ত্রিভুজের কোণ হিসেব করার সময় সব সময় সমকোণী ত্রিভুজ নিয়ে হিসেব হয়। আমরা বলতে পারি সমকোণী ত্রিভুজের ৩টি কোণের মধ্যে একটি কোণ অবশ্যই 90° । এখন অপর দুটি কোণ কী কী হতে পারে? 30° অথবা 60° না হলে 85° এবং 85° ইত্যাদি (দুটি কোণ মিলে 90°)। নিচের আলোচনাটি মনযোগ দিয়ে পড়ুন।

১টি কোণ এবং একটি বাহু দেখেই উত্তর বের করার টেকনিক দেখুন :

$30^\circ : 60^\circ : 90^\circ$ $x : \sqrt{3}x : 2x$ $1 : \sqrt{3} : 2$	$45^\circ : 45^\circ : 90^\circ$ $x : x : x\sqrt{2}$ $1 : 1 : \sqrt{2}$
--	---

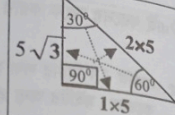
৳ চিত্রে গ্রহণঃ



উদাহরণ :

প্রশ্নঃ একটি সমকোণী ত্রিভুজের উন্নতিকোণ 30° । ভূমি 5 ফুট হলে অতিভুজ কত? আবার লম্ব কত?

সমাধানঃ চিত্রটির মত করে সাজান। কোণগুলোর অনুপাত $30^\circ:60^\circ:90^\circ$ হলে বাহুগুলোর অনুপাত হবে $= 1 : \sqrt{3} : 2$



উত্তরঃ 30° কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য যা ই হোক 90° কোণের বিপরীত বাহু হিগুণ হবে। উত্তরঃ $5 \times 2 = 10$ ফুট আবার লম্ব হবে 60° কোণের বিপরীত বাহু $= 30^\circ$ কোণের বিপরীত বাহু $5 \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ তাই উত্তরঃ $5\sqrt{3}$

৳ এখানে ভূমি + লম্ব = অতিভুজ মিল রেখেই উত্তর বের হবে।

এখন কোণগুলোর মান থেকে বাহুগুলোর এই অনুপাত দিয়েই ত্রিকোণমিতির অধিকাংশ প্রশ্ন সহজেই সমাধান করা যায়।

গুণু কিতাবে ব্যবহার করতে হবে তা সমাধান করে দেয়া অংকগুলোর ব্যাখ্যা গুলো খুব ভালোভাবে পড়ুন।

৯. 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 30° কোণে উন্নীত করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালটির দৈর্ঘ্য কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপিএই)-২০২১]

ক. 9 মি. খ. 18 মি. গ. 8 মি. ঘ. 3 মি. উত্তরঃ ক

৳ সমাধানঃ (অতিভুজ আছে, লম্ব বের হবে, তাই $\sin\theta$)

ধরি দেয়ালটির উচ্চতা $AB = h$ মি.
দেয়া আছে, $AC = 18$ মি. এবং $\angle ACB = 30^\circ$
∴ সমকোণী $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{18} \Rightarrow 2h = 18 \therefore h = 9$$

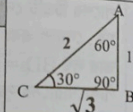
∴ দেয়ালটির দৈর্ঘ্য = 9 মি.

৳ শর্টকাট সমাধানঃ (কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

এখানে, ত্রিভুজটি পাশের চিত্রের মত ভাবুনঃ

$$30^\circ : 60^\circ : 90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$$

এখন, প্রশ্নে দেয়া 18 মিটার হলো 90° এর বিপরীত বাহু। অর্থাৎ চিত্রের $2x = 18$ সুতরাং দেয়ালটি 30° এর বিপরীত বাহু $x = 18$ এর অর্ধেক 9 হবে। উত্তরঃ 9 মিটার।।
৳ Note: 30° কোণের বিপরীত বাহু সব সময় 90° কোণের বিপরীত বাহুর অর্ধেক হবে।



18 ফুট উঁচু একটি খুঁটি ভেঙ্গে গেল যে ভাঙ্গা অংশটি বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণে স্পর্শ করে। খুঁটিটি মাটি হতে কত ফুট উঁচুতে ভেঙেছিল? [১৪তম বিসিএস/কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১/শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]

ক. 12 ফুট খ. 9 ফুট গ. 6 ফুট ঘ. 3 ফুট উত্তরঃ গ

৳ শিথিত সমাধানঃ (ভূমি নেই, তাই লম্ব অতিভুজ মিলে $\sin\theta$)

ধরি, মাটি থেকে h ফুট উঁচুতে খুঁটিটি ভেঙেছিল

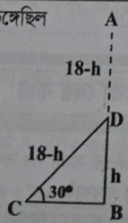
৳ জানি, $\sin 30^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{18-h}$$

$$\left[\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$h = 18 - h$$

$$h = 18 \therefore h = 6 \text{ ফুট Ans: 6}$$



৳ শর্টকাট সমাধানঃ (কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

এখানে, কোণগুলো, $30^\circ:60^\circ:90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$
এখন, ভেঙ্গে পরার পর ভাঙ্গা অংশ + দণ্ডায়মান অংশ মিলে পুরো খুঁটিটি বর্তমানে আছে 90° ও 30° এর বিপরীতে।
∴ $x + 2x = h + 18 - h$ (পুরো খুঁটি) $\Rightarrow 3x = 18$
সুতরাং দাঁড়ানে অংশ 30° এর বিপরীতে $x = 6$ মিটার।

৳ নিজে করুন:

৯১. একটি 48 মিটার লম্বা খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করল। খুঁটিটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল? [২৫তম বিসিএস/কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (শ্যাবরেটরি সহকারী)-২০২১/মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রশাসক)-২০২১/মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (শ্যাবরেটরি সহকারী)-২০২১]

ক. 14 মিটার খ. 16 মিটার গ. 18 মিটার ঘ. 20 মিটার উত্তরঃ খ

৯২. 12 মিটার উঁচু একটি গাছ h উচ্চতায় এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে ভাঙ্গা অংশটি মাটির সাথে 30° কোণে মিশিত হল। গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল? [অর্থ মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৫]

ক. 3 মিটার খ. 4 মিটার গ. 6 মিটার ঘ. 8 মিটার উত্তরঃ খ

৯৩. 18 ফুট উঁচু একটি খুঁটি ভেঙ্গে গেল যে ভাঙ্গা অংশটি বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণে স্পর্শ করে। খুঁটিটি মাটি হতে কত ফুট উঁচুতে ভেঙেছিল? [পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয়ের (সহঃ প্রকৌশলী)-২০১৭]

ক. 5 ফুট খ. 8.36 ফুট গ. 12 ফুট ঘ. 38 ফুট উত্তরঃ খ

৯৪. একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 16 মিটার হলে, খুঁটির দৈর্ঘ্য-কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তরের জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর-২০১৮/INSI-(ফিল্ড অফিসার)-2021]

ক. 22 মিটার খ. 24 মিটার গ. 26 মিটার ঘ. 32 মিটার উত্তরঃ খ

৳ শিথিত সমাধানঃ (ভূমি নেই, তাই লম্ব অতিভুজ মিলে $\sin\theta$ এর সূত্র)

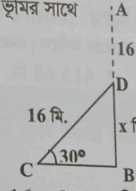
ধরি, সম্পূর্ণ খুঁটি AB এবং খুঁটিটি $BD = x$ মি. উচ্চতায় ভেঙেছে।
খুঁটির ভাঙ্গা অংশটি $AD = CD = 16$ মি. যা ভূমির সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।

সমকোণী $\triangle BCD$ থেকে পাই,

$$\sin 30^\circ = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{16}$$

$$\Rightarrow 2x = 16 \therefore x = 8$$

∴ সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য $AB = (AD + BD) = 16 + 8 = 24$ মি.



৳ শর্টকাট সমাধানঃ (কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

এখানে, $30^\circ:60^\circ:90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$ হিসেবে 90° এর বিপরীত বাহু $2x = 16$ হলে, 30° এর বিপরীত বাহু $x = 8$ মিটার। সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য $= 8 + 16 = 24$ মিটার।
৳ পরামর্শঃ আপনারা নিচই এতকণে বুঝতে পেরেছেন MCQ পরীক্ষায় করার জন্য এই নিয়মটা চমৎকার।

৳ নিজে করুন:

৯৫. একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 16 মিটার হলে দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য কত মিটার? [৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১২]

ক. 24 মিটার খ. 8 মিটার গ. 32 মিটার ঘ. $16\sqrt{3}$ মিটার উত্তরঃ খ

৯৬. একটি লম্বা খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটি 16 মিটার উঁচুতে ভেঙে থাকলে এর উচ্চতা কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তরের জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর-২০১৮]

ক. 20 মিটার খ. 24 মিটার গ. 32 মিটার ঘ. 48 মিটার উত্তরঃ ঘ

[Hints: $30^\circ : 60^\circ : 90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$, এখানে 30° এর বিপরীতে $x = 16$ হলে, 90° এর বিপরীতে $2x = 32$ হবে। সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির উচ্চতা হবে $= 16 + 32 = 48$ মিটার।]

৯৭. একটি গাছের পাদবিন্দু হতে 10 মিটার দূরবর্তী স্থান থেকে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হলে গাছটির উচ্চতা কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের সাইফার অফিসার ২০১২/খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার)- ২০২১]

ক. $\sqrt{3}$ মিটার খ. 20 মিটার গ. 30 মিটার ঘ. $10\sqrt{3}$ মিটার উত্তরঃ ঘ

লিখিত সমাধান: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{x}{10} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{10} \therefore x = 10\sqrt{3}$

শর্টকাট সমাধান: এখানে: $\angle A = 30^\circ, \angle C = 60^\circ$ এবং $\angle B = 90^\circ$

সুতরাং $30 : 60 : 90$ হিসেবে বাহুগুলোর অনুপাত = $x : \sqrt{3}x : 2x$

এখানে, 30° এর বিপরীতে, $x=10 \therefore 60^\circ$ এর বিপরীতে গাছটি হবে $\sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 10 = 10\sqrt{3}$

নিজে করুন:

৬৮. একটি মিনারের পাদদেশ থেকে ২০ মিটার দূরে কোনো বিন্দুতে মিনারের ছড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারটির উচ্চতা কত? (২৪ তম বিসিএস প্রিলি:)

ক. $20\sqrt{3}$ মিটার খ. ৪০ মিটার গ. $20/\sqrt{3}$ মিটার ঘ. $10/\sqrt{3}$ মিটার উত্তর: ক

৬৯. একটি মিনারের পাদদেশ থেকে ৩০ মিটার দূরে ভূতলের কোন বিন্দুতে মিনারের ছড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর?

ক. $30\sqrt{3}$ মিটার খ. ১০ মিটার গ. $30/\sqrt{3}$ মিটার ঘ. $10\sqrt{3}$ মিটার উত্তর: ক

৭০. একটি মিনারের পাদদেশ হতে ২০ মিটার দূরে একটি স্থান হতে মিনারটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30° হলে মিনারটির উচ্চতা কত? (৩০তম বিসিএস প্রিলি:)

ক. $10\sqrt{3}$ মিটার খ. ২০ মিটার গ. $10/\sqrt{3}$ মিটার ঘ. $20/\sqrt{3}$ মিটার উত্তর: ঘ

৭১. সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য ২৪০ মিটার। মিনারটির উচ্চতা কত? (জাতীয় সংসদে (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৬) + (১১তম বেসরকারী প্রশাসক নিবন্ধন-২০১৪) + তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে (প্রকাশনা ও ক্যামেরাম্যান)-২০১৯]

ক. ৫১৫.৬৪ মি. খ. ৩৬৪.৬৪ মি. গ. ৪১৫.৬৪ মি. ঘ. ৪৬০.৬ মি. উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

মনেকরি, মিনারটির উচ্চতা $AB = h$ মিটার

এখন, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{240}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{240}$

$\therefore h = 240 \times \sqrt{3} = 240 \times 1.732 = 415.68$ মিটার (প্রায়)

শর্টকাট: $30^\circ : 60^\circ : 90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$ এখানে 30° এর বিপরীতে $x = 240$ মিটার হলে 60° এর বিপরীতে $\sqrt{3}x = 240 \times \sqrt{3} = 415.68$ মি. (প্রায়)

নিজে করুন:

৭২. A pole casts a $\sqrt{3}$ m shadow on a ground on an elevation of 60° . The height of the pole is? (একটি খুঁটি ভূমিতে $\sqrt{3}$ মিটার ছায়া তৈরি করে। সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে খুঁটির দৈর্ঘ্য কত?) [BSC-Combined

Exam - (Officer)-2018] [Hints: $x = \sqrt{3}$ হলে 60° এর বিপরীতে $\sqrt{3}x = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 = 3$]

ক. ৬ মিটার খ. ৪ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৫ মিটার উত্তর: গ

৭৩. একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির ১০ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [বাংলাদেশ অভ্যন্তরীণ নৌ-পরিবহন কর্তৃপক্ষ (ট্রাফিক সুপারভাইজার)-২০২১] + [৯ম-১০ম সাধারণ গণিত (অনু: ১০, উদা: ৬ হবহ) + [৩১তম বিসিএস লিখিত]

ক. ৩৬ মিটার খ. ৩৫.৬ মিটার গ. ৩৭.৩২ মিটার ঘ. ৩৪.৩০ মিটার উত্তর: গ

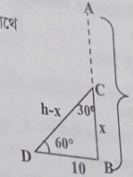
লিখিত সমাধান: (পাশের চিত্রটি দেখলেই বুঝবেন এখানে দুবার সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)

মনে করি, খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য $AB = h$ মিটার, খুঁটি $BC = x$ মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙ্গা অংশ দভায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে $BD = 10$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। এখানে, $CD = AC = AB - BC = (h - x)$ মিটার। $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{x} \therefore x = 10\sqrt{3}$$

$$\text{আবার, } \sin \angle BCD = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{h-x} \Rightarrow h-x = 20 \Rightarrow h = 20 + x$$

সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য, $h = 20 + 10\sqrt{3} \therefore h = 37.321$ (প্রায়) \therefore খুঁটির দৈর্ঘ্য ৩৭.৩২ মিটার (প্রায়)।



শর্টকাট: $30^\circ : 60^\circ : 90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$, এখানে প্রথমে 30° এর বিপরীতে $x = 10$ আছে তাই 60° এর বিপরীতে $\sqrt{3}x = 10\sqrt{3}$ এবং 90° এর বিপরীতে $2x = 20$ । সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য, $20 + 10\sqrt{3} = 37.32$ (প্রায়)

নিজে করুন:

৭৪. একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে

$15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে। সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [যাছা শিক্ষা ও পরিবার কল্যাণ বিভাগ (স্টেট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]

ক. ৩৬ মিটার খ. ২০ মিটার গ. ১৫ মিটার ঘ. ৪৫ মিটার উত্তর: ঘ

৭৫. ১৪ মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা কত? [৯ম-১০ম সাধারণ গণিত (অনু: ১০ এর উদা: ৩ হবহ)]

ক. ১৩.৩২ মি. খ. ২৪.৫ মি. গ. ১২.৭৩ মি. ঘ. ১১.৭৫ মি. উত্তর: গ

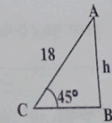
সমাধান: মনে করি, দেওয়ালটির উচ্চতা $AB = h$ মিটার,

মইটির দৈর্ঘ্য $AC = 18$ মিটার এবং ভূমির সঙ্গে $\angle ACB = 45^\circ$ উৎপন্ন করে।

$\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{h}{18} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18} \Rightarrow \sqrt{2} h = 18 \therefore h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 9\sqrt{2} = 12.73$$

সুতরাং, দেওয়ালটির উচ্চতা = ১২.৭৩ মিটার (প্রায়)



শর্টকাট: এখানে: কোণগুলো: $45^\circ : 45^\circ : 90^\circ$ অনুপাতে বাহুর অনুপাত $x : x : x\sqrt{2}$ হবে।

90° কোণের বিপরীত বাহু $\sqrt{2} x = 18$ মিটার হলে 45° এর বিপরীতে হবে $x = 18 \div \sqrt{2} = 9\sqrt{2} = 12.73$

নিজে করুন:

৭৬. একটি গাছের পাদবিন্দু থেকে ১৯ মিটার দূরবর্তী স্থান থেকে গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 45° হলে গাছটির উচ্চতা কত? [সংস্থাপন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০০৭]

ক. ২১ মি. খ. ২০ মি. গ. ১৯ মি. ঘ. ১৮ মি. উত্তর: গ

[Hints: এখানে, $45 : 45 : 90 = x : x : x\sqrt{2}$ হবে। 45° এর বিপরীতে ১৯ হলে অন্য কোণ 45° এর বিপরীতেও ১৯ ই হবে।

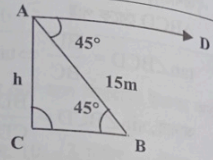
৭৭. একটি মিনারের শীর্ষবিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 15 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45° হলে মিনারটির উচ্চতা কত?
 ক. 15 মিটার খ. 30 মিটার গ. 10.6 মিটার ঘ. 24.6 মিটার উত্তর: গ

সমাধান:

মনেকরি, মিনারের শীর্ষবিন্দু A, ভূ-তলের নির্দিষ্ট বিন্দু B এবং শীর্ষবিন্দু হতে ভূ-তলের বিন্দুটির দূরত্ব $AB = 15$ মিটার। মিনারের শীর্ষবিন্দুতে ভূ-তলের বিন্দু হতে অবনতি কোণ $\angle BAD = \angle ABC = 45^\circ$ একান্তর কোণ। ধরি, মিনারের উচ্চতা $AC = h$ মিটার।

এখন, $\sin 45^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{h}{15}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{15} \therefore h = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15}{1.414} = 10.6$ মিটার

শর্টকাট: $45:45:90 = x : x : x\sqrt{2}$ থেকে, 90° এর বিপরীতে $x\sqrt{2} = 15$ হলে 45° এর বিপরীতে $x = 15 \div \sqrt{2}$



পদ্ধতি-০৫ : অতিভুজের দৈর্ঘ্য নির্ণয়

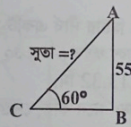
৭৮. একটি ঘড়ি ভূমি হতে 55 মিটার উপরে উড়ছে, যার সূতা ভূমির সঙ্গে 60° কোণ উৎপন্ন করে। সূতার দৈর্ঘ্য কত? [তথ্য মন্ত্রণালয়ের সহঃ পরিচালক - ২০০১]
 ক. 64.51 মিটার খ. 32.51 মিটার গ. 48.51 মিটার ঘ. 63.52 মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান:

মনেকরি, সূতার দৈর্ঘ্য $AC = x$ মিটার

এখন, $\sin 60^\circ = \frac{55}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{55}{x} \therefore x = \frac{110}{\sqrt{3}} = \frac{110}{1.73} = \frac{110}{1.73} = 63.52$

সুতরাং সূতার দৈর্ঘ্য = 63.52 মিটার (প্রায়) উত্তর:



শর্টকাট: $30^\circ : 60^\circ : 90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$ এখানে 60° এর বিপরীতে, $\sqrt{3}x = 55 \therefore x = 55 \div \sqrt{3}$

সুতরাং 90° এর বিপরীতে সূতার দৈর্ঘ্য $2x = 2 \times (55 \div \sqrt{3}) = 63.52$ মিটার (প্রায়) উত্তর: 63.52 মিটার (প্রায়)

নিজে করুন :

৭৯. একটি ঘড়ি ভূমি থেকে 55 মিটার উপরে উড়ছে, যার সূতা ভূমির সাথে 30° ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। সূতার দৈর্ঘ্য কত মিটার? [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]
 ক. 100 মিটার খ. 220 মিটার গ. 110 মিটার ঘ. 165 মিটার উত্তর: গ

[Hints: $30^\circ : 60^\circ : 90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$, 30° এর বিপরীতে $x = 55$ হলে, সূতার দৈর্ঘ্য, $2x = 2 \times 55 = 110$ মিটার।]

পদ্ধতি-০৬ : ভূমির দৈর্ঘ্য বের করা

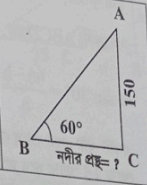
৮০. একটি নদীর এক তীরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার উঁচু একটি গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60° । নদীটির প্রস্থ কত মিটার? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহঃ প্রকৌশলী)-২০১১]
 ক. $150\sqrt{2}$ মিটার খ. $100\sqrt{3}$ মিটার গ. 120.5 ঘ. 86.6 উত্তর: ঘ

সমাধান:

মনেকরি, নদীটির প্রস্থ, $BC = x$ মিটার।

এখন, $\tan 60^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = \frac{150}{\sqrt{3}} \therefore x = \frac{150}{1.732} = 86.6$

\therefore সুতরাং নদীর প্রস্থ 86.6 মিটার উত্তর: 86.6 মিটার



নিজে করুন :

৮১. একটি গাছের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । গাছটি 26 মিটার উঁচু হলে, ঐ স্থানটি গাছটি থেকে কত দূরে?
 ক. 45.03 খ. 40.23 গ. 80.2 ঘ. 60.25 উত্তর: ক

বিবিধ প্রশ্ন:

৮২. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 1 : 2 : 3 এবং ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm; ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহঃ প্রকৌশলী) নিয়োগ - ২০১৮]

ক. $3\sqrt{3}$ cm খ. 2cm গ. 3 cm ঘ. $2\sqrt{3}$ cm উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, তিনটি কোণ যথাক্রমে $x, 2x, 3x$ [এগুলো কিন্তু বাহু নয়]

এখন, $x + 2x + 3x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$

$\therefore 2x = 2 \times 30 = 60^\circ$ এবং $3x = 3 \times 30 = 90^\circ$

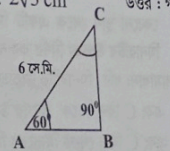
সুতরাং ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং এখানে অতিভুজ AC এর মান দেয়া আছে,

ভূমি AB এর মান বের করতে হবে সুতরাং ক্ষুদ্রতম বাহু হচ্ছে AB.

$\therefore \cos 60^\circ = \frac{AB}{AC}$ [উপরে ভূমি নিচে অতিভুজ।]

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{6} \Rightarrow AB = 3$ cm

শর্টকাট: এখানে: কোণগুলো: সুতরাং $30^\circ : 60^\circ : 90^\circ$ অনুপাতে বাহুর অনুপাত $x : \sqrt{3}x : 2x$ বৃহত্তম বাহু 90° এর বিপরীতে $2x = 6$ হলে $x = 3$ ই হবে 30° এর বিপরীতের ক্ষুদ্রতম বাহু।



লিখিত অংশ

১. 66 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮ (লিখিত)]

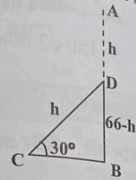
সমাধান:

ধরি, খুঁটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য h মিটার

চিত্রানুসারে, সম্পূর্ণ খুঁটি AB = 66, AD = h = DC ∴ BD = 66 - h

সমকোণী ΔBCD তে, $\sin 30^\circ = \frac{BD}{DC}$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{66-h}{h} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{66-h}{h} \Rightarrow h = 132-2h \Rightarrow 3h = 132 \therefore h = 44$$



উত্তর: ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 44 মি.

২. একটি খুঁটি এমন ভাবে ভেঙ্গে গেল যেন তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দভায়মান অংশের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। [৪০ তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান:

ধরি, সম্পূর্ণ একটি খুঁটি AB, O বিন্দুতে ভেঙ্গে খুঁটির পাদবিন্দু A থেকে 15 মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।

∴ প্রথমতে, $\angle AOC = 45^\circ$, AC = 15 মিটার এবং, OB = OC

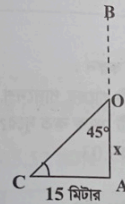
∴ AOC সমকোণী ত্রিভুজ হতে, $\angle ACO = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

∴ $\angle ACO = \angle AOC \therefore OA = AC = 15$ মিটার (সমান কোণের বিপরীত বাহু)

আবার, AOC সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 \Rightarrow OC^2 = 15^2 + 15^2 \Rightarrow OC^2 = 2 \times 15^2 \therefore OC = \sqrt{15^2 \times 2} \therefore OC = 15\sqrt{2}$$

সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য, AB = OA + OB = OA + OC = 15 + 15√2 = 36.21 মিটার (প্রায়) (উত্তর)



৩. কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 25 মিটার এগিয়ে এলে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতিকোণ 30° থেকে 45° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় করুন। [৪১তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান: ধরি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মিটার।

এবং C বিন্দু থেকে শীর্ষের উন্নতি $\angle ACB = 30^\circ$

এবং D বিন্দু থেকে মিনারের দিকে CD = 25 মিটার এগিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি $\angle ADB = 45^\circ$ ।

এখন আবার, ধরি, BD = x মিটার। ∴ BC = 25 + x

সমকোণী ত্রিভুজ ABD এ,

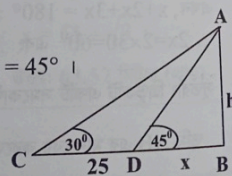
$$\tan \angle BDA = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow 1 = \frac{h}{x} \therefore x = h \dots\dots (i)$$

$$\text{পুনরায়, } \Delta ABC \text{ এ } \tan \angle BCA = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{BD+DC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+25}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h = x + 25 \Rightarrow \sqrt{3}h = h + 25 \text{ [যেহেতু } x = h]$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h - h = 25 \Rightarrow h(\sqrt{3} - 1) = 25 \Rightarrow h = \frac{25}{\sqrt{3} - 1} \therefore h = 34.15 \text{ (প্রায়)}$$

সুতরাং মিনারটির উচ্চতা = 34.15 মিটার (প্রায়)।



৪. একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলেন যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থানে থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার নির্ণয় করুন। [২২তম বিসিএস, লিখিত] + [জ্বালানী ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০১৮]

সমাধান:

মনেকরি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মি. ও নদীর বিস্তার BC = x মি.

এখানে, $\angle BCA = 60^\circ$, $\angle BDA = 30^\circ$ এবং CD = 25 মি.

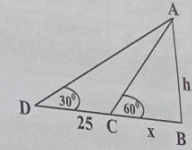
$$\text{এখানে, } \tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC+CD} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+25} \Rightarrow h\sqrt{3} = x+25 \dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x\sqrt{3} \dots\dots (ii)$$

$$h \text{ এর মান (i) নং বসিয়ে, } x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = x+25 \Rightarrow 3x - x = 25 \therefore x = 12\frac{1}{2}$$

$$x \text{ এর মান (ii) নং এ বসিয়ে } h = x\sqrt{3} = \frac{25}{2}\sqrt{3} \text{ উত্তর: নদীর বিস্তার } 12\frac{1}{2} \text{ মি. ও স্তম্ভটির উচ্চতা } \frac{25}{2}\sqrt{3} \text{ মি.}$$



৫. একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাক্তা ১২০° কোণে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় ১৫ কিমি এবং ঘন্টায় ১০ কিমি বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো। ২ ঘন্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব কত হবে? [৩৫তম বিসিএস লিখিত পরীক্ষা]

সমাধান : ১ম ব্যক্তির দূরত্ব OB = 15 × 2 = 30 কি.মি. এবং ২য় ব্যক্তির দূরত্ব OA = 10 × 2 = 20 কি.মি.

দুই ব্যক্তির মধ্যে সরাসরি দূরত্ব AB এর মান বের করতে হবে।

[এখানে সমকোণী না থাকায় কোণ ধরে মান বের করার জন্য আগে সমকোণী ত্রিভুজ বানিয়ে তারপর হিসেব করতে হবে।]

BO কে C পর্যন্ত বর্ধিত করে C -তে AC লম্ব টানি। $\angle AOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

এখন, ΔACO -তে

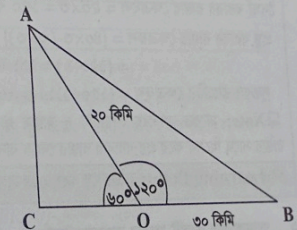
$$\cos 60^\circ = \frac{CO}{20} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CO}{20} \Rightarrow 2CO = 20, \therefore CO = 10$$

$$\text{আবার, } \tan 60^\circ = \frac{AC}{10} \therefore AC = 10\sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } AB^2 = AC^2 + BC^2 = (10\sqrt{3})^2 + (30+10)^2 = 1900$$

$$\therefore AB = \sqrt{1900} = 43.59$$

সুতরাং, ২ ঘন্টা পরে ঐ ব্যক্তি দুজনের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব হবে = 43.59 কিমি



উত্তর: 43.59 কিমি

শির্ষে নিজে করুন:

৬. একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাক্তা 120° কোণে চলে গেছে। দুই জন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় 10 কিলোমিটার ও ঘন্টায় 8 কিলোমিটার বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো। ৫ ঘন্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি: সাধারণ গণিত (অনু : ১৬.১.)]

Ans: 78.1 (প্রায়)

পরিমিতি

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	ভেতরে বা বাইরে রাস্তা সংক্রান্ত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	বৃত্ত সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	বর্গ এবং আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	ঘন জ্যামিতি সম্পর্কিত প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	সামান্তরিক, রম্বস ও ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৭	ইট, টাইলসের সংখ্যা বের করা
পদ্ধতি-০৪	খরচ সংক্রান্ত বিভিন্ন প্রশ্ন	পরিমিতি সংক্রান্ত লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	

প্রাথমিক আলোচনা:

ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কিত পরিমিতির সাধারণ অংকগুলো সংশ্লিষ্ট অধ্যায়ের মধ্যেই আলোচনা করা হয়েছে। কিন্তু কিছু প্রশ্ন আরো বেশি আলোচনা করা প্রয়োজন। এখানে অতিরিক্ত অনুশীলনের জন্য ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্তের জটিল কিছু প্রশ্নের সাথে সাথে ঘন জ্যামিতির বেশ কিছু গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন বিস্তারিত আলোচনাসহ সমাধান দেয়া হলো। অধিকাংশ লিখিত পরীক্ষায় এই অধ্যায় থেকে নিয়মিত প্রশ্ন হয়ে থাকে। তাই বুঝে বুঝে সবগুলোই করার চেষ্টা করুন।

পদ্ধতি-০১ : ভেতরে বা বাইরে রাস্তা সংক্রান্ত প্রশ্ন

(১. ক) মাঝামাঝি রাস্তা থাকলে :

১. ৫০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৪০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝ দিয়ে আড়াআড়িভাবে ৩ মিটার চওড়া দুইটি রাস্তা আছে। রাস্তা দুটির মোট ক্ষেত্রফল কত? [CAAB (SO)-2021]
- ক. ২৫১ বর্গমিটার খ. ২৬১ বর্গমিটার গ. ১৬১ বর্গমিটার ঘ. ১৬৫ বর্গমিটার উত্তর: খ

<p>সমাধান: (মাঝের বর্গাকার জায়গাটা বাদ দেয়ার বিষয়টা গুরুত্বপূর্ণ)</p> <p>দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = $৫০ \times ৩ = ১৫০$ বর্গমিটার এবং</p> <p>প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = $\{৪০ \times ৩ - (৩ \times ৩)\}$ বর্গমিটার</p> <p>$= (১২০ - ৯) = ১১১$ বর্গমিটার</p> <p>সুতরাং রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = $(১৫০ + ১১১) = ২৬১$ বর্গমিটার</p> <p>Note: মাঝের বর্গাকার জায়গাটা দু রাস্তায় থাকায় দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার সাথে হিসেব করে প্রস্থ বরাবর রাস্তার থেকে বাদ দেয়া হয়েছে।</p>		<p>শর্টকাট সমাধান:</p> <p>$(৫০+৪০) \times ৩ - ৩^2$</p> <p>$= ২৭০ - ৯ = ২৬১$ বর্গমিটার</p> <p>(দুটা রাস্তা একসাথে যোগ করে প্রস্থ গুণ করলে ক্ষেত্রফল এরপর বর্গাকার জায়গাটা বাদ)</p>
--	--	---

Learning Point: রাস্তার যে অংশটা একাধিকবার হিসেব হবে, সেই অংশটা বাদ দিয়ে হিসেব করতে হবে।

২. আয়তাকার একটি ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য ১৫০ মিটার এবং প্রস্থ ১০০ মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝ দিয়ে ৩ মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে, রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু-১৬-২) / ক. ৫২১ বর্গমিটার খ. ৭৩০ বর্গমিটার গ. ৭৪১ বর্গমিটার ঘ. ৭৫০ বর্গমিটার উত্তর: গ

<p>লিখিত সমাধান: (বোর্ড বইয়ের দেয়া নিয়মে সমাধান)</p> <p>\therefore ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল = $(১৫০ \times ১০০) = ১৫০০০$ বর্গমিটার</p> <p>রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য = $(১৫০ - ৩) = ১৪৭$ মিটার</p> <p>রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের প্রস্থ = $(১০০ - ৩) = ৯৭$ মিটার</p> <p>\therefore রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল = $(১৪৭ \times ৯৭) = ১৪২৫৯$ ব.মি.</p> <p>\therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(১৫০০০ - ১৪২৫৯) = ৭৪১$ বর্গমিটার (উত্তর)</p>		<p>শর্টকাটে মাঠ ১০ সেকেন্ডে:</p> <p>$(১৫০+১০০) \times ৩ - ৩^2$</p> <p>$= ৭৫০ - ৯ = ৭৪১$ বর্গমিটার</p> <p>দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আলাদা করেও বের করা যায়</p>
--	--	--

প্রশ্ন নিজে করুন:

৩. ৪০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৩০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝে আড়াআড়িভাবে ১.৫ মিটার প্রশস্ত দুইটি রাস্তা আছে। রাস্তা দুটির মোট ক্ষেত্রফল কত? [৮ম শ্রেণী (অনু-৩)]
- ক. ৯৬ বর্গমিটার খ. ১০২.৭৫ বর্গমিটার গ. ১০৪.২৫ বর্গমিটার ঘ. ১০৮ বর্গমিটার উত্তর: খ

[Hints: $(৪০+৩০) \times ১.৫ - (১.৫ \times ১.৫) = ১০৫ - ২.২৫ = ১০২.৭৫$ বর্গমিটার।]

(১. খ) ভেতরে রাস্তা থাকলে:

৪. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৪০ মিটার ও ৩০ মিটার। বাগানটির ভেতরে চারদিকে যদি ৫ মিটার চওড়া রাস্তা থাকে তবে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
- ক. ৬০০ বর্গমিটার খ. ৫০০ বর্গমিটার গ. ৪০০ বর্গমিটার ঘ. ৩০০ বর্গমিটার উত্তর: ক

সমাধান:

এখানে, রাস্তাসহ আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার

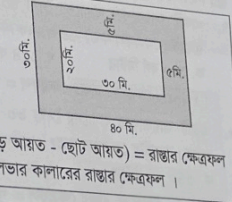
রাস্তাসহ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = $(৪০ \times ৩০) = ১২০০$ বর্গ মি.

রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = $৪০ - (৫ + ৫) = (৪০ - ১০) = ৩০$ মিটার

রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ = $৩০ - (৫ + ৫) = (৩০ - ১০) = ২০$ মিটার

\therefore রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = $(৩০ \times ২০) = ৬০০$ বর্গ মি.

\therefore রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = $(১২০০ - ৬০০)$ বর্গ মি. = ৬০০ বর্গ মি. (উত্তর:)



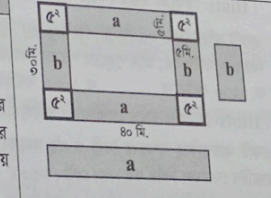
(বড় আয়ত - ছোট আয়ত) = রাস্তার ক্ষেত্রফল
সিলভার কালারের রাস্তার ক্ষেত্রফল।

ভেতরের রাস্তার শর্টকাট সূত্র: পরিসীমা $2n - 4xn^2$ (n = রাস্তার প্রস্থ)

এখানে, বাগানের পরিসীমা = $২(৪০+৩০) = ১৪০$ মিটার।

\therefore ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = $১৪০ \times ৫ - (৪ \times ৫^2) = ৭০০ - ১০০ = ৬০০$ বর্গ মি.

ব্যাখ্যা: পাশের চিত্রটি দেখুন: পরিসীমা নিলে সম্পূর্ণ রাস্তার সাথে চার কর্ণারের ৪টা ৫^2 রিপিট হয়। তাই কর্ণারের এই ৪টি বর্গ বাদ দিলে রাস্তার ক্ষেত্রফল বের হবে। বাদ দেয়া মান ফেলে দেয়া নয়, বরং পরিসীমা ধরে হিসেব করার সময় এই অংশগুলো রিপিট হয়েছিল তাই ১ বার বাদ দিলে রিপিট হবে না।



বিকল্প টেকনিক: দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তা দুটির পুরোটা ই নিলে ক্ষেত্রফল = $(a+a) = (৪০ \times ৫) + (৪০ \times ৫) = ৪০০$ বর্গমিটার। এরপর প্রস্থ বরাবর ১টি রাস্তার দৈর্ঘ্য = $(৩০ - ৫ - ৫) = ২০$ মি. (চিত্রে b) \therefore ২টির ক্ষেত্রফল = $(২০ \times ৫) \times ২ = ২০০$ বর্গমিটার। সুতরাং $২+২ = ৪$ টির রাস্তার ক্ষেত্রফল = $৪০০ + ২০০ = ৬০০$ বর্গমিটার। (উপরের সূত্র প্রয়োগে এই বিষয়টা ই একলাইনে হয়েছে)

৫. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার এবং প্রস্থ ২৪ মিটার। এর ভিতরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? [৪৪তম বিসিএস, লিখিত]+ [বাংলাদেশ পল্লী উন্নয়ন বোর্ড (BRDB)- কর্মকর্তা -২০০৯]
- ক. ৫১০ বর্গমিটার খ. ২৯৬ বর্গমিটার গ. ২০৮ বর্গমিটার ঘ. ৩১২ বর্গমিটার উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

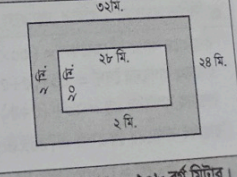
আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = $৩২ \times ২৪ = ৭৬৮$ বর্গমিটার

রাস্তা বাদে আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = $৩২ - (২ \times ২) = ৩২ - ৪ = ২৮$ মিটার

রাস্তা বাদে আয়তাকার বাগানের প্রস্থ = $২৪ - (২ \times ২) = ২৪ - ৪ = ২০$ মিটার

রাস্তা বাদে আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = $(২৮ \times ২০) = ৫৬০$ বর্গমিটার

\therefore রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = $(৭৬৮ - ৫৬০)$ বর্গমিটার = ২০৮ বর্গমিটার

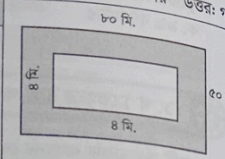


শর্টকাট: ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $2n - 4xn^2 = ২(৩২+২৪) \times ২ - (৪ \times ২^2) = ২২৪ - ১৬ = ২০৮$ বর্গমিটার।

৬. পাড়সহ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার ও প্রস্থ ৫০ মিটার। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুরপাড়ের ক্ষেত্রফল কত? [কেন্দ্রীয় পুলিশ হাসপাতাল (মেডিক্যাল টেকনোলোজিস্ট)-২০২১] + [এনসিটিবি(স্টোর গার্ড)-২০২১]
 ক. ৬০০ বর্গ মিটার খ. ৮৪০ বর্গ মিটার গ. ৯৭৬ বর্গ মিটার ঘ. ১০২০ বর্গ মিটার উত্তর: গ

৬. লিখিত সমাধান: (পাড় সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার অর্থাৎ ভেতরের রাস্তার মত অংক)

পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৮০×৫০) বর্গ মি. = ৪০০০ বর্গ মি.
 পাড়বাদে পুকুরের দৈর্ঘ্য = $৮০ - (৪+৪)$ মিটার = $(৮০-৮) = ৭২$ মিটার
 পাড়বাদে পুকুরের প্রস্থ = $৫০ - (৪+৪)$ মিটার = $(৫০-৮) = ৪২$ মিটার
 \therefore পাড়বাদে পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৭২×৪২) বর্গ মি. = ৩০২৪ বর্গ মি.
 \therefore পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(৪০০০ - ৩০২৪)$ বর্গ মি. = ৯৭৬ বর্গ মি. উত্তর: ৯৭৬ বর্গ মি.



৬. শর্টকাট: ভেতরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4 \times n^2 = 2(৮০+৫০) \times ৪ - (৪ \times ৪^2) = ১০৪০ - ৬৪ = ৯৭৬$ বর্গ মিটার।

৭. নিজে করুন: (লিখিত নিয়মে করার জন্য আগের অংকগুলো দেখুন। এখানে শুধু শর্টকাট হিটস দেখানো হলো)

৭. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার। এর ভিতরের চতুর্দিকে ১ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? [৬ষ্ঠ প্রত্যক্ষ নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০১০]
 ক. ১২০ বর্গ মিটার খ. ১২৪ বর্গ মিটার গ. ১৩৬ বর্গ মিটার ঘ. ১৪৪ বর্গ মিটার উত্তর: গ
 [Hints: ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4 \times n^2 = 2(৪০+৩০) \times ১ - (৪ \times ১^2) = ১৪০ - ৪ = ১৩৬$ বর্গ মিটার]

৮. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার। বাগানের ভিতরে সীমানার পাশ দিয়ে ২ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? [প্রবাসীকল্যাণ ও বৈদ্য: কর্ম: মন্ত্রণালয়ের জন: কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক ২০০৭]
 ক. ৩৬০ বর্গ মিটার খ. ৪২০ বর্গ মিটার গ. ৪২৪ বর্গ মিটার ঘ. ৪৬০ বর্গ মিটার উত্তর: গ
 [Hints: ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4 \times n^2 = 2(৮০+৩০) \times ২ - (৪ \times ২^2) = ৪৪০ - ১৬ = ৪২৪$ বর্গ মিটার]

৯. একটি জমির দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার। ঐ জমির মাঝে একটি পুকুর খনন করা হল। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [মৎস্য অধিদপ্তর (অফিস সহ:)-এপ্রিল-২০২২]
 ক. ১২০০ বর্গমিটার খ. ১০৫৬ বর্গমিটার গ. ১৬০০ বর্গমিটার ঘ. ৮৪০ বর্গমিটার উত্তর: ঘ
 [Hints: ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4 \times n^2 = 2(৮০+৬০) \times ৪ - (৪ \times ৪^2) = ১১২০ - ৬৪ = ১০৫৬$ বর্গ মিটার]

১০. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৬০ মিটার, ৪০ মিটার। এর ভিতরে চতুর্দিকে ২ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [৭ম শ্রেণী-(অনু:৩)]
 ক. ৪২০ বর্গ মিটার খ. ৩৯৬ বর্গ মিটার গ. ৪১৬ বর্গ মিটার ঘ. ৩৮৪ বর্গ মিটার উত্তর: ঘ

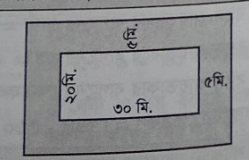
১১. পাড়সহ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৭০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল কত? [সহকারী রাসায়নিক পরীক্ষক-২০১২]
 ক. ৫৫৬ খ. ৬২০ গ. ৯৬০ ঘ. ৯৭৬ উত্তর: ঘ

(১. গ) বাহিরে রাস্তা থাকলে:

১২. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৩০ মিটার ও ২০ মিটার। বাগানটির চারদিকে যদি ৫ মিটার চওড়া রাস্তা থাকে তবে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এসটিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০] + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]
 ক. ৪০০ বর্গ মিটার খ. ২০০ বর্গ মিটার গ. ৬০০ বর্গ মিটার ঘ. ৫০০ বর্গ মিটার উত্তর: গ

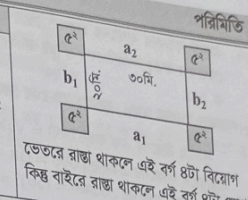
১২. লিখিত সমাধান: (বাহিরে রাস্তা হলে রাস্তা প্রস্থ ২ বার যোগ হয়)

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = $(৩০ \times ২০) = ৬০০$ বর্গ মিটার
 রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = $৩০ + (৫+৫) = ৪০$ মিটার
 রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = $২০ + (৫+৫) = ৩০$ মিটার
 রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = $(৪০ \times ৩০) = ১২০০$ বর্গমিটার
 \therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(১২০০ - ৬০০) = ৬০০$ বর্গমিটার। উত্তর: ৬০০ বর্গমিটার।



১২. বড় আয়ত - ছোট আয়ত = রাস্তা।

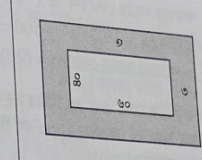
১৩. বাহিরে রাস্তার ক্ষেত্রফলের শর্টকাট সূত্র: পরিসীমা $\times n + 4 \times n^2$ (n = রাস্তার প্রস্থ)
 এখানে আয়তাকার বাগানটির পরিসীমা = $2(৩০+২০) = ১০০$ মিটার।
 সুতরাং বাহিরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = $১০০ \times ৫ + ৪ \times ৫^2 = ৫০০ + ১০০ = ৬০০$ বর্গ মি.
 বিখ্যাত: পাশের চিত্রটিতে বর্গগুলোর মাঝের ফাঁকা রাস্তার যোগফল = $a_1 + a_2 + b_1 + b_2$
 $= (৩০ \times ৫) + (৩০ \times ৫) + (২০ \times ৫) + (২০ \times ৫) = ৫০০$ বর্গ মি.
 এই বিষয়টা শর্টকাটে = পরিসীমা \times রাস্তার প্রস্থ = $2(৩০+২০) \times ৫ = ৫০০$ বর্গমিটার।
 সাথে কর্ণের ৪টা বর্গ $(৪ \times ৫^2) = ১০০$ যোগ করলে রাস্তার মোট ক্ষেত্রফল বের হয়।



১৩. একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৯(লিখিত)] + [চম হোপি-(অনু: ৩)]
 ক. ৫৪০ বর্গমিটার খ. ৬৩৬ বর্গমিটার গ. ৮৩৬ বর্গমিটার ঘ. ৯২০ বর্গমিটার উত্তর: খ

১৩. লিখিত সমাধান: (পুকুর ই যদি ৬০×৪০ হয় তাহলে পাড় অবশ্যই পুকুরের বাহিরে।)

দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার এবং পুকুরের প্রস্থ = ৪০ মিটার
 \therefore পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(৬০ \text{ মি.} \times ৪০ \text{ মি.}) = ২৪০০$ বর্গ মি.
 পুকুর পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার
 \therefore পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $৬০ + (৩+৩) = ৬৬$ মিটার
 পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = $৪০ + (৩+৩) = ৪৬$ মিটার
 \therefore পাড় সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(৬৬ \text{ মি.} \times ৪৬ \text{ মি.}) = ৩০৩৬$ বর্গ মি.
 \therefore পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল = $(৩০৩৬ - ২৪০০) = ৬৩৬$ বর্গ মিটার (উত্তর: খ)
 শর্টকাট: পাড়ের ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n + 4 \times n^2 = 2(৬০+৪০) \times ৩ + ৪ \times ৩^2 = ৬০০ + ৩৬ = ৬৩৬$ বর্গ মিটার।



১৪. নিজে করুন:

১৪. ৮০ ফুট দীর্ঘ এবং ৭০ ফুট প্রস্থ একটি বাগানের বাহিরের চতুর্দিকে ৫ ফুট প্রস্থ একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত হবে? [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]
 ক. ১৬০০ বর্গফুট খ. ১২০০ বর্গফুট গ. ৮৫৫ বর্গফুট ঘ. ৭৫৫ বর্গফুট উত্তর: ক
 [Hints: বাহিরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n + 4 \times n^2 = 2(৮০+৭০) \times ৫ + ৪ \times ৫^2 = ১৫০০ + ১০০ = ১৬০০$ বর্গ মি.]

১৫. ২১ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ১৫ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি বাগানের বাহিরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি পথ আছে। শুধু রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ১২০ বর্গমিটার খ. ১৩৬ বর্গমিটার গ. ১৬০ বর্গমিটার ঘ. ২০০ বর্গমিটার উত্তর: গ

[Hints: বাহিরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n + 4 \times n^2 = 2(২১+১৫) \times ২ + ৪ \times ২^2 = ১৪৪ + ১৬ = ১৬০$ বর্গ মিটার]

(১. ঘ) রাস্তার ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত ব্যতিক্রমী প্রশ্ন:

১৬. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য ১৫ মিটার, প্রস্থ ১২ মিটার এবং চারপাশে ২ মিটার চওড়া একটি বারান্দা আছে। বারান্দাসহ ঘরের ক্ষেত্রফল কত? [বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০]
 ক. ১৮০ বর্গ মিটার খ. ১৯৬ বর্গ মিটার গ. ৩০৪ বর্গ মিটার ঘ. ২৩৮ বর্গ মিটার উত্তর: ঘ

১৬. সমাধান:
 এখানে বারান্দাসহ ঘরের দৈর্ঘ্য = $১৫ + (২ \times ২) = ১৯$ মিটার এবং বারান্দাসহ প্রস্থ = $১২ + (২ \times ২) = ১৬$ মিটার।
 সুতরাং বারান্দা সহ ক্ষেত্রফল = $১৯ \times ১৬ = ৩০৪$ বর্গ মিটার। (Note: আগের অংকগুলোর সাথে তুলিয়ে ফেলা যাবে না)

১৭. একটি বর্গাকার বাগানের চারপাশ ঘিরে ২মি. প্রস্থ বিশিষ্ট রাস্তা আছে। রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল ১৯৬ বর্গমিটার হলে রাস্তার ক্ষেত্রফল কত? [সিভিলিঞ্জিং-এফ (জুনিয়র অডিটর)-২০১৯] + CAAB-(এরোড্রাম কর্মকর্তা) ২০২১]

ক. ১৪৪ খ. ৫২ গ. ৭২ ঘ. ৯৬

সমাধান: দেওয়া আছে, রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = ১৯৬ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তাসহ এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{196} = 14$ মিটার

রাস্তাবাদে বাগানের একবাহুর দৈর্ঘ্য = $(14 - (2 \times 2)) = 14 - 4 = 10$ মি.

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = $(10)^2 = 100$ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তার ক্ষেত্রফল = $196 - 100 = 96$ বর্গমিটার। উত্তর: ৯৬ বর্গমিটার

১৮. একটি বর্গাকার মাঠের বাইরে চারদিকে ৫ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল ৫০০ বর্গমিটার হলে, মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৬.২]

ক. ২০০ বর্গমিটার খ. ৩০০ বর্গমিটার গ. ৪০০ বর্গমিটার ঘ. ৪২০ বর্গমিটার

সমাধান: ধরি, বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = x মিটার

বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $(x + 10)^2 - x^2 = 500 \Rightarrow x^2 + 20x + 100 - x^2 = 500 \Rightarrow 20x = 500 - 100 \Rightarrow 20x = 400 \therefore x = 20$

\therefore বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $(20)^2$ বর্গমিটার = ৪০০ বর্গমিটার \therefore মাঠের ক্ষেত্রফল ৪০০ বর্গমিটার। (উত্তর: ৪০০)

১৯. ৫০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৪০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতরে চারদিকে সমান চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল ১২০০ বর্গমিটার হলে, রাস্তাটি কত মিটার চওড়া? [বালুবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ন বিভাগ (অফিস সহকারী কাম মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]

ক. ২ মিটার খ. ৫ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ২০ মিটার

সমাধান: ধরি, রাস্তাটি = x মি. চওড়া

রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = $50 - (x + x) = 50 - 2x$ মি.

রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ = $40 - (x + x) = 40 - 2x$ মি.

প্রশ্নমতে, $(50 - 2x) \times (40 - 2x) = 1200$

$\Rightarrow 2000 - 100x - 80x + 4x^2 = 1200$

$\Rightarrow 8x^2 - 180x + 800 = 0$

$\Rightarrow 8x^2 - 160x + 200x + 800 = 0 \Rightarrow 8x(x - 20) - 20(x - 20) = 0 \Rightarrow (x - 20)(8x - 20) = 0$

হয়, $x - 20 = 0 \Rightarrow x = 20$ [গ্রহণযোগ্য নহে; কেননা বাগানের ভিতরের রাস্তার চওড়া কখনো বাগানের দৈর্ঘ্য/প্রস্থের সমান হতে পারে না।]

তাহলে, $8x - 20 = 0 \Rightarrow 8x = 20 \therefore x = 2.5$ সুতরাং, রাস্তাটির চওড়া = ২.৫ মিটার।

দ্রষ্টব্য: প্রশ্ন থেকে ৫ নিলে, $\{(50 - (5 + 5)) \times \{(40 - (5 + 5))\} = 80 \times 30 = 2400$ হওয়ায় প্রশ্নের ৫ উত্তর।

নিজে করুন:

২০. একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার। বাগানের ভিতরে সমান পাড় বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ অংশ হলে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৬.২]

ক. ২৪ মিটার, ১৪ মিটার খ. ৩০ মিটার, ২৫ মিটার গ. ১০ মিটার, ২০ মিটার ঘ. ৩০ মিটার, ২০ মিটার

[Hints: পুকুর পাড়ের বিস্তার = x ধরে, $(40 - 2x)(30 - 2x) = 1200 \times \frac{1}{2} \therefore x = 5$ থেকে বাকীটা নিজে করুন]

পদ্ধতি-০২: বর্গ এবং আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত প্রশ্ন

২১. জ্যামিতি অধ্যায়ের চতুর্থ অধ্যায়ের আয়তক্ষেত্র অংশে এই নিয়মের অনেকগুলো প্রশ্ন সমাধান করে দেয়া আছে। দেখে আসতে পারেন। একটি আয়তক্ষেত্র ও একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা পরস্পর সমান। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের অর্ধেক হয় তবে বর্গক্ষেত্রের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? [গণপূর্ত অধিদপ্তরের উপ-সহঃ প্রকৌশলী] নিয়োগ-২০১৮]

ক. ৩ : ২ খ. ৬ : ৫ গ. ৪ : ৩ ঘ. ৭ : ৪

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x একক এবং দৈর্ঘ্য = $2x$ একক

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(2x + x)$ একক = $6x$ একক = বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা

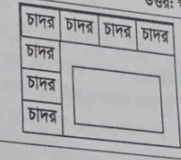
\therefore বর্গের একবাহু = $\frac{6x}{4} = \frac{3x}{2}$ এবং বর্গের ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{3x}{2}\right)^2 = \frac{9x^2}{4}$

আবার আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $2x \times x = 2x^2$ সুতরাং ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $\frac{9x^2}{4} : 2x^2 = 9x^2 : 8x^2 = 9 : 8$

২২. ৫ হাত লম্বা ও ৪ হাত চওড়া কয়টি চাদর দ্বারা ২০ হাত বিশিষ্ট একটি বর্গাকার মাঠ আচ্ছাদন করা সম্ভব? [কেন্দ্র নির্বা: অফিস-০৪]

ক. ১০ টি খ. ১৫ টি গ. ২০ টি ঘ. ২২ টি

সমাধান: পাশের চিত্রটিতে দেখুন ছোট চিত্রগুলো একটি একটি চাদর, বড়টি মাঠ, একটি চাদরের ক্ষেত্রফল $5 \times 4 = 20$ বর্গ হাত, অর্থাৎ একটি চাদর দ্বারা ২০ বর্গ হাত জায়গা আচ্ছাদন করা যায়। আবার মাঠের ক্ষেত্রফল $20^2 = 800$ বর্গ হাত। তাহলে মোট চাদর লাগবে $800 \div 20 = 40$ টি উত্তর ২০ টি



নিজে করুন:

২৩. ৪ ফুট বর্গের একটি বর্গাকার জায়গা চাকতে ৪ বর্গফুট ক্ষেত্রবিশিষ্ট কয়টি পাথর লাগবে? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]

ক. ১ টি খ. ২ টি গ. ৪ টি ঘ. ৮ টি

২৪. যদি ১২ ফুট দীর্ঘ এবং ৯ ফুট প্রস্থ একটি কার্পেট দিয়ে একটি কক্ষের মেঝের ৬০% জায়গা ঢেকে দেয়া যায় তবে ঐ মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট? [সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিস্টেন্ট কো-অর্ডিনেশন)-২০২০] + [BBS (খানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]

ক. ৯৬ বর্গফুট খ. ১৬০ বর্গফুট গ. ৬৪ বর্গফুট ঘ. ১৮০ বর্গফুট

সমাধান: কার্পেটের ক্ষেত্রফল = (12×9) বা ১০৮ বর্গফুট

ধরি, মেঝের ক্ষেত্রফল = x বর্গফুট

শর্তমতে, x এর ৬০% = ১০৮ $\Rightarrow x = \frac{108 \times 100}{60} = 180 \therefore$ মেঝের ক্ষেত্রফল = ১৮০ বর্গফুট

২৫. একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ১০ ফুট বেশি। বাগানটির পরিসীমা ১০০ ফুট হলে বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত? [BIWTA-(দ্রাফটিক সুপারভাইজার)-২০২১]

ক. দৈর্ঘ্য ২০ ফুট এবং প্রস্থ ১৫ ফুট খ. দৈর্ঘ্য ৩০ ফুট এবং প্রস্থ ২০ ফুট

গ. দৈর্ঘ্য ৪০ ফুট এবং প্রস্থ ২৫ ফুট ঘ. দৈর্ঘ্য ৫০ ফুট এবং প্রস্থ ৩০ ফুট

সমাধান: ধরি, আয়তাকার বাগানের প্রস্থ = x ফুট \therefore দৈর্ঘ্য = $(2x - 10)$ ফুট (প্রস্থকে দ্বিগুণ করলে দৈর্ঘ্যের থেকে ১০ কম হবে)

প্রশ্নমতে, $2(x + 2x - 10) = 100 \Rightarrow 3x - 10 = 50 \Rightarrow 3x = 50 + 10 \therefore x = 20$

\therefore বাগানের প্রস্থ $x = 20$ ফুট এবং দৈর্ঘ্য = $(2x - 10) = 2 \times 20 - 10 = 40 - 10 = 30$ উত্তর: দৈর্ঘ্য ৩০ ফুট, প্রস্থ ২০ ফুট

২৬. একটি মাঠের প্রস্থ আরও ১০ মিটার বেশি হলে একটি ১০,০০০ বর্গমিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গাকার মাঠ হতো। মাঠটির প্রস্থ কত? [স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের কমিউনিটি হেলথ কেয়ার প্রোভাইডার-২০১৮]

ক. ৪০ মিটার খ. ৯০ মিটার গ. ১০০ মিটার ঘ. ১০৫ মিটার

সমাধান: ধরি, মাঠটির প্রস্থ x মিটার

∴ ১০ মিটার বেশিতে বর্গাকার মাঠের প্রতি বাহু $= (x+10)$ মিটার।
প্রশ্নমতে, $(x+10)^2 = 10000 \Rightarrow x+10=100$ [বর্গমূল করে] ∴ $x = 100-10 = 90$ মিটার।

নিজে করুন:

২৭. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৬০ বর্গ মিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি একটি বর্গক্ষেত্রে পরিণত হয়।

আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন?
ক. ৪০, ৪ খ. ২০, ৮ গ. ১৬, ১০ ঘ. ১০, ১০ উত্তর: গ
[Hints: ১৬০ কে ভাগুন = $16 \times 10 = 160$ আবার ১৬ থেকে ৬ বাদ দিলে $10 \times 10 = 100$ বর্গ হয়]

২৮. একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং উহার ক্ষেত্রফল ৮০০ বর্গমিটার হলে, জমিটির পরিসীমা কত মিটার?

[নী পরিবহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০১৩]
ক. ৯৬ মিটার খ. ১০০ মিটার গ. ১২০ মিটার ঘ. ১২৪ মিটার উত্তর: গ
[Hints: $x \times 2x = 800$ থেকে $x = 20$ । সুতরাং পরিসীমা $= 2(x+2x) = 6x = 6 \times 20 = 120$ মিটার]

২৯. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার কম এবং প্রস্থ ৩ মিটার অধিক হলে এর ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আবার দৈর্ঘ্য ৫ মিটার অধিক এবং প্রস্থ ২ মিটার কম হলেও এর ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। এর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ -

[উপজেলা ও থানা শিক্ষা অফিসার: ০৫]
ক. দৈর্ঘ্য ২০ মিটার এবং প্রস্থ ১৫ মিটার খ. দৈর্ঘ্য ২২ মিটার এবং প্রস্থ ১৪ মিটার
গ. দৈর্ঘ্য ২৪ মিটার এবং প্রস্থ ১৩ মিটার ঘ. দৈর্ঘ্য ২৫ মিটার এবং প্রস্থ ১২ মিটার উত্তর: ঘ
[Hints: অপশন থেকে বের করুন: $25 \times 12 = 300$, আবার $(25-5) \times (12+3) = 300$, আবার $(25+5) \times (12-2) = 300$, উপরের সবগুলো শর্ত পূরণ করে তাই উত্তর: ঘ. আবার, সমীকরণ সাজাতে চাইলে: দৈর্ঘ্য $= x$ ও প্রস্থ $= y$ ধরে ক্ষেত্রফল $= xy$ ১ম শর্তমতে, $(x-5)(y+3) = xy$ এবং ২য় শর্তমতে, $(x+5)(y-2) = xy$] (অবশিষ্ট অংশ নিজে করুন)

একটির সঙ্গে আরেকটির তুলনা বুঝাশে :

পরামর্শ: একটির সাথে অন্য আরেকটির তুলনা করা হলে প্রথমে যার কু দেয়া আছে তা থেকে সমাধান করে অপরটির মান বের করতে হয়।

৩০. যদি কোনো আয়তের প্রস্থ ৪ মি. এবং এর ক্ষেত্রফল ২৪ মিটার পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফলের সমান হয়, তবে আয়তের পরিসীমা কত হবে? [উপজেলা/ থানা শিক্ষা অফিসার ২০০৯]

ক. ৩৬ মিটার খ. ২৮ মিটার গ. ১২ মিটার ঘ. ২৬ মিটার উত্তর: ঘ
সমাধান: ধরি, বর্গের ১ বাহু $= a$ তাহলে $8a = 24$ ∴ $a = 3$
সুতরাং বর্গের ক্ষেত্রফল $= a^2 = 3^2 = 9$ বর্গমিটার। তাহলে আয়তের ক্ষেত্রফল $= 36$ বর্গমিটার।
যেহেতু দেয়া আছে, আয়তের প্রস্থ ৪ মিটার ∴ আয়তের দৈর্ঘ্য $= 36 \div 4 = 9$ ।
সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2$ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) $= 2(9 + 4) = 26$ মিটার। উত্তর: ২৬ মিটার।

৩১. ৪৮ মিটার দীর্ঘ একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের এক তৃতীয়াংশ। ঐ আয়তক্ষেত্রের সমান পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য [যোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের সহকারী সার্জন: ২০০৫]

ক. ১৬ মিটার খ. ৩২ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ২৮ মিটার উত্তর: খ
সমাধান: আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= 48 \times \frac{1}{3} = 16$ মিটার
আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2$ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) $= 2(48+16)$ মিটার $= 128$ মিটার
∴ বর্গের পরিসীমা $= 128$ মিটার। সুতরাং বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{128}{4}$ মিটার $= 32$ মিটার

৩২. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ও একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ ও ক্ষেত্রফল ১২০০ বর্গমিটার হলে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

ক. ১০০০ বর্গমিটার খ. ১২০০ বর্গমিটার গ. ১৪৪০ বর্গমিটার
সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= x$ মিটার ∴ দৈর্ঘ্য $= 3x$ মিটার
প্রশ্নমতে, $3x \times x = 1200 \Rightarrow 3x^2 = 1200 \Rightarrow x^2 = 400$ ∴ $x = 20$
আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(x+3x) = 8x = 8 \times 20 = 160$ মিটার।
সুতরাং বর্গের পরিসীমাও $= 160$ মিটার। এখন ধরি, বর্গের এক বাহু $= a$ সুতরাং $4a = 160$ ∴ $a = 40$
তাহলে বর্গের ক্ষেত্রফল $a^2 = (40)^2 = 1600$ বর্গমিটার।
উত্তর: ঘ

৩৩. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এর প্রস্থের ৩ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ১৬০০ বর্গমিটার। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা - ২০০১]

ক. ১২৮ মি. খ. ৬৪ মি. গ. ৩২ মি. ঘ. ৪৮ মি. উত্তর: গ
সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= x$ মিটার ∴ দৈর্ঘ্য $= 3x$ মিটার ∴ পরিসীমা $= 2(3x+x)$ মি. $= 8x$ মি.
প্রশ্নমতে, $8x \times x = 1600 \Rightarrow 8x^2 = 1600 \Rightarrow x^2 = 200$ ∴ $x = 10$
সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 8 \times 10 = 80$ মি.
এখন, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার হলে পরিসীমা $4a = 80$ মিটার ∴ বর্গের এক বাহু $a = 80 \div 4 = 20$ মিটার

নিজে করুন:
৩৪. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং ক্ষেত্রফল ৯৬৮ বর্গমিটার। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [আবহাওয়া অধিদপ্তরের সহকারী আবহাওয়াবিদ ২০০৭]

ক. ১৫ মিটার খ. ২০ মিটার গ. ৩০ মিটার ঘ. ৩৩ মিটার উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-০৩ : সামান্তরিক, বহুস ও ট্র্যাপিজিয়াম সম্পর্কিত প্রশ্ন

৩৫. একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান। সামান্তরিকের জুঁমি ১২৫ মিটার এবং উচ্চতা ৫ মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬,২)]

ক. $25\sqrt{2}$ খ. $5\sqrt{2}$ গ. $20\sqrt{2}$ ঘ. $20\sqrt{5}$ উত্তর: ক
সমাধান: সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=$ (জুঁমি \times উচ্চতা) $= (125 \times 5) = 625$ বর্গমিটার
সুতরাং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলও $= 625$ বর্গমিটার

তাহলে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{625} = 25$ মিটার ∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 25 \times \sqrt{2} = 25\sqrt{2}$ মিটার

৩৬. কোনো ট্র্যাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল ৪০ বর্গমিটার এবং সমান্তরাল বাহু দুইটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব ৮ মিটার। একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার হলে, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (পদ্ম) ২০০৯]

ক. ৫ মিটার খ. ২ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৪ মিটার উত্তর: ঘ
সমাধান: ট্র্যাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল \times বাহুদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times (6 + \text{অপর বাহু}) \times 8 = 40 \Rightarrow (6 + \text{অপর বাহু}) \times 8 = 80 \Rightarrow 6 + \text{অপর বাহু} = 10$ ∴ অপর বাহু $= 8$ মিটার

৩৭. একটি ট্র্যাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য ৫ মিটার ও ৭ মিটার। এর ক্ষেত্রফল ৪৮ বর্গমিটার হলে, বাহু দুইটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব কত হবে? [প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক (শিউলী) ২০০৯]

ক. ৬ মিটার খ. ৮ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ১২ মিটার উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি \times বাহুদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times (৫ + ৭) \times$ এদের লম্ব দূরত্ব = $৪৮ \Rightarrow ৬ \times$ এদের লম্ব দূরত্ব = $৪৮ \therefore$ লম্ব দূরত্ব = ৮ মিটার

৩৮. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্যের অন্তর ৪ সে.মি. এবং তাদের লম্ব দূরত্ব ২৪ সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল ৩১২ বর্গ সে.মি.। ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। $\frac{1}{৯}$ ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.২)

ক. ১৭ ও ৪ খ. ৪ ও ১৭ গ. ১৭ ও ৭ ঘ. ১২ ও ৬

সমাধান: ধরি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির দৈর্ঘ্য = a ও b এবং তাদের মধ্যে দূরত্ব = $h = ২৪$ সে.মি.

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = ৩১২ বর্গ সে.মি.

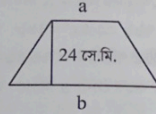
প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times h \times (a+b) = 312 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 24 \times (a+b) = 312 \Rightarrow 12 \times (a+b) = 312$

$\therefore a+b = 26$ (i)
এবং $a-b = ৪$ (ii) [যেহেতু পার্থক্য শুরুতেই দেওয়া আছে b]

এখন, (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, $2a = 34 \therefore a = 17$ সে.মি.

এখন, (i) ও (ii) নং বিয়োগ করে পাই, $2b = 18 \therefore b = 9$ সে.মি.

সুতরাং ট্রাপিজিয়ামটির সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য ১৭ সে.মি. ও ৯ সে.মি.।



উত্তর: ১৭ ও ৯

পদ্ধতি-০৪ : খরচ সংক্রান্ত বিভিন্ন প্রশ্ন

সমানে রাখুন, (i) মোট ক্ষেত্রফল \times প্রতি এককে খরচ = মোট খরচ আবার, (ii) মোট খরচ \div প্রতি এককে খরচ = ক্ষেত্রফল

৩৯. প্রতিমিটার ১০০ টাকা দরে ১০০ মিটার লম্বা ও ৫০ মিটার চওড়া একটি আয়তাকার পার্কের চারিদিকে বেড়া দিতে কত খরচ লাগবে? $\frac{1}{৭}$ ম শ্রেণী-(অনু:৩)

ক. ৩০,০০০ টাকা খ. ৩২,০০০ টাকা গ. ৩৫,০০০ টাকা ঘ. ৪০,০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: আয়তাকার পার্কটির পরিসীমা = $২(১০০+৫০) = ২ \times ১৫০ = ৩০০$ মিটার

এখন, ১ মিটারে খরচ = ১০০ টাকা

\therefore ৩০০ মিটারে খরচ হবে = $১০০ \times ৩০০ = ৩০,০০০$ টাকা উত্তর: ৩০,০০০ টাকা।

৪০. ৩০ \times ১৬ ফুটের একটি মেঝে মেসরামত করতে ২৪৯৬ টাকা ব্যয় হল প্রতি বর্গফুটে ব্যয় কত টাকা? [BSC- Combined-(So)- Exam - 2018 (Set-A)]

ক. ৪.২০ টাকা খ. ৬.২০ টাকা গ. ৫.২০ টাকা ঘ. ৫.৫০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: মেঝের ক্ষেত্রফল = $৩০ \times ১৬ = ৪৮০$ বর্গফুট।

মোট খরচ ২৪৯৬ টাকা হলে প্রতি বর্গফুটে খরচ = $\frac{২৪৯৬}{৪৮০} = ৫.২০$ টাকা। উত্তর: ৫.২০ টাকা।

৪১. একটি আয়তাকার মেঝের দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের তিনগুণ। যদি মেঝেটি পাকা করতে প্রতি বর্গমিটারে ৩ টাকা হিসাবে ৩২৪ টাকা খরচ হয় তবে মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার? [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ)-২০১৯ (আইবিএ)]

ক. ৬ খ. ১২ গ. ১৬ ঘ. ১৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, আয়তাকার মেঝের প্রস্থ = x মিটার \therefore দৈর্ঘ্য = $৩x$ মিটার সুতরাং ক্ষেত্রফল = $৩x^2$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $৩x^2 \times ৩ = ৩২৪ \Rightarrow ৯x^2 = ৩২৪ \Rightarrow x^2 = ৩৬ \Rightarrow x = \sqrt{৩৬} \therefore x = ৬$

\therefore আয়তাকার মেঝের দৈর্ঘ্য = $৩x = ৩ \times ৬ = ১৮$ মিটার।

৪২. একটি ২১ মিটার দৈর্ঘ্য ও ১৫ মিটার প্রস্থ বাগানের বাহিরের দিকে ৩ মিটার প্রশস্ত পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট খরচ কত হবে? [BSC- Combined-(So)- Exam - 2018 (Set-A)]

ক. ৬৫০ টাকা খ. ৬৮০ টাকা গ. ৬৯৩ টাকা

সমাধান: বাগানের দৈর্ঘ্য = ২১ মিটার ও প্রস্থ = ১৫ মিটার

\therefore বাগানের ক্ষেত্রফল = (২১×১৫) বর্গমিটার = ৩১৫ বর্গমিটার

পথসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = $২১ + (৩+৩)$ মিটার = ২৭ মিটার (দুপাশে ৩মি.বাড়ে)

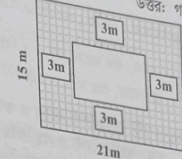
" " " " ক্ষেত্রফল = (২৭×২১) বর্গমিটার = ৫৬৭ বর্গমিটার

\therefore পথটির ক্ষেত্রফল = $(৫৬৭ - ৩১৫)$ বর্গমিটার = ২৫২ বর্গমিটার

\therefore পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট খরচ হবে = $২৫২ \times ২.৭৫ = ৬৯৩$ টাকা।

এখন প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট খরচ হবে = $২৫২ \times ২.৭৫ = ৬৯৩$ টাকা।

শর্টকাট: পথের ক্ষেত্রফল = $২(২১+১৫) \times ৩ + ৪ \times ৩^2 = ২১৬ + ৩৬ = ২৫২$ এবং খরচ = $২৫২ \times ২.৭৫ = ৬৯৩$ টাকা।



৪৩. ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ৭.২৫ টাকা দরে এই পথ বাধানোর জন্য কত খরচ হবে? [বাংলাদেশ সূত্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]

ক. ৭২৩৬ টাকা খ. ৭৫০০ টাকা গ. ৭৬৫৬ টাকা ঘ. ৭৮৬০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = (৮০×৬০) বর্গমি. = ৪৮০০ বর্গ মি.

\therefore রাস্তাবাদে আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = $\{(৮০-৪ \times ২) \times (৬০-৪ \times ২)\}$ বর্গ মি. = (৭২×৫২) বর্গ মি. = ৩৭৪৪ বর্গ মি.

\therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(৪৮০০ - ৩৭৪৪)$ বর্গ মি. = ১০৫৬ বর্গ মি.

সুতরাং রাস্তাটি পাথর দিয়ে বাঁধতে মোট খরচ হবে = (১০৫৬×৭.২৫) টাকা = ৭৬৫৬ টাকা।

শর্টকাট: পথের ক্ষেত্রফল = $২(৮০+৬০) \times ৪ - ৪ \times ৪^2 = ১১২০ - ৬৪ = ১০৫৬$ এবং খরচ = $১০৫৬ \times ৭.২৫ = ৭৬৫৬$ টাকা।

শ্রী নিজে করুন:

৪৪. ২১ মিটার দীর্ঘ এবং ১৫ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি বাগানের বাইরে চারদিকে ২ মিটার প্রশস্ত একটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে রাস্তাটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত খরচ হবে? [তুলা উন্নয়ন বোর্ড (অফিস সহায়ক)-২০২১/বাংলাদেশ পুলিশ, অপরূপ তদন্ত বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১/চম শ্রেণি-(অনু:৩)]

ক. ৩৬০ টাকা খ. ৩৮০ টাকা গ. ৪২০ টাকা ঘ. ৪৪০ টাকা উত্তর: ঘ

[Hints: মোট খরচ = $\{ ২(২১+১৫) \times ২ + ৪ \times ২^2 \} \times ২.৭৫ = (১৪৪+১৬) \times ২.৭৫ = ১৬০ \times ২.৭৫ = ৪৪০$ টাকা।]

৪৫. ২০ মিটার দীর্ঘ একটি কামরার মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে ৭৫০০ টাকা খরচ হয়। যদি এই কামরার প্রস্থ ৪ মিটার কম হতো, তবে ৬০০০ টাকা খরচ হতো। কামরার প্রস্থ কত? [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১/সুরক্ষা সেবা বিভাগ(অফিস সহায়ক) কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১/বাংলাদেশ পরমাণু কৃষি গবেষণা ইন্সটিটিউট (ডাটা এন্ড অপারেটর)-২০২১/৪র্থ বর্ষ উচ্চ মাধ্যমিকের জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর)- ২০২১/চম শ্রেণি-(অনু:৩)]

ক. ১৫ মিটার খ. ২০ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ৩০ মিটার উত্তর: খ

সমাধান: খরচ কম হয় = $(৭৫০০ - ৬০০০) = ১৫০০$ টাকা

খরচ ১৫০০ টাকা হলে প্রস্থ = ৪ মিটার

\therefore " ৭৫০০ " " " " = $\frac{৪ \times ৭৫০০}{১৫০০} = ২০$ মিটার। উত্তর: ২০ মিটার

শ্রী নিজে করুন:

৪৬. একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ৭২০০ টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত? [চম শ্রেণি-(অনু:৩)]

ক. ৫০ মিটার খ. ৩৭.৫ মিটার গ. ২৫ মিটার ঘ. ৪৮ মিটার উত্তর: খ

৪৭. একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ৭.৫০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১৮২২.৫০ টাকা খরচ হলে মাঠের প্রস্থ কত মিটার? (বাংলাদেশ বৈসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (উপসহকারী প্রকৌশলী/হিসাব সহকারী)-২০২১)
ক. ২৪৩ খ. ৯ গ. ২৭ ঘ. ৪৮ উত্তর: খ

সমাধান: মাঠের ক্ষেত্রফল = $\frac{1822.50}{9.50} = 280$ বর্গমিটার
এখন, ধরি মাঠের প্রস্থ = x মিটার এবং দৈর্ঘ্য = $3x$ মিটার
প্রশ্নমতে, $3x \times x = 280 \Rightarrow 3x^2 = 280 \Rightarrow x^2 = \frac{280}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{840}}{3}$ সুতরাং, মাঠটির প্রস্থ = $x = \frac{\sqrt{840}}{3}$ মিটার।

৪৮. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গ মিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে মুড়তে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। (৭ম শ্রেণী-(অনু:৩) + কাস্টমস এজাইজ ও ভাট কমিশনারেট, ঢাকা (সিপাই)-২০২১) (BIWTC (অফিস সহ: কাম: কর্ম: মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২)
ক. দৈর্ঘ্য ২১ মি. ও প্রস্থ ৭ মি. খ. দৈর্ঘ্য ২০ মি. ও প্রস্থ ৯ মি.
গ. দৈর্ঘ্য ২১ মি. ও প্রস্থ ৯ মি. ঘ. দৈর্ঘ্য ১৯ মি. ও প্রস্থ ৮ মি. উত্তর: ক

সমাধান: ঘরটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1102.50}{9.50} = 189$ বর্গমিটার।
ধরি, ঘরের প্রস্থ = x মিটার \therefore দৈর্ঘ্য = $3x$ মিটার সুতরাং ক্ষেত্রফল = $3x^2$ বর্গমিটার।
প্রশ্নমতে, $3x^2 = 189 \Rightarrow x^2 = 81 \therefore x = \sqrt{81} = 9$ মিটার
সুতরাং ঘরের প্রস্থ = 9 মিটার এবং দৈর্ঘ্য = (3×9) মি. = 27 মি. উত্তর: ঘরটির দৈর্ঘ্য ২৭ মি. ও প্রস্থ ৯ মি.।

৪৯. আয়তাকার একটি ঘরের দৈর্ঘ্য এর বিজ্ঞানের দেড়গুণ। ঘরটির মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা হারে মোট ২২০৫ টাকা খরচ হলে ঘরটির পরিসীমা কত মিটার? (বাংলাদেশ ব্যাংক (অফিসার)- ২০১৫)
ক. ৩৫ খ. ২৯৪ গ. ১৪৭ ঘ. ৭০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ঘরটির ক্ষেত্রফল = $\frac{2205}{9.5} = 298$ বর্গমিটার।
এখন ধরি, আয়তাকার ঘরের বিস্তার = $2x$ এবং দৈর্ঘ্য = $3x$
প্রশ্নমতে, $3x \times 2x = 298 \Rightarrow x^2 = 81 \therefore x = 9$ সুতরাং পরিসীমা = $2(2x+3x) = 2 \times 5 \times 9 = 90$ মিটার।

৫০. আয়তাকার একটি ঘরের দৈর্ঘ্য এর বিজ্ঞানের দ্বিগুণ। ঘরটির মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে প্রতি বর্গমিটারে ৬ টাকা হারে মোট ১৯২০০ টাকা খরচ হলে ঘরটির পরিসীমা কত মিটার? (জাতীয় নিরাপত্তা গোয়েন্দা সংস্থা (NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯)
ক. ১২০ খ. ২৪০ গ. ২৬০ ঘ. ২৮০ উত্তর: খ

সমাধান: ঘরটির ক্ষেত্রফল = $\frac{19200}{6} = 3200$ বর্গমিটার।
ধরি, আয়তাকার ঘরের বিস্তার = x মিটার এবং দৈর্ঘ্য = $2x$ মিটার
প্রশ্নমতে, $x \times 2x = 3200 \Rightarrow x^2 = 1600 \Rightarrow x = \sqrt{1600} \therefore x = 80$
 \therefore বিস্তার $x = 80$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $2x = 2 \times 80 = 160$ মিটার
 \therefore আয়তাকার ঘরের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = 2(160 + 80) = 480$ মিটার।

নিজে করুন:

৫১. একটি আয়তাকার মেঝের দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের দ্বিগুণ, যদি মেঝেটি পাকা করতে প্রতি বর্গমিটার ২ টাকা হিসাবে ১৪৪ টাকা খরচ হয়, তবে মেঝের দৈর্ঘ্য কত? (দর্শিতা দমন ব্যারোর সহকারী পরিদর্শক : ০৪)
ক. ১০ খ. ১৪ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: গ

[Hints: প্রস্থ = x এবং দৈর্ঘ্য = $2x$ হলে, প্রশ্নমতে, $2x \times x = \frac{144}{2} = 72 \therefore x = 6$ দৈর্ঘ্য $2x = 12$]

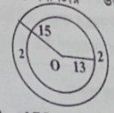
৫২. একটি কুমার গভীরতা ১৪ মিটার এবং ব্যাস ২৪ মিটার। প্রতি ঘনমিটার ৫ টাকা হিসেবে ঐ কুমার মাটি খনন করতে মোট কত টাকা খরচ হবে?
ক. ৪৬২৪ টাকা খ. ৪৩১২০ টাকা গ. ৬১৬০ টাকা ঘ. ৩০৪০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: যে কোন সময় খরচ বের করতে বলা হলে আগে আয়তন বের করে টাকা দিয়ে গুণ করতে হয়।
কুমারটির গভীরতা ১৪ মিটার অর্থাৎ উচ্চতা, $h = 14$ মিটার, ব্যাস ২৪ মিটার হলে এর ব্যাসার্ধ $r = 28 \div 2 = 14$ মিটার।
সুতরাং কুমারটির আয়তন = $\pi r^2 h = \pi \times 14^2 \times 14 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 = 8624$ ঘন মিটার।
প্রতি ঘনমিটারে ৫ টাকা হিসেবে মোট খরচ = $8624 \times 5 = 43120$ টাকা।

পদ্ধতি-০৫: বৃত্ত সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন

৫৩. একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস ২৬ মিটার। পার্কটিকে বেটন করে বাইরে ২ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। পথটির ক্ষেত্রফল কত?
ক. 175.93 বর্গমিটার খ. 160 বর্গমিটার গ. 164.34 বর্গমিটার ঘ. 168.76 বর্গমিটার উত্তর: ক

সমাধান:
প্রথমে রাজা বাদে শুধু পার্কের ব্যাস = ২৬ এবং ব্যাসার্ধ = $26 \div 2 = 13$
তাহলে রাজা সহ পার্কটির ব্যাসার্ধ = $13 + 2 = 15$
পথের ক্ষেত্রফল = $\pi 15^2 - \pi 13^2 = 3.1416 \times 225 - 3.1416 \times 169 = 706.86 - 530.93 = 175.93 = 176$ (প্রায়)



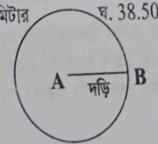
নিজে করুন:
৫৪. একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস ১০০ মিটার। মাঠের সীমানা ঘেঁষে ৫ মিটার চওড়া একটি রাজা আছে। রাজার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
ক. 1500 বর্গমিটার খ. 1600 বর্গমিটার গ. 1649.34 বর্গমিটার ঘ. 1678.44 বর্গমিটার উত্তর: গ

৫৫. বৃত্তাকার একটি পুকুরের ব্যাস ১০০ গজ। পুকুরের পাড়ে ২গজ চওড়া ঘাসে ঢাকা একটি পথ আছে। ঘাসের পথটির ক্ষেত্রফল কত বর্গগজ? (৪ম ও ৬ম সংস্থান মন্ত্রণালয় (উপ সহকারী পরিচালক) প্রশ্ন: ০১)
ক. ১১২৮ খ. ১৮৬৮ গ. ৯৮৮ ঘ. ২০৪৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: পুকুরের ব্যাস = ১০০ গজ \therefore পুকুরের ব্যাসার্ধ $r = 50$ এবং পুকুরের ক্ষেত্রফল $\pi r^2 = \pi(50)^2 = 2500\pi$ বর্গ গজ
 \therefore পথ সহ পুকুরের ব্যাস $r = (50 + 2 + 2) = 54$ সুতরাং ব্যাসার্ধ = 27
 \therefore ক্ষেত্রফল $\pi r^2 = \pi(27)^2 = 2908\pi$ \therefore ঘাসযুক্ত পথের ক্ষেত্রফল = $(2908\pi - 2500\pi) = 408\pi$ বর্গ গজ।

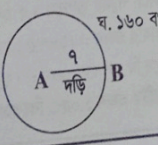
৫৬. একটি বৃত্তাকার তৃণক্ষেত্রের ৩৪৫০ বর্গমিটার পরিমাণ স্থানের ঘাস খেতে পারে এরূপভাবে একটি গরু দড়ি দিয়ে বাঁধা আছে। ঐ দড়িটির দৈর্ঘ্য কত?
ক. ২০ মিটার খ. ৩০.৫৬ মিটার গ. ৩৫.০০৭ মিটার ঘ. ৩৪.৫০ মিটার উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, তৃণক্ষেত্রটির ব্যাসার্ধ = r (দড়িটিই হচ্ছে ব্যাসার্ধ)
 $\pi r^2 = 3850$ or $r^2 = \frac{3850}{3.1416} \therefore r = \sqrt{1225.49} = 35.007$



৫৭. একটি গরু ৭ মিটার দৈর্ঘ্যের দড়ি দিয়ে বাধা আছে। দড়ির বাঁধা স্থান হতে চারদিকে ঘুরে গরুটি ঘাস খেতে পারে। ঘাসের স্থানের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার?
ক. ১০০ বর্গমিটার খ. ১২০ বর্গমিটার গ. ১৫৪ বর্গমিটার ঘ. ১৬০ বর্গমিটার উত্তর: গ

সমাধান: গরুর দড়ি = বৃত্তাকার জায়গার ব্যাসার্ধ = 7 মিটার।
 \therefore ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154$ উত্তর: ১৫৪ বর্গমিটার



পদ্ধতি-০৬ : ঘন জ্যামিতি সম্পর্কিত প্রশ্ন

৫৮. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য ৮ মিটার, প্রস্থ ৬ মিটার এবং উচ্চতা ৩ মিটার হলে ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল কত? [প্রাথমিক শিক্ষক-০২]
 ক. ৮৪ বর্গমিটার। খ. ৮৬ বর্গমিটার। গ. ৮৮ বর্গমিটার। ঘ. ৯০ বর্গমিটার। উত্তর: ক

সমাধান: দৈর্ঘ্য বরাবর দেয়াল দুটির ক্ষেত্রফল = $2 \times (৮ \times ৩) = ৪৮$ বর্গমিটার
 আবার প্রস্থ বরাবর দেয়াল দুটির ক্ষেত্রফল = $2 \times (৬ \times ৩) = ৩৬$ বর্গমিটার।
 সুতরাং দেয়াল ৪টির মোট ক্ষেত্রফল = $৪৮ + ৩৬ = ৮৪$ বর্গমিটার।
 উত্তর: ৮৪ বর্গমিটার।

উপরের হিসেবটাকেই সূত্র আকারে করতে চাইলে: দৈর্ঘ্য = a, প্রস্থ = b এবং উচ্চতা = c ধরে
 ৪ দেয়ালের ক্ষেত্রফল = $2(bc+ca) = 2c(b+a) = 2 \times ৩(৬+৮) = ৬ \times ১৪ = ৮৪$ বর্গমিটার।
 [একটি ঘনবস্তুর/ঘরের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $2(ab+bc+ca)$ থেকে মেঝে ও ছাদ বাদে সবগুলোই দেয়াল তাই 2ab বাদ।

শর্টকাট টেকনিক : চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল = মেঝের পরিসীমা \times উচ্চতা
 এখানে মেঝের পরিসীমা = $2(দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) = 2(৮+৬) = ২৮$. চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল = $২৮ \times ৩ = ৮৪$.
 দৈর্ঘ্যই বাবুন: ৪টি দেয়াল কে ধাক্কা দিয়ে একটি সরল রেখা বানালে তার দৈর্ঘ্য হবে দেয়ালের পরিসীমা
 এবং দেয়ালের উচ্চতা হবে ঐ সম্পূর্ণ পরিসীমার প্রস্থ। এখন পরিসীমা ও প্রস্থ গুণ করলে সবগুলো দেয়ালের ক্ষেত্রফল বের হবে।

নিজে করুন :

৫৯. ঘরের দৈর্ঘ্য ১০ মিটার, প্রস্থ ৮ মিটার এবং উচ্চতা ৪ মিটার হলে ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ১৪৪ বর্গ মিটার। খ. ১৮০ বর্গ মিটার। গ. ১৬০ বর্গ মিটার। ঘ. ২০০ বর্গ মিটার। উত্তর: ক

[Hints: ৪ দেয়ালের ক্ষেত্রফল = পরিসীমা \times উচ্চতা = $2(১০+৮) \times ৪ = ৩৬ \times ৪ = ১৪৪$ বর্গ মিটার।

এই টেকনিক জানা থাকলে অনেক জায়গায় কিভাবে কাজে লাগানো যাবে দেখুন :

৬০. আয়তাকার পানিপূর্ণ একটি ট্যাংকের দৈর্ঘ্য ৬ মিটার, প্রস্থ ৫ মিটার ও গভীরতা ২ মিটার। প্রতি বর্গমিটার ৭৭ টাকা হারে ট্যাংকের ভেতরের চার দেয়াল রঙ করতে কত টাকা প্রয়োজন? [জেলা প্রশাসকের কার্যালয়(চট্টগ্রাম)(বিভিন্ন পদ)-মার্চ-২০২২]
 ক. ৩১২২ টাকা খ. ৩২৩৬ টাকা গ. ৩৩৬০ টাকা ঘ. ৩৩৮৮ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান:	কয়েক সেকেন্ডে সমাধানের সুপার টেকনিক :
ট্যাংকটির দৈর্ঘ্য বরাবর একটি দেয়ালের ক্ষেত্রফল = $৬ \times ২ = ১২$ বর্গমিটার	৪ দেয়ালের ক্ষেত্রফল = (পরিসীমা \times উচ্চতা)
ট্যাংকটির প্রস্থ বরাবর দেয়ালের ক্ষেত্রফল = $৫ \times ২ = ১০$ বর্গমিটার	= $2(৫+৬) \times ২ = ৪৪$ বর্গমিটার
\therefore ৪ টি দেয়ালের মোট ক্ষেত্রফল = $(১২ \times ২) + (১০ \times ২)$	\therefore মোট খরচ = $৪৪ \times ৭৭ = ৩৩৮৮$ টাকা
= $২৪ + ২০ = ৪৪$ বর্গমিটার।	উত্তর: ৩৩৮৮ টাকা।
সুতরাং ট্যাংকটির চার দেয়াল রঙ করতে খরচ = $(৭৭ \times ৪৪) = ৩৩৮৮$ টাকা	

৬১. একটি আয়তাকার লোহার টুকরার দৈর্ঘ্য ৮.৮ সে.মি., প্রস্থ ৬.৪ সে.মি. ও উচ্চতা ২.৫ সে.মি.। লোহার টুকরাটিকে ১৫ সে.মি. দৈর্ঘ্য, ৬.২৫ সে.মি. প্রস্থ ও ৪ সে.মি. উচ্চতার আয়তাকার পাত্রে রেখে পানি দ্বারা পূর্ণ করা হলো। লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারি। লোহার টুকরা ওজন নির্ণয় করুন। [NCTB (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [৮ম শ্রেণি (অনু-০৩)]

সমাধান:

লোহার টুকরাটির আয়তন = $(৮.৮ \times ৬.৪ \times ২.৫) = ১৪০.৮$ ঘন সে.মি.
 এখন আমরা জানি, ১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম (এটা অবশ্যই মনে রাখতে হবে)
 এবং দেয়া আছে লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারী
 \therefore ১ ঘন সে.মি. লোহার ওজন = (১×৭.৫) গ্রাম
 সুতরাং ১৪০.৮ ঘন সে.মি. লোহার ওজন = $(৭.৫ \times ১৪০.৮) = ১০৫৬$ গ্রাম = ১.০৫৬ কিলোগ্রাম [১০০০ গ্রাম = ১ কিলোগ্রাম]
 উত্তর : লোহার টুকরাটির ওজন ১.০৫৬ কিলোগ্রাম।

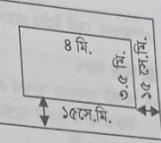
৬২. একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রস্থ ৩.৫ মিটার। ঘরটির উচ্চতা ৩ মিটার এবং এর দেয়ালগুলো ১৫ সে.মি. পুরু হলে, চার দেয়ালের আয়তন কত? [ব্রহ্মা মন্ত্রগালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [৮ম শ্রেণি (অনু: ৩)]
 ক. ৭.০২ ঘনমিটার খ. ৭.৫ ঘনমিটার গ. ৭.৬৯ ঘনমিটার ঘ. ৮.২০ ঘনমিটার উত্তর: ক

সমাধান: দেয়ালের পুরুত্ব ১৫ সে.মি. = $\frac{১৫}{১০০} = ০.১৫$ মিটার (সবগুলোই মিটার হবে)

দৈর্ঘ্য বরাবর দেয়ালের দৈর্ঘ্য = $\{৪ + (২ \times ০.১৫)\} = ৪ + ০.৩ = ৪.৩$ মিটার।
 (ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য + দুপাশের দেয়ালের পুরুত্ব = পুরো দেয়ালের দৈর্ঘ্য)

সুতরাং দৈর্ঘ্য বরাবর দেয়াল দুটির আয়তন = $(৪.৩ \times ৩ \times ০.১৫) \times ২$ টি = ৩.৮৭ ঘনমিটার
 আবার প্রস্থের দিকে ২টি দেয়ালের আয়তন = $(৩.৫ \times ৩ \times ০.১৫) \times ২$ টি = ৩.১৫ ঘনমিটার
 (দৈর্ঘ্য বরাবর দেয়াল দুটিতে পুরুত্ব যোগ করায় এখানে মেঝের প্রস্থ = ছোট দেয়ালের দৈর্ঘ্য)

সুতরাং ৪ দেয়ালের মোট আয়তন = $(৩.৮৭ + ৩.১৫) = ৭.০২$ ঘনমিটার



উত্তর: ৭.০২ ঘনমিটার।

Turning point: যে কোন এক পাশে পুরুত্ব যোগ করলে অন্য পাশে যোগ করা যাবে না। করলে রিগিট হয়ে যাবে।

পদ্ধতি-০৭: ইট বা টাইলসের সংখ্যা বের করা

৬৩. একটি রেফ্রিজারেটরের বরফ রাখার বাজের দৈর্ঘ্য ১০ ইঞ্চি, উচ্চতা ৮ ইঞ্চি ও প্রস্থ ৪ ইঞ্চি। ২ ইঞ্চি প্রতি পড়ের মোট কতটি বরফখন্ড এতে ধরবে? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]
 ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৪৫ উত্তর: গ

সমাধান: রেফ্রিজারেটরের আয়তন = $(১০ \times ৮ \times ৪) = ৩২০$ ঘন ইঞ্চি

একটি বরফ খন্ডের আয়তন = $(২ \times ২ \times ২)$ ঘন ইঞ্চি \therefore বরফ খন্ড ধরবে = $\frac{৩২০}{৮} = ৪০$ টি।

৬৪. একটি ঘরের ৩টি দরজা এবং ৬টি জানালা আছে। প্রত্যেকটি দরজা ২ মিটার লম্বা এবং ১.২৫ মিটার চওড়া, প্রত্যেক জানালা ১.২৫ মিটার লম্বা এবং ১ মিটার চওড়া। ঐ ঘরের দরজা জানালা তৈরি করতে ৫ মিটার লম্বা ও ০.০৬ মিটার চওড়া কয়টি তক্তার প্রয়োজন? [কর অফিস-২ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [৮ম শ্রেণি (অনু: ৩) সদৃশ]
 ক. ২০ টি খ. ৫ টি গ. ৪০ টি ঘ. ৫০ টি উত্তর: ঘ

সমাধান: ৩টি দরজার ক্ষেত্রফল = $(২ \times ১.২৫) \times ৩ = ৭.৫$ বর্গমিটার

৬টি জানালার ক্ষেত্রফল = $(১.২৫ \times ১) \times ৬ = ৭.৫$ বর্গমিটার
 দরজা ও জানালার মোট ক্ষেত্রফল = $৭.৫ + ৭.৫ = ১৫$ বর্গমিটার।

একটি তক্তার ক্ষেত্রফল = $(৫ \times ০.০৬) = ০.৩$ বর্গমিটার

সুতরাং তক্তার সংখ্যা = $\frac{দরজা ও জানালার মোট ক্ষেত্রফল}{তক্তার ক্ষেত্রফল} = \frac{১৫}{০.৩} = ৫০$ টি

৬৫. একটি দেওয়ালের দৈর্ঘ্য ২৫ মিটার, উচ্চতা ৬ মিটার এবং পুরুত্ব ৩০ সে.মি.। একটি ইটের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি., প্রস্থ ৫ সে.মি. এবং উচ্চতা ৩ সে.মি.। দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর। [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (ক্রিসান-খ্রিসান)-২০০৫] + [Sonal Bank Ltd.(SO)-2013+] + [DSCC (উপ-কর্মকর্তা): ২০২১]
 ক. ২০০০০ টি খ. ৩০০০০ টি গ. ৪০০০০ টি ঘ. ৫০০০০ টি উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, দেওয়ালের দৈর্ঘ্য a = ২৫ মিটার = $(২৫ \times ১০০) = ২৫০০$ সে.মি.

প্রস্থ, b = ৬ মিটার = $৬ \times ১০০ = ৬০০$ সে.মি. এবং উচ্চতা, c = ৩০ সে.মি.

দেওয়ালের আয়তন = $(২৫০০ \times ৬০০ \times ৩০)$ ঘন সে.মি.

আবার, একটি ইটের আয়তন = $(১০ \times ৫ \times ৩) = ১৫০$ ঘন সে.মি.

অর্থাৎ দেওয়ালটিতে মোট ইট লাগবে = $\frac{২৫০০ \times ৬০০ \times ৩০}{১০ \times ৫ \times ৩} = ৩০০০০$ টি। [ঐ পরামর্শ : বুঝে গেলে সরাসরি এই লাইন]

৬৬. ৮ মিটার দীর্ঘ ৬ মিটার উঁচু এবং ২২.৫ সে.মি. পুরুত্ববিশিষ্ট একটি দেয়াল তৈরী করতে ২৫ সে.মি. দৈর্ঘ্য ১১.২৫ সে.মি. উচ্চতা ও ৬ সে.মি পুরু আকারের কতটি ইটের প্রয়োজন? [স্ট্যান্ডার্ড ব্যাংক প্রবেশনারী অফিসার-২০০৮]
ক. ৬১০০ টি খ. ৬২০০ টি গ. ৬৩০০ টি ঘ. ৬৪০০ টি উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট ইটের প্রয়োজন = $\frac{৮০০ \times ৬০০ \times ২২.৫}{২৫ \times ১১.২৫ \times ৬} = ৬৪০০$ টি। (এমসিকিউ পরীক্ষায় সরাসরি এভাবে করবেন)

নিজে করুন:

৬৭. একটি সাবানের আকার ৫ সে. মি. \times ৪ সে. মি. \times ১.৫ সে. মি হলে ৫৫ সে. মি. দৈর্ঘ্য, ৪৮ সে. মি. প্রস্থ এবং ৩০ সে. মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বাস্তুর মধ্যে কতটি সাবান রাখা যাবে।
ক. ২৫০০ টি খ. ২৪৬০ টি গ. ২৬৪০ টি ঘ. ৬৪২০ টি উত্তর: গ

৬৮. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গমিটার। প্রতিটি ৪০ সে.মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কতটি পাথর লাগবে? [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৬.২]
ক. ৩২০০ টি খ. ১০২৪ টি গ. ৬৪০০ টি ঘ. ৬০০০ টি উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার \therefore আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $3x$ মিটার

প্রশ্নমতে, $৩x^2 = ৭৬৮ \Rightarrow x^2 = ২৫৬ \therefore x = \sqrt{২৫৬} = ১৬ \therefore$ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = ১৬ মি. এবং দৈর্ঘ্য = $3 \times ১৬ = ৪৮$ মি.
সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $২(৪৮ + ১৬) = ১২৮$ মিটার

প্রশ্নানুসারে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = ১২৮ মিটার \therefore বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $(১২৮ \div ৪)$ মি = ৩২ মি.

তাহলে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৩২)^2 = ১০২৪$ বর্গমিটার

আবার, বর্গাকার প্রতিটি পাথরের দৈর্ঘ্য = ৪০ সে.মি. = $\frac{৪০}{১০০}$ মিটার = ০.৪ মিটার

\therefore বর্গাকার প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল = $(০.৪ \times ০.৪) = ০.১৬$ বর্গমিটার

\therefore বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট পাথর লাগবে = $\frac{১০২৪}{০.১৬} = ৬৪০০$ টি।

৬৯. একটি আয়তাকার ঘরের পরিসীমা একটি বর্গাকার ঘরের পরিসীমার সমান। আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫ টাকা দরে ঘরের কার্পেট দিয়ে মুড়তে মোট ১১০২.৫ টাকা ব্যয় হয়। ৪০ সে.মি. বর্গাকার টাইলস দ্বারা বর্গাকার ঘরের মেঝে ঢাকতে কয়টি টাইলস লাগবে? [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]+ [এনসিটিবি (অফিস সহায়ক): ২০২১]+ [এনসিটিবি (সাঁট লিপিকার কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]

ক. ১০০০ টি খ. ১২০০ টি গ. ১২২৫ টি ঘ. ১৫০০ টি উত্তর: গ

সমাধান: আয়তাকার ঘরের ক্ষেত্রফল = $\frac{১১০২.৫}{৭.৫} = ১৪৭$ বর্গ মিটার

এখন ধরি, আয়তাকার ঘরের প্রস্থ = x মি. \therefore দৈর্ঘ্য = $3x$ মি.

প্রশ্নমতে, $x \times 3x = ১৪৭ \Rightarrow 3x^2 = ১৪৭ \Rightarrow x^2 = ৪৯ \therefore x = ৭$

সুতরাং আয়তাকার ঘরের পরিসীমা = $২(x+3x) = ৮x = ৮ \times ৭ = ৫৬$

এখন, বর্গাকার ঘরের পরিসীমা $8a = ৫৬ \therefore ১$ বাহু $a = ৭$ সুতরাং বর্গাকার ঘরের ক্ষেত্রফল $a^2 = (৭)^2 = ৪৯$ বর্গ মিটার।

১টি বর্গাকার টাইলসের দৈর্ঘ্য = ৪০ সে.মি. = ০.৪ মিটার। তাহলে বর্গাকার ১টি টাইলসের ক্ষেত্রফল = $(০.৪)^2 = ০.১৬$ বর্গ মি.

সুতরাং মোট টাইলসের সংখ্যা = $\frac{৪৯}{০.১৬} = \frac{৪৯ \times ১০০}{১৬} = ১২২৫$ টি

শর্টকাট: বর্গের ১ বাহু ৭ মিটার বের করার পর সে.মি. ধরে ই সরাসরি টাইলসের সংখ্যা = $\frac{১৪০০ \times ১৪০০}{৪০ \times ৪০} = ১২২৫$ টি।

লিখিত অংশ

এই অধ্যায়ের অনেক প্রিলির প্রশ্ন লিখিত পরীক্ষায় আবার অনেক লিখিত প্রশ্ন প্রিলির পরীক্ষায় চলে আসে। তাই সবগুলোকে সমান গুরুত্ব দিয়ে আয়ত্ত্ব করার চেষ্টা করুন।

৭০. একটি ৬০ মিটার \times ৪০ মিটার বাগানের মাঝ বরাবর ৫ মিটার চওড়া দুটি রাস্তা যথাক্রমে দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বরাবর আছে। রাস্তা দুটি সিলেক্ট দিয়ে বাঁধতে প্রতি বর্গমিটারে ২৪০ টাকা করে খরচ হলে মোট কত খরচ পড়বে? [IBBL(ATO)-2017(Written)]

সমাধান:

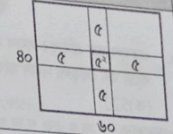
দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = $৬০ \times ৫ = ৩০০$ বর্গমিটার এবং

প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = $\{৪০ \times ৫ - (৫ \times ৫)\} = (২০০ - ২৫) = ১৭৫$ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = $(৩০০ + ১৭৫) = ৪৭৫$ বর্গমিটার

১ বর্গমিটার রাস্তা বাঁধতে খরচ হয় = ২৪০ টাকা

\therefore ৪৭৫ বর্গমিটার রাস্তা বাঁধতে খরচ হয় = $২৪০ \times ৪৭৫ = ১১৪০০০$ উত্তর: ১১৪০০০ টাকা



নিজে করুন:

৭১. ৮০ ফুট দীর্ঘ এবং ৬০ ফুট বিস্তৃত একটি বাগানের ঠিক মাঝখানে ৫ ফুট বিস্তৃত দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর দুটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গফুট ২৫ টাকা হারে এই রাস্তা চালাই করতে কত খরচ হবে? [২৯তম বিসিএস লিখিত] উত্তর: ১৬৮৭৫ টাকা।

[Hints: রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(৮০ \times ৫) + (৬০ \times ৫) - (৫ \times ৫) = ৭০০ - ২৫ = ৬৭৫$ । মোট খরচ = $৬৭৫ \times ২৫ = ১৬৮৭৫$ ।

৭২. বারান্দাসহ একটি খাদ্য শুদামের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ ৫০ মিটার। যদি খাদ্য শুদামের প্রত্যেক পার্শ্বের বারান্দার বিস্তার ৪ মিটার হয় তবে খাদ্য শুদামের বারান্দার ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় করুন। [খাদ্য মন্ত্রণালয়- (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর) - (২০২২) - (লিখিত)]

লিখিত সমাধান:

বারান্দা সহ ক্ষেত্রফল = $৮০ \times ৫০ = ৪০০০$ বর্গ মিটার

বারান্দা ছাড়া দৈর্ঘ্য = $\{ ৮০ - (৪ \times ২) \} = ৮০ - ৮ = ৭২$ মিটার

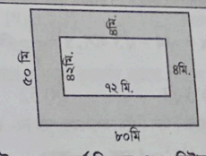
বারান্দা ছাড়া প্রস্থ = $\{ ৫০ - (৪ \times ২) \} = ৫০ - ৮ = ৪২$ মিটার

বারান্দা ছাড়া ক্ষেত্রফল = $৭২ \times ৪২ = ৩০২৪$ বর্গ মিটার।

সুতরাং খাদ্য শুদামের বারান্দার ক্ষেত্রফল = $(৪০০০ - ৩০২৪) = ৯৭৬$ বর্গ মিটার

\therefore পরিসীমা = $২(৮০ + ৫০) + ২(৪২ + ৭২) = ২৬০ + ২২৮ = ৪৮৮$ মিটার।

বড় আয়ত - ছোট আয়ত = রাস্তা।



উত্তর: ৯৭৬ বর্গ মি. এবং ৪৮৮ মিটার।

৭৩. আয়তাকার একটি মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ১.৫ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে এই মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে? [৮ম শ্রেণি- অনু: ৩]

সমাধান: আয়তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $\frac{১০২৬০}{১.৯} = ৫৪০০$ বর্গমিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ = $২x$ মিটার \therefore দৈর্ঘ্য = $২x \times ১.৫ = 3x$ মিটার

প্রশ্নমতে, $২x \times 3x = ৫৪০০ \Rightarrow 6x^2 = ৫৪০০ \Rightarrow x^2 = ৯০০ \therefore x = \sqrt{৯০০} = ৩০$

\therefore ক্ষেত্রটির প্রস্থ = $২ \times ৩০ = ৬০$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $৩ \times ৩০ = ৯০$ মিটার।

আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা = $২(৯০ + ৬০) = ২ \times ১৫০ = ৩০০$ মিটার

প্রতি মিটার বেড়া দিতে ব্যয় হয় ২.৫০ টাকা \therefore ৩০০ মিটার বেড়া দিতে ব্যয় হয় (৩০০×২.৫০) টাকা = ৭৫০ টাকা

শর্টকাট: $৩x \times ২x = (১০২৬০ \div ১.৯) \Rightarrow 6x^2 = ৫৪০০ \therefore x = ৩০ \therefore$ দৈর্ঘ্য = $৩ \times ৩০ = ৯০$ এবং প্রস্থ = $২ \times ৩০ = ৬০$
 \therefore বেড়া দিতে খরচ = পরিসীমা \times ২.৫ টাকা = $\{২(৯০ + ৬০)\} \times ২.৫ = ৭৫০$ টাকা উত্তর: ৭৫০ টাকা।

বিসিএস প্রিলি: প্রশ্ন এবং উত্তর

দ্রষ্টব্যেহেতু বিসিএস প্রিলি: পরীক্ষার বিগত সালের সকল অংক প্রতিটি টপিকের অধীনে সুন্দরভাবে সমাধান করে দেয়া হয়েছে তাই একই সমাধান রিপোর্ট না করার জন্য এখানে প্রশ্ন এবং শুধু উত্তর দেয়া হলো। এরপরও কারো সমাধান দেখার প্রয়োজন হলে প্রদত্ত রেফারেন্স দেখে সংশ্লিষ্ট টপিক থেকে সমাধানটি দেখে নিতে পারেন।

৪৩তম বিসিএস

১. একদল গরু প্রতিবার সমান সংখ্যায় ভাগ হয়ে তিন পথে গমন করে, সাত ঘাটে পানি পান করে, নয়টি বৃক্ষের নিচে ঘুমায়ে এক বারো জন গোয়ালী সমান সংখ্যক গরুর দুধ দোয়ায়; তাহলে গরুর সংখ্যা কত?

(ক) 522 (খ) 252 (গ) 225 (ঘ) 155

উত্তর: খ

সমাধান: [ল.সা.ও এবং গ.সা.ও অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং ৮৩, অংক নং-২৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. ২০% বৈগিক মুনাফায় মূলধন ১০০০০ টাকা ২ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো। যদি বৈগিক মুনাফা অর্ধ বছর হিসেবে ধরা হয়, তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?

(ক) ১২^৪ (খ) ১১^৪ (গ) ১০^৪ (ঘ) ৯^৪

উত্তর: খ

সমাধান: [সরল ও বৈগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৭১, অংক নং-২০৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. একটি নৌকা পানির শেভেলে বাঁধা দড়ি দ্বারা একটি ডকের দিকে টানা হয়। নৌকাটি যখন ডক থেকে ১২ ফুট দূরে থাকে, তখন নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য পানির উপর ডকের উচ্চতার ত্রিগুণের চেয়ে ৩ ফুট লম্বা হয়। তাহলে ডকের উচ্চতা কত?

(ক) ৯ ফুট (খ) ৮ ফুট (গ) ৫ ফুট (ঘ) ৪ ফুট

উত্তর: গ

সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯১৩, অংক নং-৬৯ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. $x = \sqrt{4 + \sqrt{3}}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) $5\sqrt{3}$ (খ) 52 (গ) $5\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{5}$

উত্তর: খ

সমাধান: [মান নির্ণয় অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬২০, অংক নং-১৭৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. $4^x + 4^{1-x} = 4$ হলে, $x =$ কত?

(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1

উত্তর: গ

সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬৪, অংক নং-৭০ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. $2^{\log_2 3 + \log_2 5}$ এর মান কত?

(ক) 8 (খ) 2 (গ) 15 (ঘ) 10

উত্তর: গ

সমাধান: এই প্রশ্নটি অনেক সহজ শুধু গুরুত্বপূর্ণ যে সূত্রটি জানতে হবে তা হলো, $a^{\log_a b} = b$ হয়। (উৎস: নবম-দশম শ্রেণি, উচ্চতর গণিত, লগ অধ্যায়ের শুরু আলোচনা) $2^{\log_2 3 + \log_2 5} = 2^{\log_2 (3 \times 5)} = 2^{\log_2 15} = 15$

৭. বাস্তব সংখ্যার $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ অসমতাটির সমাধান-

(ক) $-\infty < x < \frac{5}{3}$ (খ) $\frac{8}{3} < x < \infty$

(গ) $-\infty < x < \frac{5}{3}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$ (ঘ) $-\infty < x < \frac{5}{3}$ এবং $\frac{8}{3} < x < \infty$

উত্তর: গ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৫, অংক নং-৫২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $x > 3, x < 2$ (খ) $2 > x > 3$ (গ) $x < 2$ (ঘ) $2 < x < 3$

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৮, অংক নং-৬০ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

উত্তর: ঘ

৯. $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0$ এর সমাধান সেট কোনটি?

(ক) $\{0\}$ (খ) $\{1\}$ (গ) $\{-1\}$ (ঘ) $\{2\}$

সমাধান: [সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭২২, অংক নং-২৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

উত্তর: ক

১০. $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{7} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

(ক) $S_\infty = \frac{20}{3}$ (খ) $S_\infty = \frac{3}{20}$ (গ) $S_\infty = 20$ (ঘ) $S_\infty = 3$

উত্তর: খ

সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭১০, অংক নং-৯৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?

(ক) 30° (খ) 60° (গ) 90° (ঘ) 120°

উত্তর: খ

সমাধান: [রেখা ও কোণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৯৫, অংক নং-৩৩ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে x কোণের মান কত?

(ক) 54° (খ) 72° (গ) 108° (ঘ) 126°

উত্তর: ঘ

সমাধান: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৭২, অংক নং-৭৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 8\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ বিজোড় এবং } x \leq 9\}$ হলে, $A \cap B =$ কত?

(ক) $\{3, 5, 8\}$ (খ) $\{4, 5, 7\}$ (গ) $\{3, 4, 5\}$ (ঘ) $\{3, 5, 7\}$

উত্তর: ঘ

সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৭, অংক নং-৫৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল?

(ক) ২৪ (খ) ২৫ (গ) ৩০ (ঘ) ৬০

উত্তর: খ

সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২২, অংক নং-১৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. A এবং B দুটি ঘটনা যেন, $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ এবং $P(B^c) = \frac{5}{8}$ । $P(A^c \cap B^c) =$ কত?

(ক) $\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{1}{6}$ (গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$

উত্তর: গ

সমাধান: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫০, অংক নং-৫৯ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪২তম বিসিএস (বিশেষ)

১. ৩০ কি.মি. পথ পাড়ি দিতে আয়নুলের রনির থেকে ২ ঘন্টা সময় বেশি লেগেছে। আয়নুল যদি তার গতি ত্রিগুণ করত তাহলে রনির থেকে ১ ঘন্টা সময় কম লাগত। জয়নুলের গতি কত ছিল?

ক. ৪ কি.মি. খ. ৫ কি.মি. গ. ৬ কি.মি. ঘ. ৭.৫ কি.মি.

উত্তর: খ

সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৯, অংক নং-২০৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. আপনার মোবাইল ফোনের মাসিক বিল এসেছে ৪২০ টাকা। যদি ১ বছর পর ১০% বৃদ্ধি পায় এবং আরো ৬ মাস পর ২০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ১৮ মাস পর আপনার বিল কত হবে?
ক. ৫৬০.২০ টাকা খ. ৫৫৪.৪০ টাকা গ. ৬২০.৬০ টাকা ঘ. ৭৩০.৮০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৯, অংক নং-২০৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. টাকায় ৩টি এবং টাকায় ৫টি দরে সমান সংখ্যক আমলকি ক্রয় করে এক ব্যক্তি টাকায় ৪ টি করে আমলকি বিক্রয় করলেন। ঐ ব্যক্তির শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো নির্ণয় করুন।
ক. ৪.২৫% টাকা লাভ খ. ৫.২৫% টাকা ক্ষতি গ. ৬.২৫% টাকা ক্ষতি ঘ. ৭.২৫% টাকা লাভ উত্তর: গ

সমাধান: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪০২, অংক নং-২১৮ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. $\log_x \frac{1}{9} = -2$ হলে, x এর মান কত? [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]
ক. 3 খ. 2 গ. 1/3 ঘ. - (1/3) উত্তর: ক

সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৮১, অংক নং-৫২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. এক ব্যক্তি ব্যাংকে ৫১০ টাকার চেক দিয়ে ২০ টাকার এবং ৫০ টাকার নোট প্রদানের জন্য অনুরোধ করলেন। কত প্রকারে তার অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব?
ক. ৩ প্রকারে খ. ৪ প্রকারে গ. ৬ প্রকারে ঘ. ৫ প্রকারে উত্তর: ঘ

সমাধান: [সরল সমীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৪৫, অংক নং-৮২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কত তম পদ 302?
ক. 60 তম পদ খ. 70 তম পদ গ. 90 তম পদ ঘ. 100 তম পদ উত্তর: ঘ

সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৯৩, অংক নং-১১ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{2}{3}$; A ও B স্বাধীন হলে $P\left(\frac{B}{A}\right) =$ কত?
ক. $\frac{3}{4}$ খ. $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\frac{1}{4}$ উত্তর: খ

সমাধান: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫১, অংক নং-৬২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $x^2 - 3x - 10 > 0$ অসমতাটির সমাধান কোনটি?
ক. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ খ. $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$ গ. $(\infty, 2) \cup (5, +\infty)$ ঘ. $(-5, -\infty) \cup (\infty, 2)$ উ: খ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৯, অংক নং-৬৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৯ মিটার এবং প্রস্থ ২.২৫ মিটার। চৌবাচ্চাটির গভীরতা কত?
ক. ১.৫ মিটার খ. ২.৫ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৩.৫ মিটার উত্তর: খ

সমাধান: [ঘন জ্যামিতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৯৩, অংক নং-৭৩ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. $\sec A + \tan A = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec A - \tan A = ?$
ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{5}$ গ. $\frac{2}{5}$ ঘ. $\frac{5}{2}$ উত্তর: গ

সমাধান: [ত্রিকোণমিতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৯৯, অংক নং-১৮ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪১তম বিসিএস

১. $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} =$ কত?
ক) 4 খ) 4i গ) -4 ঘ) -4i উত্তর: গ

সমাধান: [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ১৩, অংক নং-৬৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. $\frac{5}{12}, \frac{6}{13}, \frac{11}{28}$, এবং $\frac{9}{8}$ এর মধ্যে সবথেকে বড় ভগ্নাংশ কোনটি?
ক) $\frac{5}{12}$ খ) $\frac{6}{13}$ গ) $\frac{11}{28}$ ঘ) $\frac{9}{8}$ উত্তর: খ

সমাধান: [ভগ্নাংশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ১০৭, অংক নং-৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. চিনির মূল্যে ১০% কমে যাওয়ায় চিনির ব্যবহার শতকরা কত ভাগ বাড়ালে চিনি বাবদ খরচ একই থাকবে?
ক) ৮% খ) $8\frac{1}{3}\%$ গ) ১০% ঘ) $11\frac{1}{3}\%$ উত্তর: ঘ

সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৫, অংক নং-১৮৯ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত?
ক) ৯৪০ টাকা খ) ৯৬০ টাকা গ) ৯৬৮ টাকা ঘ) ৯৮০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৬৩, অংক নং-১৭৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. $a+b = 7$ ও $ab = 12$ হলে, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ এর মান কত?
ক) $\frac{3}{25}$ খ) $\frac{25}{144}$ গ) $\frac{31}{144}$ ঘ) $\frac{11}{49}$ উত্তর: খ

সমাধান: [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৫৯৭, অংক নং-৪০ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. $5^x + 8.5^x + 16.5^x = 1$ হলে, x এর মান কত?
ক) -3 খ) -2 গ) -1 ঘ) -1/2 উত্তর: খ

সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৫৮, অংক নং-৩১ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত?
ক) 4x খ) 6x গ) 4 ঘ) 8 উত্তর: খ

সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬৬, অংক নং-৮০ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $\log_2 \log \sqrt{e^2} = ?$
ক) -2 খ) -1 গ) 1 ঘ) 2 উত্তর: ঘ

সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৭৯, অংক নং-৩৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. $0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$ ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল
ক) $\frac{8}{33}$ খ) $\frac{8}{99}$ গ) $\frac{112}{99}$ ঘ) $\frac{18}{99}$ উত্তর: ক

সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৯, অংক নং-৯১ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. ৫ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলায় একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে?
ক) 10 খ) 15 গ) 25 ঘ) 30 উত্তর: ঘ

সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৩, অংক নং-২২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-
ক) $\frac{1}{22}$ খ) $\frac{1}{68}$ গ) $\frac{1}{60}$ ঘ) $\frac{2}{68}$ উত্তর: ক

সমাধান: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫৫, অংক নং-৮৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. $|x-2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x+5 < n$ হবে?
 (ক) $m=1, n=10$ (খ) $m=2, n=20$ (গ) $m=3, n=30$ (ঘ) $m=4, n=40$ উত্তর: খ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৭২, অংক নং-৩৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. $\triangle ABC$ এর $\angle A = 40^\circ$ এবং $\angle B = 80^\circ$ । $\angle C$ এর সমন্বিতক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\angle CDA = ?$
 (ক) 110° (খ) 100° (গ) 90° (ঘ) 80° উত্তর: ক

সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৯০৪, অংক নং-২১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?
 (ক) ৫% (খ) ১০% (গ) ২০% (ঘ) ২৫% উত্তর: ক

সমাধান: [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৯৪৩, অংক নং-৮৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. ৬ সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্স্থ একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
 (ক) $21\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (খ) $20\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি. (গ) $25\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (ঘ) $29\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৯৭৫, অংক নং-৮৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪০তম বিসিএস

১. নীচের কোন পূর্ণ সংখ্যাটিকে ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ১, ২, ৩ ও ৪ অবশিষ্ট থাকে?
 ক. ৪৮ (খ) ৫৪ (গ) ৫৮ (ঘ) ৬০ উত্তর: গ

সমাধান: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৫, অংক নং-৪৪ এর সূত্র (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. একটি মটর সাইকেল ১২% ক্ষতিতে বিক্রি করা হল। যদি বিক্রয়মূল্য ১২০০ টাকা বেশি হতো, তাহলে ৮% লাভ হতো। মটর সাইকেলের ক্রয়মূল্য
 ক. ৬০০০ টাকা (খ) ৫০০০ টাকা (গ) ৪০০০ টাকা (ঘ) ৮০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৩৬৯, অংক নং-৬৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. ৪৫০ টাকা বার্ষিক ৬% সুদে কত বছরে সুদে-আসলে ৫৫৮ টাকা হবে?
 ক. ৩ বছরে (খ) ৪ বছরে (গ) ৫ বছরে (ঘ) ৬ বছরে উত্তর: খ

সমাধান: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৪৩৯, অংক নং-৮২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত ৪:৩। তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত ৫:৪। পনিরের আয় ১২০ টাকা হলে, রবিনের আয় কত?
 ক. ৩৬ টাকা (খ) ১২ টাকা (গ) ৭২ টাকা (ঘ) ৪৮ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: [অনুপাত-সমানুপাত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৪৯৬, অংক নং-৯৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. $\frac{(0.৯)^x + (0.8)^x}{0.৯ + 0.8}$ এর মান কত?
 ক. ০.৩৬ (খ) ০.৫১ (গ) ০.৮১ (ঘ) ০.৬১ উত্তর: ঘ

সমাধান: [সরলীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-১৪০, অংক নং-২৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$
 ক. ৩ (খ) ২ (গ) ১ (ঘ) ০ উত্তর: ঘ

সমাধান: [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৬১৬, অংক নং-১৬১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. $x^{\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ হলে, x এর মান কত? (৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত) (৯.১ এর উদাঃ১১ ছবহ)
 ক. $\frac{3}{2}$ (খ) $\frac{4}{9}$ (গ) $\frac{9}{4}$ (ঘ) $\frac{2}{3}$ উত্তর: গ

৮. কোন শর্তে $\log_a 1 = 0$
 ক. $a > 0, a \neq 1$ (খ) $a \neq 0, a > 1$ (গ) $a > 0, a = 1$ (ঘ) $a \neq 1, a < 0$ উত্তর: ক

সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৬৭৫, অংক নং-৩১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. নীচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?
 ক. $0.\dot{4}$ (খ) $\sqrt{9}$ (গ) $5.\dot{6}3\dot{9}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{27}{48}}$ উত্তর: নেই

সমাধান: [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-১৩, অংক নং-৬০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. $3x-2 > 2x-1$ এর সমাধান সেট কোনটি?
 ক. $[1, \infty)$ (খ) $(1, \infty)$ (গ) $[\frac{1}{2}, \infty)$ (ঘ) $[-1, \infty)$ উত্তর: খ

সমাধান: [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৭৪, অংক নং-৪৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি -
 ক. বাস্তব ও সমান (খ) বাস্তব ও অসমান (গ) আবাস্তব (ঘ) পূর্ণ বর্গ সংখ্যা উত্তর: খ

সমাধান: [দ্বিঘাত-সমীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৭৫৫, অংক নং-১৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. $P = \{x: x, 12 \text{ এর গুণনীয়ক সমূহ}\}$ এবং $Q = \{x: x, 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 12\}$ হলে, $P-Q$ কত?
 ক. $\{1, 2, 4\}$ (খ) $\{1, 3, 4\}$ (গ) $\{1, 3, 6\}$ (ঘ) $\{1, 2, 6\}$ উত্তর: ক

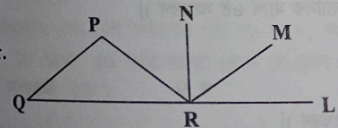
সমাধান: [সেট ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৭৭৪, অংক নং-৩৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ অনুক্রমটির চতুর্থ পাদ কোনটি?
 ক. -1 (খ) 1 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 0 উত্তর: খ

সমাধান: [ত্রিকোণমিতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-১০০৩, অংক নং-৪৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. ৬ জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কতভাবে বিভক্ত করা যায়?
 ক. ১০ (খ) ২০ (গ) ৬০ (ঘ) ১২০ উত্তর: ক

সমাধান: [সেট ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৩১, অংক নং-৫৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. 
 চিত্রে, $\angle PQR = 55^\circ$, $\angle LRN = 90^\circ$ এবং $PQ \parallel MR, PQ = PR$ হলে, $\angle NRP$ এর মান নীচের কোনটি?
 ক. 90° (খ) 55° (গ) 45° (ঘ) 35° উত্তর: ঘ

সমাধান: [সেট ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৯৭, অংক নং-৪৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৯তম বিসিএস (বিশেষ)

১. $C = \{x: x \text{ স্বাভাবিক পূর্ণসংখ্যা এবং } x^2 < 18\}$; C সেটের উপাদানগুলো হবে-
 ক. 1, 2, 3, 5 (খ) 1, 3, 5, 7 (গ) 2, 4, 6, 8 (ঘ) 1, 2, 3, 4 উত্তর: ঘ

সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭১, অংক নং-১৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. একটি দ্রব্য 180 টাকায় বিক্রয় করায় 10% ক্ষতি হল। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ?
 ক. 162 টাকা খ. 198 টাকা গ. 200 টাকা ঘ. 210 টাকা উত্তর: গ
- সমাধান: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩৬৭, অংক নং-৫৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 18 সে.মি. এবং প্রস্থ 10 সে.মি.। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে 25 সে.মি. করা হলো। আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ কত হলে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকবে ?
 ক. 7 সে.মি. খ. 7.1 সে.মি. গ. 7.2 সে.মি. ঘ. 7.3 সে.মি. উত্তর: গ
- সমাধান: [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৩২, অংক নং-১৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৪. $|1-2x| < 1$ এর সমাধান ?
 ক. $-2 < x < 1$ খ. $-1 < x < 0$ গ. $0 < x < 1$ ঘ. $-1 < x < 1$ উত্তর: গ
- সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭২, অংক নং-৩৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৫. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7:5 এবং তাদের ল.সা.৩ 140 হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.৩ কত ?
 ক. 6 খ. 9 গ. 4 ঘ. 12 উত্তর: ঘ
- সমাধান: [ল.সা.৩-গ.সা.৩ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৪, অংক নং-৮৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৬. $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে ?
 ক. ৯ তম পদ খ. ১০ তম পদ গ. ১১ তম পদ ঘ. ১২ তম পদ উত্তর: ক
- সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৬, অংক নং-৭৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৭. ${}^nC_{12} = {}^nC_6$ হলে n এর মান কত ?
 ক. 12 খ. 14 গ. 16 ঘ. 18 উত্তর: ঘ
- সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২০, অংক নং-৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৮. $2x^2+5x+3 < 0$ এর সমাধান কোনটি ?
 ক. $-\frac{3}{2} < x < -1$ খ. $-\frac{3}{2} < x < 1$ গ. $-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$ ঘ. $-\frac{3}{2} < x \leq 1$ উত্তর: ক
- সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৮, অংক নং-৬১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৯. বার্ষিক শতকরা 10% হারে 1000 টাকার 2 বছর পর সরল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত ?
 ক. 10 টাকা খ. 11 টাকা গ. 11.5 টাকা ঘ. 12 টাকা উত্তর: ক
- সমাধান: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৬৭, অংক নং-১৯০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১০. $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত ?
 ক. 3 খ. -3 গ. 7 ঘ. 9 উত্তর: ঘ
- সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬১, অংক নং-৫২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৮তম বিসিএস

১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
 (ক) $\frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ (খ) $\frac{2}{3} a^2$ (গ) $\frac{2}{\sqrt{3}} a^2$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ উত্তর: ঘ
- সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯১৮, অংক নং-৯২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. মি. রেজা তার সম্পদের ১২% গ্রীকে, ৫৮% ছেলেকে এবং অবশিষ্ট ৭২০০০ টাকা মেয়েকে দিল। তার সম্পদের মোট মূল্য কত?
 (ক) ২৪,০০,০০০ টাকা (খ) ২০,০০,০০০ টাকা (গ) ১৬,০০,০০০ টাকা (ঘ) ১২,০০,০০০ টাকা উত্তর: ক
- সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩১৭, অংক নং-১৫১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৩. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ - এর মান নির্ণয় করুন।
 (ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$ (গ) $12\sqrt{3}$ (ঘ) 8 উত্তর: খ
- সমাধান: [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬১৯, অংক নং-১৭৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৪. $\text{Log}_x\left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে x = কত?
 (ক) 2 (খ) $\sqrt{2}$ (গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) 4 উত্তর: গ
- সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৮১, অংক নং-৫৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৫. $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে x = কত?
 (ক) (1,2) (খ) (0,2) (গ) (1,3) (ঘ) (0,1) উত্তর: ঘ
- সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬৪, অংক নং-৭১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৬. একটি কোণের মান তার পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?
 (ক) ৬০° (খ) ৪৫° (গ) ৩০° (ঘ) ২৫° উত্তর: গ
- সমাধান: [রেখা ও কোণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৯৪, অংক নং-২১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৭. $\triangle ABC$ এ $\angle B = 90^\circ$, যদি $AC = 2AB$ হয় তবে, $\angle C$ এর মান কত ?
 ক. 45° খ. 22.5° গ. 30° ঘ. 60° উত্তর: গ
- সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯২৫, অংক নং-১৩২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৮. $A = \{x: x \text{ Fibonacci সংখ্যা এবং } x^2 < 64\}$ হলে, P(A) এর উপাদান কয়টি ?
 ক. 128 খ. 32 গ. 64 ঘ. 256 উত্তর: খ
- সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৫, অংক নং-৪২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৯. 4 জন মহিলা ও 6 জন পুরুষের মধ্য থেকে 4 সদস্য বিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদায় উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে ঐ কমিটি গঠন করা যেতে পারে ?
 ক. 210 খ. 304 গ. ৪৪ ঘ. 120 উত্তর: গ
- সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৭, অংক নং-৪০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১০. 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা থেকে যে কোন একটিকে ইচ্ছে মত নিলে সে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত ?
 ক. $\frac{5}{11}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{6}{11}$ উত্তর: ক
- সমাধান: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫৪, অংক নং-৮৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১১. টাকায় ৫টি মার্কেল বিক্রয় করায় ১২% ক্ষতি হয়। ১০% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি বিক্রয় করতে হবে?
 (ক) ৪টি (খ) ৩টি (গ) ২টি (ঘ) কোনটিনয় উত্তর: ক
- সমাধান: [লাভক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪০১, অংক নং-২১২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১২. বাস্তব সংখ্যায় $|2x - 3| \leq 1$ অসমতাটির সমাধান-
 (ক) $1 < x < 2$ (খ) $1 \leq x \leq 1$ অথবা $x \geq 2$ (গ) $1 \leq x \leq 2$ (ঘ) $-1 < x < 12$ উত্তর: গ
- সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭২, অংক নং-৩৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি 18 এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল 75 হলে প্রথম পদটি কত?
(ক) ২ (খ) ১০ (গ) 8 (ঘ) ১২ উত্তর: ঘ
- ♦ সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০০, অংক নং-৫২(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৪. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ২ : ৩ এবং গ.সা.গু ৪ হলে, বৃহত্তর সংখ্যাটি কত?
(ক) ৬ (খ) ১২ (গ) ৮ (ঘ) ১৬ উত্তর: খ
- ♦ সমাধান: [ল.সা.গু-ও.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৩, অংক নং- ৭৮(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৫. কোন আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা, আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে মুনাফার হার কত?
(ক) ১০% (খ) ১২.৫% (গ) ১৫% (ঘ) ১২% উত্তর: খ
- ♦ সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ২৯৮, অংক নং-২৪ (বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)] এবং সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৫০, অংক নং-১২৮(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৭তম বিসিএস

১. 17 সে.মি. 15 সে.মি. 8 সে.মি বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে-
(ক) সমাবাহু (খ) সমদ্বিবাহু (গ) সমকোণী (ঘ) ত্রুলাকোণী উত্তর: (ঘ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯১০, অংক নং-৪৬(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
২. $A = \{x | x \text{ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 < 25\}$
 $B = \{x | x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 < 25\}$
 $C = \{x | x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 = 25\}$ হলে, $A \cap B \cap C = ?$
(ক) $\{1, 2, 3, 4\}$ (খ) $\{2, 3, 4\}$ (গ) $\{2, 3, 4, 5\}$ (ঘ) \emptyset উত্তর: (ঘ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৭, অংক নং-৫৬(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৩. 10% মুনাফায় 3000 টাকা এবং 8% মুনাফায় 2000 টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?
(ক) 9% (খ) 9.2% (গ) 8% (ঘ) 8.2% উত্তর: (খ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৩৩, অংক নং-৫৪(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৪. দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা, অংকদ্বয়ের স্থান বিনিময়ের ফলে 54 বৃদ্ধি পায়। অংক দুটির যোগফল 12 হলে সংখ্যাটি কত?
(ক) 57 (খ) 75 (গ) 39 (ঘ) 93 উত্তর: (গ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২, অংক নং-১৭২(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৫. একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অঙ্ক 10 এবং 6-তম পদটি 52 হলে 15-তম পদটি-
(ক) 140 (খ) 142 (গ) 148 (ঘ) 150 উত্তর: (খ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৯২, অংক নং-৭(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৬. একটি ধলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$ উত্তর: (ক)
- ♦ ব্যাখ্যা: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫৩, অংক নং-৭৮(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৭. একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি 20 এবং ষষ্ঠ (6-তম) পদটি 160 হলে প্রথম পদটি কত?
(ক) 5 (খ) 10 (গ) 12 (ঘ) 8 উত্তর: (ক)
- ♦ সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৪, অংক নং-৭৪(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $\log_2 \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x - এর মান কত? (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)
♦ ব্যাখ্যা: [লগারিদম এর পৃষ্ঠা নং- ৬৮২, অংক নং-৬২(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
৯. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 15 মি. এবং প্রস্থ 10 মি. হলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
(ক) $35\sqrt{3}$ (খ) $40\sqrt{5}$ (গ) $45\sqrt{5}$ (ঘ) $50\sqrt{5}$ উত্তর: (ঘ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের এর পৃষ্ঠা নং- ৯৩০, অংক নং-১০ সদৃশ (বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১০. 261 টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে? (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)
(ক) 45 (খ) 81 (গ) 90 (ঘ) 135 উত্তর: (ঘ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [অনুপাত-সমানুপাত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৯৩, অংক নং-৭৯(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১১. 13 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা - এর দৈর্ঘ্য 24 সে.মি. হলে কেন্দ্র থেকে উক্ত জ্যা - এর লম্ব কত সে.মি.?
(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6 উত্তর: (গ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৬৯, অংক নং-৫৮ (বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১২. 10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকীগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবার 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?
(ক) 170 (খ) 182 (গ) 190 (ঘ) 192 উত্তর: (খ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৩০, অংক নং-৫০(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৩. 100 টাকায় 10টি ডিম কিনলে 100 টাকায় 8টি ডিম বিক্রয় করলে শতকরা লাভ কত হবে? (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)
(ক) 16% (খ) 20% (গ) 25% (ঘ) 28% উত্তর: (গ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩৯১, অংক নং-১৬১(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৪. ৫ এর কত শতাংশ ৭ হবে?
(ক) ৪০ (খ) ১২৫ (গ) ৯০ (ঘ) ১৪০ উত্তর: (ঘ)
- [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩০৬, অংক নং-৬১(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৫. কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি ২০% কমে, তবে উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত % কমবে?
(ক) ১০% (খ) ২০% (গ) ৩৬% (ঘ) ৪০% উত্তর: (গ)
- ♦ ব্যাখ্যা: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩০৫, অংক নং-২৩৬ (বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৬তম বিসিএস

- ১) $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 5\}$ হলে $P(A)$ এর সদস্য সংখ্যা কত?
ক. ৪ খ. 7 গ. 6 ঘ. 3 Ans: ক
- ♦ সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৫, অংক নং-৪০(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
- ২) 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2টি পুস্তক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
ক. 252 খ. 792 গ. 224 ঘ. 120 উত্তর: ঘ
- ♦ সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৭, অংক নং-৪১(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
- ৩) আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১৫ সালের জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। ঐ সপ্তাহে বৃষ্টির না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 1 খ. $\frac{5}{7}$ গ. $\frac{2}{7}$ ঘ. $\frac{1}{7}$ উত্তর: গ
- ♦ ব্যাখ্যা: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৪০, অংক নং-১২(বাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ৪) ৩৫০ টাকা দরে ৩ কেজি মিষ্টি কিনে ৪ টাকা হারে ভ্যাট দিলে মোট কত ভ্যাট দিতে হবে?
ক. ১৪ খ. ৪২ গ. ১২ ঘ. ১০৫ উত্তর: খ
- ◆ সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩১৩, অংক নং-১২৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
- ৫) যদি তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায় তবে তেলের ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না?
ক. ১৬% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ২৪% উত্তর: খ
- ◆ সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৪, অংক নং-১৮৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
- ৬) দুটি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ.সা.গু ১৩। সংখ্যা দুটির ল.সা.গু কত?
ক. ২৬০ খ. ৭৮০ গ. ১৩০ ঘ. ৪৯০ উত্তর: ক
- ◆ সমাধান: [ল.সা.গু-গ.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা - ৯১ নং, অংক নং - ৬৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ৭) $1 + 3 + 5 + \dots + (2x - 1)$ কত?
a. $x(x - 1)$ b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. $x(x + 1)$ d. x^2 ans. d

◆ সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৯৭, অংক নং-৩৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ৮) $\text{Log}_{\sqrt{3}} 81$ কত?
a. 4 b. $27\sqrt{3}$ c. 8 d. $\frac{1}{8}$ Ans. c

◆ সমাধান: (ব্যাসিক ম্যাথে সমাধান নাই)

$\text{Log}_{\sqrt{3}} 81 = \text{Log}_{\sqrt{3}} 3^4 = \text{Log}_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8 = 8 \text{Log}_{\sqrt{3}} (\sqrt{3}) = 8$

- ৯) যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে $x =$ কত?
ক. 0 খ. 1 গ. -1 ঘ. 4 উত্তর: ক

◆ সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬০, অংক নং-৪৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ১০) চিত্র অনুসারে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ΔABC অন্তর্লিখিত।
 $\angle y = 112^\circ$ হলে $\angle x =$ কত?
ক. 68° খ. 38° গ. 85° ঘ. 39° উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৭৩, অংক নং-৭৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ১১) একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{2}$ একক হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
ক. 24 খ. 8 গ. 16 ঘ. 32 উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৩৮, অংক নং-৫৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ১২) ΔABC এ $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, হলে ΔABC কি ধরনের ত্রিভুজ?
ক. সমকোণী খ. স্ফলকোণী গ. সমদ্বিবাহু ঘ. সমবাহু উত্তর: গ

- ১৩) $x^2 + y^2 = 185$, $x - y = 3$ এর একটি সমাধান হলঃ
ক. (7,4) খ. (9,6) গ. (10,7) ঘ. (11,8) উত্তর: ঘ

◆ সমাধান: [সরল সহ-সমীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৬০, অংক নং-২৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ১৪) $a - [a - \{a - (a - a - 1)\}]$ কত? [৩৬তম বিসিএস] ক. 1 খ. -1 গ. $a - 1$ ঘ. $a + 1$ উত্তর: গ

◆ সমাধান: [বীজগণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬২১, অংক নং-১৮৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫) $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4 উত্তর: ঘ

◆ সমাধান: [বীজগণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬১১, অংক নং-১৩৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৫তম বিসিএস

- ১৬) ৬০ লিটার ফলের রসে আম ও কমলার অনুপাত ২:১। কমলার রসের পরিমাণ কত লিটার বৃদ্ধি করলে অনুপাত ১:২ হবে?
ক) 40 খ) 60 গ) 50 ঘ) 70 উত্তর: খ

◆ সমাধান: [মিশ্রণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৫৩৪, অংক নং-২৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ১৭) দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ১১ এবং ল.সা.গু. ৭৭০। একটি সংখ্যা ২৭৫ হলে, অপর সংখ্যাটি-
ক) ৩১৪ খ) ৩০৮ গ) ২৮৩ ঘ) ২৭৯ উত্তর: খ

◆ সমাধান: [ল.সা.গু-গ.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা - ৯২ নং, অংক নং - ৭২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ১৮) $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, $x -$ এর ধনাত্মক মান কোনটি?
ক) 3 খ) 4 গ) 5 ঘ) 6 উত্তর: ঘ

◆ সমাধান: [বীজগণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৫৯৩, অংক নং-৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ১৯) $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ হলে, x এর মান-
ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4 উত্তর: গ

◆ সমাধান: [সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭২০, অংক নং-১৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ২০) $|x - 3| < 5$ হলে-
ক) $2 < x < 8$ খ) $-2 < x < 8$ গ) $-8 < x < -2$ ঘ) $-4 < x < -2$ উত্তর: খ

◆ সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭১, অংক নং-৩৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ২১) $x^3 - 0.001 = 0$ হলে, x^2 -এর মান-
ক) 100 খ) 1 গ) $\frac{1}{10}$ ঘ) $\frac{1}{100}$ উত্তর: ক

◆ সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬২, অংক নং-৫৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ২২) $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)$ এর মান-
ক) 2 খ) -2 গ) 3 ঘ) -3 উত্তর: খ

◆ সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৭৭, অংক নং-২৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ২৩) একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি - 48 এবং পঞ্চম পদটি $\frac{3}{4}$ হলে, সাধারণ অনুপাত কত?
ক) $\frac{1}{2}$ খ) $-\frac{1}{2}$ গ) $\frac{1}{4}$ ঘ) $-\frac{1}{4}$ উত্তর: ঘ

◆ সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৫, অংক নং-৭৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

- ২৪) $\log_a x = 1$, $\log_a y = 2$, $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a \left(\frac{x^3 y^3}{z}\right)$ এর মান কত?
ক) 1 খ) 2 গ) 4 ঘ) 5 উত্তর: গ

◆ সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৮৪, অংক নং-৭২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. কলার দাম 20% কমে যাওয়ায় 12 টাকায় পূর্ব অপেক্ষা 2টি কলা বেশি পাওয়া গেলে বর্তমানে একটি কলার দাম কত টাকা?
ক) 1.50 খ) 3.00 গ) 2.50 ঘ) 1.2 উত্তর: ঘ
- ◆ সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৭, অংক নং-১৯৯ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১১. 2 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের অঙ্কিত একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ক) $4\pi - 8$ খ) $2\pi - 4$ গ) $4\pi + 8$ ঘ) $2\pi + 4$ উত্তর: ক
- ◆ সমাধান: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৭৪, অংক নং-৮৩ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১২. 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে
ক) 728 খ) 286 গ) 364 ঘ) 1001 উত্তর: খ
- ◆ সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৭, অংক নং-৩৮ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৩. 100 জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে গড় নম্বর 70। এদের মধ্যে 60 জন ছাত্রীর গড় নম্বর 75 হলে, ছাত্রদের গড় নম্বর কত?
ক) 55.5 খ) 60.5 গ) 65.5 ঘ) 62.5 উত্তর: ঘ
- ◆ সমাধান: [পরিসংখ্যান অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৮৯, অংক নং-২০ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৪. 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি, 25 জন ইংরেজি ও বাংলা উভয়ই এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অঙ্কিত একটি ভাষার কথা বলতে পারেন। বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন?
ক) 10 খ) 15 গ) 40 ঘ) 30 উত্তর: গ
- ◆ সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৮২, অংক নং-০৩ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]
১৫. CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ?
ক) 2 খ) 3 গ) 4 ঘ) 5 উত্তর: ক
- ◆ সমাধান: [বিন্যাস অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৯৭, অংক নং-২৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৪তম বিসিএস

১. একটি আয়তাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। এর দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে এবং প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আয়তাকার কক্ষের সমান পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল কত হবে?
ক. 225 বর্গমিটার খ. 144 মিটার গ. 169 বর্গমিটার ঘ. 196 মিটার উত্তর: ঘ
২. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \emptyset$ হলে $A \cup B =$ কত?
ক. $\{1, 2, 3\}$ খ. $\{1, 2, \emptyset\}$ গ. $\{2, 3, \emptyset\}$ ঘ. \emptyset উত্তর: ক
৩. বিঘনবাহু ΔABC এর বাহুগুলির মান এমনভাবে নির্ধারিত যে, AD মধ্যমা দ্বারা গঠিত ΔABD এর ক্ষেত্রফল x বর্গমিটার। ΔABC -এর ক্ষেত্রফল কত?
ক. x^2 বর্গমিটার খ. $2x$ বর্গমিটার গ. $\left(\frac{x}{2}\right)^2$ বর্গমিটার ঘ. $\left(\frac{\sqrt{x}}{3}\right)^3$ বর্গমিটার উত্তর: খ
৪. $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n}$ এর মান কত?
ক. 4 খ. 8 গ. 5 ঘ. 7 উত্তর: খ
৫. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 4$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত?
ক. 8 খ. 9 গ. 16 ঘ. 25 উত্তর: ক

৬. একটি পঞ্চভুজের সমষ্টি
ক. 8 সমকোণ খ. 6 সমকোণ গ. 8 সমকোণ ঘ. 1০ সমকোণ উত্তর: ঘ
৭. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল তাদের যোগফলের 5 গুণ। সংখ্যা তিনটির গড় কত?
ক. 6 খ. 3 গ. 5 ঘ. 4 উত্তর: ঘ
৮. একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী আছে প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ২৫ পয়সা বেশি করে টাকা দেওয়ায় মোট ৭৫ টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীতে মোট ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা কত?
ক. 70 খ. 85 গ. 75 ঘ. 100 উত্তর: গ
৯. একটি বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 1৩২ সেন্টিমিটার ও 1৩৮৬ বর্গসেন্টিমিটার। বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা-এর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৬৬ সেন্টিমিটার খ. ৪২ সেন্টিমিটার গ. ২১ সেন্টিমিটার ঘ. ২২ সেন্টিমিটার উত্তর: খ
১০. মামুন ২৪০ টাকায় একই রকম কতগুলি কলম কিনে দেখল যে, যদি সে একটি কলম বেশি পেত তাহলে প্রতিটি কলমের মূল্য 1 টাকা কম পড়ত। সে কতগুলো কলম কিনেছিল?
ক. ১৩ টি খ. ১৪ টি গ. ১৫ টি ঘ. ১৬ টি উত্তর: গ
১১. ঘড়িতে এখন ৮টা বাজে। ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যকার কোণটি হলো-
ক. 150° খ. 60° গ. 90° ঘ. 120° উত্তর: ঘ
১২. $0.07, 0.12, 0.88, \dots$ শূন্যস্থানে সংখ্যাটি কত হবে?
ক. ০.৯৬ খ. ১.৪৮ গ. ১.৯২ ঘ. ১.৫০ উত্তর: গ
১৩. 20 ফুট লম্বা একটি বাঁশকে এমনভাবে কেটে দু'ভাগ করা হলো যেন ছোট অংশটি বড় অংশের দুই তৃতীয়াংশ হয়। ছোট অংশের দৈর্ঘ্য কত ফুট?
ক. 6 খ. 7 গ. 8 ঘ. 10 উত্তর: গ
১৪. কোন সংখ্যার ০.1 ভাগ এবং ০.1 ভাগের মধ্যে পার্থক্য 1.০ হলে, সংখ্যাটি কত?
ক. 1০ খ. ৯ গ. ৯০ ঘ. 1০০ উত্তর: গ
১৫. $\sqrt{169}$ is equal to
ক. 11 খ. 13 গ. 15 ঘ. 17 উত্তর: খ

৩৩তম বিসিএস

১. তিন সদস্যের একটি বিতর্কদলের সদস্যদের গড় বয়স ২৪ বছর। যদি কোন সদস্যের বয়সই ২১ বছরের নিচে না হয় তবে তাদের কোন একজনের বয়স সর্বোচ্চ কত হতে পারে?
ক. ২৫ বছর খ. ৩০ বছর গ. ২৮ বছর ঘ. ৩২ বছর উত্তর: খ
২. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি ছোট; কিন্তু অতিভুজ ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি. বড়। অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত?
ক. ১০ সে.মি খ. ৮ সে.মি. গ. ৪ সে.মি. ঘ. ৬ সে.মি. উত্তর: ক
৩. $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6$ কত?
ক. 12 খ. 48 গ. 36 ঘ. 144 উত্তর: ঘ
৪. m সংখ্যক সংখ্যার গড় x এবং n সংখ্যক সংখ্যার গড় y হলে, সব সংখ্যার গড় কত?
ক. $\frac{x+y}{mn}$ খ. $\frac{x+y}{m+n}$ গ. $\frac{mx+ny}{m+n}$ ঘ. $\frac{mx+ny}{mn}$ উত্তর: গ
৫. যদি $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$ হয় তবে x এর মান কত?
ক. ৪ খ. 3 গ. 5 ঘ. 4 উত্তর: ঘ
৬. $\sqrt[3]{a^3} =$ কত?
ক. a খ. 1 গ. a^3 ঘ. a^3 উত্তর: ঘ

৭. একটি সাবানের আকার ৫ সেমি. \times ৪ সেমি. \times ১.৫ সেমি. হলে ৫৫ সেমি. দৈর্ঘ্য, ৪৮ সেমি. প্রস্থ এবং ৩০ সেমি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বাস্তবের মধ্যে কতটি সাবান রাখা যাবে?
ক. ২৬৪০ টি খ. ১৩২০ টি গ. ৩৬০০ টি ঘ. ৫২৪০ টি উত্তর: ক
৮. যদি সেট $A = \{5, 15, 20, 30\}$ এবং $B = \{3, 5, 15, 18, 20\}$ হয়, তবে নিচের কোনটি $A \cap B$ নির্দেশ করবে?
/৩৩তম বিসিএস/ ক. $\{3, 18, 30\}$ খ. $\{3, 5, 15, 18, 20\}$ গ. $\{5, 15, 20\}$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ
৯. $4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. 16^4 খ. 4^{4^4} গ. $2^{2^{2^2}}$ ঘ. 2^{8^8} উত্তর: গ
১০. ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ধারাটির ১০ম পদ কোনটি?
ক. ৩৪ খ. ৫৫ গ. ৪৮ ঘ. ৬৪ উত্তর: খ
১১. রকীব সাহেব ৩, ৭৩, ৮৯৯ টাকা ব্যাংকে জমা রাখলেন। ৭ $\frac{১}{২}$ বছর পর তিনি আসল টাকার ১ $\frac{১}{২}$ অংশ সুদ পেলেন। ব্যাংকের সুদের হার কত?
ক. ১২ $\frac{১}{২}$ % খ. ১৬ $\frac{১}{৩}$ % গ. ৮ $\frac{১}{৩}$ % ঘ. ১১ $\frac{১}{৩}$ % উত্তর: খ
১২. নিচের কোনটি $(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ এর সমান?
ক. $\sqrt{2}$ খ. $\frac{1}{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ঘ. $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ উত্তর: ঘ
১৩. $36.2^{3^2-8} = 3^2$ হলে x এর মান কত?
ক. $\frac{7}{3}$ খ. $\frac{8}{3}$ গ. 3 ঘ. 2 উত্তর: ঘ
১৪. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাণ ৩৫° ও ৫৫° । ত্রিভুজটি কোন ধরনের?
ক. সমকোণী খ. সমবাহু গ. সমদ্বিবাহু ঘ. মূলকোণী উত্তর: ক
১৫. $(x - y, 3) = (0, x + 2y)$ হলে $(x, y) =$ কত?
ক. (1,1) খ. (1,3) গ. (-1,-1) ঘ. (-3,1) উত্তর: ক
১৬. $\frac{x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{y}{x}$ হবে?
ক. $\frac{x^2 - y^2}{xy}$ খ. $\frac{2x^2 - y^2}{xy}$ গ. $\frac{y^2 - x^2}{xy}$ ঘ. $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ উত্তর: গ
১৭. একটি আয়তাকার ঘরের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ। ঘরটির পরিসীমা ৪০ মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত হবে?
ক. ৬০ বর্গমিটার খ. ৯৬ বর্গমিটার গ. ৭২ বর্গমিটার ঘ. ৬৪ বর্গমিটার উত্তর: খ
১৮. ৫ জন তাঁত-শ্রমিক ৫ দিনে ৫টি কাপড় বুনাতে পারে। একই ধরনের ৭টি কাপড় বুনাতে ৭ জন শ্রমিকের কত দিন সময় লাগবে?
ক. ৫ খ. ৭ গ. $\frac{৪৯}{২৫}$ ঘ. $\frac{২৫}{৪৯}$ উত্তর: ক
১৯. ৩ সে.মি., ৪ সে.মি., ও ৫ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট তিনটি ঘনক গুলিয়ে নতুন একটি ঘনক তৈরি করা হল। নতুন ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে?
ক. ৭.৫ সেমি. খ. ৬.৫ সেমি. গ. ৬ সেমি. ঘ. ৭ সেমি. উত্তর: গ
২০. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি ও ৯ সে.মি। এই রম্বসের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত?
ক. ২৪ সেমি. খ. ১৮ সেমি. গ. ৩৬ সেমি. ঘ. ১২ সেমি. উত্তর: ক

৩২তম বিসিএস (বিশেষ)

১. If x and y are odd numbers, then which of the following is even?
a. $x + y + 1$ b. xy c. $xy + 2$ d. $x + y$ ans. d
২. টাকায় ৩টি করে আম ক্রয় করে টাকায় ২টি করে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হবে?
ক. ৫০% খ. ২৫% গ. ১৫% ঘ. ১০% উত্তর: ক
৩. পরপর তিনটি সংখ্যার গুণফল ১২০ হলে তাদের যোগফল কত?
ক. ৯ খ. ১২ গ. ১৪ ঘ. ১৫ উত্তর: ঘ
৪. কোন ত্রিভুজটি ক্ষুদ্রতম?
ক. $\frac{৫}{৬}$ খ. $\frac{১২}{১৫}$ গ. $\frac{১১}{১৪}$ ঘ. $\frac{১৭}{২১}$ উত্তর: গ
৫. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘোরে। ১ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিগ্রি ঘুরবে?
ক. ১৮০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ঘ
৬. ১, ৩, ৬, ১০, ১৫, ২১, ধারাটির ১০ম পদ কত?
ক. ৪৫ খ. ৫৫ গ. ৬২ ঘ. ৬৫ উত্তর: খ
৭. $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে?
a. $4xy$ b. $2xy$ c. $6xy$ d. $8xy$ Ans. b
(মান নির্ণয় অধ্যায়ে পূর্ণবর্গ রাশিতে বিস্তারিত)
৮. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} + 2}$ = কত?
a. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ b. $3 - \sqrt{2}$ c. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ d. $\sqrt{3} + 2$ Ans. c
৯. $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক-
a. $x+y+1$ b. $x-y$ c. $x+y-1$ d. $x-y-1$ Ans. c
১০. $\log_2 8 =$ কত?
ক. 4 খ. 3 গ. 2 ঘ. 1 উত্তর: খ
১১. $x^3 + x^2y$ এবং $x^2y + xy^2$ এর ল.সা.গু কোনটি?
a. xy b. $x+y$ c. $xy(x+y)$ d. $x^2y(x+y)$ Ans. d
১২. $x - \frac{1}{x} = 7$ হলে $x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$ এর মান কত?
a. 334 b. 154 c. 364 d. 512 Ans. c
১৩. বৃত্তের ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?
ক. ১৬ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ৪ উত্তর: খ
১৪. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি। ঘরটির পরিসীমা ৩২ মিটার হলে ঘরটির দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৬ মিটার খ. ১০ মিটার গ. ১৮ মিটার ঘ. ১২ মিটার উত্তর: খ
১৫. কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থকোণ তিনটির সমষ্টি কত?
ক. ১৮০° খ. ১৫০° গ. ২৭০° ঘ. ৩৬০° উত্তর: ঘ
১৬. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ২ মিটার করে বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ মিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ১ মিটার খ. ২ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৪ মিটার উত্তর: খ

১৭. ৭ সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ৯৮ বর্গ সে.মি. খ. ৪৯ বর্গ সে.মি. গ. ১৯৬ বর্গ সে.মি. ঘ. ১৪৬ বর্গ সে.মি. উত্তর: ক
১৮. কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম?
 ক) $\frac{৫}{৬}$ খ) $\frac{১২}{১৫}$ গ) $\frac{১১}{১৪}$ ঘ) $\frac{১৭}{২১}$ উত্তর: গ
১৯. ০.৪৭ কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করলে কত হবে? (পৌনপনিক আছে) তাই উত্তর: $\frac{৪৩}{৯০}$
২০. ABCD চতুর্ভুজ AB || CD, AC = BD এবং $\angle A = 90^\circ$ হলে সঠিক চতুর্ভুজ কোনটি?
 ক) সামান্তরিক খ) রম্বস গ) ট্রাপিজিয়াম ঘ) আয়তক্ষেত্র উত্তর: ঘ

৩১তম বিসিএস

১. কোনটি সবচেয়ে ছোট?
 ক) $\frac{২}{১১}$ খ) $\frac{৩}{১১}$ গ) $\frac{২}{১৩}$ ঘ) $\frac{৪}{১৫}$ উত্তর: গ
২. যদি $\frac{Q}{P} = \frac{1}{4}$ হয়, তবে $\frac{P+Q}{P-Q}$ এর মান-
 ক. $\frac{5}{3}$ খ. $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{5}{7}$ উত্তর: ক
৩. রহিম, করিম এবং গাজী তিন জনে একটি কাজ করতে পারে যথাক্রমে ১৫, ৬ ও ১০ দিনে। তারা একত্রে তিন জনে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে?
 ক. ২১ দিন খ. ১৮ দিন গ. ৭ দিন ঘ. ১৫ দিন সঠিক উত্তর ৩দিন
৪. কোনো সংখ্যার ৪০% এর সাথে ৪২ যোগ করলে ফলাফল হবে ঐ সংখ্যাটি। উহা কত?
 ক. ৭০ খ. ৮০ গ. ৯০ ঘ. ৭৫ উত্তর: ক
৫. কোন সংখ্যার ৬০% থেকে ৬০ বিয়োগ করলে ফলাফল হবে ৬০। তবে সংখ্যাটি কত?
 ক. ২৫০ খ. ১০০ গ. ২০০ ঘ. ৩০০ উত্তর: গ
৬. $\log_2\left(\frac{1}{32}\right)$ এর মান কত? (৩১-তম বিসিএস) ক. $\frac{1}{25}$ খ. -5 গ. $\frac{1}{5}$ ঘ. $-\frac{1}{5}$ উত্তর: খ
৭. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৪ সে.মি. এবং ৬ সে.মি. রম্বসের ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ৬ বর্গ সে.মি. খ. ৮ বর্গ সে.মি. গ. ১২ বর্গ সে.মি. ঘ. ২৪ বর্গ সে.মি. উত্তর: গ
৮. $(4x^2 - 16)$ এবং $(6x^2 + 24x + 24)$ এর গ.সা.গু.-
 a. $x + 2$ b. $x + 4$ c. $x + 2$ d. $2(x+2)$ উত্তর: d
৯. $x^3 - x^2$ কে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে অবশেষ থাকবে-
 ক. ২ খ. ৪ গ. -6 ঘ. -8 উত্তর: খ
১০. যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?
 ক. ± 9 খ. ± 7 গ. ± 5 ঘ. ± 3 উত্তর: খ
১১. $3x - 7y + 10 = 0$ এবং $y - 2x - 3 = 0$ এর সমাধান-
 a. $x = 1, y = -1$ b. $x = 1, y = 1$ c. $x = -1, y = -1$ d. $x = -1, y = 1$ উত্তর: d

১২. যদি $a + b = 2, ab = 1$ হয়, তবে a এবং b এর মান যথাক্রমে-
 ক. 0,2 খ. 1,1 গ. -1, 3 ঘ. -3, -4 উত্তর: খ
১৩. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + x^2$ এর মান কত?
 a. $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$ b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. x d. $\left\{\frac{x(x+1)}{2}\right\}^2$ উত্তর: a
১৪. $f(x) = x^3 - 2x + 10$ হলে $f(0)$ কত?
 ক. 1 খ. 5 গ. 8 ঘ. 10 উত্তর: ঘ
১৫. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 100$ বৃত্তের কেন্দ্রীয় স্থানাঙ্ক কত?
 ক. (0,0) খ. (4, -3) গ. (-4, 3) ঘ. (10, 10) উত্তর: খ
১৬. দুটি সংখ্যার যোগফল 48 এবং তাদের গুণফল 432। তবে বড় সংখ্যাটি কত?
 ক. 36 খ. 37 গ. 38 ঘ. 40 উত্তর: ক
১৭. একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২০সে.মি., ২১সে.মি. এবং ২৯সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত?
 ক. ২০০ বর্গমিটার খ. ২১০ বর্গমিটার গ. ২৯০ বর্গমিটার ঘ. ৩০০ বর্গমিটার উত্তর: খ
১৮. যদি $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K$ হয়, তবে K = ?
 ক. $9\frac{1}{2}$ খ. $11\frac{1}{3}$ গ. $12\frac{2}{5}$ ঘ. $13\frac{2}{3}$ উত্তর: ঘ
১৯. ০, ১, ২ এবং ৩ দ্বারা গঠিত চার অঙ্কের বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিয়োগফল-
 ক. ৩১৪৭ খ. ২২৮৭ গ. ২৯৮৭ ঘ. ২১৮৭ উত্তর: ঘ
২০. যদি দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং গুণফল যথাক্রমে ২০ এবং ৯৬ হয়, তবে সংখ্যা দুইটির ব্যস্তনুগতিক (ভগ্নাংশ উল্লেখ্য) বিয়োগফল কত হবে?
 ক. $\frac{1}{8}$ খ. $\frac{1}{6}$ গ. $\frac{3}{4}$ ঘ. $\frac{5}{24}$ উত্তর: ঘ

৩০তম বিসিএস

১. কোন লঘিষ্ট সংখ্যার সাথে ২ যোগ করলে যোগফল ১২, ১৮ এবং ২৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে?
 ক. ৮৯ খ. ৭০ গ. ১৭০ ঘ. ১৪২ উত্তর: খ
২. নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা?
 ক) ৯১ খ) ৮৭ গ) ৬৩ ঘ) ৫৯ উত্তর: ঘ
৩. একটি সংখ্যা ৩০১ থেকে যত বড় ৩৮১ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত?
 ক. ৩৪০ খ. ৩৪১ গ. ৩৪৪ ঘ. ৩৪৫ উত্তর: খ
৪. নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা?
 ক) ০.৩ খ) $\sqrt{0.3}$ গ) $\frac{1}{3}$ ঘ) $\frac{2}{3}$ উত্তর: গ
৫. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। খ একা কাজটি কত দিনে করতে পারবে?
 ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ৩৫ ঘ. ৪০ উত্তর: গ
৬. $f(x) = x^3 + kx^2 - 6x - 9$; k এর মান কত হলে $f(3) = 0$ হবে?
 ক. 1 খ. -1 গ. 2 ঘ. 0 উত্তর: ঘ

৭. $\log_a \left(\frac{m}{n} \right) =$ কত?

a. $\log_a m - \log_a n$

b. $\log_a m + \log_a n$

c. $\log_a m \times \log_a n$

d. কোনটিই নয়

উত্তর: a

৮. $10\frac{0}{8}\%$ এর সমান-

ক. $\frac{11}{80}$

খ. $\frac{11}{20}$

গ. $\frac{1}{8}$

ঘ. $\frac{1}{8}$

উত্তর: ক

৯. 3, 9, ও 4- এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত?

a. 12

b. 16

c. 17

d. 8

উত্তর: a

১০. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

ক. 9

খ. 18

গ. 27

ঘ. 36

উত্তর: খ

১১. $a + b = 7$ এবং $a^2 + b^2 = 25$ হলে, নিচের কোনটি ab এর মান হবে?

ক. 12

খ. 10

গ. 6

ঘ. কোনটিই নয়

উত্তর: ক

১২. নিচের কোনটি বৃত্তের সমীকরণ?

a. $ax^2 + bx + c$

b. $y^2 = ax$

c. $x^2 + y^2 = 16$

d. $y^2 = 2x + 7$

উত্তর: c

১৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২৫০ বর্গমিটার হলে এর দৈর্ঘ্য কত?

ক. ৩০

খ. ৪০

গ. ৫০

ঘ. ৬০

উত্তর: গ

১৪. দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির কি বলে?

ক. সন্নিহিত কোণ

খ. সরলকোণ

গ. সম্পূরক কোণ

ঘ. পূরক কোণ

উত্তর: গ

১৫. দুইটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বসম হওয়ার জন্য নিচের কোন শর্তটি যথেষ্ট নয়?

ক. একটির তিনবাহু অপরটির তিনবাহুর সমান

খ. একটির তিনকোণ অপরটির তিনকোণের সমান

গ. একটির দুই কোণ ও একবাহু অপরটির দুইকোণ ও অনুরূপ বাহুর সামান

ঘ. একটির দুইবাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ অপরটির দুইবাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান

উত্তর: খ

১৬. বৃত্তের কেন্দ্রহেদকারী জ্যাকে কি বলা হয়?

ক. ব্যাস

খ. ব্যাসার্ধ

গ. বৃত্তচাপ

ঘ. পরিধি

উত্তর: ক

১৭. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিচের কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব হবে?

ক. 6 : 5 : 4

খ. 3 : 4 : 5

গ. 12 : 8 : 4

ঘ. 6 : 4 : 3

উত্তর: খ

১৮. একটি মিনারের পাদদেশ হতে ২০ মিটার দূরের একটি স্থান হতে মিনারটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30° হলে মিনারটির উচ্চতা

ক. $20\sqrt{3}$ মিটার

খ. 20 মিটার

গ. $\frac{20}{\sqrt{3}}$ মিটার

ঘ. $10\sqrt{3}$ মিটার

উত্তর: গ

১৯. $3x^3 + 2x^2 - 21x - 20$ রাশিটির একটি উৎপাদক

a. $x + 2$

b. $x - 2$

c. $x + 1$

d. $x - 1$

উত্তর: c

২০. $x > y$ এবং $z < 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

a. $xz > yz$

b. $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$

c. $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$

d. $xz < yz$

উত্তর: d

৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারী
পরীক্ষার তারিখ ২৭-০৫-২০২২

১. ক্রমমূল্য বিক্রয়মূল্যের দ্বিগুণ হলে শতকরা লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত?
ক. লাভ ২৫% খ. ক্ষতি ২৫% গ. লাভ ১০% ঘ. ক্ষতি ৫০%

উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ক্রমমূল্য = ১০০ টাকা। সুতরাং বিক্রয়মূল্য = $100 \times 2 = 200$ টাকা। (ক্রমমূল্য দ্বিগুণ অর্থ বিক্রয়মূল্য অর্ধেক)

তাহলে ক্ষতি = $100 - 50 = 50$ টাকা। সুতরাং শতকরা ক্ষতির হার = $\frac{50 \times 100}{100} \% = 50\%$ উত্তর: ৫০% ক্ষতি।

২. i^{-49} এর মান কত?

ক. -1

খ. i

গ. 1

ঘ. -i

উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$i^{-49} = \frac{1}{i^{49}} = \frac{1}{i^{48} \cdot i} = \frac{1}{(i^2)^{24} \cdot i} = \frac{1}{(-1)^{24} \cdot i} = \frac{1}{1 \cdot i} = \frac{1}{i} = \frac{1 \times i}{i \times i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i \quad [\text{যেহেতু } i^2 = -1]$$

বিকল্প সমাধান:

$$i^{-49} = i^{-50} \times i^1 = (i^2)^{-25} \times i = (-1)^{-25} \times i = -1 \times i = -i \quad [i^2 \text{ এর মান } = -1] \quad [\text{পাওয়ার } (-) \text{ বা } (+) \text{ থাকলে নিয়ম একই}]$$

৩. $6a^2bc$ এবং $4a^3b^2c^2$ -এর সংখ্যা সহগের গ.সা.ও. নিচের কোনটি?

ক. a^2bc

খ. $2a^2bc$

গ. $2a^2b^2c^2$

ঘ. কোনটিই নয়

উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে প্রদত্ত রাশি দুটি $6a^2bc$ ও $4a^3b^2c^2$ এর সংখ্যা সহগ দুটি = 6 ও 4 এর গ.সা.ও = 2

যেহেতু অপশনের মধ্যে শুধু ২ কোনটাতেই নেই তাই সঠিক উত্তর ঘ. কোনটিই নয়।

Be Careful: $6a^2bc$ ও $4a^3b^2c^2$ এর গ.সা.ও = $2a^2bc$ কিন্তু এখানে সংখ্যা সহগের গ.সা.ও বলায় উত্তর শুধু 2 হবে।

৪. ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় কোনটি?

ক. ৪৫

খ. ১২৯৬

গ. ৩৬

ঘ. ৪

উত্তর: গ

সমাধান: দুটি সংখ্যা a, b হলে, তাদের গাণিতিক গড় = $\frac{a+b}{2}$ এবং জ্যামিতিক গড় = $(a \times b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a \times b}$

$$\text{সুতরাং } 18 \text{ এবং } 72 \text{ এর গুণোত্তর গড়} = (18 \times 72)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{18 \times 72} = \sqrt{9 \times 2 \times 8 \times 9} = \sqrt{9 \times 18 \times 9} = 9 \times 2 = 18$$

৫. যদি $\sqrt[3]{x^3} = 2$ হয়, তাহলে $x^2 = ?$

ক. 8

খ. 16

গ. 4

ঘ. 64

উত্তর: গ

$$\text{সমাধান: } \sqrt[3]{x^3} = 2 \Rightarrow (x^3)^{\frac{1}{3}} = 2 \Rightarrow x^3 = 2^3 = 8 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 2^2 = 4$$

১৫. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. এবং উচ্চতা x সে.মি. হলে, x এর মান কোনটি?

- ক. $\sqrt{2}$ খ. $\sqrt{3}$ গ. ২ ঘ. ৩

উত্তর: খ

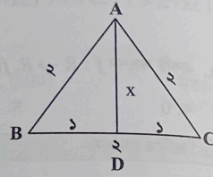
১৬. বিস্তারিত সমাধান: (ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান ধরে সমীকরণ সাজিয়ে উত্তর)

আমরা জানি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}(\text{বাহু})^2$

আবার এখানে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2$ (একই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অবশ্যই সমান)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times x = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 \quad \therefore x = \sqrt{3} \quad \text{অর্থাৎ ত্রিভুজটির উচ্চতা} = \sqrt{3}$$



১৭. শর্টকাট সমাধান: (অর্ধেক কে সমকোণী ত্রিভুজ ধরে)

চিত্রানুসারে, ADC সমকোণী ত্রিভুজে,
পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে,

$$x^2 = 2^2 - 1^2 \Rightarrow x^2 = 8 - 1 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \sqrt{7}$$

সুতরাং ত্রিভুজটির উচ্চতা $x = \sqrt{7}$

১৮. সূত্র জানা থাকলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা/উচ্চতা} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{বাহু}$$

$$\text{সুতরাং উচ্চতা } x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

Khairuls Online Private Batch

বিসিএস প্রিলি ম্যাথ, বিসিএস রিটেন ম্যাথ, ব্যাংক এমসিকিউ, ব্যাংক রিটেন ম্যাথ এবং মানসিক দক্ষতার কোর্স অনলাইনে সরাসরি খাইরুল স্যারের কাছে পড়ার জন্য যোগাযোগ করুন:

ফেসবুক পেজ: **Khairuls Math** এর ইনবক্সে অথবা: **01301-498211** নম্বরে।

Recent Math-2022

২০২২ সালের এই অংশের অধিকাংশ প্রশ্নই বইয়ের মধ্যে সংশ্লিষ্ট টপিকের মধ্যে আছে।
ওখুমাত্র প্রাকটিস করার জন্য এই অংশের প্রশ্নগুলোর মডেল টেস্টের মত সমাধান করুন।

পোস্টমাস্টার জেনারেল, উত্তরাঞ্চল রাজশাহী পোস্ট: উচ্চমান সহকারী তারিখ: ১০/০৯/২০২২

- ২৫ মিটার কাপড় যে মূল্যে ক্রয় করে ২০ মিটার কাপড় সেই মূল্যে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?
ক. ১০% খ. ১৫% গ. ২৫% ঘ. ২০% উত্তর: গ
- দুটি সংখ্যার অনুপাত ৭ : ৫ এবং তাদের ল.সা.গু ১৪০ হলে সংখ্যা দুটি কত?
ক. ২৮ ও ২০ খ. ৩৫ ও ২৫ গ. ২১ ও ১৫ ঘ. ৪৯ ও ৩৫ উত্তর: ক
- ৫ + ৮ + ১১ + ১৪ + ধারাটির কোন পদ ৩৮৩?
ক. ১২৩ খ. ১২৭ গ. ১২৮ ঘ. ১২৯ উত্তর: খ
- পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭ : ২ এবং ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৯ : ৪। বর্তমান পুত্রের বয়স কত?
ক. ৩৫ খ. ২০ গ. ১০ ঘ. ১৫ উত্তর: গ
- একটি দ্রব্য ৮০০ টাকায় করে ১০% লাভে বিক্রয় করা হলো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০% কম হলে কত টাকা লাভ হতো?
ক. ১২০ খ. ১৬০ গ. ১৫০ ঘ. ১৪০ উত্তর: খ
- $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত?
ক. ৭৭ খ. $60\sqrt{3}$ গ. $70\sqrt{3}$ ঘ. ৬০ উত্তর: ক
- $4x^2 - 23x + 33$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন?
ক. $(x-3)(4x-11)$ খ. $(4x-3)(x-11)$ গ. $(2x-3)(2x-11)$ ঘ. $(4x-3)(x-11)$ উত্তর: ক
- $x - y = 10$ এবং $x^3 - y^3 = 1900$ হলে $xy =$ কত?
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ উত্তর: খ
- ১টি ভগ্নাংশের লবের সাথে ৭ যোগ করলে তার মান ২ হয় এবং হর থেকে ২ বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান ১ হয়। ভগ্নাংশটি কত?
ক. $\frac{৩}{৫}$ খ. $\frac{৪}{৫}$ গ. $\frac{৩}{৪}$ ঘ. $\frac{৪}{৭}$ উত্তর: ক
- যদি $(125)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে x এর মান কত?
ক. -২ খ. ২ গ. -১ ঘ. ১ উত্তর: গ
- একটি চতুর্ভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2৮০° হলে চতুর্থ কোণটি কত?
ক. 90° খ. ৮০° গ. ৯০° ঘ. ১২০° উত্তর: খ
- যে ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য ১৭ সেমি, ১৫ সেমি এবং ৮ সেমি। সে ত্রিভুজটি হবে -
ক. সমবাহু খ. সমকোণী গ. সমদ্বিবাহু ঘ. সুষমকোণী উত্তর: খ
- যদি কোন বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ ১০% বৃদ্ধি পায় তবে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বৃদ্ধি পাবে?
ক. ২০% খ. ২১% গ. ১৬% ঘ. ২৪% উত্তর: খ
- ১৮ মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে 30° কোণে উন্নীত করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালের দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৬ মিটার খ. ৯ মিটার গ. ৮ মিটার ঘ. ১০ মিটার উত্তর: খ
- পিতা তার পুত্রকে বলল, তোমার বর্তমান বয়স, তোমার জন্মের সময় আমার বয়স ছিল তত। যদি ১০ বছর পরে পিতার বয়স ৭৬ হয়, তবে পুত্রের বর্তমান বয়স কত?
ক. ৩৬ বছর খ. ৩৩ বছর গ. ৩৮ বছর ঘ. ৪৩ বছর উত্তর: খ

পরীক্ষার নাম: সিজিএ

পদ: অফিস সহায়ক

তারিখ: ০৭/১০/২০২২

- নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা নয়?
ক. ৩১ খ. ৪১ গ. ৫১ ঘ. ৬১ উত্তর: গ

২. তিনটি সংখ্যার গড় ৫৬। যদি ১ম সংখ্যাটি ২য় সংখ্যার দ্বিগুণ এবং ৩য় সংখ্যার অর্ধেক হয় তবে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি কত?
ক. ১৮ খ. ২৪ গ. ৩৫ ঘ. ৪২ উত্তর: খ
৩. ৩, ৬ ও ৪ চতুর্থ সমানুপাতিক কত?
ক. ৮ খ. ১৮ গ. ১২ ঘ. ১০ উত্তর: ক
৪. $২.১ + ০.০১ + ০.০০১$ এর মান কত?
ক. ২.০১১ খ. ২.০০১ গ. ২.১১১ ঘ. ১.১১১ উত্তর: গ
৫. ১০০ মিলিমিটার = ?
ক. ১ ডেসিমিটার খ. ১ সেন্টিমিটার গ. ১ মিটার ঘ. ১ কিলোমিটার উত্তর: ক
৬. এক দশমাংশ ও এক শতাংশ এর গড় কত হবে?
ক. ০.০২৫ খ. ০.০৫ গ. ০.০৬ ঘ. ০.০৫৫ উত্তর: ঘ
৭. একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের সমষ্টি ৭। লবের সাথে ১ যোগ করলে হরের সমান্য হবে। ভগ্নাংশটি কত?
ক. $\frac{২}{৩}$ খ. $\frac{৩}{৪}$ গ. $\frac{২}{৫}$ ঘ. $\frac{৫}{৯}$ উত্তর: খ
৮. $a^5 \div a^5 \times a^4$
ক. a^4 খ. a^5 গ. ১ ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক
৯. কোন সংখ্যার ৫% হয় ২০?
ক. ৩০০ খ. ৪০০ গ. ১৫০ ঘ. ২৫০ উত্তর: খ
১০. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারিত দ্বিগুণ। এর ক্ষেত্রফল ৫১২ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত?
ক. ৯৪ খ. ৯৮ গ. ৯৬ ঘ. ৯২ উত্তর: গ
১১. ৪ টাকায় $\frac{৫}{৮}$ এবং ২ টাকায় $\frac{৪}{৫}$ অংশের মধ্যে পার্থক্য কত টাকা?
ক. ০.০৯ খ. ১.৬০ গ. ২.২৫ ঘ. ০.৯০ উত্তর: ঘ
১২. ময়ূর ও হরিণ একত্রে ৭০টি। কিন্তু তাদের মোট পায়ের সংখ্যা ১৮০। কয়টি ময়ূর আছে।
ক. ৬০ খ. ৫০ গ. ৪০ ঘ. ৩০ উত্তর: খ
১৩. একটি চতুর্ভুজের ৪ কোণের সমষ্টি কত?
ক. ১৮০ ডিগ্রি খ. ২৭০ ডিগ্রি গ. ৩৬০ ডিগ্রি ঘ. ৯০ ডিগ্রি উত্তর: গ
১৪. বৃত্তের যে কোন দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কি বলা হয়?
ক. ব্যাসার্ধ খ. জ্যা গ. ব্যাস ঘ. পরিধি উত্তর: খ
১৫. মার্চ মাসের দৈনিক বৃষ্টিপাতের গড় ০.৬৫ সে.মি. ছিল। ঐ মাসের বৃষ্টিপাতের পরিমাণ কত?
ক. ২০.১৫ সে.মি. খ. ২০.২০ সে.মি. গ. ২০.২৫ সে.মি. ঘ. ৬৫ সে.মি. উত্তর: ক
১৬. কোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর। এর একবাহুর দৈর্ঘ্য কত গজ?
ক. ৩.১৬ খ. ১০০ গ. ৪০০ ঘ. ২২০ উত্তর: ঘ
১৭. তিনটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৫ : ৬ এর মধ্যম সংখ্যাটির বর্গ ২২৫। বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?
ক. ২০ খ. ১৮ গ. ২২ ঘ. ২৪ উত্তর: খ
১৮. ১ বর্গফুট সমান কত বর্গইঞ্চি?
ক. ১২ খ. ১০০ গ. ১৪৪ ঘ. ২৪৪ উত্তর: গ
১৯. $x - 6 = 7x - 48$ হলে x এর মান কত?
ক. ৩ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৭ উত্তর: ঘ
২০. দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু ৭ এবং ল.সা.গু ৮৪। একটি সংখ্যা ২১ হলে অন্যটি কত?
ক. ২৮ খ. ২৬ গ. ২৪ ঘ. ৩৮ উত্তর: ক

সমাজসেবা অধিদপ্তর পদ: সমাজকর্মী - ইউনিয়ন তারিখ: ২১/১০/২০২২

১. $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান কত?
ক. ৯০ খ. ২২ গ. ১০০ ঘ. ২০ উত্তর: গ
২. নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ?
ক. $\frac{৬}{৫}$ খ. $\frac{১}{২}$ গ. $\frac{২}{৩}$ ঘ. $\frac{১১}{১২}$ উত্তর: ক
৩. কোনটি বড়?
ক. ০.০৫ খ. ০.৫ গ. ০.২৫ ঘ. ০.৫৫ উত্তর: ঘ

৪. ল.সা.গু এর পূর্ণরূপ কি?
ক. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক খ. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণফল গ. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক ঘ. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণক উত্তর: গ
৫. বৃত্তের দৈর্ঘ্যকে কি বলে?
ক. জ্যা খ. ব্যাস গ. পরিধি ঘ. বৃত্তচাপ উত্তর: গ
৬. কোনটি বর্গ সংখ্যা নয়?
ক. ১ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৯ উত্তর: গ
৭. দুটি সংখ্যার বর্গের অন্তর ৩ হলে সংখ্যা দুটি কত?
ক. ৪ ও ৯ খ. ১ ও ২ গ. ১৬ ও ২৫ ঘ. ৩৬ ও ৪৯ উত্তর: খ
৮. কবির সাহেবের তিন পুত্রের বয়স যথাক্রমে ৫ বছর ৭ বছর ও ৯ বছর। তিনি ৪২০০ টাকা বয়স অনুপাতে পুত্রদের মাঝে ভাগ করে দিলেন। ৫ বছর বয়সী ছেলে কত টাকা পেলে?
ক. ১০০০ খ. ১৪০০ গ. ১৮০০ ঘ. ২২০০ উত্তর: ক
৯. ৩টি ৫ টাকায় কিনে ৫টি ৯টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?
ক. ৭% খ. ৯% গ. ৮% ঘ. ৬% উত্তর: গ
১০. কোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৪ বর্গমিটার হলে এর পরিসীমা কত?
ক. ৮ মিটার খ. ১০ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ২ মিটার উত্তর: ক
১১. $x = 2, y = 4$ হলে, $7x - 3y = ?$
ক. ২ খ. ৪ গ. ৭ ঘ. ১ উত্তর: ক
১২. কোন আসল সরল সুদে পাঁচ বছরে দ্বিগুণ হলে বার্ষিক সুদের হার কত?
ক. ২০% খ. ১০% গ. ৫% ঘ. ৩০% উত্তর: ক
১৩. কোন ত্রিভুজের একটি কোণ অপর দুইটি কোণের সমষ্টির সমান হলে এটি কোন ধরনের ত্রিভুজ?
ক. সমবাহু খ. সূক্ষ্মকোণী গ. সমকোণী ঘ. স্থূলকোণী উত্তর: গ
১৪. সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ-
ক. ৬০° খ. ৩০° গ. ৯০° ঘ. ৮০° উত্তর: ক
১৫. দুইটি কোণের সমষ্টি ৯০ ডিগ্রি হলে এর প্রতিটি কোণের নাম কী?
ক. সম্পূর্ণ কোণ খ. পূরক কোণ গ. সরল কোণ ঘ. স্থূলকোণ উত্তর: খ

BADC, পদ: অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর তারিখ: ১৭/১১/২০২২

১. $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে $x^3 + \frac{৪}{x^3}$ এর মান কত হবে?
ক. ১৬ খ. ৭ গ. ৪ ঘ. ০ উত্তর: খ
২. $4 : 5 = 12 : x$ হলে x এর মান কত হবে?
ক. ১২ খ. ১৩ গ. ১৪ ঘ. ১৫ উত্তর: ঘ
৩. ৯০ কোন সংখ্যার ৭৫%?
ক. ১২০ খ. ১২৫ গ. ১৩০ ঘ. ১৩৫ উত্তর: ক
৪. $\sqrt{১} + \sqrt{১}$ এর বর্গ কত?
ক. $\sqrt{২}$ খ. ৪ গ. $\sqrt{৩}$ ঘ. $২\sqrt{১}$ উত্তর: খ
৫. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?
ক. $\frac{১}{২}$ (ভূমি + উচ্চতা) খ. $\frac{১}{২}$ (ভূমি \times উচ্চতা) গ. $\frac{১}{২}$ (ভূমি - উচ্চতা) ঘ. কোনটি নয় উত্তর: খ
৬. কোন সংখ্যার ৮ গুণ থেকে ২ গুণ বিয়োগ করলে ৭২ হয়?
ক. ২৭ খ. ১৬ গ. ১২ ঘ. ৩০ উত্তর: গ
৭. $১ + ২ + ৩ + \dots + ১০০ =$ কত?
ক. ১০১০০ খ. ৫০৫০ গ. ৫০৫৫ ঘ. ৫০১০০ উত্তর: খ

১. $3x^2 + x - 10$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ?
ক. $(x+2)(3x-5)$ খ. $(3x+2)(x-5)$ গ. $(x-2)(3x+5)$ ঘ. $(3x-2)(x+5)$ উত্তর: ক
উত্তর: গ
২. ১ ইঞ্চি = কত সেন্টিমিটার? ক. ২.৪৫ খ. ৩.২৮ গ. ২.৫৪ ঘ. ৩৯.২৭
৩. ২১২, ১৭৯, ১৪৬, ১১৩, শূন্যস্থানে কোন সংখ্যাটি বসবে?
ক. ১৩ খ. ৪০ গ. ৩৩ ঘ. ৮০ উত্তর: ঘ
৪. সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর অনুপাত কোনটি?
ক. ৬ : ৪ : ৩ খ. ৬ : ৫ : ৩ গ. ১২ : ৮ : ৪ ঘ. ১৩ : ১২ : ৫ উত্তর: ঘ
৫. ১০ টি বানর ১ মিনিটে ১০টি কলা খেতে পারে। ৫০টি বানরের ৫০টি কলা খেতে কত সময় লাগবে?
ক. ১ মিনিট খ. ৫ মিনিট গ. ১০ মিনিট ঘ. ৫০ মিনিট উত্তর: ক
৬. একটি বৃত্তের ব্যাস ২০ সে.মি. হলে উহার ক্ষেত্রফল কত?
ক. ৩১৪ বর্গ সে.মি. খ. ৩২৬ বর্গ সে.মি. গ. ৪০০ বর্গ সে.মি. ঘ. ৩২৪ বর্গ সে.মি. উত্তর: ক
৭. পাঁচটি সংখ্যার গড় ৪৬। সংখ্যাগুলোর প্রথম চারটি সংখ্যার গড় ৪৫। পঞ্চম সংখ্যাটি কত?
ক. ৪৮ খ. ৪৯ গ. ৫০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ
৮. $০.১ \times ০.০৩ \times ০.৪ =$ কত? ক. ০.০১২ খ. ০.০০১২ গ. ১.২০ ঘ. ০.১২০ উত্তর: খ
৯. $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে $a^3 + b^3 = ?$
ক. ৯ খ. ২৭ গ. ১৪ ঘ. ১২ উত্তর: ক
১০. $x^3 - 2x, x^2 - 4$ ও $xy - 2y$ এর গ.সা.গু কত?
ক. $(x+2)$ খ. $(x-2)$ গ. $(x+4)$ ঘ. $x(x-2)$ উত্তর: খ
১১. একটি কাজ ৩০ জন লোক ২০ দিনে সম্পন্ন করে। কাজ শুরু ১০ দিন পর ১০ জন লোক চলে গেলে বাদ বাকী কাজ কত দিনে শেষ হবে?
ক. ২০ দিনে খ. ১২ দিনে গ. ১৫ দিনে ঘ. ২৪ দিনে উত্তর: গ
১২. নিচের কোনটি বড়?
ক. $১৫/১৫$ খ. $১/১৫$ গ. ১.২৫ ঘ. ০.১৫ উত্তর: গ
১৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১০ সে.মি. এবং ২০ সে.মি। উহার সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত?
ক. ৬০ সে.মি. খ. ৩০ গ. ৪০ সে.মি. ঘ. ৫২ সে.মি. উত্তর: গ
১৪. 85° এর সম্পূরক কোণের মান কত?
ক. 135° খ. 185° গ. 35° ঘ. 85° উত্তর: ক
১৫. ৭২০ এর ৬.২৫% কত?
ক. ৩৭ খ. ৪৬.৮ গ. ৪৫ ঘ. ৪৯ উত্তর: গ
১৬. $a^2 - a - 56 = 0$ হলে, $a = ?$
ক. ৪, - 7 খ. ৪, 7 গ. - ৪, 7 ঘ. - ৪, - 7 উত্তর: ক
১৭. $9a^2 + 16b^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি বর্গরাশি হবে?
ক. $12ab$ খ. $16ab$ গ. $20ab$ ঘ. $24ab$ উত্তর: ঘ
১৮. পিতা পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৪০ বছর। ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৩ : ১ হলে পুত্রের বর্তমান বয়স কত?
ক. ৮ বছর খ. ৫ বছর গ. ১২ বছর ৭ বছর ঘ. উত্তর: খ
১৯. একটি ঘড়ি ৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো ঘড়িটি আরো ৮০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ৮% লাভ হতো। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত? ক. ৪০০ টাকা খ. ৪৬০ টাকা গ. ৫০০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা উত্তর: গ
২০. ১৫ টি ছাগলের মূল্য ৩টি গরুর মূল্যের সমান। ২০টি ছাগলের পরিবর্তে কয়টি গরু পাওয়া যাবে?
ক. ৪টি খ. ৫টি গ. ৬টি ঘ. ১০টি উত্তর: ক