সম্ভাব্যতা (Probability)

Probability হলো কোনো কিছু ঘটার সম্ভাবনা। যদি কোনো ঘটনা ঘটার কোনো প্রকার Chance না থাকে তাহলে ঐ ঘটনা ঘটার Probability হবে '0'। পক্ষান্তরে ঐ ঘটনা যদি নিশ্চিত ঘটার Chance থাকে তাহলে ঐ ঘটনা ঘটার Probability হবে 100% বা 1। তাই Probability-র মান সব সময় 0 থেকে 1 এর মধ্যে থাকে।

যেমন: আপনার প্রিয় একটি বই বাংলা একাডেমিতে পুরস্কারের জন্য মনোনীত হয়েছে এবং সেই সাথে আরো দুটি বই মনোনীত হয়েছে। এখন এই তিনটির মধ্যে আপনার প্রিয় বইয়ের পুরস্কার লাভ করার Probability হলো $\frac{1}{3}$ ।

সুতরাং Probability হলো একটি ভগ্নাংশ যার উপরে থাকবে ঐ ঘটনা ঘটার সংখ্যা এবং নিচে থাকবে মোট ঘটনা ঘটার সংখ্যা।

সুতরাং Probability কে এভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায়:

$$\textbf{Probability বা সম্ভাবনা} = \frac{\textbf{কোনো ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\textbf{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$$

কোনো পরীক্ষণে কোনো ঘটনা ঘটার অনুকূল ফলাফল সর্বনিম্ন শূন্য এবং সর্বোচ্চ n (সমগ্র সম্ভাব্য ঘটনাবলি) হতে পারে। যখন কোনো ঘটনার অনুকূল ফলাফলের মান শূন্য হয় তখন সম্ভাবনার মান 0 হয়। আর যখন অনুকূল ফলাফলের মান n হয় তখন সম্ভাবনার মান 1 হয়। এ কারণে সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে থাকে।

Type-1 : সম্ভাব্যতা সম্পর্কিত সাধারণ সমস্যা

সম্ভাবনার সাধারণ সূত্র তথা কোন ঘটনার অনুকূল ফলাফল এবং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফলের অনুপাত ব্যবহার করে এই সম্পর্কিত সমস্যাগুলো সমাধান করতে হবে।

দুটি দল P ও Q এর মধ্যে অনুষ্ঠিত কোনো ফুটবল প্রতিযোগিতায় P বা Q দলের জয়লাভ করার সম্ভাবনা কত?

প্রতিযোগিতায় জয় পরাজয় ও ড্র এই তিন ফলাফলের যে কোনো একটি P ও Q দলের পক্ষে আসবে। সুতরাং P দলের জয়লাভের সম্ভাবনা হবে $\frac{1}{3}$ অর্থাৎ তিনটি ঘটনা হতে 1 টি।

জেনে রাখুন:

ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা + ঘটনা না ঘটার সম্ভাবনা = 1

মনে রাখতে হবে:

দুইটি ঘটনা যদি 'এবং' বা 'ও' দ্বারা সম্পর্কিত থাকে তখন একসাথে সম্ভাবনা বের করার ক্ষেত্রে উভয়ের সম্ভাবনা গুণ (×) করতে হবে। আর 'অথবা' দ্বারা সম্পর্কযুক্ত হলে যোগ (+) করতে হবে। যেমন: A ও B দুটি ঘটনা হলে,

A এবং B ঘটনার সম্ভাবনা = P(A) × P(B)

A অথবা B ঘটনার সম্ভাবনা = P(A) + P(B)

এবং, ও = গুণ (×)
অথবা, বা = যোগ (+)

Type-1 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

১. রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনা কত?
[খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক-২০১২]

K ১ L ০
M $\frac{১}{২}$ N $\frac{১}{৪}$ Q

ব্যাখ্যা *রাতের বেলা সূর্য দেখার কোনো সম্ভাবনা নেই। অর্থাৎ সম্ভাবনা 0।*

২. চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{৪}{৫}$ হলে চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা কত? *[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল) ২০১৬]*

K $\frac{১}{৫}$ L $\frac{২}{৫}$
M $\frac{৩}{৫}$ N $\frac{৪}{৫}$ P

ব্যাখ্যা *চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা* $= \frac{৪}{৫}$

$\therefore$ *চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা* $= \left(১ - \frac{৪}{৫}\right) = \frac{৫-৪}{৫} = \frac{১}{৫}$

৩. বিশ্বকাপ ফুটবলের ১ম পর্বে আর্জেন্টিনা দুটি ম্যাচ খেললো, একটিতেও না হাবার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{4}{7}$ L $\frac{4}{9}$
M $\frac{3}{7}$ N $\frac{5}{9}$ Q

ব্যাখ্যা *সম্ভাব্য ফলাফল ৩টি, জয়, ড্র ও হার।*

১ম ম্যাচে না হারার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$

২য় ম্যাচেও না হারার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$

$\therefore$ *1 টিতেও না হারার সম্ভবনা* $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

৪. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১৫ জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[৩৬তম বিসিএস]*

K 1 L $\frac{5}{7}$
M $\frac{2}{7}$ N $\frac{1}{7}$ R

ব্যাখ্যা *সপ্তাহের 7 দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয় 5 দিন।*

$\therefore$ *বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা* $= \frac{5}{7}$

$\therefore$ *বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা* $= \left(1 - \frac{5}{7}\right) = \frac{7-5}{5} = \frac{2}{7}$

অর্থাৎ বৃষ্টি হওয়া ও না হওয়ার সম্ভাবনা মিলে 1 হয় এবং বৃষ্টি না হওয়া দুদিনের যেকোনো একদিন হলো বুধবার।

৫. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০২২ সালের মে মাসে চতুর্থ সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট ৫ দিন। ঐ সপ্তাহে রবিবারে বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
[প্রাইমারি সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০ (৩য় ধাপ)]

K $\frac{৫}{৭}$ L $\frac{২}{৭}$
M $\frac{১}{৭}$ N ১ Q

ব্যাখ্যা *সপ্তাহের ৭ দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয় ৫ দিন।*

$\therefore$ *বৃষ্টি হওয়ায় সম্ভাবনা* $= \frac{৫}{৭}$

$\therefore$ *রবিবার বৃষ্টি না হওয়ায় সম্ভাবনা* $= \left(১ - \frac{৫}{৭}\right) = \frac{৭-৫}{৭} = \frac{২}{৭}$

অর্থাৎ বৃষ্টি হওয়া ও না হওয়ার সম্ভাবনা মিলে ১ হয় এবং বৃষ্টি না হওয়া দুদিনের থেকে যেকোনো একদিন হলো রবিবার।

Type-2 : মুদ্রা ও ছক্কা সম্পর্কিত

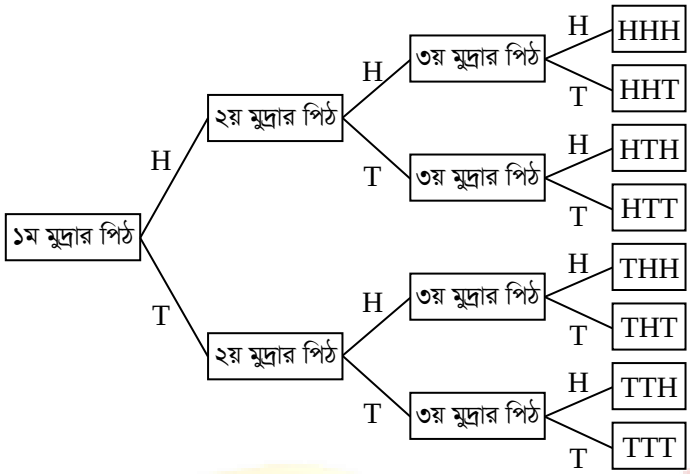
➲ **মুদ্রা:** একটি মুদ্রার দুটি পাশ থাকে।
H = Head বা হেড ও T = Tail বা টেল।
একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে মোট সম্ভাব্য ঘটনার সংখ্যা 2।
একবার H আসার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ এবং
একবার T আসার সম্ভাবনাও $\frac{1}{2}$

➲ **ছক্কা:** একটি ছক্কা (Dice) এর ছয়টি পার্শ্ব থাকায় প্রতিবার নিক্ষেপে মোট সম্ভাব্য ফলাফল ৬টি। এভাবে একাধিকবার নিক্ষেপে একাধিক এর ৬ এর Power হিসেবে ফলাফল পাওয়া যাবে।
কোনো মুদ্রা বা ছক্কা একাধিকবার নিক্ষেপ করা হলে তার মোট ফলাফলের সম্ভাব্যতা বের করার সূত্র হচ্ছে $= n^x$
এখানে, n = মুদ্রা বা ছক্কার যতটি দিক
x = যত বার নিক্ষেপ করা হয়।
একটি ছক্কা দুইবার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল সংখ্যা $6^2 = 36$ টি
একটি ছক্কা তিনবার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল সংখ্যা $6^3 = 216$ টি

উদাহরণ: 3টি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে কয়টি নমুনা ক্ষেত্র তৈরি হয়?

সমাধান:

কোনো দৈব পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল নিয়ে গঠিত সেটকে নমুনাক্ষেত্র বলে। নমুনাক্ষেত্রের প্রতিটি উপাদানকে বলে ফলাফলের নমুনা বিন্দু।



নমুনাক্ষেত্রটি হলো: {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

মোট নমুনা বিন্দু 8 টি এবং এদের যেকোনো একটি ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{8}$ ।

১. 1টি টেল পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {HHT, HTH, THH} = 3 টি।

$\therefore$ 1 টি টেল পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{8}$

২. 3টিই হেড পাওয়ার অনুকূল ঘটনা {HHH} = 1 টি।

$\therefore$ 3টিই হেড পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{8}$

৩. কমপক্ষে 1টি টেল পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো HHH ছাড়া বাকি সবগুলো অর্থাৎ {HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

$\therefore$ কমপক্ষে 1টি টেল পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{8}$ ।

Type-2 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৬. যদি দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপ করা হয় তাহলে একটি head এবং অন্যটি tail উঠার সম্ভাবনা কত? *[Pubali Bank Ltd So 2013]*

K $\frac{1}{4}$ L $\frac{1}{3}$

M $\frac{1}{2}$ N $\frac{3}{4}$ R

ব্যাখ্যা *এক্ষেত্রে সম্ভাব্য 4 টি ঘটনা: HH, HT, TH, TT*

পছন্দনীয়/গ্রহণযোগ্য ঘটনাটি: HT, TH

$\therefore$ *সম্ভাবনা* = $\frac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

৭. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{3}{2}$ L $\frac{2}{3}$

M $\frac{7}{4}$ N $\frac{1}{2}$ Q

ব্যাখ্যা *একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো: 1, 2, 3, 4, 5, 6। ছক্কাটি নিরপেক্ষ হলে ফলাফলগুলো সম্ভাব্য হবে অর্থাৎ যেকোনো ফলাফল আসার সম্ভাবনা সমান।*

এখানে, জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হলো: 2, 3, 4, 6।

এদের যেকোনো একটি সংখ্যা আসলেই তা জোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

সুতরাং অনুকূল ফলাফল = 4

$\therefore$ *P(জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা)* = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

৮. দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে প্রথম মুদ্রায় H এবং ২য় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা কত?

[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক ২০০৬]

K $\frac{১}{৪}$ L $\frac{১}{৩}$

M $\frac{১}{২}$ N ১ P

ব্যাখ্যা *দুটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল পাওয়ার সম্ভাব্যতা = $২^2 = 4$ টি*
ফলাফলগুলো হলো: HH, HT, TH, TT = ৪ টি
[এখানে, H = Head, T = Tail]
ফলাফলগুলোর মধ্যে ১ম টিতে H ও পরেরটিতে T আছে, কেবল একটিতে = HT
∴ ১ম মুদ্রায় H ও পরের মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা = $\frac{১}{৪}$ ।

৯. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলে ছক্কার ৫ এবং মুদ্রার H আসার সম্ভাবনা কত?
[পরিবেশ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক, পরিবেশ ও বন মন্ত্রণালয়]

K $\frac{১}{২}$ L $\frac{১}{৪}$
M $\frac{৫}{১২}$ N $\frac{১}{১২}$ S

ব্যাখ্যা *১টি ছক্কা নিক্ষেপে ৬টি ফলাফল আসতে পারে: {১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬}*
আবার, ১টি মুদ্রা নিক্ষেপে ২টি ফলাফল আসতে পারে: {H অথবা T}
∴ নমুনা ক্ষেত্র বা সকল ফলাফলের সেট {১H, ১T, ২H, ২T, ৩H, ৩T, ৪H, ৪T, ৫H, ৫T, ৬H, ৬T}
এখানে মোট নমুনা বিন্দু ১২টি।
∴ ছক্কায় ৫ ও মুদ্রায় H অর্থাৎ ৫H আসার সম্ভাবনা = $\frac{১}{১২}$

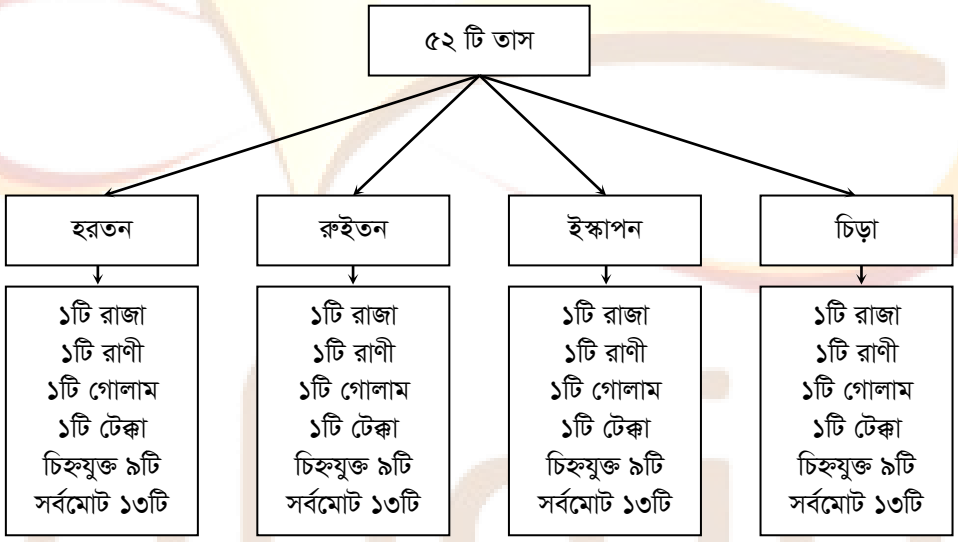
১০. একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে 3 উঠার সম্ভাবনা কোনটি?

K $\frac{1}{6}$ L $\frac{1}{3}$
M $\frac{2}{3}$ N $\frac{1}{2}$ P

ব্যাখ্যা *একটি ছক্কা নিক্ষেপে মোট সম্ভাব্য ফলাফল: {1, 2, 3, 4, 5, 6} = 6টি*
অর্থাৎ 3 উঠার ঘটনা 1টি।
সুতরাং 3 উঠার সম্ভাবনা $P(3) = \frac{3 \text{ উঠার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{1}{6}$

Type-3 : তাসের সম্ভাব্যতা

একটি তাসের প্যাকেটে মোট ৫২টি তাস থাকে। এদেরকে চারটি ভাগে ভাগ করা যায়।



যেমন: এক প্যাকেট তাস হতে একটি তাস দৈবভাবে নেয়া হলে তাসটি–

a) রুইতন হওয়ার সম্ভাবনা কত?
b) রাণী হওয়ার সম্ভাবনা কত?
c) লাল হওয়ার সম্ভাবনা কত?
d) হরতন বা রুইতন হবার সম্ভাবনা কত?

সমাধান:

a) যেহেতু প্যাকেটে রুইতন তাসের সংখ্যা = ১৩টি
∴ তাসটি রুইতন হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১৩}{৫২} = \frac{১}{৪}$

b) যেহেতু প্যাকেটে রাণী তাসের সংখ্যা = ৪টি
∴ তাসটি রাণী হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৪}{৫২} = \frac{১}{১৩}$

c) যেহেতু প্যাকেটে লাল তাসের সংখ্যা = ২৬টি
∴ তাসটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{২৬}{৫২} = \frac{১}{২}$

d) যেহেতু হরতন তাসের সংখ্যা = ১৩টি
রুইতন তাসের সংখ্যা = ১৩টি
∴ হরতন বা রুইতন হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১৩}{৫২} + \frac{১৩}{৫২} = \frac{২৬}{৫২} = \frac{১}{২}$
[∵ বা হলে যোগ হয়]

Type-3 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

১১. ১ প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে একটি তাস নেয়া হল। তাসটি হরতন হওয়ার সম্ভাবনা কত?
[কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ বুরোর উপপরিচালক ২০০৭]

K $\frac{২}{৪}$ L $\frac{৩}{৪}$

M $\frac{১}{৫}$ N $\frac{১}{৪}$ S

ব্যাখ্যা *১টি প্যাকেটে তাস থাকে ৫২টি, এর মধ্যে হরতন থাকে ১৩টি।*
∴ ১ প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে ১টি তাস নেওয়া হলে হরতন হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{১৩}{৫২} = \frac{১}{৪}$ *।*

১২. এক প্যাকেট কার্ড থেকে একটি রাজা নেয়ার পর আবার একটি কার্ড নেয়া হলো, পরবর্তী কার্ডটি Hearts এর রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{1}{52}$ L $\frac{1}{26}$

M $\frac{1}{13}$ N $\frac{1}{51}$ S

ব্যাখ্যা *প্রথমেই একটি রাজা নেয়াতে আর কার্ড থাকলো 51টি। সেখানে আরো তিনটি রাজা থাকলেও Hearts এর রাজা আছে মাত্র একটি।*

১৩. এক প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে 2টি তাস নেয়া হল। তাস দুটি রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[সোনালী ব্যাংক অফি: ২০১৫]*

K $\frac{2}{222}$ L $\frac{1}{223}$

M $\frac{1}{221}$ N $\frac{2}{213}$ R

ব্যাখ্যা *এক প্যাকেট থেকে দৈবভাবে 2টি তাস নিতে বলায় এখানে সমাবেশের ধারণা বা সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।*
1 প্যাকেটে তাস থাকে 52 টি।

∴ 52 টি থেকে 2 টি তাস নেওয়ার উপায় $^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{1 \times 2} = 1326$

1 প্যাকেটে রাজা থাকে 4টি।

∴ 4টি রাজা থেকে 2টি নেওয়ার উপায় $^{4}C_2 = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$

∴ সম্ভাবনা $= \frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$

Type-4 : বাক্স, বল, ঝুড়ি ও মার্বেল

এই সম্পর্কিত সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে বাক্সের বা ঝুড়িতে থাকা মোট বল বা মার্বেলের সংখ্যা যোগ করে মোট ফলাফল বের করতে হবে।

যেমন: একটি বাক্সে ২ টি লাল, ৩টি হলুদ এবং ৫টি কালো বল আছে। তাহলে হলুদ বল পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{৩}{১০}$ তাহলে হলুদ বল না পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{২+৫}{১০} = \frac{৭}{১০}$ (কারণ যখন লাল ও কালো বল আসবে তখন হলুদ বল আসবে না।)

এখন এই পাওয়া ও না পাওয়ার সম্ভাবনা যোগ করলে সব সময় ১ হবে। যেমন: $\frac{৩}{১০} + \frac{৭}{১০} = \frac{১০}{১০} = ১$

একাধিক বার ফলাফল প্রাপ্তি সম্পর্কিত সমস্যায় প্রত্যেকবারের সম্ভাবনা বের করে গুণ করে মোট সম্ভাবনা বের করতে হবে।

যেমন: একটি ব্যাগে ৪টি সাদা, ২টি লাল ও ৩টি কালো বল রয়েছে।

৪ সাদা
২ লাল
৩ কালো

i. তিনটি বল তোলা হলে প্রত্যেকটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ii. তিনটি সাদা না হওয়ার সম্ভবনা কত?

সমাধান:

i. তিনটি তোলার জন্য আদালা আলাদাভাবে প্রত্যেকবার কালো হওয়ার সম্ভবনা বের করে গুণ করতে হবে।
সম্ভাবনা = ১ম বার কালো বল উঠা × ২য় বার কালো বল উঠা × ৩য় বার কালো বল উঠা
১ম বার কালো:
একদম শুরুতে মোট কালো বল = ৩টি
মোট বল = ৯টি

∴ ১ম বার কালো উঠার সম্ভাবনা $= \frac{৩}{৯} = \frac{১}{৩}$

২য় বারও কালো:
প্রথমে ১টি কালো বল নিয়ে নেওয়ার পর অবশিষ্ট কালো বল = ২টি
অবশিষ্ট মোট বল = ৮টি

∴ ২য় বারে কালো উঠার সম্ভাবনা $= \frac{২}{৮} = \frac{১}{৪}$

৩য় বারও কালো:
১ম ও ২য় বার ১টি করে মোট ২টি কালো বল তুলে ফেলার পর বাক্সে অবশিষ্ট মোট কালো বল = ১টি
অবশিষ্ট মোট বল = ৭টি

$\therefore$ ৩য় বারে কালো উঠার সম্ভাবনা $= \frac{১}{৭}$

$\therefore$ তিনবারই কালো উঠার সম্ভাবনা $= ১$ম বার $\times$ ২য় বার $\times$ ৩য় বার

$$= \frac{১}{৩} \times \frac{১}{৪} \times \frac{১}{৭} = \frac{১}{৮৪}$$

ii. **তিনটি বলই সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা:**

তিনবারই সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা = ১ম বার সাদা না হওয়া $\times$ ২য় বার সাদা না হওয়া $\times$ ৩য় বার সাদা না হওয়া

$$= \frac{\text{সাদা বাদে মোট বল}}{\text{মোট বল}} \times \frac{\text{১টি নেওয়ার পর সাদা বাদে মোট বল}}{\text{১টি নেওয়ার পর মোট বল}} \times \frac{\text{২টি নেওয়ার পর সাদা বাদে মোট বল}}{\text{২টি নেওয়ার পর মোট বল}}$$

$$= \frac{৫}{৯} \times \frac{৪}{৮} \times \frac{৩}{৭} = \frac{৫}{\cancel{৯}_{৩}} \times \frac{\cancel{৪}}{\cancel{৮}_{২}} \times \frac{\cancel{৩}}{৭} = \frac{৫}{৪২}$$

Type-4 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

১৪. একটি থলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটা বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত? *[৩৭তম বিসিএস]*

K $\frac{2}{3}$ L $\frac{1}{3}$

M $\frac{3}{4}$ N $\frac{1}{4}$ P

ব্যাখ্যা *থলিতে থাকা মোট বল সংখ্যা = (6 + 8 + 10) = 24 টি*
আবার, নীল ও কালো বল উঠতে পারে (6 + 10) = 16 বার

$\therefore$ সাদা বল না হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{16}{24}$ [8 দিয়ে ভাগ করে]

$$= \frac{2}{3}$$

১৫. একটি ঝুড়িতে 6টি আপেল এবং 3টি কমলা আছে। কমপক্ষে একটি কমলা নিশ্চিতভাবে পেতে কতগুলো ফল তুলতে হবে? *[M.T.B.L Off: 13]*

K 1 L 2

M 4 N 7 Q

ব্যাখ্যা *ঝুড়িতে থাকা 6 টি আপেল ও 3 টি কমলার মধ্য থেকে 6 টি আপেল তুলে নেওয়ার পর আর 1টি ফল উঠালেই কমলা পাওয়া যাবে।*
$\therefore$ কমপক্ষে 1টি কমলাসহ মোট ফল উঠাতে হবে (6 + 1) = 7টি

১৬. একটি থলিতে ১২টি নীল বল, ১৪টি সাদা বল এবং ২২টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি নীল না হবার সম্ভাবনা কত? *[অগ্রণী ব্যাংক সিনিয়র অফিসার: ২০১৪]*

K $\frac{২}{৩}$ L $\frac{১}{৩}$

M $\frac{৩}{৪}$ N $\frac{১}{৪}$ R

ব্যাখ্যা *থলিতে মোট বল আছে = (১২ + ১৪ + ২২) = ৪৮টি এবং এর মধ্যে নীল বল ১২টি।*

$\therefore$ নীল বল উঠার সম্ভাবনা $= \frac{১২}{৪৮} = \frac{১}{৪}$

$\therefore$ নীল বল না উঠার সম্ভাবনা $= \left(১ - \frac{১}{৪}\right) = \frac{৪ - ১}{৪} = \frac{৩}{৪}$

১৭. একটি ঝুড়িতে ২০টি কলম, ৩০টি পেন্সিল এবং ২৫টি রাবার আছে। দৈবভাবে একটি জিনিস উঠালে উক্ত জিনিসটি কলম বা পেন্সিল হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের সাইফার অফিসার: ২০১২]*

K $\frac{২}{৩}$ L $\frac{১}{২}$

M $\frac{৩}{২}$ N $\frac{১}{৪}$ P

ব্যাখ্যা *ঝুড়িতে মোট কলম, পেন্সিল ও রাবার = (২০ + ৩০ + ২৫) = ৭৫টি*
কলম ও পেন্সিল মোট = (২০ + ৩০) = ৫০ টি।
$\therefore$ দৈবভাবে ১টি উঠালে তা কলম বা পেন্সিল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{৫০}{৭৫} = \frac{২}{৩}$

১৮. একটি বক্সে 8টি লাল, 7টি নীল, এবং 6টি সবুজ বল আছে। দৈবভাবে 1টি বল নেয়া হলে বলটি লাল বা সবুজ কোনটিই না হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[BB Cash Officer- 11]*

K $\frac{1}{3}$ L $\frac{3}{4}$

M $\frac{7}{19}$ N $\frac{8}{21}$ P

ব্যাখ্যা *বক্সে মোট বল = (8 + 7 + 6) = 21টি।*
দৈবভাবে নেওয়া বলটি লাল বা সবুজ না হলে অবশ্যই নীল হবে। অর্থাৎ বলটি নীল হলে লাল বা সবুজ না হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।
নীল বলের সংখ্যা 7টি।
$\therefore$ দৈবভাবে নেওয়া বলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা অথবা লাল বা সবুজ না হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

১৯. একটি পাত্রে 13টি লাল ও 7টি সবুজ রংয়ের মার্বেল আছে। দৈবভাবে একটি মার্বেল নির্বাচন করলে তা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[Bank Asia Ltd MTO- 2011]*

K 0.5 L 1.0
M 0.35 N 0.65 R

ব্যাখ্যা *মোট মার্বেল = (13 + 7) = 20 টি*
∴ দৈবভাবে মার্বেল নিলে ফলাফল 20 টি।
সবুজ মার্বেল 7 টি।
∴ দৈবভাবে নির্বাচন করলে সবুজ মার্বেল পাওয়ার
সম্ভাবনা $= \frac{7}{20} = \frac{7 \times 5}{20 \times 5}$ *[লব ও হরকে 5 দিয়ে গুণ]*
$= \frac{35}{100} = 0.35$

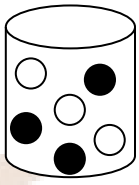
Type-5 : সম্ভাবনার সূত্র সম্পর্কিত

➲ **বর্জনশীল:**
দুটি ঘটনা একই সাথে ঘটা সম্ভব না। যেমন: একটি ছক্কা নিক্ষেপে একই সাথে 1 ও 5 আসা সম্ভব না।
বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
কারণ $P(A \cap B) = 0$ [∵ কোনো কমন পয়েন্ট থাকে না]

➲ **অর্বজনশীল:**
দুটি ঘটনা একই সাথে ঘটা সম্ভব। এক্ষেত্রে উভয় ঘটনার কমন পয়েন্ট বিদ্যমান থাকে।
অর্বজনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ [কমন পয়েন্ট বিয়োগ]

➲ **স্বাধীন ঘটনা:**
স্বাধীন ঘটনা ঘটার ক্ষেত্রে অন্য কোনো ঘটনার উপর নির্ভর করে না। যেমন: একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করা হলে প্রথমবার Head আসলো।
দ্বিতীয়বার নিক্ষেপে কি Head আসবে না Tail আসবে তা প্রথমবারের ফলাফলের উপর নির্ভর করে না। তেমনি প্রথমবারে কি আসবে তা ২য় বারের ফলাফলের উপর নির্ভর করে না। তাই এরা উভয়ই স্বাধীন ঘটনা।
স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে: $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

➲ **অধীন ঘটনা:**
যে ঘটনা ঘটার ক্ষেত্রে ফলাফল অন্য কোনো ঘটনার উপর নির্ভর করে। যেমন: যদি কোনো বাক্সে 3টি সাদা ও 3টি কালো বল থাকে। প্রথম যদি একটি বল তুলে নেওয়া হয়, তাহলে ২য় বারের দৈবচয়নে প্রথমবার কোন বল উঠেছিলো তা প্রভাব ফেলবে। কারণ প্রথমবার কালো বল উঠে গেলে ২য় বার আবার কালো বল উঠার সম্ভাবনা হবে $\frac{2}{5}$। আর যদি প্রথমবার সাদা বল উঠতো তাহলে ২য় বার কালো বল হওয়ার সম্ভাবনা হতো $\frac{3}{5}$। কারণ তখন 3টি কালো বলই বাক্সে বিদ্যমান থাকতো। এক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে ২য় বার বল উঠার সম্ভাবনা প্রথমবারের ফলাফলের উপর নির্ভরশীল।
A যদি কালো বলা উঠার ঘটনা ও B যদি সাদা বলা উঠার ঘটনা হয়। তাহলে,
১ম বার কালো বল ও ২য় বার সাদা বল উঠার সম্ভবনা, A ঘটার সাপেক্ষে B ঘটার সম্ভাবনা: $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
১ম বার সাদা বল ও ২য় বার কালো বল উঠার সম্ভবনা, B ঘটার সাপেক্ষে A ঘটার সম্ভাবনা: $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$



Type-5 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

২০. $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{2}{3}$; A ও B স্বাধীন হলে $P\left(\frac{B}{A}\right)$ = কত?
[৪২তম বিসিএস (বিশেষ)]

K $\frac{3}{4}$ L $\frac{2}{3}$
M $\frac{1}{3}$ N $\frac{1}{4}$ Q

ব্যাখ্যা *দেওয়া আছে,* $P(A) = \frac{1}{3}$ *এবং* $P(B) = \frac{2}{3}$
আমরা জানি, A ও B অধীন ঘটনা হলে,
$P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$
$\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
যেহেতু A ও B স্বাধীন ঘটনা,
সুতরাং আমরা পাই, $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A).P(B)}{P(A)}$
$= P(B) = \frac{2}{3}$

২১. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cup B)$ কত? *[৪৪তম বিসিএস]*

K $\frac{3}{4}$ L $\frac{1}{3}$

M $\frac{5}{6}$ N কোনটিই নয় R

ব্যাখ্যা *যেহেতু $P(A)$ ও $P(B)$ স্বাধীন।*

তাই $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

$= \frac{4 + 9 - 3}{12}$

$= \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

২২. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, A & B স্বাধীন, $P(A \cup B)$ = ?

K $\frac{5}{12}$ L $\frac{3}{12}$

M $\frac{7}{12}$ N None S

ব্যাখ্যা $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - P(A).P(B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}.\frac{3}{4}$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

২৩. যদি A ও B দুটি পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা হয় এবং $P(A) = 0.15$ ও $P(B) = 0.30$ হয়, তবে $P(A \cap B)$ এর মান কত হবে?

K 0.30 L 0.045

M 1.30 N 1.0 Q

ব্যাখ্যা $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.15 \times 0.30 = 0.045$

Type-6 : সংখ্যা সম্পর্কিত সম্ভাবনা

মৌলিক সংখ্যা, পূর্ণবর্গ সংখ্যা, জোড়, বিজোড়, বিভাজ্যতা এসব সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা থাকলে নিমিষেই এই সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করে ফেলতে পারবেন।

যেমন: 1, 0, 2 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলো থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেওয়া হলে সেটি 10 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান:

1, 0, 2 দ্বারা গঠিত তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলো হলো 102, 120, 210, 201

এদের মাঝে 10 দ্বারা বিভাজ্য 120 ও 210

$\therefore$ 10 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Type-6 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

২৪. ২৯ থেকে ৩৮ পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে ইচ্ছামত বেছে নিলে সেটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[৪৫তম বিসিএস]*

K $\frac{১}{২}$ L $\frac{১}{৩}$

M $\frac{৩}{১০}$ N $\frac{৭}{১০}$ R

ব্যাখ্যা *২৯ থেকে ৩৮ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ১০*

মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: ২৯, ৩১, ৩৭ অর্থাৎ ৩টি

মৌলিক পাওয়ার সম্ভবনা: $\frac{৩}{১০}$

২৫. ৯টি কাগজের টুকরায় ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার পর একটি টুপিতে রাখা হলো। যদি টুপি থেকে ১টি কাগজ দৈবভাবে তোলা হয়, তাহলে কাগজটিতে জোড় নাম্বার থাকার সম্ভাবনা কত? *[Trust Bank, MTO-15]*

K $\frac{১}{৯}$ L $\frac{২}{৯}$

M $\frac{৪}{৯}$ N $\frac{১}{২}$ R

ব্যাখ্যা *১ থেকে ৯ পর্যন্ত মোট সংখ্যা ৯ টি।*

এদের মধ্যে জোড় সংখ্যা (even number) = ২, ৪, ৬, ৮ মোট 8 টি

$\therefore$ দৈবভাবে জোড় সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা = $\frac{৪}{৯}$

২৬. ৯টি কাগজের টুকরায় ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার পর একটি বক্সে রাখা হলো। যদি বক্স থেকে ১টি কাগজ দৈবভাবে তোলা হয় তাহলে কাগজটিতে ৬ এর থেকে বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

[IBA MBA 2010-11]

K $\frac{১}{৯}$ L $\frac{১}{৩}$

M $\frac{২}{৯}$ N $\frac{৫}{৯}$ Q

ব্যাখ্যা *১ থেকে ৯ পর্যন্ত মোট সংখ্যা ৯ টি।*

এদের মধ্যে ৬ অপেক্ষা বড় সংখ্যা ৭, ৮, ৯ মোট ৩ টি।

∴ দৈবভাবে তুললে ৬ অপেক্ষা বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা $= \frac{৩}{৯} = \frac{১}{৩}$

২৭. ১ থেকে ১৫ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্য থেকে দৈবভাবে ২ জন ছাত্র নির্বাচন করলে ২ জনের রোল নম্বর বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{৮}{১৫}$ L $\frac{৩}{৫}$

M $\frac{৪}{১৫}$ N $\frac{২}{৫}$ R

ব্যাখ্যা *১ থেকে ১৫ পর্যন্ত সংখ্যার মধ্যে বিজোড় সংখ্যা = ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩, ১৫ মোট ৮ টি।*

∴ ১ম ছাত্রের রোল বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{৮}{১৫}$

∴ ২য় ছাত্রের রোল বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{৮-১}{১৫-১} = \frac{৭}{১৪}$

[একজন আগে নেওয়ায় মোট থেকে ১ জন কমে এবং বিজোড় রোলও ১টি কমে]

∴ ২ জনের রোল বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{৮}{১৫} \times \frac{৭}{১৪} = \frac{৪}{১৫}$

Written Preparation

২৮. আবহাওয়া দপ্তর থেকে পাওয়া রিপোর্ট অনুযায়ী জুলাই মাসে ঢাকা শহরে ২১ দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে ৪ঠা জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক: ২০০৫]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]***

জুলাই মাসে ৩১ দিন। এই ৩১ দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয় ২১ দিন।

এক্ষেত্রে মোট ফলাফল ৩১ এবং সম্ভাবনার অনুকূল ফলাফল ২১।

∴ ৪ জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{২১}{৩১}$

২৯. 500 জন লোকের উপর জরিপ করে দেখা গেল যে, তাদের মধ্যে 50 জন অবজারভার পড়ে না এবং 25 জন ইত্তেফাক পড়ে না। আবার 10 জন দুটি পত্রিকার কোনটিই পড়ে না। একজন লোক নির্বিচারে নেওয়া হলো। লোকটি ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না তার সম্ভাবনা কত?

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]***

ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না = 50 – 10 = 40 জন

ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অরজারভার পড়ে না এমন ঘটনার সেট A হলে,

$P(A) = \frac{\text{A-এর অনুকূল ফলাফল সংখ্যা}}{\text{সম্ভাব্য মোট ফলাফল সংখ্যা}} = \frac{40}{500} = \frac{2}{25}$

∴ নির্ণেয় লোকটি ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না তার সম্ভাবনা $\frac{2}{25}$ *।*

৩০. 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 40 জন গণিতে 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 10 জন উভয় বিষয়ে ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেওয়া হলো। তার পক্ষে (ক) গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাশ; (খ) কেবল এক বিষয়ে পাশ; (গ) বড়জোর এক বিষয়ে পাশ করার সম্ভাবনা কত?

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]***

শুধু গণিতে ফেল করে = (40 – 10) = 30

শুধু পরিসংখ্যানে ফেল করে = (20 – 10) = 10

শুধুমাত্র এক বিষয়ে অথবা দুই বিষয়ে ফেল করে

= (30 + 10 + 10) = 50

∴ উভয় বিষয়ে পাশ করে = 200 – 50 = 150

তাহলে, গণিতে পাশ করে = 200 – 40 = 160

পরিসংখ্যানে পাশ করে = 200 – 20 = 180

শুধুমাত্র গণিতে পাশ করে = 160 – 150 = 10

শুধুমাত্র পরিসংখ্যানে পাশ করে = 180 – 150 = 30

∴ এক বিষয়ে পাশ করে = (30 + 10) = 40

(ক) গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাশের সম্ভাবনা $= \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$

(খ) কেবল এক বিষয়ে পাশের সম্ভাবনা $= \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$

(গ) বড়জোর এক বিষয়ে পাশ করার সম্ভাবনা $= \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$

∴ $\frac{3}{20}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$

৩১. একটি বিশ্রাম রুমে 4 জন মহিলা ও 4 জন পুরুষ আছে। দৈবভাবে 2 জন প্রার্থী নির্বাচন করলে দুইজনই মহিলা হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[Exim Bank T.Of.- 2015, IBA-MBA Admission Test, November 2015 and BBA 2006-07]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]***

মোট প্রার্থী = (4 জন পুরুষ + 4 জন মহিলা) = 8 জন

দৈবভাবে নির্বাচন করলে প্রথম 1 জন মহিলা আসার সম্ভাবনা $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

1 জন নির্বাচিত হলে প্রার্থী বাকি থাকে (8 – 1) = 7 জন এবং মহিলা থাকে (4 – 1) = 3 জন

তখন 1 জন নিলে মহিলা আসার সম্ভাবনা $= \frac{3}{7}$

$\therefore$ *2 জন প্রার্থী নিলে 2 জনই মহিলা হওয়ার সম্ভাবনা* $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$

৩২. দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে প্রথম মুদ্রায় H এবং ২য় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা কত?
[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক ২০০৬]

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]***

দুটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= ২^2 = 4$ *টি*

ফলাফলগুলো হলো: HH, HT, TH, TT = ৪ টি

[এখানে, H = Head, T = Tail]

ফলাফলগুলোর মধ্যে ১ম টিতে H ও পরেরটিতে T আছে, কেবল একটিতে = HT

$\therefore$ *১ম মুদ্রায় H ও পরের মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা* $= \frac{১}{৪}$ ।

৩৩. এক প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে 2টি তাস নেয়া হল। তাস দুটি রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[সোনালী ব্যাংক অফি: ২০১৫]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-3 (MCQ) এর অনুরূপ]***

এক প্যাকেট থেকে দৈবভাবে 2টি তাস নিতে বলায় এখানে সমাবেশের ধারণা বা সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

1 প্যাকেটে তাস থাকে 52 টি।

$\therefore$ *52 টি থেকে 2 টি তাস নেওয়ার উপায়* ${}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{1 \times 2} = 1326$

1 প্যাকেটে রাজা থাকে 4টি।

$\therefore$ *4টি রাজা থেকে 2টি নেওয়ার উপায়* ${}^{4}C_2 = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$

$\therefore$ *সম্ভাবনা* $= \frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$

৩৪. একটি বাক্সে 5টি গোলাপি, 3টি সবুজ এবং 2টি হলুদ বল আছে। দৈবভাবে 3wট বল তোলা হলো। সবুজ বল না হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[8 Bank SO- 2018]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]***

বাক্সে মোট বল আছে = (5 + 3 + 2) = 10টি

সম্ভাবনা = ১ম বার সবুজ না উঠা × ২য় বার সবুজ বল না ওঠা × ৩য় বার সবুজ বল না ওঠা

$= \frac{\text{সবুজ বাদে বল}}{\text{মোট বল}} \times \frac{\text{অবশিষ্ট সবুজ বাদে বল}}{\text{১টি তোলার পর মোট বল}} \times \frac{\text{অবশিষ্ট সবুজ বাদে বল}}{\text{২টি তোলার পর মোট বল}}$

$= \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8}$

$= \frac{7}{\cancel{10}_{2}} \times \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{9}_{3}} \times \frac{\cancel{5}}{8} = \frac{7}{24}$

৩৫. পাপিয়ার পকেটে 16টি মার্বেল আছে। যার মধ্যে 8টি লাল, 4টি সবুজ এবং 4টি নীল। প্রত্যেক রংয়ের একটি করে মার্বেল পেতে তাকে কমপক্ষে কতটি মার্বেল নিতে হবে?
[Mutual Trust Bank MTO.- 2014]

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]***

পকেটের 8 টি মার্বেল লাল, 4 টি সবুজ ও 4 টি নীল।

16 টি মার্বেলের মধ্যে 8 টি লাল, 4 টি সবুজ ও 1 টি নীল অথবা 8 টি লাল, 4 টি নীল ও 1 টি সবুজ নিলে কমপক্ষে প্রত্যেক রঙের 1 টি করে মার্বেল নেওয়া হবে।

$\therefore$ *মোট মার্বেল নিতে হবে (8 + 4 + 1) = 13 টি। উল্লেখ্য 12টি মার্বেল নেওয়ার পরও নিশ্চিত হওয়া যাবে না সব রঙের মার্বেল এসেছে। কারণ লাল ও সবুজ অথবা লাল ও নীল রঙের মার্বেলই মোট 12টি। তাই সবগুলো লাল ও সবুজ মার্বেল নেওয়ার পর অন্তত 1টি নীল মার্বেল অথবা সবগুলো লাল ও নীল মার্বেল নেওয়ার পর অন্তত 1টি সবুজ মার্বেল নিতে হবে।*

৩৬. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cup B)$ কত? *[৪৪তম বিসিএস]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]***

যেহেতু P(A) ও P(B) স্বাধীন।

তাই $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

$= \frac{4 + 9 - 3}{12}$

$= \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

৩৭. একজন প্রকৌশলীর প্লামবিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{২}{৩}$ এবং ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{৫}{৯}$। যদি কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাবার সম্ভাব্যতা $\frac{৪}{৫}$ হয় তাহলে উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করুন। *[৪০তম বিসিএস লিখিত]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]***

প্লামবিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা, $P(A) = \frac{২}{৩}$

ইলেকট্রিক " " " " $P(B) = ১ - \frac{৫}{৯} = \frac{৪}{৯}$

কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাবার সম্ভাব্যতা, $P(A \cap B) = \frac{৪}{৫}$

∴ উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{২}{৩} + \frac{৪}{৯} - \frac{৪}{৫} = \frac{৩০ + ২০ - ৩৬}{৪৫} = \frac{১৪}{৪৫}$$

∴ উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{১৪}{৪৫}$।

৩৮. একজন ছাত্র একটি পরীক্ষায় A, B, C এবং D চারটি বিষয়ে অংশগ্রহণ করেন। সে তার পরীক্ষায় পাস করার সম্ভাব্যতা নির্ধারণ করে A বিষয়ে $\frac{4}{5}$, B বিষয়ে $\frac{3}{4}$, C বিষয়ে $\frac{5}{6}$ এবং D বিষয়ে $\frac{2}{3}$। যোগ্যতা প্রদর্শনে তাকে অবশ্যই A বিষয়ে এবং কমপক্ষে অন্য দুটি বিষয়ে পাশ করতে হবে। তার যোগ্যতার সম্ভাবনা বের করুন। *[৩৫তম বিসিএস লিখিত]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]***

দেওয়া আছে, A বিষয়ে পাসের সম্ভাবনা $P(A) = \frac{4}{5}$

B " " " $P(B) = \frac{3}{4}$

C " " " $P(C) = \frac{5}{6}$

D " " " $P(D) = \frac{2}{3}$

এখন, যোগ্যতা প্রদর্শনের জন্য অবশ্যই A বিষয়সহ তাকে অন্য যেকোনো দুটি বিষয়ে পাস করতে হবে। তাহলে অন্য যেকোনো দুটি বিষয়ে পাসের সম্ভাবনা,

B ও C বিষয়ে পাসের সম্ভাবনা $P(B \cap C) = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{8}$

C ও D বিষয়ে পাসের সম্ভাবনা $P(C \cap D) = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$

D ও B বিষয়ে পাসের সম্ভাবনা $P(D \cap B) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

সুতরাং A বিষয়সহ অন্য যেকোনো দুটি বিষয়ে পাসের সম্ভাবনা

$$= \frac{4}{5} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{36}$$

∴ তার যোগ্যতার সম্ভাবনা $\frac{5}{36}$।

৩৯. সেট A এবং সেট B থেকে 2টি সংখ্যা নির্বাচন করলে তাদের যোগফল 9 হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[AB Bank MTO- 2014]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-6 (MCQ) এর অনুরূপ]***

A ও B সেটের উপাদান সংখ্যা যথাক্রমে 4 ও 5।

∴ উভয় সেটের উপাদানগুলোর মধ্যে draw করলে মোট ফলাফল আসার সম্ভাবনা = $(4 \times 5) = 20$ টি

দুটি সেটের 2 টি সংখ্যা নির্বাচন করলে তাদের যোগফল 9 আসে এমন ফলাফল (2 + 7), (3 + 6), (4 + 5), (5, + 4), মোট 4টি।

∴ যোগফল 9 আসার সম্ভাবনা $= \frac{4}{20}$

$$= \frac{4 \times 5}{20 \times 5} \text{ [লব ও হরকে 5 দিয়ে গুণ]}$$

$$= \frac{20}{100} = 0.20$$

৪০. 1 থেকে 20 নাম্বার পর্যন্ত টিকেটগুলো মেশানোর পর একটি দৈব্য ভাবে নেয়া হলো। টিকেটটি 3 অথবা 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[Pubali Bank Ltd Junior Offi: 13]*

লিখিত পদ্ধতি ***[Type-6 (MCQ) এর অনুরূপ]***

1 থেকে 20 পর্যন্ত মোট সংখ্যা 20 টি।

এদের মধ্যে 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 3, 6, 9, 12, 15, 18

এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 5, 10, 15, 20

∴ 1 থেকে 20 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে 3 বা 5 দ্বারা বিভাজ্য মোট সংখ্যা = 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20 মোট 9 টি।

∴ সংখ্যাগুলোর মধ্যে 3 বা 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার

$$\text{সম্ভাবনা} = \frac{9}{20} = \frac{9 \times 5}{20 \times 5} \text{ [লব ও হরকে 5 দিয়ে গুণ]}$$

$$= \frac{45}{100} = 0.45$$

পূর্ণমান : ২০
সময়: ১৫ মিনিট

নিজেকে যাচাই করি

নম্বর	প্রস্তুতি
১৬-২০	খুব ভালো
১২-১৫	মোটামুটি
১২ এর নিচে	অধ্যায়টি আবার পড়ুন

১. রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনা কত?

K ১ L ০ M $\frac{১}{২}$ N $\frac{১}{৪}$

২. চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{৪}{৫}$ হলে চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{১}{৫}$ L $\frac{২}{৫}$ M $\frac{৩}{৫}$ N $\frac{৪}{৫}$

৩. বিশ্বকাপ ফুটবলের ১ম পর্বে আর্জেন্টিনা দুটি ম্যাচ খেললো, একটিতেও না হাবার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{4}{7}$ L $\frac{4}{9}$ M $\frac{3}{7}$ N $\frac{5}{9}$

৪. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১৫ জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K 1 L $\frac{5}{7}$ M $\frac{2}{7}$ N $\frac{1}{7}$

৫. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে জোড় সংখ্যা অথবা তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{3}{2}$ L $\frac{2}{3}$ M $\frac{7}{4}$ N $\frac{1}{2}$

৬. দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে প্রথম মুদ্রায় H এবং ২য় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা কত? *[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক ২০০৬]*

K $\frac{১}{৪}$ L $\frac{১}{৩}$ M $\frac{১}{২}$ N ১

৭. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলে ছক্কার ৫ এবং মুদ্রার H আসার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{১}{২}$ L $\frac{১}{৪}$ M $\frac{৫}{১২}$ N $\frac{১}{১২}$

৮. ১ প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে একটি তাস নেয়া হল। তাসটি হরতন হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{২}{৪}$ L $\frac{৩}{৪}$ M $\frac{১}{৫}$ N $\frac{১}{৪}$

৯. এক প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে 2টি তাস নেয়া হল। তাস দুটি রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{2}{222}$ L $\frac{1}{223}$ M $\frac{1}{221}$ N $\frac{2}{213}$

১০. একটি থলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটা বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{2}{3}$ L $\frac{1}{3}$ M $\frac{3}{4}$ N $\frac{1}{4}$

১১. একটি থলিতে ১২টি নীল বল, ১৪টি সাদা বল এবং ২২টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি নীল না হবার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{২}{৩}$ L $\frac{১}{৩}$ M $\frac{৩}{৪}$ N $\frac{১}{৪}$

১২. একটি ঝুড়িতে ২০টি কলম, ৩০টি পেন্সিল এবং ২৫টি রাবার আছে। দৈবভাবে একটি জিনিস উঠালে উক্ত জিনিসটি কলম বা পেন্সিল হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{২}{৩}$ L $\frac{১}{২}$ M $\frac{৩}{২}$ N $\frac{১}{৪}$

১৩. একটি বাক্সে 5টি গোলাপি, 3টি সবুজ এবং 2টি হলুদ বল আছে। দৈবভাবে 3টি বল তোলা হলো। সবুজ বল না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{2}{3}$ L $\frac{7}{24}$ M $\frac{4}{3}$ N $\frac{1}{3}$

১৪. $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{2}{3}$; A ও B স্বাধীন হলে $P\left(\frac{B}{A}\right)$ = কত?

K $\frac{3}{4}$ L $\frac{2}{3}$ M $\frac{1}{3}$ N $\frac{1}{4}$

১৫. যদি A ও B দুটি পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা হয় এবং $P(A) = 0.15$ ও $P(B) = 0.30$ হয়, তবে $P(A \cap B)$ এর মান কত হবে?

K 0.30 L 0.045 M 1.30 N 1.0

১৬. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cup B)$ কত?

K $\frac{3}{4}$ L $\frac{1}{3}$ M $\frac{5}{6}$ N কোনটিই নয়

১৭. 9টি কাগজের টুকরায় 1 থেকে 9 পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার পর একটি বক্সে রাখা হলো। যদি বক্স থেকে 1টি কাগজ দৈবভাবে তোলা হয় তাহলে কাগজটিতে 6 এর থেকে বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{1}{9}$ L $\frac{1}{3}$ M $\frac{2}{9}$ N $\frac{5}{9}$

18. 1 থেকে 15 পর্যন্ত (1 ও 15 সহ) একটি সংখ্যা নির্বাচন করলে তা মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K $\frac{1}{15}$ L $\frac{3}{5}$ M $\frac{2}{5}$ N $\frac{7}{15}$

১৯. সেট A এবং সেট B থেকে 2টি সংখ্যা নির্বাচন করলে তাদের যোগফল 9 হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K 0.05 L 0.15 M 0.20 N 0.25

২০. 1 থেকে 20 নাম্বার পর্যন্ত টিকেটগুলো মেশানোর পর একটি দৈব্য ভাবে নেয়া হলো। টিকেটটি 3 অথবা 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা কত?

K 0.45 L 0.4 M 0.25 N 0.5

উত্তরমালা

১.	L	২.	K	৩.	L	৪.	M	৫.	L	৬.	K	৭.	N	৮.	N	৯.	M	১০.	K
১১.	M	১২.	K	১৩.	L	১৪.	L	১৫.	L	১৬.	M	১৭.	L	১৮.	M	১৯.	M	২০.	K