



## বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও মান নির্ণয়



### Type-1 : বর্গের সূত্রের সাহায্যে সাধারণ রাশির মান নির্ণয়

যাদের সূত্রগুলো মনে থাকে না, তারা তিন ভাইয়ের গল্পটি দিয়ে সহজেই সূত্র মনে রাখুন। তাহলে বীজগণিত এর অঙ্ক করতে অনেক মজা লাগবে।

মনে করি, এক গল্পে তিন ভাই আছে—

$$\left. \begin{array}{l} \text{বড় ভাই হলো } (a+b)^2 \\ \text{মেজো ভাই হলো } a^2 + b^2 \\ \text{ছোট ভাই হলো } (a-b)^2 \end{array} \right\} \text{পার্থক্য } 2ab$$

এখানে বড় ভাই মেজো ভাই থেকে  $2ab$  পরিমাণ বড় এবং মেজো ভাই ছোট ভাই থেকে  $2ab$  পরিমাণ বড় বা ছোট ভাই মেজো ভাই থেকে  $2ab$  পরিমাণ ছোট।

অর্থাৎ, বড় ভাই = মেজো ভাই +  $2ab$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

অথবা, বড় ভাই = ছোট +  $4ab$

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

আবার, মেজো ভাই ছোট ভাই থেকে  $2ab$  পরিমাণ বড়

$$\text{অর্থাৎ } a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

এবং মেজো ভাই বড় ভাই থেকে  $2ab$  পরিমাণ ছোট

$$\text{অর্থাৎ } a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

এখন ছোট ভাই মেজো ভাইয়ের চেয়ে  $2ab$  পরিমাণ ছোট

$$\text{অর্থাৎ } (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

এবং ছোট ভাই বড় ভাইয়ের চেয়ে  $4ab$  পরিমাণ ছোট

$$\text{অর্থাৎ } (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

দেখুন সূত্র মুখস্থ না করেও শুধুমাত্র

$$\text{বড় ভাই} = (a+b)^2$$

$$\text{মেজো ভাই} = a^2 + b^2$$

$$\text{ছোট ভাই} = (a-b)^2 \text{ এর মাধ্যমে এগুলো সূত্র সহজেই মনে রাখা যায়।}$$

এখানে আরও একটা মজার বিষয় হলো:

$$\text{বড় ভাই ও ছোট ভাইয়ের বয়সের পার্থক্য} = 4ab$$

$$\text{অর্থাৎ } 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \text{বড় ভাই} & & \text{ছোট ভাই} \end{array}$$

আবার, বড় ভাই ও ছোট ভাইয়ের বয়সের গড় বের করলে আমরা মেজো ভাইয়ের বয়স পাবো।

$$\text{অর্থাৎ } a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$$

$$\text{বা, } 2(a^2 + b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$$

এছাড়াও আর একটা নতুন সূত্র হলো:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

### বর্গের সূত্রগুলোর সম্পর্ক

$$\text{মূল সূত্র: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \dots\dots \text{সূত্র-1}$$

(i)  $b$  এর পরিবর্তে  $-b$  বসিয়ে পাই

$$(a-b)^2 = a^2 + 2.a.(-b) + (-b)^2$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \dots\dots \text{সূত্র-2}$$

সাজিয়ে লিখে পাই,  $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \quad \dots\dots \text{সূত্র-3}$$

$$\text{মূল সূত্র: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

সাজিয়ে লিখে পাই,  $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \quad \dots\dots \text{সূত্র-4}$

$$\begin{aligned} \text{মূল সূত্র: } (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + 4ab \\ &= (a-b)^2 + 4ab \end{aligned}$$

$$\therefore 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2 \quad \dots\dots \text{সূত্র-5}$$

$$\text{সূত্র-5: } 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$\text{বা, } ab = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$

$$\therefore ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \quad \dots\dots \text{সূত্র-6}$$

সূত্র-3 ও সূত্র-4 যোগ করে পাই

$$a^2 + a^2 - b^2 = (a+b)^2 - 2ab + (a-b)^2 + 2ab$$

$$2(a^2 + b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2 \quad \dots\dots \text{সূত্র-7}$$

\* আবার  $(a+b)$  ও  $(a-b)$  গুণ করে পাই,

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= (a^2 + ab - ba + b^2) \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad \dots\dots \text{সূত্র-8}$$

$$\text{সূত্র-8: } (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{সূত্র-9: } a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{সূত্র-10: } 2(ab + bc + ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

বিভিন্ন চাকুরির পরীক্ষায় বীজগণিতের সূত্রের উপর ভিত্তি করে বিভিন্ন রাশির মান নির্ণয়ের প্রশ্ন থাকে। বীজগণিতের মৌলিক ধারণার সাথে সূত্র প্রয়োগ করে প্রশ্নগুলোর সমাধান করা যায়।

### মজার টেকনিক:

যেমন:  $x + y = 12$ ,  $x - y = 8$  হলে  $xy$  এর মান নির্ণয় করুন।

### মজার টেকনিক:

দুইটি সংখ্যার যোগফল ও বিয়োগফল দেওয়া থাকলে সংখ্যা দুটি যোগ করে 2 দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায় এবং বিয়োগ করে 2 দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

$$\therefore x = \frac{12 + 8}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\therefore y = \frac{12 - 8}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\therefore xy = 10 \times 2 \\ = 20$$

প্রশ্নটির সমাধান সূত্রের সাহায্যেও করা সম্ভব:

$$xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 \\ = \left(\frac{12}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2 = (6)^2 - (4)^2 \\ = 36 - 16 \\ = 20$$

উদাহরণ: যদি  $a + b + c = 5$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  হয়, তবে  $ab + bc + ca =$  কত?

সমাধান:

আমরা জানি,

$$2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ca) = 5^2 - 9$$

$$\therefore ab + bc + ca = \frac{25 - 9}{2} \\ = 8$$

লক্ষণীয়: বর্গের প্রতিটি সূত্রে তিনটি অংশ বিদ্যমান। দুইটি পদ বা অংশের মান দেওয়া থাকলে অপর/অজানা অংশটির মান সহজে নির্ণয় করা যায়।

### মুখে মুখে শর্টকাট

আপনি যদি প্রশ্নটি খুব ভালোভাবে বুঝতে পারেন তবে নিচের শর্টকাট পদ্ধতিতে মুখে মুখেই সমাধান করে সময় সাশ্রয় করতে পারবেন।

$$\text{দেখুন, } x + y = 12 \text{ ও } x - y = 8$$

অর্থাৎ 12 কে এমন দুটি সংখ্যায় ভাঙান যাদের যোগফল 12 ও বিয়োগফল 8।

12 কে  $(10 + 2)$  আকারে লিখলে দুটি শর্তই পূর্ণ হয়।

$$\text{অর্থাৎ } 10 + 2 = 12 \text{ এবং } 10 - 2 = 8$$

$$\therefore x = 10, y = 2 \text{ ধরা যেতে পারে।}$$

$$\therefore xy = 10 \times 2 = 20$$

এভাবে, সূত্র ছাড়া চিন্তা/অনুমান করে মান বের করলে অনেক অঙ্ক খুবই অল্প সময়ে করা যায়।

## Type-1 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

১.  $(x + y)^2 = ?$

K  $(x - y)^2 + 2xy$       L  $x^2 - y^2 + 2xy$   
M  $(x - y)^2 - 4xy$       N  $(x - y)^2 + 4xy$

২.  $a^2 + b^2 = ?$

K  $(a + b)^2 - 2ab$       L  $(a - b)^2 + 2ab$   
M  $\frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2}$       N উপরের সবগুলো

৩.  $4ab$  এর সঠিক প্রয়োগ কোনটি?

[১০ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৪]

K  $(a + b)^2 - (a - b)^2$       L  $(a - b)^2 - (a + b)^2$   
M  $\frac{(a + b)^2}{2} + \frac{(a - b)^2}{2}$       N  $\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

৪.  $(x + y)^2 - (x - y)^2 =$  কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (যমুনা)]

K  $xy$       L  $2xy$   
M  $3xy$       N  $4xy$

**ব্যাখ্যা**

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$$

৫.  $(2x + 1)$  এর বর্গ কত? [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স লিমিটেড সহকারী ব্যবস্থাপক ট্রেইনি জেনারেল ২০২১]

K  $2x^2 + 2x + 1$       L  $2x^2 + 4x + 1$   
M  $4x^2 + 2x + 1$       N  $4x^2 + 4x + 1$

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} (2x + 1) \text{ এর বর্গ} &= (2x + 1)^2 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 \\ &= 4x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

৬.  $x - y = 3$ ,  $xy = 4$  হলে  $x^2 + y^2 = ?$

K 3      L -3  
M 17      N 21

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (x - y)^2 + 2xy \\ &= (3)^2 + 2 \times 4 \\ &= 9 + 8 \\ &= 17 \end{aligned}$$

**মজার টেকনিক**

এখানে,  $x$  ও  $y$  এর বিয়োগফল 3 এবং গুণফল 4।  
লক্ষ করুন: 4 থেকে 1 বিয়োগ করলে 3 এবং 4 ও 1 গুণ করলে 4 হয়।  
 $\therefore x = 4$  এবং  $y = 1$   
 $\therefore x^2 + y^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

৭.  $x + y = 7$ ,  $xy = 10$  হলে  $x^2 + y^2 + 5xy = ?$

[৭ম শ্রেণির বোর্ড বই]

K 49      L 79  
M 35      N 30

S

Q

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 5xy &= (x + y)^2 - 2xy + 5xy \\ &= (x + y)^2 + 3xy \\ &= (7)^2 + 3 \cdot 10 = 49 + 30 = 79 \end{aligned}$$

S

৮.  $x^2 + y^2 = 8$  এবং  $xy = 7$  হলে  $(x + y)^2$  এর মান কত?

[পরিবেশ অধিদপ্তর কম্পিউটার অপারেটর ২০২০; প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (দাজলা)]

K 19      L 20  
M 21      N 22

P

S

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } (x + y)^2 &= x^2 + y^2 + 2xy \\ &= 8 + (2 \times 7) = 8 + 14 = 22 \end{aligned}$$

S

৯.  $x^2 + y^2 = 18$  এবং  $xy = 7$  হলে  $(x - y)^2$  এর মান কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

K 4      L 5  
M 6      N 7

S

P

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} (x - y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\ &= x^2 + y^2 - 2xy \\ &= 18 - 2 \times 7 \\ &= 18 - 14 \\ &= 4 \end{aligned}$$

S

১০. যদি  $(x - y)^2 = 14$  এবং  $xy = 2$  হয় তবে  $x^2 + y^2 =$  কত?

[পরিকল্পনা মন্ত্রণা. সহ. পরি.-০৬]

K 12      L 14  
M 16      N 18

R

S

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (x - y)^2 + 2xy \\ &= 14 + 2 \times 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 14 + 4 = 18 \end{aligned}$$

১১. যদি  $(x - y)^2 = 12$  এবং  $xy = 1$  হয়, তবে  $x^2 + y^2 =$  কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (১ম ধাপ); প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে গুপ্ত সংকেত পরিদপ্তরের সাইবার অফিসার: ০৫]

K 11      L 12  
M 13      N 14

R

S

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (x - y)^2 + 2xy \\ &= 12 + 2 \cdot 1 = 12 + 2 = 14 \end{aligned}$$





২৮.  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$  হলে,  $8ab(a^2 + b^2)$   
= কত? [১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৪]

K 12

L 24

M 36

N 40

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} 8ab(a^2 + b^2) &= 4ab \times 2(a^2 + b^2) \\ &= \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\} \\ &= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\} \\ &= \{7 - 5\} \{7 + 5\} \\ &= 2 \times 12 = 24 \end{aligned}$$

২৯.  $a + b = 7$  এবং  $ab = 12$  হলে,  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$  এর মান কত?  
[১১তম বিসিএস]

K  $\frac{3}{25}$ L  $\frac{25}{144}$ M  $\frac{31}{144}$ N  $\frac{11}{49}$ 

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} &= \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} \\ &= \frac{(a + b)^2 - 2ab}{(ab)^2} \\ &= \frac{7^2 - 2 \times 12}{(12)^2} = \frac{49 - 24}{144} = \frac{25}{144} \end{aligned}$$

৩০.  $a + b + c = 9$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 29$  হলে,  $ab + bc + ca$   
+  $ca =$  কত? [প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ-১)]

K 26

L 28

M 20

N 25

ব্যাখ্যা

আমরা জানি,  
 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$   
বা,  $2(ab + bc + ca) = 9^2 - 29$   
বা,  $ab + bc + ca = \frac{81 - 29}{2}$   
 $\therefore ab + bc + ca = 26$

৩১. যদি  $a + b + c = 5$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  হয়, তবে  
 $ab + bc + ca =$  কত?

[১৪তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭]

K 16

L 8

M 34

N 12

ব্যাখ্যা

আমরা জানি,  
 $2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$   
বা,  $2(ab + bc + ca) = 5^2 - 9$   
 $\therefore ab + bc + ca = \frac{25 - 9}{2} = 8$

৩২.  $x - y = 2$  এবং  $xy = 24$  হলে,  $x$ -এর ধনাত্মক মানটি-  
[৩১তম বিসিএস]

K 3

L 4

M 5

N 6

Q

S

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} (x - y) &= 2 \\ \therefore (x - y)^2 &= (2)^2 \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]} \\ \text{বা, } (x + y)^2 - 4xy &= 4 \\ \text{বা, } (x + y)^2 - 4 \times 24 &= 4 \text{ [}\because xy = 24\text{]} \\ \text{বা, } (x + y)^2 &= 96 + 4 = 100 \\ \text{বা, } (x + y) &= \sqrt{100} \\ \text{বা, } (x + y) &= \pm 10 \\ \therefore x + y &= 10 \text{ [ধনাত্মক মান ধরে]} \\ \frac{x - y = 2}{x + y = 10} \\ \hline 2x &= 12 \text{ [যোগ করে]} \\ \text{বা, } x &= \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

Q

মজার টেকনিক

$x - y = 2$  অর্থাৎ  $x > y$   
আবার,  $xy = 24$  অর্থাৎ  $x$  ও  $y$  এর গুণফল 24  
24 কে ভাগলে হয়  $8 \times 3$  বা,  $6 \times 4$   
তাহলে,  $8 \times 3$  হতে পারে কিন্তু  $8 - 3 \neq 2$   
 $6 \times 4$  হতে পারে এবং  $6 - 4 = 2$   
তাই উত্তর 6।

৩৩.  $x + y = 7$  এবং  $xy = 12$  হলে  $x$  ও  $y$  এর মান কত?

[RAKUB, Supervisor-2017]

K 3, 5

L 2, 3

M 9, 3

N 4, 3

P

S

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে,  $x + y = 7$   
অপশন (ঘ) 4, 3 এর যোগফলই শুধুমাত্র  $4 + 3 = 7$  হয়।  
তাই উত্তর: 4, 3।

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$\begin{aligned} (x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy \\ &= (7)^2 - 4 \times 12 \\ &= 49 - 48 = 1 \\ \therefore x - y &= \sqrt{1} = 1 \\ \therefore x + y &= 7 \\ \frac{x - y = 1}{x + y = 7} \\ \hline 2x &= 8 \text{ [যোগ করে]} \\ \text{বা, } x &= \frac{8}{2} = 4 \\ \therefore x + y &= 7 \\ \text{বা, } 4 + y &= 7 \\ \text{বা, } y &= (7 - 4) = 3 \\ \therefore x \text{ ও } y \text{ এর মান যথাক্রমে } 4 \text{ ও } 3। \end{aligned}$$

Q

## Type-2 : বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে ভগ্নাংশ রাশির মান নির্ণয়

## সূত্র ছাড়া অঙ্ক করার শর্টকাট ম্যাজিক

**ম্যাজিক-1:** যদি  $x + \frac{1}{x}$  এর মান জানা থাকে, আর  $x^2 + \frac{1}{x^2}$

এর মান বের করতে বলে তবে উক্ত  $\left(x + \frac{1}{x}\right)$  মানের বর্গ করে 2 বিয়োগ করলেই উত্তর পেয়ে যাবেন।

▶  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

∴  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4^2 - 2 = (16 - 2) = 14$

**ম্যাজিক-2:**  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান জানা থাকলে,  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান বের করতে হলেও একই পদ্ধতি অনুসরণ করতে পারবেন (অর্থাৎ বর্গ করে 2 বিয়োগ)।

▶  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$  হলে  $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

যেহেতু  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

∴  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 3^2 - 2 = (9 - 2) = 7$

**ম্যাজিক-3:**  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান জানা থাকলে,  $x^8 + \frac{1}{x^8}$  এর মান বের করতেও একই পদ্ধতি অনুসরণ করতে পারবেন (অর্থাৎ বর্গ করে 2 বিয়োগ)।

▶  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 4$  হলে  $x^8 + \frac{1}{x^8} = ?$

∴  $x^8 + \frac{1}{x^8} = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$

**ম্যাজিক-4:**  $x - \frac{1}{x}$  এর মান জানা থাকলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান বের করতে হলে  $x - \frac{1}{x}$  এর বর্গ করে 2 যোগ করতে হবে।

▶  $x - \frac{1}{x} = 3$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

∴  $x^2 + \frac{1}{x^2} = (3^2 + 2) = (9 + 2) = 11$

**ম্যাজিক-5:**  $x + \frac{1}{x} = 2$  বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$  দেওয়া থাকলে  $x$  এর মান সর্বদা 1।

▶  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$x + \frac{1}{x} = 2$  হলে সর্বদা  $x = 1$  হয়।

∴  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1^2 + \frac{1}{1^2} = 1 + 1 = 2$

## Type-2 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৩৪.  $p + \frac{1}{p} = 2$  হলে  $p^2 + \frac{1}{p^2}$  এর মান কত?

[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ, মেট্রোপলিটন সার্কেল, পরিদর্শক-২০১৬]

K 2

L 4

M 6

N 8

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$p^2 + \frac{1}{p^2} = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$p + \frac{1}{p} = 2 \text{ হলে সর্বদা } p = 1$$

$$\therefore p^2 + \frac{1}{p^2} = 1^2 + \frac{1}{1^2} = 1 + 1 = 2$$

**বেসিক/লিখিত পদ্ধতি**

$$p^2 + \frac{1}{p^2} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2 \cdot p \cdot \frac{1}{p} = 2^2 - 2$$

$$= 4 - 2 = 2$$

৩৫.  $a + \frac{1}{a} = 3$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-১০]

K 8

L 7

M 13

N 6

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

৩৬.  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৯]

K  $\sqrt{3} - 2$ 

L 1

M 5

N 7

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৩৭.  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  মান কত? [IBBL-ATO-2017]

K  $\frac{1}{2}$ L  $\frac{1}{4}$ M  $\frac{2}{3}$ N  $\frac{6}{10}$ 

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$2x + \frac{2}{x} = 3$$

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2$$

$$= \frac{9}{4} - 2 = \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4}$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৩৮.  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ে সহ: পরি:- ২০১৮]

K 1

L  $\sqrt{5}$ 

M 3

N  $2\sqrt{5}$ 

R

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = \sqrt{5}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } x \text{ দিয়ে ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{5})^2 - 2 = 5 - 2 = 3$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৩৯.  $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

[ডাক অধিদপ্তরের বিল্ডিং ওভারশিয়ার- ২০১৮]

K 0

L 1

M 4

N 10

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3}x}{x} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } x \text{ দিয়ে ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৪০.  $a - \frac{1}{a} = 3$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত?

[মাধ্যমিক সহকারী প্রধান শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-০৩]

K 11

L 12

M 14

N 16

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

Note: (-) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= (3)^2 + 2 = 11$$

৪১.  $x - \frac{1}{x} = 5$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

[মাধ্যমিক সহকারী প্রধান শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-০৬]

K 32

L 27

M 25

N 47

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (5)^2 + 2 = 25 + 2 = 27$$

**Note:** (-) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (5)^2 + 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 25 + 2 = 27\end{aligned}$$

8২.  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-১০]

K 18

L 12

M 14

N 10

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (4)^2 + 2 = 16 + 2 = 18$$

**Note:** (-) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি **Written Preparation Type** দ্রষ্টব্য।

8৩.  $x - \frac{1}{x} = 3$  হলে,  $\frac{x^4 + 1}{x^2}$  এর মান—

[১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৬]

K 11

L 10

M 9

N 7

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\frac{x^4 + 1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

**Note:** (-) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি **Written Preparation Type** দ্রষ্টব্য।

88.  $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2} =$  কত?

[প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯, শাপলা]

K 65

L 77

M 72

N 86

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (5\sqrt{3})^2 + 2 = 25 \times 3 + 2 = 75 + 2 = 77$$

**Note:** (-) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি **Written Preparation Type** দ্রষ্টব্য।

8৫. যদি  $x + \frac{1}{x} = 3$  হয়, তবে  $x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 =$  কত?

[পায়রা বন্দর কর্তৃপক্ষ (বিভিন্ন পদ) ২০২০; প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৯, গোলাপ]

K 47

L 51

M 27

N 49

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 = (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$\begin{aligned}x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \\ &= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x}\right\}^2 - 2 \\ &= \{(3)^2 - 2\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (9 - 2)^2 - 2 \\ &= (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47\end{aligned}$$

বি.দ্র:  $x + \frac{1}{x} = 3$  থেকে দুইবার বর্গের মাধ্যমে  $x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4$  এর মান বের করা যায়।

8৬.  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$  হলে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

[৯ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৩]

K - 2

L 2

M 4

N 14

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^4 + \frac{1}{x^4} = (0)^2 - 2 = -2$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি **Written Preparation Type** দ্রষ্টব্য।

8৭.  $a^2 = 3a - 1$  হলে  $\frac{a^8 + 1}{a^4}$  এর মান—

[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

K 47

L 49

M 51

N 53

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned}a^2 &= 3a - 1 \\ \text{বা, } a^2 + 1 &= 3a \\ \text{বা, } \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} &= \frac{3a}{a} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } a \text{ দিয়ে ভাগ করে}]\end{aligned}$$

$$\text{বা, } a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\text{এখন, } a^2 + \frac{1}{a^2} = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } \frac{a^8 + 1}{a^4} = \frac{a^8}{a^4} + \frac{1}{a^4} = a^4 + \frac{1}{a^4}$$

$$= (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৪৮.  $x - \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^4 + \frac{1}{x^4} =$  কত?

[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী ২০২০;  
প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ-৩)]

K 30 L 31

M 32 N 34

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

**Note:** (-) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^4 + \frac{1}{x^4} = (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

**বেসিক/লিখিত পদ্ধতি**

$$\begin{aligned} x^4 + \frac{1}{x^4} &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \times x^2 \times \frac{1}{x^2} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \\ &= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x}\right\}^2 - 2 \\ &= \{(2)^2 + 2\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (4 + 2)^2 - 2 \\ &= (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34 \end{aligned}$$

৪৯. যদি  $a - \frac{1}{a} = 2$  হয়, তবে  $a^4 + \left(\frac{1}{a}\right)^4 =$  কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯; প্রাক প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক,  
মেঘনা : ২০১৩]

K 36 L 32

M 34 N 40

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

**Note:** (-) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^4 + \left(\frac{1}{a}\right)^4 = (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৫০.  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  হলে  $x^{-1}$  এর সঠিক মান হবে—

[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১১]

K  $3 + 2\sqrt{2}$  L  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

M  $3 - 2\sqrt{2}$  N  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

**ব্যাখ্যা**

$$\text{এখানে, } x = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } x^{-1} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3)^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = 3 - 2\sqrt{2}$$

৫১.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

[৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১২]

K 9 L 10

M 12 N কোনোটিই নয়

S

Q

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 12 - 2 = 10$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৫২.  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে  $a^4 + \frac{1}{a^4} = ?$

K 94 L 96

M 98 N 100

R

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \times 3 - 2 = 12 - 2 = 10$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^4 + \frac{1}{a^4} = (10)^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৫৩.  $x - 2 = \sqrt{3}$  হলে  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯]

K 196 L 194

M 192 N 198

Q

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{এখানে, } x - 2 = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^4 + \frac{1}{x^4} = (14)^2 - 2 = 196 - 2 = 194$$

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৫৪.  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে  $a^8 + \frac{1}{a^8} = ?$

K 98

L 9602

M 9604

N 100

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \therefore \frac{1}{a} &= \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \therefore a + \frac{1}{a} &= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} \\ \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} &= (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \times 3 - 2 = 12 - 2 = 10 \end{aligned}$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^4 + \frac{1}{a^4} = (10)^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{এবং } a^8 + \frac{1}{a^8} = (98)^2 - 2 = 9604 - 9602$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৫৫.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$  হলে  $a - \frac{1}{a}$  এর মান কত?

[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০১৯]

K  $\pm 3$ L  $\pm 5$ M  $\pm 7$ N  $\pm 9$ 

**ব্যাখ্যা**

$$\begin{aligned} \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 \\ &= 51 - 2 = 49 \\ \therefore a - \frac{1}{a} &= \sqrt{49} = \pm 7 \end{aligned}$$

**বেসিক/লিখিত পদ্ধতি**

$$\text{দেয়া আছে, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} = 51$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 51$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 51 - 2 = 49$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right) = \sqrt{49}$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = \pm 7$$

৫৬.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$  হলে  $a - \frac{1}{a}$  কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৪, অনু: ২০১৮]

K 3

L 0

M 1

N 2

Q

Q

R

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 2 \text{ হলে সর্বদা } a=1$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = 0$$

**বেসিক/লিখিত পদ্ধতি**

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$$

$$= 2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 0$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = \sqrt{0} = 0$$

৫৭.  $x - \frac{1}{x} = 5$  হলে  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯; BSC-Combined-So-Exam-2018, Set-A]

K 29

L 27

M 25

N 32

**ব্যাখ্যা**

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4x \cdot \frac{1}{x} = (5)^2 + 4 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 25 + 4 = 29$$

৫৮.  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$  কত?

[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ, উপ-পরিচালক-২০১৮]

K 0

L 1

M 2

N 4

Q

**ব্যাখ্যা**

$$x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^4 + 1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \text{ [উভয়পক্ষকে } x^2 \text{ দিয়ে ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

৫৯.  $x^4 - x^2 - 1 = 0$  হলে  $x^2 - \frac{1}{x^2} =$  কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]

K 0

L 1

M 2

N 4

Q

**ব্যাখ্যা**

$$\text{দেয়া আছে, } x^4 - x^2 - 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^4 - 1 = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^4 - 1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = 1$$

**Type-3 : ঘনের সূত্র প্রয়োগ করে সাধারণ রাশির মান নির্ণয়**

ঘন হচ্ছে একই রাশিকে পরপর তিন বার গুণ করা।

অর্থাৎ  $(a + b)^3$  এর মানে  $(a + b) \times (a + b) \times (a + b)$ বা,  $(a + b) \times (a + b)^2$ । কোনো রাশির ঘনফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে

নিচের সূত্রগুলোর ব্যবহৃত হয়?

□ ঘন এর সূত্রাবলি:

$$1. (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$2. (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$3. a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$4. a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$5. a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

**সূত্র মনে রাখার অসাধারণ টেকনিক:**

এরকমভাবে আমরা যদি কিউব এর সূত্র চিন্তা করি—

দুই ভাই—

$$\text{বড় ভাই} \rightarrow (a + b)^3 \quad \left. \begin{array}{l} \text{পার্থক্য} \\ \text{ছোট ভাই} \rightarrow a^3 + b^3 \end{array} \right\} 3ab(a + b)$$

দুই বোন—

$$\text{বড় বোন} \rightarrow a^3 - b^3 \quad \left. \begin{array}{l} \text{পার্থক্য} \\ \text{ছোট বোন} \rightarrow (a - b)^3 \end{array} \right\} 3ab(a - b)$$

বড় ভাই ছোট ভাই থেকে  $3ab(a + b)$  পরিমাণ বড়

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ } (a + b)^3 &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

এবং ছোট ভাই বড় ভাই থেকে  $3ab(a + b)$  পরিমাণ ছোট

$$\text{অর্থাৎ } a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

এখন ছোট বোন বড় বোন অপেক্ষা  $3ab(a - b)$  পরিমাণ ছোট

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ } (a - b)^3 &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ &= a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

এখন অবশিষ্ট রইল উৎপাদকে বিশ্লেষণের জন্য

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{এবং } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

ঘন নির্ণয়ে সূত্রগুলোর সম্পর্ক

$$\text{মূল সূত্র : } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \dots \text{ সূত্র -১}$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \quad \dots \text{ সূত্র -২}$$

সাজিয়ে লিখে পাই

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) \quad \dots \text{ সূত্র-৩}$$

$$= (a + b) \{ (a + b)^2 - 3ab(a + b) \}$$

$$= (a + b) \{ (a^2 + 2ab + b^2 - 3ab) \}$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad \dots \text{ সূত্র-৪}$$

$$\text{মূল সূত্র : } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

b এর পরিবর্তে  $-b$  বসিয়ে পাই

$$\{a + (-b)\}^3 = a^3 - 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \dots \text{ সূত্র-৫}$$

$$= a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \quad \dots \text{ সূত্র-৬}$$

সূত্র ৬ সাজিয়ে লিখে পাই,

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$= (a - b) \{ (a - b)^2 + 3ab \}$$

$$= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2 + 3ab)$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad \dots \text{ সূত্র -৭}$$

**Type-3 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান**

৬০.  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) =$  কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৪ (ডেলটা)]

K  $a^3 - b^3$

L  $a^3 + b^3$

M  $a^6 - b^6$

N  $a^6 + b^6$

ব্যাখ্যা

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

৬১.  $a + b = 3$  এবং  $ab = 3$  হলে,  $a^3 + b^3$  এর মান কত?

[৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১০]

K 0

L 54

M 9

N 45

ব্যাখ্যা

এখানে,  $a + b = 3$  এবং  $ab = 3$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$= 3^3 - 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 - 27 = 0$$

৬২.  $2x + 3y = 13$  এবং  $xy = 6$  হলে,  $8x^3 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় করুন?

K 695

L 712

M 763

N 793

ব্যাখ্যা

$$8x^3 + 27y^3$$

$$= (2x)^3 + (3y)^3$$

$$= (2x + 3y)^3 - 3 \times 2x \times 3y(2x + 3y)$$

$$= (2x + 3y)^3 - 18xy(2x + 3y)$$

$$= (13)^3 - 18 \times 6 \times 13 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 2197 - 1404 = 793$$

৬৩.  $(a - 2b)^3$  এর মান কত?

[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো, জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী ২০২০]

K  $a^3 - 8b^3 - 6a^2b + 12ab^2$

L  $a^3 - 8b^3 - 6a^2b - 12ab^2$

M  $a^3 + 8b^3 - 6a^2b - 12ab^2$

N  $a^3 - 8b^3 - 12a^2b - 6ab^2$

ব্যাখ্যা

$$\text{দেয়া আছে, } (a - 2b)^3$$

$$= a^3 - (2b)^3 - 3a^2 \times 2b + 3 \times a(2b)^2$$

$$= a^3 - 8b^3 - 6a^2b + 12ab^2$$

৬৪.  $m - n = x$  এবং  $mn = 6x^2$  হলে  $m^3 - n^3 =$  কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

K  $19x^2$

L  $19x^3$

M  $18x^2$

N  $18x^3$

ব্যাখ্যা

$$\text{এখানে, } m - n = x \text{ এবং } mn = 6x^2$$

$$\therefore m^3 - n^3 = (m - n)^3 + 3mn(m - n)$$

$$= x^3 + 3 \cdot 6x^2 \cdot x$$

$$= x^3 + 18x^3$$

$$= 19x^3$$

৬৫.  $x + y = 3$  এবং  $xy = 1$  হলে,  $x^3 + y^3 + 3xy$  এর মান কত?

[বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১০]

K 21

L 27

M 39

N 33

Q

P

ব্যাখ্যা

এখানে,  $x + y = 3$  এবং  $xy = 1$

$$\therefore x^3 + y^3 + 3xy = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 3xy$$

$$= 3^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot 1$$

$$= 27 - 9 + 3 = 30 - 9 = 21$$

P

৬৬.  $a + b + c = 0$  হলে,  $a^3 + b^3 + c^3$  এর মান কত?

[১০ম বিসিএস; প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ ২০২০ (২য় ধাপ); সাব-রেজিস্টার-২০১৬]

K 0

L 1

M  $3abc$

N  $abc$

R

ব্যাখ্যা

দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

বা,  $a + b = -c$

প্রদত্ত রাশি  $= a^3 + b^3 + c^3$

$= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3$

$= (-c)^3 - 3ab(-c) + c^3$

$= -c^3 + 3abc + c^3$

$= 3abc$

S

৬৭.  $a + b = c$  হলে  $a^3 + b^3 + 3abc =$  কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (যমুনা)]

K  $a^3$

L  $b^3$

M  $c^3$

N 0

R

ব্যাখ্যা

দেওয়া আছে,  $a + b = c$

$a^3 + b^3 + 3abc$

$= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 3abc$

$= (c)^3 - 3ab(c) + 3abc \text{ [মান বসিয়ে]}$

$= c^3 - 3abc + 3abc$

$= c^3$

P

৬৮. যদি  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$  হয়, তবে  $ab$  এর মান কত?

[১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

K 54

L 35

M 45

N 55

P

Q

ব্যাখ্যা

এখানে,  $a^3 - b^3 = 513$

বা,  $(a - b)^3 + 3ab(a - b) = 513$

বা,  $3^3 + 3 \cdot ab \cdot 3 = 513$

বা,  $9ab = 513 - 27$

$\therefore ab = \frac{486}{9} = 54$

Type-4 : ঘনের সূত্রের প্রয়োগে ভগ্নাংশ রাশির মান নির্ণয়

## এক মিনিটের অঙ্ক 5 সেকেন্ডে সমাধান করার ম্যাজিক

**ম্যাজিক-1:** যদি  $x + \frac{1}{x}$  এর মান জানা থাকে, আর  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান বের করতে বলে তবে উক্ত  $\left(x + \frac{1}{x}\right)$  মানের ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।  
 উদাহরণ:  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$   
 $\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (2)^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$

**ম্যাজিক-2:**  $x - \frac{1}{x}$  এর মান জানা থাকলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান বের করতে বললে, উক্ত  $\left(x - \frac{1}{x}\right)$  মানের ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করতে হবে।  
 উদাহরণ:  $x - \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$   
 $\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = (2)^2 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$

**ম্যাজিক-3:**  $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে  $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$   
 প্রথমে যে অঙ্কটি থাকবে তার দ্বিগুণ লিখবো অর্থাৎ  $\sqrt{6}$  এর দ্বিগুণ  $2\sqrt{6}$  লিখে তার ঘন করবো অর্থাৎ  $(2\sqrt{6})^3$  করবো এবং তা থেকে প্রথম অঙ্ক  $\sqrt{6}$  এর 6 গুণ অর্থাৎ  $6\sqrt{6}$  বিয়োগ করবো।  
 তাহলে  $(2\sqrt{6})^3 - 6\sqrt{6} = 2^3 \times 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$   
 $= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6}$

**ম্যাজিক-4:**  $x = \sqrt{6} - \sqrt{5}$  হলে  $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$   
 [এখানে  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  নির্ণয় করতে অর্থাৎ  $x^3$  ও  $\frac{1}{x^3}$  এর মাঝে (-) থাকলে আমরা ২য় অঙ্ক অর্থাৎ  $\sqrt{5}$  এর দ্বিগুণ করে ঘন করবো এবং এর সাথে ২য় অঙ্ক  $\sqrt{5}$  এর 6 গুণ অর্থাৎ  $6\sqrt{5}$  যোগ করে দিবো]  
 তাহলে  $(2\sqrt{5})^3 + 6\sqrt{5} = 8 \times 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$

## শর্টকাট:

- $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  হলে  
 $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$   
 যেমন:  $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$  হলে,  
 $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$

- $x = \sqrt{a} - \sqrt{b}$  হলে,  
 $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$   
 যেমন:  $x = \sqrt{7} - \sqrt{6}$  হলে,  
 $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{7 - 6} = \sqrt{7} + \sqrt{6}$

## Type-4 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৬৯.  $a + \frac{1}{a} = 3$  হলে,  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  মান কত?

[৯ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৩; প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-১২]

K 12

L 18

M 21

N 27

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = (3)^3 - 3 \times 3 = 27 - 9 = 18$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$\begin{aligned} a^3 + \frac{1}{a^3} &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 \\ &= 27 - 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

Q

৭০.  $z + \frac{1}{z} = 4$  হলে  $z^3 + \frac{1}{z^3}$  এর মান হবে—

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১২ (কর্ণফুলী)]

K 42

L 48

M 52

N 76

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{দেওয়া আছে, } z + \frac{1}{z} = 4$$

$$\therefore z^3 + \frac{1}{z^3} = (4)^3 - 3 \cdot 4 = 64 - 12 = 52$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$\begin{aligned} z^3 + \frac{1}{z^3} &= \left(z + \frac{1}{z}\right)^3 - 3 \cdot z \cdot \frac{1}{z} \left(z + \frac{1}{z}\right) \\ &= 4^3 - 3 \cdot 4 = 64 - 12 = 52 \end{aligned}$$

৭১.  $a + 3 + \frac{1}{a} = 0$  হলে  $a^3 + \frac{1}{a^3} =$  কত?

[বিআরটিএ মোটরযান পরিদর্শক-২০১৭; স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ, উপ-পরিচালক-২০১৮]

K 18

L 20

M -18

N -20

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a + 3 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\text{বা, } a + \frac{1}{a} = -3$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = (-3)^3 - 3 \times (-3) = -27 + 9 = -18$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৭২.  $x = \sqrt{3} - \frac{1}{x}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮ (সেট: ৮১৬১)]

অথবা,  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  হলে  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত?

[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো, পরিসংখ্যান সহকারী ২০২০; ১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৯]

K 1.0

L 3.0

M  $\sqrt{3}$ 

N 0.0

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{এখানে, } x = \sqrt{3} - \frac{1}{x} \text{ বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৭৩. একটি সংখ্যা ও তার গুণাত্মক বিপরীতের সমষ্টি  $\sqrt{3}$ । ঐ সংখ্যার ঘন ও ঘন-এর গুণাত্মক বিপরীতের সমষ্টি কত?

[১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৪]

K  $2\sqrt{3}$ 

L 0

M  $2\sqrt{3}$ N  $3\sqrt{3}$ 

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{ধরি, সংখ্যাটি} = x$$

$$\therefore 1\text{ম শর্তমতে, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

R

$$2\text{য় শর্তমতে, } x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৭৪.  $x - \frac{1}{x} = 1$  হলে  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ (দ্বিতীয় পর্যায়) ২০১৯; ১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৪]

K 4.0

L 1.0

M 2.0

N 3.0

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (1)^3 + (3 \times 1) = 1 + 3 = 4$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (-) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করতে হয়।

R

বেসিক/লিখিত পদ্ধতি

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= 1^3 + (3 \times 1) = 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

৭৫.  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$  হলে  $x^3 - \frac{1}{x^3} =$  কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১০ (সুরমা)]

K  $8\sqrt{5}$ L  $10\sqrt{2}$ 

M 5

N 8

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (-) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করতে হয়।

S

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৭৬.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস]

K  $3\sqrt{2}$ L  $18\sqrt{3}$ M  $12\sqrt{3}$ 

N 8

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{প্রথমে যে অঙ্কটি থাকবে তার দ্বিগুণ লিখবো। অর্থাৎ } \sqrt{3} \text{ এর} \\ \text{দ্বিগুণ } 2\sqrt{3} \text{ লিখে তার ঘন করবো। অর্থাৎ } (2\sqrt{3})^3 \text{ এবং তা} \\ \text{থেকে প্রথম অঙ্ক } \sqrt{3} \text{ এবং 6 গুণ অর্থাৎ } 6\sqrt{3} \text{ বিয়োগ করবো।} \\ \text{তাহলে, } (2\sqrt{3})^3 - 6\sqrt{3} \\ = 8 \cdot 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \\ = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \\ = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

Q

লিখিত পদ্ধতি Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

৭৭.  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে  $\frac{a^6 - 1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় করুন।

[১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

K  $46\sqrt{5}$ L  $45\sqrt{5}$

M 45√6

N 46√6

P

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে  $a^3 - \frac{1}{a^3}$  নির্ণয় করতে অর্থাৎ  $a^3$  ও  $\frac{1}{a^3}$  এর মাঝে (-) থাকলে আমরা ২য় অঙ্ক অর্থাৎ  $\sqrt{5}$  এর দ্বিগুণ করে ঘন করবো এবং এর সাথে ২য় অঙ্ক  $\sqrt{5}$  এর ৬ গুণ অর্থাৎ  $6\sqrt{5}$  যোগ করবো।

$$\text{তাহলে } \frac{a^6 - 1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3}$$

$$= (2\sqrt{5})^3 + 6\sqrt{5}$$

$$= 8 \times 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$= 46\sqrt{5}$$

লিখিত পদ্ধতি **Written Preparation Type** দ্রষ্টব্য।

### Type-5 : বর্গ ও ঘনের সূত্র প্রয়োগ করে ভগ্নাংশ রাশির মান নির্ণয়

#### মজার বিষয়

$$a + \frac{1}{a} = 2 \text{ হলে,}$$

সকল (+) প্রশ্নের যেমন:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 2, a^3 + \frac{1}{a^3} = 2, a^4 + \frac{1}{a^4} = 2, a^5 + \frac{1}{a^5} = 2, a^6 + \frac{1}{a^6} = 2, a^7 + \frac{1}{a^7} = 2, a^8 + \frac{1}{a^8} = 2$$

এবং সকল (-) প্রশ্নের যেমন:

$$a^2 - \frac{1}{a^2} = 0, a^3 - \frac{1}{a^3} = 0, a^4 - \frac{1}{a^4} = 0, a^5 - \frac{1}{a^5} = 0, a^6 - \frac{1}{a^6} = 0, a^7 - \frac{1}{a^7} = 0, a^8 - \frac{1}{a^8} = 0 \text{ হয়।}$$

কারণ এক্ষেত্রে সর্বদাই  $a = 1$  হয়।

### Type-5 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৭৮.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^5 + \frac{1}{x^5} =$  কত?

[৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১২]

K 2

L 4

M 27

N 64

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে সর্বদাই } x = 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1^5 + \frac{1}{1^5} = 1 + 1 = 2$$

লিখিত পদ্ধতি **Written Preparation Type** দ্রষ্টব্য।

৭৯.  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে  $a^5 - \frac{1}{a^5} = ?$

K 2

L 4

M 6

N 0

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a + \frac{1}{a} = 2 \text{ হলে সর্বদাই } a = 1$$

$$\therefore a^5 - \frac{1}{a^5} = 1^5 - \frac{1}{1^5} = 1 - 1 = 1 - 1 = 0$$

শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 2$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 2^3 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

$$\begin{aligned} \therefore a^5 + \frac{1}{a^5} &= \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= 2 \times 2 - 2 = 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(a^5 - \frac{1}{a^5}\right)^2 &= \left(a^5 + \frac{1}{a^5}\right)^2 - 4 \cdot a^5 \cdot \frac{1}{a^5} \\ &= 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a^5 - \frac{1}{a^5} = \sqrt{0} = 0$$

লিখিত পদ্ধতি **Written Preparation Type** দ্রষ্টব্য।

$$৮০. x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ হলে } x^6 + \frac{1}{x^6} = ?$$

$$K 18\sqrt{3}$$

$$L 970$$

$$M 972$$

$$N 974$$

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (2\sqrt{3})^3 - 6\sqrt{3}$$

$$= 8.3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

**Note:** প্রথমে যে অংক থাকবে তার দ্বিগুণের ঘন করে তা থেকে প্রথম অংকের 6 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^6 + \frac{1}{x^6} = (18\sqrt{3})^2 - 2$$

$$= 324.3 - 2 = 972 - 2 = 970$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

$$৮১. x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে } x^6 - \frac{1}{x^6} \text{ এর মান কত?}$$

$$K 1$$

$$L 2$$

$$M 0$$

$$N 4$$

**ব্যাখ্যা** সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে সর্বদা } x=1$$

$$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = 1^6 - \frac{1}{1^6} = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = 0$$

**শর্টকাট পদ্ধতি:**

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 2^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে তার 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^6 + \frac{1}{x^6} = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

**Note:** (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\therefore \left(x^6 - \frac{1}{x^6}\right)^2 = \left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right)^2 - 4 \cdot x^6 \cdot \frac{1}{x^6}$$

$$= 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = \sqrt{0} = 0$$

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

$$৮২. a = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ হলে } a^7 + \frac{1}{a^7} = ?$$

$$K 20244$$

$$L 20244\sqrt{6}$$

$$M 20242$$

$$N 20242\sqrt{6}$$

**ব্যাখ্যা** শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = (2\sqrt{6})^3 - 6\sqrt{6} = 8.6\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 42\sqrt{6}$$

**Note:** প্রথমে যে অংক থাকবে তার দ্বিগুণের ঘন করে তা থেকে প্রথম অংকের 6 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = (2\sqrt{6})^2 - 2 = 4.6 - 2 = 24 - 2 = 22$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = (22)^2 - 2 = 484 - 2 = 482$$

**Note:** (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\therefore a^7 + \frac{1}{a^7} = \left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right)\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= 482 \times 42\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$$

$$= 20244\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$$

$$= 20242\sqrt{6}$$

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

$$৮৩. a + \frac{1}{a} = 2 \text{ হলে } a^7 - \frac{1}{a^7} \text{ এর মান নিচের কোনটি?}$$

$$K 0$$

$$L 2$$

$$M 4$$

$$N 10$$

P

**ব্যাখ্যা** সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a + \frac{1}{a} = 2 \text{ হলে সর্বদা } x=1$$

$$\therefore a^7 - \frac{1}{a^7} = 1^7 - \frac{1}{1^7} = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = 0$$

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

$$৮৪. x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে } x^9 + \frac{1}{x^9} = \text{কত?}$$

$$K 0$$

$$L 2$$

$$M 4$$

$$N \sqrt{2}$$

Q

**ব্যাখ্যা** সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে সর্বদা } x=1$$

$$\therefore x^9 + \frac{1}{x^9} = 1^9 + \frac{1}{1^9} = 1 + \frac{1}{1} = 1 + 1 = 2$$

**লিখিত পদ্ধতি** Written Preparation Type দ্রষ্টব্য।

## Type-6 : বীজগণিতীয় সূত্রাবলির পাঁচ মিশালী প্রয়োগ

## Type-6 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৮৫.  $a - \{a - (a + 1)\} =$  কত? [১১তম বিসিএস]

অথবা,  $x - \{x - (x + 1)\}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৪র্থ ধাপ-১); প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (দাজলা)]

K a - 1

L 1

M a

N a + 1

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} & a - \{a - (a + 1)\} \\ &= a - \{a - a - 1\} \\ &= a - (-1) \\ &= a + 1 \end{aligned}$$

৮৬.  $a - [a - \{a - (a - \overline{a - 1})\}] =$  কত? [৩৬তম বিসিএস]

K 1

L -1

M a - 1

N a + 1

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} & a - [a - \{a - (a - \overline{a - 1})\}] \\ &= a - [a - \{a - (a - a + 1)\}] \quad [a - 1 \text{ এর উপর line bar} \\ & \text{থাকায় দাগযুক্ত রাশির মাঝের '-' চিহ্ন '+' এ পরিবর্তন করা হয়েছে}] \\ &= a - [a - \{a - 1\}] \\ &= a - [a - a + 1] \\ &= (a - 1) \end{aligned}$$

৮৭.  $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$  হলে,

$a - (-b) - (-c) - (-d)$  এর মান কত? [১৫তম বিসিএস]

K 0

L 1

M 2

N 3

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} & a - (-b) - (-c) - (-d) \\ &= a + b + c + d \\ &= 1 + (-1) + 2 + (-2) \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 1 - 1 + 2 - 2 \\ &= 3 - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

৮৮.  $a$  ও  $b$  দুটি পূর্ণ সংখ্যা হলে  $a^2 + b^2$  এর সাথে কোন সংখ্যাটি যোগ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে—

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ-১)]

K 3ab

L - ab

M ab

N 2ab

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 \text{ এর সাথে } 2ab \text{ যোগ করে পাই,} \\ & a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \text{ যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।} \end{aligned}$$

৮৯.  $4x^2 + 9y^2$  এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ

রাশি হবে? [প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (২য় ধাপ); ১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৯; ৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১২]

K 12xy

L 24xy

M 2xy

N 6xy

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} & 4x^2 + 9y^2 \\ &= (2x)^2 + (3y)^2 + 2.2x.3y \\ &= \{(2x)^2 + 2.2x.3y + (3y)^2\} \\ &= (2x + 3y)^2 \text{ যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা} \\ &\therefore 12xy \text{ যোগ করলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।} \end{aligned}$$

৯০.  $9x^2 + 16y^2$  এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ

রাশি হবে? [১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

K 6xy

L 12xy

M 24xy

N 144xy

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} & 9x^2 + 16y^2 + 24xy \\ &= (3x)^2 + 2.3x.4y + (4y)^2 \\ &= (3x + 4y)^2 \\ &\therefore 24xy \text{ যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে।} \end{aligned}$$

৯১.  $9p^2 + 14p$  এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি

পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

K  $\frac{49}{9}$

L  $\frac{14}{9}$

M  $\frac{7}{3}$

N 7

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} & 9p^2 + 14p + \frac{49}{9} \\ &= (3p)^2 + 2.3p.\frac{7}{3} + \left(\frac{7}{3}\right)^2 \\ &= \left(3p + \frac{7}{3}\right)^2 \\ &\therefore \frac{49}{9} \text{ যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে।} \end{aligned}$$

৯২.  $p$  এর মান কত হলে  $4x^2 - px + 9$  একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা

হবে? [১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৪]

K 24 L 16

M 12 N 9

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} &4x^2 - px + 9 \\ &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \\ &= (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

অর্থাৎ  $px = 2 \cdot 2x \cdot 3$

বা,  $px = 12x$

$\therefore p = 12$

$\therefore p$  এর মান 12 হলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

৯৩.  $a$  এর মান কত হলে  $(9 - 12x + ax^2)$  রাশিটি পূর্ণ বর্গ

হবে? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে, ব্যক্তিগত কর্মকর্তা, নিয়োগ-২০১৮;

১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

K 8 L 6

M 4 N 2

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} &9 - 12x + ax^2 \\ &= (3)^2 - 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2 + ax^2 - (2x)^2 \\ &= (3 - 2x)^2 + ax^2 - 4x^2 \end{aligned}$$

$\therefore$  রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে,  $ax^2 - 4x^2 = 0$  হবে

বা,  $ax^2 = 4x^2$

$\therefore a = 4$

$\therefore a$  এর মান 4 হলে প্রদত্ত রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

৯৪.  $y$  এর মান কত হলে  $16x^2 - xy + 25$  একটি পূর্ণবর্গ

সংখ্যা হবে? [ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]

K 30 L 40

M 50 N 60

Q

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} &16x^2 - xy + 25 \\ &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 5 + (5)^2 \\ &= (4x - 5)^2 \end{aligned}$$

অর্থাৎ  $16x^2 - xy + 25$  কে পূর্ণবর্গ সংখ্যা হতে

হলে  $xy = 2 \times 4x \times 5$  হবে

বা,  $xy = 40x$

বা,  $y = 40$

$\therefore y$  এর মান 40 হলে প্রদত্ত রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

৯৫.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে  $\frac{x}{x^2 - x + 1}$  এর মান কত?

[৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১০]

K 1 L 2

M 3 N 4

P

ব্যাখ্যা

$$\text{এখানে, } x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 2x$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{x}{x^2 - x + 1} = \frac{x}{2x - x} = \frac{x}{x} = 1$$

R

৯৬.  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে  $\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$  এর মান কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

K 4 L 3

M 2 N 1

S

ব্যাখ্যা

$$\text{এখানে, } x + \frac{1}{x} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 4$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 4x$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{x}{x^2 - 3x + 1} \\ &= \frac{x}{4x - 3x} = \frac{x}{x} = 1 \end{aligned}$$

# Written Preparation

৯৭.  $(2x + 1)$  এর বর্গ নির্ণয় করুন। [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স  
লিমিটেড সহকারী ব্যবস্থাপক ট্রেইনি জেনারেল ২০২১]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}(2x + 1) \text{ এর বর্গ} &= (2x + 1)^2 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 \\ &= 4x^2 + 4x + 1\end{aligned}$$

৯৮. দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করুন:

$$(3x + 5y)(7x - 5y) \quad [২৭তম বিসিএসেজ টিপিখিত]$$

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } ab &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \\ \therefore (3x + 5y)(7x - 5y) &= \left(\frac{3x + 5y + 7x - 5y}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x + 5y - 7x + 5y}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{10x}{2}\right)^2 - \left(\frac{10y - 4x}{2}\right)^2 \\ &= (5x)^2 - \left\{\frac{2(5y - 2x)}{2}\right\}^2 \\ &= (5x)^2 - (5y - 2x)^2\end{aligned}$$

দুটি সংখ্যার গুণফলকে বর্গের  
অন্তররূপে প্রকাশ করতে বললে  
ab এর সূত্র ব্যবহার করবেন।

৯৯.  $2p^2 - 15p - 27$  রাশিটিকে দুইটি রাশির বর্গের  
অন্তরফলরূপে প্রকাশ করুন। [৩৪তম বিসিএসেজ টিপিখিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 2p^2 - 15p - 27 \\ &= 2p^2 - 18p + 3p - 27 \\ &= 2p(p - 9) + 3(p - 9) \\ &= (p - 9)(2p + 3) \\ &= \left\{\frac{(p - 9) + (2p + 3)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(p - 9) - (2p + 3)}{2}\right\}^2 \\ &= \left[\because ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right] \\ &= \left(\frac{p - 9 + 2p + 3}{2}\right)^2 - \left(\frac{p - 9 - 2p - 3}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{3p - 6}{2}\right)^2 - \left(\frac{-p - 12}{2}\right)^2 \\ &= \left\{\frac{3(p - 2)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{-(p + 12)}{2}\right\}^2 \\ &= \left\{\frac{3}{2}(p - 2)\right\}^2 - \left\{\frac{p + 12}{2}\right\}^2 \quad [ \because -1 \text{ এর বর্গ } 1 ]\end{aligned}$$

১০০.  $x + y = 7$ ,  $xy = 10$  হলে,  $x^2 + y^2 + 5xy = ?$

[৭ম শ্রেণির বোর্ড বই]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 5xy &= (x + y)^2 - 2xy + 5xy \\ &= (x + y)^2 + 3xy \\ &= (7)^2 + 3 \cdot 10 \\ &= 49 + 30 \\ &= 79\end{aligned}$$

১০১. যদি  $x - y = 1$ ,  $xy = 56$  হয় তবে  $x + y =$  কত?

[৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১২; মাধ্যমিক সহকারী  
শিক্ষক-০০]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= 1^2 + 4 \cdot 56 \\ &= 1 + 224 \\ \therefore x + y &= \pm\sqrt{225} = \pm 15\end{aligned}$$

১০২.  $x + y = 12$  এবং  $x - y = 8$  হলে,  $xy$  এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৪ (অনু: ২০১৮)]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}4xy &= (x + y)^2 - (x - y)^2 \\ &= (12)^2 - (8)^2 = 144 - 64 = 80 \\ \therefore xy &= \frac{80}{4} = 20\end{aligned}$$

১০৩.  $p + q = 5$  এবং  $p - q = 3$  হলে  $p^2 + q^2$  এর মান কত?

[৪৫তম বিসিএসেজ]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}2(p^2 + q^2) &= (p + q)^2 + (p - q)^2 \\ \text{বা, } (p^2 + q^2) &= \frac{(p + q)^2 + (p - q)^2}{2} \\ &= \frac{5^2 + 3^2}{2} = \frac{34}{2} = 17\end{aligned}$$

১০৪.  $a + b = \sqrt{3}$ ,  $a - b = \sqrt{2}$  হলে,  $3ab(a^2 + b^2) = ?$

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}&3ab(a^2 + b^2) \\ &= 3 \cdot \frac{8}{8} ab(a^2 + b^2) \\ &= \frac{3}{8} \times 4ab \times 2(a^2 + b^2) \\ &= \frac{3}{8} \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \\ &= \frac{3}{8} \{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2\} \{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2\} \\ &= \frac{3}{8} \times 1 \times 5 = \frac{15}{8}\end{aligned}$$

১০৫.  $a^2 - b^2 = 45$  এবং  $a - b = 3$  হলে  $ab$ -এর মান কত?

[পরিকল্পনা মন্ত্রণালয় সহকারী পরিচালক-০৬]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$(a^2 - b^2) = 45$$

$$\text{বা, } (a + b)(a - b) = 45$$

$$\text{বা, } (a + b) \times 3 = 45$$

$$\therefore (a + b) = \frac{45}{3} = 15$$

$$\begin{aligned} \therefore 4ab &= (a + b)^2 - (a - b)^2 \\ &= (15)^2 - (3)^2 \\ &= 225 - 9 = 216 \end{aligned}$$

$$\therefore ab = \frac{216}{4} = 54$$

১০৬.  $a + b + c = 9$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 29$  হলে,  $ab + bc + ca =$  কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ-১)]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-1 (MCQ) এর অনুরূপ]

আমরা জানি,

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ca) = 9^2 - 29$$

$$\text{বা, } ab + bc + ca = \frac{81 - 29}{2}$$

$$\therefore ab + bc + ca = 26$$

১০৭.  $a + \frac{1}{a} = 3$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-১০]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= 3^2 - 2$$

$$= 9 - 2$$

$$= 7$$

১০৮.  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

[১৫তম বিসিএসে পিপিআই]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\text{দেওয়া আছে, } 2x + \frac{2}{x} = 3$$

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2$$

$$= \frac{9}{4} - 2 = \frac{9 - 8}{4} = \frac{1}{4}$$

১০৯.  $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

[ডাক অধিদপ্তরের বিল্ডিং ওভারশিয়ার- ২০১৮]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3}x}{x}$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

১১০.  $a - \frac{1}{a} = 8$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-০৮]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= (8)^2 + 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 64 + 2 = 66$$

১১১.  $x + \frac{1}{x} = 3$  হয়, তবে  $x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 =$  কত?

[পায়রা বন্দর কর্তৃপক্ষ (বিভিন্ন পদ) ২০২০; প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৯, গোলাপ]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(3)^2 - 2\}^2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= (9 - 2)^2 - 2$$

$$= (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47$$

বিদ্র:  $x + \frac{1}{x} = 3$  থেকে দুইবার বর্গের মাধ্যমে  $x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4$  এর মান বের করা যায়।

$$১১২. x + \frac{1}{x} = 5 \text{ হলে, } x^4 + \frac{1}{x^4} \text{ এর মান নির্ণয় করুন।}$$

[৪৯তম বিসিএস প্রশ্নিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 5$

প্রদত্ত রাশি  $= x^4 + \frac{1}{x^4}$

$$= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(5)^2 - 2\}^2 - 2$$

$$= (25 - 2)^2 - 2$$

$$= (23)^2 - 2 = 529 - 2 = 527$$

$$১১৩. 2x + \frac{2}{x} = 3 \text{ হলে } x^4 + \frac{1}{x^4} \text{ এর মান নির্ণয় করুন।}$$

[২৩তম বিসিএস প্রশ্নিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$2x + \frac{2}{x} = 3$$

$$\therefore 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

অর্থাৎ  $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$$

$$= \left\{ \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \right\}^2 - 2$$

$$= \left(\frac{9}{4} - 2\right)^2 - 2$$

$$= \left(\frac{9-8}{4}\right)^2 - 2 = \frac{1}{16} - 2 = \frac{1-32}{16} = \frac{-31}{16}$$

$$১১৪. \text{ যদি } x^2 + \frac{1}{x^2} = 38 \text{ হয়, তবে } x - \frac{1}{x} = ?$$

[১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৬]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 38$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 38 - 2$$

$$\text{বা, } x - \frac{1}{x} = \sqrt{36} = \pm 6$$

$$১১৫. x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2 \text{ হলে, } x + \frac{1}{x} = \text{কত?}$$

[সহকারী পরিবার পরিকল্পনা কর্মকর্তা ২০১৬]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2$$

$$\text{বা, } (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 = 5x^2$$

$$\text{বা, } (x^2 + 1)^2 = 5x^2$$

$$\text{বা, } (x^2 + 1) = \sqrt{5x^2} \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = \sqrt{5}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x} \text{ [উভয়পক্ষকে } x \text{ দিয়ে ভাগ করে]}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$১১৬. x^2 - 3x + 1 = 0 \text{ হলে } \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \text{ এর মান-}$$

[৩৭তম বিসিএস]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 3x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{3x}{x} \text{ [উভয়পক্ষকে } x \text{ দিয়ে ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (3)^2 - 4 \\ &= 9 - 4 = 5 \end{aligned}$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= 3 \times \sqrt{5} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$১১৭. \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = a \text{ হলে, } x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$$

[Shajalal Islamic Bank (TSO)-2016]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = a$

$$\text{বা, } \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } (\sqrt{x})^2 + 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = a^2$$

$$\text{বা, } x + 2 + \frac{1}{x} = a^2$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = a^2 - 2$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (a^2 - 2)^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 2 + 2^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = a^4 - 4a^2 + 4$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = a^4 - 4a^2 + 4 - 2$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = a^4 - 4a^2 + 2$$

১১৮.  $2x + 3y = 13$  এবং  $xy = 6$  হলে,  $8x^3 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় করুন?

লিখিত পদ্ধতি

[Type-3 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned} & 8x^3 + 27y^3 \\ &= (2x)^3 + (3y)^3 \\ &= (2x + 3y)^3 - 3 \times 2x \times 3y(2x + 3y) \\ &= (2x + 3y)^3 - 18xy(2x + 3y) \\ &= (13)^3 - 18 \times 6 \times 13 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 2197 - 1404 \\ &= 793 \end{aligned}$$

১১৯.  $x - y = 7$ ,  $xy = 15$  হলে  $(x^2 + y^2)(x^3 - y^3)$ -এর মান কত?

[১৭তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-3 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned} & \text{দেওয়া আছে, } x - y = 7 \text{ এবং } xy = 15 \\ & \text{প্রদত্ত রাশি: } (x^2 + y^2)(x^3 - y^3) \\ &= \{(x - y)^2 + 2xy\} \{(x - y)^3 + 3xy(x - y)\} \\ &= \{(7)^2 + 2 \times 15\} \{(7)^3 + 3 \times 15 \times 7\} \\ &= (49 + 30)(343 + 315) \\ &= 79 \times 658 = 51982 \end{aligned}$$

১২০.  $a + b + c = 0$  হলে,  $a^3 + b^3 + c^3$  এর মান কত?

[১০ম বিসিএস; প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ ২০২০ (২য় ধাপ); সাব-রেজিস্টার-২০১৬]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-3 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned} & \text{দেওয়া আছে, } a + b + c = 0 \\ & \text{বা, } a + b = -c \\ & \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 \\ &= (-c)^3 - 3ab(-c) + c^3 \\ &= -c^3 + 3abc + c^3 \\ &= 3abc \end{aligned}$$

১২১.  $x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^3 + \frac{8}{x^3}$  এর মান কত?

[পেট্রোবাংলা, হিসাব সহকারী ২০১৯]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{8}{x^3} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{2}{x} \left(x + \frac{2}{x}\right) \\ &= (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 = 27 - 18 = 9 \end{aligned}$$

১২২.  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$  এর মান কত?

[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১১]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\text{এখানে, } 2x + \frac{2}{x} = 3$$

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{3}{2}$$

$$= \frac{27}{8} - \frac{9}{2} = \frac{27 - 36}{8} = \frac{-9}{8}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \frac{-9}{8} + 2 = \frac{-9 + 16}{8} = \frac{7}{8}$$

১২৩.  $a - \frac{1}{a} = 3$  হলে,  $a^3 - \frac{1}{a^3}$  মান কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (মেঘনা); প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১২ (সুরমা); প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক নিয়োগ-২০০৯]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= 3^3 + 3 \cdot 3$$

$$= 27 + 9$$

$$= 36$$

১২৪.  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3}$  এর মান কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ, সহকারী শিক্ষক (চতুর্থ পর্যায়) ২০১৯; ১০ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৪]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 8 \times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3}$$

$$= a^3 + \frac{1}{a^3} + 3a + \frac{3}{a}$$

$$= 18\sqrt{3} + 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= 18\sqrt{3} + 3 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$= 18\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$= 24\sqrt{3}$$

১২৫.  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য  $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$  হবে?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৪র্থ ধাপ-৩); বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী- ২০১৮]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x^6 - 1}{x^3} = 0$$

$$\text{বা, } x^6 - 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^6 = 1$$

$$\text{বা, } x = 1$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1^2 + \frac{1}{1^2} = 1 + 1 = 2$$

১২৬. ক.  $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$  হলে  $\frac{x^6 + 1}{x^3}$  এর মান কত?

খ.  $(p + q)^2 = \sqrt[3]{27}$  এবং  $p^2 = \sqrt{6 + q^2}$  হলে  $p^3q + pq^3 =$  কত?

[৩২তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

ক  $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = \sqrt{3}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{\sqrt{3}x}{x} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } x \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } \frac{x^6 + 1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

খ এখানে,  $(p + q)^2 = \sqrt[3]{27}$

$$\text{বা, } (p + q)^2 = \sqrt[3]{3^3}$$

$$\text{বা, } (p + q)^2 = 3$$

$$\therefore p + q = \sqrt{3}$$

$$\text{এবং } p^2 = \sqrt{6 + q^2}$$

$$\text{বা, } p^2 - q^2 = \sqrt{6}$$

$$\text{বা, } (p + q)(p - q) = \sqrt{6}$$

$$\text{বা, } \sqrt{3}(p - q) = \sqrt{6}$$

$$\therefore p - q = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

$$\text{এখন, } p^3q + pq^3$$

$$= pq(p^2 + q^2)$$

$$= \left\{ \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-q}{2}\right)^2 \right\} \times \frac{(p+q)^2 + (p-q)^2}{2}$$

$$= \left\{ \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \right\} \times \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2}{2}$$

$$= \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) \times \frac{3+2}{2}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$$

১২৭. যদি  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$  হয় তবে,  $\frac{x^6 + 1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় করুন।

[৪০তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} = 7$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{9}$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{x^6 + 1}{x^3} &= x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (3)^3 - 3 \times 3 \\ &= 27 - 9 = 18 \end{aligned}$$

১২৮.  $2x^2 - 3x = 2$  হলে  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৭তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$2x^2 - 3x = 2$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 2 = 3x$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \quad [2x \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{এখন, } x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2}$$

$$= \frac{27}{8} + \frac{9}{2} = \frac{27 + 36}{8} = \frac{63}{8} = 7\frac{7}{8}$$

১২৯. ক. যদি  $2x = \frac{2}{x} + 3$  হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,

$$8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63.$$

[৩৩তম বিসিএস লিখিত]

খ. যদি  $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$  হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,

$$ab + bc + ca = 0 \text{ অথবা, } a = b = c$$

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

ক দেওয়া আছে,  $2x = \frac{2}{x} + 3$

$$\text{বা, } 2x - \frac{2}{x} = 3$$

$$\text{বা, } \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 = (3)^3 \quad [\text{উভয়পক্ষকে ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right) = 27$$

$$\text{বা, } 8x^3 - \frac{8}{x^3} - 12 \left(2x - \frac{2}{x}\right) = 27$$

$$\text{বা, } 8x^3 - \frac{8}{x^3} - 12.3 = 27 \quad \left[ \because 2x - \frac{2}{x} = 3 \right]$$

$$\text{বা, } 8x^3 - \frac{8}{x^3} - 36 = 27$$

$$\text{বা, } 8x^3 = 27 + \frac{8}{x^3} + 36$$

$$\text{বা, } 8x^3 = 63 + \frac{8}{x^3}$$

$$\therefore 8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$\text{খ} \quad \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$$

$$\text{বা, } \frac{b^3c^3 + c^3a^3 + a^3b^3}{a^3b^3c^3} = \frac{3}{abc}$$

$$\text{বা, } \frac{a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3}{a^2b^2c^2} = 3$$

$$\text{বা, } a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3 = 3a^2b^2c^2$$

$$\text{বা, } a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3 - 3a^2b^2c^2 = 0$$

$$\text{বা, } (ab)^3 + (bc)^3 + (ca)^3 - 3.ab.bc.ca = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(ab + bc + ca)\{(ab - bc)^2 + (bc - ca)^2 + (ca - ab)^2\} = 0$$

$$\text{বা, } (ab + bc + ca)\{(ab - bc)^2 + (bc - ca)^2 + (ca - ab)^2\} = 0$$

$$\text{অতএব, } ab + bc + ca = 0$$

$$\text{অথবা, } (ab - bc)^2 + (bc - ca)^2 + (ca - ab)^2 = 0$$

[কতগুলো বর্গের সমষ্টি 0 হবে তখনই যখনই ঐ বর্গগুলো প্রত্যেকটির মান 0 হবে]

$$\therefore (ab - bc)^2 = 0 \text{ বা, } ab - bc = 0 \text{ বা, } ab = bc \text{ বা, } a = c$$

$$\text{আবার, } (bc - ca)^2 = 0 \text{ বা, } bc - ca = 0 \text{ বা, } bc = ca \text{ বা, } b = a$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\text{অতএব, } ab + bc + ca = 0 \text{ অথবা, } a = b = c \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$\text{১৩০. } x^4 - x^2 + 1 = 0 \text{ হলে, } x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$

[সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর, জুনিয়র শিক্ষক ২০২১]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\text{দেয়া আছে, } x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1 + 2 = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

$$\text{১৩১. যদি } x^4 - x^2 + 1 = 0 \text{ হয়, তবে } x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$

[৪০তম বিসিএস]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\text{দেয়া আছে, } x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = x^2$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \quad [x^2 \text{ দিয়ে ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1 + 2 = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

$$\text{১৩২. যদি } 4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2 \text{ হয়, তবে } 8a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ এর মান কত?}$$

[নার্সিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের, সিনি স্টাফ নার্স, নিয়োগ-২০১৮]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-4 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$$

$$\text{বা, } (2a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 2$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \times 2a \times \frac{1}{a} = 2$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = 2$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = 4 + 2 = 6$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right) = \sqrt{6}$$

$$\text{এখন, } 8a^3 + \frac{1}{a^3} = (2a)^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3$$

$$= \left(2a + \frac{1}{a}\right)^3 - 2 \times 2a \times \frac{1}{a} \left(2a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (\sqrt{6})^3 - 6 \times \sqrt{6} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (\sqrt{6})^2 \sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 0$$

১৩৩.  $y = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  হলে,  $\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^3 - \frac{1}{y^3}\right)$  এর মান নির্ণয় করুন।  
[৩৫তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $y = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

$$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

[হর ও লবকে  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$  কে দিয়ে গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore y - \frac{1}{y} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$\text{এখন, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^3 - \frac{1}{y^3}\right)$$

$$= \left\{y^2 + \left(\frac{1}{y}\right)^2\right\} \times \left\{y^3 - \left(\frac{1}{y}\right)^3\right\}$$

$$= \left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 + 2y \cdot \frac{1}{y}\right\} \times \left\{\left(y - \frac{1}{y}\right)^3 + 3y \cdot \frac{1}{y}\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}$$

$$= \{(2\sqrt{2})^2 + 2\} \times \{(2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot (2\sqrt{2})\}$$

$$= (4 \cdot 2 + 2) \times (8 \cdot 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2})$$

$$= 10 \times (16\sqrt{2} + 6\sqrt{2})$$

$$= 10 \times 22\sqrt{2}$$

$$= 220\sqrt{2}$$

১৩৪.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  কত?

[৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১২]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 2$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 2x$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1^5 + \frac{1}{1^5} = 1 + 1 = 2$$

১৩৫.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^6 - \frac{1}{x^6}$  এর মান কত?

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 2^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$$

$$\text{আবার, } x^6 + \frac{1}{x^6} = (x^3)^2 + \left(\frac{1}{x^3}\right)^2 = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot \frac{1}{x^3}$$

$$= 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore \left(x^6 - \frac{1}{x^6}\right)^2 = \left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right)^2 - 4 \cdot x^6 \cdot \frac{1}{x^6}$$

$$= 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = \sqrt{0} = 0$$

বিকল্প লিখিত পদ্ধতি

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 2x$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (x - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = 1^6 - \frac{1}{1^6} = 1 - 1 = 0$$

১৩৬.  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  হলে,  $x^6 + \frac{1}{x^6}$  এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 + 2 = 5$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^6 + \frac{1}{x^6}$$

$$= (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 5^3 - 3 \cdot 5$$

$$= 125 - 15$$

$$= 110$$

১৩৭.  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  হলে  $x^{-1}$  এর সঠিক মান হবে—  
[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১১]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

এখানে,  $x = 3 + 2\sqrt{2}$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } x^{-1} &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} \\ &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3)^2 - (2\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} \\ &= 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

১৩৮.  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  হলে,  $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = ?$

[Janata Bank (AEO-RC)-2018; Standard Bank (TAO-General)-2018]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-2 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $x = 3 + 2\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{(3 - 2\sqrt{2})}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} \\ &\quad [\text{হর ও লবকে } (3 - 2\sqrt{2}) \text{ দিয়ে গুণ করে}] \\ &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 &= (\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 6 - 2 = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{4} = 2$$

১৩৯.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে  $x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 = 12 - 2 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (2\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 10 \times 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x^5} = 180\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + 2\sqrt{3} = 180\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 180\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 178\sqrt{3}$$

১৪০.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে  $x^6 + \frac{1}{x^6} = ?$  কত?

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (2\sqrt{3})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore x^6 + \frac{1}{x^6} = (x^3)^2 + \left(\frac{1}{x^3}\right)^2$$

$$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^3}$$

$$= (18\sqrt{3})^2 - 2$$

$$= 972 - 2 = 970$$

১৪১.  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে  $a^7 + \frac{1}{a^7} = ?$  কত?

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } a^3 + \frac{1}{a^3} &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= (2\sqrt{6})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{6} \\ &= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{আবার, } a^4 + \frac{1}{a^4} &= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\
&= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2} \\
&= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \\
&= \{(2\sqrt{6})^2 - 2\}^2 - 2 \\
&= (24 - 2)^2 - 2 \\
&= 482 \\
\therefore \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) &= 42\sqrt{6} \times 482 \\
\text{বা, } a^7 + a + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^7} &= 20244\sqrt{6} \\
\text{বা, } a^7 + \frac{1}{a^7} + 2\sqrt{6} &= 20244\sqrt{6} \\
\therefore a^7 + \frac{1}{a^7} &= 20244\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 20242\sqrt{6}
\end{aligned}$$

$$182. a = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ হলে } a^8 + \frac{1}{a^8} = ?$$

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}
\text{দেওয়া আছে, } a &= \sqrt{6} + \sqrt{5} \\
\therefore \frac{1}{a} &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5} \\
\therefore a + \frac{1}{a} &= \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6} \\
\text{এখন, } a^4 + \frac{1}{a^4} &= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\
&= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2} \\
&= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \\
&= \{(2\sqrt{6})^2 - 2\}^2 - 2 \\
&= (24 - 2)^2 - 2 \\
&= 482 \\
\therefore a^8 + \frac{1}{a^8} &= (a^4)^2 + \left(\frac{1}{a^4}\right)^2 \\
&= \left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right)^2 - 2.a^4.\frac{1}{a^4} \\
&= (482)^2 - 2 \\
&= 232322
\end{aligned}$$

$$183. \text{ যদি } x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে, } x^{17} + \frac{1}{x^{19}} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

[Janata Bank (AEO)-2020]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-5 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}
\text{দেওয়া আছে, } x + \frac{1}{x} &= 2 \\
\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} &= 2 \\
\text{বা, } x^2 + 1 &= 2x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{বা, } x^2 - 2.x.1 + 1^2 &= 0 \\
\text{বা, } (x - 1)^2 &= 0 \\
\text{বা, } x - 1 &= 0 \\
\therefore x &= 1
\end{aligned}$$

$$\therefore x^{17} + \frac{1}{x^{19}} = (1)^{17} + \frac{1}{(1)^{19}} = 1 + \frac{1}{1} = 1 + 1 = 2$$

$$188. \text{ যদি } x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে, } \frac{1}{x^2 + x - 1} = ?$$

[Shajalal Islami Bank (TO Cash)-2016]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-6 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}
\text{দেওয়া আছে, } x + \frac{1}{x} &= 2 \\
\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} &= 2 \\
\text{বা, } x^2 + 1 &= 2x \\
\text{বা, } x^2 - 2x + 1 &= 0 \\
\text{বা, } x^2 - 2.x.1 + 1^2 &= 0 \\
\text{বা, } (x - 1)^2 &= 0 \\
\text{বা, } x - 1 &= 0 \\
\therefore x &= 1 \\
\therefore \frac{1}{x^2 + x - 1} &= \frac{1}{1^2 + 1 - 1} \quad [x \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
&= \frac{1}{1} = 1
\end{aligned}$$

$$185. \text{ যদি } x + \frac{1}{x} = 5 \text{ হয়, তবে } \frac{x}{x^2 + x + 1} \text{ এর মান কত?}$$

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮ (সেট:৭২৭৭); ১৪তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-6 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}
x + \frac{1}{x} &= 5 \\
\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} &= 5 \\
\text{বা, } x^2 + 1 &= 5x \\
\therefore \frac{x}{x^2 + x + 1} &= \frac{x}{(x^2 + 1) + x} = \frac{x}{5x + x} = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6}
\end{aligned}$$

$$186. 9p^2 + 14p \text{ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?}$$

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

লিখিত পদ্ধতি

[Type-6 (MCQ) এর অনুরূপ]

$$\begin{aligned}
9p^2 + 14p + \frac{49}{9} \\
= (3p)^2 + 2.3p.\frac{7}{3} + \left(\frac{7}{3}\right)^2 \\
= \left(3p + \frac{7}{3}\right)^2 \\
\therefore \frac{49}{9} \text{ যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে।}
\end{aligned}$$

পূর্ণমান : ২০

সময়: ১৫ মিনিট

## নিজেকে যাচাই করি

নম্বর	প্রস্ততি
১৬-২০	খুব ভালো
১২-১৫	মোটামুটি
১২ এর নিচে	অধ্যায়টি আবার পড়ুন

১. যদি  $(x - y)^2 = 12$  এবং  $xy = 1$  হয়, তবে  $x^2 + y^2 =$  কত?

K 11 L 12

M 13 N 14

২.  $a + b = \sqrt{5}$ ,  $a - b = \sqrt{3}$   $a^2 + b^2 = ?$ 

K 7 L 4

M 5 N 6

৩.  $x - \frac{1}{x} = 2$  হলে  $x^4 + \frac{1}{x^4} =$  কত?

K 30 L 31

M 32 N 34

৪.  $x = \sqrt{3} - \frac{1}{x}$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত?

K 1.0 L 3.0

M  $\sqrt{3}$  N 0.0৫.  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3}$  এর মান কত?K  $16\sqrt{2}$  L  $18\sqrt{2}$ M  $24\sqrt{3}$  N  $8\sqrt{2}$ ৬.  $a + b = 9p$ ,  $ab = 18p^2$  হলে,  $(a - b) =$  কত?

K 4p L 6p

M 3p N 5p

৭.  $x - \frac{1}{x} = 3$  হলে,  $\frac{x^4 + 1}{x^2}$  এর মান—

K 11 L 10

M 9 N 7

৮.  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  হলে  $x^{-1}$  এর সঠিক মান হবে—K  $3 + 2\sqrt{2}$  L  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ M  $3 - 2\sqrt{2}$  N  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ৯.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$  হলে  $\frac{x^6 + 1}{x^3}$  এর মান কত?K  $3\sqrt{5}$  L  $4\sqrt{5}$ M  $2\sqrt{5}$  N  $\sqrt{5}$ ১০.  $2x + 3y = 13$  এবং  $xy = 6$  হলে,  $8x^3 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় করুন?

K 695 L 712

M 763 N 793

১১.  $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$  হলে  $a^2 + \frac{1}{a^2} =$  কত?

K 65 L 77

M 72 N 86

১২.  $x^2 + y^2 = 8$  এবং  $xy = 7$  হলে  $(x + y)^2$  এর মান কত?

K 19 L 20

M 21 N 22

১৩.  $a + b = \sqrt{3}$  এবং  $a - b = \sqrt{2}$  হলে  $8ab(a^2 + b^2) = ?$ 

K 12 L 10

M 8 N 5

১৪.  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3} =$  কত?K  $8\sqrt{5}$  L  $10\sqrt{2}$ 

M 5 N 8

১৫.  $a + b + c = 0$  হলে,  $a^3 + b^3 + c^3$  এর মান কত?

K 0 L 1

M 3abc N abc

১৬.  $x - 2 = \sqrt{3}$  হলে  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান কত?

K 196 L 194

M 192 N 198

১৭.  $x + y = 5$  &  $x - y = 3$  then  $2x^2 + 2y^2 = ?$ 

K 34 L 20

M 15 N 5

১৮.  $a + b + c = 9$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 29$  হলে,  $ab + bc + ca =$  কত?

K 26 L 28

M 20 N 25

১৯.  $x + y = 3$  এবং  $xy = 1$  হলে,  $x^3 + y^3 + 3xy$  এর মান কত?

K 21 L 27

M 39 N 33

২০.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $\frac{x}{x^2 - x + 1}$  এর মান কত?

K 1 L 2

M 3 N 4

## উত্তরমালা

১.	N	২.	L	৩.	N	৪.	N	৫.	M	৬.	M	৭.	K	৮.	M	৯.	M	১০.	N
১১.	L	১২.	N	১৩.	N	১৪.	K	১৫.	M	১৬.	L	১৭.	K	১৮.	K	১৯.	K	২০.	K