January-2023

স্বল্প সময়ে যারা বই পড়ে গণিত শিখতে চান, এই বইটি তাদের জন্য

Khairul's BASIC MATH

যে কারনে বইটি সবার শুরুতের শীর্ষে

- শূন্য থেকে গণিতের ভিত্তি মজবুত করার সবথেকে কার্যকর বই
- ষষ্ঠ থেকে দ্বাদশ শ্রেণির প্রয়োজনীয় অংকসহ সমাধান সংযোজন
- সমজাতীয় অংকগুলোকে একসাথে রেখে সুবিন্যস্ত করা হয়েছে
- Written & Shortcut উভয় নিয়মে সমাধান প্রদান
- পরীক্ষার হলে সবচেয়ে কম সময়ে অংক সমাধানের টেকনিক সংযোজন
- সম্প্রতি অনুষ্ঠিত বিভিন্ন পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ সকল অংকের সহজ সমাধান

BCS

Primary

NTRCA

Varsity Admission

Board Book

6th ROYAL EDITION

সতর্কীকরণ

নকল, পাইরেসি ও ভেজালমুক্ত বই নিশ্চিত হতে ক্রেতা বিক্রেতা অবশ্যই নিজ দায়িত্বে সীল ও ক্রয় রশিদসহ সংগ্রহ করুন।

Md. Khairul Alam

KHAIRUL'S PUBLICATION

সূচিপত্র (Index)

অধ্যায় নং	অধ্যায়ের নাম	পৃষ্ঠা নম্বর
	সূচিপত্র এবং গুরুত্বপূর্ণ আলোচনা	i-xxxii
	Summary Of The Book	রোমান পেজ
	পাটি গণিত	
অধ্যায়-০১	**বাস্তব সংখ্যা (Number)**	১-৩৫
	❖ মৌলিক সংখ্যা	০৩
	❖ বিভিন্ন ধরনের সংখ্যা	০৭
	❖ বিভাজ্য ও ভাজক সংখ্যা বের করা	১৭
	❖ সংখ্যা বের করা	২২
	❖ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা	৩০
	❖ Practice Part	৩২
	❖ সংখ্যার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৩৪
অধ্যায়-০২	**ঐকিক (Unitary Method)**	৩৬-৭৬
	❖ সাধারণ ঐকিক নিয়মের সাধারণ প্রশ্ন	৩৯
	❖ সময় ও কাজের ঐকিক নিয়ম	৪১
	❖ অতিরিক্ত শ্রমিক লাগার ঐকিক	৪৪
	❖ যাওয়া-আসা বা কমা-বাড়ার ঐকিক	৪৬
	❖ একটি ক্লু বাদ দিয়ে লেখার ঐকিক	৪৯
	❖ MDH Method	৫১
	❖ চার ধাপের ঐকিক	৫৫
	❖ পুরুষ-মহিলা-বালকের ঐকিক	৫৭
	❖ Practice Part	৬৯
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৭৫
অধ্যায়-০৩	**ল.সা.গু ও গ.সা.গু (L.C.M and H.C.F)**	৭৭-১০৩
	❖ গ.সা.গু নির্ণয়	৭৯
	❖ ল.সা.গু নির্ণয়	৮২
	❖ দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ও গ.সা.গু	৯১
	❖ অনুপাত আকারে ল.সা.গু ও গ.সা.গু	৯২
	❖ ভগ্নাংশের ল.সা.গু - গ.সা.গু	৯৫
	❖ দশমিকের ল.সা.গু ও গ.সা.গু	৯৬

	❖ Practice Part	৯৯
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১০২
অধ্যায়-০৪	ভগ্নাংশ (Fraction)	১০৪-১৩৬
	❖ বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ নির্ণয়	১০৫
	❖ ভগ্নাংশের সাধারণ প্রশ্ন	১১৩
	❖ ভগ্নাংশের মান বের করা	১১৪
	❖ ভগ্নাংশ তৈরি করা	১১৯
	❖ খুটি ও ট্যাংক সংক্রান্ত প্রশ্ন	১২১
	❖ ভগ্নাংশের ভগ্নাংশ	১২৫
	❖ ভগ্নাংশের সমিকরণ সাজিয়ে সমাধান	১২৭
	❖ ভগ্নাংশের লব ও হরের হ্রাস বৃদ্ধি	১২৮
	❖ Practice Part	১৩২
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১৩৬
অধ্যায়-০৫	সরলীকরণ (Simplification)	১৩৭-১৪২
অধ্যায়-০৬	দশমিক সংখ্যা ও ভগ্নাংশ (Decimal Fraction)	১৪৩-১৫৪
	❖ দশমিক সংখ্যার বড়-ছোট নির্ণয়	১৪৩
	❖ দশমিক সংখ্যার যোগ বিয়োগ	১৪৪
	❖ দশমিক সংখ্যার গুণ এবং ভাগ	১৪৬
	❖ দশমিক সংখ্যার সরল	১৫০
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১৫৩
অধ্যায়-০৭	বর্গ ও বর্গমূল (Square & Square root)	১৫৫-১৬৭
অধ্যায়-০৮	ট্রেন ও গতিবেগ (Train & Speed)	১৬৮-১৮৮
	❖ সময় বের করা	১৬৯
	❖ দৈর্ঘ্য বের করা	১৭২
	❖ গতিবেগ বের করা	১৭৫
	❖ দুটি ট্রেন সংক্রান্ত প্রশ্ন	১৭৬
	❖ Practice Part	১৮৩
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১৮৭
অধ্যায়-০৯	সময়, দূরত্ব ও গতিবেগ (Time distance & speed)	১৮৯-২১৩
	❖ সাধারণ গতিবেগের সাধারণ কিছু প্রশ্ন	১৯০
	❖ সময় বের করা	১৯১
	❖ দূরত্ব বের করা	১৯২
	❖ গতিবেগ বের করা	১৯৫
	❖ গড় গতিবেগ বের করা	১৯৭
	❖ গতিবেগের সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান	২০০
	❖ Practice Part	২০৯
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	২১১

অধ্যায়-১০	নৌকা ও স্রোত (Boat and Stream)	২১৪-২৩১
	❖ অনুকূল গতি বের করা	২১৫
	❖ প্রতিকূল গতি বের করা	২১৬
	❖ নৌকার গতি বের করা	২১৭
	❖ স্রোতের গতিবেগ বের করা	২১৭
	❖ মোট সময় বের করা	২১৯
	❖ ঘন্টার পরিবর্তে মিনিট দেয়া থাকলে	২২১
	❖ সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান করা	২২৩
	❖ গড় গাতিবেগ বের করা	২২৫
	❖ Practice Part	২২৬
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	২৩০
অধ্যায়-১১	সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চা (Time Work & Pipes - Cistern)	২৩২-২৬৪
	❖ দুজন কাজ করলে বা দুটি নল থাকলে	২৩৩
	❖ দু'য়ের অধিক নল থাকলে বা দু' জনের বেশি কাজ করলে	২৩৯
	❖ পূর্ণ অংশ না থেকে ভগ্নাংশ দেয়া থাকলে	২৪১
	❖ একটি নল বন্ধ হয়ে গেলে বা কাজ থেকে একজন চলে গেলে	২৪৪
	(ক) ধারণক্ষমতা, (খ) দক্ষ, (গ) ১দিন পর পর কাজ করা	
	(ঘ) জোড়া জোড়া কাজ করা, (ঙ) পারিশ্রমিক বন্টন করা।	
	❖ Practice Part	২৫৯
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	২৬২
অধ্যায়-১২	গড় (Average)	২৬৫-২৯২
	❖ সাধারণ কিছু প্রশ্ন	২৬৬
	❖ বিভিন্ন সংখ্যার গড়	২৭০
	❖ ধারাবাহিক সংখ্যার গড়	২৭৩
	❖ ক্রিকেটের গড় সংক্রান্ত প্রশ্ন	২৭৫
	❖ বয়সের গড় সংক্রান্ত প্রশ্ন	২৭৭
	❖ গড়ের হ্রাস-বৃদ্ধি	২৮০
	❖ একটির জায়গায় আরেকটি আসলে	২৮১
	❖ Practice Part	২৮৭
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	২৯০
অধ্যায়-১৩	শতকরা (Percentage)	২৯৩-৩৫৬
	❖ শতকরার উপর সাধারণ কিছু প্রশ্ন	২৯৯
	❖ শতকরার মান, হার এবং মোট বের করা	৩০৫
	❖ শতকরা হার বের করা	৩১১
	❖ শতকরা বা % থেকে হিসেব	৩১৩
	❖ শতকরার শতকরা (দুই বা ততোধিক বার শতকরা)	৩১৮
	❖ শতকরার কম/বেশি বা ছোট/বড়	৩২১
	❖ মূল্য এবং খরচ সম্পর্কিত শতকরা	৩২৪
	❖ হ্রাস-বৃদ্ধির শতকরা	৩২৮

	❖ কমিশন সংক্রান্ত শতকরার প্রশ্ন	৩৩৭
	❖ ভোট এবং জনসংখ্যার শতকরা	৩৩৮
	❖ সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান	৩৪২
	❖ পাশ ফেলের শতকরা	৩৪৩
	❖ দুটি ভিন্ন অংশের শতকরার একত্রে হিসেব	৩৪৫
	❖ Practice Part	৩৫১
	❖ লিখিত অংশ	৩৫৫
অধ্যায়-১৪	লাভ-ক্ষতি (Profit and Loss)	৩৫৭-৪২২
	❖ সাধারণ লাভ বা ক্ষতির প্রশ্ন	৩৫৯
	❖ লাভ বা ক্ষতির শতকরা হার বের করা	৩৬১
	❖ লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ বের করা	৩৬৩
	❖ ক্রয়মূল্য বা বিক্রয়মূল্য বের করা	৩৬৫
	❖ বিক্রয়মূল্য আরো কিছু বেশি হলে ক্রয়মূল্য বের করা	৩৬৯
	❖ অনুপাত এবং ভগ্নাংশ আকারে লাভ-ক্ষতি	৩৭১
	❖ লাভ-ক্ষতির হ্রাস-বৃদ্ধি	৩৭৩
	❖ দুই ধাপে লাভ বা ক্ষতি হলে	৩৭৫
	❖ কমিশন বা ছাড় দিয়ে বিক্রি	৩৮২
	❖ সংখ্যা জাতীয় প্রশ্নের লাভ-ক্ষতি	৩৮৮
	❖ সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান	৪০৫
	❖ Practice Part	৪১২
	❖ লিখিত অংশ	৪১৮
অধ্যায়-১৫	সরল ও যৌগিক মুনাফা (Simple & Compound interest)	৪২৩-৪৭৯
	❖ মোট সুদ বের করা	৪২৪
	❖ সুদাসল বের করা	৪২৯
	❖ সুদের হার বের করা	৪৩১
	❖ সুদের সময় বের করা	৪৩৭
	❖ দ্বিগুন, তিনগুন, চারগুণ থাকলে সুদের হার ও সময় বের করার নিয়ম	৪৪০
	❖ আসল বা মূলধন বের করা	৪৪৪
	❖ ভগ্নাংশের সুদকষা	৪৪৮
	❖ সুদের হার হ্রাস বা বৃদ্ধির প্রশ্ন	৪৫২
	❖ সমীকরণের মাধ্যমে সমাধান	৪৫৫
	❖ যত-তত - যত- থাকলে হিসেব	৪৫৮
	❖ চক্রবৃদ্ধি বা যৌগিক মুনাফার আলোচনা	৪৬০
	❖ Practice Part	৪৭৩
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৪৭৬
অধ্যায়-১৬	অনুপাত-সমানুপাত (Ratio-Proportion)	৪৮০-৫১১
	❖ অনুপাতের সাধারণ প্রশ্ন	৪৮১
	❖ সমানুপাত বের করা	৪৯১
	❖ ভগ্নাংশের বা দশমিক সংখ্যার অনুপাত	৪৯২

		Inner Page
	❖ দুটি ভিন্ন অনুপাতকে এক অনুপাতে পরিণত করা	৪৯৩
	❖ সমীকরণ সাজিয়ে অনুপাতের সমাধান	৪৯৭
	❖ জ্যামিতি সংক্রান্ত অনুপাত	৫০২
	❖ Practice Part	৫০৭
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৫১০
অধ্যায়-১৭	**এলিগেশন (Rule of Alligation)**	৫১২-৫২৬
	❖ সাধারণ প্রশ্নে Rule of Alligation এর প্রয়োগ	৫১৪
	❖ গড়ের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	৫১৫
	❖ সমীকরণের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	৫১৬
	❖ শতকরার প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	৫২০
	❖ লাভ ক্ষতি প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	৫২১
	❖ সরল মুনাফার প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	৫২৩
	❖ গতিবেগের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	৫২৪
	❖ বিবিধ প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	৫২৫
	❖ Practice Part	৫২৬
অধ্যায়-১৮	**মিশ্রণ (Mixture)**	৫২৭-৫৪২
	❖ মিশ্রণের সাধারণ প্রশ্ন	৫২৭
	❖ অনুপাত আকারে মিশ্রণ	৫৩১
	❖ % বা শতকরা আকারে মিশ্রণ	৫৩৬
	❖ Practice part	৫৪০
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৫৪১
অধ্যায়-১৯	**অংশীদারি কারবার (Partnership)**	৫৪৩-৫৫৪
	❖ লাভের পরিমাণ বের করা	৫৪৪
	❖ কিছুদিন পর কেউ যোগ দিলে বা চলে গেলে	৫৪৭
	❖ বিনিয়োগ সম্পর্কিত প্রশ্ন	৫৪৮
	❖ সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান	৫৪৯
	❖ সময় বের করা	৫৫০
	❖ লিখিত অংশ	৫৫৪
অধ্যায়-২০	**বয়স সংক্রান্ত সমস্যা (Problem on Ages)**	৫৫৫-৫৭৭
	❖ বয়সের সাধারণ প্রশ্ন	৫৫৬
	❖ গড় সম্পর্কিত বয়সের প্রশ্ন	৫৫৭
	❖ অনুপাত সম্পর্কিত বয়সের অংক	৫৫৯
	❖ দুটি ভিন্ন সময়ের অনুপাত দেয়া থাকলে	৫৬২
	❖ সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান	৫৬৫
	❖ Practice Part	৫৭৩
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৫৭৬
অধ্যায়-২১	**ক্ষেত্রফল ও পরিমাপ (Area & Measurment)**	৫৭৮-৫৮৫
	❖ দৈর্ঘ্যের পরিমাপ	৫৭৮
	❖ ক্ষেত্রফল পরিমাপ	৫৮০

সব অংকের লিখিত খুঁজবেন না, আবার কোন লিখিত অংক শুধু শর্টকাট সূত্রে শিখবেন না।

ব্যাখ্যা : কিছু কিছু অংক আছে এত সহজ যে কয়েক সেকেন্ডেই করা সম্ভব, লিখিত পরীক্ষায় এত সহজ প্রশ্ন সাধারণত আসে না,তাই এদের লিখিত নিয়মে করার প্রয়োজন নেই।

আবার কোন লিখিত অংক শুধু শর্টাকাট সূত্র দিয়ে শেখা যাবে না। কারণ শর্টকাটে অংকের মূল বিষয়টি বোঝানোই যায় না, এবং নম্বর পাওয়া যাবে না।

কিন্তু বুঝে বুঝে অংক করলে সহজ অংক গুলোই পরবর্তীতে লিখিত অংকে কাজে লাগবে ।

বইটি যেভাবে পড়লে সবচেয়ে বেশি লাভবান হবেন

- বইটির যে কোন অধ্যায়ের শুরুর আলোচনা না পড়ে কখনো অংক করতে গেলে সমস্যায় পড়বেন।
- যে অধ্যায় যখনই করেন প্রথমে ঐ অধ্যায়ের বেসিক নিয়মগুলো পড়ে নিবেন।
- এর পর বিভিন্ন পদ্ধতির শুরুতে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো সময় ধরে বুঝে বুঝে কয়েকবার পড়বেন, তারপর খাতা কলমে একই অংকটি না দেখে করবেন,
- এরপর হুবহু ঐ নিয়মের অংকগুলো নিজে থেকে করতে থাকুন, প্রয়োজনীয় ব্যাখ্যাগুলো প্রশ্নের পাশে দেয়া আছে, সেখান থেকে প্রয়োজনে সাহায্য নিন, তবুও সমস্যা থেকে গেলে সমাধান করে দেয়া অংকটি আবার পড়ুন, তারপরেও সমস্যা হলে আমাদের ফেসবুক গ্রুপে যোগাযোগ করুন।
- যে কোন প্রশ্নে অসংলগ্নতা অথবা ভুল কিছু দেখলে আমাদের জানান শুদ্ধ করে দেয়া হবে।
- **এই বইয়ের কিছু অংক লিখে করুন, কিছু অংক বুঝে আর কিছু অংক না লিখে মুখে মুখে করার চেষ্টা করুন । সব অংক করতে করতে ক্লান্ত হয়ে গেলে শুধু বুঝিয়ে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো করার পর একই নিয়মের আরেকটি অংক নিজ থেকে করুন। তবে সব নিয়মেরই অন্তত একটি করে অংক করার চেষ্টা করবেন**

বইটির অন্যতম বৈশিষ্ট হচ্ছে বইটি গণিতের ক্ষেত্রে আপনাকে একজন গৃহশিক্ষকের ন্যায় সহযোগিতা করবে, যার মাধ্যমে গণিতে আপনার একটি শক্ত ভিত্তি তৈরী হবে।

শুধু বিসিএস এর জন্য যারা এই বইটি পড়তে চান তারা বিসিএস এর সিলেবাসভুক্ত টপিকগুলো একনজরে দেখে নিন।

বিসিএস প্রিলিমিনারির সিলেবাস:

ক্রম	টপিকের নাম	মোট নম্বর
০১	বাস্তব সংখ্যা, ল.সা.গু-গ.সা.গু, শতকরা, সরল ও যৌগিক মুনাফা, অনুপাত ও সমানুপাত এবং লাভ-ক্ষতি	০৩
০২	বীজগাণিতিক সূত্রাবলী, বহুপদী উৎপাদক, সরল ও দ্বিপদী সমীকরণ, সরল ও দ্বিপদী অসমতা এবং সরল সহ সমীকরণ	০৩
০৩	সূচক ও লগারিদম, সমান্তর ও গুণোত্তর অনুক্রম ও ধারা।	০৩
০৪	রেখা, কোণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য, পীথাগোরাসের উপপাদ্য, বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য, পরিমিতি সরলক্ষেত্র ও ঘনবস্তু	০৩
০৫	সেট, বিন্যাস ও সমাবেশ, পরিসংখ্যান ও সম্ভাব্যতা	০৩

বাস্তব সংখ্যা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো	
পদ্ধতি-০১	মৌলিক সংখ্যা
পদ্ধতি-০২	বিভিন্ন ধরনের সংখ্যা (জোড়-বিজোড়, মূলদ-অমূলদ, ধারাবাহিক)
পদ্ধতি-০৩	বিভাজ্য ও ভাজক সংখ্যা বের করা
পদ্ধতি-০৪	বিভিন্ন সংখ্যা বের করা। (যত-তত, সমীকরণ)
পদ্ধতি-০৫	দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা
সংখ্যা অধ্যায়ের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ কিছু ইংরেজী শব্দের ব্যাখ্যাঃ

☞ **Real number: (বাস্তব সংখ্যা):**

ধনাত্মক সংখ্যা, ঋণাত্মক সংখ্যা এবং শূন্য (০) সবই বাস্তব সংখ্যা। যেমনঃ ১, ০, ১৫, -৯, $-\frac{২}{৩}$ বাস্তব সংখ্যা।

☞ **Digit (অঙ্ক):**

হিসাব কিংবা গণনার কাজে ব্যবহৃত প্রতীক বা চিহ্নকে অঙ্ক বলে। অঙ্ক ২ প্রকার। যথা: সার্থক অঙ্ক ও সাহায্যকারী অঙ্ক।
সার্থক অঙ্ক ঃ ১ থেকে ৯ পর্যন্ত। এবং **সাহায্যকারী বা অভাবজ্ঞাপক ঃ** ০।
০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, এই দশটি প্রতীক এক একটি অঙ্ক। অঙ্কগুলো সংখ্যা তৈরী করে। যেমন: ৫১২ একটি সংখ্যা যেখানে ৫, ১ এবং ২ এক একটি অঙ্ক। আবার ০ বাদে প্রতিটি অঙ্ক আলাদা করে লিখলে তা এক একটি পূর্ণ সংখ্যা হবে যেমন: ৫ একটি সংখ্যা আবার ২ এবং ১ ও একটি ভিন্ন সংখ্যা।

☞ **Integer** (ইন্‌টিজার): অর্থ পূর্ণ সংখ্যা যে কোন পূর্ণ সংখ্যা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে। যেমন: ১২, ২৫, -৪, -৩৬ ইত্যাদি। কিন্তু কোন ভগ্নাংশ অথবা দশমিক সংখ্যাকে ইনটিজার বা পূর্ণ সংখ্যা বলা যাবে না। যেমন: $\frac{২}{৩}$, $\frac{৫}{৪}$, $২\frac{১}{২}$ বা ২.৫, এবং ১.২৫৬ ইত্যাদি পূর্ণ সংখ্যা নয়।

☞ **Odd number** (বিজোড় সংখ্যা), যেমন: ১,৩,৫; **Even number** (জোড় সংখ্যা), যেমন: ২,৪,৬
Sum/Total (যোগফল), Difference(পার্থক্য)/Subtract(বিয়োগফল), Product (গুণফল), Quotient (কোশিয়েন্ট) ভাগফল। Remainder (ভাগশেষ) অর্থাৎ যে কোন সংখ্যাকে ভাগ করার পর শেষে যা অবশিষ্ট থাকে।

☞ **Consecutive Number (ধারাবাহিক সংখ্যা):** ধারাবাহিক সংখ্যা হলো একটি সংখ্যার পরে আরেকটি সংখ্যা এবং সংখ্যাগুলোর মধ্যে একটি সুবিন্যাস্ত ব্যবধান যেমন: ১, ২, ৩, ৪, ... বা ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৭ . . . . . আবার ঋণাত্মক ক্রমিক ও হতে পারে কিন্তু দেখতে উল্টো হবে, যেমন: -৫, -৪, -৩, -২, -১, ১, ২, ৩ . . . . .
জোড় ক্রমিক: ২, ৪, ৬, ৮, . . . বা ৮৮, ৯০, ৯২, , . . . বিজোড় ক্রমিক ১, ৩, ৫, ৭, . . বা ৫৫, ৫৭, ৫৯, . . . ইত্যাদি।

☞ **Divisible (বিভাজ্য):** অর্থাৎ একটি সংখ্যাকে অন্য একটি সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা গেলে বলা হয় সংখ্যাটি বিভাজ্য। যেমন: ৩৯ সংখ্যাটি ১৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য কেননা ৩৯ কে ১৩ দ্বারা ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকবে না।

☞ **Factor (উৎপাদক):** হলো একটি সংখ্যাকে যে সকল সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায়। যেমন: ১২ এর উৎপাদক হলো ১,২,৩,৪,৬,১২ অর্থাৎ এই সংখ্যাগুলো দিয়ে ১২ কে ভাগ করা যায়। কিন্তু ৫, ১২ এর উৎপাদক নয়। কেননা ৫ দ্বারা ১২ কে ভাগ করা যায় না।

☞**Multiples (গুণিতক):** হলো Factor -এর বিপরীত: অর্থাৎ ১,২,৩,৪,৬,১২ এর গুণিতক হচ্ছে ১২।

☞**Prime number (মৌলিক সংখ্যা):** যে সকল সংখ্যাকে শুধু ১ এবং ঐ সংখ্যা ছাড়া আর কোন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় না তাকে Prime number বা মৌলিক সংখ্যা বলে। অর্থাৎ মৌলিক সংখ্যার উৎপাদক (factor) হবে দুইটি: ১ এবং ঐ সংখ্যাটি। যেমন: ২,৩,৫,৭,২৯ ইত্যাদি। [**Note:** ১ মৌলিক সংখ্যা নয়, যেহেতু এর উৎপাদক ১ টি ।]

☞**Perfect square (পূর্ণবর্গ সংখ্যা):** অর্থাৎ যে সংখ্যা গুলোর বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় আসে তাদেরকে পূর্ণবর্গ সংখ্যা বলে। যেমন: ৯, ২৫,৩৬,৮১

☞**Exactly divisible (নিঃশেষে বিভাজ্য):** কোন সংখ্যাকে অন্য একটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার পর কোন ভাগশেষ থাকবে না।

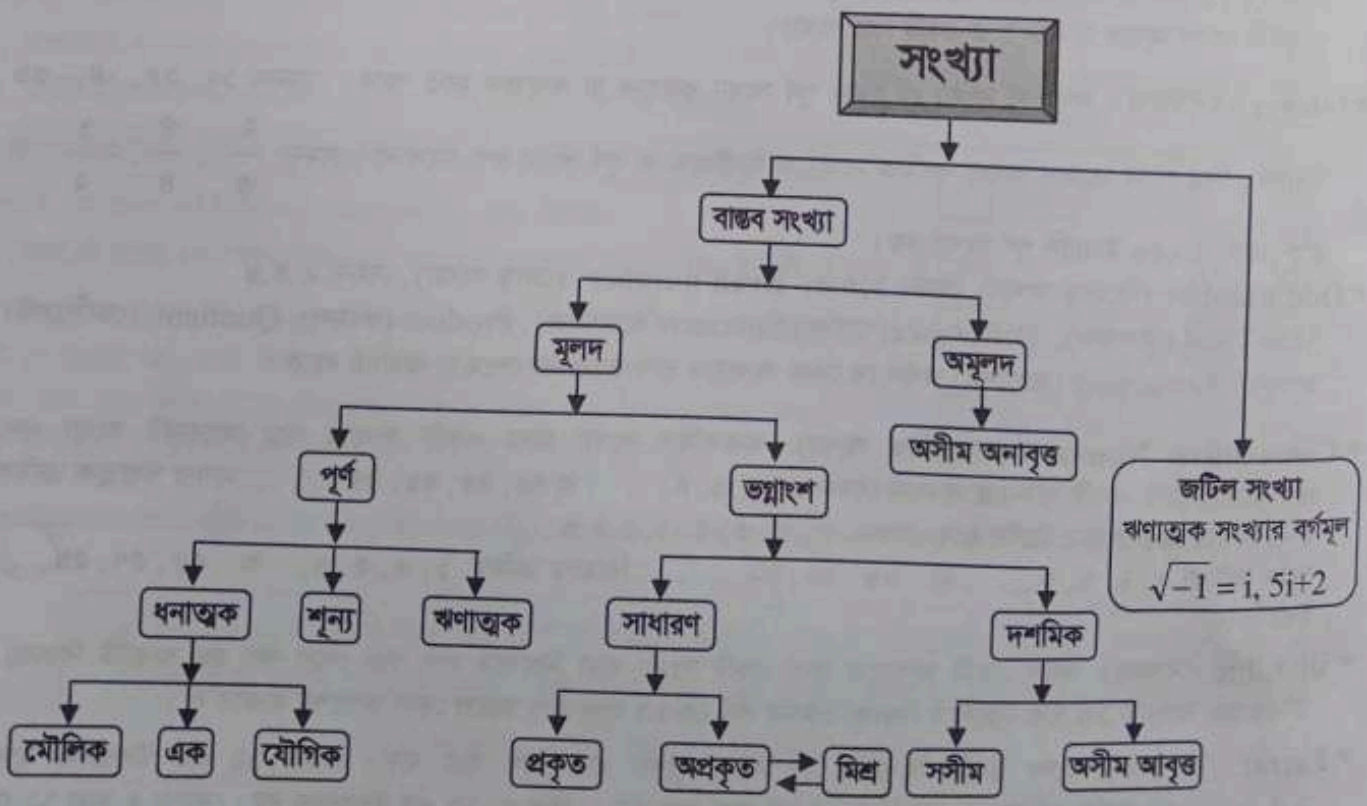
☞**মনে রাখতে হবে:**

- ✓ একটি পূর্ণ সংখ্যা তিন ধরনের হয়ে থাকে। যেমন: ধনাত্মক, ঋনাত্মক ও শূন্য।
- ✓ ১ মৌলিক যৌগিক কোনটিই নয়। সৃষ্টির আদি সংখ্যা ও গণনার একক।
- ✓ একটি পূর্ণ সংখ্যা ধনাত্মক বা ঋনাত্মক হতে পারে কিন্তু ভগ্নাংশ বা দশমিক সংখ্যা হবে না।
- ✓

☞ **সাহায্যকারী বা অভাবজ্ঞাপক অঙ্ক '০' এর ধর্ম :**

- ✓ শূন্য (০) একটি Integer ।
- ✓ শূন্য নিরপেক্ষ
- ✓ শূন্য জোড় সংখ্যা
- ✓ শূন্য সম্পর্কে প্রথম ধারণা দেন (আর্যভট্ট)
- ✓ শূন্য আবিষ্কার করেন (ব্রহ্মগুপ্ত)
- ✓ শূন্য এমন একটি সংখ্যা যা ধনাত্মক বা ঋনাত্মক কোনটিই বোঝায় না।

বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস ঃ-



সংখ্যার উপর বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : মৌলিক সংখ্যা

টিপ্সঃ যে কোন মৌলিক সংখ্যার উপর যেভাবেই প্রশ্ন আসুক না কেন নিচের তালিকাটি আয়ত্ব করে ফেলুন, তাহলে খুব সহজেই বের করে ফেলতে পারবেন। আবার অতি আত্মবিশ্বাসীরা আয়ত্ব না করেও গুণে গুণে পরীক্ষার হলে বের করতে পারবেন, তবে এতে আপনার অনেক সময় নষ্ট হবে। তাই খুব সহজ মনে করে, ফেলে না রেখে গুরুত্ব দিয়ে মুখস্ত করে ফেলুন।

(Prime number) মৌলিক সংখ্যা : যে সংখ্যাকে শুধু ১ এবং ঐ সংখ্যা ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় না সেগুলোকেই মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমনঃ ৫, ১১, ৯৭ ইত্যাদি।

Key points:

- ঋনাত্বক সংখ্যা মৌলিক সংখ্যা হতে পারে না এবং মৌলিক সংখ্যা ২ থেকে শুরু হয়।
- জোড় মৌলিক সংখ্যা = ১টি তা হল = ২।
- যে সকল সংখ্যার একক স্থানে ১,৩,৭,৯ বিদ্যমান তাহা মৌলিক সংখ্যা হতে পারে।

১ থেকে ১০০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যার তালিকা

সীমা	মৌলিক সংখ্যা	মোট সংখ্যা	সীমা	সম্মিলিতভাবে
১ থেকে ১০	২, ৩, ৫, ৭	৪ টি	(১ থেকে ১০ পর্যন্ত)	৪ টি
১১ থেকে ২০	১১, ১৩, ১৭, ১৯	৪ টি	(১ থেকে ২০ পর্যন্ত)	৮ টি
২১ থেকে ৩০	২৩, ২৯	২ টি	(১ থেকে ৩০ পর্যন্ত)	১০ টি
৩১ থেকে ৪০	৩১, ৩৭	২ টি	(১ থেকে ৪০ পর্যন্ত)	১২ টি
৪১ থেকে ৫০	৪১, ৪৩, ৪৭	৩ টি	(১ থেকে ৫০ পর্যন্ত)	১৫ টি
৫১ থেকে ৬০	৫৩, ৫৯	২ টি	(১ থেকে ৬০ পর্যন্ত)	১৭ টি
৬১ থেকে ৭০	৬১, ৬৭	২ টি	(১ থেকে ৭০ পর্যন্ত)	১৯ টি
৭১ থেকে ৮০	৭১, ৭৩, ৭৯	৩ টি	(১ থেকে ৮০ পর্যন্ত)	২২ টি
৮১ থেকে ৯০	৮৩, ৮৯	২ টি	(১ থেকে ৯০ পর্যন্ত)	২৪ টি
৯১ থেকে ১০০	৯৭	১ টি	(১ থেকে ১০০ পর্যন্ত)	২৫ টি
সুতরাং ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত মোট মৌলিক সংখ্যা হলো ২৫টি। এক সাথে মোবাইল নাম্বারের মত মনে রাখার চেষ্টা করুন: ৪৪২২, ৩২২৩, ২১				

বর্তমানে অনেক পরীক্ষায় ১০০ থেকে উপরের মৌলিক সংখ্যাগুলোর উপর প্রশ্ন এসে থাকে তাই সেগুলো দেখে নিন।

১০১ থেকে ২০০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যার তালিকা

সীমা	মৌলিক সংখ্যা	মোট	সীমা	মৌলিক সংখ্যা	মোট
১০১ থেকে ১১০	১০১, ১০৩, ১০৭, ১০৯	৪ টি	১৫১ থেকে ১৬০	১৫১, ১৫৭	২ টি
১১১ থেকে ১২০	১১৩	১ টি	১৬১ থেকে ১৭০	১৬৩, ১৬৭	২ টি
১২১ থেকে ১৩০	১২৭	১ টি	১৭১ থেকে ১৮০	১৭৩, ১৭৯	২ টি
১৩১ থেকে ১৪১	১৩১, ১৩৭, ১৩৯	৩ টি	১৮১ থেকে ১৯০	১৮১	১ টি
১৪১ থেকে ১৫০	১৪৯	১ টি	১৯০ থেকে ২০০	১৯১, ১৯৩, ১৯৭, ১৯৯	৪ টি
১৪১-১৫০ পর্যন্ত	**সর্বমোট**	**১০টি**	**১৫১-২০০ পর্যন্ত**	**সর্বমোট**	**১১টি**
১০১ থেকে ২০০ পর্যন্ত মোট মৌলিক সংখ্যা = ২১টি					

এক সাথে মোবাইল নাম্বারের মত মনে রাখার চেষ্টা করুন: ৪১১৩, ১২২২, ১৪

যেহেতু বর্তমানে বড় বড় কিছু মৌলিক সংখ্যা বিভিন্ন পরীক্ষায় আসছে তাই আরো কিছু মৌলিক সংখ্যা দেখে নিন:

মৌলিক সংখ্যার উপর বিভিন্ন প্রশ্ন:

Note: ৫ থেকে ১১ পর্যন্ত কয়টি মৌলিক সংখ্যা রয়েছে। এভাবে পর্যন্ত দেয়া থাকলে প্রথম এবং শেষের সংখ্যাটি সহ ধরে হিসেব করতে হয়। তাই উত্তর হবে তিনটি, যথা: ৫,৭,১১ ।

আবার যদি বলা হয় ৫ থেকে ১১ এর মধ্যে কয়টি মৌলিক সংখ্যা রয়েছে? এক্ষেত্রে ৫ ও ১১ বাদ দিয়ে শুধু ৫ ও ১১ এর মাঝখানের মৌলিক সংখ্যাটি লিখতে হবে যা হল ৭। তাই উত্তর হবে ১টি

১. **কোনটি মৌলিক সংখ্যা?** *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. ১২ খ. ১৩ গ. ১৪ ঘ. ১৫ উত্তর: খ

সমাধান: ১২ = ২×৬; ১৪ = ২×৭; ১৫ = ৩×৫; এবং ১৩ = ১৩×১
যে সংখ্যাকে ১ এবং ঐ সংখ্যা ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায়না তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে।
সুতরাং মৌলিক সংখ্যা = ১৩

২. **নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা?** *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১+কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের বিভিন্ন পদ-২০২১]*
ক. ৬৫ খ. ৮১ গ. ৪৩ ঘ. ৬৩ উত্তর: গ

৩. **নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা?** *[৩০ তম বিসিএস]+ [এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১+জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]*
ক.৯১ খ. ৮৭ গ. ৬৩ ঘ. ৫৯ উত্তর: ঘ

৪. **কোনটি মৌলিক সংখ্যা নয়?** *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*
ক. ২৩ খ. ২১ গ. ১৯ ঘ. ১৭ উত্তর: খ

সমাধান: ২৩ = ১×২৩; ২১ = ৩×৭; ১৯ = ১৯×১; এবং ১৭ = ১৭×১ সুতরাং মৌলিক সংখ্যা নয় = ২১

৫. **জোড় মৌলিক সংখ্যা কয়টি?** *(নির্বাচন কমিশন সচিবালয়-০৪)*
ক. ১টি খ. ২টি গ. ৩টি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

৬. **১ থেকে ১০ পর্যন্ত সংখ্যার মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কয়টি ?** *[BSC- Combined-(SO)- Exam – 2018 (Set-A)]*
ক. ৪ খ. ৩ গ. ৬ ঘ. ৫ উত্তর: ক

সমাধান: ১ থেকে ১০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা আছে মোট ৪ টি। যথা: ২, ৩, ৫ এবং ৭ ।

৭. **১ থেকে ২০ পর্যন্ত কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে?** *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১+কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের বিভিন্ন পদ-২০২১+কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]*
ক. ৫ খ. ৭ গ. ৮ ঘ. ৯ উত্তর: গ

সমাধান: ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা আছে ৮টি। যথা: ২,৩,৫,৭, ১১,১৩,১৭ ও ১৯।

৮. **১ হতে ৩০ পর্যন্ত কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে?** *[(১০তম বিসিএস)+ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮+বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক)- ২০২১+জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*
ক. ৮টি খ. ৯টি গ. ১০টি ঘ. ১১টি উত্তর: গ

সমাধান: ১ হতে ৩০ পর্যন্ত মোট মৌলিক সংখা আছে ১০টি যথা: ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩ ও ২৯ ।

৯. **২০ থেকে ১০০ এর মধ্যবর্তী মৌলিক সংখ্যা কতটি?** *[পরিবেশ অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার): -২০২০]*
ক. ১৭টি খ. ১৫টি গ. ১৩টি ঘ. ১১টি উত্তর: ক

১০. **৫০ এর চেয়ে ছোট কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে?** *(উপজেলা শিক্ষা অফিসার-০৫)+[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*
ক. ১৪টি খ. ১৫টি গ. ১৬টি ঘ. ১৭টি উত্তর: খ

১১. **২ এবং ৩২ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কয়টি?** *[২৪তম বিসিএস]*
ক. ৮টি খ. ৯টি গ. ১০টি ঘ. ১১টি উত্তর: গ

১২. **২৫ থেকে ৫৫ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কয়টি?** *[একটি বাড়ি একটি খামার- (উপজেলা সমন্বয়কারী) - ২০১৭]*
ক. ৭টি খ. ৪টি গ. ৬টি ঘ. ৫টি উত্তর: ক

সমাধান: ২৫ থেকে ৫৫ এর মধ্যে মোট মৌলিক সংখ্যা আছে = ৭টি। যথা: ২৯,৩১,৩৭,৪১,৪৩,৪৭ ও ৫৩ ।

১৩. ৪৩ থেকে ৬০ -এর পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা মোট কয়টি ? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*

ক. ৫ খ. ৩ গ. ৭ ঘ. ৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: ৪৩ থেকে ৬০ পর্যন্ত ৪ টি মৌলিক সংখ্যা আছে। যথা: ৪৩ ,৪৭ ,৫৩ ,৫৯

১৪. ৪১ থেকে ৯০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা কয়টি? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]*

ক. ১২ টি খ. ১৩ গ. ১৪ ঘ. ১৫ উত্তর: ক

১৫. ৭০ হতে ৮০ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা কতটি? *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]*

ক. ৪ খ. ৩ গ. ৫ ঘ. ৭ উত্তর: খ

১৬. ৯০ থেকে ১০০ এর মধ্যে কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে? *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. ৩টি খ. ২টি গ. ১টি ঘ. একটিও নেই উত্তর: গ

১৭. ১০০ এর চেয়ে বড় এবং ১৫০ থেকে ছোট কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে? *[ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(জুনিয়র সহকারী পরিচালক):২০২১]*

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৪ ঘ. ১৫ উত্তর: ক

১৮. ৩০ ও ৪০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার ব্যবধান কত? *[একটি বাড়ি একটি খামার-(উপজেলা সমন্বয়কারী) - ১৭]+ [বিসিক(চীফ অডিটর)-২০২১]*

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৯ ঘ. ৭ উত্তর : খ

১৯. ৩০ থেকে ৮০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার ব্যবধান কত ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*

ক. ৩৫ খ. ৪২ গ. ৪৮ ঘ. ৫৫ উত্তর: গ

সমাধান: ৩০ থেকে ৮০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যা = ৭৯ ও ৩১ ∴ পার্থক্য = ৭৯-৩১ = ৪৮

২০. ৩০ থেকে ৯০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার অন্তর কত? *[উপজেলা পোস্ট মাস্টার-২০০৯]*

ক.৪৬ খ. ৪৮ গ. ৫২ ঘ. ৫৮ উত্তর: ঘ

২১. ৬০ থেকে ৮০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার অন্তর কত? *[২৭তম বিসিএস] +[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি):২০২১]+[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]*

ক. ৮ খ. ১২ গ. ১৮ ঘ. ১৪ উত্তর: গ

২২. ১০ থেকে ৬০ পর্যন্ত যে মৌলিক সংখ্যাগুলোর একক স্থানীয় অঙ্ক ৯, তাদের সমষ্টি কত? *[বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]+[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১+রেলপথ মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ১৪৬ খ. ৯৩ গ. ১০৫ ঘ. ১০৭ উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে একক স্থানীয় অঙ্ক ৯ অর্থ শেষের অঙ্কটি ৯ হতে হবে। ১০ থেকে ৬০ পর্যন্ত এরকম সংখ্যা আছে মোট ৫টি। যেমন: ১৯, ২৯, ৩৯, ৪৯, এবং ৫৯ কিন্তু এদের মধ্যে ৩৯ ও ৪৯ মৌলিক নয়। তাই মৌলিক সংখ্যা তিনটি ১৯, ২৯ এবং ৫৯ এর যোগফল হবে = ১৯+২৯+৫৯ = ১০৭

২৩. ১৫ থেকে ৬৫ পর্যন্ত যে সকল মৌলিক সংখ্যার একক স্থানীয় অংক ৯ তাদের সমষ্টি কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তি: কর্ম:)-২০১৯]*

ক. ১৫৪ খ. ১০৮ গ. ১০৭ ঘ. ১৩৮ উত্তর: গ

২৪. ১ থেকে ১০ পর্যন্ত যে মৌলিক সংখ্যাগুলো রয়েছে, তাদের গুণফল কত? *[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]+[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]*

ক. ২১০ খ. ৩২০ গ. ২৪০ ঘ. ৩৪০ উত্তর: ক

সমাধান: ১ থেকে ১০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর গুণফল = ২×৩×৫×৭ = ২১০

২৫. তিনটি ক্রমিক মৌলিক সংখ্যার গুণফল ১০০১ হলে প্রথম মৌলিক সংখ্যা কত? *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]*

ক. ১৩ খ. ১১ গ. ৭ ঘ. ১৭ উত্তর: গ

সমাধান: তিনটি মৌলিক সংখ্যা যদি ৭ ,১১ ,১৩ হয়, এদের গুণফল = ৭×১১×১৩ = ১০০১ । ∴ প্রথম মৌলিক সংখ্যাটি = ৭

২৬. তিনটি পরপর মৌলিক সংখ্যার গড় যদি ১৯.৬৭ হয়, তবে সংখ্যা তিনটি কত? *[শ্রম অধিদপ্তরের শ্রম কর্মকর্তা এবং জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা-২০০৩]*

ক. ১৭, ১৯, ২৩ খ. ১৩, ১৭, ১৯ গ. ১৯, ২৩, ২৯ ঘ. ২৩, ১৯, ৩১ উত্তর: ক

সমাধান: মৌলিক সংখ্যা তিনটির যোগফল = ১৯.৬৭×৩ = ৫৯.০১ = ৫৯

সুতরাং অপশন চেক করে দেখা যায়,

ক. ১৭+১৯+২৩ = ৫৯; খ. ১৩+১৭+১৯ = ৪৯; গ. ১৯+২৩+২৯ = ৭১; ঘ. ২৩+২৯+৩১ = ৭৩।

বড় বড় মৌলিক সংখ্যা বের করার টেকনিক

বড় কোন সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা কিনা তা বের করার সাধারণত নিয়ম হলো প্রথমে সেই সংখ্যাটির কাছাকাছি কোন একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা ধরে বর্গমূল বের করতে হবে। এরপর ঐ বর্গমূল সংখ্যা থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যা (২ ও ৫ বাদে) নিয়ে সংখ্যাটিকে ভাগ করতে হবে; এবং এক্ষেত্রে নি:শেষে বিভাজ্য না হলে সংখ্যাটি অবশ্যই মৌলিক সংখ্যা।

২৭. নিচের কোন সংখ্যাটি মৌলিক? *[১০তম বিসিএস]*

ক. ৯১ খ. ১৪৩ গ. ৪৭ ঘ. ৮৭ **উত্তর: গ**

সমাধান: ৯১ = (৭×১৩); ৮৭ = (৩×২৯)

১৪৩ এর সবথেকে কাছাকাছি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হলো ১৪৪। এখন $\sqrt{১৪৪}$ = ১২ এখন ১২ এর নিচের মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো, ১১, ৭, ৫, ৩ এবং ২। তাহলে ২ ও ৫ বাদ দিয়ে ৩,৭ ও ১১ দিয়ে ১৪৩ কে ভাগ করতে গেলে দেখা যাচ্ছে ১১ দিয়ে ১৪৩ কে ভাগ করা যায়। তাই ১৪৩ মৌলিক সংখ্যা নয়।

কিন্তু ৪৭ এর কাছাকাছি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা = ৪৯ এবং $\sqrt{৪৯}$ = ৭ । তাহলে ৭ এর থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যা ৫,৩ ও ২ এর মধ্যে ৫ ও ২ বাদ দিয়ে শুধু ৩ দিয়ে ভাগ করতে গেলে দেখা যাচ্ছে ৪৭ সংখ্যাটি ৩ দিয়ে বিভাজ্য নয়। তাই ৪৭ একটি মৌলিক সংখ্যা।

আরেকটা দেখুন:

২৮. নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা নয়? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:] [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯+মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]+[CGA (Auditor-2022)]*

ক. ২৬৩ খ. ২৩৩ গ. ২৫৩ ঘ. ২৪১ **উত্তর: গ**

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে ২৫৩ কে ভাঙ্গলে ১১×২৩ = ২৫৩ হয়।
কিন্তু অন্য সংখ্যাগুলোকে ভাঙ্গানো যায়না । তাই ২৫৩ সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা নয়।

☞ এখন প্রশ্ন হলো, ২৫৩ কে যে ১১ বা ২৩ দিয়ে ভাগ করা যায় বা অন্যগুলোকে যায় না এটা পরীক্ষার হলে কিভাবে দ্রুত বের করা যাবে? এজন্য উপরের নিয়মটি প্রয়োগ করতে হবে।

প্রশ্নটির অপশনে প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ২৬৩,২৩৩,২৫৩ এবং ২৪১ অর্থাৎ প্রায় কাছাকাছি। এজন্য সবগুলোকে নতুন করে বার বার চেক করার থেকে একেবারে চেক দেয়া যায় এভাবে। এখানে সবথেকে বড় সংখ্যা = ২৬৩। তাহলে ২৬৩ এর সবথেকে কাছাকাছি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হলো ২৫৬ (এগুলো জানা থাকতে হবে) এখন $\sqrt{২৫৬}$ = ১৬ (যে কাছাকাছি পূর্ণ সংখ্যা বের করতে পারবে সে তার বর্গমূল ও জানে)। এখন ১৬ এর থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যা আছে = ১৩,১১,৭,৫,৩ ও ২। তাহলে ২ ও ৫ বাদ দিয়ে অন্য সংখ্যাগুলো দিয়ে প্রতিটি সংখ্যাকে ভাগ দিতে হবে।

দেখা যাচ্ছে, ২৬৩,২৩৩ এবং ২৪১ এদের কাউকেই ১৩,১১,৭ ও ৩ দিয়ে ভাগ করতে গেলে ভাগ করা যাচ্ছে না।
কিন্তু ২৫৩ কে ভাগ করতে গেলে ১১ দিয়ে ভাগ করা যাচ্ছে। তাই ২৫৩ ই মৌলিক সংখ্যা নয় এটাই উত্তর।

এভাবে করলে লাভ কি? আত্মবিশ্বাস আসবে? (ব্যাখ্যাটা পড়ুন।)

অবশ্যই আসবে। কারণ সংখ্যাগুলোকে ৩,৭,১১,১৩ দিয়ে ভাগ করার পরও যখন ভাগ করা যাবে না তখন আপনার মন চাইবে ১৭,১৯,২৩, ৩৯ . . . . . ৭৯ এরকম আনলিমিটেড সংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে। কিন্তু আসলেই এত এত সংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে গেলে যে ভাগফলটা আসবে তা ঐ সংখ্যার বর্গমূলের থেকে ছোট। অর্থাৎ আপনি যত বড় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে যাবেন ভাগফল তত ছোট হবে।

যেহেতু ১৬×১৬ = ২৫৬ আপনার সর্বোচ্চ রেঞ্জ। এখন আপনি একপাশে ১৭,১৯,২৩ আনলে অন্যপাশে কিন্তু আর ১৬ থাকবে না বরং ১৬ থেকে কমবে। আর একারণেই ২৫৩ কে আপনি ১১ দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর পাচ্ছেন ১১×২৩ । আপনাকে ২৩ এর নামতা পড়ার প্রয়োজন হচ্ছে না। এই টেকনিকটার গুরুত্ব এখানেই যে বর্গমূলের ছোট মৌলিক সংখ্যা নিয়ে ভাগ করে দেখলেই হবে, এর থেকে বড় সংখ্যার গুণফল বের করলে বা অন্য সংখ্যা নিলে তা প্রদত্ত সংখ্যার থেকে বড় বা যৌগিক সংখ্যা হয়ে যাবে।

২৯. নিচের কোন সংখ্যাটি মৌলিক নয়?

ক. ১৭৩ খ.২৬৭ গ. ৩৫৩ ঘ. ৪০১ **উত্তর: খ**

সমাধান:

সংখ্যা	পূর্ণ বর্গ সংখ্যা	বর্গমূল	বর্গমূলের ছোট মৌলিক	ফলাফল
১৭৩	$\sqrt{১৬৯}$	১৩	১১,৭,৩ [২, ৫ বাদে]	১১,৭ এবং ৩ এর কোনটিই দিয়েই ভাগ করা যায় না।
২৬৭	$\sqrt{২৫৬}$	১৬	১৩, ১১, ৭, ৩	৩দিয়ে ভাগ করা যায় = ৩×৮৯ = ২৬৭
৩৫৩	$\sqrt{৩৬১}$	১৯	১৭, ১৩, ১১, ৭, ৩	কোনটি দিয়েই ভাগ করা যায় না।
৪০১	$\sqrt{৪০০}$	২০	১৯, ১৭, ১৩, ১১, ৭, ৩	কোনটি দিয়েই ভাগ করা যায় না।
পরামর্শ: প্রথমেই মিলে গেলে সবগুলোই চেক করতে হবে না।				

সীমা	৫০০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা: প্রয়োজনে কয়েকটি সংখ্যা উপরের নিয়মে চেক করতে পারেন।	
২০০-৩০০	২১১, ২২৩, ২২৭, ২২৯, ২৩৩, ২৩৯, ২৪১, ২৫১, ২৫৭, ২৬৩, ২৬৯, ২৭১, ২৭৭, ২৮১, ২৮৩,	১৫টি
৩০০-৪০০	৩০৭, ৩১১, ৩১৩, ৩১৭, ৩৩১, ৩৪৭, ৩৪৯, ৩৫৩, ৩৫৯, ৩৬৭, ৩৭৩, ৩৭৯, ৩৮৩, ৩৮৯, ৩৯৭,	১৫টি
৪০০-৫০০	৪০১, ৪০৯, ৪১৯, ৪২১, ৪৩১, ৪৩৩, ৪৩৯, ৪৪৩, ৪৪৯, ৪৫৭, ৪৬১, ৪৬৩, ৪৬৭, ৪৭৯, ৪৮৭, ৪৯১, ৪৯৯	১৭টি

Co-prime numbers (সহ মৌলিক সংখ্যা):

যদি দুটি সংখ্যার গ.সা.গু ১ হয় তাহলে তাদেরকে পরস্পর Co- Prime বা সহ মৌলিক সংখ্যা বলে।

৩০. নিচের কোন সংখ্যা দুটি সহ মৌলিক সংখ্যা? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-(অনু:-১.২)]*

ক. ২৭,৫৪ খ.৬৩,৯১ গ. ১৮৯,২১০ ঘ. ৫২, ৯৭ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: অপশনগুলোর মধ্যে ঘ এর ৫২ ও ৯৭ সংখ্যাটির মধ্যে ৯৭ সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ায় ৫২ ও ৯৭ এর গ.সা.গু ১। কারণ এদের মধ্যে কোন সাধারণ গুণনীয়ক নেই। কিন্তু অপর তিনটি অপশনের সংখ্যাদ্বয়ের সাধারণ গুণনীয়ক ৩। তাই উত্তর: ঘ ।

৩১. নিচের কোন ক্রোমজোড়টি সহ মৌলিক? *[১১তম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৪]*

ক. ৪, ৬ খ.৬, ৯ গ. ৯, ১২ ঘ. ১২, ১৭ **উত্তর: ঘ**

[ব্যাখ্যা: শুধুমাত্র অপশন (ঘ) এর ১২ ও ১৭ সংখ্যা দুটির গ.সা.গু ১ হওয়ায় এই দুটিই সংখ্যাই সহমৌলিক সংখ্যা।]

৩২. The pair of co-prime numbers is-(নিচের কোন সংখ্যাদ্বয় সহ-মৌলিক সংখ্যা?) *[Rupali Bank Off- (Cash)-18]*

a. 2, 3 b. 2, 4 c. 2, 6 d. 2, 110 **Ans: a**

সমাধান: প্রশ্নে প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে শুধুমাত্র a তে প্রদত্ত ২ এবং ৩ এর গ.সা.গু ১ তাই **উত্তর a.**

৩৩. Which of the following is a pair of co-primes (সহ মৌলিক)?

a. (16, 62) b. (18, 25) c. (21, 35) d. (23, 92) **Ans: b**

সমাধান: a) H.C.F. of 16, 62 is 2; b) H.C.F. of 18, 25 is 1;
c) H.C.F. of 21, 35 is 7 d) H.C.F. of 23, 92 is 23; So option **b** is the right answer.

পদ্ধতি-০২: বিভিন্ন ধরনের সংখ্যা

সংখ্যার স্থানীয় মান:

৩৪. ৫৫৫ এর মাঝের অঙ্কের স্থানীয় মান কত? *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]*

ক. ৫ খ. ৫০ গ. ৫৫ ঘ. ৫০০ **উত্তর: খ**

সমাধান: ৫৫৫
- ৫×১ = ৫
- ৫×১০ = ৫০
- ৫×১০০ = ৫০০ ∴ ৫৫৫ এর মাঝের অংকের স্থানীয় মান = ৫০।

৩৫. কোন সংখ্যার একক, দশক, শতক স্থানীয় অংক যথাক্রমে x,y,z সংখ্যাটির রুপ হবে- *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৫)*

ক. xyz খ. x+y+z গ. 100z+10y+x ঘ. 100x+10y+z **উত্তর: গ**

সমাধান:

মনে রাখবেন কখনো কোন অক্ষর দিয়ে সংখ্যা গঠন করতে বলা হলে সংখ্যাটির স্থানীয় মান গুণ করে দিতে হবে। যেমন, একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অংক N এবং দশক স্থানীয় অংক M তাহলে সংখ্যাটি MN হবে না। বরং $10\times M + 1\times N = 10M+N$ হবে। অর্থাৎ দশকের ঘরের স্থানে 10, এককের ঘরের স্থানে 1 গুণ করে দিয়ে যোগ করতে হয়।

বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা :

৩৬. ০,১,২,৩ দ্বারা গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার মধ্যে পার্থক্য কত হবে? *(৩১ তম বিসিএস) +[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]+[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১]*

ক. ৩০৮৭ খ. ২০৮৭ গ. ৩১৮৭ ঘ. ২১৮৭ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ০ দ্বারা কোন সংখ্যা শুরু হয় না। তাই ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বানানোর ক্ষেত্রে ১ প্রথমে বসিয়ে তারপর ০ বসাতে হবে;

তাই ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হবে ১০২৩ এবং বৃহত্তম সংখ্যাটি হবে ৩২১০ । ∴ পার্থক্য ৩২১০ - ১০২৩ = ২১৮৭

৩৭. ০, ১, ২, ৩ ও ৪ দ্বারা গঠিত পাঁচ অংকের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার যোগফল কোনটি? *[ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]*

ক. ৪৪৪৪৪ খ. ৫৩৪৪২ গ. ৫৩৪৪৪ ঘ. ৫৩৪৪৮ **উত্তর: গ**

সমাধান: ০,১,২,৩ ও ৪ দ্বারা গঠিত পাঁচ অংকের বৃহত্তম সংখ্যা ৪৩২১০

০, ১,২,৩ ও ৪ দ্বারা গঠিত পাঁচ অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১০২৩৪ ∴ যোগফল = (৪৩২১০+১০২৩৪) = ৫৩৪৪৪

৩৮. ২, ০, ৮, ২ অঙ্কগুলো দ্বারা গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার গড় কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৪২২৪ খ. ৩০৯৬ গ. ৫১২৪ ঘ. ৪১১০ **উত্তর: গ**

সমাধান: ২, ০, ৮, ২ অংকগুলো দ্বারা গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যথাক্রমে = ৮২২০ এবং ২০২৮

$$\therefore \text{সংখ্যাদ্বয়ের গড়} = \frac{৮২২০+২০২৮}{২} = \frac{১০২৪৮}{২} = ৫১২৪$$

৩৯. তিন অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার যোগফল কত? *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]*

ক. ৯৯৯৯ খ. ৯৯৯ গ. ১০৯৯ ঘ. ১০০ **উত্তর: গ**

সমাধান: ৯৯৯+১০০ = ১০৯৯

৪০. তিন অংকের বৃহত্তম সংখ্যা ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য কত? *[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল) ২০১৬]*

ক. ৯৯৮ খ. ৯৮৮ গ. ৮৯৯ ঘ. ৮৮৮ **উত্তর: গ**

সমাধান: ৯৯৯-১০০ = ৮৯৯

৪১. পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ও চার অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যার অন্তর কত? *(২৯ তম বিসিএস) +? [বেবিচক(এরোড্রোম/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. ৯৮৯৯৯ খ. ১০ গ. ১ ঘ. ১০০ **উত্তর: গ**

সমাধান: (১০০০০ - ৯৯৯৯) = ১

৪২. পাঁচ অংকের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার যোগফল হতে ১ কম কোনটি? *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. ১০০০০৯ খ. ১০৯৯৯৯ গ. ১০৯৯৭৯ ঘ. ১০৯৯৯৮ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: [১০০০০ + ৯৯৯৯৯]-১ = ১০৯৯৯৮]

জোড়-বিজোড় সংখ্যা :

মনে রাখবেন, শুধু কোন অক্ষর যেমন: x, y, z বা m জোড় সংখ্যা না আবার বিজোড় সংখ্যাও না বরং এগুলো জোড়, বিজোড় উভয়ই হতে পারে। আপনি যখন যাকে যেভাবে ধরবেন, তা- ই হবে।

কিন্তু 2x অর্থাৎ যে কোন জোড় বা বিজোড় সংখ্যার সাথে 2 গুণ করলে অথবা যে কোন জোড় সংখ্যা গুণ করলে তা অবশ্যই জোড় সংখ্যা হয়।

আবার তেমনিভাবে $2x+1$ অথবা $32y+1$ অবশ্যই বিজোড় সংখ্যা। কারণ $2x$ এবং $32y$ জোড় সংখ্যা।

কিন্তু $3x$ অথবা $5y$ অর্থাৎ বিজোড় সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে তা জোড় বা বিজোড় উভয়ে হতে পারে। এটা নির্ভর করবে x, y জোড় নাকি বিজোড় তার উপর।

৪৩. **নিচের কোনটি অবশ্যই জোড় সংখ্যা?** (এই প্রশ্নগুলো সহজ মনে হলেও অনেকেই ভুল করেন)

ক. $x+y$ খ. $x+y+1$ গ. $xy+2$ ঘ. $2x$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা:

ক. **উত্তর নয়।** কারণ x,y একটি জোড় আরেকটি বিজোড় হলে যোগফল বিজোড় হবে।

খ. **উত্তর নয়।** কারণ x,y এর জোড় বিজোড় হওয়া না হওয়ার উপর $x+y+1$ জোড় নাকি বিজোড় তা নির্ভর করছে।

গ. **উত্তর নয়।** কারণ x,y দুটিই বিজোড় সংখ্যা হলে তার গুণফল বিজোড় হবে, এবং 2 যোগ করলেও বিজোড়ই থেকে যাবে।

ঘ. **এটাই উত্তর:** কারণ x এর মান জোড় বা বিজোড় যা - ই হোক না কেন, তার সাথে 2 গুণ করলে উত্তরটি জোড় হবে।

মনে রাখবেন, যে কোন প্রশ্নের উত্তর করতে পারাটাই গুরুত্বপূর্ণ নয়, বরং গুরুত্বপূর্ণ হল উত্তরটা কিভাবে বের হল তা জানা ও বোঝা। তাহলে যেকোনো ভাবে প্রশ্ন আসলে উত্তর দেয়া যাবে।

৪৪. **x এবং y- উভয়ই বিজোড় সংখ্যা হলে কোনটি জোড় সংখ্যা হবে?** *(৩২তম বিসিএস) + [DAE-(Store Keeper)-2017]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]*

ক. $x+y+1$ খ. xy গ. $xy+2$ ঘ. $x+y$ **উত্তর: ঘ**

টিপস: যখন এরকম কোন সংখ্যা জোড় নাকি বিজোড় বের করতে বলবে এবং কিছু শর্ত দেয়া থাকবে, তখন মনে মনে দুটি ছোট জোড় অথবা বিজোড় সংখ্যা ধরে নিয়ে অংকটি করতে হবে। প্রদত্ত অংকটিতে ধরি, দুটি বিজোড় সংখ্যা হলো ৩ ও ১। তাহলে অপশন ৪টি নিয়ে প্রমাণ করি কোনটি জোড়।

ক. ৩+১+১= ৫ (বিজোড়) খ. ৩×১= ৩ (বিজোড়)

গ. ৩×১+২ = ৫ (বিজোড়) ঘ. ৩+১= ৪ (জোড়) = **এটিই উত্তর।**

[এভাবে বুঝে বুঝে করলে কোন সূত্রের প্রয়োজন হবে না, এবং সব অংক একই নিয়মে পারা যাবে]

Be careful: মনে মনে যুক্তিহীন ভাবে কোন সংখ্যাকে নিজ থেকে জোড় অথবা বিজোড় বলা যাবে না

৪৫. **a ও b দুইটি বিজোড় সংখ্যা। নিচের কোন সংখ্যাটি জোড়?** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ab খ. $a+2a+2$ গ. $a+b+1$ ঘ. $2a+4b$ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: দুইটি বিজোড় সংখ্যাকে যেকোন জোড় সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে তাদের যোগফল অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে।

যেমন, $a=3$ এবং $b=5$ $\therefore 2a+4b = 2\times3+4\times5 = 6+20 = 26$

৪৬. **যদি 'ক' এবং 'খ' উভয় জোড় সংখ্যা হয়, তাহলে নিচের কোনটি অবশ্যই বিজোড় সংখ্যা হবে ?** *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*

ক. ক+২খ খ. কখ+১ গ. ক+খ ঘ. ২ক+খ **উত্তর: খ**

সমাধান: জোড় সংখ্যার সাথে জোড় সংখ্যা যোগ বিয়োগ বা গুণ করলে তা জোড় ই থাকে। তাই ক×খ = কখ = জোড়।

তাই এদের সাথে বিজোড় সংখ্যা যোগ করলে তা বিজোড় হবে। সুতরাং অপশন B তে প্রদত্ত কখ+১ = বিজোড়।

৪৭. **যদি n একটি জোড় সংখ্যা হয় তবে নিচের কোনটি জোড় সংখ্যা হতে পারবে না ?** *[BADC (AO)-2017]*

ক. n^2 খ. $3(n+1)+3$ গ. $2n+2$ ঘ. $2n+3$ **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

আমরা জানি যে কোন সংখ্যার সাথে জোড় সংখ্যা গুণ করলে তা জোড় হয়ে যায়। তাই এখানে $2n$ অবশ্যই জোড় সংখ্যা। আবার যদি $2n$ জোড় সংখ্যা হয় তাহলে তার সাথে আরেকটি জোড় সংখ্যা যোগ করলে জোড়ই থাকবে। কিন্তু বিজোড় সংখ্যা যোগ করলে তা বিজোড় হয়ে যাবে। তাই $2n+3$ অবশ্যই বিজোড় হবে।

৪৮. যদি n একটি জোড় সংখ্যা হয় তবে নিচের কোনটি জোড় সংখ্যা হতে পারে না? *[পরিসংখ্যান ব্যুরোর জুনিয়র পরিসংখ্যান সহ১৬]*
ক. n^2 খ. $5(n+2)$ গ. $2n+2$ ঘ. $7n+3$ উত্তর: ঘ

সমাধান:
যে কোন জোড় সংখ্যাকে জোড় অথবা বিজোড় যে কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফলটি অবশ্যই জোড় হবে। প্রশ্নে প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে $7n+3$ তে $7n$ অবশ্যই একটি জোড় সংখ্যা (কেননা n = জোড়) যার সাথে 3 যোগ করলে তা অবশ্যই বিজোড় হবে। কিন্তু জোড় হতে পারবে না।

৪৯. যদি তিনটি ধারাবাহিক সংখ্যার যোগফল বিজোড় হয় তাহলে তাদের প্রথম ও শেষ সংখ্যাটি অবশ্যই *[National Bank (PO)-13]*
ক. বিজোড়, জোড় খ. বিজোড়, বিজোড় গ. জোড়, বিজোড় ঘ. জোড়, জোড় উত্তর: ঘ

সমাধান:
সংখ্যা ৩টির প্রথম সংখ্যাটি জোড় সংখ্যা দিয়ে শুরু হলে, ৪,৫,৬ এরকম হবে। যাদের যোগফল ৪+৫+৬ = ১৫ (বিজোড়) এখানে শুরুর ও শেষের সংখ্যাটি অবশ্যই জোড় হবে।
আবার সংখ্যা ৩টির প্রথম সংখ্যাটি বিজোড় দিয়ে শুরু হলে ৫,৬,৭ এদের যোগফল = ৫+৬+৭ = ১৮ (জোড়)
যেহেতু প্রথম শর্তটি প্রশ্নের সাথে মিলে গেছে তাই উত্তর হবে ঘ

Be confident: ৪,৫,৬ অথবা ৫,৬,৭ এর জায়গায় অন্য যে কোন সংখ্যা ধরে হিসেব করলেও একই উত্তর আসবে। তবে এরকম প্রশ্নে ছোট ছোট সংখ্যা ধরে হিসেব করা উত্তম।

৫০. পাঁচটি পূর্ণ সংখ্যার গুণফল যদি বিজোড় সংখ্যা হয় তাহলে উক্ত পাঁচটি পূর্ণ সংখ্যার ঠিক কয়টি বিজোড় হবে? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের অধীন শ্রম অধিদপ্তরের প্রভাষক-২০০৫]*
ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: ঘ

সমাধান:
যদি কয়েকটি সংখ্যার মধ্যে যে কোন একটি জোড় সংখ্যা থাকে তাহলে সবগুলোর গুণফল জোড় হবে। তাই ৫টি সংখ্যার গুণফল বিজোড় হতে হলে ৫টি সংখ্যার ১টিও জোড় হওয়া যাবে না বরং সবগুলোই বিজোড় হতে হবে।

নিজে করুন: *[যে কোন মান ধরে অপশনের সাথে মিলানোর চেষ্টা করুন]*

৫১. m ও n বিজোড় সংখ্যা হলে নিচের কোনটি জোড়? *[বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]*
ক. mn খ. mn+1 গ. mn+2 ঘ. mn+4 উত্তর: খ

৫২. x ও y দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা হলে নিচের কোনটি বিজোড়? *[ন্যাশনাল এগ্রিকালচারাল টেকনোলজি প্রোগ্রাম-২০১৯]*
ক. x^2 খ. y^2 গ. x^2+1 ঘ. y^2+4 উত্তর: গ

৫৩. তিনটি পূর্ণ সংখ্যার গুণফল যদি বিজোড় হয়, তাহলে উক্ত তিনটি পূর্ণসংখ্যার ঠিক কয়টি বিজোড় হবে? *[সরকারি মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক পরীক্ষা-২০১১]*
ক. ২টি খ. ৩টি গ. ৪টি ঘ. ৫টি উত্তর: খ

মূলদ এবং অমূলদ সংখ্যা:

বাস্তব সংখ্যাকে দুই শ্রেণীতে ভাগ করা যায়; যথা, মূলদ (Rational) এবং অমূলদ (Irrational) ।

মূলদ সংখ্যা: (Rational number)

যে সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাত (শূন্য বাদে) হিসেবে প্রকাশ করা যায় তাকে মূলদ সংখ্যা বলে অর্থাৎ যে সংখ্যাকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় তাকেই মূলদ সংখ্যা বলে। নিচের উদাহরণ গুলো মনোযোগ সহকারে পড়ুন:

➢ ৭ একটি মূলদ সংখ্যা কারণ ৭ কে ভগ্নাংশ আকারে লেখা যায়। যেমন: $\frac{৭}{১}$ তাহলে যে কোন পূর্ণ সংখ্যাই মূলদসংখ্যা। কেননা, সকল পূর্ণ সংখ্যার নিচে হর হিসেবে ১ গোপনে থাকে।

➢ $\frac{২}{৫}$ ভগ্নাংশটি একটি মূলদ সংখ্যা। অর্থাৎ প্রকৃত, অপ্রকৃত এবং মিশ্র সব ভগ্নাংশই মূলদ সংখ্যা।

➢ $-\frac{৫}{৬}$ ভগ্নাংশটি ঋণাত্মক হলেও মূলদ সংখ্যা।

➢ ১.২৫, ১২.৫ দশমিক সংখ্যাগুলোও মূলদ সংখ্যা কারণ এদেরকে পূর্ণ সংখ্যা আকারে ভগ্নাংশ বানানো যায়।

➢ $০.\dot{৩}$ অথবা $০.\dot{১}\dot{৮}$ $০.\dot{৬}$ দশমিক সংখ্যাগুলোতে পৌণ:পুণিক আছে বিধায় এরাও মূলদ। কারণ এদেরকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায়। যেমন: $০.\dot{৩} = \frac{১}{৩}$, $০.\dot{১}\dot{৮} = \frac{১৮}{৯৯} = \frac{২}{১১}$ এবং $০.\dot{৬} = \frac{৬}{৯} = \frac{২}{৩}$

তাহলে সব পৌণ:পুণিক যুক্ত সংখ্যা ও মূলদ। কেননা এরা শুরুতে ভগ্নাংশই ছিল ।
পৌণ:পুণিক যুক্ত সংখ্যা অর্থ হলো আবৃত দশমিক সংখ্যা।

➢ যে কোন পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল হলো মূলদ সংখ্যা। যেমন: $\sqrt{৩৬}, \sqrt{১২১}$ কারণ এদের বর্গমূল হবে পূর্ণ সংখ্যা যাদেরকে আবার ভগ্নাংশ আকারে লেখা যায়।

➢ আবার কোন সংখ্যার ঘনমূল পূর্ণ সংখ্যা হলে তা মূলদ সংখ্যা। যেমন: $\sqrt[৩]{৮} = ২, \sqrt[৩]{৬৪} = ৪$

সুতরাং সহজ ভাষায় আমরা বলতে পারি যে,
শূন্য,স্বাভাবিক সংখ্যা, প্রকৃত এবং অপ্রকৃত ভগ্নাংশ এবং সসীম দশমিক সকল সংখ্যাই মূলদ সংখ্যা। যেমন: ০,১,২,৪,৫, $\frac{২}{৫}$, $\sqrt{৮১}$ এগুলো সবগুলিই এক একটি মূলদ সংখ্যা । এখানে $\sqrt{৮১} = ৯$ যা পূর্ণ বর্গ তাই ইহা একটি মূলদ সংখ্যা।

যে কোন পূর্ণবর্গ সংখ্যার উপর $\sqrt{}$ দিলে তার উত্তর পূর্ণ স্বাভাবিক সংখ্যা হয়।

তাই ঐ সংখ্যাটিকে মূলদ সংখ্যা বলে, যেমন: $\sqrt{১৬}$, $\sqrt{২৫}$, $\sqrt{৬৪}$

পূর্ণ ঘন সংখ্যার ঘনমূল একটি মূলদ সংখ্যা। যেমন: $\sqrt[৩]{27}$ = মূলদ সংখ্যা: কারণ $\sqrt[৩]{27} = 3$

অমূলদ সংখ্যা (Irrational number):

যে সংখ্যা মূলদ নয় তাকে অমূলদ (irrational) সংখ্যা বলে। অমূলদ সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করলে তা সসীম হবে অথবা অসীম কিন্তু পৌণ:পুণিক হয় না। যেমন $\sqrt{2}, \sqrt[৩]{11}, \pi, \sqrt{৩}$ এগুলোকে দুইটি পূর্ণ সংখ্যার অনুপাতরূপে প্রকাশ করা যায় না

পূর্ণবর্গ সংখ্যা বাদে অন্য যে কোন সংখ্যার উপর $\sqrt{}$ দিলে তা অবশ্যই অমূলদ সংখ্যা।
অর্থাৎ দশমিক চিহ্নের পরের অংক গুলো যদি কারও সাথে কারও মিল না থাকে এবং অসীম পর্যন্ত চলতে থাকলে উহা অমূলদ সংখ্যা হয় । যেমন ৩.১২৫৪৬৯৮২.....

কিছু অমূলদ সংখ্যা:
$\sqrt{2} = 1.414\ldots\ldots$ অসীম
$\sqrt{3} = 1.732\ldots\ldots$ অসীম
$\pi = 3.1415\ldots\ldots$ অসীম
$e = 2.718281\ldots\ldots$ অসীম

শর্টকাট ঃ মূলদ সংখ্যা: অসীম আবৃত এবং সসীম অনাবৃত্ত
অমূলদ সংখ্যা: অসীম অনাবৃত।
সসীম আবৃত বলে কিছু নেই।

পূর্ণ বর্গ নয় এমন সকল সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা :
$\sqrt{৫} = ২.২৩৬০৬\ldots\ldots$, $\sqrt{৮} = ২.৮২৮৪২৭\ldots\ldots$, $\sqrt{১৩} = ৩.৬০৫৫৫১\ldots\ldots$, $\sqrt{২০} = ৪.৪৭২১৩৫\ldots\ldots$,

পূর্ণ ঘন নয় এমন সকল সংখ্যার ঘনমূল অমূলদ সংখ্যা:
$\sqrt[৩]{২} = ১.২৫৯৯২১$, $\sqrt[৩]{৩} = ১.৪৪২২৪৯$, $\sqrt[৩]{৭} = ১.৯১২৯৩১$ $\sqrt[৩]{১০} = ২.১৫৪৪৩৪\ldots\ldots$

$\Rightarrow e$ হলো স্বাভাবিক লগের ভিত্তি । যার মান $e = ২.৭১৮২৮১$ অর্থাৎ ইহা একটি অমূলদ সংখ্যা ও ধ্রুবক সংখ্যা ।

বিগত সালে বিভিন্ন পরীক্ষায় অমূলদ সংখ্যার উপর আসা কিছু প্রশ্ন:

৫৪. $\sqrt{2}$ সংখ্যাটি কি ধরনের সংখ্যা? *(২৫ তম বিসিএস)* উত্তর: অমূলদ

৫৫. যদি p একটি মৌলিক সংখ্যা হয় তাহলে $\sqrt{p}$ কি ধরনের সংখ্যা? *(২৪ তম বিসিএস)* উত্তর: অমূলদ

৫৬. $\sqrt{7}$ সংখ্যাটি ? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের উপ-সহকারী প্রকৌশলী-২০১১+উপজেলা মহিলা বিষয়ক কর্মকর্তা-২০১১+বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের সহকারী প্রোগ্রামার-২০১৭]*

ক. মৌলিক সংখ্যা খ. মূলদ সংখ্যা গ. অমূলদ সংখ্যা ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

৫৭. নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. 5.5 খ. $\sqrt{3}$ গ. $\frac{5}{3}$ ঘ. $\frac{1}{4}$ উত্তর: খ

৫৮. মূলদ সংখ্যাটি হলো- *[সহকারী পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা-২০১২+কারা অধিদপ্তরের কারা তত্ত্বাবধায়ক-২০১৩+স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয়ের উপসহকারী প্রকৌশলী(সিভিল)-২০১৬]*

ক. $\sqrt[3]{8}$ খ. $\sqrt{12}$ গ. $\sqrt{18}$ ঘ. $\sqrt{27}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = \left(2^3\right)^{\frac{1}{3}} = 2$; যা একটি মূলদ সংখ্যা।

Note: মূলদ আর অমূলদ খুব ভালভাবে বুঝতে অনেকেরই সমস্যা হতে পারে, খুব বেশি জানতেই হবে এমনটি নয়,কারণ এ মূলদ -অমূলদ প্রমাণ করা একটি বিশাল আলোচনা সাপেক্ষ ব্যাপার। সাধারণ পরীক্ষার জন্য যার বিস্তর প্রমাণের প্রয়োজন নেই। তাই বিগত বিভিন্ন চাকুরীর পরীক্ষার প্রশ্ন থেকে দেখা যায় যে প্রতি বছর সাধারণত কিছু নির্দিষ্ট সংখ্যা থেকেই প্রশ্ন হয়। তাই সেগুলো অনুশীলন করতে পারেন।

৫৯. কোনটি মূলদ সংখ্যা? *[টেক্সটাইল ইনস্টিটিউট ও টেক্সটাইল ইঞ্জিনিয়ারিং কলেজের ইনস্ট্রাক্টর (ডিটিআই) ২০১৮]*

ক. $\sqrt{11}$ খ. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ গ. $\sqrt{\frac{8}{7}}$ ঘ. $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$ উত্তর:ঘ

সমাধান: প্রদত্ত অপশন গুলোর মধ্যে শুধুমাত্র অপশন (ঘ) কে $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{3}{4}$ = ভগ্নাংশ হওয়ায় মূলদ সংখ্যা।

৬০. নীচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা ? *[৪০তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. $0.\dot{4}$ খ. $\sqrt{9}$ গ. $5.\dot{6}3\dot{9}$ ঘ. $\sqrt{\frac{27}{48}}$ ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: ঙ

সমাধান: অমূলদ সংখ্যা হচ্ছে যাদেরকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

এখানে, $0.\dot{4} = \frac{4}{9}$, $\sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1}$, $5.\dot{6}3\dot{9} = \frac{5639-5}{999} = \frac{5634}{999}$, এবং, $\sqrt{\frac{27}{48}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

যেহেতু সবগুলোকেই ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যাচ্ছে তাই সবগুলোই মূলদ সংখ্যা অর্থাৎ এখানে কোন অমূলদ সংখ্যা নেই।

৬১. নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা ? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]*

ক. 1.111.... খ. 1.1010101.... গ. 1.1001001001 ঘ. 1.1010010001.. উত্তর: ঘ

সমাধান:

অপশন ঘ বাদে অন্য সবগুলো সংখ্যায় পৌণ:পুণিক চিহ্ন ব্যবহার করা যায়। তাই শুধু অপশন ঘ ই অমূলদ।

৬২. একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত কোন ধরনের সংখ্যা? *[বিভিন্ন অধিদপ্তরের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা (সাধারণ) এপ্রিল-২০১৮]* উত্তর: ঘ

ক. মৌলিক খ. মূলদ গ. স্বাভাবিক ঘ. অমূলদ

সমাধান: বৃত্তের পরিধি : বৃত্তের ব্যাস = $2\pi r : 2r = \frac{2\pi r}{2r} = \pi = 3.1415926.....$ (অমূলদ সংখ্যা)

৬৩. (i) দুইটি ভিন্ন অমূলদ সংখ্যার গুণফল অমূলদ সংখ্যা
(ii) 0 একটি মূলদ সংখ্যা
(iii) যে সকল পূর্ণসংখ্যা পূর্ণবর্গসংখ্যা নয়, সেগুলোর বর্গমূল অমূলদ
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে কোনটি সঠিক? *[সরকারি মাধ্যমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯]*

ক. i, ii খ. i, iii গ. ii, iii ঘ. i, ii, iii উত্তর: গ

সমাধান: (i) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ = অমূলদ কিন্তু $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ = মূলদ, অর্থাৎ দুটি ভিন্ন অমূলদ সংখ্যার গুণফল যেমন অমূলদ হতে পারে তেমন মূলদ ও হতে পারে।

(ii) $0 = 0 \div 2$ = মূলদ (iii) ৭ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু পূর্ণবর্গ নয় কিন্তু $\sqrt{7}$ = অমূলদ সুতরাং ii, iii সঠিক। উত্তর গ

৬৪. $(5+\sqrt{7})$ হলো?

ক. মূলদ সংখ্যা খ. অমূলদ সংখ্যা গ. অবাস্তব সংখ্যা ঘ. অনির্ণেয় উত্তর: খ

সমাধান: $(5+\sqrt{7})$ হলো অমূলদ সংখ্যা, কারণ একটি মূলদ ও একটি অমূলদ সংখ্যার যোগফল সর্বদা অমূলদ সংখ্যা।

৬৫. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের সহকারী প্রধান পরিদর্শক-২০০৯]*

ক. $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ খ. $\sqrt{2} \times \sqrt{4}$ গ. $\sqrt{2} \times \sqrt{9}$ ঘ. $\sqrt{3} \times \sqrt{9}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ = মূলদ সংখ্যা। [দুটিই ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হওয়ায় সরাসরি এভাবে লেখা যায়।]

৬৬. $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2}$ = কত? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

(ক) 4 (খ) 4 i গ) -4 (ঘ) - 4i উত্তর: গ

সমাধান:

$\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = \sqrt{-1 \times 8} \times \sqrt{-1 \times 2} = \sqrt{i^2 \times 4 \times 2} \times \sqrt{i^2 \times 2}$ [এখানে i^2 একটি কাল্পনিক সংখ্যা ও $i^2 = -1$]

$= i \times 2\sqrt{2} \times i \times \sqrt{2} = i^2 \times 2(\sqrt{2})^2$ [যেহেতু $i^2 = -1$] $= (-1) \times 2 \times 2 = -4$ (উত্তর: -4)

যেভাবে সমাধান করলে ভুল হতে পারে :

$\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = (-8)^{\frac{1}{2}} \times (-2)^{\frac{1}{2}} = \{(-8) \times (-2)\}^{\frac{1}{2}} = \{16\}^{\frac{1}{2}} = \{4^2\}^{\frac{1}{2}} = 4^{2 \times \frac{1}{2}} = 4$

এভাবে করলে সমস্যা কোথায়: সমস্যা হল সূত্রের শর্তের মধ্যে: সূত্রে বলা আছে $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ যখন $x \geq 0$
কিন্তু ঐ প্রশ্নে $x < 0$ । কারণ (-৮) বা (-২) দুটোই ঋণাত্মক সংখ্যা। এজন্য এভাবে করা যাবে না।

নিজে করুন:

৬৭. নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা? *[৬ষ্ঠ বেসরকারী প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা -২০১২]*

ক. $\sqrt{\frac{16}{9}}$ খ. $\sqrt{\frac{4}{2}}$ গ. $\sqrt{49}$ ঘ. $\sqrt{\frac{64}{36}}$ উত্তর: খ

৬৮. নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা? *[১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৭]*

ক. $\sqrt{2}$ খ. $\sqrt[3]{2}$ গ. $\sqrt[3]{25}$ ঘ. সবগুলো উত্তর: ঘ

৬৯. e এবং π কি ধরণের সংখ্যা? *(কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর-০৫)*

ক. মৌলিক সংখ্যা খ. মূলদ সংখ্যা গ. অমূলদ সংখ্যা ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

ক্রমিক ও ধারাবাহিক সংখ্যা:

Note: ধারাবাহিক সংখ্যা নিয়ে আরো বিস্তারিত আলোচনা পাবেন গড় অধ্যায়ে।

মনে রাখুন:

- ধারাবাহিক সংখ্যাগুলোর মোট সংখ্যা বিজোড় হলে তাদের মাঝের সংখ্যাটি ই তাদের গড়।
- ধারাবাহিক সংখ্যাগুলোর মোট সংখ্যা জোড় হলে মাঝের দুটি সংখ্যার গড় অথবা প্রথম এবং শেষ সংখ্যার গড় ই হলো সবগুলো সংখ্যার গড়।

৭০. পরপর পাঁচটি সংখ্যার যোগফল ৫৩৫ হলে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি কত হবে? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ১০৬ খ. ১০৮ গ. ১০৯ ঘ. ১১৩ **উত্তর: গ**

সমাধান: যেহেতু ক্রমিক সংখ্যা ৫টির যোগফল = ৫৩৫ সুতরাং গড় = ৫৩৫÷৫ = ১০৭
তাহলে সংখ্যা পাঁচটি = ১০৫, ১০৬, ১০৭, ১০৮ এবং ১০৯ সুতরাং সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি হচ্ছে = **১০৯**

৭১. তিনটি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল ১৭৭। মধ্যম সংখ্যাটি কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৪৭ খ. ৫৯ গ. ৬৫ ঘ. ৬৯ **উত্তর: খ**

সমাধান: সংখ্যা তিনটির গড় = ১৭৭÷৩ = ৫৯ ই হলো মধ্যাম সংখ্যা। ∴ সংখ্যা তিনটি হবে ৫৭,৫৯ ও ৬১। যেখানে ৫৯ই মধ্যম

৭২. নিচের কোন সংখ্যাটি তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল? *[আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের (সাব রেজিস্ট্রার)-২০১২]*

ক. ২৯ খ. ৪৬ গ. ৫৭ ঘ. ৯২ **উত্তর: গ**

সমাধান: সংখ্যা ৩টির মধ্যম পদ $= \frac{\text{সংখ্যাগুলোর সমষ্টি}}{\text{পদ সংখ্যা}} = \frac{\text{সংখ্যাগুলোর সমষ্টি}}{৩}$

সংখ্যাগুলোর সমষ্টি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে মধ্যম সংখ্যাটি পূর্ণ সংখ্যা হবে। কিন্তু প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে ২৯, ৪৬ এবং ৯২ সংখ্যাত্রয় ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য নয়। শুধু ৫৭ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য, সুতরাং উত্তর: ৫৭।

৭৩. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ৩৩ হলে তাদের গুণফল কত? *[এনবিআর-১৫]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]*

ক. ১৩২০ খ. ১২৪০ গ. ১২৯০ ঘ. ৯৯ **উত্তর: ক**

সমাধান: দেয়া আছে সংখ্যা ৩টির যোগফল ৩৩, ∴ গড় = ৩৩÷৩ = ১১
তাহলে সংখ্যা তিনটি হবে ১০, ১১. ১২ সুতরাং সংখ্যা তিনটির গুণফল = ১০ × ১১ × ১২ = **১৩২০**

৭৪. ৫ টি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ১০০ হলে, প্রথম সংখ্যা ও শেষ সংখ্যার গুণফল কত? *[ডাক অধিদপ্তরের বিল্ডিং ওভারশিয়ার-২০১৮]*

ক. ২৪৬ খ. ২৪২ গ. ৩৯৬ ঘ. ৪৮৪ **উত্তর: গ**

লিখিত সমাধান:
ধরি, সংখ্যাগুলো যথাক্রমে, x, x+1, x+2, x+3 এবং x+4
প্রশ্নমতে, x+ x+1 + x+2 + x+3 + x+4 =100
⇒5x + 10 =100 ⇒ 5x = 90 ∴ x=18
∴ প্রথম সংখ্যা =18 ও শেষ সংখ্যা = 18+4 =22 সুতরাং সংখ্যা দুটির গুণফল (18×22) = **396**

শর্টকাট ঃ সংখ্যা ৫টির গড় = ১০০÷৫ = ২০ হলো মধ্যম সংখ্যাটি। সুতরাং ছোট সংখ্যাটি হবে ২ কম এবং বড়টি হবে ২ বেশি। তাহলে গুণফল হবে (১৮×২২) =৩৯৬

নিজে করুন:

৭৫. দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল ১৬ হলে সংখ্যা দুটি নির্ণয় করুন? *[এনসিটিবি(স্টোর গার্ড): ২০২১]* **উত্তর: খ**

ক. ৫, ৭ খ. ৭, ৯ গ. ৯, ১১ ঘ. ৫, ১১

৭৬. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ১২৩ হলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দুটির গুণফল কত? [জীবন বীমা (উচ্চমান সহকাররী)-২০২১] **উত্তর: ক**

ক. ১৬৪০ খ. ১৬৫২০ গ. ১৬৭০ ঘ. ১৬৩০

৭৭. যদি ৯টি ধারাবাহিক সংখ্যার গড় ০ হয় তাহলে শেষ ৪টি সংখ্যার গড় কত? *[Shilpa Bank 04]* **উত্তর: গ**

ক. ২ খ. ৩ গ. ২.৫ ঘ. ২.৪

সমাধান: যেহেতু ৯টি ধারাবাহিক সংখ্যার গড় ০ তাহলে তাদের মাঝের সংখ্যাটি হবে ০, ৪টি ০ থেকে বড় অর্থাৎ ১,২,৩ এবং ৪ এবং ৪টি সংখ্যা ০ এর থেকে ছোট, অর্থাৎ ঋণাত্মক যেমন: -১,-২,-৩ ও -৪। যেহেতু বড় ৪টি সংখ্যা হলো ১,২,৩ এবং ৪ এখন এদের গড় হবে প্রথম ও শেষ সংখ্যা ৪ এর গড় ২.৫ এর সমান। উত্তর: ২.৫

১ ২--- ৩ ৪

[ধারাবাহিক সংখ্যার মোট সংখ্যা জোড় হলে প্রথম ও শেষ সংখ্যার গড় ই সব সংখ্যার গড় হবে।]

৭৮. ৮টি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার গড় ৪০০ হলে সবথেকে ছোট সংখ্যাটি কত? *[IBA.MBA.DEC 12]*

ক. ৩৮৯ খ. ৩৯১ গ. ৩৯৩ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর: গ**

সমাধান:
গড় ৪০০ আবার সংখ্যাগুলো বিজোড়, এবং মোট সংখ্যা ৮ টি। তাহলে ৪টি সংখ্যা হবে ৪০০ থেকে ছোট আর ৪টি ৪০০ থেকে বড়। এখানে সম্পূর্ণ সিরিজটি বের করতে গিয়ে সময় নষ্ট না করে যেহেতু ছোট সংখ্যাটি বের করতে বলা হয়েছে, তাই ছোট ৪টি সংখ্যা খুব সহজেই বের করে ফেলুন এভাবে: ৩৯৩, ৩৯৫, ৩৯৭, ৩৯৯, ৪০০ ৪০১, ৪০৩, ৪০৫, ৪০৭ (এখানে বোঝার জন্য পুরাটাই দেয়া হল). **উত্তর: ৩৯৩** [**Note:** এখানে ৪০০ কিন্তু ঐ সিরিজের সংখ্যা নয় বড়ং ৪০০ হলো গড়।]

৭৯. ৬টি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার প্রথম তিনটির যোগফল ৪২ হলে শেষ তিনটির যোগফল কত? *[(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ৪৫ খ. ৪৮ গ. ৫১ ঘ. ৫৪ **উত্তর: গ**

সমাধান: ধরি, প্রথম সংখ্যাটি x ∴ক্রমিক সংখ্যাগুলো যথাক্রমে: x, x+১, x+২, x+৩, x+৪, x+৫
প্রশ্নমতে, x+x+১+x+২ = ৪২ ⇒ ৩x + ৩ = ৪২ ⇒ ৩x = ৩৯ ∴x = ১৩
∴শেষ তিনটির যোগফল = x+৩, x+৪, x+৫ = ১৩+৩+১৩+৪+১৩+৫ = ৫১।

Shortcut: ধারাবাহিক সংখ্যা যদি 2n সংখ্যক হয় এবং তার মধ্যে প্রথম n সংখ্যক এর যোগফল দেয়া থাকে তাহলে শেষ n সংখ্যক এর যোগফল হবে = **(আগের n সংখ্যক এর যোগফল+n^2)**
এখানে পরের ৩টির যোগফল = ৪২+n^2 = ৪২+$৩^২$ = ৪২+৯ = ৫১

৮০. পরপর ১০ টি সংখ্যার প্রথম ৫ টির যোগফল ৫৬০ হলে শেষ ৫ টির যোগফল কত? *[১৮তম বিসিএস]+ [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ৫৪০ খ. ৫৪৫ গ. ৫৮০ ঘ. ৫৮৫ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: এখানে প্রথম ৫টির সমষ্টি ৫৬০ হলে তাদের গড় ৫৬০ ÷ ৫ = ১১২। এখন সিরিজটি সাজিয়ে নিন এভাবে ১১০, ১১১, ১১২, ১১৩, ১১৪, শেষ ৫টি হবে ১১৫, ১১৬, ১১৭, ১১৮, ১১৯। এখন পরের ৫টির যোগফল বের করতে বলা হয়েছে। আমরা জানি গড়কে মোট রাশি দ্বারা গুণ করলে সমষ্টি বের হবে। তাই পরের পাঁচটির গড় ১১৭ এবং সমষ্টি হলো ১১৭ × ৫ = ৫৮৫।

Super Shortcut: ধারাবাহিক সংখ্যার ১ম ৫টির থেকে পরের ৫টি প্রতিটি ৫ করে বাড়বে তাই পরের ৫টির যোগফল হবে, প্রথম ৫টির থেকে ৫×৫ = ২৫ বেশি সুতরাং উত্তরটি হবে ৫৬০+২৫ = ৫৮৫।

৮১. ৬টি ক্রমিক ধারাবাহিক সংখ্যার প্রথম ৩টির যোগফল ২৭ হলে শেষের ৩টির যোগফল কত?

ক. ৩০ খ. ৩৫ গ. ৩৬ ঘ. ৪০ **উত্তর: গ**

[**Shortcut:** প্রথম ৩টির প্রতিটি থেকে শেষের ৩টি সংখ্যা ৩করে বেশি হলে শেষ ৩টির যোগফল হবে ২৭+(৩×৩) = ৩৬]

৮২. একটি বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার পাঁচগুণের সাথে পরবর্তী বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার তিনগুণ যোগ করলে ৬২ হয়। প্রথম বিজোড় পূর্ণ সংখ্যাটি কত? *[বাংলাদেশ প্রতিযোগিতা কমিশনের অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক-২০১৯]*

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ **উত্তর: গ**

সমাধান: মনে করি, প্রথম বিজোড় পূর্ণ সংখ্যাটি = x, এবং দ্বিতীয় বিজোড় পূর্ণ সংখ্যাটি = x+২
প্রশ্নমতে, ৫x+ (x+২)×৩ = ৬২ ⇒ ৫x + ৩x + ৬ = ৬২ ⇒ ৮x = ৫৬ ∴x = ৭ ∴প্রথম বিজোড় পূর্ণসংখ্যা = ৭

৮৩. তিনটি ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যার ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি বৃহত্তমটির তিনগুণ অপেক্ষা ৪০ কম। বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? *[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*

ক. ১৪ খ. ১৭ গ. ১৮ ঘ. ১৯ **উত্তর: গ**

সমাধান:
ধরি, সবথেকে ছোট সংখ্যাটি = x, সুতরাং অপর সংখ্যা দুটি = x+২ এবং x+৪ (জোড় বলায় ২ করে বাড়ছে)
প্রশ্নমতে, 3(x+৪) - x = 40 (বড় সংখ্যাটিকে ৩ গুণ করলে বড় এবং ছোট সংখ্যাটির পার্থক্য ৪০ হয়।)
⇒3x+12 - x = 40 ⇒2x = 28 ∴ x = 14 সুতরাং বৃহত্তম সংখ্যাটি = ১৪+৪ = ১৮

৭০. পরপর পাঁচটি সংখ্যার যোগফল ৫৩৫ হলে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি কত হবে? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ১০৬ খ. ১০৮ গ. ১০৯ ঘ. ১১৩ **উত্তর: গ**

সমাধান: যেহেতু ক্রমিক সংখ্যা ৫টির যোগফল = ৫৩৫ সুতরাং গড় = ৫৩৫÷৫ = ১০৭
তাহলে সংখ্যা পাঁচটি = ১০৫, ১০৬, ১০৭, ১০৮ এবং ১০৯ সুতরাং সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি হচ্ছে = ১০৯

৭১. তিনটি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল ১৭৭। মধ্যম সংখ্যাটি কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৪৭ খ. ৫৯ গ. ৬৫ ঘ. ৬৯ **উত্তর: খ**

সমাধান: সংখ্যা তিনটির গড় = ১৭৭÷৩ = ৫৯ ই হলো মধ্যম সংখ্যা। ∴ সংখ্যা তিনটি হবে ৫৭,৫৯ ও ৬১। যেখানে ৫৯ই মধ্যম

৭২. নিচের কোন সংখ্যাটি তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল? *[আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের (সাব রেজিস্ট্রার)-২০১২]*

ক. ২৯ খ. ৪৬ গ. ৫৭ ঘ. ৯২ **উত্তর: গ**

সমাধান: সংখ্যা ৩টির মধ্যম পদ $= \frac{\text{সংখ্যাগুলোর সমষ্টি}}{\text{পদ সংখ্যা}} = \frac{\text{সংখ্যাগুলোর সমষ্টি}}{৩}$

সংখ্যাগুলোর সমষ্টি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে মধ্যম সংখ্যাটি পূর্ণ সংখ্যা হবে। কিন্তু প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে ২৯, ৪৬ এবং ৯২ সংখ্যাত্রয় ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য নয়। শুধু ৫৭ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য, সুতরাং উত্তর: ৫৭।

৭৩. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ৩৩ হলে তাদের গুণফল কত? *[এনবিআর-১৫]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]*

ক. ১৩২০ খ. ১২৪০ গ. ১২৯০ ঘ. ৯৯ **উত্তর: ক**

সমাধান: দেয়া আছে সংখ্যা ৩টির যোগফল ৩৩, ∴ গড় = ৩৩÷৩ = ১১
তাহলে সংখ্যা তিনটি হবে ১০, ১১, ১২ সুতরাং সংখ্যা তিনটির গুণফল = ১০ × ১১ × ১২ = **১৩২০**

৭৪. ৫ টি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ১০০ হলে, প্রথম সংখ্যা ও শেষ সংখ্যার গুণফল কত? *[ডাক অধিদপ্তরের বিল্ডিং ওভারশিয়ার-২০১৮]*

ক. ২৪৬ খ. ২৪২ গ. ৩৯৬ ঘ. ৪৮৪ **উত্তর: গ**

লিখিত সমাধান:
ধরি, সংখ্যাগুলো যথাক্রমে, x, x+1, x+2, x+3 এবং x+4
প্রশ্নমতে, x+ x+1 + x+2 + x+3 + x+4 =100
⇒5x + 10 =100 ⇒ 5x = 90 ∴ x=18
∴ প্রথম সংখ্যা =18 ও শেষ সংখ্যা = 18+4 =22

শর্টকাট ঃ সংখ্যা ৫টির গড় = ১০০÷৫ = ২০ হলো মধ্যম সংখ্যাটি। সুতরাং ছোট সংখ্যাটি হবে ২ কম এবং বড়টি হবে ২ বেশি। তাহলে গুণফল হবে (১৮×২২) =৩৯৬

সুতরাং সংখ্যা দুটির গুণফল (18×22) = **396**

নিজে করুন:

৭৫. দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল ১৬ হলে সংখ্যা দুটি নির্ণয় করুন? *[এনসিটিবি(স্টোর গার্ড): ২০২১]* **উত্তর: খ**

ক. ৫, ৭ খ. ৭, ৯ গ. ৯, ১১ ঘ. ৫, ১১

৭৬. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার যোগফল ১২৩ হলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দুটির গুণফল কত? [জীবন বীমা (উচ্চমান সহকাররী)-২০২১] **উত্তর: ক**

ক. ১৬৪০ খ. ১৬৫২০ গ. ১৬৭০ ঘ. ১৬৩০

৭৭. যদি ৯টি ধারাবাহিক সংখ্যার গড় ০ হয় তাহলে শেষ ৪টি সংখ্যার গড় কত? *[Shilpa Bank 04]* **উত্তর: গ**

ক. ২ খ. ৩ গ. ২.৫ ঘ. ২.৪

সমাধান: যেহেতু ৯টি ধারাবাহিক সংখ্যার গড় ০ তাহলে তাদের মাঝের সংখ্যাটি হবে ০, ৪টি ০ থেকে বড় অর্থাৎ ১,২,৩ এবং ৪ এবং ৪টি সংখ্যা ০ এর থেকে ছোট, অর্থাৎ ঋণাত্মক যেমন: -১,-২,-৩ ও -৪। যেহেতু বড় ৪টি সংখ্যা হলো ১,২,৩ এবং ৪ এখন এদের গড় হবে প্রথম ও শেষ সংখ্যা ৪ এর গড় ২.৫ এর সমান। উত্তর: ২.৫

১ ২--- ৩ ৪

[ধারাবাহিক সংখ্যার মোট সংখ্যা জোড় হলে প্রথম ও শেষ সংখ্যার গড় ই সব সংখ্যার গড় হবে।]

৭৮. ৮টি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার গড় ৪০০ হলে সবথেকে ছোট সংখ্যাটি কত? *[IBA.MBA.DEC 12]*

ক. ৩৮৯ খ. ৩৯১ গ. ৩৯৩ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর: গ**

সমাধান:
গড় ৪০০ আবার সংখ্যাগুলো বিজোড়, এবং মোট সংখ্যা ৮ টি। তাহলে ৪টি সংখ্যা হবে ৪০০ থেকে ছোট আর ৪টি ৪০০ থেকে বড়। এখানে সম্পূর্ণ সিরিজটি বের করতে গিয়ে সময় নষ্ট না করে যেহেতু ছোট সংখ্যাটি বের করতে বলা হয়েছে, তাই ছোট ৪টি সংখ্যা খুব সহজেই বের করে ফেলুন এভাবে: ৩৯৩, ৩৯৫, ৩৯৭, ৩৯৯, ৪০০ ৪০১, ৪০৩, ৪০৫, ৪০৭ (এখানে বোঝার জন্য পুরাটাই দেয়া হল). উত্তর: ৩৯৩ [**Note:** এখানে ৪০০ কিন্তু ঐ সিরিজের সংখ্যা নয় বড়ং ৪০০ হলো গড়।]

৭৯. ৬টি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার প্রথম তিনটির যোগফল ৪২ হলে শেষ তিনটির যোগফল কত? *[(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ৪৫ খ. ৪৮ গ. ৫১ ঘ. ৫৪ **উত্তর: গ**

সমাধান: ধরি, প্রথম সংখ্যাটি x ∴ক্রমিক সংখ্যাগুলো যথাক্রমে: x, x+১, x+২, x+৩, x+৪, x+৫
প্রশ্নমতে, x+x+১+x+২ = ৪২ ⇒ ৩x + ৩ = ৪২ ⇒ ৩x = ৩৯ ∴x = ১৩
∴শেষ তিনটির যোগফল = x+৩, x+৪, x+৫ = ১৩+১৩+১৩+৪+১৩+৫ = ৫১।

Shortcut: ধারাবাহিক সংখ্যা যদি 2n সংখ্যক হয় এবং তার মধ্যে প্রথম n সংখ্যক এর যোগফল দেয়া থাকে তাহলে শেষ n সংখ্যক এর যোগফল হবে = (আগের n সংখ্যক এর যোগফল+n^2)
এখানে পরের ৩টির যোগফল = ৪২+n^2 = ৪২+৩^2 = ৪২+৯ = ৫১

৮০. পরপর ১০ টি সংখ্যার প্রথম ৫ টির যোগফল ৫৬০ হলে শেষ ৫ টির যোগফল কত? *[১৮তম বিসিএস]+ [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী):২০২০] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]*

ক. ৫৪০ খ. ৫৪৫ গ. ৫৮০ ঘ. ৫৮৫ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: এখানে প্রথম ৫টির সমষ্টি ৫৬০ হলে তাদের গড় ৫৬০ ÷ ৫ = ১১২ । এখন সিরিজটি সাজিয়ে নিন এভাবে ১১০, ১১১, ১১২, ১১৩, ১১৪, শেষ ৫টি হবে ১১৫, ১১৬, ১১৭, ১১৮,১১৯ । এখন পরের ৫টির যোগফল বের করতে বলা হয়েছে। আমরা জানি গড়কে মোট রাশি দ্বারা গুণ করলে সমষ্টি বের হবে। তাই পরের পাঁচটির গড় ১১৭ এবং সমষ্টি হলো ১১৭ × ৫ = ৫৮৫।

Super Shortcut: ধারাবাহিক সংখ্যার ১ম ৫টির থেকে পরের ৫টি প্রতিটি ৫ করে বাড়বে তাই পরের ৫টির যোগফল হবে, প্রথম ৫টির থেকে ৫×৫ = ২৫ বেশি সুতরাং উত্তরটি হবে ৫৬০+২৫ = ৫৮৫।

৮১. ৬টি ক্রমিক ধারাবাহিক সংখ্যার প্রথম ৩টির যোগফল ২৭ হলে শেষের ৩টির যোগফল কত?

ক. ৩০ খ. ৩৫ গ. ৩৬ ঘ. ৪০ **উত্তর: গ**

[**Shortcut:** প্রথম ৩টির প্রতিটি থেকে শেষের ৩টি সংখ্যা ৩করে বেশি হলে শেষ ৩টির যোগফল হবে ২৭+(৩×৩) = ৩৬]

৮২. একটি বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার পাঁচগুণের সাথে পরবর্তী বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার তিনগুণ যোগ করলে ৬২ হয়। প্রথম বিজোড় পূর্ণ সংখ্যটি কত? *[বাংলাদেশ প্রতিযোগিতা কমিশনের অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক-২০১৯]*

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ **উত্তর: গ**

সমাধান: মনে করি, প্রথম বিজোড় পূর্ণ সংখ্যাটি = x, এবং দ্বিতীয় বিজোড় পূর্ণ সংখ্যাটি = x+২
প্রশ্নমতে, ৫x+ (x+২)×৩ = ৬২ ⇒ ৫x + ৩x + ৬ = ৬২ ⇒ ৮x = ৫৬ ∴x = ৭ ∴প্রথম বিজোড় পূর্ণসংখ্যা = ৭

৮৩. তিনটি ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যার ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি বৃহত্তমটির তিনগুণ অপেক্ষা ৪০ কম। বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? *[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*

ক. ১৪ খ. ১৭ গ. ১৮ ঘ. ১৯ **উত্তর: গ**

সমাধান:
ধরি, সবথেকে ছোট সংখ্যাটি = x, সুতরাং অপর সংখ্যা দুটি = x+২ এবং x+৪ (জোড় বলায় ২ করে বাড়ছে)
প্রশ্নমতে, 3(x+4) - x = 40 (বড় সংখ্যাটিকে ৩ গুণ করলে বড় এবং ছোট সংখ্যাটির পার্থক্য ৪০ হয়।)
⇒3x+12 - x = 40 ⇒2x = 28 ∴ x = 14 সুতরাং বৃহত্তম সংখ্যাটি = ১৪+৪ = **১৮**

৮৪. ছয়টি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার গড়ের ছয়গুণ সবচেয়ে বড় সংখ্যাটির চারগুণ অপেক্ষা ১২ বেশি। ধারাবাহিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ১৬ খ. ১৭ গ. ১৮ ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, সবথেকে ছোট বিজোড় সংখ্যাটি = x সুতরাং বিজোড় সংখ্যাগুলো, x, x+2, x+4, x+6, x+8 এবং x+10

সংখ্যাগুলোর গড়, $\frac{x+x+2+x+4+x+6+x+8+x+10}{6} = \frac{6x+30}{6} = \frac{6(x+5)}{6} = x+5$

প্রশ্নমতে, $6(x+5) - 4(x+10) = 12$ [গড়ের ৬ গুণ থেকে বড় সংখ্যাটির ৪ গুণের ব্যবধান = ১২]

$\Rightarrow 6x+30 - 4x-40 = 12$

$\Rightarrow 2x = 22 \quad \therefore x = 11$

সুতরাং সংখ্যাগুলোর গড় = x+5 = 11+5 = **16**

Shortcut: ৬টি সংখ্যা হওয়ায় ৩ ও ৪ নম্বর সংখ্যার মাঝের সংখ্যাটি হবে তাদের গড়। তাই x+4 ও x+6 এর মাঝের সংখ্যা হচ্ছে x+5 ই গড়। এরপর অবশিষ্ট হিসেব দ্রুত করা যায়।

গুণফল দেয়া থাকলে :

৮৫. তিনটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুণফল ৯। সংখ্যাত্রয়ের সমষ্টির তিনগুণের মান কত?

ক. ২০ খ. ২১ গ. ২২ ঘ. ২৪ উত্তর: খ

টিপস: কখনো কোন সংখ্যার গুণফল দেয়া থাকলে সেই সংখ্যাটিকে প্রথমে ভাঙ্গতে হয়। তারপর করতে হয় কোন কোন সংখ্যা গুণ করে প্রদত্ত সংখ্যাটি বের করা হয়েছে।

সমাধান: এখানে ৯ কে ভাঙ্গলে ৩ | ৯ | ৩

৩×৩ এই দুটি সংখ্যা ছাড়া আর কোন সংখ্যা পাওয়া যায় না, কিন্তু প্রশ্নে বলা হয়েছে ৩টি সংখ্যা গুণ করে ৯ হয়েছে, তাহলে বুঝতে হবে দুটি ৩ এবং ১ গুণ করে ৯ হয়েছে। তাহলে সংখ্যা তিনটি হলো, ৩, ৩ এবং ১। এখন এদের সমষ্টি হলো ৩+৩+১ = ৭, আবার সমষ্টির ৩ গুণ হলো ৭×৩ = ২১।

৮৬. পরপর চারটি সংখ্যার গুণফল ৩৬০ হলে তাদের যোগফল কত? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]*

ক. ১২ খ. ১৫ গ. ১৮ ঘ. ২০ উত্তর: গ

সমাধান:

এখানে পরপর চারটি সংখ্যার গুণফল = ৩৬০

এখন,
২ | ৩৬০
২ | ১৮০
২ | ৯০
৩ | ৪৫
৩ | ১৫
৫

$\therefore 2\times2\times2\times3\times3\times5 = 3\times(2\times2)\times5\times(2\times3) = 3\times4\times5\times6$

এখানে পরপর চারটি সংখ্যা ৩, ৪, ৫, ৬

এগুলোর গুণফল হলো ৩৬০।

$\therefore$ এদের যোগফল = ৩+৪+৫+৬ = ১৮

৮৭. পরপর তিনটি সংখ্যার গুণফল ১২০ হলে, তাদের যোগফল কত হবে? *[BADC (AO)-2017]+ [RAKUB (Cashier)-2017]+ [শিক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে কারিগরি শিক্ষা অধি: (জুনি: ইন্সট্রাক্টর) - ২০১৮]+ [যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]+ [জিবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ১২ খ. ১৪ গ. ১৫ ঘ. ৯ উত্তর: গ

সমাধান:

এখানে পরপর চারটি সংখ্যার গুণফল = ১২০

এখন,
২ | ১২০
২ | ৬০
২ | ৩০
৩ | ১৫
৫

এখানে, $2\times2\times2\times3\times5 = 120$

দেখা যাচ্ছে ৫টি সংখ্যা গুণ করে ১২০ হচ্ছে কিন্তু আমাদের লাগবে ৩ টি সংখ্যা এবং সংখ্যাগুলো পরপর হতে হবে।

তাহলে ৫টি থেকে ৩টি বানাতে এভাবে লেখা যায় $4\times5\times6 = 120$

সুতরাং যোগফল = ৪+৫+৬ = ১৫।

লিখিত সমাধান: [এই প্রশ্নটি অনেক লিখিত পরীক্ষাতে এসেছে তাই লিখিত সমাধানও দেয়া হলো।]

ধরি, ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি = x,
সুতরাং অপর সংখ্যা দুটি = x+1 এবং x+2
প্রশ্নমতে, $x\times(x+1)\times(x+2) = 120$
$\Rightarrow (x^2+x)\times(x+2) = 120$
$\Rightarrow x^3+2x^2+x^2+2x = 120$
$\Rightarrow x^3+3x^2+2x-120 = 0$
যদি, $f(x) = x^3+3x^2+2x-120$ হয়
তাহলে, $f(4) = 4^3+3.4^2+2.4-120$
$= 64+48+8-120 = 120-120 = 0$
সুতরাং, $x^3+3x^2+2x-120 = 0$
$\Rightarrow x^2(x-4) + 7x(x-4) + 30(x-4) = 0$
$\Rightarrow (x-4)(x^2+7x+30) = 0$
এখানে, $(x-4) = 0$ হলে $x = 4$
সুতরাং সংখ্যা ৩টি = ৪, ৪+১ = ৫ এবং ৪+২ = ৬
$\therefore$ সংখ্যা ৩টির যোগফল: ৪+৫+৬ = ১৫।

বিকল্প সমাধান: ধরি, মধ্যম সংখ্যাটি = x,
সুতরাং ছোট সংখ্যাটি = (x-1) এবং বড় সংখ্যাটি = x+1
প্রশ্নমতে, $(x-1)\times x\times(x+1) = 120$
$\Rightarrow x(x^2-1) = 120 \Rightarrow x^3-x-120 = 0$
যদি, $f(x) = x^3-x-120$ হয় তাহলে
$f(5) = 5^3-5-120 = 125-5-120 = 0$
সুতরাং $(x-5)$ হলো, $x^3-x-120$ এর একটি উৎপাদক।
এখন, $x^3-x-120$
$= x^3-5x^2+5x^2-25x+24x-120$
$= x^2(x-5)+5x(x-5)+24(x-5)$
$= (x-5)(x^2+5x+24)$
সুতরাং $(x-5)(x^2+5x+24) = 0$
বা, $(x-5) = 0 \quad \therefore x = 5$
সুতরাং সংখ্যা ৩টি = (৫-১), ৫ এবং (৫+১) = ৪, ৫ এবং ৬
$\therefore$ সংখ্যা ৩টির যোগফল: ৪+৫+৬ = ১৫।

নিজে করুন:

৮৮. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল ২১০ হলে তাদের যোগফল হবে- *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ২১ খ. ২৮ গ. ১২ ঘ. ১৮ উত্তর: ঘ

৮৯. তিনটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার গুণফল ৬০ হলে সংখ্যা তিনটির যোগফল কত? [Hints: = ৩×৪×৫ =৬০ তাই ৩+৪+৫]

ক. ১০ খ. ১২ গ. ২২ ঘ. ২০ উত্তর: খ

পদ্ধতি-০৩: বিভাজ্য ও ভাজক সংখ্যা বের

এই আলোচনাগুলো ভালোভাবে পড়লে যে কোন অংকে খুব দ্রুত কাটাকাটি করতে পারবেন। তাই গুরুত্ব সহকারে পড়ুন।

বিভিন্ন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা বের করার নিয়ম।

বিভিন্ন সংখ্যা অপর সংখ্যা দিয়ে বিভাজ্য হওয়ার শর্ত ও উদাহরণ।

সংখ্যা	বিভাজ্য হওয়ার শর্ত	উদাহরণ
২	যে কোন সংখ্যাই ২ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে যদি সংখ্যাটি জোড় হয়।	যেমন: ৪৪, ৫৮ এবং ১৩২।
৩	কোন সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৩ দ্বারা ভাগ করা গেলে বুঝতে হবে,সংখ্যাটি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। অর্থাৎ বড় কোন সংখ্যায় ব্যবহৃত ডিজিটগুলোর যোগফলকে ৩ দিয়ে ভাগ করা গেলে তা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।	যেমন ২২৪৭৩৫৪ সংখ্যাটির ২+২+৪+৭+৩+৫+৪ =২৭ যাকে ৩ দ্বারা ভাগ করা যায়। তাই ২২৪৭৩৫৪ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা ভাগ করা যাবে। এতেও যদি সমস্যা হয় তাহলে ফলাফল ২+৭ = ৯ কে ৩ দ্বারা ভাগ করা যায়। তাই ২২৪৭৩৫৪ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা ভাগ হবে। এভাবে ১ ডিজিট আসা পর্যন্ত ছোট করতে থাকায় যায়।
৪	যে কোন সংখ্যাই ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি সংখ্যাটির শেষ দুটি ডিজিট দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়।	যেমন:৫১২৫৬,৬৭৪০৮,৭৮৭৭ সংখ্যাগুলোর শেষ দুটি ডিজিটগুলো হলো ৫৬,০৮,৭৭ এর মধ্যে ৫৬ ও ০৮ সংখ্যা দুটি ৪ দ্বারা ভাগ করা যায় তাই ৫১২৫৬ এবং ৬৭৪০৮ সংখ্যা দুটি ৪ দ্বারা ভাগ করা যাবে। কিন্তু ৭৭ সংখ্যাটি ৪ দ্বারা যেহেতু ভাগ করা যায় না তাই ৭৮৭৭ সংখ্যাটিও ৪ দ্বারা ভাগ করা যাবে না।

৫	যে কোন সংখ্যার শেষে যদি ৫ অথবা ০ হয় তাহলে সংখ্যাটি যত বড়ই হোক না কেন তা ৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। যেমন,	৭৫৯৪৬৮৫২৪৫ ও ৫৮৪৬৫৪২৪০ সংখ্যা দুটি ৫ দ্বারা ভাগ হবেই।
৬	যে কোন সংখ্যাই ৬ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি সংখ্যাটি ৩ এবং ২ দ্বারা ভাগ করা যায় অর্থাৎ প্রথম দুটি শর্তই পুরণ করে।	যেমন: ৭৫৪৩২৬ সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য কি না? পরীক্ষা করতে হলে প্রথম নিয়ম দুটির সাথে মিলিয়ে নিন। অর্থাৎ ৭৫৪৩২৬ সংখ্যাটির শেষে যেহেতে ৬ আছে তাই তা ২ দ্বারা বিভাজ্য।আবার ৭+৫+৪+৩+২+৬=২৭ এই ২৭ কে ৩ দিয়ে যেহেতু ভাগ করা যায় তাই দুটি শর্তই পুর্ণ হয়েছে। কাজেই ৭৫৪৩২৬ সংখ্যাটি ৬ দ্বারা বিভাজ্য হবে।
৭	৭ দিয়ে কোন সংখ্যা বিভাজ্য কি না তা নিচের ৩টি ধাপে প্রমাণ করা যায়। i. সংখ্যাটিতে ব্যবহৃত একক স্থানীয় অঙ্কটিকে দ্বিগুণ করতে হবে। ii. একক স্থানীয় অঙ্কটি বাদ দেয়ার পর যে সংখ্যা পাওয়া যাবে, সেই সংখ্যা থেকে ঐ একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ বিয়োগ করতে হবে। iii. এখন যদি বিয়োগফল ৭ দ্বারা বিভাজ্য হয় তাহলে প্রদত্ত সংখ্যাটিও ৭ দ্বারা বিভাজ্য হবে।	৩৮৮৮৫ সংখ্যাটি ৭ দ্বারা বিভাজ্য ? কি না যাচাই করি: ৩৮৮৮ | ৫ - ১০ ৩৮৭ ৮ -১৬ ৩৭১ -২ ৩৫ উপরের ৩৮৮৮৫ ,৩৮৭৮ , ৩৭১ , ৩৫ প্রতিটি সংখ্যার ক্ষেত্রে ৭ দিয়ে ভাগ করার শর্ত মিলে যাবে তাই বিভাজ্য হবে
	Note: প্রাপ্ত বিয়োগফল যদি বড় সংখ্যা হয় এবং স্বাভাবিকভাবে দেখে ৭ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা মনে না হয় তাহলে বার বার আগের মতোই করতে হবে, যতক্ষণ বুঝা যাবে না সংখ্যাটি ৭ দ্বারা বিভাজ্য কি না?	
৮	যে সংখ্যার শেষের তিনটি ডিজিট ৮ দ্বারা ভাগ করা যাবে বুঝতে হবে সেই সংখ্যাটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য হবে।	৪৮৭৫৯২ সংখ্যাটির শেষ তিনটি ডিজিট এর ক্ষেত্রে ৫৯২÷৮ = ৭৪ = ভাগ করা যাচ্ছে তাই ৪৮৭৫৯২ সংখ্যাটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য হবে ।
৯	যে সংখ্যার ডিজিট গুলোর যোগফল ৯ দ্বারা ভাগ করা যাবে সে সংখ্যাটিই ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে (৩ এর মতই)	যেমন:৮৯৫৬৩২৩সংখ্যাটি ৮+৯+৫+৬+৩+২+৩=৩৬ যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য, আবার এই ৩৬ = ৩+৬ =৯ অর্থাৎ আরো ছোট করলেও তা ৯ দ্বারা ভাগ করা যাবে। তাই ৮৯৫৬৩২৩ সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে।
	Note: ৩ দ্বারা বিভাজ্য সবগুলো সংখ্যাই ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে না কিন্তু ৯ দ্বারা বিভাজ্য সবগুলো সংখ্যাই ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে। যেমন: ২১,৩৯,৫১ ইত্যাদি সংখ্যাগুলো ৩ দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু ৯ দ্বারা নয়।	
১১	একটি সংখ্যা ১১ দ্বারা বিভাজ্য হতে হলে ঐ সংখ্যাটির জোড় অবস্থানের অঙ্কসমূহের যোগফল এবং বিজোড় অবস্থানের অঙ্কসমূহের যোগফলের পার্থক্য ০ হয় অথবা ১১ দ্বারা বিভাজ্য হয়।	**যেমন: ৯৭৭৪৬ সংখ্যাটিকে যাচাই করা যায়** (বিজোড় অবস্থানের অঙ্কগুলোর যোগফল)-(জোড় অবস্থানের অঙ্কগুলোর যোগফল) (৯ + ৭ + ৬) - (৭+৪) = ২২-১১ = ১১ যা ১১ দিয়ে বিভাজ্য তাই ৯৭৭৪৬ সংখ্যাটিও ১১ দিয়ে বিভাজ্য।

নিজে করুন:

৯০. ৪ ও ৯ এর মাঝখানে কোন সংখ্যা বসালে তা ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে? [Hints:৯+৪ = ১৩ সুতরাং ১৮ মেলাতে লাগে ১৮-১৩=৫] উত্তর: গ

ক. ৮ খ. ৯ গ. ৫ ঘ. ১০

৯১. ৫ - ৯ মাঝখানে কোন সংখ্যা বসালে তা ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে? উত্তর: ক

ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ১০

৯২. নিচের কোন সংখ্যাটি ৩ এবং ৭ উভয়ের দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য ? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]* উত্তর: গ

ক. ৩০৩ খ. ৩৪১ গ. ৩৯৯ ঘ. ৪০৬

সমাধান: যে সংখ্যার অংকগুলোর যোগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য সে সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য এবং সাধারণত যে সংখ্যার শেষে ১ এবং ৯ আছে সেই সংখ্যাটি ৭ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অপশন (গ) তে ৩৯৯ = ৩+৯+৯ = ২১ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য এবং শেষে ৯ থাকায় ৭ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

৯৩. ভাজ্য সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]*

(ক) ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ (খ)ভাগফল×ভাগশেষ+ভাজক

(গ) ভাজক+ভাগশেষ×ভাগফল (ঘ)ভাজক×ভাগশেষ + ভাগফল উত্তর: ক

৯৪. তিনটি স্বাভাবিক ক্রমিক সংখ্যার গুণফল সর্বদাই কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হবে? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ২ খ. ৬ গ. ৪ ঘ. ৩ উত্তর: ক

সমাধান: তিনটি ক্রমিক সংখ্যার মধ্যে অবশ্যই একটি জোড় সংখ্যা থাকবে। আবার অনেকগুলো সংখ্যার গুণফলের ক্ষেত্রে যে কোন ১টি সংখ্যা জোড় থাকলে গুণফলটিও অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে এবং যে কোন জোড় সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য হয়।

যেমন; ১×২×৩ = ৬; ২×৩×৪ = ২৪ এবং ৩×৪×৫ = ৬০

৯৫. একটি সংখ্যাকে ৪৫ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ২৩ থাকে। যদি ঐ সংখ্যাটিকে ৯ দিয়ে ভাগ করা হয় তবে ভাগশেষ কত হবে? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ৩ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ১০০ উত্তর: গ

সমাধান: একটি ৪৫ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ ২৩ থাকে, ধরি এমন একটি সংখ্যা = ৪৫+২৩ = ৬৮

এখন, ৯)৬৮(৭
৬৩
৫

∴ ভাগশেষ হবে = ৫

মুখে মুখে: যেহেতু ৪৫ সংখ্যাটিও ৯ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য। তাই ৪৫ দিয়ে কোন সংখ্যাকে ভাগ করতে গেলে ভাগশেষ যা থাকবে ৯ দিয়ে ভাগ করতে গেলেও একই ভাগশেষ ২৩ আসলে তাকে আবার ৯ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকবে (২৩-(৯×২) = ২৩-১৮ = ৫

৯৬. একটি সংখ্যাকে ১০২ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ২৩ থাকে। যদি ঐ সংখ্যাকে ১৭ দিয়ে ভাগ করা হয় তবে ভাগশেষ কত হবে? *[মহাহিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ের অধীন অডিটর-২০১৫+পায়রা বন্দর কতৃপক্ষ-২০১৯]*

ক. ১ খ. ৩ গ. ৬ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, সংখ্যাটি ১০২+২৩ = ১২৫।

তাহলে ১২৫ কে ১৭ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকবেব ১২৫- (১৭×৭) = ১২৫-১১৯ = ৬

মুখে মুখে: ২৩-১৭ = ৬ ই উত্তর।

৯৭. কোন একটি নির্দিষ্ট সংখ্যাকে ১৩ দিয়ে ভাগ করলে ৩ অবশিষ্ট থাকে। যদি সংখ্যাটির ছয়গুণকে ১৩ দিয়ে ভাগ করা হয় তাহলে অবশিষ্ট কত থাকবে? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]*

ক. ৫ খ. ৩ গ. ৯ ঘ. ১২ উত্তর: ক

সমাধান: সংখ্যাটিকে ৬ গুণ করলে ভাগশেষ ও ৬গুণ হবে। অর্থাৎ ৬×৩ = ১৮।

এখন এই ১৮ কে ১৩ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৫ থাকবে।

নিজে করুন:

৯৮. যদি x কে ৭ দিয়ে ভাগ করা হয় তবে ভাগশেষ ৫ থাকে। যদি ৩x কে ৭ দিয়ে ভাগ করা হয় তবে ভাগশেষ কত থাকবে? *[মহাহিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ের অধীন (অডিটর)-২০১৫]*

ক. ১ খ. ৩ গ. ৫ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

৯৯. একটি সংখ্যাকে ৬৪ দ্বারা ভাগ করলে ৬৩ অবশিষ্ট থাকে। কিন্তু ঐ সংখ্যাকে ৩২ দ্বারা ভাগ করলে কত অবশিষ্ট থাকবে? *[রেলপথ মন্ত্রণালয়ের উপ-সহকারী প্রকৌশলী-২০১৭]*

ক. ৩২ খ. ৩১ গ. ৫২ ঘ. ২৯ উত্তর: খ

১০০. ৫ এবং ৯৫ এর মাঝে ৫ ও ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা কয়টি? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*

ক. ৫ টি খ. ৬ টি গ. ৯ টি ঘ. ৭ টি উত্তর: খ

সমাধান: ৫ ও ৩ দ্বারা বিভাজ্য অর্থ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যেতে হবে। এখন ৫ ও ৩ উভয় সংখ্যা দিয়ে বিভাজ্য হবে যদি তাদের ল.সা.গু (৩×৫ = ১৫) দিয়ে বিভাজ্য হয়।

এখানে, ৫ থেকে ৯৫ পর্যন্ত ১৫ দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যা হচ্ছে ৬টি। যথা: ১৫, ৩০, ৪৫, ৬০, ৭৫ এবং ৯০।

১০১. ১০৫৬ এর সাথে সর্বনিম্ন কত যোগ করলে যোগফল ২৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে ? *[BADC (AO)-2017]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ১৮ ঘ. ২১ উত্তর: ক

সমাধান:

২৩ দিয়ে ১০৫৬ কে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকবে = ২১ তাহলে দেখা যাচ্ছে ২৩- ২১ = ২ ঘাটতির কারণে আরেকবার ২৩ দিয়ে ভাগ করা যাচ্ছে না। সুতরাং ১০৫৬ এর সাথে যোগ করতে হবে ২।

১০২. পাঁচ অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৪১ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[Janata Bank (AEO)-2015]*

ক. ১০০০৪ খ. ১০০২৫ গ. ১০০৪১ ঘ. ১০০৪৫ **উত্তর: ক**

Note: নিঃশেষে বিভাজ্য অর্থ হল একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যাকে ভাগ করলে কোন ভাগশেষ না থাকা। যেমন: ২৫ কে ৫ দ্বারা ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকে না । তাই ২৫ সংখ্যাটি ৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য। কিন্তু ২৫ সংখ্যাটি ৪ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য নয়। কেননা ২৫ কে ৪ দ্বারা ভাগ করলে ১ অবশিষ্ট থাকে।

টিপস: এরকম যে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিভাজ্যের কথা এলে সর্বপ্রথম ঐ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটিকে প্রদত্ত সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করতে হবে। তারপর ভাগশেষ বের হলে যতটুকু ঘাটতি থাকবে তা যোগ করে মিলিয়ে দিতে হবে।

সমাধান: যেমন: পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০ (১ ও ৪ টি শূন্যসহ মোট ৫টি অংক)

```
৪১)১০০০০(২৪৩
   ৮২
   ---
   ১৮০
   ১৬৪
   ---
    ১৬০
    ১২৩
    ---
     ৩৭
```

এখন, ৪১ - ৩৭ = ৪ (সংখ্যাটিতে ৪ কম আছে)
সুতরাং সংখ্যাটি হবে ১০০০০+৪ = ১০০০৪

ব্যাখ্যা: ভাগশেষ ৩৭ বের হয়েছে, কিন্তু ৩৭ এর স্থলে ৪১ থাকলে আমরা আরো ১ বার সংখ্যাটিকে ৪১ দ্বারা ভাগ করতে পারতাম, এবং তখন কোন ভাগশেষ থাকতো না, অর্থাৎ নিঃশেষে বিভাজ্য হত। তাহলে বোঝাই যাচ্ছে ৩৭ সংখ্যাটিতে ৪১ মেলাতে ৪১-৩৭ = ৪ কম আছে। তাহলে প্রদত্ত সংখ্যাটিতে ৪ কম থাকায় তা নিঃশেষে বিভাজ্য হচ্ছে না। ৪ বেশি হলে সংখ্যাটি হত ১০০০০+৪ = ১০০০৪। যে সংখ্যাটি ৪১ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হত। তাই **উত্তর: ১০০০৪।**

১০৩. ৪ অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ২৭ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?

ক. ১০০৫ খ. ১০২৫ গ. ১০৪১ ঘ. ১০২৬ **উত্তর: ঘ**

[**Note:** এরকম আরো অনেক প্রশ্ন ল.সা.গু - গ.সা.গু অধ্যায়ে পাবেন]

ভাজক সংখ্যা বের করা :

ভাজক বের করা বলতে কী বোঝায়?

ভাজক বের করা অর্থ হল, প্রদত্ত সংখ্যাটিকে মোট কয়টি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায়। যেমন: ১০ সংখ্যাটিকে ১০,৫,২ এবং ১ দ্বারা ভাগ করা যায়। তাই আমরা বলতে পারি যে ১০ এর ভাজক সংখ্যা ৪টি। কিন্তু একটু বড় সংখ্যার ভাজক সংখ্যা বের করতে হলে নিচের নিয়মে করতে হবে, কেননা তখন সবগুলো ভাজক দেখা যাবে না আবার মুখে মুখে বলা সহজ হবে না ।

ভাজক সংখ্যা বের করার নিয়ম:

১০৪.৭২ এর ভাজক সংখ্যা কয়টি? *(২৯তম বিসিএস)+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি):২০২১]*

ক. ১২ খ. ১১ গ. ১০ ঘ. ৮ **উত্তর: ক**

সমাধান:

সর্ব প্রথম প্রদত্ত সংখ্যাটিকে ভাঙ্গতে হবে এভাবে

```
২ | ৭২
২ | ৩৬
২ | ১৮
৩ | ৯
    ৩
```

অর্থাৎ ৭২ = ২×২×২×৩×৩ তারপর এক জাতীয় সংখ্যাগুলোর পাওয়ার উপরে লিখতে হবে এভাবে $২^৩\times৩^২$ *[এখানে ৩টি ২ এবং ২টি ৩ গুণ করে ৭২ হয়েছে।]* তারপর প্রতিটি পাওয়ারের সাথে ১ যোগ করে সংখ্যাগুলো বাদ দিয়ে শুধু পাওয়ারগুলো গুণ করে যা আসবে তাই উত্তর।

এখানে $২^{(৩+১)}\times৩^{(২+১)}$

= (৩+১)× (২+১)(নিচের ২ ও ৩ বাদ দিয়ে উপরের পাওয়ার দুটি গুণ করতে হবে।) = ৪×৩ = **১২টি।**

১০৫. ১০০৮ এর কতটি ভাজক আছে? *[শ্রম অধিদপ্তরের (দ্বিতীয় শ্রেণিভুক্ত শ্রম কর্মকর্তা):২০০৪]*

ক. ২০টি খ. ২৪টি গ. ২৮টি ঘ. ৩০টি **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

```
২ | ১০০৮
২ | ৫০৪
২ | ২৫২
২ | ১২৬
৩ | ৬৩
৩ | ২১
    ৭
```

Interesting point: যে কোন পূর্ণবর্গ সংখ্যার ভাজক সংখ্যা সব সময় বিজোড় সংখ্যক হয়। যেমন: ৯ এর ভাজক = ৩টি। ১৪৪ এর ভাজক = ১৫টি।

এখানে, ১০০৮ = ২×২×২×২×৩×৩×৭ = $২^৪\times৩^২\times৭^১$ সুতরাং (৪+১)×(২+১) ×(১+১) = ৫×৩×২= ৩০টি।

এখানে ছোট্ট একটা টেকনিক দেখে নিন:

বড় সংখ্যাগুলোকে ভাঙ্গানোর সময় উপরের নিয়মে এত ছোট ছোট সংখ্যা দিয়ে না ভেঙ্গে বড় বড় সংখ্য দিয়ে ভাঙ্গালে খুব দ্রুত হবে। এখন কোন ধরণের বড় সংখ্যা নিবেন? এক্ষেত্রে পূর্ণবর্গ সংখ্যাগুলো ধরে হিসেব করা সহজ:

যেমন: ১০০৮ = শুরুতেই ৯, অথবা ১৬ এই সংখ্যাগুলো বের করে নিলে পরে হিসেব সহজ হবে। কারণ পূর্ণবর্গ সংখ্যার উপর পাওয়ার দেয়া সহজ।

যেমন: ৭২ = ২×২×২×৩×৩ এতগুলো সংখ্যা না লিখে ভাবুন ৭২ কে কোন পূর্ণবর্গ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায়? ৯×৮ = ৭২ তাহলে লাভ কি? তখন পাওয়ার গুলো দিতে সহজ হবে।

১৪৪ = ১২×১২ এভাবে ভাবলে ১২ কে পাওয়ার আকারে লেখা যাচ্ছে না। তাই এভাবে না ভেঙ্গে এভাবে ভাঙ্গা ভালো

১৪৪ = ১৬×৯ = $২^৪\times৩^২$ = (৪+১)×(২+১) = ৫×৩ = ১৫টি।

১০৬. ৩৬ সংখ্যাটির মোট কতগুলো ভাজক সংখ্যা রয়েছে? *[BADC (AO)-2017]+ [Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১] [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৬ খ. ৮ গ. ৯ ঘ. ১০ **উত্তর:** গ

সমাধান: ৩৬ কে ভাঙ্গলে পাওয়া যায়

$৪\times৯ = ২^২\times৩^২$ এখন একই সংখ্যার উপরের পাওয়ারগুলোর সাথে ১ যোগ করে তাদের গুণফল হল ৩×৩ = ৯।

১০৭. ৫৪০ এর কতগুলো বিজোড় ভাজক রয়েছে? *[IBBL (PO)-2017]*

ক.. ৬ খ. ৮ গ. ১২ ঘ. ১৫ **উত্তর: খ**

সমাধান: ৫৪০ =২×২×৩×৩×৩×৫ = $২^২\times৩^৩\times৫^১$

এখানে বিজোড় সংখ্যাগুলো হলো ৫ এবং ৩, সুতরাং বিজোড় ভাজক হবে $৩^৩\times৫^১ = ৩^{৩+১}\times৫^{১+১} = ৩^৪\times৫^২ = (৪\times২) = ৮$

প্রমান দেখে নিন: ৫৪০ এর বিজোড় ভাজক গুলো হলো = ১, ৩, ৫, ৯, ১৫, ২৭, ৪৫, ১৩৫

আবার শুধু জোড় ভাজকগুলো বের করতে বললে, বিজোড় সংখ্যাগুলো বাদ দিয়ে শুধু জোড় সংখ্যাগুলো নিতে হবে।

১০৮. ৮৮, ৯১, ৯৫ এবং ৯৯ সংখ্যাগুলোর মধ্যে কোন সংখ্যাটির সর্বোচ্চ উৎপাদক রয়েছে? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. ৮৮ খ. ৯১ গ. ৯৫ ঘ. ৯৯ **উত্তর: ক**

সমাধান: সাধারণত জোড় সংখ্যার উৎপাদক সবসময় বেশি হয়। এখানে ৮৮ = ৮×১১ = $২^৩\times১১^১$= $২^{৩+১}\times১১^{১+১}$= ৪×২ = ৮টি ভাজক। যা অন্য সবগুলো সংখ্যার ভাজক সংখ্যা থেকে বেশি।

নিজে করুন:

১০৯. ৩২ এবং ৬৪ এর ভাজক সংখ্যার মধ্যে পার্থক্য কত? [৩২ এর ভাজক সংখ্যা $২^৫$ বা ৫+১ = ৬টি এবং ৬৪ এর ৭টি]

ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ৪ **উত্তর: ক**

১১০. ১২০০ এর কয়টি ভাজক রয়েছে?

ক. ২০ খ. ২২ গ. ৩০ ঘ. ৩২ **উত্তর: গ**

১১১. ১০২৪ এর ভাজক কয়টি? *(পিটি আই এর সুপারিনটেডেন্ট:২০০৫)*

ক. ১১ খ. ১২ গ. ১৩ ঘ. ১৪ **উত্তর: ক**

১১২. চারটি সংখ্যার মধ্যে কোনটির ভাজক সংখ্যা জোড়?
ক. ১০২৪ খ. ৩৬ গ. ১৪৪ ঘ. ৭২ উত্তর: ঘ

[Note: মনে রাখুন, পূর্ণ বর্গ যে কোন সংখ্যার মোট ভাজক সংখ্যা সব সময় বিজোড় সংখ্যক হয়ে থাকে]

পদ্ধতি-০৪: সংখ্যা বের করা

বর্গের অন্তরফল দেয়া থাকলে সংখ্যা বের করা:

যে কোন দুটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের পার্থক্য বের করার অর্থ হলো ঐ সংখ্যা দুটির উপর ক্ষয়ার দেয়ার পর বিয়োগ করলে বিয়োগফল কত হবে তা প্রশ্নে দেয়া থাকবে। সংখ্যা দুটি বের করতে হবে।

শর্টকাট: বড় সংখ্যাটি $= \frac{\text{সংখ্যাদ্বয়ের বর্গের পার্থক্য} + ১}{২}$ এবং **ছোট সংখ্যাটি** $= \frac{\text{সংখ্যাদ্বয়ের বর্গের পার্থক্য} - ১}{২}$ অথবা, (বড় সংখ্যা-১)

১১৩. দুটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা নির্ণয় করুন যাদের বর্গের অন্তর (পার্থক্য) ২৩? *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটিটিউট-(উপ: প্রকৌশলী)-২০২২]*
ক. ৭ ও ৮ খ. ৮ ও ৯ গ. ১০ ও ১১ ঘ. ১১ ও ১২ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, একটি সংখ্যা x $\therefore$ অপর সংখ্যাটি $x+1$
প্রশ্নমতে, $(x+1)^2 - x^2 = 23 \Rightarrow (x+1-x)(x+1+x) = 23 \Rightarrow 2x+1 = 23 \Rightarrow 2x = 22 \quad \therefore x = 11$
সুতরাং একটি সংখ্যা $x = \mathbf{11}$ এবং অপর সংখ্যাটি $x+1 = 11+1 = \mathbf{12}$

শর্টকাট: বড় সংখ্যাটি $= \frac{২৩+১}{২} = \frac{২৪}{২} = ১২$ এবং ছোট সংখ্যাটি $= \frac{২৩-১}{২} = \frac{২২}{২} = ১১$ অথবা: $(১২-১) = ১১$।

১১৪. দুটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের অন্তর ৩৭ হলে সংখ্যা দুটি কত? *[৭ম শ্রেণী অনু : ১.২]+ [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*
ক. ১৯, ২০ খ. ১৭, ১৮ গ. ১৮, ১৯ ঘ. ১৬, ১৭ উত্তর: গ

১১৫. দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের অন্তর ৪৫ হলে সংখ্যা দুইটি কত? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]*
ক. ২০, ২১ খ. ২১, ২২ গ. ২২, ২৩ ঘ. ২৩, ২৪ উত্তর: গ

১১৬. পর পর দুটি পূর্ণ জোড় সংখ্যা নির্ণয় করুন যাদের বর্গের পার্থক্য হবে ৩৬। (শর্টকাটে: $১০^২ - ৮^২$ বা ১০০-৬৪ = ৩৬)
ক. ৮, ১০ খ. ১০, ১২ গ. ১২, ১৪ ঘ. ১৪, ১৬ উত্তর: ক

বিস্তারিত সমাধান: ধরি একটি সংখ্যা $= x$ সুতরাং অপর সংখ্যাটি $= x+২$
প্রশ্নমতে, $(x+২)^2 - x^2 = ৩৬$ (দুটি জোড় সংখ্যার বর্গের পার্থক্য ৩৬ দেয়া আছে)
বা, $x^2 + ২.x.২ + ২^২ - x^২ = ৩৬$, বা, $৪x = ৩২ \quad \therefore x = ৮$ **সুতরাং একটি সংখ্যা ৮ এবং অপর সংখ্যাটি ৮+২ = ১০**
মুখে মুখে: এই অংকগুলো একটু কঠিন মনে হলেও এমসিকিউ এর অপশনের মানগুলো থেকে বের করলে সহজেই হয়ে যাবে।
এখানে, $১০^২ = ১০০$ এবং $৮^২ = ৬৪$ থেকে ১০০-৬৪=৩৬

নিজে করুন:

১১৭. দুটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা নির্ণয় করুন যাদের বর্গের অন্তর ৯ হবে। *[CAAB (মেডিকেল অফিসার)-২০২১]*
ক. ৪ এবং ৫ খ. ৫ এবং ৬ গ. ৬ এবং ৭ ঘ. ৭ এবং ৮ উত্তর: ক

১১৮. দুটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা নির্ণয় করুন, যাদের বর্গের অন্তর হবে ৪৭- *(২৬তম বিসিএস)*
ক. ২৪, ২৫ খ. ২৫, ২৬ গ. ২২, ২৩ ঘ. ২৩, ২৪ উত্তর: ঘ

১১৯. দুইটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের অন্তর ৯৩ হলে সংখ্যাদ্বয় কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের এডমিনিস্ট্রেশন ও পার্সোনাল অফিসার-২০০৬+মহিলা ও শিশুবিষয়ক উপজেলা মহিলা বিষয়ক কর্মকর্তা-২০০৭]*
ক. ৪৬, ৪৭ খ. ৪৪, ৪৭৫ গ. ৪৩, ৪৪ ঘ. ৫৫, ৫৬ উত্তর: ক

১২০. দুইটি ক্রমিক সংখ্যার বর্গের অন্তর ১৯৯ হলে বড় সংখ্যাটি কত? *[২২তম বিসিএস] +[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি):২০২১]*
ক. ৭০ খ. ৮০ গ. ৯০ ঘ. ১০০ উত্তর: ঘ

যত-তত থাকলে সংখ্যা বের করা:

১২১. একটি সংখ্যা ১০০ থেকে যত বড়, ৩২০ থেকে তত ছোট, সংখ্যাটি কত? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]*
ক. ২০০ খ. ২১০ গ. ২২০ ঘ. ২৪০ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি = x
প্রশ্নমতে, $x-১০০ = ৩২০-x$ [১০০ এবং সংখ্যাটির পার্থক্য = ৩২০ এর সাথে সংখ্যাটির পার্থক্য সমান]
$\Rightarrow ২x = ৪২০ \quad \therefore x = \frac{৪২০}{২} = ২১০$ [এই বিষয়টা থেকেই শর্টকাট সূত্র তৈরী করা যায় নিচের মত করে]

সমাধান: যত তত থাকলে সংখ্যা দুটির গড় বের করলেই উত্তর হবে $= \frac{১০০+৩২০}{২} = \frac{৪২০}{২} = ২১০$

১২২. একটি সংখ্যা ৬৫০ থেকে যতবড় ৮২০ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত? *(২২তম বিসিএস)*
ক. ৭৯৮ খ. ৭৯৯ গ. ৭৯৩ ঘ. ৭৩৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: সমীকরণ অধ্যায়ে বিস্তারিত আছে। এখানে শর্টকার্টে: $\frac{৬৫০+৮২০}{২} = \frac{১৪৭০}{২} = ৭৩৫$

১২৩. কোন সংখ্যা ৭৬৫ থেকে ৬৫৬ যত কম, কোন সংখ্যা ৮২৫ থেকে তত বেশি? *(পার্সপোর্ট অফিসের সহ: পরিচালক-১১)*
ক. ৯৩৪ খ. ৭৮৬ গ. ৮৯৩ ঘ. ৯৬৫ উত্তর: ক

[Hints: ৭৬৫-৬৫৬ =১০৯ এখন ৮২৫+১০৯= ৯৩৪]

নিজে করুন:

১২৪. একটি সংখ্যা ২২০ থেকে যত বড় ৪৯০ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*
ক. ৩৫৫ খ. ৩৭৫ গ. ৩৮৫ ঘ. ৩৯০ উত্তর: ক

১২৫. একটি সংখ্যা ৭৪২ থেকে যত বড় ৮৩০ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত? *[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহ:):২০২১]*
ক. ৭৮২ খ. ৭৯০ গ. ৭৬০ ঘ. ৭৮৬ উত্তর: ঘ

১২৬. একটি সংখ্যা ৭৫৭ থেকে যত ছোট ৫৫৫ থেকে তত বড়। সংখ্যাটি কত? *(প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয়-০৪)*
ক. ৬৫৬ খ. ৬৫৩ গ. ৬৫২ ঘ. ৭৩৫ উত্তর: ক

ভগ্নাংশ আকারে সম্পর্ক থাকলে:

১২৭. একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার দেড়গুণ। সংখ্যা দুটির যোগফল ২৫ হলে বড় সংখ্যাটি কত? *[রাকাব: (ক্যাশিয়ার)-২০১৪]*
ক. ১৩ খ. ১৪ গ. ১৫ ঘ. ১৬ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ছোট সংখ্যাটি= x, সুতরাং বড় সংখ্যাটি = x এর ১.৫ গুণ বা ১.৫x
এখন, প্রশ্নমতে, $x + ১.৫x = ২৫$ বা, $২.৫x = ২৫$ বা, $x = ২৫ \div ২.৫ \quad \therefore x = ১০$
সুতরাং ছোট সংখ্যাটি = ১০ এবং বড় সংখ্যাটি = ১০×১.৫ = ১৫ উত্তর: ১৫

১২৮. একটি সংখ্যা অপর সংখ্যাটির অর্ধেক, সংখ্যা দুটির যোগফল ৭৫ হলে বড় সংখ্যাটি কত?
ক. ৪০ খ. ৫৮ গ. ৫০ ঘ. ৬০ উত্তর: গ

সমাধান:
এখানে একটি সংখ্যা x ধরে অপর সংখ্যাটি x এর অর্ধেক না লিখে এভাবে ভাবুন, ছোট সংখ্যাটি অর্ধেক হলে অপর সংখ্যাটি হবে ছোট সংখ্যাটির থেকে দ্বিগুণ অর্থাৎ ছোটটি x হলে বড় সংখ্যাটি হবে ২x তাহলে মোট হবে ৩x। এখন সমষ্টি ৭৫ দেয়া আছে, তাই ৩x এর মান হবে ৭৫ সুতরাং x এর মান হবে ২৫,ছোট সংখ্যাটি ২৫ ও বড় সংখ্যাটি হবে ২৫×২ = ৫০

Suggestion: সবসময় চেষ্টা করবেন ভগ্নাংশ না এনে পূর্ণ সংখ্যা ধরে অংক করার। তাহলে দ্রুত উত্তর বের হবে।

১২৯. একটি সংখ্যা ২০০ থেকে যত বড় ৩০৫ থেকে তার আড়াইগুণ ছোট। সংখ্যাটি কত?
ক. ২৪০ খ. ২৫৮ গ. ২৫০ ঘ. ২৩০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x বড়, প্রশ্নমতে, ২০০+x=৩০৫-২.৫x বা, ৩.৫x = ১০৫ ∴ x = ৩০ ∴ সংখ্যাটি ২০০+৩০=২৩০]

১৩০. একটি সংখ্যা ৫৬০ থেকে যত কম ৩৮০ থেকে তার সাড়ে তিনগুণ বেশি। সংখ্যাটি কত? *[RAKUB (Cashier)-2017]*
ক. ৪৫০ খ. ৪৭০ গ. ৫২০ ঘ. ৫০০ উত্তর: গ

সাধারণ সমাধান:

ধরি সংখ্যাটি ৫৬০ থেকে x কম প্রশ্নমতে, ৫৬০-x = ৩৮০+৩.৫x [উভয় পাশে সংখ্যা] ⇒৪.৫x = ৫৬০-৩৮০ ⇒৪.৫x = ১৮০ ∴ x = ৪০ সুতরাং সংখ্যাটি = ৫৬০-৪০ = ৫২০।	**বিকল্প সমাধান:** ধরি সংখ্যাটি = x প্রশ্নমতে, ৩.৫(৫৬০-x) = (x-৩৮০) সমাধান করে x = ৫২০

মুখে মুখে: মাঝের পার্থক্য ১গুণ+সাড়ে তিনগুণ (১ম সমাধান থেকেই শর্টকাট)
বা সাড়ে চার গুণ = ৫৬০-৩৮০ বা, সাড়ে চার গুণ (অংশের পার্থক্য) = ১৮০ ∴ সাড়ে চার গুণ = ১৮০ হলে
তাহলে ১ গুণ = ১৮০÷৪.৫ = ৪০। সুতরাং সংখ্যাটি = ৫৬০ থেকে ১ গুণ কম অর্থাৎ ৪০ কম = ৫৬০-৪০ = ৫২০।

নিজে করুন:

১৩১.একটি সংখ্যা অপর সংখ্যাটির অর্ধেক । একটি সংখ্যা থেকে অপর সংখ্যাটির পার্থক্য ১৫ হলে ছোট সংখ্যাটি কত?
ক. ১৪ খ. ১৫ গ. ১৬ ঘ. ১৭ উত্তর: খ

১৩২. ছোট সংখ্যার থেকে বড় সংখ্যাটি আড়াইগুণ বড়। সংখ্যাদুটির যোগফল ১৪০ হলে বড় সংখ্যাটি কত?
ক. ৪০ খ. ৫৮ গ. ৮০ ঘ. ১০০ উত্তর: ঘ

[Hints: x+২.৫x = ১৪০ বা, ৩.৫x = ১৪০ ∴ x = ৪০ সুতরাং বড় সংখ্যাটি = ২.৫×৪০=১০০]

সমীকরণের মাধ্যমে সংখ্যা বের করা:

১৩৩. কোন সংখ্যা হতে ১৭৫ বিয়োগ করে ১৩০ যোগ করলে যোগফল ২৯৭ হবে ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*
ক. ৬০২ খ.২৫২ গ.৩৪২ ঘ. ২৯৭ উত্তর: গ

সমাধান: মনে করি, সংখ্যাটি x
প্রশ্নমতে, x-১৭৫+১৩০ = ২৯৭ ⇒ x-৪৫=২৯৭ ⇒ x = ২৯৭+৪৫ = ৩৪২ ∴ x = ৩৪২

১৩৪. কোন সংখ্যার সাথে এক চতুর্থাংশের সহিত ২০ যোগ করলে যোগফল ১০০ হয়? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*
ক. ১৬০ খ. ২৪০ গ. ৩৬০ ঘ. ৩২০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪} + ২০ = ১০০ \Rightarrow \frac{x}{৪} = ৮০ \therefore x = ৩২০$

মুখে মুখে: ২০ যোগ করার পর ১০০ হলে যোগ করার আগে ছিল ৮০। এখন ১/৪ অংশ ৮০ হলে সংখ্যাটি = ৮০×৪ = ৩২০।

১৩৫. দুইটি সংখ্যার গুণফল ৯৮। ছোট সংখ্যাটি বড় সংখ্যাটির অর্ধেক হলে ছোট সংখ্যাটি কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*
ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ছোট সংখ্যাটি x; ∴ বড় সংখ্যাটি = ২x [ভগ্নাংশকে এড়ানোর জন্য ছোট সংখ্যাটিকে x ধরা হয়েছে]
শর্তমতে, ২x×x= ৯৮ ⇒$2x^2 = ৯৮$ ⇒ $x^2 = ৪৯$ ∴ x = ৭ সুতরাং ছোট সংখ্যাটি = ৭

১৩৬. ২৫ থেকে কোন সংখ্যাটি বিয়োগ করলে বিয়োগফল সংখ্যাটি অপেক্ষা ৫ বেশি হবে? *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণা:অধীন আনসার ও ভিডিপি অফি: সা:অ্যাড:-১০)*
ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৪ ঘ. ১৯ উত্তর: ক

[Hints: ২৫-x= x+৫ ∴ x = ১০]

১৩৭.একটি বাস্তব সংখ্যা নির্ণয় কর যেন সংখ্যাটির বিপরীত সংখ্যা থেকে ঐ সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল সংখ্যাটির ৩ গুণ হয়। *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*
ক. ১ খ. $\frac{১}{৩}$ গ. ২ ঘ. $\frac{১}{২}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x [এখানে বিপরীত সংখ্যা অর্থ হচ্ছে পূর্ণ সংখ্যাটিকে বিপরীত করে হরে বসিয়ে লব ১ নেয়।]
প্রশ্নমতে, $\frac{১}{x} - x = ৩x \Rightarrow ৪x = \frac{১}{x} \Rightarrow ৪x^2 = ১ \Rightarrow x^2 = \frac{১}{৪} \therefore x = \frac{১}{২}$

১৩৮. একটি সংখ্যার বর্গের সাথে ৪ যোগ করলে যোগফল ৪০ হয়। সংখ্যাটি কত? *[একটি বাড়ি একটি খামার-(উপজেলা সমন্বয়কারি)২০১৭]*
ক. ৪ খ. ৫ গ. ৮ ঘ. ৬ উত্তর : ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x প্রশ্নমতে, $x^2+৪ = ৪০ \Rightarrow x^2 = ৩৬ \therefore x = ৬$

১৩৯. যদি একটি সংখ্যার $\frac{৫}{১৫}$ এর সাথে ১০ যোগ করলে ২৮ হয় তাহলে সংখ্যাটি কত? *[PKB- (EO) - 2017]*
ক.৫৬ খ.৬০ গ.৫৪ ঘ.৩৬ উত্তর: গ

সমাধান: এ ধরণের প্রশ্ন শেষের দিক থেকে হিসেব করা সবথেকে সহজ: শেষে ১০ যোগ করার পর যদি ২৮ হয় তাহলে ১০ যোগ করার আগে অবশ্যই ১৮ ছিল। আবার যেহেতু সংখ্যাটির $\frac{৫}{১৫}$ বা তিন ভাগ এর মান ১৮ ।
তাহলে মূল সংখ্যাটি হবে ১৮× $\frac{১৫}{৫}$ = ৫৪। উত্তর : ৫৪ । [সমীকরণ সাজাতে চাইলে: $\frac{৫x}{১৫} + ১০ = ২৮$]

১৪০.দুইটি সংখ্যার বিয়োগফল তাদের যোগফলের $\frac{১}{৩}$ অংশ সংখ্যা দুটির অনুপাত কত? *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]+ [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*
ক. ৩ : ১ খ. ২ : ৩ গ. ১ : ৪ ঘ. ২ : ১ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি ক ও খ
প্রশ্নমতে, ক-খ = $\frac{১}{৩}$(ক+খ) ⇒ ৩ক - ৩খ = ক+খ ⇒ ২ক = ৪খ ⇒ $\frac{ক}{খ} = \frac{৪}{২} \Rightarrow \frac{ক}{খ} = \frac{২}{১}$ ∴ ক : খ = ২ : ১

১৪১. দুটি সংখ্যার অর্ধেকের যোগফল ৫১। তাদের পার্থক্যের এক-চতুর্থাংশ ১৩। সংখ্যা দুটি কত? *[আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯] + [সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক):২০২১]*
ক. ৫২, ৭০ খ. ২৫, ৭৭ গ. ৫০, ৬৫ ঘ. ২৫, ৫৬ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি x ও y
১ম শর্তমতে, $\frac{x}{২} + \frac{y}{২} = ৫১ \Rightarrow \frac{x+y}{২} = ৫১ \therefore x+y = ১০২$ ----(i)
২য় শর্তমতে, $\frac{x-y}{৪} = ১৩ \therefore x-y = ৫২$ -----(ii)
(i) + (ii) = ২x = ১৫৪ ∴ x = ৭৭ সুতরাং অপর সংখ্যাটি = x + y = ১০২ ∴ y = ১০২-৭৭ = ২৫ উত্তর: ২৫ ও ৭৭

মুখে মুখে: দুটি সংখ্যার যোগফল ও বিয়োগফল থাকলে তা যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যা এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যা বের হয়।

১৪২.দুটি সংখ্যার অর্ধেকের যোগফল ৫২। তাদের পার্থক্যের এক চতুর্থাংশ ৪। সংখ্যা দুটি কত? *[(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ৩৫, ৪৫ খ. ৪৪, ৬০ গ. ২৫, ৩৫ ঘ. ৫৪, ৭০ উত্তর: খ

১৪৩.দুটি সংখ্যার বিয়োগফলের অর্ধেক ২। বড় সংখ্যাটির সাথে ছোট সংখ্যাটির দ্বিগুণ যোগ করলে যোগফল ১৩ হয়। সংখ্যা ২টি কত? *[বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক):২০২১]*
ক. ৪ ও ৮ খ. ৬ ও ১০ গ. ৩ ও ৭ ঘ. ৫ ও ৯ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি ক ও খ

১ম শর্তমতে, $\frac{ক-খ}{২} = ২ \Rightarrow ক-খ = ৪ \Rightarrow ক = ৪+খ$ .....(i)

২য় শর্তমতে, $ক + ২খ = ১৩ \Rightarrow ৪ + খ + ২খ = ১৩$ [$ক = ৪ + খ$ মান বসিয়ে] $\Rightarrow ৩খ = ১৩ - ৪ \Rightarrow খ = \frac{৯}{৩} = ৩$

(i) নং সমীকরণে খ এর মান বসিয়ে পাই, $ক = ৪+খ = ৪+৩ = ৭$ সুতরাং সংখ্যা দুটি ৩ ও ৭।

বীজগণিতের সূত্র প্রয়োগে সংখ্যা বের করা :

এই নিয়মের অনেক প্রশ্ন বীজগণিতের মান নির্ণয় অধ্যায়ে আরো বিস্তারিত আলোচনাসহ সমাধান পাবেন। এখানে শুধু সংখ্যা সম্পর্কিত প্রশ্নগুলোর সমাধান দেয়া হলো।

১৪৪. দু'টি সংখ্যার যোগফল ৬০ এবং বিয়োগফল ২০ হলে সংখ্যা দু'টি কত? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৩০, ৫০ খ. ৪৫, ১৫ গ. ৪০,২০ ঘ. কোনটি নয় **উত্তর:** গ

সমাধান: ধরি, বড় সংখ্যাটি = x এবং ছোট সংখ্যাটি = y

প্রশ্নমতে, $x+y = ৬০$ --- (i) এবং $x-y = ২০$ --- (ii)

সমীকরণ দুটি যোগ করলে পাই $২x = ৮০ \therefore x = ৪০$

আবার, সমীকরণ দুটি বিয়োগ করে পাই $২y = ৪০ \therefore y = ২০$ সুতরাং সংখ্যা দুটি = ৪০ এবং ২০।

১৪৫. দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং বিয়োগফল যথাক্রমে ২৮ এবং ৪। বড় সংখ্যাটি কত? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ১৬ খ. ১৮ গ. ২০ ঘ. ২২ **উত্তর:** ক

১৪৬. দুটি সংখ্যার পার্থক্য ১১ এবং তাদের যোগফলের এক পঞ্চমাংশ ৯, সংখ্যা দুটি বের করুন? *[BB- (AD)-2014]*

ক. ২৮ ও ১৭ খ. ২৯ ও ১৮ গ. ৩০ ও ১৯ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** ক

সমাধান: সংখ্যা দুটি x এবং y হলে, $x-y = ১১$ এবং $\frac{x+y}{৫} = ৯ \therefore x - y = ৪৫$ [বাকীটা আগের মতই।]

১৪৭. যদি দুটি সংখ্যার গুণফল ৯৬ এবং সংখ্যা দুটির যোগফল ২২ হয় তবে ছোট সংখ্যাটি কত? *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের অধীন আইডিইএ প্রকল্প (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর):২০২১]*

ক. ৪ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** খ

সমাধান: ধরি, বড় সংখ্যাটি = x এবং ছোট সংখ্যাটি = y

প্রশ্নমতে, $xy = ৯৬$ এবং $x+y = ২২$ [গুণফল এবং যোগফল দেয়া থাকলে বিয়োগফল আনার মাধ্যমে দুটি সংখ্যা বের করা সহজ]

আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2-4xy = (২২)^২ -৪\times৯৬ = ৪৮৪-৩৮৪ = ১০০ \therefore x-y = \sqrt{১০০} = ১০$

এখন, $x+y = ২২$ --(i) এবং $x-y = ১০$ --- (ii) সমীকরণ দুটি বিয়োগ করে পাই $২y = ১২ \therefore y = ৬$

১৪৮. দুইটি সংখ্যার গুণফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত? *[BADC–(CO)-2018]*

ক. ২৩ খ. ২৫ গ. ২৬ ঘ. ২৭ **উত্তর:** খ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে x এবং y **প্রশ্নমতে,** $xy = ১৫৬$ এবং $x^2+y^2 = ৩১৩$

আমরা জানি, $(x+y)^2 = x^2+y^2+২xy \Rightarrow (x+y)^2 = ৩১৩+২\times১৫৬ \Rightarrow (x+y)^2 = ৬২৫ \therefore x+y = ২৫$

মাথা খাঁটাতে পারলে মুখে মুখে উত্তর বের হবে: সংখ্যা দুটির গুণফল = ১৫৬ কে ভাঙ্গানো যায় ১২×১৩

আবার $(১২^২+১৩^২) = (১৪৪+১৬৯) = ৩১৩$ সুতরাং সংখ্যা দুটির যোগফল ১২+১৩ = ২৫।

১৪৯. ২টি ধনাত্মক সংখ্যার পার্থক্য ৬ এবং এদের বর্গের পার্থক্য ১০৮। সংখ্যা ২টির যোগফল কত? *[CAAB (SO)-2021]*

ক. ৬ খ. ১৮ গ. ২৪ ঘ. ১২ **উত্তর:** খ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে = x এবং y যেখানে, $x > y$

প্রশ্নমতে, $x-y = ৬$ এবং $x^2-y^2 = ১০৮ \Rightarrow (x+y)(x-y) = ১০৮ \Rightarrow (x+y)\times৬ = ১০৮ \therefore x+y = ১৮$

সুতরাং সংখ্যা দুটির যোগফল = ১৮।

মুখে মুখে উত্তর বের করা যায় যে প্রশ্নগুলো:

১৫০. একটি সংখ্যাকে ১০ দিয়ে ভাগ করে ৮ দিয়ে গুণ করলে ১২০ হয়। সংখ্যাটি কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহা:)-২০২১]*

ক. ৭৫ খ. ১০০ গ. ১২০ ঘ. ১৫০ **উত্তর:** ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = ক প্রশ্নমতে, $\frac{ক\times৮}{১০} = ১২০ \Rightarrow ক = \frac{১২০\times১০}{৮} = ১৫০$

মুখে মুখে: ৮ দিয়ে গুণ করার পর ১২০ হলে গুণ করার আগে ছিল ১২০÷৮ = ১৫। আবার ১০ দিয়ে ভাগ করার পর ১৫ হলে ভাগ করার আগে ছিল ১৫×১০ = ১৫০।

১৫১. একটি সংখ্যার চারগুণের সাথে ১২ যোগ করা হলে যোগফল হয় ৮। সংখ্যাটির দ্বিগুণের সাথে ৭ যোগ করা হলে যোগফল কত হবে? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. -১ খ. -১.৫ গ. -২ ঘ. ৫ **উত্তর:** ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x প্রশ্নমতে, $8x+১২ = ৮ \Rightarrow 8x = -৪ \therefore x = -১$

সুতরাং সংখ্যাটির দ্বিগুণের সাথে ৭ যোগ করলে হবে $২\times(-১)+৭ = -২+৭ = ৫$

মুখে মুখে: ১২ যোগ করার পর ৮ হলে যোগ করার আগে ছিল -৪ এখন ৪ গুণ করে -৪ হলে গুণ করার আগে ছিল -১। তাহলে ২গুণ করে ৭ যোগ করলে হবে: $২\times(-১)+৭ = -২+৭ = ৫$

১৫২. একটি সংখ্যার দুই গুণের সাথে ৯ যোগ করা হল, এবং ফলাফলটিকে তিনগুন করলে ৭৫ হয়। সংখ্যাটি কত? *[Rupali Bank Ltd. Senior Officer 2013]*

ক. ৩.৫ খ. ৬ গ. ৮ গ. কোনটিই নয় **উত্তর:** গ

সাধারণ সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি, x

প্রশ্নমতে, $৩(২x+৯) = ৭৫$ (সংখ্যাটির সাথে ২ গুণ করে ৯ যোগ করার পর ৩ গুণ করা হল যার মান ৭৫)

বা, $(২x+৯) = ২৫$ (৩ দিয়ে ভাগ করে) বা, $২x = ২৫-৯$ বা, $২x = ১৬ \therefore x = ৮$

মুখে মুখে: উল্টোপাশ থেকে আসতে হবে, ৩গুণ করে যদি ৭৫ হয় তাহলে ৩গুণ করার আগে অবশ্যই ২৫ ছিল, আবার ৯ যোগ করে ২৫ হয়েছে তাহলে আগে ছিল ২৫- ৯ = ১৬। আবার প্রথমে ২গুণ করে ১৬ হয়েছে তাহলে গুণ করার আগে কত ছিল? অবশ্যই ৮। এখন এর আগে আর কোন কিছু বলা নেই। তাই ৮ ই উত্তর।

১৫৩. কোন সংখ্যার তিন চতুর্থাংশের এক পঞ্চমাংশের মান ৬০। সংখ্যাটি কত? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ৩০০ খ. ৪০০ গ. ৫০০ ঘ. ৬০০ **উত্তর:** খ

সমাধান: এরকম প্রশ্ন শেষের থেকে হিসেব করলে মুখে মুখে উত্তর বলা যায়।

শেষের ৫ ভাগের ১ ভাগের মান ৬০ হলে ৫ ভাগের মান = ৬০×৫ = ৩০০।

এখন এই ৩০০ হলো ৪ ভাগের ৩ ভাগের মান। তাহলে ১ ভাগের মান হবে ১০০ এবং ৪ ভাগ বা সংখ্যাটি হবে ৪০০।

১৫৪. যদি একটি সংখ্যার এক চতুর্থাংশের এক তৃতীয়াংশের মান ১৫ হয়, তাহলে ঐ সংখ্যাটির তিন দশমাংশের মান কত? *[Rupali Bank Ltd. Officer 2013]*

ক. ৩৫ খ. ৩৬ গ. ৪৫ ঘ. ৫৪ **উত্তর:** ঘ

সাধারণ নিয়মে সমাধান: ধরি সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, x এর $\frac{১}{৪}$ এর $\frac{১}{৩} = ১৫$ বা, $\frac{x}{১২} = ১৫$ বা, $x = ১৮০$ সুতরাং উত্তরটি হবে ১৮০ এর $\frac{৩}{১০} = ৫৪$

মুখে মুখে সমাধান:

১৫ হল একটি সংখ্যার এক তৃতীয়াংশের মান। তাহলে সংখ্যাটি হবে ৩×১৫ = ৪৫। আবার ৪৫ হলো অন্য একটি সংখ্যার এক চতুর্থাংশের মান, তাহলে সেই সংখ্যাটি হবে ৪৫×৪ = ১৮০। অর্থাৎ সংখ্যাটি ১৮০। তাহলে এই সংখ্যাটির ৩ দশমাংশ না লিখে মুখে মুখে বের করতে এভাবে ভাবুন। ১৮০ এর দশভাগের ১ ভাগ হল ১৮, তাহলে ৩ ভাগ হবে ৩×১৮ = ৫৪। **উত্তর : ৫৪।**

১৫৫. একটি সংখ্যা এবং ঐ সংখ্যাটির দুই পঞ্চমাংশের মধ্যে পার্থক্য হল ৫১০, সংখ্যাটির ১০% এর মান কত? *[Probashi kallyan Bank Ltd. Senior Officer 2014]*

ক. ৮২ খ. ৮৪ গ. ৮৫ ঘ. ৮৮ **উত্তর:** গ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x, ∴সংখ্যাটির দুই পঞ্চমাংশের মান $= \frac{2x}{5}$

প্রশ্নমতে, $x - \frac{2x}{5} = ৫১০$ সুতরাং সংখ্যাটি $x = ৮৫০$ যার ১০% = ৮৫

Attention: বোঝার জন্য সময় দিন বুঝতে পারলে পরবর্তীতে কয়েক সেকেন্ডেই অংক করতে পারবেন। তাই সময় লাগলেও বুঝিয়ে দেয়া কথাগুলো ভালোভাবে পড়ুন। বুঝলে সময় লাগে না

মুখে মুখে সমাধান:

যেহেতু সংখ্যাটি এবং তার দুই পঞ্চমাংশের মধ্যে পার্থক্য হল = ৫১০। অর্থাৎ একটি সংখ্যাকে ৫ ভাগ করে দুই ভাগ বাদ দিলে (৫-২) = ৩ ভাগের মান = ৫১০ হয়। তাহলে ১ ভাগের মান হবে ৫১০÷৩ = ১৭০। সুতরাং সংখ্যাটি হবে মোট ৫ ভাগ অর্থাৎ ১৭০×৫ = ৮৫০। সুতরাং সংখ্যাটি = ৮৫০। যার ১০% এর মান হবে সংখ্যাটির ১০ ভাগের ১ ভাগ। ৮৫০÷১০ = ৮৫। **উত্তর**

১৫৬. একটি সংখ্যাকে ৫ দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে ৪ দিয়ে গুণ করলে গুণফল ৬০ হয়। *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]+ [বাংলাদেশ কর্মচারী কল্যাণ বোর্ড(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

ক. ৭৫ খ. ৮০ গ. ৮৫ ঘ. ৯০ **উত্তর:** ক

১৫৭. প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যার গুণফল ৩৫ এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় সংখ্যার গুণফল ৬৩। দ্বিতীয় সংখ্যাটি কত? *(পরিকল্পণা মন্ত্রণা-০২)+ [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(চুল পর্যায়-২)-২০১৯]* **[Hints:** ৫×৭ = ৩৫ এবং ৭×৯=৬৩]

ক. ৪ খ. ৫ গ. ৭ ঘ. ৩ **উত্তর:** গ

১৫৮. একটি সংখ্যার তিনগুণের সাথে দ্বিগুণ যোগ করলে ৯০ হয়। সংখ্যাটি কত? *[১৭বিসিএস]+ [বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১] + [CGA (Auditor-2022)]* **[Hints:** ৩x+২x = ৯০ ∴x = ১৮]

ক. ১২ খ. ১৪ গ. ১৫ ঘ. ১৮ **উত্তর:** ঘ

১৫৯. একটি সংখ্যার চারগুণের সাথে তিনগুণ যোগ করলে ১৩৩ হয়। সংখ্যাটি কত? *[(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১৮ খ. ১৯ গ. ২১ ঘ. ২৩ **উত্তর:** খ

[Hints: ৪+৩ = ৭ গুণ মিলে ১৩৩ হলে ১ গুণ বা সংখ্যাটি = ১৩৩÷৭ = ১৯]

১৬০. কোন সংখ্যার ৮ গুণ থেকে ২ গুণ বিয়োগ করলে ৭২ হয়? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ২৭ খ. ১৬ গ. ১২ ঘ. ৩০ **উত্তর:** গ

সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন :

১৬১. কোনো সংখ্যার তিন-অষ্টমাংশের সাথে এর দ্বিগুণের দুই-পঞ্চমাংশ যোগ করলে যা হয় তা মূল সংখ্যাটি থেকে ২১ বেশি। সংখ্যাটির তিন পঞ্চমাংশ কত? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১৫০ খ. ১২০ গ. ১০০ ঘ. ৭২ **উত্তর:** ঘ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x,

প্রশ্নমতে, $\frac{3x}{8} + (2x \times \frac{2}{5}) = x + ২১$

$\Rightarrow \frac{3x}{8} + \frac{8x}{5} = x + ২১ \Rightarrow \frac{১৫x + ৩২x}{৪০} = x + ২১$

$\Rightarrow ৪৭x = ৪০x + ৮৪০ \Rightarrow ৭x = ৮৪০ \therefore x = \frac{৮৪০}{৭} = ১২০$

সুতরাং সংখ্যাটির তিন-পঞ্চমাংশ $= ১২০ \times \frac{3}{5} = ৭২$

দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক::
ধরি সংখ্যাটি = ৪০ (প্রশ্নের ভগ্নাংশ দুটির হর ৮ ও ৫ এর ল.সা.গু)। তাহলে ৪০ এর ৩/৮ অংশ = ১৫ ও ৪০ এর দ্বিগুণ ৮০ এর ২/৫ অংশ = ৩২। ১৫+৩২ = ৪৭ তাহলে মূল সংখ্যার সাথে পার্থক্য ৪৭-৪০= ৭ হলে মূল সংখ্যা ৪০ যেহেতু প্রশ্নে পার্থক্য ৭ এর তিনগুণ ২১ আছে ∴মূল সংখ্যাটি হবে ৪০×৩ = ১২০। এখন ১২০ এর ৩/৫ অংশ = ৭২

১৬২. তিনটি সংখ্যার যোগফল ১১০। প্রথম সংখ্যাটি দ্বিতীয় সংখ্যার দ্বিগুণ এবং তৃতীয় সংখ্যাটি প্রথম সংখ্যার এক তৃতীয়াংশ। দ্বিতীয় সংখ্যাটি কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৬০ **উত্তর:** ক

সমাধান: ধরি, তৃতীয় সংখ্যাটি = 2x (এভাবে ২,৩ এর ল.সা.গু ৬ ধরলে ভগ্নাংশ আসবে না)

∴প্রথম সংখ্যাটি = ৬x এবং দ্বিতীয় সংখ্যাটি = ৩x

প্রশ্নমতে, ৬x+৩x +২x = ১১০ বা, ১১x = ১১০ ∴x= ১০ সুতরাং দ্বিতীয় সংখ্যাটি = ৩×১০ = ৩০

১৬৩. তিনটি সংখ্যার গুণফল ৯৭২। ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি বৃহত্তম সংখ্যার এক-তৃতীয়াংশ এবং মধ্যম সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যার $\frac{3}{2}$ গুণ। সংখ্যা তিনটি যোগফল কত? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ৩২ খ. ৩৬ গ. ৩৪ ঘ. ৩৩ **উত্তর:** ঘ

সমাধান: ধরি, বৃহত্তম সংখ্যাটি = x; ∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি $= \frac{x}{3}$ এবং মধ্যম সংখ্যাটি $= \frac{x}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{x}{2}$

প্রশ্নমতে, $x \times \frac{x}{3} \times \frac{x}{2} = ৯৭২ \Rightarrow x^3 = ৯৭২ \times ৬ \therefore x = ১৮ \therefore$ যোগফল $= ১৮ + \frac{১৮}{3} + \frac{১৮}{2} = ১৮ + ৬ + ৯ = ৩৩$

দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক:
ক্ষুদ্রতম : মধ্যম : বৃহত্তম = 2x :3x:6x (৩/২ ভগ্নাংশ থেকে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা 2x ও মধ্যমটি 3x
আবার প্রথমের ১/৩ অংশকে উল্টোপাশে ভাবলে বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যাটির ৩গুণ হিসেবে বড় সংখ্যাটি 6x ধরা হয়েছে।)
প্রশ্নমতে, 2x ×3x×6x = ৯৭২ ⇒৩৬x^3 = ৯৭২ ⇒x^3 = ২৭ ∴x = ৩ [এখন আলাদা করে সংখ্যা বের না করে]
সুতরাং সংখ্যা ৩টির যোগফল = 2x+3x+6x = ১১x = ১১×৩ = ৩৩

১৬৪. তিনটি সংখ্যার প্রথমটি এক-ষষ্ঠাংশ দ্বিতীয়টির এক-সপ্তমাংশের সমান। দ্বিতীয় ও তৃতীয় সংখ্যার যোগফল ২৩৫। প্রথম ও তৃতীয় সংখ্যার যোগফল ২২০। সংখ্যা তিনটির যোগফল কত? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]*

ক. ৩২০ খ. ৪১৫ গ. ৩২৫ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** গ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে x,y,z

১ম শর্তমতে, $\frac{x}{6} = \frac{y}{7} \Rightarrow 7x = 6y$ ..... (i)

২শর্তমতে, $y + z = ২৩৫ \Rightarrow y = ২৩৫ - z$ .....(ii)

৩য় শর্তমতে, $z + x = ২২০ \Rightarrow x = ২২০ - z$ (iii)

এখন, x ও y এর মান (i) নং সীকরণে বসাই,

$7(২২০ - z) = 6(২৩৫ - z) \Rightarrow ১৫৪০ - 7z = ১৪১০ - 6z \quad \therefore z = ১৩০$

তাহলে $y = ২৩৫ - ১৩০ = ১০৫ \quad \therefore x = ২২০ - ১৩০ = ৯০$ ৩টির সমষ্টি = ৯০+১০৫+১৩০ = ৩২৫

পরামর্শ: যে কোন ২টির যোগফলের সাথে অন্যটি যোগ করলেই ৩টির যোগফল বের হবে। ৩টির আলাদা মান বের করতে হবে না। মাথায় রাখুন।

বিকল্প সমাধান: ধরি, সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে x,y,z

১ম শর্তমতে, $\frac{x}{6} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{6}{7} \quad \therefore x:y = ৬:৭$, আবার, ধরি, ১ম ও ২য় সংখ্যা যথাক্রমে x = ৬a এবং y = ৭a

দেয়া আছে, y+z = ২৩৫

x+z = ২২০

y − x = ১৫ [বিয়োগ করে]

⇒ 7a-6a = ১৫ [x ও y এর মান বসিয়ে পাই] ∴ a = ১৫

∴১ম সংখ্যাটি = x = ৬a = ৬×১৫ = ৯০ ∴ সংখ্যা তিনটির যোগফল = x+y+z = ৯০+২৩৫ = ৩২৫

পরামর্শ: এভাবে সমাধানটা ভাবলে মুখে মুখে দ্রুত উত্তর বের হবে: সংখ্যা দুটির অনুপাত ৬:৭ এবং পার্থক্য ১৫ হলে সংখ্যা দুটি ৯০ ও ১০৫

পদ্ধতি-০৫: দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা

দুই অঙ্ক বা ২টি ডিজিট দ্বারা গঠিত সংখ্যাগুলোর প্রশ্ন বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রিলি এবং লিখিত উভয় অংশের জন্য অনেক গুরুত্বপূর্ণ । এই পদ্ধতিতে এমসিকিউ এর জন্য শর্টকাট নিয়মগুলো দেখানো হলো। লিখিত পরীক্ষার জন্য বিস্তারিত নিয়মে সমাধান দেয়া আছে এই অধ্যায়ের শেষে লিখিত অংশে।

কিছু দু অঙ্কের সংখ্যা ও তাদের মাঝের ব্যাবধান মনে রাখুন,মুখস্থ নয় বরং বুঝে বুঝে। কাজে লাগবে

প্রথম সংখ্যা	পরিবর্তিত সংখ্যা	মাঝের ব্যাবধান
19	91	72
39	93	54
17	71	54
27	72	45
15	51	36
36	63	27
23	32	9
45	54	9

Key points:

- এদের ব্যবধান বেশি হলে বুঝতে হবে একটা সংখ্যা শুরুর দিকে আরেক টা সংখ্যা শেষের দিকের।
- যত কাছাকাছি আসা যাবে তত ব্যাবধান কমতে থাকবে।
- এগুলো বাদেও আরো অনেক সংখ্যা আছে। তবে এগুলোই বেশি আসে এবং ভালোভাবে বুঝলে অন্যগুলোও বুঝতে পারবেন।

Mistake হতে পারে যেখানে: ২৩ এর সাথে ৯ যোগ করলে ৩২ হয় কিন্তু ৩২ এর সাথে ৯ যোগ করলে কিন্তু ২৩ হয় না। অর্থাৎ উল্টে যাওয়া অর্থ ২৩ কে ৩২ বা ৩২ কে ২৩ বানানো নয়, বরং প্রশ্নে যেভাবে বলা হবে সেভাবে ভাবতে হবে।

১৬৫. একটি সংখ্যার একক স্থানীয় মান a এবং দশম স্থানীয় মান b হলে সংখ্যাটি কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা) নিয়োগ- ২০১৮]+ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ba খ. b + a গ. ১০ab ঘ. ১০b + a **উত্তর: ঘ**

সমাধান: দেয়া আছে, সংখ্যাটির একক স্থানীয় মান = a এবং দশক স্থানীয় মান = b

∴ সংখ্যাটি = a+১০×b (যেমন এককের ঘরে ৫ ও দশকের ঘরে ২ থাকলে সংখ্যাটি হবে ২ দশ ৫ পঁচিশ = ২×১০ + ৫ = ২৫)

= a+১০b বা, ১০b + a

১৬৬. দুই অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অংকদ্বয়ের সমষ্টি ৯ । অংক দুটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে ৪৫ কম। সংখ্যাটি কত হবে? *[ঘরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ(সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

ক. ৮১ খ. ৭২ গ. ৬৩ ঘ. ৫৪ **উত্তর: খ**

লিখিত সমাধান:

ধরি, একক স্থানীয় অংক x ∴ দশক স্থানীয় অংক (৯ − x)

সুতরাং সংখ্যাটি = x × ১ + (৯ − x) × ১০ = x + ৯০ − ১০x = ৯০ − ৯x

শর্তমতে, ১০x + (৯ − x) = ৯০ − ৯x − ৪৫

⇒ ৯x + ৯ = ৪৫ − ৯x ⇒ ১৮x = ৩৬ ∴ x = ২ ∴ সংখ্যাটি = ৯০ − (৯ × ২) = ৭২

Shortcut: ৭২-২৭ = ৪৫

১৬৭. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি পূর্বাপেক্ষা ৫৪ বৃদ্ধি পায়। সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য কত? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ৩ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৭ **উত্তর: গ**

লিখিত সমাধান: ধরি, একক স্থানীয় অঙ্কটি = x এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি = y

সুতরাং সংখ্যাটি = ১০y+x আবার স্থান পরিবর্তন করার পর নতুন সংখ্যাটি = ১০x+y

প্রশ্নমতে, ১০x+y − (১০y+x) = ৫৪ [নতুন সংখ্যা - আগের সংখ্যা = ৫৪ (এখানে নতুন সংখ্যাটি আগের থেকে বড়)]

⇒ ১০x+y − ১০y-x = ৫৪

⇒ ৯x− ৯y = ৫৪

⇒ ৯(x− y) = ৫৪

⇒ ৯(x− y) = ৫৪

⇒ x− y = $\frac{৫৪}{৯}$ [নিচের এই ৯ ই পরে সূত্রে বসবে] ∴ x-y = ৬ সুতরাং অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য = ৬

Shortcut: এরকম যে কোন দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার স্থান পরিবর্তন করার এবং তার আগের পার্থক্য দেয়া থাকলে অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য বের করার জন্য

অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য = $\frac{\text{সংখ্যাদ্বয়ের পার্থক্য}}{৯} = \frac{৫৪}{৯} = ৬$

১৬৮. দুটি ধনাত্মক অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে পরিবর্তিত সংখ্যাটির সাথে আগের সংখ্যার পার্থক্য ২৭। অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য কত? *[BKB (SO)-2017]*

ক. ৩ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬ **উত্তর: ক**

সমাধান: অপশন থেকে ৬৩- ৩৬ = ২৭ সুতরাং পার্থক্য, ৬ - ৩ = ৩

এরকম প্রশ্নের দ্রুত সমাধান বের করা জন্য $\frac{\text{সংখ্যাদ্বয়ের পার্থক্য}}{৯} = \frac{২৭}{৯} = ৩$

Shortcut: $\frac{২৭}{৯} = ৩$

অর্থাৎ পরিবর্তিত সংখ্যার সাথে আগের সংখ্যার পার্থক্যকে ৯ দিয়ে ভাগ করলে অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য বের হবে।

১৬৯. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে তা প্রথম সংখ্যাটির ৫/৬ হয়ে যায়। যদি অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য ১ হয় তাহলে সংখ্যাটি কত? *[IFIC Bank -(TSO)-2018]*

ক. ৪৫ খ. ৫৪ গ. ৫৬ ঘ. ৬৫ **উত্তর: খ**

সমাধান: ধরি, দশক স্থানীয় অঙ্কটি = x সুতরাং একক স্থানীয় অঙ্কটি = x-১

তাহলে সংখ্যাটি হবে = ১০x+x-১ = ১১x-১ এবং স্থান বিনিময়ের পর নতুন সংখ্যা = ১০(x-১)+x=১০x-১০+x = ১১x-১০

প্রশ্নমতে, ১১x-১০ = (১১x-১) $\frac{৫}{৬}$

⇒ ৬৬x-৬০ = ৫৫x-৫

⇒ ১১x =৫৫ ∴x = ৫

সুতরাং সংখ্যাটি = ১১×৫-১ = ৫৪

Learning point: এখানে অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য ১ দেখে কেউ যদি না বুঝে শুধু x এবং x+1 ধরে সমাধান করার চেষ্টা করেন তাহলে উত্তর ঋণাত্মক সংখ্যা আসবে। যেহেতু সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে ছোট হয় যায় যার অর্থ প্রকৃত সংখ্যাটি বড় ছিল তাহলে তার দশক স্থানীয় অঙ্কটিও বড় ছিল। এজন্য দশক x ধরলে এককে x+1 ধরা যাবে না

মুখে মুখে করার জন্য অপশন টেস্ট করুন: ৫/৬ ভাগ হয়ে যায় অর্থ আগে বড় ছিল অর্থাৎ আগে ৬ভাগ থাকলে পরে ৫ ভাগ হয়ে গেছে। ৫৪ এর স্থান বদল করলে ৪৫ হয় । যা আগের ৬ ভাগের ৫ ভাগের সমান।

১৭০. দুই অংকবিশিষ্ট একটি সংখ্যা সংখ্যাটির অংকদ্বয়ের যোগফলের ৪গুণ। সংখ্যাটির সাথে ২৭ যোগ করলে অংকদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017] + [Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ১২ খ. ৪২ গ. ২৪ ঘ) ৩৬ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ধরি সংখ্যাটি 10x + y [যেখানে দশক স্থানীয় অঙ্ক x এবং একক স্থানীয় অঙ্ক y]

প্রশ্নমতে, 10x + y = 4(x + y)

⇒ 10x + y = 4x + 4y ⇒10x-4x + y − 4y = 0 ⇒ 6x-3y = 0 ⇒ 6x= 3y ∴ $x = \frac{3y}{6} = \frac{y}{2}$

আবার, 10x + y +27= 10y + x

⇒ 9y − 9x = 27 ⇒ 9 (y − x) = 27 ⇒ y − x = 3 ⇒ $y - \frac{y}{2} = 3 \Rightarrow y = 6$ ∴ $x = \frac{6}{2} = 3$

সুতরাং সংখ্যাটি = 10x + y = 10×3 + 6 = **36 (Ans)**

নিজে করুন:

১৭১. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৭; অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে ৯ বেশি। সংখ্যাটি কত? ? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ৬১ খ. ২৫ গ. ৩৪ ঘ. ৪৩ উত্তর: গ

সমাধান: স্থান বিনিময় করার পর নতুন সংখ্যাটি আগের সংখ্যার থেকে ৯ বেশি হলে আগের সংখ্যাটি অবশ্যই ছোট ছিল। এখন নতুন ও পুরাতন সংখ্যা বের করার জন্য অপশন থেকে ৩৪ নিলে ৩৪+৯ = ৪৩ হয়। **উত্তর: ৩৪।**

১৭২. দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা । অংকদ্বয় স্থান বিনিময়ের ফলে নতুন সংখ্যাটির সাথে পূর্বতন সংখ্যার পার্থক্য ৫৪ হয়। অংক দুটির যোগফল ১২ হলে সংখ্যাটি কত ? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]+[কমিউনিটি হেল্থ কেয়ার প্রোভাইডার -২০১৮]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]*

ক. ৫৭ খ. ৭৫ গ. ৩৯ ঘ. ৯৩ উত্তর: গ

১৭৩. দুই অংকবিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের অংক দশকের অংক অপেক্ষা ৩ বেশি। সংখ্যাটি এর অংকদ্বয়ের সমষ্টির তিনগুণ অপেক্ষা ৪ বেশি। সংখ্যাটি কত? *[১৪তম বিসিএস)]* **[Hints:** প্রশ্নের কথা অনুযায়ী ২+৫=৭×৩ = ২১+৪ = ২৫]

ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩৬ ঘ. ৫৮ উত্তর: খ

১৭৪. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা এবং তার অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তার পার্থক্য ৩৬ হলে অঙ্কদ্বয়ের পার্থক্য কত? *(Exim Bank MTO 2013)*

ক. ৩ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ৯ উত্তর: খ

Practice Part

১. x ও y মৌলিক সংখ্যা হলে, নিচের কোনটি x ও y এর সমষ্টি হতে পারে না?
ক. ৫ খ. ৯ গ. ১৩ ঘ. ২৩

২. n একটি জোড় সংখ্যা হলে, নিচের কোনটি বিজোড় হতে পারে না?
ক. n + 3 খ. 3(n + 1) গ. 2(n + 3) + 3 ঘ. 2(n + 3)

৩. একটি ভাগ অঙ্কের ভাগফলের এক-তৃতীয়াংশ ভাজক, ভাগশেষ ভাজকের অর্ধেক। ভাগফল ১২৬ হলে ভাজ্য কত?
ক. ৫২৭১ খ. ৫৩১৩ গ. ৯০৩ ঘ. ৮১১

৪. ১০০ হতে ১১০ এর মধ্যে কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে?
ক. ৩টি খ. ৪টি গ. ৫টি ঘ. ৬টি

৫. ৩০ থেকে ৯০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যার অন্তর কত?
ক. ৫৮ খ. ৫৯ গ. ৬০ ঘ. ৬১

৬. ০,৪, ১,৫,৯ দ্বারা গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার মধ্যে পার্থক্য কত হবে?
ক. ৮৬৯৫১ খ. ৬৮৯৫১ গ. ৮৪৯৫১ ঘ. কোনটিই নয়

৭. চার অংকের বৃহত্তম সংখ্যা হতে তিন অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল কত হবে?
ক. ১ খ. - ১ গ. ৯৮৯৯ ঘ. ১০০৯৯

৮. ছয় অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার যোগফল কত?
ক. ১৯০৯৯৯৯ খ. ১০৯৯৯৯৯ গ. ১০০৯৯৯৯ ঘ. ১০০০০০৯

৯. কোনো সংখ্যাকে ৫৬ দিয়ে ভাগ করলে ২৯ ভাগশেষ থাকে। সেই সংখ্যাকে ৮ দিয়ে ভাগ করলে কত ভাগশেষ থাকবে?
ক. ৫ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ১

১০. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ১৫ এবং এদের গুণফল ৫৬; সংখ্যাটি কত?
ক. ৭৮ বা ৮৭ খ.৮৯ বা ৯৮ গ. ৫৯ বা ৯৫ ঘ. ২৫ বা ৫২

উত্তরমালা:

১.	ঘ	২.	ঘ	৩.	খ	৪.	খ	৫.	ক
৬.	গ	৭.	গ	৮.	খ	৯.	ক	১০.	ক

Model Test

পূর্ণমান: ১১ **সময়: ১০মিনিট**

১. দুটি সংখ্যার পার্থক্য ৭ এবং তাদের গুণফল ৬০। সংখ্যা দুটি কত?
ক. ১৫ এবং ৪ খ. ১২ এবং ৫ গ. ১০ এবং ৬ ঘ. ১৫ এবং ৮

২. নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা?
ক. ৯১ খ. ৮৭ গ. ৬৩ ঘ. ৫৯

৩. ৪৫ থেকে ৬৫ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?
ক. ২২০ খ. ৩২০ গ. ১২০ ঘ. ২৮০

৪. একটি সংখ্যা ৬৫০ থেকে যত বড় ৮২০ থেকে তত ছোট। সংখ্যটি কত?
ক. ৭৩০ খ. ৭৩৫ গ. ৮০০ ঘ. ৭৮০

৫. যদি n এবং p দুটি অযুগ্ম [বেজোড়] সংখ্যা হয়, তবে নিম্নের কোনটি অবশ্যই যুগ্ম সংখ্যা হবে?
ক. n+p খ. np গ. np+2 ঘ. n+p+1

৬. নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা? *(৯ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা 2013)*
ক. $\sqrt{2}$ খ. $\sqrt[3]{8}$ গ. $\sqrt[3]{9}$ ঘ. $\sqrt[2]{8}$

৭. দুটি সংখ্যার যোগফল ও বিয়োগফল যথাক্রমে ৩২০ ও ২০। সংখ্যা দুটি কত?
ক. ৩০০,২০০ খ. ১৭০, ১৫০ গ. ১২০,২০০ ঘ. ২৪০,৮০

৮. কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে ৩ যোগ করলে যোগফল সংখ্যাটি অপেক্ষা ৭ বেশি হবে?
ক. ৩ খ. ৫ গ. ৪ ঘ. ৬

৯. একটি সংখ্যার একক, দশক ও শতক স্থানীয় অঙ্কগুলি যথাক্রমে " p, q, r, হলে সংখ্যাটি কত হবে?
ক. pqr খ. 10p+qr গ. 100r+10q+p ঘ. 100p+10q+r

১০. যদি আমরা একটি সংখ্যাকে দ্বিগুণ করি এবং এটির সাথে ৩০ যোগ করি, তবে আমরা ঐ সংখ্যাটির চারগুণের সমান একটি সংখ্যা পাবো। সংখ্যাটির তিনগুণ সমান কত?
ক. ১২ খ. ১৫ গ. ৩০ ঘ. ৪৫

১১. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ, সংখ্যাটি অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি কত গুণ? *[খাদ্য অধিদপ্তর (উচ্চমান সহ:)-৩১-১২-২০২১]*
ক. ৩গুণ খ. ৭গুণ গ. ২১গুণ ঘ. ১০গুণ

উত্তরমালা:

১.	খ	২.	ঘ	৩.	ক	৪.	খ	৫.	ক		
৬.	খ	৭.	খ	৮.	গ	৯.	গ	১০.	ঘ	১১.	খ

কোন প্রশ্ন কোন পরীক্ষায় এসেছে তা না দেখে আপনি কোন কোন ধরণের প্রশ্ন শিখলেন এবং কোনটা ঘাটতি থেকে গেল তা নিয়ে কাজ করুন। কারণ নিয়ম জানলে কোনটাই আনকমন থাকবে না

লিখিত অংশ

১. **দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অংকদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 3 হয় । ঐ সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করে । সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।** *[৩৪তম বিসিএস লিখিত]+ [বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইনস্টিটিউট-(উচ্চমান সহ)-২০২২-(লিখিত)]*

সমাধান :

ধরি, একক স্থানীয় অংক y এবং দশক স্থানীয় অংক x তাহলে সংখ্যাটি হবে 10x+y এবং পরিবর্তিত সংখ্যা = 10y +x

১ম শর্তমতে, $\frac{10x+y}{xy} = 3 \Rightarrow 10x+y = 3xy$.....(i)

২য় শর্তমতে, 10x+y+18 = 10y +x [প্রকৃত সংখ্যার সাথে ১৮ যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে নতুন সংখ্যা]

$\Rightarrow 9x = 9y-18 \therefore x = y-2$ .....(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$10(y-2)+y = 3y(y-2) \Rightarrow 10y - 20+y = 3y^2-6y \Rightarrow 3y^2-17y+20 = 0$

$\Rightarrow 3y^2-12y-5y+20 = 0 \Rightarrow 3y(y-4)-5(y-4) = 0 \Rightarrow (y-4)(3y-5) = 0$

এখন, হয় y-4 = 0 $\therefore y = 4$ অথবা, 3y-5 = 0 $\Rightarrow 3y = 5 \therefore y = \frac{5}{3}$ [ভগ্নাংশ হওয়ায় গ্রহণযোগ্য নয়]

y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, x = 4-2 = 2 অর্থাৎ নির্ণেয় সংখ্যাটি = 10x+y = 10×2+4 = **24 (Ans)**

২. **দুই অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে ৭ যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অংক টির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে ১৮ বাদ দিলে অঙ্কদ্বয়ের স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন?** *[শিল্প মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [১৪শ বিজেএস(সহকারী জজ)-২০২১(লিখিত)]*

সমাধান:

ধরি, দশক স্থানীয় অংক = x এবং একক স্থানীয় অংক = y $\therefore$ সংখ্যাটি = ১০x+y এবং পরিবর্তিত নতুন সংখ্যা = ১০y+x

১ম শর্তমতে, x+y+৭ = ৩x $\Rightarrow 3x - x - y = 7 \Rightarrow 2x-y = 7$ .....(i)

২য় শর্তমতে, ১০x+y-১৮ = ১০y+x $\Rightarrow 10x-x+y-10y = 18 \Rightarrow 9x-9y = 18 \Rightarrow x-y = 2$ .....(ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই, x = ৫

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, ৫-y = ২ $\therefore y = 3$ সুতরাং,সংখ্যাটি = (১০×৫)+৩ = ৫০+৩ = ৫৩(উত্তর)

৩. **দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৯। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে ৪৫ কম। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।** *[৩১তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান:

ধরি, একক স্থানীয় অংকটি = x এবং দশক স্থানীয় অংক = y $\therefore$ সংখ্যাটি= ১০y+x এবং পরিবর্তিত নতুন সংখ্যা ১০x+y

১ম শর্তমতে, **x+y= ৯**.....(i)

২য় শর্তমতে, ১০y + x - (১০x+ y) = ৪৫ (আগের সংখ্যার থেকে নতুন সংখ্যাটি ৪৫ ছোট তাই বিয়োগফল = ৪৫)

বা,১০y + x – ১০x -y= ৪৫ বা, ৯y-৯x = ৪৫ বা, ৯(y-x) = ৪৫ বা, y-x = ৫

$\therefore$ x-y = - ৫.....(ii) (i নং এর সাথে মেলানোর জন্য ঘুরিয়ে লেখা হলো।)

(i) নং ও (ii) সমীকরণ যোগ করে পাই, ২x= ৪ $\therefore x = 2$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,

২+y = ৯ $\therefore y = 7$ $\therefore$ সংখ্যাটি = ১০×৭+২ = ৭২ **উত্তরঃ ৭২**

বিকল্প সহজ নিয়মঃ

ধরি, একক স্থানীয় অংকটি = x, সুতরাং, দশক স্থানীয় অংকটি = ৯-x

প্রশ্নমতে, ১০(৯-x)+x – (১০x+৯-x) = ৪৫ (শুরুর সংখ্যা - নতুন সংখ্যা = ৪৫)

এখান থেকে x = ২ হলে অন্যটি হবে ৯-২ = ৭। সুতরাং সংখ্যাটি হবে ১০×৭+২ = ৭২

পরামর্শ ১টি সমীকরণ দিয়েই সমাধান করা গেলে দু'টি সমীকরণ করে সমাধান না করে ১টি দিয়ে করলে সহজে উত্তর বের হয়।

৪. **দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোন সংখ্যার দশক স্থানীয় অংকটি একক স্থানীয় অংক হতে ৫ বড়। সংখ্যাটি থেকে অংকদ্বয়ের সমষ্টির পাঁচ গু বিয়োগ করলে অংকদ্বয়ের স্থান বিনিময় হয় ।সংখ্যাটি কত?** *[২৩তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধানঃ

মনে করি, এককের অংক = x, দশকের অংক = x + ৫

$\therefore$ সংখ্যাটি = ১০(x + ৫) + x = ১০x+৫০+x = ১১x+৫০

এবং পরিবর্তিত নতুন সংখ্যাটি = ১০x+x+৫ = ১১x+৫

প্রশ্নমতে, ১১x+৫০ - ৫(x + ৫+ x) = ১১x+৫

বা, ১১x + ৫০ – ১০x – ২৫ = ১১x + ৫

বা, ২৫ + x = ১১x + ৫ বা, ১০x = ২০ $\therefore$ x = ২ সুতরাং সংখ্যাটি = (১১×২)+৫০ = ২২+৫০ = ৭২ **উত্তরঃ ৭**

Khairul's Bank Math MCQ
(A book like a tutor)

টপিক ধরে ধরে ব্যাংক এমসিকিউ কঠিন ম্যাথ শেখার অপ্রতিদ্বন্দ্বী বই।

বইটি যে কারণে বাজারের সেরা:

- কঠিন ম্যাথ এর সহজ-সরল ব্যাখ্যা সহ সমাধান।
- শব্দার্থ এবং প্রতিটি প্রশ্নের বাংলা অনুবাদ সংযোজন।
- গণিতের সব অংশ সংযোজন।
- একজাতীয় প্রশ্নগুলো একসাথে সাজানো।
- লিখিত এবং শর্টকার্টে সমাধান।
- দ্রুত ম্যাথ পারার দুর্দান্ত সব টিপস সংযোজন।
- প্রতি অধ্যায় শেষে উত্তর সহ মডেল টেস্ট সংযোজন।

Our Facebook group:
'Khairul's Basic Math'

অন্য যে কোন বই সংগ্রহের আগে এই বইটি এক পলক দেখার পরামর্শ রইলো।

ঐকিক নিয়ম

প্রাথমিক আলোচনা:

ইংরেজী শেখার জন্য **Tense** যেমন গুরুত্বপূর্ণ তেমনি গণিত শেখার জন্য ঐকিক নিয়মটা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। কেননা বিভিন্ন অধ্যায়ের অংক করার সময় বার বার ঐকিকের নিয়মগুলো প্রয়োগ করতে হয়। তাই এই অধ্যায় থেকে ভালোভাবে ঐকিকের বিভিন্ন নিয়মের অংকগুলো শিখে গেলে পরবর্তীতে বিভিন্ন অংক প্রিলির পরীক্ষার জন্য দ্রুত উত্তর বের করা এবং লিখিত পরীক্ষায় কিভাবে সাজিয়ে লিখতে হয় তা বোঝা সহজ হবে।

ঐকিক নিয়মের অংকগুলো আমরা ৫ম থেকে ৮ম শ্রেণী পর্যন্ত বিভিন্ন বইয়ে করে এসেছি। অনুশীলন করার অভাবে এবং খুব কম সময় অংক করতে গিয়ে সমস্যা হয় কখন ভাগ হবে আর কখন গুণ হবে, এছাড়াও ভগ্নাংশের ঐকিক গুলোর ক্ষেত্রে কখন স্বাভাবিক নিয়মে হবে আবার কখন উল্টে যাবে এগুলোতেই অনেকের সংশয় লাগে। তাই এই অধ্যায়ে শুধু সাধারণ আলোচনার পাশাপাশি সংশয়পূর্ণ বিষয়গুলো খুব ভালোভাবে আলোচনা করা হবে।

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	ঐকিক নিয়মের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	তিন ধাপের ঐকিক
পদ্ধতি-০২	সময় ও কাজের ঐকিক নিয়ম	পদ্ধতি-০৭	চার ধাপের ঐকিক
পদ্ধতি-০৩	অতিরিক্ত শ্রমিক লাগার ঐকিক	পদ্ধতি-০৮	পুরুষ-মহিলা-বালকের ঐকিক
পদ্ধতি-০৪	যাওয়া - আসা বা কমা-বাড়ার ঐকিক	পদ্ধতি-০৯	বিবিধ ঐকিক
পদ্ধতি-০৫	একটি ক্লু বাদ দিয়ে লেখার ঐকিক	পদ্ধতি-১০	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
Practice Part	**Model Test**	**ঐকিক নিয়মের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান**	

ঐকিক নিয়মটা আসলে কি?

ধরুন, আপনাকে বলা হলো যে ১হালি ডিমের দাম ২৮টাকা হলে, ২ হালি ডিমের দাম কত? তখন হয়তো আপনি সরাসরি বলে দিতে পারবেন ২×২৮ = ৫৬ টাকা। কিন্তু এই প্রশ্নটিই যদি আপনাকে একটু ঘুরিয়ে করা হয় যে, ১হালি ডিমের দাম ২৮টাকা হলে ৭টি ডিমের দাম কত? তখন আপনি সরাসরি উত্তর বলতে পারবেন না। আর এখানেই ঐকিক নিয়মের প্রয়োজনীয়তা, এক্ষেত্রে আপনাকে প্রথমে ১টি ডিমের দাম বের করতে হবে তারপর ৭টি ডিমের দাম পাওয়া যাবে। তাহলে অংকটি করার পদ্ধতিটি হবে,

৪ টি ডিমের দাম = ২৮টাকা,

∴ ১টি ডিমের দাম = $\frac{২৮}{৪}$ টাকা

∴ ৭টির দাম = $\frac{২৮ \times ৭}{৪}$ টাকা = ৪৯ টাকা।

সারমর্ম: এখান থেকে আমরা খুব সহজেই বলতে পারি যে, ঐকিক হলো যে কোন একক বস্তুর মান বের করে অন্য রাশিগুলোর মান বের করা।

এভাবে সকল ক্ষেত্রেই প্রথমে একটির মান বের করার পর সবগুলোর মান বের করাই হচ্ছে ঐকিক ।

কিছু সাধারণ কথা:

১০টি পণ্যের দাম যত হয় ১টি পণ্যের দাম অবশ্যই তার থেকে কম হবে,তাই ভাগ আবার ২০ টি পণ্যের দাম অবশ্যই বেশী হবে তাই গুণ। যেমন:

১০টি কলমের দাম = ৫০ টাকা

∴ ১টি কলমের দাম = $\frac{৫০}{১০}$ = ৫ টাকা

∴ ২০টি কলমের দাম = $\frac{৫০ \times ২০}{১০}$ = ১০০ টাকা

সূত্র ছাড়াই কয়েক সেকেন্ডে অংক করার জন্য এই অধ্যায়টি খুব ভালোভাবে পড়ুন। কারণ এই অধ্যায়ে শেখা টেকনিক গুলোই অন্য সব অধ্যায়ে অনেক কাজে লাগবে।

❐ কিছু শ্রমিক ও কাজের বেলা তার উল্টোটা হয়, অর্থাৎ শ্রমিকের সংখ্যা কমলে গুণ করতে হয় আবার শ্রমিকের সংখ্যা বাড়লে ভাগ করতে হয়।

শ্রমিকের সংখ্যা কমলে দিনের সংখ্যা বাড়ে । যেমন:

১০ জনের লাগে = ৫০দিন

১ জনের লাগে = ৫০×১০ = ৫০০ দিন।

আবার শ্রমিকের সংখ্যা বাড়লে দিনের সংখ্যা কমে। যেমন:

১টি কাজ সম্পন্ন করতে ১ জনের লাগে = ৫০ দিন

ঐ কাজটি সম্পন্ন করতে ১০ জনের লাগে = $\frac{৫০}{১০}$ = ৫ দিন ।

বিশেষ দ্রষ্টব্য: কখন ভাগ হবে আর কখন গুণ হবে তা Logically ভেবে করতে হবে। মুখস্থ করে রাখলে, নিশ্চিত ভুল করবেন।

কোন অংকে সপ্তাহ, মাস , বছর , হালি , ডজন থাকলে কখন এগুলোকে ভাঙ্গাবেন আর কখন না ভেঙ্গেই যা আছে তাই দিয়েই অংকটা করবেন তা শিখে নিন নিচের উদাহরণ গুলো থেকে-

১ হালি ডিমের দাম ২৪ টাকা হলে ১৫ হালি ডিমের দাম কত?

১ হালি ডিমের দাম = ২৪ টাকা হলে
১৫ হালি ডিমের দাম = ২৪×১৫ = ৩৬০ টাকা

(১ হালি = ৪টি বের না করেই উত্তর পাওয়া সম্ভব তাই বের করার দরকার নেই)

কিন্তু যদি বলা হতো ১ হালি ডিমের দাম ২৪ টাকা হলে ১৫ টি ডিমের দাম কত? এক্ষেত্রে আপনাকে ১ হালি = ৪ টি বের করে তারপর অংকটি করতে হবে কেননা এবার ১৫ টির দাম জানতে চাওয়া হয়েছে। ১৫ হালির নয়। তাই লিখতে হবে

৪টি ডিমের দাম = ২৪ টাকা

∴ ১টি ডিমের দাম = $\frac{২৪}{৪}$ টাকা (এখানে ১ হালি = ৪ টি না ভাঙ্গালে উত্তরই বের করা সম্ভব নয়)

∴ ১৫ টি ডিমের দাম = $\frac{২৪ \times ১৫}{৪}$ টাকা = ৯০ টাকা।

এভাবে, ১জন শ্রমিকের সাপ্তাহিক আয় ১৪০০ টাকা হলে তার ৪ সপ্তাহের আয় হবে ১৪০০×৪ = ৫৬০০ টাকা। কিন্তু, যদি বলতো তার মাসিক আয় কত? তখন ৩০ দিনের আয় বের করতে হবে। তাই আগে ১ দিনের আয় বের করতে হবে। এক্ষেত্রে অবশ্যই ১ সপ্তাহ = ৭ দিন লিখে অংকটি করতে হবে।

৭ দিনের আয় = ১৪০০ টাকা ।

১ দিনের আয় = $\frac{১৪০০}{৭}$ টাকা । (আশা করি এই বিষয়টি বোঝা গেছে)

৩০ দিনের আয় = $\frac{১৪০০ \times ৩০}{৭}$ টাকা = ৬০০০ টাকা

Attention:
পাটিগণিতের যে কোন অংক সাজিয়ে লেখার জন্য সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ টপিক হলো ঐকিক নিয়ম। এজন্য এই অধ্যায়টিতে সবথেকে বেশি গুরুত্ব দিন

মুখে মুখে অংক করার জন্য Ratio Method এর মাধ্যমে তুলনা করার যাদুকরী কৌশল :

ঐকিক নিয়ম সহ বিভিন্ন অধ্যায়ের অনেক প্রশ্ন প্রথম লাইনের সংখ্যার সাথে ৩য় লাইনের সংখ্যার তুলনা করে মুখে মুখে উত্তর বলা সম্ভব। এভাবে ভাবতে শিখলে কয়েক সেকেন্ডে পাটিগণিতের শত শত অংক করা সম্ভব হবে। যেমন:

a) ৪ টি কলার দাম ১৪ টাকা হলে যেমন ৮টি কলার দাম হবে ৪টি কলার দামের দ্বিগুণ = ২×১৪= ২৮টাকা
তেমনিভাবে ১০টি কলার দাম ৪টি কলার দামের আড়াইগুণ অর্থাৎ এভাবে ১৪+১৪+৭ = ৩৫টাকা।

b) আবার ৯টি শার্টের দাম ১৫০ টাকা হলে ১০০ টাকায় পাওয়া যাবে কতটি?
৯টির দাম দিয়ে কিন্তু ১৫০ কে ভাগ করা যায় না তাই সরাসরি তুলনা করা যাচ্ছে না। কিন্তু ১৫০ টাকায় যতটিই পাওয়া যাক ১০০টাকায় তার ৩ ভাগের ২ ভাগ পাওয়া যাবে। অর্থাৎ ৩:২ অনুপাতে অর্থাৎ ৯টির ৩ ভাগের ২ ভাগ = ৬টি।

c) ২০ দিনে একটি কাজ করতে ১৩ জন লোক লাগলে, ৫দিনে অর্থাৎ ৪ গুণ কম সময়ে শেষ করতে ৪গুণ বেশি লোক লাগবে, অর্থাৎ ১৩ ×৪ = ৫২ জন।

d) ২৫% = ৮০ হলে ১০০% এর মান ২৫% এর মানের থেকে ৪গুণ বেশি অর্থাৎ ৮০×৪ = ৩২০ টাকা হবে।

e) ১২% = ৯৬ হলে ১০০% এর মান হবে ৮ গুণ = ৮০০ (কারণ ৯৬ হলো ১২% এর ৮গুণ)

f) সুদের হার ৬% হলে ৮৫০ টাকার সুদ হবে ৬ টাকার সাড়ে আটগুণ বেশি। অর্থাৎ= ৬×৮.৫ = ৫১

g) ৩০০টি মার্বেলের দাম ৭০টাকা হলে ৬০টির দাম হবে ৩০০টির তুলনায় ৫গুণ কম অর্থাৎ ৭০÷৫ = ১৪টাকা।

h) স্রোতের গতিবেগ ১৫কিমি হলে ৪০মিনিটে যাওয়া যাবে?
☞ এভাবে ভাবুন ৬০মিনিটে ১৫কিমি অর্থ হলো যত সময়, তার ৪ ভাগের ১ ভাগ পথ
তাহলে ৪০মিনিটে যাওয়া সম্ভব হবে এক চতুর্থাংশ পথ। অর্থাৎ ১০কিমি।

কখন কমবে আর কখন বাড়বে তা মাথা খাঁটিয়ে করতে হবে। সব প্রশ্নই এভাবে মিলিয়ে মিলিয়ে খুব সহজে আসবে না। কিন্তু অনেক বড় বড় অংকের ছোট ছোট কাজগুলো খাতা কলম ছাড়াই করার জন্য এভাবে ভাবুন।

উপরের এই গুণত্বের বিষয়টাকেই Ratio বা অনুপাত আকারে চিন্তা করা যায়। এই বিষয়টি এখান থেকে ভালোভাবে বুঝলে পরবর্তীতে অনেক অধ্যায়ে দ্রুত অংকের সমাধান বের করা যাবে।

১. **রহমান সাহেব ৭০০০ টাকা বিনিয়োগ করে সরল সুদে মাসে ২৫২ টাকা আয় করেন। তিনি ১০৫০০ টাকা বিনিয়োগ করে মাসে কত টাকা পাবেন?** *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯]*
ক. ৩৭৮ টাকা খ. ৩৮৭ টাকা গ. ৩৯০ টাকা ঘ. ৩৮৩ টাকা উত্তর: ক

✍সমাধান:
এখানে বিনিয়োগের অনুপাত = ৭০০০ : ১০৫০০ = ২:৩ তাহলে মুনাফার অনুপাত হবে ২:৩ হিসেবে = ২ ভাগ = ২৫২ তাহলে ১ ভাগ = ১২৬ এবং ৩ ভাগ = ৩×১২৬ = ৩৭৮ অর্থাৎ ২৫২:৩৭৮।

২. **যদি প্রতি ঘন্টার মোবাইল বিল ৭২ টাকা হয় তাহলে ১০ মিনিট কথা বললে কত টাকা কাটবে?**
ক. ১২ টাকা খ. ১৪ টাকা গ. ১৬ টাকা ঘ. ২২ টাকা উত্তর: ক

✍ **মুখে মুখে:** ৬০ মিনিটের খরচ যত টাকাই হোক না কেন ১০ মিনিটের খরচ তার থেকে ৬ গুণ কম হবে
তাহলে সরাসরি উত্তর: ৭২÷৬ = ১২টাকা । সাধারণ নিয়মেই করবেন, কিন্তু এভাবে প্রাকটিকালি ভাবলে অনেক অংক মুখে মুখে করা যাবে। আর এই মুখে মুখে করার লজিক গুলোরই লিখিত একটা ফরমেট হলো **Ratio Method.**

☞ **অনুপাত ধরে সমাধান:** মিনিটের অনুপাত = ৬০:১০ = ৬:১ তাহলে খরচের অনুপাত হবে ৬:১ = ৭২ : ১২।

৩. **একজন দৌড়বিদ ৯ সেকেন্ড ৩০টি স্টেপ অতিক্রম করতে পারলে ৫৪ সেকেন্ডে কতটি স্টেপ অতিক্রম করতে পারবে?**
[Southeast Bank (off)-2012]
ক. ১৫০ খ. ১৬০ গ. ১৭০ ঘ. ১৮০ উত্তর: ঘ

[☞ এখানে ৯ এর থেকে ৫৪ হলো ৬ গুণ তাহলে উত্তর হবে ৩০ এর ৬ গুণ = ১৮০
অর্থাৎ সেকেন্ডের অনুপাত ৯:৫৪ = ১:৬ সুতরাং স্টেপের অনুপাত হবে ১:৬ হিসেবে (১:৬)×৩০ = ৩০: ১৮০।]

☞**সময় এবং কাজের অংকগুলোতে অনুপাতটি উল্টে যায় ।**

৪. **১৫ জন লোকের একটি কাজ করতে সময় লাগে ১২দিন। ৩দিনে কাজটি শেষ করতে কতজন লোকের প্রয়োজন?** উত্তর: ঘ
ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৬০

✍সমাধান: এখানে লোকের অনুপাত = ১৫:৩ = ৫:১ । তাহলে দিনের অনুপাত হবে ১:৫ অর্থাৎ ১২ হলে ১২×৫ = ৬০।

☞**পরামর্শ:** ঐকিক নিয়মের কোন অংক অনুপাত আকারে করতে যাবেন না, কিন্তু উপরের এই ১ পৃষ্ঠার আলোচনা অনেক সহজ অংকের বা বড় অংকের ছোট অংশের উত্তর দ্রুত বের করে দিতে লজিক ডেভলপে আপনাকে হেল্প করবে।

📖 **ঐকিক নিয়মের সারমর্ম:**
- প্রশ্নে যার মান বের করতে বলবে তাকে ডানে লিখতে হবে।
- যখন যার নিচে পরিবর্তন আনবেন তাকে (=) এর ডানে নিয়ে যেতে হবে।
- বেশি হলে গুণ আর কম হলে ভাগ..কিন্তু ভগ্নাংশ থাকলে ভাগের জন্য নিচের সাথে গুণ করতে হয়।
- ১ম লাইন বুঝে বুঝে লিখার পর শেষ লাইনের জন্য নতুন করে না ভেবে প্রথম লাইনের থেকে যেখানে ভিন্ন হবে সেখানে ভিন্ন কাজ করতে হবে অর্থাৎ বাড়লে উপরে কিন্তু কমলে নিচে।
- এক সাথে সম্পূর্ণ অংশ না ভেবে ভেঙ্গে ভেঙ্গে ভাবলে এলোমেলো লেগে যাবে না।
- সব অংকের শেষেই যেহেতু কাটাকাটি করতে হয় তাই কাটাকাটি খুব দ্রুত করতে পারা শিখতে হবে।

ঐকিক নিয়মের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি -১: ঐকিক নিয়মের সাধারণ প্রশ্ন

টিপস: এ ধরণের প্রশ্ন সমাধান করার সময় প্রশ্ন অনুসারে লিখতে হয়।

মনে রাখবেন, যে কোন সাধারণ ঐকিক অংকে প্রথম লাইনে যা বের করতে হয় তা শেষে লিখতে হয়। দ্বিতীয় লাইনে ১টির মান বের করতে হয় এবং শেষ লাইনে যতটির মান বের করতে বলে ততটির মান বের করতে হয়। যেমন:

৫. **৫টি ছাতার দাম ১০০০ টাকা হলে,১৪টি ছাতার দাম কত?**
ক. ২০০০ টাকা খ. ৩০০০ টাকা গ. ২৮০০ টাকা ঘ. ৪০০০ টাকা উত্তর: গ

✍সমাধান:
৫টি ছাতার দাম = ১০০০টাকা (দাম বের করতে বলেছে তাই যা বের করতে বলেছে অর্থাৎ টাকা কথাটি শেষে লেখা হয়েছে)
∴১টি " " = $\frac{১০০০}{৫}$ টাকা (১টির দাম ৫টির থেকে কম হবে তাই ভাগ, আর ভাগের সময় বামের সংখ্যাটি নিচে বসে)
∴১৪টি " " = $\frac{১০০০ \times ১৪}{৫}$ = ২৮০০ টাকা
(☞ব্যাখ্যা: ১৪টির দাম ১টির থেকে বেশী হবে, তাই গুণ করতে হবে, যে কোন পূর্ণ সংখ্যা, ভগ্নাংশের উপরের সংখ্যার সাথে গুণ করতে হয়)

৬. **সাজিদ ৪০০ কেজি ধান পেয়েছে। প্রতি কেজি ধানে ৭০০ গ্রাম চাল হলে, সে কি পরিমান চাল পেল?** *[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০২১]*
ক. ২৫০ কেজি খ. ২৮০ কেজি গ. ২৯০ কেজি ঘ. ২৬০ কেজি উত্তর: খ

✍সমাধান:
৭০০ গ্রাম = $\frac{৭০০}{১০০০}$ কেজি = ০.৭ কেজি।
১ কেজি ধানে চাল হয় = ০.৭ কেজি
∴৪০০ " " " " =(০.৭×৪০০)= ২৮০ কেজি।

☞ **লেখালেখি ছাড়াই মুখে মুখে উত্তর:**
ধান : চাল = ১০০০ : ৭০০ = (১০ : ৭)×৪০ = ৪০০:২৮০
(ধানের পরিমাণকে ৪০০ বানানোর জন্য ১০:৭ কে ৪০ দিয়ে গুণ)

৭. **জলিল মিয়া পাঁচ সপ্তাহে ৩৮০ টাকা সঞ্চয় করলে একই হারে তিনি কত সপ্তাহে এ টাকার ২.৬ গুণ সঞ্চয় করবেন?** *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ১০ সপ্তাহে খ. ১১ সপ্তাহে গ. ১২ সপ্তাহে ঘ. ১৩ সপ্তাহে উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ৩৮০ × ২.৬ = ৯৮৮ টাকা
৩৮০ টাকা সঞ্চয় করেন = ৫ সপ্তাহে
∴ ৯৮৮ " " " $\frac{৫ \times ৯৮৮}{৩৮০}$ " = ১৩ সপ্তাহে

☞**মুখে মুখে:** ৫ সপ্তাহের ২.৬ গুণ = ৫×২.৬ = ১৩ সপ্তাহ।

৮. একটি কারখানায় সপ্তাহে ৫ দিনে ২৪৫০টি মোটরসাইকেল তৈরী হয়। ৪ সপ্তাহে উক্ত কারখানায় কতটি মোটরসাইকেল তৈরী হবে? [Help: ৪ সপ্তাহ = ২৮ দিন ধরে নিজে করুন]
[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]
ক. ১৩৫২১ টি খ. ১৩৭২০ টি গ. ১৫৭৩০ টি ঘ. ১৫৩১০ টি উত্তর: খ

৯. ১৮টি ছাগলের দাম ৪টি গরুর মূল্যের সমান হলে ৪৫টি ছাগলের পরিবর্তে কয়টি গরু পাওয়া যাবে? *[PETROBANGLA – (UDA)-2017]*
ক. ৭টি খ. ৮টি গ. ৯টি ঘ. ১০টি উত্তর: ঘ

সমাধান:
১৮ টি ছাগলের পরিবর্তে পাওয়া যায় = ৪ টি গরু [এখানে অনুপাত ১৮:৪ = ৯:২]

∴ ১ " " " " " $= \frac{৪}{১৮}$ " "

∴ ৪৫ টি " " " " $= \frac{৪৫ \times ৪}{১৮} = ১০$টি । [১ম লাইনের ৯:২ হিসেবে ৯+৪৫ হলে ২ = ১০ অর্থাৎ ৪৫: ১০টি]

১০. প্রতি কেজি চালের মূল্য ৩২ টাকা এবং প্রতি কেজি গমের মূল্য ১১ টাকা হলে ১৬০ কেজি গমের মূল্যে কত কেজি চাল কেনা যাবে?
[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]
ক.৬০ কেজি খ.৫৫ কেজি গ.৪৭কেজি ঘ.৬২ কেজি উত্তর: খ

△ কয়েকটি পণ্যের মূল্য দেয়া থাকলে এবং এদের সাথে অন্য কয়েকটির তুলনা করা থাকলে:

১১. ১৫টি খাসির মূল্য ৫টি গরুর মূল্যের সমান। ২টি গরুর মূল্য ৩০,০০০টাকা হলে ২টি খাসির মূল্য কত? *(সহ:শিক্ষক: ১০)*
ক. ১০০০০ টাকা খ.১২০০০টাকা গ. ১৪০০০ টাকা ঘ. ১৫০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:
এখন ২টি গরুর মূল্য ৩০,০০০টাকা হলে ১টির মূল্য ১৫০০০ টাকা, তাহলে ৫টি গরুর মূল্য ১৫০০০×৫ = ৭৫০০০টাকা,
এখন ১৫টি খাসির মূল্যও = ৭৫০০০ টাকা (প্রশ্নানুসারে)
১টি খাসির মূল্য = ৭৫০০০ ÷১৫ = ৫০০০ টাকা ২টি খাসির মূল্য = ৫০০০×২ = ১০০০০ টাকা। উত্তর: ১০০০০ টাকা।

মুখে মুখে: খাসি : গরু = ১৫টি : ৫টি = (৩:১)×২ = ৬:২ অর্থাৎ ৬টি খাসির মূল্য = ২টি গরুর মূল্য = ৩০০০০ টাকা।
তাহলে ২টি গরুর মূল্য হবে ৬টি খাসির মূল্য ৩০০০০ টাকার ১/৩ অংশ = ১০০০০ টাকা।
পরামর্শ: এভাবে ভাবতে গেলে শুরুতে মাথা গরম হলেও অনেকগুলো প্রশ্ন সমাধান করলে দ্রুত ভাবতে পারবেন।

নিজে করুন:

১২. ৩ টি ঘোড়ার দাম ৫ টি গরুর দামের সমান এবং ৩ টি গরুর দাম ৫ টি গাধার দামের সমান। ১৫ টি ঘোড়ার দাম মোট ৯০০০ টাকা হলে ১০ টি ঘোড়া, ১০ টি গরু ও ১০ টি গাধার দাম একত্রে কত? *[CGDF এর জুনিয়র অডিটর ২০১৯]*
ক. ৯৬০০ টাকা খ. ১০০৪০ টাকা গ. ১১০৪০ টাকা ঘ. ১১৭৬০ টাকা উত্তর: ঘ

১৩. ৫ টি রেডিও এবং ৪ টি টেলিভিশনের দাম একত্রে ৮৯,৫০০ টাকা। ১ টি টেলিভিশনের দাম ১৯,৫০০ টাকা হলে ১৫রেডিও এর দাম কত?
ক. ৩৪৫২০ টাকা খ. ৩৬৫০০ টাকা গ. ৩৮৫০০ টাকা ঘ. ৩৪৫০০ টাকা উত্তর: ঘ

ঘুরিয়ে লেখার মত প্রশ্ন:
প্রশ্নে যা বের করতে বলে তা ঐকিক নিয়মের শেষে লিখতে হয় এজন্য কিছু প্রশ্ন ঘুরিয়ে লিখতে হয়। যেমন:

১৪. ৬ফুট দীর্ঘ একটি বাঁশের ৪ ফুট ছায়া হয়। একই সময়ে একটি গাছের ছায়া ৬৪ ফুট লম্বা। গাছটির উচ্চতা কত ফুট? *(সাব রেজিস্ট্রার-২০০১)*
ক. ৯৬ খ. ৫৬ গ. ৭২ ঘ. ২০ উত্তর: ক

সমাধান:
৪ফুট ছায়া হলে গাছের উচ্চতা = ৬ফুট *(গাছটির উচ্চতা বের করতে বলা হয়েছে। তাই গাছটির উচ্চতা শেষে লিখতে হবে)*

∴ ১ " " " " " $= \frac{৬}{৪}$ ফুট (১ ফুট ছায়া হলে গাছের উচ্চতা কম তাই ভাগ)

∴ ৬৪ " " " " " $= \frac{৬ \times ৬৪}{৪}$ ফুট = ৯৬ ফুট। **উত্তর: ৯৬ ফুট।**

নিজে করুন:

১৫. একটি কার ওয়াসার মেশিন ৮টি কার ওয়াশ করে ১৮মিনিটে। এ হারে কয়টি কার ওয়াশ করা যাবে ৩ ঘন্টায়? *(BB Cash 11)*
ক. ৫৪ খ. ৮০ গ. ৪৪ ঘ. ৬৪ উত্তর: খ
[Help: সময় : কারের সংখ্যা = ১৮:৮ তাহলে শেষের অংশের জন্য (১৮:৮)×১০ = ১৮০ : ৮০টি [১৮০মি. মেলাতে ১০ দিয়ে গুণ]

১৬. ৬ টি গরুর জন্য ব্যয় হয়, ৪ টি মহিষের জন্য তা ব্যয় হয়। ১০টি মহিষ পুষতে যা ব্যয় হয়, তাতে কতটি গরু পোষা যাবে?
[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক : ১০]
[Help: ৪ এর দেড় গুণ = ৬, ∴১০ এর দেড় গুণ =?]
ক. ১৫ টি খ. ১৮ টি গ. ২০ টি ঘ. ২৫ টি উত্তর: ক

পদ্ধতি-২: সময় ও কাজের ঐকিক নিয়ম

শ্রমিক ও কাজের অংকের ঐকিক:
কাজ ও সময়ের অংকগুলোতে এবং খাদ্য থাকার অংকগুলোতে যদি লোকের সংখ্যা অথবা দিনের সংখ্যা কমে যায় তাহলে ভাগের পরিবর্তে গুণ করতে হয়। কেননা ৫ জন লোক একটি কাজ করতে যত সময়ই লাগুক না কেন ১ জন লোককে সম পরিমাণ কাজ করতে বেশী সময় লাগবে।

১৭. ১৫ জন লোককে একটি কাজ করতে সময় লাগে ৩ ঘন্টা। ৫ জন লোক ঐ কাজ কত ঘন্টায় করতে পারবে? *(খাদ্য অধি:-০০)*
ক. ১৫ খ. ৯ গ. ১০ ঘ. ২৫ উত্তর: খ

সমাধান:
১৫ জনকে করতে লাগে = ৩ ঘন্টা। *(ঘন্টা বের করতে বলা হয়েছে তাই ঘন্টা শেষে)*
∴ ১ " " " = ৩×১৫ ঘন্টা *(১৫ জনের কাজ ১ জনই করলে সময় বেশি লাগবে তাই গুণ হয়েছে)*

∴ ৫ " " " $= \frac{৩ \times ১৫}{৫} = ৯$ ঘন্টা *(১ জনের কাজ ৫ জনে করলে সময় কম লাগবে তাই ভাগ)*

যে লাইনের কাজ করবেন তার উপরের লাইনের সাথে তুলনা করে গুণ করবেন নাকি ভাগ করবেন সে সিদ্ধান্ত নিবেন)

লোক কমলে বেশি দিন লাগে আবার দিন কমলেও বেশি লোক লাগে অর্থাৎ সবসময় ই প্রথমে গুণ করতে হয় তাই এই জাতীয় প্রশ্নগুলোতে প্রথমে গুণ করে পরে ভাগ করলেই দ্রুত উত্তর বের হবে। মাঝের বাংলা কথাগুলো শুধু বোঝার জন্য।

Shortcut: $\frac{\text{প্রথম লোক বা শ্রমিক} \times \text{দিন}}{\text{পরিবর্তিত শ্রমিক}} = \text{সময়}$ । উপরের প্রশ্নটি সরাসরি $= \frac{৩ \times ১৫}{৫} = ৯$ ঘন্টা

ঐকিক নিয়মের অংকের উত্তর দ্রুত বের করার ম্যাজিক

এখান থেকে মোট কাজের ইউনিট বা একেকের হিসেব করে সমীকরণ সাজিয়ে **MDH** পদ্ধতিতে ঐকিক নিয়মের অংকগুলো সমাধানের যে পদ্ধতি শেখানো হবে তা মনযোগ দিয়ে পড়লে এই অধ্যায়ের প্রায় সব অংকের উত্তর ম্যাজিকের মত দ্রুত বের হবে।

১৮. ১০ জন লোক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে। ২০ জন লোকের কাজটি করতে কত দিন লাগবে? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*

ক. ১০ দিন খ. ২০ গ. ৫ ঘ. ৪০ উত্তর: ক

সমাধান:

১০ জন লোক ২০ দিন কাজ করা অর্থ কাজটি মোট ১০×২০ = ২০০ জন লোক বা ২০০টি মজুরের। তাহলে ২০ জন করলে লাগবে, ২০০÷২০ = ১০ দিন। উত্তর: ১০ দিন।

এখানে একটা লজিক ধাপে ধাপে ক্লিয়ার হলে পরের সবগুলো অংক মুখে মুখে সমাধান করা সহজ হবে।
এখানে এই ২০০ সংখ্যাটিকে বিভিন্ন ভাবে ডিফাইন করা যায়। যেমন:
১ জন লোক করলে মোট সময় = ২০০ দিন। অথবা ১ দিনে করতে চাইলে ২০০ জন লোক লাগবে। (আবার পড়ুন)
তাহলে এখন ৫ জন লোক কাজটি করলে সময় লাগবে ২০০÷৫ = ৪০ দিন। অর্থাৎ ২০দিন ×১০জন = ৪০দিন×৫জন।

সমাধান: ধরি ২০ জন করলে লাগবে x দিন।
প্রশ্নমতে, ১০জন × ২০দিন = x দিন × ২০ জন [এভাবে সমীকরণ সাজিয়ে সব ঐকিক অংক করলে অর্ধেক সময়ে উত্তর বের হবে। দু পাশ থেকে ২০ কাটলে সরাসরি উত্তর **x = ১০ জন**

১৯. ১৫ জন লোক একটি কাজ ১৫ দিনে করলে কতজন লোকে ঐ কাজ ১ দিনে করতে পারবে? *[বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৩০০ খ. ২২৫ গ. ১৫ ঘ. ২০০ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে মোট কাজ = ১৫×১৫ = ২২৫ একক। ১ দিনে করতে চাইলে ২২৫ জন লোক লাগবে। আবার যদি বলা হতো ১ জন লোক কাজটি করলে তাহলে কতদিন লাগতো? তখনো উত্তর ২২৫ দিন। অর্থাৎ প্রয়োজন অনুসারে ২২৫ ই জন বা দিন।

২০. ১২ জন লোক একটি কাজ ২০ দিনে শেষ করতে পারে। ২০ জন লোক উক্ত কাজ কত দিনে শেষ করতে পারবে? *[টেক্সটাইল ইনস্টিটিউট ও টেক্সটাইল ইঞ্জিনিয়ারিং কলেজের ইনস্ট্রাক্টর (ডিটিআই) ২০১৮]*

ক. ২০ দিনে খ. ১২ দিনে গ. ২৪ দিনে ঘ. ১০ দিনে উত্তর: খ

সমাধান:

১২ জন লোকে একটি কাজ করে = ২০ দিনে
∴ ১ " " " " = (১২×২০) "
∴ ২০ " " " " " $= \frac{১২ \times ২০}{২০} =$ ১২ দিনে।

মুখে মুখে: (এভাবে x ধরে করা শিখলে কাটাকাটিও দ্রুত হবে) ধরি, ২০জন করলে x দিন লাগবে। তাহলে: ১২×২০ = ২০×x হলে দু পাশ থেকে ২০ বাদ দিয়ে **x =১২**

সাধারণ ঐকিক নিয়মে লাইফে অনেক প্রাকটিস করেছেন। এখানে সমীকরণের টেকনিকটা কাজে লাগানোর চেষ্টা করুন। তাহলে উপরে নিচের ঝামেলা পোহাতে হবে না এবং সমীকরণের দুপাশে সরাসরি কাটাকাটি করে উত্তর বের করা যাবে।

২১. ১০ জন শ্রমিক যে কাজ ২৫ দিনে করতে পারে, সেই কাজ ১০ দিনে সম্পন্ন করতে কতজন শ্রমিক লাগবে? *[এনএসআই(ফিল্ড স্টাফ)-২০২১]*

[Hints: ১০×২৫ = ১০×x ∴x = ২৫**]**

ক. ১০ জন খ. ২৫ জন গ. ৩০ জন ঘ. ৩৫ জন উত্তর: খ

২২. ১২ জন লোক একটি কাজ ৯ দিনে করতে পারে। একই হারে কাজ করলে ১৮ জনে কাজটি কত দিনে করতে পারবে? *[বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৬দিন খ. ৭দিন গ. ৫দিন ঘ. ৪ দিন উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ১৮ জন করলে লাগবে x দিন তাহলে প্রশ্নমতে ১২×৯ = ১৮×x ∴ **x = ৬**
[কাটাকাটি করার সময় সমীকরণের দুপাশ থেকে সরাসরি কাটতে থাকবেন।]

নিজে করুন:

২৩. ১৫ জন চাষীর একটি জমির ফসল কাটতে ২১ দিন লাগল। ৪৫ জন চাষীর ঐ জমির ফসল কাটতে কত দিন লাগবে? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ৫ দিন খ. ৬ দিন গ. ৭ দিন ঘ. ৮ দিন উত্তর: গ

২৪. ১৪ জন লোক একটি কাজ ১৫ দিনে করতে পারে ঐ কাজটি ১০ দিনে শেষ করতে কত জন লোক নিয়োগ দিতে হবে? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ(অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ১৫ জন খ. ২১ জন গ. ২৮ জন ঘ. ২৫ জন উত্তর: খ

[পরামর্শ: এখানে অতিরিক্ত বা নতুন লোকের কথা না বলায় মোট লোক বের করতে হবে। ই ছোট বিষয়গুলো খুব গুরুত্বপূর্ণ]

২৫. একটি কাজ ৯ জন লোক ১২ দিনে করতে পারে। অতিরিক্ত ৩ জন লোক নিয়োগ করলে কাজটি কত দিনে করতে পাবে? *[২৭তম বিসিএস] +[এনএসআই(কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১] +[খাদ্য অধিদপ্তর (উচ্চমান সহ:)-৩১-১২-২০২১]*

ক. ২ দিনে খ. ৫ দিনে গ. ৯ দিনে ঘ. ১২ দিনে উত্তর: গ

সমাধান: ৩ জন লোক নিয়োগ করায় মোট লোকসংখ্যা = (৯+৩) = ১২ জন
এখন, ৯ জন লোক কাজটি করে = ১২ দিনে
∴ ১ " " " " = (১২×৯) "
∴ ১২ " " " " $= \frac{১২ \times ৯}{১২} =$ ৯ দিনে।

মুখে মুখে: ধরি, অতিরিক্তি ৩জন নিয়োগ দিলে লাগে x দিন
প্রশ্নমতে, ৯×১২ = ১২×x (দুপাশে ১২ বাদ) ∴x = ৯

২৬. ১৫ জন লোক কোনো একটি কাজ ২০ দিনে সম্পাদন করে। ঐ কাজ আরো ৫ জন লোক অতিরিক্ত করলে কত দিনে সম্পন্ন করা যাবে? *[ইসলামী ব্যাংক (ফিল্ড অফিসার)-২০০৬]* **[Hints:** ১৫×২০ = ২০×x ∴x = ১৫**]**

ক. ১৫ খ. ২১ গ. ৫ ঘ. ২০ উত্তর: ক

কখন গুণ আর কখন ভাগ?

কাজ ও শ্রমিকের অংক গুলোর ক্ষেত্রে লোক শ্রমিক কমলে বেশি দিন লাগে তাই গুণ হয়।
আবার দিন কমলে বেশি লোকের দরকার হয় তাই এক্ষেত্রেও গুণ হয়।
যেমন: ২০ জন লোকের ১টি কাজ করতে = ১০ দিন লাগে।
∴ ১ " " ১টি " " = ১০×২০ " " (অর্থাৎ কম লোককে বেশিদিন লাগবে তাই গুণ)
আবার,
১০ দিনে একটি কাজ করতে লোক লাগবে = ২০ জন
∴১ " " " " " = ২০×১০ " (কম দিনে করতে বেশি লোক লাগবে।)

তাহলে বলা যায় জন এবং দিনের অংকগুলোতে জন অথবা দিন যা ই বের করতে বলুক না কেন প্রথমে গুণ হবেই।

একইভাবে, খাবার মজুদ থাকার অংকগুলোর ক্ষেত্রে,
- লোকের সংখ্যা কমলে খাবার বেশিদিন যায় আবার লোকের সংখ্যা বাড়লে খাবার কম দিন যায়।
- বেশিদিনের খাবার যত জন খেতে পারবে কম দিনে খেতে চাইলে বেশি লোক খেতে পারবে।

খাবার থাকার অংকগুলোতে শ্রমিকের অংকের মতই কমলে গুণ আর বাড়লে ভাগ হয়।

কিন্তু খাবার লাগার অংকগুলোতে, লোকসংখ্যা কমলে কম খাবার লাগবে আবার লোক সংখ্যা বাড়লে বেশি খাবার লাগবে, তাই এই ধরণের অংকগুলো সাধারণ ঐকিকের অংকের মত করে সমাধান করতে হয়।

তাহলে ভাগটা হয় কখন?

যখন দিন ও জনের বাইরে কোন কাজের পরিমানের কথা বলা হয় তখন ভাগ হয়। যেমন: ১০ জন ২০ টি শার্ট বানাতে পারবে, ৫টি মহিষ ২০ হেক্টর জমি চাষ করতে পারবে, অথবা ২০টি গরু ৫০কেজি ডাল খায়। ৫দিনে ৪০০ কিমি অতিক্রম করে অথবা ১০টি মেশিন ৩২০ কেজি পানি তুলতে পারে। এক্ষেত্রে বামের সংখ্যাটি কমলে কাজের পরিমাণ কমে যায় তাই ভাগ হয়।

📖 এক কথায়: শ্রমিকের অংকে অথবা খাবারের অংকে জন (Man) আর দিনের (Day) বেলা গুণ কিন্তু কাজের পরিমাণের (Work) ক্ষেত্রে ভাগ হয়।

এই লজিকগুলো থেকে লিখিত নিয়মে না করে দ্রুত অংক করার একটি প্রসিদ্ধ টেকনিক হচ্ছে **MDH Method.** এই অধ্যায়ের তিন ধাপের ঐকিক নিয়মে **MDH Method** নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে। এই নিয়মটা ভালোভাবে শিখলে অনেক বড় বড় অংক এক লাইনে উত্তর বের করা সম্ভব হবে।

খাবার সংক্রান্ত প্রশ্ন :

২৭. যে পরিমাণ খাদ্যে ২০০ জন লোকের ২০ সপ্তাহ চলে, ঐ পরিমাণ খাদ্য কতজন লোকের ৮ সপ্তাহ চলবে ? *[প্রাইঃ সহঃ শিঃ নিঃ পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*

ক. ৩০০ জন খ. ৫০০ জন গ. ৪০০জন ঘ. ৬০০ জন উত্তর: খ

✍সমাধান: (এখানে সপ্তাহকে দিন বানাতে হবে না।)

২০ সপ্তাহ চলে = ২০০ জনের

∴ ১ " " = ২০০×২০ জনের (একই খাবার কম দিনে খাওয়ার জন্য বেশি লোকের প্রয়োজন তাই গুণ)

∴ ৮ " " = $\frac{২০০ \times ২০}{৮}$ জনের = ৫০০ জনের। [সরাসরি গুণ করে ভাগ করে দিলে দ্রুত উত্তর বের হবে।]

২৮. ১২০ কেজি চালে ১০ জন লোকের ২৭ দিন চলে। ১০ জন লোকের ৪৫ দিন চলতে হলে, কত কেজি চাল প্রয়োজন হবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-অনু:২.৩]*

ক. ২০০ খ. ৪০০ গ. ৩০০ ঘ. ৫০০ উত্তর: ক

✍সমাধান:

২৭ দিনে প্রয়োজন হয় = ১২০ কেজি

∴১ " " " = $\frac{১২০}{২৭}$ "

∴৪৫ " " " = $\frac{১২০ \times ৪৫}{২৭}$ = ২০০ কেজি।

◈ **লক্ষ্য করুন ঃ** সাধারণত খাবারের অংকগুলোতে দিন কমলে গুণ হয়। কিন্তু এখানে প্রয়োজন বলায় কম লোকের জন্য কম খাবার লাগবে তাই ভাগ হয়েছে। **অর্থাৎ থাকা বোঝালে গুণ আর লাগা বোঝালে ভাগ।**

নিজে করুন:

২৯. ৫ জন লোকের ১৫কেজি চাল লাগলে ১৫জন লোকের কত কেজি চাল লাগবে?

ক. ১৫ খ. ২১ গ. ৪৫ ঘ. ৩২ উত্তর: গ

৩০. একটি ছাত্রবাসে ৫০ জনের ১৫ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২৫ জনের কত দিন চলবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-অনু:২.৩]*

ক. ৪৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

৩১. কোনো পরিবারে ১০ জন সদস্যের ৩০ দিনের খাবার আছে, ৫ জন নতুন অতিথি আসলে খাদ্য কতদিন চলবে? *(সরঃপ্রাঃবি -২০১০)*

ক. ১০ খ. ২১ গ. ৫ ঘ. ২০ উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-৩: অতিরিক্ত শ্রমিক লাগার ঐকিক

💻টিপস: সাধারণ কাজ ও সময়ের ঐকিক নিয়মের অংংক গুলোর মতই সমাধান করতে হবে, এবং শেষে বিয়োগ করে দিলেই অতিরিক্ত শ্রমিক সংখ্যা বের হয়ে যাবে।

৩২. একটি কাজ করতে ২০ জন লোকের ২৫ দিন লাগে। কাজটি ২০ দিনে করতে চাইলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে? *[গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ১০ জন খ. ৫ জন গ. ১৫ জন ঘ. ২০ জন উত্তর: খ

✍সমাধান:

২৫ দিনে কাজটি শেষ করতে লাগে = ২০ জন লোক

∴ ১ " " " " " = (২০×২৫) জন।

∴ ২০ " " " " " = $\frac{২০ \times ২৫}{২০}$ = ২৫ জন। সুতরাং অতিরিক্ত লোক লাগবে = ২৫-২০ = ৫ জন

শর্টকাট : ধরি, ২০ দিনে করতে অতিরিক্ত লোক লাগবে = x
প্রশ্নমতে, ২০ জন ×২৫ দিন = ২০ দিন ×(পূর্বের ২০+x) জন।
∴x = ৫ জন।

৩৩. একটি বাঁধ তৈরী করতে ৩৬০ শ্রমিকের ২৫ দিন সময় লাগে। ১৮ দিনে বাঁধটির কাজ শেষ করতে হলে, কতজন অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-অনু:২.৩]*

ক. ৩২০ জন খ. ১০৫ জন গ. ১৫৫ জন ঘ. ১৪০ জন উত্তর: ঘ

✍সমাধান:

২৫ দিনে বাঁধটি তৈরী করতে পারে = ৩৬০ জন শ্রমিক

∴১ " " " " " = ৩৬০×২৫ " "

∴১৮ " " " " " = $\frac{৩৬০ \times ২৫}{১৮}$ = ৫০০ জন

∴ অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে = ৫০০-৩৬০= ১৪০ জন।

শর্টকাট ঃ $\frac{৩৬০ \times ২৫}{১৮}$ = ৫০০-৩৬০=১৪০
অর্থাৎ গুণ করে ভাগ করার পর ৩৬০ বিয়োগ

৩৪. ৮ জন লোক একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে । কাজটি ৩ দিনে করতে হলে কতজনে নতুন লোগ নিয়োগ করতে হবে ? *(সোনালী ব্যাংক অফিসার-১০) + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ৬ খ. ৮ গ. ৭ ঘ. ১২ উত্তর: খ

মুখে মুখে: ৬ দিনের কাজ ৩ দিনে অর্থাৎ অর্ধেক সময়ের মধ্যে করতে চাইলে আগের ৮ জন লোকের দ্বিগুণ লোক লাগবে। ৮ জন যেহেতু আগে থেকেই আছে তাই আরো নতুন লোক লাগবে ৮ জন। (ব্যাস্তনুপাতের মত করে চিন্তা করুন)

নিজে করুন:

৩৫. একটি বাঁধ তৈরী করতে ২৫০ জন শ্রমিকের ২৪ দিন লাগে। ১৫ দিনে কাজটি শেষ করতে অতিরিক্ত কত জন শ্রমিক লাগবে?

ক. ১৫০ খ. ২১০ গ. ২৫০ ঘ. ২০০ উত্তর: ক

[**Help:** অতিরিক্ত লোক বের করতে বলা হয়েছে তাই মোট লোক বের করে প্রথমের শ্রমিক বিয়োগ দিন]

৩৬. ৩০ জন লোক একটি কাজ ২১ দিনে করলে ঐ কাজ ১৮ দিনে শেষ করতে নতুন কতজন লোক লাগবে? *(সহঃশিঃসরঃপ্রাঃবিঃ-০৮)*

ক. ৩ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬ উত্তর: গ

৩৭. ২৫ জন লোক একটি কাজ ১৪ দিনে করলে ১০ দিনে শেষ করতে কতজন লোক লাগবে? *(সহঃশিঃসরঃপ্রাঃবিঃ-০৫)*

ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩০ ঘ. ৩৫ উত্তর: ঘ

৩৮. ৩০ জন শ্রমিক ২০ দিনে একটি বাড়ি তৈরি করতে পারে। কাজ শুরুর ১০ দিন পর খারাপ আবহাওয়ার জন্য ৬ দিন কাজ বন্ধ রাখতে হয়েছে। নির্ধারিত সময়ে কাজটি শেষ করতে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক লাগবে? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.৩)]*

✍সাধারণ সমাধান:

২০ দিনের কাজ হয়ে গেছে ১০ দিন তাহলে অবশিষ্ট আছে ২০-১০ = ১০ দিনের কাজ।

কিন্তু দিন বাকি আছে = {২০-(১০+৬)} = ২০-১৬ = ৪ দিন অর্থাৎ আগের ১০ দিনের কাজ এখন ৪ দিনে করতে হবে।

এখন, ১০ দিনে কাজ শেষ করতে লোক লাগবে = ৩০ জন লোক

∴ ১ " " " = (৩০×১০) " "

∴ ৪ " " " = ($\frac{৩০ \times ১০}{৪}$) = ৭৫ জন সুতরাং অতিরিক্ত লোক লাগবে = (৭৫-৩০) = ৪৫ জন।

✍বিকল্প সমাধান:

২০ দিনে সম্পূর্ণ কাজ হলে ১০ দিনে হয়েছে সম্পূর্ণ কাজের = $\frac{১০}{২০} = \frac{১}{২}$

অবশিষ্ট সময় = মোট ২০ দিন - প্রথমের ১০ দিন - ৬ দিন বন্ধ = (২০- ১৬) = ৪ দিন

১০দিনে $\frac{১}{২}$ অংশ কাজ করে = ৩০ জন শ্রমিক

∴১ " $\frac{১}{২}$ " " " = (৩০×১০) জন

∴ ৪ " $\frac{১}{২}$ " " " = $\frac{৩০\times১০}{৪}$ = ৭৫ জন ∴অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে ৭৫-৩০ = ৪৫ জন। **উত্তর: ৪৫ জন।**

মুখে মুখে: যেহেতু ১ম ও ৩য় লাইনের উভয় জায়গায় ১/২ অংশ আছে তাই এই ১/২ বাদ দিয়েই উত্তর বের করা যায়।
১০ দিনে করতে পারে ৩০ জন তাহলে ৪ দিনে করতে পারবে = $\frac{৩০\times১০}{৪}$ = ৭৫ জন । অতি: ৭৫-৩০ = ৪৫ জন।

নিজে করুন:

৩৯. ৩০ জন শ্রমিক ২৫ দিনে একটি বাড়ি তৈরী করতে পারেন। কাজ শুরু করার ১০ দিন পরে খারাপ আবহাওয়ার জন্য ৫ দিন কাজ বন্ধ রাখতে হলো। নির্ধারিত সময়ে কাজটি শেষ করতে হলে অতিরিক্ত কত জন শ্রমিকের প্রয়োজন? *[৭ম শ্রেণী অনু ৩.২ (পুরাতন সিলেবাস)]+ [বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]*

ক. ১০ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ৪০ উত্তর: গ

পদ্ধতি-৪: যাওয়া-আসা বা কমা-বাড়ার ঐকিক

নতুন করে কেউ আসলে

৪০. একটি বাড়িতে ২০ জনের ৩৫ দিনের খাবার আছে। ৫ দিন পরে ঐ বাড়িতে আরো ১০ জন লোক এলে ঐ খাবারে কতদিন চলবে? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর):২০২১]*

ক. ২০ দিন খ. ৪০ দিন গ. ৫০০ দিন ঘ. ৩০ দিন উত্তর: ক

সমাধান:

এধরনের অংক সাধারণ নিয়মের মতই। শুধু প্রথমে বিয়োগ করে নিতে হবে। (প্রথম লাইন লেখাটা গুরুত্বপূর্ণ)
খাবার বাকি আছে = (৩৫-৫)= ৩০ দিনের [মেহমান না আসলে আগের ২০ জনই খেলে আরো ৩০দিন খেতে পারতো]
১০ জন লোক আসায় মোট লোকসংখ্যা = (২০+১০) = ৩০জন [আগের ২০ জনের খাবারটা এখন ৩০ জনে খাবে]

মুখে মুখে: ধরি, ১০ জন আসার পর আর x দিন যাবে
প্রশ্নমতে, ২০জন×৩০দিন = (২০+১০)জন×x দিন। ∴ x = ২০

এখন,
২০ জন লোকের খাবার আছে = ৩০ দিনের
∴ ১ " " " " = (৩০×২০) "
∴ ৩০ " " " " = $\frac{৩০\times২০}{৩০}$ = ২০ দিনের।

Note: ২০ জনের ৩০ দিনের খাবার আছে, (২০+১০)=৩০ জন খেলে কতদিন যাবে? এই অংকটাকেই উপরে ঘুরিয়ে দিয়েছে

নিজে করুন:

৪১. কোন ছাত্রাবাসে ৪০ জন ছাত্রের ৩০ দিনের খাবার আছে। ৫ দিন পর আরও ১০ জন ছাত্র আসলে অবশিষ্ট খাদ্যে তাদের কতদিন চলবে? *[BRTA (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

ক. ১০ দিন খ. ৪০ দিন গ. ১৮ দিন ঘ. ২০ দিন উত্তর: ঘ

৪২. একটি ছাত্রাবাসে ২০০ জন ছাত্রের ১২০ দিনের খাবার আছে। ৩০ দিন পর ২০ জন ছাত্র ছাত্রাবাস ছেড়ে চলে গেল। অবশিষ্ট খাদ্য ছাত্রদের কতদিন চলবে? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৯০ দিন খ. ৯৫ দিন গ. ১০০ দিন ঘ. ১২০ দিন উত্তর: গ

সমাধান: মোট দিন = ১২০-৩০ = ৯০, মোট ছাত্র = ২০০-২০ = ১৮০
২০০ জনের খাবার চলবে = ৯০ দিন।
∴ ১৮০ জনের চলবে = $\frac{৯০\times২০০}{১৮০}$ = ১০০ দিন। (উত্তর:)

Shortcut: $\frac{৯০\times২০০}{১৮০}$ = ১০০ দিন ।
অথবা: ৯০×২০০ = ১৮০×x ∴ x = ১০০

নিজে করুন:

৪৩. একটি দুর্গে ৫০০ জন লোকের ২৭ দিনের খাবার মজুদ ছিল। ৩ দিন পর অতিরিক্ত ৩০০ জন লোক আসলে অবশিষ্ট খাদ্যে সব লোকের আর কত দিন চলবে? *[পুবালী ব্যাংক (জুনিয়র অফিসার)-২০১৪]*

ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৭ ঘ. ১৮ উত্তর: ক

৪৪. কোন ছাত্রাবাসে ৩২০ জন ছাত্রের ১৮ দিনের খাবার আছে। ৬ দিন পর ছাত্রাবাসে আরো ১৬০ জন ছাত্র আসলে, বাকী খাদ্য আর কত দিন চলবে ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ৬ দিন খ. ১০ দিন গ. ৮ দিন ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

কেউ বাইরে চলে গেলে :

৪৫. একটি হোস্টেলে ৫০০ জনের ২০ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ৫ দিন পর ২০০ জন ছাত্র চলে গেলে বাকি খাদ্য কতদিন চলবে? *[পল্লী উন্নয়ন একাডেমী (RDA) এর সহাকারী পরিচালক-২০২১]*

ক. ২০ খ. ২২ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: গ

সমাধান: অবশিষ্ট দিন = (২০-৫) দিন =১৫ দিনএবং অবশিষ্ট লোক (৫০০-২০০) জন = ৩০০ জন।
৫০০ জনের খাদ্য মজুদ আছে = ১৫ দিনের
∴ ১ " " " " = ১৫×৫০০"
∴ ৩০০ " " " " = $\frac{৫০০\times১৫}{৩০০}$ = ২৫ ∴ বাকি খাদ্য চলবে = ২৫ দিন

মুখে মুখে: যেহেতু নরমাল নিয়মটা ই সহজ তাই ওভাবে ই করার চেষ্টা করুন। বাংলা কথা না লিখে গুণ করে ভাগ। তবে ইউনিট ধরেও করা যায়।

নিজে করুন:

৪৬. কোনো হোস্টেলে ৬৬ জন ছাত্রীর ২৬ দিনের খাবার ছিল। ৮ দিন পর ৩০ জন ছাত্রী হোস্টেল ছেড়ে অন্যত্র চলে গেল। অবশিষ্ট খাদ্যে বাকি ছাত্রীদের কতদিন চলবে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ৩৩ দিন খ. ২২ দিন গ. ২৪ দিন ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

৪৭. একটি সেনানিবাসে ১০০০ জন সৈনিকের ৯ মাসের খাবার আছে। ৫ মাস পর সৈন্যদল হতে ৪০০ জন সৈন্য অন্যত্র চলে গেলে বাকি সৈনিকের ঐ খাবার কত দিন চলবে? *[এনএসআই(কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

ক. ১২০ দিন খ. ১৪০ দিন গ. ১৮০ দিন ঘ. ২০০ দিন উত্তর: ঘ

সমাধান: অবশিষ্ট সময় = (৯-৫) মাস = ৪ মাস এবং অবশিষ্ট সৈন্য = (১০০০-৪০০) জন = ৬০০ জন
এখন, ১০০০ জন সৈনিকের খাবার আছে = ৪ মাসের
∴ ১ " " " " = (৪×১০০০) "
∴ ৬০০ " " " " = $\frac{৪\times১০০০}{৬০০}=\frac{২০}{৩}$ মাস বা, $\frac{২০}{৩}\times৩০$দিন = ২০০ দিন।

কতজন চলে গেছে বা এসেছে বের করা:

৪৮. একটি সেনাবাহিনীর গুদামে ১৫০০ সৈনিকের ৪০ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ১৩দিন পর কিছু সৈনিক অন্য জায়গায় চলে গেল । বাকি খাদ্য অবশিষ্ট সৈনিকের আরো ৩০ দিন চললো। কত জন সৈনিক অন্য জায়গায় চলে গিয়েছিল? *[প্রাথমিক সহ: শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৯]*

ক. ১৫০ খ. ২১০ গ. ১২৫ ঘ. ২০০ উত্তর: ক

সমাধান:
অংকটিতে ১৩ দিন পরে কিছু সৈন্য অন্য জায়গায় গিয়েছে বলতে বোঝায় যে ঐ ১৩ দিন পর্যন্ত সবাই খেয়েছে।
তাই ৪০দিনের খাবার কমে হয়ে গেছে ৪০-১৩ = ২৭ দিনের।

BASIC MATH BUP-3/D

২৭ দিনের খাবার আছে = ১৫০০ জনের
∴১ দিনের খাবার আছে = ১৫০০×২৭ জনের
∴৩০ দিনের খাবার আছে = $\frac{১৫০০ \times ২৭}{৩০}$ = ১৩৫০জন। এটা উত্তর না।

Shortcut: ১৫০০ - $\frac{১৫০০ \times ২৭}{৩০}$ = ১৫০

প্রশ্নে লক্ষ্য করুন, কতজন আছে বের করতে বললে ১৩৫০ জনই উত্তর হতো। কিন্তু এখানে উত্তর বের করতে হবে কত জন বাইরে গেছে, তাই উত্তর হবে, বাইরে চলে গেছে = (১৫০০-১৩৫০) = ১৫০ জন

৪৯. কোনো দুর্গে ৭২০ জন সৈন্যের ২০ দিনের খাবার মজুদ আছে। ১০ দিন পর কিছু নতুন সৈন্য আসায় অবশিষ্ট খাদ্যে তাদের ৮ দিনে চললে কত জন সৈন্য এসেছিল? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (প্রধান শিক্ষক)-২০১৩]*

ক. ১৭০ খ. ১৮০ গ. ১৮৫ ঘ. ১৯০ উত্তর: খ

[Hints: অবশিষ্ট ২০-১০= ১০ দিন, তাহলে ৮দিন খেয়েছে $\frac{৭২০ \times ১০}{৮}$ = ৯০০জন সুতরাং নতুন সৈন্য ৯০০-৭২০ = ১৮০।

কাজ করতে করতে কেউ চলে গেলে :

৫০. ৩০ জন লোক একটি কাজ ২৪ দিনে করতে পারে। কাজ অবস্থায় ১২ দিন পর ১৫ জন লোক চলে গেলে বাকী লোক কতদিনে অবশিষ্ট কাজ শেষ করতে পারবে? *[RAKUB (Supervisor)-2017]+ [ভূমি সংস্কার বোর্ড (অফিস সহায়ক): ২০২১]*

ক. ২৪ দিন খ. ২০ দিন গ. ১৫ দিন ঘ. ১২ দিন উত্তর: ক

সমাধান: ২৪ দিনে সম্পূর্ণ কাজ শেষে হলে ১২ দিনে কাজ হয়েছে অর্ধেক এবং লোক আছে ৩০-১৫ = ১৫ জন।
৩০ জন করলে অবশিষ্ট কাজ শেষ হতে সময় লাগতো = ১২দিন
১ " " " " " " " " = ৩০×১২ (কম লোক তাই বেশি দিন সেজন্য গুণ)
১৫ " " " " " " " " = $\frac{৩০ \times ১২}{১৫}$ = ২৪(১৫ জন ১ জনের থেকে বেশি তাই সময় কম লাগবে তাই ÷)

মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন: ১২ দিন পর অবশিষ্ট যে কাজটা আছে তা ও ১২ দিনেরই। এখন ৩০ জনকে করতে যত দিনই লাগুক, ১৫ জন যেহেতু তার অর্ধেক লোক তাই সময়টা দ্বিগুণ লাগবে। এখানে ১২ দিনের দ্বিগুণ হলো ২৪দিন।

এরকম সুন্দর একটা অংক দেখে লজিক ক্লিয়ার করে নিন পরে অনেক সময় এরকম অংকে সময় নষ্ট হবে না :

৫১. ২০ জন শ্রমিক কোন কাজ ২৪ দিনে করতে পারে। কাজটি শুরুর ৮ দিন পর ১৬ জন শ্রমিক চলে গেলে বাকী শ্রমিক কত দিনে অবশিষ্ট কাজটি শেষ করতে পারবে?

ক. ২০ দিন খ. ২৪ দিন গ. ৯৬ দিন ঘ. ৮০ দিন উত্তর: ঘ

সমাধান:

বেশি সময় নষ্ট করা সমাধান (অনেকেই এভাবে ভাবতে পারেন)	দ্রুত উত্তর বের করার মত সমাধান। (বুঝলে মুখে মুখেও হবে)
২০ জন ২৪ দিনে করে = ১ অংশ।	২০ জন ই করলে আরো লাগতো = ২৪-৮ = ১৬ দিন।
∴২০ জন ৮ দিনে করে = $\frac{৮}{২৪} = \frac{১}{৩}$ অংশ ∴অবশিষ্ট= $\frac{২}{৩}$ অংশ	১ জন করলে লাগতো = ১৬×২০ দিন।
অবশিষ্ট শ্রমিক = (২০-১৬) = ৪জন।	(২০-১৬) = ৪ জন করলে লাগে = $\frac{১৬ \times ২০}{৪}$ = ৮০ দিন।
২০ জন $\frac{১}{৩}$ অংশ করে = ৮ দিনে।	এই ভাবনাটার টার্নিং পয়েন্ট হচ্ছে খাবারের অংকগুলোর মতই। কেউ চলে না গিয়ে আগের ২০ জনই যদি কাজটা করতো তাহলে অবশিষ্ট ২৪-৮ = ১৬ দিন লাগতো অর্থাৎ ২০ জনের ১৬ দিনের কাজটা (২০-১৬) = অবশিষ্ট ৪ জন করলে কতদিন লাগবে?
∴১ " ১ " " = ৮×২০×৩ দিনে।	
∴৪ " $\frac{২}{৩}$ " " = $\frac{৮ \times ২০ \times ৩}{৪} \times \frac{২}{৩}$ = ৮০ দিন।	

মুখে মুখে: ভাবতে পারলে অনেক ভাবেই খেলা যায়: মোট কাজ = ২০×২৪ = ৪৮০ এককের। কাজ হয়ে গেছে ৮×২০ = ১৬০ এককের। তাহলে অবশিষ্ট ৪৮০-১৬০ = ৩২০ একক কাজ (২০-১৬) = ৪ জনকে করতে সময় লাগবে = ৩২০÷৪ = ৮০ দিন।

পদ্ধতি-৫: একটি ক্লু বাদ দিয়ে লেখার ঐকিক

টিপস: দুই অংশে একই সংখ্যা দুবার থাকলে ঐ সংখ্যাটি লেখারই প্রয়োজন নেই। অর্থাৎ ঐকিক নিয়মের কোন অংকে প্রথম লাইনে এবং শেষ লাইনে একই সংখ্যা আসলে ঐ সংখ্যাটিকে বাদ দিয়েই অংকটি সমাধান করতে হয়। এতে খুব সহজেই অংকটির সমাধান করা যায়। যেমন:

৫২. ৫০০০ ইট তৈরী করতে ৪২ জন শ্রমিকের ৩০ দিন লাগে। ঐ ইট তৈরী করতে ১৮ জন শ্রমিকের কতদিন লাগবে? *[৭ম শ্রেণী অনু ৩১ (পুরাতন সিলেবাস)]*

ক. ৫০ খ. ৫৫ গ. ৬০ ঘ. ৭০ উত্তর: ঘ

সমাধান:
এখানে ঐকিক নিয়মের প্রথম লাইনটি লিখার সময় ৫০০০ ইট তৈরী করতে ৪২ জন শ্রমিকের ৩০ দিন লাগে এখানে ৫০০০ সংখ্যাটি লিখার প্রয়োজনই নেই। কেননা, প্রশ্নের শেষ অংশে জানতে চাওয়া হয়েছে ঐ ইট অর্থাৎ ঐ ৫০০০ ইটই তৈরী করতে ১৮ জনের কত দিন লাগবে? যদি কেউ প্রথম লাইনে ৫০০০ ইট লিখেন তাহলে শেষ লাইনেও ৫০০০ সংখ্যাটি লিখতে হবে। তখন ৫০০০ সংখ্যাটি একবার উপরে অন্যবার নিচে গিয়ে কাটাকাটি করে দুটোই উঠে যাবে। এজন্য এভাবে করুন,

৪২ জনের লাগে = ৩০দিন,
∴১জনের লাগে = ৪২×৩০ দিন (৪২ জনের কাজ ১ জনই করলে সময় বেশি লাগবে তাই গুণ করতে হবে)
∴১৮ জনের লাগে= $\frac{৪২ \times ৩০}{১৮}$ = ৭০দিন। (১ জনের কাজ ১৮ জনে করলে সময় কম লাগবে তাই ভাগ করা হয়েছে।)

পরামর্শ: তিন ধাপ মনে হওয়া একই সংখ্যার নিচের অংকগুলো উপরের নিয়মে করলে ভালোভাবে বুঝতে পারবেন।

৫৩. ১২ জন শ্রমিক ৩ দিনে ৭২০ টাকা আয় করে। ৯ জন শ্রমিক সমপরিমাণ টাকা আয় করে কতদিনে? *[প্রাথ: শিক্ষক নিয়োগ-২০১৫] +[২৬-তম বিসিএস] + [BADC (AC)-2017] + [এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ২ দিনে খ. ৩ দিনে গ. ৪ দিনে ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান:
১২ জন আয় করতে লাগে = ৩ দিন।
১ জন আয় করতে লাগে = ৩×১২দিন।
∴৯জন আয় করতে লাগে = $\frac{৩ \times ১২}{৯}$ = ৪ দিন।

মুখে মুখে: ১০ সেকেন্ডে:
প্রথম দুটি সংখ্যা গুণ করে পরের সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ।
(১২ জন ৭২০ টাকা আয় করে, আবার ৯ জনও ৭২০ টাকা আয় করে,তাই ৭২০টাকা লিখতে হবে না।)

৫৪. ৫০০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ১০০ টাকা হলে, ২০০০০ টাকার ৫ বছরের সুদ কত টাকা হবে? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ১৫০ খ. ২৪০ গ. ২৫০ ঘ. ৪০০ উত্তর: ঘ

সমাধান: উভয়ক্ষেত্রে বছরের পরিমাণ সমান হওয়ায় শুধু আসল দেখবো, আসল ৪ গুণ হওয়ায় সুদও ১০০ এর ৪গুণ = ৪০০ হবে।

অনুপাত আকারে ভাবলে: আসলের অনুপাত ৫০০০ : ২০০০০ = ১:৪ সুতরাং সুদ = (১:৪)×১০০ = ১০০ : ৪০০

নিজে করুন:

৫৫. ৪০ কেজি চালে ৫ সদস্য বিশিষ্ট একটি পরিবারের ২০ দিন চললে, ৭০ কেজি চালে একই পরিবারের কতদিন চলবে? *[(জেলা ও দায়রা জজ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর)]*

ক. ৩০ খ. ৫০ গ. ৩৫ ঘ. ৪০ উত্তর: গ

৫৬. ৬ রীম কাগজে ৭০ পৃষ্ঠার ১৫০ টি বই তৈরি হয়। ২ রীম কাগজে ৭০ পৃষ্ঠার কতটি বই তৈরি হবে? *[সহ: শিক্ষক-২০০৩]*

ক. ৪০ খ. ৫০ গ. ৬০ ঘ. ৭০ উত্তর: খ

৫৭. যদি ৬টি ঘোড়া ৪ দিনে ৩০ সের ছোলা খায়, তবে কয়টি ঘোড়া ঐ সময়ে ২৫ সের ছোলা খাবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা ২০০৯] + [এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: ক

পদ্ধতি-৬: তিন ধাপের ঐকিক

পরামর্শ: এই নিয়মটা সবথেকে ভালো করে বুঝলে পাটিগণিতের লিখিত অংক সাজাতে সমস্যা হবে না।

৩ ধাপ বিশিষ্ট ঐকিক নিয়মের অংক করতে গিয়ে অনেকে সবকিছু গুলিয়ে ফেলেন, কোন সংখ্যাটি কখন উপরে যাবে আবার কোন সংখ্যাটি কখন নিচে যাবে তা নিয়ে ভাবতে গিয়ে অনেক সময় নষ্ট হয়। তাই এখানে বিস্তারিত আলোচনা করে বুঝিয়ে দেয়া হলো। নিয়মটি লিখিত পরীক্ষায় কাজে লাগবে এবং অন্য অনেক অধ্যায়ে, অংক কিভাবে সাজিয়ে লিখতে হয় তা বোঝা যাবে। কিন্তু এমসিকিউ এর জন্য শুধু বুঝলেই হবে না টেকনিকও জানা থাকতে হবে। ৩ বা ৪ ধাপের ঐকিক নিয়মের অংকের উত্তর এক লাইনে বের করা যায় এমন একটি স্পেশাল টেকনিক এখানে দেখানো হলো।

৫৮. যদি ১০ জন লোকের ১০ বিঘা জমির ধান কাটতে ১০ দিন সময় লাগে তবে, ১ জন লোকের ১ বিঘা জমির ধান কাটতে কতদিন লাগবে? *[বিসিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*

ক. ১০ দিন খ. ১ দিন গ. ২ দিন ঘ. ৩ দিন **উত্তর: ক**

সমাধান:

১০ জন ১০ বিঘা জমির ধান কাটে = ১০ দিনে [দিন চাওয়ায় তা শেষে কিন্তু জন আর বিঘার ১০ আগে পরে হলেও সমস্যা নাই।]

$\therefore$ ১০ " ১ " " " " $= \frac{\text{১০দিন}}{\text{১০বিঘা}}$ [১০ বিঘার থেকে ১ বিঘার ধান কাটতে কম সময় লাগবে তাই ভাগ]

$\therefore$ ১ " ১ " " " " $= \frac{\text{১০দিন} \times \text{১০জন}}{\text{১০বিঘা}}$ [১০ জনের কাজ ১ জন ই করলে বেশি সময় লাগবে তাই উপরে গুণ]

Note: এখানে ভাবার সুবিধার্থে ২ লাইনে করার অংক ৩ লাইন লেখা হয়েছে। কিন্তু ২য় লাইনেই ১ জন এবং ১ বিঘা লিখে ভেঙ্গে ভেঙ্গে ভাবতে পারলে ২ লাইনেই উত্তর বের করা সম্ভব হবে। অর্থাৎ যত কম লিখে বেশি ভাবতে পারবেন তত দ্রুত উত্তর আসবে

৫৯. ২০ জন শ্রমিক দৈনিক ৮ ঘন্টা কাজ করে ১৭ দিনে একটি খাল খনন করতে পারে। ৩৪ জন শ্রমিক দৈনিক কত ঘন্টা কাজ করলে ৮ দিনে ঐ খালটি খনন করা যাবে? *[৭ম শ্রেণী -(অনু:৩.১) (পুরাতন সিলেবাস)]*

ক. ৯ খ. ১০ গ. ১১ ঘ. ১২ **উত্তর: খ**

সমাধান: (অংকটা ৩ লাইনেই করা বেটার। এখানে বোঝার জন্য ৫ লাইনে করা হলো। **এগুলো রিটেনে** লাগবে, MCQ এর জন্য শর্টকাট)

২০ জনে ১৭ দিনে করতে হলে কাজ করতে হয় = ৮ ঘন্টা *(যেটা বের করতে হবে সেটা শেষে লিখতে হবে)*

১ জনে ১৭ " " " " " " = ৮×২০ঘন্টা (১ জনে ২০ জনের কাজ করতে সময় বেশী লাগবে তাই গুন হলো)

১ জনে ১ " " " " " " = ৮×২০×১৭ ঘন্টা *(এখানেই অনেকে ভুল করে, ১৭ দিনের কাজ ১ দিনে করতে হলে তো আরো বেশী সময় লাগবে তাই পুনরায় গুণ হবে, অনেকে মনে করেন একবার গুণ হলে আরেকবার ভাগ হয় যা আসলে বোকার ধারণা)*

৩৪ জনে ১ " " " " " " $= \frac{৮ \times ২০ \times ১৭}{৩৪}$ *(১ জনের কাজ ৩৪ জনে করায় কম লাগবে তাই ভাগ)*

৩৪ জনে ৮ " " " " " " $= \frac{৮ \times ২০ \times ১৭}{৩৪ \times ৮} = ১০$ ঘন্টা (১ দিনের কাজ ৮ দিনে করায় কম কাজ করতে হবে)

লক্ষ্যণীয়: যে লাইনের কাজ করবেন তার আগের লাইনের সাথে ঐ লাইনের পার্থক্যটি দেখে গুন বা ভাগ করার সিদ্ধান্ত নিন।

(আপনি খাতায় অংক করার সময় মাঝখানের কথাগুলো না লিখে শুধু সংখ্যাগুলো লিখলে অংকটা অনেক ছোট হবে, সময় ও লাগবে অনেক কম)

Super Shortcut

মুখে মুখে একলাইনে ১০ সেকেন্ডে উত্তর: ২০×১৭×৮ =৩৪×৮×x (এরপর দুপাশে সরাসরি কাটাকাটি করে) $\therefore x = ১০$

এরকম ৩/৪/৫ ধাপের বড় বড় ঐকিক নিয়মের প্রশ্ন মাত্র কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের করার জন্য **MDH Method** এর নিচের আলোচনাটি খুব মনযোগ দিয়ে পড়ুন এবং টেকনিকটি প্রয়োগ করে ১০টি + অংকের সমাধান করুন।

MDH Method (Concept Clear)

এমসিকিউ পরীক্ষায় ঐকিক নিয়মের বড় বড় অংকের কোন সংখ্যা উপরে আর কোন সংখ্যা নিচে যাবে এই চিন্তা থেকে মুক্তি পেতে চাইলে এখান থেকে **MDH Method** এর ব্যাসিক নিয়মগুলো শিখে মাত্র ৩০ মিনিট সময় দিয়ে পরের দুটা পদ্ধতির অংকগুলো করে ফেললে অন্যরা অংক রিডিং পড়ে বোঝার আগেই আপনি ম্যাজিকের মত উত্তর বের করতে পারবেন।

Formula of MDH Method: $\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$

উদাহরণ সহ সূত্রটির বিস্তারিত ব্যাখ্যা:

সাধারণত ঐকিক নিয়মের অংকে দুটি অংশ থাকে। যেমন:

৬০. ২০ জন শ্রমিক দৈনিক ৮ ঘন্টা কাজ করে ১৭ দিনে একটি খাল খনন করতে পারে। ৩৪ জন শ্রমিক দৈনিক কত ঘন্টা কাজ করলে ৮ দিনে ঐ খালটি খনন করা যাবে? *[৭ম শ্রেণী -(অনু:৩.১) (পুরাতন সিলেবাস)]*

ক. ৯ খ. ১০ গ. ১১ ঘ. ১২ **উত্তর: খ**

প্রদত্ত প্রশ্নটিতে,

প্রথম অংশ	দ্বিতীয় অংশ
২০ জন শ্রমিক দৈনিক ৮ ঘন্টা কাজ করে ১৭ দিনে একটি খাল খনন করতে পারে	৩৪ জন শ্রমিক দৈনিক কত ঘন্টা কাজ করলে ৮ দিনে ঐ খালটি খনন করা যাবে?
এই অংশে, Man বা M_1= ২০ জন শ্রমিক Day বা দিন = D_1=১৭ দিন। Hour বা সময় = H_1= ৮ ঘন্টা এবং এবং Work বা কাজ = W_1=১ (১টি খাল)	এই অংশে, Man বা M_2= ৩৪ জন শ্রমিক Day বা দিন = D_2=৮ দিন। Hour বা সময় = H_2= ? (দেয়া নেই) এবং Work বা কাজ = W_2= ১ (ঐ ১ টি খাল)
প্রশ্নের প্রথম অংশে প্রদত্ত সবগুলো ক্রু সূত্রের বাম পাশে বসে।	প্রশ্নের ২য় অংশে প্রদত্ত সবগুলো ক্রু সূত্রের ডান পাশে বসে।
যেটার মান বের করতে বলা হবে তা প্রশ্নে থাকবে না। তাই ঐ মানটাকে x ধরে নিয়ে সূত্রে ফেলতে হবে। এখানে ঘন্টা H_2= x	
তাহলে সূত্রানুসারে মান বসালে $\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2} \Rightarrow \frac{২০ \times ১৭ \times ৮}{১} = \frac{৩৪ \times ৮ \times x}{১}$	
এরপর সমীকরণের দু পাশে কাটা কাটি করলে **x = ১০ দিন** ই হলো উত্তর। [**Note:** x =একপাশে অন্য সবগুলো আনতে হবে না]	

এ সূত্র সম্পর্কিত কিছু কমন প্রশ্ন এবং উত্তর: (এই টেবিলটা ভালোভাবে বুঝলে আর খুব বেশি কিছু অজানা থাকবে না।)

প্রশ্ন	উত্তর
M× D× T এগুলো গুণ হলো কেনো?	কাজের অংকের ক্ষেত্রে মানুষ বা দিন বা ঘন্টা যা ই হোক না কেনো মোট কাজের পরিমাণ বের করার জন্য সবগুলো গুণ করলে কাজের ইউনিট বের হয়। গুণ হয়। অর্থাৎ এদের সাথে গুণের সম্পর্ক।
সূত্রের দু পাশের মানগুলো সমান হওয়ার লজিক কি?	যেহেতু উভয় ক্ষেত্রে একই কাজের মোট ইউনিট বের হয় তাই তা সমান।
W দিয়ে ভাগ হয় কেনো?	ধরেন ৩টা খাল খনন করতে ৩০০ইউনিট মজুর লাগবে, তাহলে ১টা খাল খনন করতে ৩০০÷৩ ইউনিট মজুর লাগবে। অর্থাৎ M×D×T = মোট ইউনিট কাজ বের হলে W দিয়ে ভাগ করলে ১টির মোট ইউনিট বের হবে।
W বা Work হয় কোনগুলো।	১০টি বক্স বানানো, ৪০০মিটার দৌড়া, ১০০ লিটার পানি তোলা, ৫০ পৃষ্ঠা টাইপ করা অর্থাৎ যে কোন কাজের পরিমাণ ই হলো Work

প্রশ্ন রিডিং পড়ার এবং সূত্রে ফেলার সময় সবথেকে বেশি গুরুত্ব দিতে হবে কোন পয়েন্টে?	যত বড় প্রশ্নই হোক শুধু **Work** কে বের করে তা সূত্রের নিচে দিয়ে অন্য সবগুলো উপরে গুণ। কোনটা না থাকলে ওটা ছাড়াই বাকীগুলো বসবে।
কোন কিছু না বুঝে শুধু W নিচে লিখে অন্য সবগুলো উপরে গুণ করে কাটাকাটি করলে কি সঠিক উত্তর বের হবে?	সাধারণ প্রশ্নগুলো সব হবে। যদি অন্য অতিরিক্ত লেজুড় লাগানো না থাকে। কারণ W দিয়ে ভাগ হয়। আর অন্য গুলো গুণ করার ক্ষেত্রে MDH বা DMH বা HMD এরকম এলোমেলো হলেও সমস্যা নাই। গুণফল একই
দ্রুত কাটাকাটি কিভাবে করা যায়?	মনে রাখবেন, উভয়পাশে আড়াআড়ি কাটাকাটি যায় না। কিন্তু একই পাশে উপরে নিচে এবং পাশাপাশি লবে লবে এবং হরে হরে কাটাকাটি করা যায়।

উপরের এই ব্যাসিক আলোচনা দিয়েই এখন অংক করতে থাকলে সহজেই সব ধরতে পারবেন। কিছু কিছু ক্ষেত্রে সূত্রে ফেলার আগে সাজিয়ে নিতে হবে, কিন্তু সমাধানগুলো দেখলে আপনি খুব সহজেই এমনিতেই পারবেন।

৬১. ২ কম্পিউটার অপারেটর ২ মিনিটে ২ পৃষ্ঠা টাইপ করতে পারে। ৬ মিনিটে ১৮ পৃষ্ঠা টাইপ করতে কত জন কম্পিউটার অপারেটর লাগবে? *[২৮তম বিসিএস] + [এনএসআই(কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

ক. ৩ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ৯ উত্তর: গ

সমাধান: ২ মিনিটে ২ পৃষ্ঠা টাইপ করে = ২ জন

$\therefore$ ১ " ১ " " " $= \frac{২\times২}{২}$

$\therefore$ ৬ " ১৮ " " " $= \frac{২\times২\times১৮}{২\times৬} = ৬$ জন।

MDH Method: ২য় অংশে অপারেটরের সংখ্যা = x ধরে,

$\frac{M_1\times T_1}{W_1} = \frac{M_2\times T_2}{W_2} \Rightarrow \frac{২\times২}{২} = \frac{x\times৬}{১৮}$ $\therefore x = ৬$

৬২. দৈনিক ৭ ঘন্টা কাজ করে ১৬ জন লোক ৬০ দিনে একটি দালান তৈরী করতে পারে। দৈনিক ১৫ ঘন্টা কাজ করে ১৪ জন লোক ঐ দালান কত দিনে তৈরী করতে পারবে? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ২৪ খ. ৩০ গ. ৩২ ঘ. ৪২ উত্তর: গ

সমাধান:

৭ ঘন্টা কাজ করে ১৬ জন লোক দালানটি তৈরী করে = ৬০ দিনে

$\therefore$ ১ " " " ১ " " " " " $= ৬০\times৭\times১৬$ (কম ঘন্টা করলে বেশি দিন +কম লোক করলে আরো বেশি)

$\therefore$ ১৫ " " " ১৪ " " " " " $= \frac{৬০\times৭\times১৬}{১৫\times১৪} = ৩২$ দিন। (বেশি ঘন্টা ও বেশি লোক করলে কম দিন)

MDH Method:

১ম অংশে	$M_1 = ১৬$	$D_1 = ৬০$	$H_1 = ৭$	$W_1 = ১$	শেষ অংশে	$M_2 = ১৪$	$D_2 = x$	$H_2 = ১৫$	$W_2 = ১$

Shortcut: $\frac{M_1\times D_1\times H_1}{W_1} = \frac{M_2\times D_2\times H_2}{W_2} \Rightarrow ৬০\times৭\times১৬ = ১৪\times x\times১৬ \quad \therefore x = ৩২$

[**Note:** W এর মান দুপাশে সমান হলে W এর মান না লেখাই বেটার। কারণ W এর মান না লিখলে ভগ্নাংশ আসবে না।]

৬৩. শফিক দৈনিক ১০ ঘন্টা করে হেঁটে ১২ দিনে ৪৮০ কিমি পথ অতিক্রম করে। দৈনিক ৯ ঘন্টা করে হেঁটে কত দিনে সে ৩৬০ কিমি পথ অতিক্রম করতে পারবে? *[৬ ষ্ঠ শ্রেণী- অনু: ২.৩ এর উদা: ১৭]*

ক. ৮ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৪ উত্তর: খ

সমাধান:

১০ ঘন্টা করে হেঁটে ৪৮০ কিমি. যায় = ১২ দিনে

১ " " " ১ " $= \frac{১২\times১০}{৪৮০}$ *[৪৮০ কিমি এর পরিবর্তে ১ কিমি গেলে সময় কম লাগবে তাই ভাগ]*

৯ " " " ৩৬০ " " $= \frac{১২\times১০\times৩৬০}{৪৮০\times৯} = ১০$ দিন *[১ কিমির স্থলে ৩৬০ যেতে সময় বেশি লাগবে তাই উপরে গুণ]*

MDH Method:

প্রথম অংশে	$D_1 = ১২$	$H_1 = ১০$	$W_1 = ৪৮০$	শেষ অংশে	$D_2 = x$	$H_2 = ৯$	$W_2 = ৩৬০$

Shortcut: $\frac{D_1\times H_1}{W_1} = \frac{D_2\times H_2}{W_2} \Rightarrow \frac{১০\times১২}{৪৮০} = \frac{৯\times x}{৩৬০} \quad \therefore x = ১০$ দিন।

৬৪. দৈনিক ৬ ঘন্টা পরিশ্রম করে ১০ জন লোক একটি কাজ ৭ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘন্টা পরিশ্রম করে ১৪ জনে ৬ দিনে ঐ কাজ করতে পারবে? *[বিবিএস(খানা পরিসংখ্যানবিদ):২০২০] +[বাংলাদেশ ওভারসিজ এমপ্লয়মেন্ট এ্যান্ড সার্ভিসেস (কম্পি: অপা:)২০২০]*

ক. ৫ ঘন্টা খ. ১৫ ঘন্টা গ. ১০ ঘন্টা ঘ. ৭ ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান:

১০ জন লোক ৭ দিনে পরিশ্রম করে = ৬ ঘন্টা করে

$\therefore$ ১ " " ১ " " " $= ৬\times১০\times৭$ " "

$\therefore$ ১৪ " " ৬ " " " $= \frac{৬\times১০\times৭}{১৪\times৬} = ৫$ ঘন্টা করে []

[**MDH:** $৬\times১০\times৭ = ১৪\times৬\times x \ \therefore x = ৫$]

Note: গুণ করার সময় MDH এর সিরিয়াল মেইনটেইন করতে হবে না। এলোমেলো করে গুণ করলেও গুণফল একই হবে

নিজে করুন:

৬৫. ১০ জন পুরুষ দিনে ৬ ঘন্টা কাজ করে একটি কাজ ১৪ দিনে শেষ করতে পারে। একই কাজ ১০ দিনে শেষ করতে ১২ জন পুরুষকে দিনে কত ঘন্টা কাজ করতে হবে? *[NSI-(ফিল্ড অফিসার)-2021]* [**MDH:** $১০\times৬\times১৪ = ১০\times১২\times x \ \therefore x = ৭$]

ক. ৬ ঘন্টা খ. ৭ ঘন্টা গ. ৮ ঘন্টা ঘ. ৯ ঘন্টা উত্তর: খ

৬৬. একটি গার্মেন্টস ফ্যাক্টরিতে ১৫০ জন শ্রমিক ১৫ দিনে ৬৭৫০ টি জামা তৈরি করতে পারেন। ঐ ফ্যাক্টরির ৬৫ জন শ্রমিক কত দিনে ৩৩১৫ টি জামা তৈরি করতে পরবেন? *[৭ম শ্রেণী অনু ৩.২ (পুরাতন সিলেবাস)]* [**Hints**= $\frac{১৫\times১৫০\times৩৩১৫}{৬৭৫০\times৬৫} = ১৭$ দিন।]

৬৭. ইসহাক সাহেব ৪টি গরু দ্বারা ৭ দিনে ৪০ হেক্টর জমি চাষ করতে পারেন। ৬ টি গরু দ্বারা ১০$\frac{১}{২}$ দিনে তিনি কত হেক্টর জমি চাষ করতে পারবেন? *[৭ম শ্রেণী অনু ৩.২ (পুরাতন সিলেবাস)]* [**Hints** $\frac{৪০\times৬\times২১}{৪\times৭\times২} = ৯০$] [$১০\frac{১}{২}$ কে $\frac{২১}{২}$ ধরে] উত্তর: ৯০

৬৮. ১৬ জন লোকের ১ সপ্তাহে ৫৬ কেজি চাল লাগে। ২৪ জন লোকের ৬ সপ্তাহে কত কেজি চাল লাগবে?

ক. ৪০২ খ. ৪০৪ গ. ৪০৫ ঘ. ৫০৪ উত্তর: ঘ

[**Hints:** এখানে খাবার লাগবে বলায় কম লোকের কম লাগবে তাই ভাগ তারপর বেশি লোকের বেশিদিনের জন্য দুবার ই গুণ]

৬৯. ৮ জন লোকের ১৬ দিনে ৬৪ কেজি চাল লাগে। কত জন লোকের ১০ দিনের জন্য ৭০ কেজি চাল লাগবে?

ক. ১৫ খ. ১৪ গ. ১৮ ঘ. ১০ উত্তর: খ

[**Hints:** (১৬ দিনে ৬৪ কেজি = ৮ জন, এরপর $\frac{৮\times১৬\times৭০}{৬৪\times১০}$ দিন কমলে বেশি লোক, কিন্তু কেজি কমলে কম লোক)

মানসিক দক্ষতা সম্পর্কিত :

৭০. ৭ জন লোক ৭ দিনে ৭ টি টেবিল তৈরি করে। ৫জন লোকের ৫ টি টেবিল তৈরি করতে কয়দিন লাগবে ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব করণিক)-২০১৮]*

ক. ১ খ. ৫ গ. ৭ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: (লিখিত নিয়মে)	MDH Method:
৭ জন লোককে ৭ টি টেবিল বানাতে সময় লাগে = ৭ দিন।	এখানে ২য় অংশের দিন $D_2 = x$ ধরে
$\therefore$ ১ " " ১ " " " " $= \frac{৭\times৭\text{ জন}}{৭\text{ টি}}$	$\frac{M_1\times D_1}{W_1} = \frac{M_2\times D_2}{W_2} \Rightarrow \frac{৭\times৭}{৭} = \frac{৫\times x}{৫} \quad \therefore x = ৭$
$\therefore$ ৫ " " ৫ " " " " $= \frac{৭\times৭\times৫}{৭\times৫} = ৭$	

বাস্তবে ভাবলে: ৫ জন লোকের ৫টি টেবিল বানানোর জন্য ৫দিন লাগে। এখন সেখানে ৭-৫ = ২টি টেবিল বাড়িয়ে দেয়ায় বেশি দিন লাগার কথা কিন্তু এই দুটি অতিরিক্ত টেবিলের জন্য যেহেতু ২জন অতিরিক্ত লোক প্রদান করা হয়েছে তাই আগে যত দিন লাগত এখন তত দিনই লাগবে।

৭১. ৬ জন শ্রমিক ৬দিনে ৬ টি কাপড় বুনতে পারে। একই ধরণের ৯ টি কাপড় ৯ জন শ্রমিকের বুনতে কতদিন লাগবে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*

ক. ৬ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১৮ উত্তর: ক

সমাধান: ৬ জন শ্রমিক ৬ টি কাপড় বুনতে পারে = ৬ দিনে

$\therefore$ ১ " " ১ " " " " $= \frac{৬ \times ৬}{৬}$ "

$\therefore$ ৯ " " ৯ " " " " $= \frac{৬ \times ৬ \times ৯}{৬ \times ৯} =$ ৬ দিনে।

যতটি কাপড় ততজন শ্রমিক থাকায় আগে যতদিন লেগেছিল তাই এখনো সমান দিন সময় লাগবে। কিন্তু এভাবে ভাবার থেকে **MDH** এ করা বেটার।

নিচের প্রশ্ন দুটি থেকে MDH Method এর Work = W কিভাবে বের করতে হয়, বুঝতে খুব মনযোগ দিয়ে ভাবুন

৭২. ৪ জন তাঁতী ৪ দিনে ৪টি মাদুর তৈরী করতে পারে। একই হারে ৮ জন তাঁতী ৮ দিনে কতটি মাদুর তৈরী করতে পারবে? *[পূবালী ব্যাংক (অফিসার)-২০১৪]*

ক. ৪ খ. ৮ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: ঘ

MDH Method:

প্রথম অংশে	শেষ অংশে
$M_1 = ৪$	$M_2 = ৮$
$D_1 = ৪$	$D_2 = ৮$
$W_1 = ৪$	$W_2 = x$

এখানে মাদুরের সংখ্যা বের করতে বলায় তা কাজের আউটপুট হিসেবে $W_2 = x$

$\frac{M_1 \times D_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2}{W_2} \Rightarrow \frac{৪ \times ৪}{৪} = \frac{৮ \times ৮}{x} \quad \therefore x = ১৬$

মুখে মুখে উত্তর বের করার টেকনিক : ৪ জনকে ৪ টা বানাতে ৪ দিন লাগলে তাঁতীর সংখ্যা দ্বিগুণ হলে মাদুরও তৈরী হবে দ্বিগুণ অর্থাৎ ৮টি, আবার দিনের সংখ্যা দ্বিগুণ হওয়ায় আরো দ্বিগুণ মাদুর তৈরী হবে অর্থাৎ ৮×২ = ১৬টি।

৭৩. ৪ জন তাঁতী ৪ দিনে ৪টি মাদুর তৈরী করতে পারে। একই হারে ৮ জন তাঁতী কত দিনে ৮টি মাদুর তৈরী করতে পারবে?

ক. ৪ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. ১০ উত্তর: ক

MDH Method:

প্রথম অংশে	শেষ অংশে
$M_1 = ৪$	$M_2 = ৮$
$D_1 = ৪$	$D_2 = x$
$W_1 = ৪$	$W_2 = ৮$

এখানে মাদুরের সংখ্যা দেয়াই আছে তাই দিন বের করতে বলায় $D_2 = x$

$\frac{M_1 \times D_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2}{W_2} \Rightarrow \frac{৪ \times ৪}{৪} = \frac{৮ \times x}{৮} \quad \therefore x = ৪$

মুখে মুখে উত্তর বের করার টেকনিক : ৪ জনকে ৪ টা বানাতে ৪ দিন লাগলে ৮টি মাদুর বানাতে বেশি লোকের প্রয়োজন কিন্তু লোক আগের থেকে বেশি অর্থাৎ ৮জন থাকলে আগে যতদিন লাগতো এখন ও ততদিন ই লাগবে।

নিজে করুন:

৭৪. ৫ জন তাঁতীর ৫ টি পোশাক তৈরী করতে ৫ দিন লাগলে ৭ জন তাঁতী ৭ টি পোশাক তৈরী করতে কত দিন সময় লাগবে? *(৩৩তম বিসিএস)+ [সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর (অর্থনৈতিক সম্পর্ক বিভাগ)-২০২১]*

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: ক

৭৫. যদি ৬ জন বালক ৬ মিনিটে ৬ পৃষ্ঠা লিখতে পারে, তবে একজন বালকের এক পৃষ্ঠা লিখতে কত সময় লাগবে?

ক. ৬ খ. ৩ গ. ২ ঘ. ১ উত্তর: ক

৭৬. যদি ১০ মিনিটে ১০টি মাকড়সা ১০টি মাছি ধরতে পারে তাহলে ২০০ মিনিটে ২০০টি মাকড়সা কতগুলি মাছি ধরবে?

ক. ২০০০টি খ. ৫০০০ টি গ. ৪০০০ টি ঘ. ৩০০০ টি উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৭: চার ধাপের ঐকিক

৭৭. দৈনিক ৮ ঘন্টা কাজ করে ৪২ জন লোক ৪১ দিনে ৮২০ মিটার রাস্তা পাকা করতে পারে। দৈনিক ৭ ঘন্টা কাজ করে কতজন লোক ৩৬ দিনে ১২৩০ মিটার রাস্তা পাকা করতে পারবে? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]*

ক. ৬৮ খ. ৮২ গ. ৯৬ ঘ. ১০২ উত্তর: খ

সমাধান: (অনেক বড় ঐকিক নিয়মের প্রশ্ন হলেও লজিক ঠিক রেখে করলে সময় কম লাগবে এবং সঠিক উত্তর আসবে)

৪১ দিনে ৮২০ মিটার রাস্তা দৈনিক ৮ ঘন্টা কাজ করে পাকা করে = ৪২ জন লোক

$\therefore$ ১ " ১ " " " ১ " " " " " $= \frac{৪২ \times ৪১ \times ৮}{৮২০}$ " "

$\therefore$ ৩৬ " ১২৩০ " " " ৭ " " " " " $= \frac{৪২ \times ৪১ \times ৮ \times ১২৩০}{৮২০ \times ৩৬ \times ৭} =$ ৮২ জন লোক **উত্তর: ৮২।**

MDH Method: (এই নিয়মের ব্যাসিক আলোচনা এর আগের ৩ ধাপের ঐকিকের শুরু থেকে দেখার পর সমাধান করুন)

১ম অংশে	$M_1 = ৪২$	$D_1 = ৪১$	$H_1 = ৮$	$W_1 = ৮২০$	শেষ অংশে	$M_2 = x$	$D_2 = ৩৬$	$H_2 = ৭$	$W_2 = ১২৩০$

Shortcut: $\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2} \Rightarrow \frac{৪২ \times ৪১ \times ৮}{৮২০} = \frac{x \times ৩৬ \times ৭}{১২৩০} \quad \therefore x = ৮২$

পরামর্শ: এই প্রশ্নে, Work বা কাজ বের করার জন্য প্রশ্ন করুন এভাবে, কি কাজ করে? ৮ ঘন্টা করে? না এটা কাজ না। ৪২ জন করে? না, এটাও কাজ না। ৪১ দিন করে? না। ৮২০ কিমি রাস্তা পাকা করে? হ্যাঁ এই কাজটাই তারা করেছে।। অর্থাৎ যে কাজটা করে তার আউটপুট হলো W । প্রশ্ন রিডিং পড়ার পর W এর মান ধরতে পারলে অন্য সবগুলো গুণ করে শুধু নিচে W বসিয়ে কাটাকাটি করলেই উত্তর। কোন যুক্তি/চিন্তা বা ব্যাখ্যা নতুন করে ভাবা লাগবে না।

৭৮. দৈনিক ৯ ঘন্টা কাজ করে ৫ জন শ্রমিক ৩ দিনে ৯ টি বাক্স বানাতে পরে। দৈনিক ১০ ঘন্টা কাজ করে ৮ জন শ্রমিক ৬ দিনে একই রকমের কতটি বাক্স বানাতে পারবে ? *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*

ক. ৫৪টি খ. ৪৮টি গ. ৩৬টি ঘ. ৩২টি উত্তর: ঘ

সমাধান:

৯ ঘন্টা করে কাজ করে ৫ জন শ্রমিক ৩ দিনে বানাতে পারে = ৯ টি বক্স।

১ " " " " ১ " " ১ " " " $= \frac{৯}{৯ \times ৫ \times ৩}$ *[ঘন্টা, শ্রমিক ও দিন কমলে বক্স কম তৈরি হবে]*

১০ " " " " ৮ " " ৬ " " " $= \frac{৯ \times ১০ \times ৮ \times ৬}{৯ \times ৫ \times ৩}$ টি বক্স। = ৩২টি।

MDH Method:

১ম অংশে	$M_1 = ৫$	$D_1 = ৩$	$H_1 = ৯$	$W_1 = ৯$	শেষ অংশে	$M_2 = ৮$	$D_2 = ৬$	$H_2 = ১০$	$W_2 = x$

Shortcut: $\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2} \Rightarrow \frac{৫ \times ৩ \times ৯}{৯} = \frac{৮ \times ৬ \times ১০}{x} \quad \therefore x = ৩২$

৭৯. দৈনিক ১৪ ঘন্টা কাজ করে ৯ টি মেশিন ১০ দিনে ২৮০০ লিটার পানি উত্তোলন করতে পারে। দৈনিক ১৮ ঘন্টা কাজ করে ৮ টি মেশিন কত দিনে ৩২০০ লিটার পানি উত্তোলন করতে পারবে ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ৯ দিনে খ. ১০ দিনে গ. ১২ দিনে ঘ. ১৬ দিনে উত্তর: খ

সমাধান:

১৪ ঘন্টা করে কাজ করে ৯টি মেশিন দিয়ে ২৮০০ লিটার পানি উত্তোলন করতে সময় লাগে = ১০দিন

$\therefore$ ১ " " " " ১" " " ১ " " " " " " $= \frac{১০ \times ১৪ \times ৯}{২৮০০}$ দিন।

$\therefore$ ১৮ " " " " ৮" " " ৩২০০ " " " " " " $= \frac{১০ \times ১৪ \times ৯ \times ৩২০০}{২৮০০ \times ১৮ \times ৮} = ১০$ দিন

ব্যাখ্যা: লিখিত পরীক্ষায় সাজিয়ে লেখার জন্য এই ব্যাখ্যাটি পড়ুন। যুক্তি বুঝলে সমাধান সাজানো সহজ হবে।

প্রথমে, ১৪ ঘন্টা কাজ না করে ১ ঘন্টা কাজ করলে সময় বেশি লাগবে, তাই গুণ অর্থাৎ উপরে যাবে, আবার ৯টি মেশিনের বদলে ১টি দিয়ে কাজ করলে আরো বেশি সময় লাগবে তাহলে আবার গুণ। কিন্তু ২৮০০ লিটার পানির বদলে ১ লিটার পানি তুলতে কম সময় লাগবে তাই ভাগ।

এখন উপরের গুণ ভাগ দেখে তার নিচের সংখ্যাগুলো বিপরীত পাশে বসিয়ে যেমন ১৪ এর বিপরীত পাশে ১৮, ৯ বিপরীতে ৮ এবং ২৮০০ নিচে বসেছে তাই ৩২০০ কে উপরে বসিয়ে কাটাকাটি করলেই উত্তর বের হবে। অথবা আবার ভেঙ্গে ভেঙ্গেও ভাবতে পারেন। উত্তর: ১০ দিনই আসবে।

MDH Method:

১ম অংশে	$M_1 = ৯$	$D_1 = ১০$	$H_1 = ১৪$	$W_1 = ২৮০০$	শেষ অংশে	$M_2 = ৮$	$D_2 = x$	$H_2 = ১৮$	$W_2 = ৩২০০$

Shortcut: $\frac{M_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2 \times H_2}{W_2} \Rightarrow \frac{৯ \times ১০ \times ১৪}{২৮০০} = \frac{৮ \times x \times ১৮}{৩২০০}$ $\therefore x = ১০$ দিন।

৮০. সপ্তাহে ৪২ ঘন্টা কাজ করে ৬৩ জন শ্রমিক ২০ সপ্তাহে ২৫২০ টি খেলনা গাড়ি বানাতে পারে। সপ্তাহে ৩৫ ঘন্টা কাজ করে ২১ সপ্তাহে ২৭৩০ টি খেলনা গাড়ি বানাতে মোট কতজন শ্রমিক লাগবে? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]*

ক. ৭৮ খ. ৬৮ গ. ৮৭ ঘ. ৯৮ উত্তর: ক

সমাধান:

৪২ ঘন্টা করে কাজ করে ২০ সপ্তাহে ২৫২০ টি খেলনা বানাতে পারে = ৬৩ জন।

$\therefore$ ১ " " " " ১ " ১ টি " " " $= \frac{৬৩ \times ৪২ \times ২০}{২৫২০}$ জন।

$\therefore$ ৩৫ " " " " ২১ " ২৭৩০ টি " " " $= \frac{৬৩ \times ৪২ \times ২০ \times ২৭৩০}{২৫২০ \times ৩৫ \times ২১} = ৭৮$ জন।

নিজে করুন:

৮১. দৈনিক ৯ ঘন্টা কাজ করে ১১৯ জন শ্রমিক ৭৬ দিনে ১৭ কিলোমিটার রাস্তা নির্মাণ করতে পারে। দৈনিক ১২ ঘন্টা কাজ করে ৯৩ দিনে ৩১ কিলোমিটার রাস্তা নির্মাণ করতে কতজন শ্রমিক প্রয়োজন হবে ? *[জাতীয় নিরাপত্তা গোয়েন্দা সংস্থা (NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১৩৩ খ. ১২৬ গ. ১২৫ ঘ. ১১৯ উত্তর: ক

৮২. দৈনিক ৭ ঘন্টা পরিশ্রম করে ২৮৮ জন শ্রমিক ৪১ দিনে ২ টি ব্রিজ তৈরী করতে পারে। দৈনিক ৯ ঘন্টা পরিশ্রম করে ৮২ দিনে একই ধরনের ৪ টি ব্রিজ তৈরী করতে কত জন শ্রমিকের প্রয়োজন হবে? *[ইউনাইটেড কমার্শিয়াল ব্যাংক লিমিটেড (অফিসার)-২০২০]*

ক. ২২৪ খ. ২৪২ গ. ৩২৪ ঘ. ৩৫৭ উত্তর: ক

৮৩. দৈনিক ৮ ঘন্টা কাজ করে ৩টি পাম্প ১টি জলাধারকে ২দিনে খালি করতে পারে। জলাধারকে ১দিনে খালি করতে হলে ৪টি পাম্পের দৈনিক কত ঘন্টা কাজ করতে হবে ? *[BADC (AO)-2017]*

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ১৬ উত্তর: খ

৮৪. একটি সেনাবাহিনীর ব্যারাকে ৩৩০০ জনের প্রত্যেকে ৮৫০ গ্রাম করে খাবার জন্য ৩২ দিনের খাবার আছে। ৭ দিন পর, নতুন কিছু সৈনিক আসল। এখন প্রত্যেক জন ৮২৫ গ্রাম করে খাবার খাওয়ায় অবশিষ্ট খাবার ১৭ দিনে শেষ হয়ে গেলে নতুন আসা সৈনিকের সংখ্যা কত?

ক. ১০০০ খ. ১৭০০ গ. ১৫০০ ঘ. ১৬০০ উত্তর: খ

পদ্ধতি-০৮: পুরুষ-মহিলা-বালকের ঐকিক

প্রশ্নে অথবা থাকলে (পুরুষ অথবা মহিলা) :

প্রশ্নের মধ্যে অথবা যুক্ত থাকলে, অর্থাৎ হয় পুরুষ করে অথবা মহিলা করে। এই ধরণের প্রশ্ন প্রিলির পরীক্ষায় বেশি আসে। এখানে শর্টকাট নিয়ম এবং বিস্তারিত সমাধানের টেকনিক নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হলো।

এই অংকগুলো করার সময় সবাইকে একই বানিয়ে তারপর করতে হবে। অর্থাৎ সবাইকে পুরুষ অথবা সবাইকে মহিলা বানাতে হবে।

৮৫. ৩ জন পুরুষ বা ৯ জন বালক একটি একটি কাজ ৬০ দিনে করতে পারে। ১১ জন পুরুষ ও ২৭ জন বালকের ঐ কাজ করতে কতদিন লাগবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ৬দিন খ. ৯দিন গ. ১০ দিন ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: খ

বিস্তারিত সমাধান:

এখানে ৩জন পুরুষ = ৯ জন বালক

বা ৯ জন বালক = ৩ জন পুরুষ

$\therefore$ ২৭ " " $= \frac{৩ \times ২৭}{৯} = ৯$ পুরুষ।

সুতরাং ১১ জন পুরুষ + ২৭ জন বালক = ১১ জন পুরুষ + ৯ জন পুরুষ = ২০ জন পুরুষ।

৩ জন পুরুষকে কাজটি করতে সময় লাগে = ৬০ দিন।

$\therefore$ ২০ " " " " " " $= \frac{৬০ \times ৩}{২০} = ৯$ দিন।

মনে রাখুন: এরকম প্রশ্নে সবাইকে পুরুষ অথবা সবাইকে বালকে পরিবর্তন করে তারপর হিসেব করতে হবে। এক্ষেত্রে ভগ্নাংশ না এনে পূর্ণ সংখ্যা আনার জন্য যেটা ভাঙ্গা সহজ হবে সেটাকে ভাঙ্গতে হবে।

পরামর্শ: শেষের ঐকিক নিয়মের এই অংশটি **MDH** নিয়মেও দ্রুত করা যায়।

শর্টকাট: প্রশ্নের প্রথম অংশের পুরুষ ও মহিলাকে ১ম পুরুষ এবং ১ম মহিলা আবার ২য় অংশে থাকলে ২য় পুরুষ ও ২য় মহিলা।

$$\frac{\text{১ম পুরুষ} \times \text{১ম বালক} \times \text{১ম দিন}}{(\text{১ম পুরুষ} \times \text{২য় বালক}) + (\text{২য় পুরুষ} \times \text{১ম বালক})} = \frac{৩ \times ৯ \times ৬০}{(৩ \times ২৭) + (৯ \times ১১)} = \frac{৩ \times ৯ \times ৬০}{৮১ + ৯৯} = \frac{৩ \times ৯ \times ৬০}{১৮০} = ৯ \text{ দিন।}$$

৮৬. ৩ জন পুরুষ বা ৫ জন বালক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে। ৬ জন পুরুষ ও ১০ জন বালক কাজটি কত দিনে শেষ করবে? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]*

ক. ১ খ. ৮ গ. ৫ ঘ. ৬ উত্তর: গ

বিস্তারিত সমাধান:

৫ জন বালক = ৩ জন পুরুষ

১০ জন বালক $= \frac{৩}{৫} \times ১০ = ৬$ পুরুষ

$\therefore$ ৬ জন পুরুষ + ১০ জন বালক = (৬+ ৬) পু: = ১২ জন পুরুষ

এখন, ৩ জন পুরুষ কাজটি করতে পারে = ২০ দিনে ।

$\therefore$ ১২ " " " " " $= \frac{২০ \times ৩}{১২} = ৫$ দিনে।

শর্টকাট: $\frac{৩ \times ৫ \times ২০}{(৩ \times ১০) + (৫ \times ৬)} = \frac{৩ \times ৫ \times ২০}{৩০ + ৩০} = \frac{৩ \times ৫ \times ২০}{৬০} = ৫$

Note: বালকদেরকে পুরুষ অথবা পুরুষদেরকে বালক যে কোনভাবে কনভার্ট করে করা যায়। তবে ভগ্নাংশ না এনে করার চেষ্টা করুন।

৮৭. ২ জন পুরুষ ৩ জন বালকের সমান কাজ করে। ৪ জন পুরুষ ও ১০ জন বালক একটি কাজ ২১ দিনে করতে পারে। ঐ কাজটি ৬ জন পুরুষ ও ১৫ জন বালক কত দিনে করতে পারবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-অনু:২.৩] + [বাংলাদেশ পুলিশ, অপরাধ তদন্ত বিভাগ (অফিস সহায়ক):২০২১]*

কম কথায় ঃ ২পু=৩বা, হলে ৪ = ৬ এবং ৬ = ৯ হবে।
এরপর সবাইকে বালক বানাতে, ৬+১০ = ১৬ বালক
এবং ৬পু+১৫বা = ৯বা+১৫বা = ২৪ বালক।
১৬ জনকে ২১ দিন লাগলে ২৪ জনকে লাগবে $\frac{২১\times১৬}{২৪}$ = ১৪দিন

সমাধান:
২ জন পুরুষ = ৩ জন বালক
∴৪ " " $=\frac{৩\times৪}{২}$ = ৬ জন বালক
৪ পুরুষ + ১০ বালক = (৬+১০) = ১৬ বালক
একইভাবে,
২ জন পুরুষের কাজ = ৩ জন বালকের কাজ
∴ ৬ " " " $=\frac{৩\times৬}{২}$ = ৯ বালকের কাজ
এখন, ৬ জন পুরুষ + ১৫ জন বালক = (৯+১৫) = ২৪ জন বালক [এভাবে সবাইকে একজাতীয় বানালে হিসেব সহজ হবে]
এখন সবাইকে বালক ধরে ঐকিক নিয়মে সাজালে পাওয়া যাবে
১৬ জন বালক কাজটি করতে পারে = ২১ দিনে
∴২১ " " " " " $=\frac{২১\times১৬}{২৪}$ " = ১৪ দিনে। **উত্তর: ১৪ দিনে**

৮৮. ২৪ জন পুরুষ বা ৩০ জন মহিলা বা ৪০ জন বালক একটি ৬ দিনে শেষ করতে পারে। তবে ঐ কাজ ১ জন পুরুষ, ১ জন মহিলা ও ১ জন বালক কত দিনে শেষ করবে? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*
ক. ৬০ দিন খ. ৭৮ দিন গ. ৪৮ দিন ঘ. ৮০ দিন উত্তর: ক

সমাধান: (অনেক সময় কনভার্ট করতে গেলে ভগ্নাংশ আসতে পারে কিন্তু নিয়ম একই।)
২৪ জন পুরুষ = ৪০ জন বালক সুতরাং ১জন পুরুষ $=\frac{৪০}{২৪}=\frac{৫}{৩}$ বালক,
আবার, ৩০ জন মহিলা = ৪০ জন বালক, সুতরাং ১জন মহিলা $=\frac{৪০}{৩০}=\frac{৪}{৩}$ বালক,
সুতরাং ১ জন পুরুষ + ১ জন মহিলা + ১ জন বালক $=\frac{৫}{৩}$ বালক $+\frac{৪}{৩}$ বালক $+$ ১ বালক $=\frac{৫+৪+৩}{৩}=\frac{১২}{৩}$ = ৪ বালক
[সবাইকে এক জাতীয় বানানো হলো।]
৪০ জন বালককে কাজটি শেষ করতে লাগে = ৬ দিন (সবাইকে বালকে কনভার্ট করায় বালকের কু দিয়ে শুরু হলো)
∴৪ " " " " " " $=\frac{৬\times৪০}{৪}$ (১০ গুণ কম লোক কাজ করলে ১০ গুণ বেশি সময় লাগবে।) = ৬০ দিন।

নিজে করুন: (বালক থাকলে মহিলার পরিবর্তে বালক ধরে একই নিয়মে করতে হবে)

৮৯. ৬ জন পুরুষ অথবা ৮জন স্ত্রীলোক একটি কাজ ১৮দিনে করতে পারে। তবে ৩ জন পুরুষ ও ৫ জন স্ত্রীলোক ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে? *(ইউসিবি ব্যাংক অফিসার নিয়োগ : ১১)*
ক. ১৬দিন খ. ১৭দিন গ. ১৮দিন ঘ. ১৯দিন উত্তর: ক

৯০. যদি ৬ জন স্ত্রীলোক অথবা ৮ জন বালক একটি কাজ ১২দিনে করতে পারে তবে ৩ জন স্ত্রীলোক ও ১২ জন বালক ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে? *(সর:প্রাথ:সহ:শি: -১০)*
ক. ৫দিন খ. ৬দিন গ. ৭দিন ঘ. ৮দিন উত্তর: খ

৯১. ২ জন পুরুষ বা ৩ জন বালক যে কাজ ১৫ দিনে করতে পারে, ৪ জন পুরুষ এবং ৯ জন বালক তার দ্বিগুন কাজ কত দিনে করতে পারবে? *(প্রাথমিক সহ: শিক্ষক পরীক্ষা)*
[**Hints:** সূত্র প্রয়োগ করে দ্বিগুণ বলায় শেষে ২ দিয়ে গুণ]
ক. ৬দিন খ. ৭দিন গ. ৮দিন ঘ. ১০দিন উত্তর: ক

ed by RPR® DUET Admission

প্রশ্নে এবং থাকলে (পুরুষ এবং মহিলা) :

পুরুষ এবং মহিলা করে / পুরুষ এবং বালক করে অর্থ তারা উভয় দল একত্রে করে।
এগুলো মূলত লিখিত পরীক্ষার বড় বড় প্রশ্ন। কিন্তু বর্তমানে অনেক প্রিলির পরীক্ষাতেও এ ধরণের প্রশ্ন আসছে তবে প্রিলিতে আসলে সংখ্যাগুলো এমনভাবে মিলিয়ে দেয়া থাকে যাতে সহজে পারা যায়।

৯২. ৬ জন লোক ও ৮ জন বালক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে। যদি ঐ একই কাজ ২৬ জন লোক ও ৪৮ জন বালক ২ দিনে শেষ করতে পারে তাহলে ১৫ জন লোক ও ২০ জন বালক ঐ কাজ কতদিনে শেষ করবে? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. ৪ দিন খ. ৫ দিন গ. ৬ দিন ঘ. ৭ দিন উত্তর: ক

সমাধান:
এখানে, (৬ জন লোক+ ৮ জন বালক)×১০ দিন = (২৬ জন লোক+ ৪৮ জন বালক)×২দিন [যেহেতু তারা একই কাজ করে]
বা, ৬০ জন লোক+ ৮০ জন বালক = ৫২ জন লোক + ৯৬ জন বালক
বা, ৮ জন লোক = ১৬ জন বালক অর্থাৎ ১ জন লোক তার দ্বিগুণ বা ২ জন বালক [লোক এবং বালকের সম্পর্ক ই আসল]
তাহলে ৬ জন লোক = ৬×২ = ১২ বালক (প্রশ্নের শুরুর) আবার ১৫ জন লোক =১৫×২ = ৩০ বালক (প্রশ্নের শেষের)
এখানে, ৬ জন লোক + ৮ জন বালক = (১২+৮)বালক = ২০ জন বালক
এবং ১৫ জন লোক + ২০ জন বালক = (৩০+২০) = ৫০ জন বালক (এভাবে সবাইকে বালক করে নেয়া হলো)
এখানে, ২০ জন বালক কাজটি করতে পারে = ১০ দিনে
∴ ১ " " " " " = ১০×২০ দিনে
∴৫০ " " " " " $=\frac{১০\times২০}{৫০}$ = ৪ দিনে **উত্তর: ৪ দিন।**

৯৩. ৬ জন পুরুষ এবং ৫ জন মহিলা ৬ দিনে একটি কাজ শেষ করতে পারে, ৪ জন পুরুষ এবং ৫ জন মহিলা ঐ কাজ ৮ দিনে শেষ করতে পারে। ৮ জন পুরুষ এবং ২০ জন মহিলা ঐ কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে? *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*
ক. ২দিন খ. ৩দিন গ. ৪দিন ঘ. ৫দিন উত্তর: খ
[**Hints:** প্রথমে, (৬ জন পুরুষ + ৫ জন মহিলা)×৬ = (৪ জন পুরুষ+ ৫ জন মহিলা)×৮ থেকে
২ পুরুষ = ৫ জন মহিলা। এরপর ৬পু + ৫মহিলা এর সবাইকে পুরুষ বা মহিলা ধরে
শেষের ৮জন পুরুষ এবং ২০ জন মহিলাকেও কনভার্ট করে উত্তর বের করুন।]

বিকল্প সমাধান: (এভাবেও ভগ্নাংশ আকারে প্রিলি এবং লিখিত পরীক্ষায় করা যায়। তবে প্রিলির জন্য আগের নিয়মটি বেটার)
ধরি, ১ জন পুরুষ এবং ১ জন মহিলা ১ দিনে করে = x এবং y অংশ।
প্রশ্নমতে, ৬x+৫y $=\frac{১}{৬}$ ---- (i) এবং ৪x+৫y $=\frac{১}{৮}$ ---- (ii)
এখন, (i) নং থেকে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই, ২x $=\frac{১}{৬}-\frac{১}{৮}=\frac{৪-৩}{২৪}=\frac{১}{২৪}$ ∴x $=\frac{১}{২৪\times২}=\frac{১}{৪৮}$
x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই = ৬x $\frac{১}{৪৮}$+৫y $=\frac{১}{৬}$ $\Rightarrow$ ৫y $=\frac{১}{৬}-\frac{১}{৮}$ ∴y $=\frac{১}{২৪\times৫}=\frac{১}{১২০}$
সুতরাং ৮ জন পুরুষ এবং ২০ জন মহিলা ১ দিনে করবে $(৮\times\frac{১}{৪৮})+(২০\times\frac{১}{১২০})=\frac{১}{৬}+\frac{১}{৬}=\frac{২}{৬}=\frac{১}{৩}$ অংশ।
সুতরাং ৮ জন পুরুষ এবং ২০ জন মহিলা কাজটি করতে পারবে = ৩ দিনে।

নিজে করুন:

৯৪. দুজন পুরুষ ও একজন মহিলা ৪ ঘন্টায় একটি কাজ করতে পারে। একই কাজ একজন পুরুষ ও তিনজন মহিলা মিলেও ৪ ঘন্টায় করতে পারে। সেই কাজটি করতে তিনজন পুরুষ ও চারজন মহিলার কত ঘন্টা লাগবে? *[BADC-(Comp-Oper:)-2018]* উত্তর: গ

ক. ৩ খ. ২.৫ গ. ২ ঘ. ১

[**Hints:** প্রথমে, (২জন পুরুষ + ১ জন মহিলা)×৪ = (১ জন পুরুষ+৩জন মহিলা) × ৪

∴ ১ জন পুরুষ = ২ জন মহিলা বের করে হুবহু আগের নিয়মে করতে থাকুন।] **উত্তর: ২দিন।**

৯৫. ২ জন পুরুষ এবং ৭ জন বালক একটি কাজ ১৪ দিনে করতে পারে। একই কাজটি ৩জন পুরুষ এবং ৮ জন বালক ১১ দিনে করতে পারে। ৮জন পুরুষ এবং ৬জন বালক ঐ কাজটির তিনগুণ কাজ কতদিনে করতে পারবে? *[উত্তরা ব্যাংক (প্র. অ.-২০১৭)]* উত্তর: খ

ক. ১৮ দিন খ. ২১ দিন গ. ২৪ দিন ঘ. ৩০ দিন

Hints: (২×১৪) + (৭×১৪) = (৩×১১) + (৮×১১) [১৪ দিনে (পু+বা) করা কাজ = ১১ দিনে (পু+বা) কাজ]

৯৬. ৩২ জন বালক একটি বাগান ২৪ দিনে পরিষ্কার করতে পারে। একই কাজ ২৪ জন বালিকা ১৬ দিনে করতে পারে। ১৬ জন বালক ও ১৬ জন বালিকা একত্রে ১২ দিন কাজ করার পর অবশিষ্ট কাজ ২ দিনে শেষ করতে চাইলে এদের সাথে নতুন আরো কতজন বালিকা প্রয়োজন হবে? *[CGDF-(Auditor)-2019]* উত্তর: খ

ক. ১২ খ. ২৪ গ. ২০ ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান:

এখানে, ৩২ জন বালক × ২৪ দিন = ২৪ জন বালক ×১৬ দিন [কারণ বালকদের কাজ = বালিকাদের কাজ উভয়ের কাজ একই]

বা, ৩২ বালক = ১৬ বালিক [উভয় পক্ষকে ২৪দিয়ে ভাগ করে] [গুণফল বের করতে গেলে কিন্তু অনেক সময় নষ্ট হবে।]

∴ ১৬ জন বালক = ৮ জন বালিকা। [২ দিয়ে ভাগ] [প্রশ্নে বালিকা বের করতে বলায় বালকদেরকে বালিকা বানানো হলো]

এখন, ১৬ জন বালক + ১৬ জন বালিকা মিলে কাজ করে = ১২ দিন।

বা, ৮ জন বালিকা + ১৬ জন বালিকা কাজ করে = ১২ দিন।

বা, ২৪ জন বালিকা কাজ করে = ১২ দিন। [এভাবে সবাইকে বালিকা বানিয়ে নেয়া হলো]

দেয়া আছে, ২৪ জন বালিকাকে সম্পূর্ণ কাজটি করতে সময় লাগে = ১৬ দিন। (এটা প্রশ্নের ২য় অংশে দেয়া আছে)

∴ ২৪ জনই কাজ করলে কাজটি শেষ হতে আরো সময় লাগবে = ১৬-১২ = ৪ দিন। (অবশিষ্ট দিন)

এখন, অবশিষ্ট কাজ , ৪ দিনে করতে লাগে, = ২৪ জন বালিকা।

∴ অবশিষ্ট কাজ ২ দিনে করতে লাগবে = $\frac{২৪ \times ৪}{২}$ = ৪৮ জন। সুতরাং নতুন করে আরো বালিকা লাগবে = ৪৮-২৪ = ২৪ জন

৯৭. যদি ১০ জন যুবক ও ৫ জন বালক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে, তবে ২০ জন যুবক ও ১০ জন বালক ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে? *[রাষ্ট্রায়ত্ত ব্যাংক অফিসার: ৯৭]* [**Help:** (যুবক ও বালক)×২ হওয়ায় সময় লাগবে অর্ধেক বা ৫]

ক. ২০দিনে খ. ৫ দিনে গ. ১০ দিনে ঘ. ২.৫দিনে উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, একজন যুবক এবং একজন বালকের একদিনের কাজ যথাক্রমে, x এবং y

১০x+৫y = $\frac{১}{১০}$ ----(i) সমীকরণটিকে ২ দিয়ে গুণ করে পাই: ২×(১০x+৫y) = ২×$\frac{১}{১০}$ বা,২০x+১০y = $\frac{১}{৫}$

সুতরাং ২০ জন যুবক এবং ১০ জন বালক সম্পূর্ণ কাজটি করতে পারবে = ৫ দিনে। (১/৫ ভগ্নাংশটি উল্টে যাবে)

পদ্ধতি-০৯: বিবিধ ঐকিক

ভগ্নাংশ যুক্ত প্রশ্ন:

৯৮. একটি কাজের $\frac{১}{২৭}$ অংশ করতে ৩ দিন লাগলে সম্পূর্ণ কাজটি করতে কত দিন লাগবে? উত্তর: গ

ক. ৭২ খ. ৭৫ গ. ৮১ ঘ. ৮৭

সমাধান:

$\frac{১}{২৭}$ অংশ করতে লাগে = ৩ দিন। (লক্ষ্য করুন $\frac{১}{২৭}$ অংশ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং এর মান ১ থেকে কম)

১ অংশ করতে লাগবে, $\frac{৩}{\frac{১}{২৭}}$ = ৩×২৭ = ৮১ (এখানে ১অংশ, $\frac{১}{২৭}$ অংশের থেকে বড় তাই স্বাভাবিক নিয়মে গুণ করতে হবে মনে হলেও এখানে ভাগ করতে হবে, তাহলে সঠিক উত্তর বের হবে। কিন্তু গুণ করলে যে উত্তরটি বের হবে তা ভুল হবে)

Main Point: প্রকৃত ভগ্নাংশ দ্বারা কোন পূর্ণ সংখ্যাকে গুণ করলে তা কমে যায়। কিন্তু ভাগ করলে তা বেড়ে যায়। এজন্য ঐকিক নিয়মের অংকগুলোতে কখনো প্রকৃত ভগ্নাংশ আসলে যেখানে বাড়াতে হবে সেখানে গুণ মনে হলেও ভাগ করলে বাড়বে এবং যেখানে কমাতে হবে সেখানে ভাগ না করে গুণ করতে হবে। এই উল্টো কাজটা না করলে বার বার কনফিউশন লাগবে।

৯৯. ১০ জনে একটি কাজের অর্ধেক করতে পারে ৭ দিনে। ঐ কাজটি ৫ জনে করতে কতদিন সময় লাগবে? *[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০২১]* উত্তর: ক

ক. ২৮ দিন খ. ২৪ দিন গ. ১৮ দিন ঘ. ৩০ দিন

সমাধান: (এরকম প্রশ্নে ১/২ বা ১/৩ অংশ কাজের কথা বলা থাকলে প্রথমে সম্পূর্ণ কাজ করতে যে সময় লাগবে তা বের করে নিতে হবে)

$\frac{১}{২}$ অংশ কাজ করে = ৭ দিনে

∴ ১ " " " = ৭×২ = ১৪ দিনে [এখানে ১/২ গুণ না হয়ে ভাগ হয়েছে। কারণ ১/২ প্রকৃত ভগ্নাংশ]

আবার, ১০ জনে করলে লাগে = ১৪ দিন

∴ ৫ " " " = $\frac{১০ \times ১৪}{৫}$ = ২৮দিন।

১০০. ১৫ জনের কোনো কাজের অর্ধেক করতে ২০ দিন লাগে, কত দিনে ২০ জন লোক পুরো কাজটি শেষ করতে পারবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক : ১২]* উত্তর: গ

ক. ২০ খ. ১৫ গ. ৩০ ঘ. ৪০

[**Hints:** অর্ধেক ২০দিন লাগলে সম্পূর্ণ ৪০দিন লাগে। এরপর সাধারণ নিয়মে করুন]

১০১. একটি কাজের $\frac{১}{২৩}$ অংশ শেষ হয় ৩ দিনে। ঐ কাজের ৩ গুণ কাজ করতে কতদিন সময় লাগবে? *[BADC (AC)-2017]* উত্তর: খ

ক. ৬৯ খ. ২০৭ গ. ১৩৮ ঘ. ২৩

সমাধান: ২৩ তলা বিল্ডিংয়ের ১ তলা বানাতে ৩ দিন লাগলে, পুরা বিল্ডিং বানাতে সময় লাগবে ২৩×৩=৬৯দিন

এবং এরকম ৩টি বিল্ডিং বানাতে সময় লাগবে ৬৯×৩ = ২০৭ দিন।।

১০২. রহিম একটি কাজের $\frac{১}{৫}$ অংশ করে ১ দিনে। সে ২০ দিনে কত অংশ কাজ করবে? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]* উত্তর: ক

ক. ৪ অংশ খ. ১/২ অংশ গ. ২ অংশ ঘ. ৩ অংশ

১০৩. $\frac{১}{১০}$ টাকায় $\frac{১}{৪০}$ টাকা লাভ হলে, শতকরা লাভের হার কত? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ২০ খ. ১৫ গ. ৩০ ঘ. ২৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\frac{১}{১০}$ টাকায় লাভ = $\frac{১}{৪০}$ টাকা

$\therefore ১$ " " = $\frac{\frac{১}{৪০}}{\frac{১}{১০}} = \frac{১}{৪০} \times ১০$

$\therefore ১০০$ " " = $\frac{১ \times ১০ \times ১০০}{৪০} = ২৫\%$

ব্যাখ্যা: $\frac{১}{১০}$ টাকায় যত টাকাই লাভ হোক না কেন ১ টাকায় বেশি লাভ হবে,তাই গুণ করা উচিৎ ছিল, কিন্তু ১/১০ প্রকৃত ভগ্নাংশ হওয়ায় গুণের স্থলে ভাগ করা হয়েছে।

১০৪. $\frac{৫}{৩}$ টাকায় $\frac{১}{২}$ টাকা ক্ষতি হলে, শতকরা ক্ষতির হার কত?

ক. ২০% খ. ২৫% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{৫}{৩}$ টাকায় ক্ষতি হয় = $\frac{১}{২}$ টাকা।

$\therefore ১$ " " " = $\frac{১}{২} \div \frac{৫}{৩} = \frac{১}{২} \times \frac{৩}{৫}$

$\therefore ১০০$" " "= $\frac{১}{২} \times \frac{৩}{৫} \times ১০০ = ৩০$টাকা বা ৩০%

ব্যাখ্যা: এখানে ৫/৩ যেহেতু প্রকৃত ভগ্নাংশ না তাই এখানে উল্টো কাজ করতে হবে না। ৫/৩ হলো ১ এর থেকে বড়। তাই ৫/৩ টাকায় যত টাকা ই ক্ষতি হোক ১ টাকা ক্ষতি কম হবে । আর কম হলো সাধারণ নিয়মে ভাগ হবে/ উল্টে গিয়ে গুণ হবে।

Problem Solved: উপরের দুটি উত্তরের ব্যাখ্যা ভেঙ্গে ভেঙ্গে ভাবলে ভুল হবে না। কিন্তু ব্যাখ্যা দুটি থেকে এ সীদ্ধান্ত নেয়া যায় যে প্রকৃত/অপ্রকৃত যে কোন ভগ্নাংশ প্রথম লাইনে আসলে ভগ্নাংশ দিয়ে ডানের সংখ্যাকে ভাগ বা সরাসরি উল্টিয়ে গুণ করতে হয়। তবে ভেঙ্গে ভেঙ্গে যুক্তি চাইলে উপরের ব্যাখ্যা দুটার মত করে ভাবতে হবে।

নিজে করুন:

১০৫. একটি মেশিনে একটি পণ্য উৎপাদনে $\frac{২}{৩}$ মিনিট লাগে। ২ ঘন্টায় কয়টি পণ্য উৎপাদন করবে? *[PKB- (EO) - 2017]*

ক. ১৮০ খ. ২২০ গ. ১৯০ ঘ. ৪০৫ উত্তর: ক

সমাধান:

$\frac{২}{৩}$ মিনিটে করে = ১টি ।

$\therefore ১$ মিনিটে করে = $১ \times \frac{৩}{২}$ টি *[প্রথম লাইনে ভগ্নাংশ আসলে উল্টিয়ে গুণ হয়।]*

$\therefore$ ২ ঘন্টা বা ১২০ মিনিটে করবে = $১ \times \frac{৩}{২} \times ১২০ = ১৮০$ টি

নিজে করুন:

১০৬. একটি ফটোকপি মেশিন $\frac{১}{৩}$ সেকেন্ডে ২টি ফটোকপি করে। একই হারে ৪ মিনিটে কতগুলো ফটোকপি করতে পারবে? *[Sonali, Bank Off: 08]*

ক. ১৪৪০ খ. ১৪৮০ গ. ১৪৬০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: ক

[Help: সেকেন্ড আর মিনিট এক না, তাই ভেঙ্গে করুন]

by RPR DUET Admission

দশমিক সংখ্যা যুক্ত প্রশ্ন:

১০৭. এক হালি ডিমের দাম ২৬ টাকা হলে ৪৫.৫ টাকায় কতটি ডিম পাওয়া যাবে?

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: গ

সমাধান:

২৬ টাকায় পাওয়া যাবে = ৪ টি ডিম

$\therefore ১$ টাকায় পাওয়া যাবে = $\frac{৪}{২৬}$

$\therefore$ ৪৫.৫ টাকায় পাওয়া যায় = $\frac{৪ \times ৪৫.৫}{২৬} = \frac{৪ \times ৪৫৫}{২৬ \times ১০} = ৭$ টি উত্তর: ৭টি

উপরে দশমিক উঠিয়ে নিচে ১, তারপর দশমিকের পর ১টি সংখ্যা তাই ১ এর পর ১টি ০ বসিয়ে কাটাকাটি করা হয়েছে) ১ বাদে হিসেব করতে হয়।

☞ আবার একাধিক সংখ্যায় দশমিক থাকলে নিয়ম একই। যেমন:

১০৮. কোন সম্পত্তির ০.৮৭৫ অংশের মূল্য ৯২১২ টাকা হলে ০.৭৫ অংশের মূল্য কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ৭৮৯৬ টাকা খ. ৭৯৯৬ টাকা গ. ৮৯৬৯ টাকা ঘ. ৮৯৯৬ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:

০.৮৭৫ অংশের মূল্য = ৯২১২ টাকা

$\therefore ১$ " " = $\frac{৯২১২}{০.৮৭৫}$ "

$\therefore$ ০.৭৫ " " = $\frac{৯২১২ \times ০.৭৫}{০.৮৭৫} = ৭৮৯৬$ টাকা

নিজে করুন:

১০৯. ৬০ ফুট উচু একটি দালানের ২১.৫ ফুট দীর্ঘ ছায়া হয়। একই সময়ে নিকটবর্তী গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য ১৮ফুট হলে, গাছের উচ্চতা কত? *(DBBL MTO:09)*

ক. ৫২.২ ফুট খ. ৫৩.২ ফুট গ. ৫০.২ ফুট ঘ. ৫১.২ ফুট উত্তর: গ

বিবিধ প্রশ্ন:

টিপস: মনে রাখবেন যে কোন অক্ষরের মান ১ এর থেকে বেশি। ঐকিক নিয়মের অংকের ক্ষেত্রে বিষয়টি খুব ভালোভাবে খেয়াল করবেন তাহলে নিচের অংকগুলো করতে সমস্যা হবে না।

১১০. x টি আপেলের মূল্য y টাকা হলে, p টাকায় কতটি আপেল পাওয়া যাবে?

সমাধান:

y টাকায় পাওয়া যায় = xটি আপেল

$\therefore 1$ " " " = $\frac{x}{y}$" "

$\therefore p$ " " "= $\frac{px}{y}$ (1 টাকায় যতটি আপেল পাওয়া যাবে p টাকায় তার থেকে বেশি আপেল পাওয়া যাবে)

নিজে করুন:

১১১. ১০০টির দাম p টাকা হলে ১০০ টাকায় কতটি পাওয়া যাবে? *(রাজশাহী কৃষি ব্যাংক সুপার ভাইজার - ২০১৪)*

ক. $\frac{১০০০০}{p}$ খ. $\frac{১০০০}{p}$ গ. $\frac{২০০}{p}$ ঘ. $\frac{১০০}{p}$ উত্তর:

পদ্ধতি-১০ : এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান:

১১২. একদল শ্রমিক একটি কাজ ২৪ দিনে করতে পারে। যখন তাদের ৭জন অনুপস্থিত থাকে তখন কাজটি করতে তাদের মোট ৩০ দিন লাগে। প্রকৃতপক্ষে কাজটি শেষ করতে কতজন শ্রমিক কাজ করেছিল ? *[ইসলামী ব্যাংক সহকারী অফিসার ২০১২]*

সমাধান: (প্রশ্নটি আরো একবার মনোযোগ দিয়ে পড়ুন এখান থেকে সমীকরণ সাজানো শিখতে হবে)

ধরি, প্রথমে মোট লোক ছিল. x জন। তাহলে ৭ জন অনুপস্থিত থাকলে উপস্থিত লোকের সংখ্যা = (x-৭) জন।

প্রশ্নমতে, $২৪x = ৩০(x-৭)$ [x জন ২৪ দিনে যত একক কাজ করবে = (x-৭) জন ৩০দিনে সমপরিমাণ কাজ করবে।]

$\Rightarrow ২৪x = ৩০x-২১০ \Rightarrow -৬x = -২১০ \therefore x = ৩৫$ সুতরাং কাজটি শুরু করেছিল = ৩৫ জন। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে কাজটি শেষ করতে কাজ করেছিল ৩৫-৭ = ২৮ জন।

১১৩. কিছু সংখ্যক লোক একটি কাজ ৩০ দিনে শেষ করতে পারে। যদি ৫ জন অতিরিক্ত লোক নিযুক্ত হত, তবে কাজটি ১০ দিন আগে শেষ হয়ে যেত। শুরুতে কাজে কতজন লোক নিযুক্ত হয়েছিল? উত্তর: ক

ক. ১০ জন খ. ১৫ জন গ. ২০ জন ঘ. ২৫ জন

[Help: শুরুতে x জন নিযুক্ত হলে $৩০x = ২০(x+৫) \therefore x = ১০$]

১১৪. সজল একটি কাজ ৬০ দিনে শেষ করার জন্য ৩৪ জন শ্রমিক নিয়োগ দিলো। ৪২ দিন পর সে আরো ১৪ জন শ্রমিক নিয়োগ দেয়াতে কাজটি নির্ধারিত সময়ের ১ দিন আগে শেষ হল। অতিরিক্ত লোক নিয়োগ না করলে কাজটি শেষ হতে নির্ধারিত সময়ের কত দিন বেশী লাগত? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]* উত্তর: গ

ক. ৩ দিন খ. ৫ দিন গ. ৬ দিন ঘ. ১০ দিন

সমাধান: (প্রিলি + লিখিত এর জন্য সবথেকে সহজ নিয়ম, কিন্তু চিত্র এঁকে বুঝতে হবে)

অবশিষ্ট দিন = (৬০-৪২) − ১ = ১৭ দিন এবং মোট লোকের সংখ্যা = (৩৪ + ১৪) জন = ৪৮ জন

এখন, ৪৮ জন লোক কাজটি শেষ করে = ১৭ দিনে [কারণ কাজটির শেষের দিকের কাজ সবাই মিলে ১৭ দিনে করে ফেলেছে]

$\therefore$ ১ " " " " " = ১৭ × ৪৮ দিনে

$\therefore$ ৩৪ " " " " " $= \frac{১৭ \times ৪৮}{৩৪} = ২৪$ দিনে। $\therefore$ সময় বেশি লাগতো = (২৪ − ১৮) = **৬ দিন।**

বিকল্প সমাধান: ধরি, নির্ধারিত মোট সময় = x দিন

এখানে, অবশিষ্ট দিন = (৬০-৪২) − ১ = ১৭ দিন এবং মোট লোকের সংখ্যা = (৩৪ + ১৪) জন = ৪৮ জন

প্রশ্নমতে, $৩৪x = (৪২ \times ৩৪) + (৪৮ \times ১৭)$ [৩৪ জন করলে x দিনে মোট ইউনিট = প্রথম ৪২দিন ৩৪ জন + পরের ১৭ দিন ৪৮জন]

$\Rightarrow ৩৪x = (৪২ \times ৩৪) + (২৪ \times ৩৪)$ $\Rightarrow ৩৪x = ৪২ + ২৪ = ৬৬$ দিন। দিন বেশি লাগতো = ৬৬-৬০ = ৬দিন। (উত্তর)

অথবা,

ধরি, নির্ধারিত সময়ের থেকে বেশি লাগতো = x দিন। [এবার x এর মান ই উত্তর]

প্রশ্নমতে, $৩৪(৬০+x) = (৪২ \times ৩৪) + (৪৮ \times ১৭)$ [একটানা মোট কাজ = মোট কাজ] সমাধান করে সরাসরি **x = ৬ দিন।**

বিকল্প সমাধান: (ইউনিট ধরে)

কাজটি মোট $(৪২ \times ৩৪) + (৪৮ \times ১৭) = (৪২ \times ৩৪) + (২৪ \times ৩৪) = ৩৪ \times ৬৬ = ৩৪ \times ৬ \times ১১ = ২০৪ \times ১১ = ২২৪৪$ এককের।

অতিরিক্ত লোক না লাগালে ৩৪ জন একটানা কাজ করলে সময় লাগে = ২২৪৪÷৩৪ = ৬৬ দিন। বেশি = ৬৬-৬০ = ৬দিন।

১১৫. এক ব্যাক্তি ৪০ দিনে তার দালানের কাজ শেষ করার জন্য ২৫ জন লোক নিয়োগ দিলেন। ২০ দিন পর তিনি আরো ১৫ জন লোক নিয়োগ দিলেন এবং কাজটি ৫দিন আগে শেষ হয়ে গেল। অতিরিক্ত লোক নিয়োগ না দিলে তিনি নির্ধারিত সময়ের কতদিন পরে কাজটি শেষ করতেন? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ২ দিন খ. ৩ দিন গ. ৪ দিন ঘ. ৫ দিন উত্তর: গ

সমাধান:

দিন অবশিষ্ট আছে = (৪০-২০)-৫ = ১৫ দিন এবং অতিরিক্ত লোক নিয়োগের পর মোট লোক = ২৫+১৫ = ৪০ জন।

৪০ জন কাজটি করে = ১৫ দিনে (আগের ২৫ + নতুন ১৫ জন সহ অবশিষ্ট কাজ ১৫ দিনে শেষ করে)

১ " " " = ১৫×৪০ "

২৫ " " " $= \frac{১৫ \times ৪০}{২৫} = ২৪$ দিন (নতুন ১৫ জন নিয়োগ না দিয়ে আগের ২৫ জন ই করলে ২৪ দিন লাগতো)

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক নিয়োগ না দিলে সময় বেশি লাগত = ২৪ - ২০ = ৪ দিন $\therefore$ উত্তর: **৪ দিন**

বিকল্প সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)

ধরি, কাজটি শেষ করতে মোট সময় লাগবে x দিন।

প্রশ্নমতে, $২৫x = (২০ \times ২৫) + (১৫ \times ৪০)$ (২৫ জন ২০দিন কাজ করার পর ২৫+১৫ = ৪০ জন করেছে ১৫দিন)

বা, $২৫x = ১১০০ \therefore x = ৪৪$ দিন। অতিরিক্ত লোক লাগানো না হলে সময় বেশি লাগতো(৪৪-৪০) = **৪ দিন।**

বিকল্প সমাধান: (কাজের ইউনিট ধরে সমাধান)

কাজটি মোট $(২০ \times ২৫) + (১৫ \times ৪০) = ৫০০ + ৬০০ = ১১০০$ ইউনিটের।

তাহলে ২৫ জন একটানা কাজ করলে লাগতো ১১০০÷২৫ = ৪৪ দিন। সুতরাং কাজটি শেষ হতে লেট হতো ৪৪-৪০ = ৪ দিন।

১১৬. একজন ঠিকাদার ৩৮ দিনে একটি কাজ করার জন্য ৩০জন লোককে নিয়োগ করলেন। ২৫ দিন পর তিনি আরো ৫ জন লোককে নিয়োগ করার কারণে কাজটি ১ দিন আগেই শেষ হয়ে গেল। যদি অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করা না হতো, তাহলে কতদিন বেশি সময় লাগতো? *[Pubali Bank. (JO)-2014]*

ক. ১ দিন খ. ২ দিন গ. ৩ দিন ঘ. ৫ দিন উত্তর: ক

[Hints: অতিরিক্ত দিন x হলে, $৩০(৩৮+x) = (৩০ \times ২৫) + (৩৫ \times ১২)$ থেকে $x = ১$]

প্রশ্নের মধ্যে শতকরার কথা আসলে x এর পরিবর্তে ১০০ ধরে করা উত্তম।

১১৭. ২০ জনে যে সময়ে একটি কাজ করতে পারে, তার ৩৭.৫ শতাংশ কম সময়ে কাজটি শেষ করতে হলে জনবল কতগুণে উন্নীত করতে হবে ? *[যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]* উত্তর: ঘ

ক. ১.৯ গুণ খ. ১.৮ গুণ গ. ১.৭ গুণ ঘ. ১.৬ গুণ

সমাধান:

ঐকিক নিয়মে সমাধান	সমীকরণ সাজিয়ে কয়েক সেকেন্ডেই উত্তর
ধরি, ২০ জনকে করতে সময় লাগে ১০০ দিন। ৩৭.৫ শতাংশ কমে নতুন সময় লাগবে ১০০-৩৭.৫ = ৬২.৫ দিন। এখন, কাজটি ১০০ দিনে করতে লোক লাগে = ২০ জন $\therefore$ " ১ " " " " = ২০×১০০ জন। $\therefore$ " ৬২.৫ " " " " $= \frac{২০ \times ১০০}{৬২.৫} = ৩২$ জন।	ধরি, প্রথমে লাগা সময় = ১০০ দিন। তাহলে ৩৭.৫ % কমে লাগা নতুন সময় = ৬২.৫ ধরি, ৩৭.৫% কম সময়ে করতে লোক লাগবে = x জন প্রশ্নমতে, ২০×১০০ = x×৬২.৫ $\therefore x = \frac{২০ \times ১০০}{৬২.৫} = ৩২$ জন।
আগের লোকসংখ্যার থেকে বর্তমান লোকসংখ্যা উন্নীত করতে হবে $= \frac{৩২}{২০} = ১.৬$ গুণ। উত্তর: ১.৬গুণ।	

১১৮. ২০ জন যে সময়ে ১টি কাজ করতে পারে, তার ২০% কম সময়ে ঐ কাজটি শেষ করতে হলে জনবল কত জন বাড়াতে হবে *[সীট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর (অর্থনৈতিক সম্পর্ক বিভাগ)-২০২১]*

ক. ২ জন খ. ৪ জন গ. ৫ জন ঘ. ১০ জন উত্তর:

Basic Math 6th-5/A

by RPR DUET Admission

সমাধান:
ধরি, শুরুতে লাগা সময় = ১০০ দিন এবং ২০% কমে অর্থাৎ ১০০-২০ = ৮০ দিনে করতে জনবল বাড়াতে হবে = x জন।
প্রশ্নমতে, ২০×১০০ = (২০+x) ×৮০ [উভয় পাশেই দু দলে এক ই কাজ করছে] ∴ x = ২৫-২০ = ৫ জন উত্তর: ৫ জন

১১৯. ২০ জনে যে সময়ে ১টি কাজ করতে পারে, কর্মী সংখ্যা ৬০ শতাংশ কমে যাওয়ায় কাজটি শেষ করতে কতগুণ বেশি সময় লাগবে? *[বেবিচক(এয়ারট্রেন/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*
ক. ২ খ. ২.২৫ গ. ২.৫০ ঘ. ৩.৫০ উত্তর: গ

১২০. একজন ঠিকাদার ৮০ কিলোমিটার রাস্তা ১৬ দিনে সম্পন্ন করে দেওয়ার জন্য চুক্তি করলেন। ২৫০ জন শ্রমিক নিয়োগ করে ১০ দিনে রাস্তার ৬৫% সম্পন্ন করলেন। যদি ১০০ জন শ্রমিক নিয়োগ করা হতো তাহলে ১২ দিনে কত কিলোমিটার রাস্তা তৈরি করা যেত? *[১৪শ বিজেএস(সহকারী জজ)-২০২১]*

Confusion Clear: এখানে অবশিষ্ট কাজ ৮০-৫২ = ২৮ কিমি অথবা প্রথমের ১৬ দিনের কোন প্রয়োজন নেই। কারণ প্রশ্নে কাজটি যথাসময়ে শেষ করার কথা বলা হয় নি বরং ১০০ জন মিলে ১২ দিনে যে কাজ করবে সেটাই উত্তর।

সমাধান:
২৫০ জন ১০ দিনে করে = ৮০কিমি এর ৬৫% = ৫২ কিমি
∴ ১ " ১ " " $= \frac{৫২}{২৫০ \times ১০}$
∴ ১০০ " ১২ " " $= \frac{৫২ \times ১০০ \times ১২}{২৫০ \times ১০} = \frac{৬২৪}{২৫} = ২৪.৯৬$ কিমি। **উত্তর: ২৪.৯৬ কি.মি.**

ভগ্নাংশ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন:

এই প্রশ্নগুলো মুলত বিভন্ন পরীক্ষার লিখিত অংশে এবং IBA কর্তৃক নেয়া এমসিকিউ পরীক্ষাগুলোতে কাজে লাগবে।

১২১. এক জন ঠিকাদার ২৫ দিনে একটি রাস্তার কাজ শেষ করার জন্য চুক্তি করে ৩০ জন শ্রমিক নিয়োগ করলো । কিন্তু ১৫ দিন পর রাস্তার কাজ মাত্র অর্ধেক শেষ হলো। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে রাস্তার কাজটি শেষ করতে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক নিয়েগের প্রয়োজন হবে? *[৩০তম বিসিএস লিখিত]*

পরামর্শ: MCQ পরীক্ষায় খুব সহজে দ্রুত উত্তর বের করার জন্য ঐকিক নিয়মের প্রথম ও শেষ লাইনে ১/২ একই ভগ্নাংশ থাকায় তা না লিখে সরাসরি এভাবে শুরু করা যায়,
১৫ দিনে করে = ৩০ জন
∴ ১০ দিনে করবে $\frac{৩০ \times ১৫}{১০} = ৪৫$ জনে ।
অতিরিক্ত নিতে হবে ৪৫-৩০ = **১৫জন।**

সমাধান: অবশিষ্ট দিন = ২৫-১৫ = ১০ দিন
অবশিষ্ট কাজ $১ - \frac{১}{২}$ অংশ $= \frac{২-১}{২}$ অংশ $= \frac{১}{২}$ অংশ
অতএব, $\frac{১}{২}$ অংশ কাজ ১৫ দিনে করে = ৩০ জন
∴ $\frac{১}{২}$ " " ১ " " = ৩০×১৫ "
∴ $\frac{১}{২}$ " " ১০ " " $= \frac{৩০ \times ১৫}{১০} = ৪৫$ জনে ∴ অতিরিক্ত লোক = (৪৫-৩০) = ১৫ জন **উত্তর: ১৫ জন।**

MDH Method:

প্রথম অংশে	শেষ অংশে	
$M_1 = ৩০$	$M_2 = x$	এখানে মোট কাজ ২ অংশের ১ অংশ হয়ে গেছে তাহলে W_1=১ এবং W_2= ২-১ = ১
$D_1 = ১৫$	D_2=২৫-১৫=১০	ধরি, অবশিষ্ট কাজটি করতে মোট লোক লাগবে $M_2 = x$ জন। তাহলে,
$W_1 = ১$	W_2= ১	$\frac{M_1 \times D_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2}{W_2} \Rightarrow ৩০ \times ১৫ = x \times ১০$ ∴ x = ৪৫
∴ অতিরিক্ত লোক লাগবে ৪৫-৩০= **১৫ জন।**		

নিজে করুন:

১২২. একটি কাবিখা রাস্তা ২০ দিনে নির্মাণ করতে প্রকল্প কমিটির ৪০ জন লোক নিয়োগ করে। কিন্তু ১৫ দিনে মাত্র অর্ধেক রাস্তার কাজ শেষ হলো। নির্ধারিত সময়ে রাস্তার কাজ শেষ করতে হলে আর কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে? *[ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(জুনিয়র সহকারী পরিচালক)-২০২১]*
ক. ৮০ জন খ. ৬০ জন গ. ৫০ জন ঘ. ৪০ জন উত্তর: ক

১২৩. একজন ঠিকাদার ২০ কিলোমিটার রাস্তা ৪৫ দিনে সম্পন্ন করে দেওয়ার চুক্তি করলেন। ১৫০ জন শ্রমিক নিয়োগ করে তিনি ৩০ দিনে রাস্তার অর্ধেক কাজ শেষ করলেন। নির্দিষ্ট সময়ে কাজ শেষ করতে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক নিয়োগ করতে হবে ? *[৭ম শে:][১২তম জুডিশিয়ারী (লিখিত): ২০১৮] [Hints: এখানে ২০ কিলোমিটার না ধরে ১অংশ ধরেই হবে]* উত্তর: ১৫০

১২৪. শাহেদ ২২ দিনে একটি কাজ শেষ করার জন্য ৪২ জন্য লোক নিয়োগ দিল। ১২ দিন পর মাত্র এক তৃতীয়াংশ কাজ শেষ হলো। অতিরিক্ত কোনো লোক নেয়া না হলে অবশিষ্ট কাজ শেষ করতে নির্ধারিত সময় অপেক্ষা কতদিন বেশি লাগবে? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]*
ক. ৩৬ খ. ২৪ গ. ১৬ ঘ. ১৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: দিন বাকি আছে = (২২-১২) দিন = ১০ দিন আবার, কাজ বাকি আছে = $(১ - \frac{১}{৩})$ অংশ $= \frac{২}{৩}$ অংশ

৪২ জন লোক $\frac{১}{৩}$ অংশ কাজ করে = ১২ দিনে
∴ ৪২ " " ১ " " " $= ১২ \times \frac{৩}{১}$
∴ ৪২ " " $\frac{২}{৩}$ " " " $= ১২ \times \frac{৩}{১} \times \frac{২}{৩}$
= ২৪ দিনে ∴ অতিরিক্ত লাগবে = ২৪-১০= ১৪ দিন। **উত্তর: ১৪দিন**

MDH Method: এখানে মোট কাজ = ভগ্নাংশের হর ৩ অংশ।
যার মধ্যে W_1=১ অংশ হয়ে গেছে এবং বাকী আছে W_2 = ২ অংশ।
ধরি, অবশিষ্ট কাজ করতে সময় লাগবে মোট = x দিন। তাহলে
$\frac{M_1 \times D_1}{W_1} = \frac{M_2 \times D_2}{W_2} \Rightarrow \frac{৪২ \times ১২}{১} = \frac{৪২ \times x}{২}$ ∴ x=২৪ দিন
∴ অতিরিক্ত সময় লাগবে = ২৪-১০= ১৪ দিন। **উত্তর: ১৪দিন**

১২৫. একজন ঠিকাদার একটি কাজ ৮০ দিনে সম্পন্ন করার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করল। ২০ দিন পরে দেখা গেল যে, কাজের মাত্র $\frac{১}{৫}$ অংশ সম্পন্ন হয়েছে। নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি সম্পন্ন করতে হলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে? *[২২তম বিসিএস লিখিত] + [৯ম-১০ম পুরাতন বোর্ড বই (১৯৮৩ সংস্করণ)]*

সমাধান: অবশিষ্ট কাজ = ১ - $\frac{১}{৫} = \frac{৪}{৫}$ অংশ এবং অবশিষ্ট দিন = (৮০-২০) = ৬০ দিন।
২০ দিনে $\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ করে = ৬০ জন লোকে
∴ ১ " ১ " " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০}{১}$ "
∴ ৬০ " $\frac{৪}{৫}$ " " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০ \times ৪}{১ \times ৫ \times ৬০} = ৮০$ ∴ অতিরিক্ত লোক প্রয়োজন = ৮০-৬০ = ২০ **উত্তর: ২০ জন**

নিজে করুন:

১২৬. একজন ঠিকাদার ৫০ দিনে একটি কাজ সমাধান করবে বলে চুক্তি করল এবং ২০ জন শ্রমিক নিয়োগ করল । ২০ দিন দেখা গেল কাজটির মাত্র $\frac{১}{৪}$ অংশ সম্পন্ন হয়েছে । নির্ধারিত সময়ে কাজটি শেষ করতে হলে অতিরিক্ত আর কতজন শ্রমিক নি করতে হবে? *[১৩তম বিসিএস লিখিত]*
উত্তর: ২০ জন।

১২৭.৮ মাইল দীর্ঘ একটি রাস্তার নির্মাণ কাজ ৫ মাসে সম্পন্ন করিয়া দেওয়ার চুক্তিতে ৪৮ জন লোক নিযুক্ত হয়। ১ মাস পর দেখা গেল ১ মাইলের কাজ শেষ হয়েছে। নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি সম্পন্ন করতে অতিরিক্ত কতজন লোক প্রয়োজন? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৭ (লিখিত)]* উত্তর: ৩৬ জন।

১২৮. ৬ মাইল দীর্ঘ একটি রাস্তা ৫ মাসে শেষ করে দেয়ার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করা হয়। ১ মাস পর দেখা গেল মাত্র ১ মাইল কাজ শেষ হয়েছে। অতিরিক্ত কতজন লোক নিযুক্ত করলে নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি শেষ হবে? *(১৭তম বিসিএস লিখিত)* উত্তর: ১৫

১২৯.একজন কৃষক তাঁর জমির ফসল ১৫দিনে কাটার জন্য ৩৬ জন শ্রমিক নিয়োগ করলেন। কিন্তু ১০ দিন পর দেখলেন যে তাঁর জমির অর্ধেক কাটা হয়েছে। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে সব ফসল কাটতে হলে অতিরিক্ত কয়জন শ্রমিকের প্রয়োজন? উ: ৩৬

১৩০. একজন ঠিকাদার ১৯২০ মিটার দীর্ঘ রাস্তা ১২০ দিনে নির্মাণ করে দেয়ার জন্য ১৬০ জন শ্রমিক নিয়োগ করল। ২৪ দিন পর, মাত্র $\frac{১}{৮}$ অংশ কাজ সম্পন্ন হল। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে কাজ শেষ করতে হলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োাগ করতে হবে?

[৭ম শ্রেণী অনু ৩.২ (পুরাতন সিলেবাস)] +[BADC (AO)-2017] + [পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]

সমাধান: (যেহেতু প্রশ্নে ভগ্নাংশ আছে তাই ১৯২০ মিটার রাস্তাকে ১ অংশ ধরে সমাধান করা উত্তম)

অবশিষ্ট কাজ = $১-\frac{১}{৮}=\frac{৭}{৮}$ অংশ।

২৪ দিনে $\frac{১}{৮}$ অংশ নির্মাণ করতে লোক লাগে = ১৬০ জন।

∴১ " ১ " " " " " = ১৬০×২৪×৮ (প্রথম লাইনের ভগ্নাংশ উল্টিয়ে গুণ হয়)

∴৯৬ " $\frac{৭}{৮}$ অংশ। " " " " = $\frac{১৬০\times২৪\times৮\times৭}{৯৬\times৮}$ (২৪ এর বিপরীতে ৯৬ এবং $\frac{৭}{৮}$ সরাসরি গুণ।)

= ২৮০ জন। ∴ অতিরিক্ত লোক লাগবে ২৮০-১৬০= **১২০ জন। (উত্তর)**

Learning Point: প্রথম বার ভগ্নাংশ আসলে উল্টিয়ে গুণ হয় আর দ্বিতীয়বার ভগ্নাংশ আসলে সরাসরি গুণ হয়।

MDH Method:

প্রথম অংশে	শেষ অংশে	
$M_1 = ১৬০$	$M_2 = x$	এখানে মোট কাজ ৮ অংশের ১ অংশ হয়ে গেছে তাহলে W_1=১ এবং W_2 = ৮-১ = ৭ ধরি, অবশিষ্ট কাজটি করতে মোট লোক লাগবে $M_2 = x$ জন। তাহলে, $\frac{M_1\times D_1}{W_1}=\frac{M_2\times D_2}{W_2}\Rightarrow\frac{১৬০\times২৪}{১}=\frac{x\times৯৬}{৭}$ ∴x = ২৮০
$D_1 = ২৪$	$D_2 = ৯৬$	
$W_1 = ১$	$W_2 = ৭$	
∴ অতিরিক্ত লোক লাগবে ২৮০-১৬০= **১২০ জন।**		

Note: ভগ্নাংশের প্রশ্ন আসলে হরে টিকে মোট কাজ ধরে হয়ে যাওয়া কাজকে W_1 এবং অবশিষ্ট কাজকে W_2 ধরতে হয়।

নিজে করুন:

১৩১. ১০৪ জন লোক দৈনিক ৮ ঘন্টা করে কাজ করে ৫৬ দিনে একটি কাজ শেষ করার কথা বলে একটি চুক্তি করা হলো। ৩০ দিন পর কাজটির ২/৫ অংশ শেষ হয়। যদি অবশিষ্ট দিনগুলোতে প্রত্যেকে ৯ ঘন্টা করে কাজ করে তাহলে নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি শেষ করার জন্য আরো কতজন লোককে নিয়োগ করতে হবে ?

উত্তর: ৫৬ জন

Practice Part

Easy Part:

১. $৩\frac{২}{৩}$ হেক্টর জমি চাষ করতে ৭ দিন লাগলে $৭\frac{১}{৩}$ হেক্টর জমি চাষ করতে কত দিন লাগবে? *(মাধ্যমিক গণিত-(১৯৮৩ সংস্করণ)*

২. ২৫ জন ছাত্র বাস করে এমন ছাত্রাবাসে, যেখানে সপ্তাহে পানির প্রয়োজন হয় ৬২৫ গ্যালন। সপ্তাহে ৯০০ গ্যালন পানিতে কতজন ছাত্র প্রয়োজন মিটাতে পারবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-অনু:২.৩]*

৩. ২৫ জন লোক দৈনিক ৬ ঘন্টা পরিশ্রম করে একটি কাজ ৮ দিনে শেষ করে। ১০ জন লোক দৈনিক ৬ ঘন্টা পরিশ্রম করে কত দিনে কাজটি করতে পারবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-অনু:২.৩]*

Medium Part:

৪. কোন দূর্গে ১৪০০ জন মানুষের ২৮ দিনের খাদ্য আছে। ৩ দিন পর ৪০০ জন লোক চলে গেল। তাহলে ঐ খাদ্যে বাকী মানুষের আর কত দিন চলবে?

৫. কোনো শিবিরে ২৮৫ জন সৈন্যের রোজ জন প্রতি ৬৫০ গ্রাম হিসেবে ৪০ দিনের খাবার আছে। জন প্রতি রোজ ৫০০ গ্রাম হিসেবে ঐ খাদ্য ৬০ দিন চালাতে হলে শিবির থেকে কতজন সৈন্য অন্যত্র পাঠাতে হবে?

৬. একটি কাজ ৫০ জন লোক দৈনিক ৮ ঘন্টা করে কাজ করে ১২ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘন্টা পরিশ্রম করে ৬০ জন লোক ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারে? *(মাধ্যমিক গণিত-(১৯৮৩ সংস্করণ)*

৭. ১৫ জন লোক দৈনিক ৬ ঘন্টা পরিশ্রম করে একটি কাজ ৮ দিনে শেষ করে । ১০ জন লোক দৈনিক কত ঘন্টা পরিশ্রম করে ৯ দিনে ঐ কাজ টি শেষ করতে পারবে? *[৭ম শ্রেণী অনু ৩.১ (পুরাতন সিলেবাস)]*

৮. ৫ জন শ্রমিক ৬ দিনে ৮ বিঘা জমির ফসল উঠাতে পারে। ২০ বিঘা জমির ফসল উঠাতে ২৫ জন শ্রমিকের কত দিন লাগবে? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.৩)]*

৯. একজন কৃষক ৫ জোড়া গরু দ্বারা ৮ দিনে ৪০ হেক্টর জমি চাষ করতে পারেন। তিনি ৭ জোড়া গরু দ্বারা ১২ দিনে কত হেক্টর জমি চাষ করতে পারবেন ? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.৩)]*

১০. সমান ক্ষমতা সম্পন্ন ৬টি মেশিন প্রতি মিনিটে ২৭০ টি বোতল উৎপন্ন করতে পারে। এই হারে, একই ধরণের ১০টি মেশিন ৪মিনিটে কতটি বোতল উৎপন্ন করতে পারবে? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*

১১. যদি ৮০০ টাকায় ৩ বৎসরে ১২০ টাকা আয় হয় তবে একই হারে ৪৫০ টাকায় ৪ বৎসরে কত টাকা আয় হবে? *[মাধ্যমিক গণিত-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

১২. ৬ জন পুরুষ এবং ৮ জন মহিলা একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে। যদি ১ জন মহিলা দ্বারা কৃতকার্য ১ জন পুরুষ দ্বারা কৃতকার্যের অর্ধেক হয় তবে ১০ জন মহিলা কাজটি কতদিনে শেষ করবে?

১৩. যদি ৯ জন পুরুষ অথবা ১৫ জন মহিলা একটি কাজ ১৬দিনে করতে পারে, তবে ৩ জন পুরুষ ও ৭ জন মহিলা ঐ কাজ কত দিনে করতে পারবে?

১৪. ৫ জন পুরুষ ৯ জন স্ত্রীলোকের সমান আয় করে এবং ৬ জন স্ত্রীলোক ১০ জন বালকের সমান আয় করে। একজন বালক যদি রোজ ১২.৫০ টাকা আয় করে তবে ১০ জন পুরুষ দৈনিক কত টাকা আয় করবে? *[মাধ্যমিক গণিত-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

১৫. একজন ঠিকাদার ৫ মাইল দীর্ঘ রেল লাইন ১৬০ দিনে করে দেওয়ার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করল। ৪০ দিন পর দেখা গেল যে মাত্র ১ মাইল শেষ হয়েছে। অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করলে নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি শেষ হবে ? *(মাধ্যমিক গণিত-(১৯৮৩ সংস্করণ)*

১৬. কিছু সংখ্যক শ্রমিক দিয়ে একটি কাজ শেষ করে ২৬ দিনে, ৩ জন শ্রমিক অনুপস্থিত থাকলে ওই কাজটি শেষ হয় ২৮ দিনে। প্রথমে ক'জন শ্রমিক ছিল?

Hard Part:

১৭. ৩ জন শ্রমিক দৈনিক ৭ ঘন্টা করে ১২ দিনে ৬৫০৪ বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করতে পারেন। দৈনিক ৬ ঘন্টা পরিশ্রম করে কত জন শ্রমিক ১৪ দিনে ৪৩৩৬ বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করতে পারবেন? *[৭ম শ্রেণী অনু ৩.২ (পুরাতন সিলেবাস)]*

১৮. একটি বেঞ্চ তৈরি করতে যে সময় লাগে, একটি আলমারি তৈরি করতে তার তিনগুণ সময় লাগে। ৬ জন কাঠমিস্ত্রি ১২ দিনে ৩৬ টি বেঞ্চ ও ৫টি আরমারি তৈরি করতে পারেন। ৬১ টি বেঞ্চ ও ৮ টি আলমারি তৈরি করতে ১০ জন মিস্ত্রির কত দিন লাগবে? *[৭ম শ্রেণী অনু ৩.২ (পুরাতন সিলেবাস)]*

১৯. ১০০ মিঃ লম্বা, ৫ মিঃ চওড়া এবং ৩ মিঃ গভীর একটি পরিখা খনন করতে যদি ২০ জন লোকের ৩ দিন লাগে ১৫০ মিঃ লম্বা ৬ মিঃ চওড়া এবং ২ মিঃ গভীর পরিখা ৮ দিনে খনন করতে কতজন লোকের প্রয়োজন হবে। (মাধ্যমিক গণিত-(১৯৮৩ সংস্করণ)

২০. যদি ৮ জন পুরুষ দৈনিক ৭ ঘন্টা খেটে একটি কাজ ১২ দিনে সম্পন্ন করতে তবে ১৪ জন বালক দৈনিক ৬ ঘন্টা খেটে কত দিনে তা শেষ করতে পারবে?
[এখানে আছে যে ১ জন পুরুষের কাজ = ২ জন বালকের কাজ] (মাধ্যমিক গণিত-(১৯৮৩ সংস্করণ)

২১. দুইজন পুরুষ এবং ছয়জন বালক একটি কাজ ৫ দিনে করতে পারে, ঐ কাজ আটজন পুরুষ এবং তিনজন বালক ৩ দিনে করতে পারে। একজন পুরুষ ও ৩ জন বালক ঐ কাজ কতদিনে করতে পারবে?

Answer & Solution

Easy Part:

১. **সমাধান:** $৩\frac{২}{৩}$ বা $\frac{১১}{৩}$ হেক্টর জমি চাষ করতে লাগে = ৭ দিন

∴ ১ " " " " " $= \frac{৭\times৩}{১১}$ দিন

∴ $৭\frac{১}{৩}$ বা $\frac{২২}{৩}$ " " " " $= \frac{৭\times৩\times২২}{১১\times৩}$ = ১৪ দিন **উত্তর: ১৪ দিন।**

২. **সমাধান:**
৬২৫ গ্যালন পানি প্রয়োজন মিটাতে পারে =২৫ জন ছাত্রের

১ " " " " " $= \frac{২৫}{৬২৫}$ " "

৯০০ " " " " " $= \frac{২৫\times৯০০}{৬২৫}$ = ৩৬ জন **উত্তর: ৩৬ জন।**

◈ শর্টকাট ঃ $\frac{২৫\times৯০০}{৬২৫} = ৩৬$

৩. **সমাধান:** ২৫ জন লোক কাজটি করতে পারে = ৮ দিনে

∴১ " " " " " = (২৫×৮) "

∴১০ " " " " " $= \frac{২৫\times৮}{১০}$ = ২০ দিনে। **উত্তর: ২০ দিন।**

Medium Part:

৪. **সমাধান:** বাকী লোক = (১৪০০-৪০০) = ১০০০ জন, বাকী দিন = ২৮-৩=২৫ দিন

১৪০০ জন মানুষের ২৫ দিনের খাবার ১০০০ জন মানুষের চলবে = $\frac{১৪০০\times২৫}{১০০০}$ = ৩৫ দিন। উত্তর: ৩৫ দিন।

by RPR® DUET Admission

৫. **সমাধান:**
জন প্রতি ৬৫০ গ্রাম হিসাবে ৪০ দিন চলে = ২৮৫ জন সৈন্যের

∴ " " ১ " " ১ " " = ২৮৫ × ৬৫০ × ৪০ "

∴ " " ৫০০ " " ৬০ " " $= \frac{২৮৫\times৬৫০\times৪০}{৫০০\times৬০}$ = ২৪৭ জন সৈন্যের

∴ সৈন্য অন্যত্র পাঠাতে হবে = ২৮৫ - ২৪৭ = ৩৮ জন **উত্তর: ৩৮ দিন।**

৬. **সমাধান:** ৫০ জন লোক ১২ দিনে কাজ করে দৈনিক = ৮ ঘন্টা খেটে

∴১ " " ১ " " " " = ৮ × ৫০ × ১২ " "

∴৬০" " ১৬ " " " " $= \frac{৮\times৫০\times১২}{৬০\times১৬}$ = ৫ ঘন্টা **উত্তর: ৫ ঘন্টা**

৭. **সমাধান:** ১৫ জন লোক একটি কাজ ৮ দিনে করে দৈনিক = ৬ ঘন্টা পরিশ্রম করে।

∴১ " " " " ১ " " " = ৬×১৫×৮ " " "

∴১০ " " " " ৯ " " " $= \frac{৬\times১৫\times৮}{১০\times৯}$ = ৮ ঘন্টা **উত্তর: ৮ ঘন্টা**

৮. **সমাধান:** ৮ বিঘা জমির ফসল উঠাতে ৫ জনের লাগে = ৬ দিন

∴ ১ " " " " ১ " " $= \frac{৬\times৫}{৮}$ "

∴ ২০ " " " " ১ " " $= \frac{৬\times৫\times২০}{৮\times২৫}$ = ৩ দিন **উত্তর: ৩ দিন।**

৯. **সমাধান:** ৫ জোড়া গরু দ্বারা ৮ দিনে চাষ করেন = ৪০ হেক্টর

∴১ " " " ১ " " " $\frac{৪০}{৫\times৮}$ "

∴৭ " " "১২ " " " $\frac{৪০\times৭\times১২}{৫\times৮}$ = ৮৪ হেক্টর **উত্তর: ৮৪ হেক্টর**

১০. **সমাধান:** ৬টি মেশিন ১ মিনিটে উৎপন্ন করে = ২৭০টি বোতল।

∴১টি " ১ " " " $= \frac{২৭০}{৬}$ " "

∴১০টি " ৪ মিনিটে " " $= \frac{২৭০\times১০\times৪}{৬}$ = ১৮০০টি। **উত্তর: ১৮০০ টি।**

১১. **সমাধান:** ৮০০ টাকায় ৩ বৎসরে ১২০ টাকা আয় হয়

∴ ১ " ১ " $= \frac{১২০}{৮০০\times৩}$ " " "

∴ ৪৫০ " ৪ " $= \frac{১২০\times৪৫০\times৪}{৮০০\times৩}$ " " " = ৯০ টাকা আয় হয়। **উত্তর: ৯০ টাকা।**

১২. **সমাধান:** যেহেতু ১ জন মহিলার কৃতকাজ ১ জন পুরুষের কৃত কাজের অর্ধেক। অর্থাৎ ১ জন পুরুষ ২ জন মহিলার সমান কাজ করে। এখন, ৬ জন পুরুষ এবং ৮ জন মহিলা = (৬×২) + ৮ = ১২+৮ = ২০ জন মহিলা
২০ জন মহিলার লাগে = ১০ দিন

∴১০ " " " $= \frac{১০\times২০}{১০}$ " = ২০ দিন।

১৩. ✍সমাধান: $\frac{৯\times১৫\times১৬}{(৯\times৭)+(৩\times১৫)}=\frac{৯\times১৫\times১৬}{৬৩+৪৫}=\frac{৯\times১৫\times১৬}{১০৮}$ = ২০দিন **উত্তর: ২০দিন।**

১৪. ✍সমাধান: ৫ জন পুরুষের আয় = ৯ জন স্ত্রীলোকের আয়

∴১০ " " " $=\frac{৯\times১০}{৫}$ = ১৮ জন স্ত্রী লোক

৬ জন স্ত্রী লোকের আয় = ১০ জন বালকের আয়

∴১৮ " " " " $=\frac{১০\times১৮}{৬}$ = ৩০ জন বালক

১ জন বালকে আয় = ১২.৫০ টাকা ∴৩০ জন বালকে আয় = ১২.৫০ × ৩০ = ৩৭৫.০০ টাকা **উত্তর: ৩৭৫ টাকা।**

১৫. ✍সমাধান: দিন বাকী = ১৬০ - ৪০ = ১২০ দিন, কাজ বাকী = ৫ - ১ = ৪ মাইল,

১ মাইল দীর্ঘ রেলপথ ৪০ দিন করে = ৬০ জন লোক।

∴১ " " " ১ " " $=\frac{৬০\times৪০}{১}$ " "

∴৪ " " " ১২০ " " $=\frac{৬০\times৪০\times৪}{১২০}$ = ৮০ আরও প্রয়োজন = ৮০ - ৬০ = ২০ জন। **উত্তর: ২০ জন**

১৬. ✍সমাধান: ধরি, প্রথমে শ্রমিক ছিল = x জন

প্রশ্নমতে, $২৬x = ২৮(x-৩)$ ⇒ $২৬x = ২৮x-৮৪$ ⇒ $২x = ৮৪$ ∴ $x = ৪২$ ∴ প্রথমে শ্রমিক ছিল = ৪২ জন।

Hard Part:

১৭. ✍সমাধান: দৈনিক ৭ ঘন্টা করে ১২ দিনে ৬৫০৪ বর্গ মি. চুনকাম করতে পারে = ৩ জন

∴ " ১ " " ১ " ১ " " " " " $=\frac{৩\times৭\times১২}{৬৫০৪}$ "

∴ " ৬ " " ১৪ " ৪৩৩৬ " " " " " $=\frac{৩\times৭\times১২\times৪৩৩৬}{৬৫০৪\times৬\times১৪}$ " = ২ জন **উত্তর: ২ জন**

১৮. ✍সমাধান:

যেহেতু একটি আলমারি তৈরি করতে একটি বেঞ্চের তিনগুণ সময় লাগে।

সুতরাং একটি আলমারি তৈরী করার সময়ে তিনটি বেঞ্চ তৈরি করা যাবে।

এখন, ৩৬টি বেঞ্চ ও ৫ টি আলমারি = ৩৬+(৫×৩) = ৩৬+১৫ = ৫১ টি বেঞ্চ

আবার, ৬১ টি বেঞ্চ ও ৮টি আলমারি = ৬১+(৮×৩) = ৬১+২৪ = ৮৫ টি বেঞ্চ

৬ জন কাঠমিস্ত্রি ৫১ টি বেঞ্চ তৈরী করতে লাগে = ১২ দিন

∴১ " " ১ " " " " " $=\frac{১২\times৬}{৫১}$ "

∴১০ " " ৮৫ " " " " " $=\frac{১২\times৬\times৮৫}{৫১\times১০}$ " = ১২ দিন **উত্তর: ১২ দিন**

১৯. ✍সমাধান: ১ম পরিখার ঘনফল = ১০০ মি. × ৫ মি. × ৩ মি. = ১৫০০ ঘন মিটার।

২য় পরিখার ঘনফল = ১৫০ মি. × ৬ মি. × ২ মি. = ১৮০০ ঘন মিটার।

১৫০০ ঘনমিটারের পরিখা ৩ দিনে খনন করে = ২০ জন লোকে

∴ ১ ঘনমিটারের পরিখা ১ দিনে খনন করে = $\frac{২০\times৩}{১৫০০}$ জন লোকে

∴১৮০০ ঘনমিটারের পরিখা ৮ দিনে খনন করে = $\frac{২০\times৩\times১৮০০}{১৫০০\times৮}$ জন লোকে = ৯ জন **১২ দিন** **উত্তর: ৯ জন।**

২০. ✍সমাধান: ১ জন পুরুষের কাজ = ২ জন বালকের কাজ

∴৮ " " " = ২ × ৮ = ১৬ জন বালকের কাজ

∴১৬ জন বালক দৈনিক ৭ ঘন্টা খেটে কাজ করে = ১২ দিনে

∴ ১ " " " ১ " " " " = ১২ × ১৬ × ৭

∴ ১৪ " " " ৬ " " " " $=\frac{১২\times১৬\times৭}{১৪\times৬}$ = ১৬ দিনে। **উত্তর: ১৬ দিন।**

২১. ✍সমাধান: প্রশ্নমতে, (২ পুরুষ+৬বালক)×৫ = (৮ পুরুষ + ৩ বালক)×৩

⇒ ১০ পুরুষ + ৩০ বালক = ২৪ পুরুষ + ৯ বালক

⇒ ৩০ বালক - ৯ বালক = ২৪ পুরুষ - ১০ পুরুষ ⇒ ২১ বালক = ১৪ পুরুষ ∴ ৩ বালক = ২ পুরুষ

এখন, ২ জন পুরুষ এবং ৬ জন বালক = ২ জন পুরুষ+৪ জন পুরুষ = ৬ জন পুরুষ

এবং, ১ জন পুরুষ+৩ জন বালক = ১ জন পুরুষ+২ জন পুরুষ = ৩ জন পুরুষ

৬ জন পুরুষের লাগে = ৫ দিন

∴ ৩ " " " $=\frac{৫\times৬}{৩}$ " = ১০ দিন। **উত্তর: ১০ দিন।**

Model Test-01

পূর্ণমান: ১০ সময়:১০মিনিট

১. কোন ছাত্রাবাসে ৪০ জন ছাত্রের ৩০দিনের খাবার আছে। ৫ দিন পর ১০ জন ছাত্র আসালে বাকী খাবার তাদের কতদিন যাবে?
ক. ১৫দিন খ. ২০দিন গ. ২৫দিন ঘ. ২৮দিন

২. ৩০ জন লোক একটি কাজ ২১ দিনে করলে ঐ কাজ ১৮ দিনে শেষ করতে নতুন কতজন লোক লাগবে?
ক. ৫জন খ. ৮জন গ. ৪জন ঘ. ৩জন

৩. ৯জন লোক একটা কাজ ১৫দিনে শেষ করতে পারে। অতিরিক্ত ৩জন লোক নিয়োগ করলে কাজটি কতদিনে শেষ করা যাবে?
ক. $১১\frac{৩}{৪}$ খ. $১১\frac{২}{৪}$ গ. $১১\frac{১}{৪}$ ঘ. ১২

৪. ৬ জন শ্রমিক ৫দিনে ১৮০০টাকা আয় করে। ১০জন শ্রমিক কতদিনে সমপরিমান টাকা আয় করতে পারবে?
ক. ৩ দিনে খ. ৪ দিনে গ. ৫ দিনে ঘ. ৬ দিনে

৫. ৩ জন পুরুষ বা ৫ জন বালক যে কাজ ২০দিনে করতে পারে। ৪ জন পুরুষ ও ১০ জন বালক সে কাজ কতদিনে করতে পারবে?
ক. ৪দিন খ. ৫দিন গ. ৬দিন ঘ. ৭দিন

৬. যদি ৬ জন স্ত্রীলোক অথবা ৮ জন বালক একটি কাজ ১২দিনে করতে পারে তবে ৩ জন স্ত্রীলোক ও ১২ জন বালক ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে?
ক. ৪দিন খ. ৫দিন গ. ৬দিন ঘ. ৭দিন

৭. $\frac{১}{১০}$ টাকায় $\frac{১}{৫০}$ টাকা লাভ হলে, শতকরা লাভের হার কত?
ক.২০% খ. ১৫% গ.১০% ঘ.২৫%

৮. ১০ জন লোক একটি কাজ ২০ দিনে সম্পন্ন করে। ৮ জন লোকের কাজটি সম্পন্ন করতে কত দিন লাগবে?
ক. ১৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ৩০

৯. শফিক দৈনিক ১০ ঘন্টা করে হেঁটে ১২ দিনে ৪৮০ কি.মি. অতিক্রম করে। দৈনিক ১০ ঘন্টা করে হেঁটে সে কত দিনে ৩৬০ কি.মি. অতিক্রম করতে পারবে?
ক. ১০ খ. ১২ গ. ৯ ঘ. ১৫

১০. যদি ১০টি জাহাজের ১০দিনে ১০ ট্যাংক তেল লাগে, তবে ১টি জাহাজের ১ ট্যাংক তেল দিয়ে কতদিন চলবে?
ক. ১ খ. ১০ গ. ১০০ ঘ. ১০০

উত্তরমালা:

১.	খ	২.	ক	৩.	গ	৪.	ক	৫.	গ
৬.	গ	৭.	ক	৮.	গ	৯.	গ	১০.	খ

Model Test-02

সময়: ১০মিনিট

পূর্ণমান: ১২

১. ৯ জন শ্রমিক ৭২০ টাকা আয় করে ৪ দিনে, ১২ জন শ্রমিক ঐ পরিমান টাকা আয় করবে কতদিনে? *[প্রাথ: শিক্ষক নিয়োগ-২০১৫]*
ক. ৫ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৬

২. ১ ব্যক্তি দৈনিক ৭ ঘন্টা পরিশ্রম করে যে কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। দৈনিক ৯ ঘন্টা পরিশ্রম করলে ঐ কাজ কতদিনে লাগবে?
ক. ১২ খ. ১৫ গ. ১৪ ঘ. ১৩

৩. ৫০০ টাকার ৬ বছরের সুদ ৩০ টাকা হলে ঐ টাকার ৮ বছরের সুদ কত?
ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৬০

৪. একটি অট্টালিকা ১৫০ ফুট লম্বা এবং কোনো এক সময় ২০ ফুট ছায়া পড়ে। ঐ একই সময় একটি গাছের ছায়া ২ ফুট হলে ঐ গাছের উচ্চতা কত?
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ২৫

৫. কোনো পরিবারে ১০ জন সদস্যের ৩০ দিনের খাবার আছে, ৫ জন নতুন অতিথি আসলে খাদ্য কতদিন চলবে?
ক. ১৫দিন খ. ২০দিন গ. ১২দিন ঘ. ১৪দিন

৬. একজন লোক দৈনিক ১১ ঘন্টা চলে ৪দিনে ২৭৫কি.মি. পথ অতিক্রম করে। দৈনিক ৮ঘন্টা চলে কত দিনে সে ৪৫০ কি.মি. পথ অতিক্রম করতে পারবে?
ক. ১০দিন খ. ৯ দিন গ. ১২দিন ঘ. ১৪দিন

৭. একটি দুর্গে ৪০০জন সৈন্যের ৪২দিনের খাবার আছে। ৬দিনে পর ২২০ জন সৈন্য চলে গেলে অবশিষ্ট খাদ্য তাদের কতদিন চলবে?
ক. ৫০দিন খ. ৬০দিন গ. ৭০দিন ঘ. ৮০দিন

৮. ৬ জন পুরুষ অথবা ৮ জন স্ত্রীলোক একটি কাজ ১৮দিনে করতে পারে। তবে ৩ জন পুরুষ ও ৫ জন স্ত্রীলোক ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে?
ক. ১৫দিন খ. ২০দিন গ. ১৬দিন ঘ. ১৪দিন

৯. কোন মেশিনের একটি পণ্য উৎপাদনে $\frac{২}{৩}$ মিনিট লাগে। ঐ মেশিনটি ২ ঘন্টায় কয়টি পণ্য উৎপাদন করবে? *[NSI (ACC)-2021]*
ক. ১৮০ খ. ২২০ গ. ১৯০ ঘ. ৪০৫

১০. ৩টি বিড়াল ৩টি ইঁদুর ধরে ৩ মিনিটে। তাহলে ১০টি বিড়াল ১০ টি ইঁদুর ধরবে কত মিনিটে?
ক.১০ খ.৯ গ.৩ ঘ.৬

১১. যদি ১০টি বলদ ২৭ দিনে ৩০ বিঘা জমি চাষ করতে পারে, তবে ১২টি বলদ ১৫ দিনে কত বিঘা জমি চাষ করতে পারবে?
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪৫ ঘ. ৪০

১২. ১০ জন দৈনিক ৬ ঘন্টা করে কাজ করে একটি কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। ১৫ জন মানুষ দৈনিক কত ঘন্টা করে কাজ করলে কাজটি ১২ দিনে শেষ হবে?
ক.৬ খ.৭ গ.৮ ঘ.৯

উত্তরমালা:

১.	খ	২.	গ	৩.	খ	৪.	খ	৫.	খ	৬.	খ
৭.	ঘ	৮.	গ	৯.	ক	১০.	গ	১১.	ক	১২.	ক

লিখিত অংশ

এই অধ্যায়ের ১০ নম্বর পদ্ধতিতে আলোচিত প্রায় সবগুলো প্রশ্নই লিখিত পরীক্ষায় আসার মত উপযোগী। যারা লিখিত পরীক্ষার জন্য প্রস্তুতি নিতে চান তার লিখিত অংশের সাথে সাথে ১০ নম্বর পদ্ধতি সহ ৬-৭-৮ এবং ৯ নম্বর পদ্ধতির প্রশ্নগুলোও দেখুন।

১. এক হালি কলার দাম ১০ টাকা হলে ৫ সদস্য বিশিষ্ট পরিবারের প্রত্যেকে প্রতিদিন ০২টি কলা খেলে ঐ পরিবারের এক সপ্তাহে কলা বাবদ কত টাকা ব্যয় হবে? *[ফরিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১(লিখিত)]*

সমাধান:

১ দিনে কলা লাগে = ৫×২ = ১০ টি
∴ ৭ " " " = ৭×১০ = ৭০ টি
আবার, ৪টি কলার দাম = ১০ টাকা হলে

∴ ১ টি কলার দম = $\frac{১০}{৪}$ টাকা।

∴ ৭০টি কলার দাম = $\frac{১০ \times ৭০}{৪}$ টাকা = ১৭৫ টাকা। উত্তর: ১৭৫ টাকা।

২. একজন শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতি বছর শেষে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ বেতন বৃদ্ধি পায়। তার মাসিক বেতন ৪ বছর পর ৪৭৮০ টাকা এবং ৭ বছর পর ৫১৪০ টাকা হয়। ১২ বছর পর তার মাসিক বেতন কত? *[৩৫তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান:

৭ বছর পর মাসিক বেতন = ৫১৪০ টাকা
৪ " " " " = ৪৭৮০ টাকা
৩ বছর পর মাসিক বেতন বৃদ্ধিপায় = (৫১৪০-৪৭৮০) = ৩৬০ টাকা
১ " " " " " = ৩৬০÷৩ = ১২০ টাকা
৫ " " " " " = (১২০× ৫) = ৬০০ টাকা
সুতরাং, ১২ বছর পর তার মাসিক বেতন হবে (৫১৪০+৬০০) টাকা = ৫৭৪০ টাকা উত্তর: ৫৭৪০টাকা

৩. চার জন পুরুষ এবং চার জন বালক যে কাজ তিন দিনে করতে পারে, দুই জন পুরুষ এবং সাত জন বালকের সেই কাজ করতে চার দিন লাগে। একজন পুরুষের একা ঐ কাজ করতে কত দিন লাগবে? *[২৫তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান:

৪ জন পুরুষ + ৪ জন বালক ৩ দিনে করে কাজটি বা ১ অংশ,

৪ জন পুরুষ + ৪ জন বালক ১ দিনে করে $\frac{১}{৩}$ অংশ ------(i)

আবার,
২ জন পুরুষ + ৭ জন বালক ৪ দিনে করে কাজটি বা ১ অংশ

২ জন পুরুষ + ৭ জন বালক ১ দিনে করে $\frac{১}{৪}$ অংশ -------(ii)

(i) নং কে ৭ দ্বারা এবং (ii) নং কে ৪ দ্বারা গুণ করে (উপরে নিচে যে কোন একটি মেলানোর জন্য)

২৮ জন পুরুষ + ২৮ জন বালক ১ দিনে করে $\frac{৭}{৩}$ অংশ

৮ জন পুরুষ + ২৮ জন বালক ১ দিনে করে $\frac{৪}{৪}$

বিয়োগ করে, ২০ জন পুরুষ ১ দিনে করে $\frac{৭}{৩}-\frac{৪}{৪}=\frac{২৮-১২}{১২}=\frac{১৬}{১২}=\frac{৪}{৩}$ অংশ

১ জন পুরুষ ১ দিনে করে $\frac{৪}{৩\times২০}$ অংশ $=\frac{১}{১৫}$ অংশ (২০ জনের থেকে ১ জন কম করবে তাই ভাগ বা নিচের সাথে গুণ)

$\therefore \frac{১}{১৫}$ অংশ ১ জন পুরুষ করে = ১ দিনে $\therefore$ ১ (সম্পূর্ণ) ১ জন করে $\frac{১\times১৫}{১}=১৫$ দিনে

নিজে করুন:

৪. দুই জন পুরুষ এবং দুই জন বালক যে কাজ ছয় দিনে সম্পন্ন করতে পারে। তিন জন পুরুষ এবং আট জন বালক তা তিন দিনে সম্পন্ন করতে পারে। একজন বালক ঐ কাজ কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে? *[২৪তম বিসিএস, লিখিত]* **উত্তর: ৬০দিন**

৫. ৬ পুরুষ বা ৯ জন বালক একটি কাজ ৩৬ দিনে করতে পারে। ৮ জন পুরুষ ও ৬ জন বালক ঐ কাজ ১২ দিন করার পর চলে গেল। অবশিষ্ট কাজ শেষ করতে ৪ জন পুরুষ ও ৬ জন বালকের কতদিন লাগবে? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৫ (লিখিত)]* **উত্তর: ৯ দিন।**

৬. কয়েকজন শ্রমিক একটি কাজ ১৮ দিনে করে দেবে বলে ঠিক করে। কিন্তু তাদের মধ্যে ৯ জন অনুপস্থিত থাকায় কাজটি ৩৬ দিনে সম্পন্ন হলো। ৩৬ জন শ্রমিক নিযুক্ত হলে কত দিনে কাজটি সম্পন্ন হতো? *[২৩তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান:

মনে করি, মোট শ্রমিকের সংখ্যা = x জন তাহলে ৯ জন অনুপস্থিত থাকলে শ্রমিকের সংখ্যা = x-৯ জন।

প্রশ্নমতে, ১৮x = ৩৬(x-৯) [একই কাজ করায়১৮ জনের x দিনের কাজ এবং ৩৬ জনের (x-৯) দিনের কাজ সমান]

বা, x = ২x-১৮ $\therefore$ x = ১৮ জন। অর্থাৎ শুরুতে কাজ করার কথা ছিল ১৮ জনের।

এখন, ১৮ জনে, করলে সময় লাগতো = ১৮দিন।

$\therefore$ ১ " " " " = ১৮×১৮ দিন।

$\therefore$ ৩৬ " " " " $=\frac{১৮\times১৮}{৩৬}=৯$ দিন। **উত্তর: ৯ জন।**

এরকম প্রশ্ন প্রিলির পরীক্ষার জন্য মুখে মুখেও সমাধান দেয়া যায়। কিভাবে? দেখুন:

কিছু লোকের মধ্যে ৯ জন অনুপস্থিত থাকায় ১৮দিনের কাজটি ৩৬দিন লাগলো অর্থাৎ দ্বিগুণ সময় লাগলো, তাহলে বোঝাই যাচ্ছে যে শুরুতে লোক যা ছিল ৯ জন অনুপস্থিত থাকায় লোক সংখ্যা অর্ধেক হয়ে গেছে। সুতরাং আগে লোক ছিল ৯×২ = ১৮ জন।

আবার যে কাজটি ১৮ জনে ১৮ দিন করা সম্ভব ছিল সেই একই কাজ ৩৬ জন অর্থাৎ দ্বিগুণ লোক করলে আগে লাগা ১৮ দিনের থেকে অর্ধেক সময় অর্থাৎ ১৮÷২ = ৯ দিন লাগবে।

[এ ধরণের লজিক আপনার মাথায় তখনি আসবে যখন আপনি বুঝে বুঝে অনেকগুলো প্রশ্ন সমাধান করবেন]

Khairuls Basic Math কেনো এত পাঠকপ্রিয়?

আমরা চেষ্টা করি সময়ের সাথে পাঠকের চাহিদা অনুসারে ঘরে বসে বুঝে বুঝে বিভিন্ন ধরণের ম্যাথ কারো সাহায্য ছাড়াই নিজে নিজে করার মত করে বই লিখতে এবং এই কাজে আমরা সর্বোচ্চ আন্তরিকতা ও অভিজ্ঞতার সমন্বয়ে সর্বোত্তম ভাবে আমাদের বইগুলোর প্রতিটি পেজ লেখা হয়। পাঠকের যেখানে যেখানে সমস্যা হতে পারে আমরা সেখানেই সমাধানের চেষ্টা করে আসছি। নতুন অনেকেই আমাদের মত চেষ্টা করছেন, কিন্তু কারা কতটুকু পার্ফেক্টলি করতে পারছেন তা দেখা ও বোঝার দায়িত্ব বিজ্ঞ পাঠকদের। তারাই তুলনা করে সঠিক সীদ্ধান্ত নিবেন।

আমাদের ফেসবুক পেজ ও Youtube চ্যানেল: Khairul's Math এ এই টপিকসহ সব টপিকের ভিডিও পাবেন।

ed by RPR DUET Admission

ল.সা.গু এবং গ.সা.গু

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	গ.সা.গু নির্ণয়	পদ্ধতি-০৫	ভগ্নাংশের ল.সা.গু ও গ.সা.গু
পদ্ধতি-০২	ল.সা.গু নির্ণয়	পদ্ধতি-০৬	দশমিক সংখ্যার ল.সা.গু ও গ.সা.গু
পদ্ধতি-০৩	দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ও গ.সা.গু	পদ্ধতি-০৭	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৪	অনুপাত আকারে ল.সা.গু ও গ.সা.গু		
Practice Part		**Model Test**	
ল.সা.গু এবং গ.সা.গু এর উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

H.C.F (Highest Common Factor) ⇒ গ.সা.গু ⇒ গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনিয়ক

গ.সা.গু হলো দুই বা ততোধিক সংখ্যার একটি সাধারণ গুণনিয়ক । অর্থাৎ গ.সা.গু টি হবে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর থেকে ছোট এমন একটি সংখ্যা যা দ্বারা উক্ত সংখ্যা গুলোকে নিঃশেষে ভাগ করা যায় (১ বাদে) ।

যেমন : ৪ এবং ৬ এর গ.সা.গু হবে ২ অর্থাৎ ২ দ্বারা ৪ ও ৬ উভয়কেই ভাগ করা যায়। আবার লক্ষ্য করুন, একাধিক সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা গেলে সবথেকে বড় সংখ্যাটি নিতে হবে। যেমন ৩৬ ও ৪৮ এর থেকে ছোট ১২, ৬, ৪, এবং ২ এই ৪ টি সংখ্যা দ্বারাই ৩৬ ও ৪৮ কে ভাগ করা যায়। কিন্তু এক্ষেত্রে সবথেকে বড় সংখ্যাটি অর্থাৎ ১২ ই হবে ৩৬ ও ৪৮ এর গ.সা.গু। কেননা গ.সা.গু এর অর্থ হচ্ছে গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনিয়ক । যে সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণনিয়ক নেই তাদের গ.সা.গু সবসময় ১ হয়। যেমন ৭ ও ১১ এর গ.সা.গু ১।

L.C.M (Least Common Multiple) ⇒ ল.সা.গু ⇒ লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক

ল.সা.গু হলো একাধিক সংখ্যার এমন একটি গুণিতক যাকে প্রতিটি সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যায়। যেমন: ধরুণ, ৪ এবং ৬ সংখ্যা দুটির ল.সা.গু হবে ১২ কেননা ১২ কে ৪ এবং ৬ উভয় সংখ্যা দ্বারাই ভাগ করা যায়। এছাড়াও অনেকগুলি সংখ্যা আছে যাদেরকে ৪ ও ৬ দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যায়। যেমন: ২৪, ৩৬, ৪৮, ৬০ . . . কিন্তু এগুলো ৪ ও ৬ এর ল.সা.গু হবে না। কেননা ল.সা.গু এর ক্ষেত্রে সবচেয়ে ছোট কমন সংখ্যাটিই নিতে হয়।

একটা কমন উদহারণ দেখে নিন: (এই উদাহরণের কথাগুলো মনযোগ দিয়ে পড়লে সব ক্লিয়ার হবে)

১২, ১৮ এবং ২৪ এর গ.সা.গু বের করতে হলে ১২, ১৮ এবং ২৪ সবাইকে ভাগ করা যায় এমন ছোট সংখ্যা হলো, ২,৩ এবং ৬ এর মধ্যে সবথেকে বড় সংখ্যা ৬ ই হলো গ.সা.গু। অর্থাৎ প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর থেকে ছোট কিন্তু সেই ছোটগুলোর মধ্যে বৃহত্তমটি হচ্ছে গ.সা.গু ।

আবার ১২, ১৮ এবং ২৪ এর ল.সা.গু বের করার ক্ষেত্রে, ১২, ১৮ এবং ২৪ দিয়ে ভাগ করা যায় এমন সংখ্যা ৭২, ১৪৪, ২১৬, ২৮৮ . . . সহ অনেক সংখ্যা। এদের মধ্যে সবথেকে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৭২ ই হলো ১২,১৮ এবং ২৪ এর ল.সা.গু।

তাহলে মূল পার্থক্যটা হচ্ছে, গ.সা.গু তে ১২,১৮ এবং ২৪ কে ই কোন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা এবং ল.সা.গু তে ১২,১৮ এবং ২৪ দিয়ে অন্য কোন সংখ্যাকে ভাগ করা। একবার এদেরকে ভাগ করা হচ্ছে, আরেকবার এরাই ভাগ করছে।

Note: ল.সা.গু তে লঘিষ্ঠ থকলেও এর উত্তর বড় এবং গ.সা.গুতে গরিষ্ঠ থাকলেও এর উত্তর ছোট হয়। যেমন, ২৪ ও ৩৬ এর ল.সা.গু ৭২ অর্থাৎ ২৪ ও ৩৬ দ্বারা ভাগ করা যায় এমন সবথেকে ছোট সংখ্যা হল ৭২। যদিও আরো অনেক সংখ্যা আছে যেমন, ১৪৪,২১৬ . . . . যাদের কে ২৪ ও ৩৬ দ্বারা ভাগ করা যায় কিন্তু ৭২ ই সবথেকে ছোট। তেমনিভাবে গ.সা.গু এর ক্ষেত্রে ২৪ ও ৩৬ উভয় সংখ্যাকেই ভাগ করা যায় ২, ৩, ৪, ৬ ও ১২ সংখ্যাগুলো দিয়ে। কিন্তু এখানে সবথেকে বড় সংখ্যাটি অর্থাৎ ১২ নিতে হবে।

দ্রুত/ মুখে মুখে ল.সা.গু ও গ.সা.গু বের করতে চান? নিচের নিয়মগুলো ধৈর্য্য সহকারে পড়ুন। অনেক অংকে কাজে লাগবে।

বহুল ব্যবহৃত কিছু সংখ্যার ল.সা.গু গুলো মুখস্ত করে রাখতে পারেন, কেননা পরবর্তীতে বিভিন্ন অধ্যায়ে এগুলো প্রচুর ব্যবহার হয়। বিশেষ করে ভগ্নাংশ রয়েছে এরকম অংকের ক্ষেত্রে দ্রুত ল.সা.গু বের করতে পারলে আপনার সময় বাঁচবে। আপনাদের সুবিধার্থে টেকনিক সহ কিছু ল.সা.গু বের করে দেয়া হল।

(ক). দুটি সংখ্যা ভিন্ন হলে বা মৌলিক হলে দুটোই গুণ করে ল.সা.গু বের করতে হয়। যেমন, ৩ ও ২ এর ল.সা.গু ৬ একই ভাবে ৩ ও ৪ = ১২, ৩ ও ৫ = ১৫, ৪ ও ৫ = ২০, ৫ ও ৬ = ৩০ <<<< এভাবে গুণ করে।

(খ). দুটো বা তিনটি সংখ্যার মধ্যে বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যাগুলো দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা গেলে বড় সংখ্যাটিই তাদের ল.সা.গু । যেমন ২ ও ৬ এর মধ্যে ২ দ্বারা ৬ কে ভাগ করা যায় তাই ২ ও ৬ এর ল.সা.গু হবে ৬ ই। একই ভাবে ৩ ও ৬ =৬, ৪,৬ ও ১২ = ১২, ১২ ও ২৪ =২৪, অনেকগুলো থাকলেও এভাবেই যেমন: ১০,২০,৩০ ও ৬০ এর ল.সা.গু হবে ৬০। কেননা ৬০ কে সবগুলো সংখ্যা দিয়েই ভাগ করা যায়।

(গ). আবার যদি সংখ্যাগুলো একটি দিয়ে আরেকটিকে নিঃশেষে ভাগ করা না যায়, কিন্তু অন্য একটি সংখ্যা দিয়ে উভয় সংখ্যাকেই ভাগ করা যায় তাহলে তাদের ল.সা.গু দ্রুত বের করার জন্য বড় সংখ্যাটিকে **২গুণ, ৩গুণ, ৪গুণ** এভাবে বাড়াতে হবে এবং অন্য ছোট সংখ্যাটি দ্বারা ভাগ করে দেখতে হবে। যে সংখ্যাটিকে ভাগ করা যাবে সেই সংখ্যাটি হবে ঐ দুটো সংখ্যার ল.সা.গু।

যেমন: ৬ ও ৮ এর ল.সা.গু বের করতে বলা হলে ৮×২ = ১৬ কিন্তু এই ১৬ কে ৬ দ্বারা ভাগ করা যায় না। তাই ১৬ হবে না। এখন, পুণরায় ৮×৩=২৪ এখন এই ২৪ কে ৬ দিয়ে ভাগ করা যায়। তাই ৬ ও ৮ এর ল.সা.গু হবে ২৪। একইভাবে, ৮ ও ১২ এর ল.সা.গু ২৪ । এরকম আরো কিছু, ১২ ও ১৮ = ৩৬, ৪ ও ৬ এর =১২, ১০ ও ১৫ এর= ৩০, ২০ ও ৩০ এর = ৬০, ১২ও ১০ এর =৬০ ইত্যাদি।

(ঘ). অনেকগুলো সংখ্যা একসাথে থাকলে, যেমন: ২,৩,৪,৫,১৫,২০ সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু কত?

ল.সা.গু সম্পর্কে প্রাথমিক তথ্যটি ভুলে যাবেন না যে কয়েকটি সংখ্যার একটি মিলিত বিন্দুর নামই ল,সা,গু। অর্থাৎ একটি সংখ্যাকে কয়েকটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা গেলে ঐ সংখ্যাটিই প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল,সা,গু। এখানে বড় সংখ্যাটি ২০ দ্বারা যাকে ভাগ করা যাবে ২ ও ৪ দ্বারাও তাকে ভাগ করা যাবে তাই ২ ও ৪ বাদ, আবার ১৫ দ্বারা যাকে ভাগ করা যাবে ৫ দ্বারাও তাকে ভাগ করা যাবে,তাই ৫ কে ও বাদ দিয়ে শুধু ১৫ ও ২০ এর ল.সা.গু বের করলেই সবগুলোর ল.সা.গু বের হয়ে যাবে। উপরের (গ) নং নিয়ম অনুযায়ী ২০ কে দ্বিগুণ করলে ১৫ দ্বারা ভাগ করা যায় না। কিন্তু ২০ কে তিনগুণ করলে ৬০ হয় যাকে ১৫ দ্বারা ভাগ করা যায় তাই এদের ল.সা.গু হবে ৬০। সুতরাং সবগুলোর সংখ্যার ল.সা.গু ও হবে ৬০।

বিস্তারিত নিয়মে সবাই যেভাবে করে থাকেন তা বক্সে তুলে ধরা হল।

২ | ২, ৩, ৪, ৫, ১৫, ২০	কিন্তু এভাবে ছোটবেলার নিয়মে করতে অনেক সময় লাগবে। তাই উপরের (ঘ) নিয়মের কথাগুলো আবার পড়ুন এবং নিচের অংকগুলো সেভাবে Practice করুন।
৩ | ১, ৩, ২, ৫, ১৫, ১০	
৫ | ১, ১, ২, ৫, ৫, ১০	
২ | ১, ১, ২, ১, ১, ২	
১, ১, ১, ১, ১, ১	

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু = ২×৩×৫×২ = ৬০

অনুশীলন:

১. ৫, ১০, ১৫ এর ল.সা.গু কত? (৫ বাদ দিয়ে শুধু ১০ আর ১৫ এর ল.সা.গু মুখে মুখে করার চেষ্টা করুন) **উত্তর: ৩০**

২. ৫, ১০,১৫,২০ এর ল.সা.গু কত? (৫ ও ১০ বাদ) **উত্তর: ৬০**

৩. ৩, ৬, ৯, ১২ এবং ১৫ এর ল.সা.গু কত? (৩ ও ৬ বাদ দিয়ে দ্রুত করুন) **উত্তর: ১৮০**

বৃহত্তম [Largest/Biggest (গ.সা.গু)]	ক্ষুদ্রতম [Smallest (ল.সা.গু)]
কোন প্রশ্নে বৃহত্তম বা সবথেকে বড় (Largest) শব্দের উল্লেখ্য থাকে তাহলে বুঝতে হবে ঐ প্রশ্নে একাধিক উত্তর বের হতে পারে তন্মধ্যে সবথেকে বড় উত্তরটি নিতে হবে। আর যা শুধুমাত্র গ.সা.গু করলে সহজে বের হয়।	কোন প্রশ্নে ক্ষুদ্রতম বা সবথেকে ছোট (Smallest) শব্দের উল্লেখ্য থাকে তাহলে বুঝতে হবে ঐ প্রশ্নে একাধিক উত্তর বের হতে পারে তন্মধ্যে সবথেকে ছোট উত্তরটি নিতে হবে। আর যা শুধুমাত্র ল.সা.গু করলে সহজে বের হয়।
বৃহত্তম বা Largest থাকলে গ.সা,গু	ক্ষুদ্রতম বা Smallest থাকলে ল.সা.গু
উদাহরণ: কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৪, ৪৮ এবং ৭২ কে ভাগ করা যায়। **ব্যাখ্যা :** ২৪, ৪৮ এবং ৭২ কে কয়েকটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায়, যেমন, ২, ৪, ৬, ১২, ২৪ এদের মধ্যে সবথেকে বড় সংখ্যাটি হল ২৪। যা গ.সা.গু করলে সহজে বের হবে।	**উদাহরণ:** কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২৪, ৪৮, ৭২ দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যায়? **ব্যাখ্যা:** এক্ষেত্রে ২৪, ৪৮ ও ৭২ দ্বারা ভাগ করা যায় এরুপ সংখ্যা হল,১৪৪,২৮৮,৪৩২ . . . এদের মধ্যে সবথেকে ছোট সংখ্যাটি হল ১৪৪, যা ল,সা.গু এর মাধ্যমে সহজে বের করা সম্ভব
মাথায় রাখতে হবে, বৃহত্তম হল কয়েকটি উত্তরের মধ্যে সবথেকে বড়টি। তাই প্রশ্নে বৃহত্তম সংখ্যা বের করতে বলা হলে গ.সা.গু বের করতে হবে।	**মাথায় রাখতে হবে** ক্ষুদ্রতম হল কয়েকটি উত্তরের মধ্যে সবথেকে ছোটটি। প্রশ্নে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বের করতে বলা হলে ল.সা.গু বের করতে হবে।

পদ্ধতি-০১: গ.সা.গু নির্ণয়

সাধারণ সংখ্যার গ.সা.গু :

সাধারণ গ.সা.গু বের করার দুটি নিয়ম আছে। কিন্তু সবচেয়ে দ্রুত গ.সা.গু বের করার জন্য নিম্নোক্ত নিয়মটি অনুসরণ করুন।

দুটি সংখ্য থাকলে , যেমন: **১২ এবং ১৮ এর গ.সা.গু কত?**

এ ধরণের অংকে ছোট সংখ্যা দ্বারা বড় সংখ্যাটি ভাগ করতে হয় যাকে ইউক্লিডিও পদ্ধতি বলা হয়।

১২) ১৮ (১ (প্রথমেই ছোট সংখ্যা দিয়ে বড়টিকে ভাগ)
১২
৬) ১২(২ (প্রাপ্ত ভাগশেষ দিয়ে ঐ ছোট সংখ্যাটি ভাগ)
১২
০০ (যে সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে উত্তর মিলে যাবে সেটিই গ.সা.গু) উত্তর: ৬

দুইয়ের অধিক সংখ্যা থাকলে, যেমন: ১৮,২৪, ৩৪ এর গ.সা.গু কত?

সমাধান,

প্রথমে সবথেকে ছোট সংখ্যাটি ১৮ দ্বারা তার থেকে বড় সংখ্যাটি ২৪ কে ভাগ করে গ.সা.গু ৬ বের করতে হবে। শেষে ঐ ৬ দিয়ে আবার সবথেকে বড় সংখ্যাটিকে ভাগ করলে যা দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যাবে তাই উত্তর। যেহেতু ৬ দিয়ে ৩৪ কে ভাগ করা যায় না তাই ৬ ও ৩৪ এর গ.সা.গু হবে ২। তাহলে সবগুলো সংখ্যার গ.সা.গু = ২।

মৌলিক গুণনিয়কের সাহায্যে গ.সা.গু নির্ণয়: (নিয়মটা জেনে রাখুন) যেমন: ২৮,৪৮, ৭২ এর গ.সা.গু কত? (৬ষ্ঠ শ্রেণি বোর্ড বই)

সমাধান:

এখানে, ২৮ এর মৌলিক গুণনিয়কগুলো = ২,২,৭ অর্থাৎ ২৮ = (২×২×৭)

৪৮ এর মৌলিক গুণনিয়কগুলো ২,২,২,২,৩ অর্থাৎ ৪৮ = (২×২×২×২×৩)

এবং ৭২ এর মৌলিক গুণনিয়কগুলো ২,২,২,৩,৩ অর্থাৎ ৭২ = (২×২×২×৩×৩)

২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর সাধারণ মৌলিক গুণনিয়কগুলো ২,২ (অর্থাৎ ৩টা সংখ্যার গুণনিয়কগুলোর মধ্যে মিল আছে যেগুলো)

∴ ২৮, ৪৮ এবং ৭২ এর গ.সা.গু. = ২×২ = ৪

নিজে করুন:

৪. ১৫ ও ২৫ এর গ.সা.ও কত? *[এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]* উত্তর: ক
ক. ৫ খ. ৩০ গ. ১৫ ঘ. ২০

৫. ২৪, ৩০ এবং ৭৭ এর গ.সা.ও কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তর-২০১১]* উত্তর: ক
ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ৪

মনে রাখবেন: যখন সংখ্যাগুলো মধ্যে কোন সাধারণ গুণনীয়ক থাকে না তখন গ.সা.ও ১ হয়।

৬. ৩২, ৪৮, ৫৬ এবং ৮০ এর গ.সা.ও কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ:শিক্ষক-৯০]* উত্তর: খ
ক. ৪ খ. ৮ গ. ১২ ঘ. ১৪

৭. ০, ২, ৩ এর গ.সা.ও. কত? *[বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক):২০২১]* উত্তর: গ
ক. ৬ খ. ৫ গ. ১ ঘ. ৪

সমাধান: ০×১ = ০; ২×১ = ২ এবং ৩×১ = ৩। ∴ ০, ২ এবং ৩ এর সাধারণ গুণনিয়ক বা গ.সা.ও = ১।

৮. একটি লোহার পাত ও একটি তামার পাতের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬৭২ সে.মি. এবং ৯৬০ সে.মি. পাত দুটি থেকে কেটে নেওয়া একই মাপের সবচেয়ে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য কত হবে? প্রত্যেক পাতের টুকরার সংখ্যা নির্ণয় করুন। *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-(অনু:১.৩)]*

সমাধান:
এখানে, ৬৭২ ও ৯৬০ এর গ.সা.ও ই হবে সবথেকে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য।
৬৭২ ও ৯৬০ এর গ.সা.ও = ৯৬ এবং লোহার পাত = ৬৭২÷৯৬ = ৭ টুকরা এবং তামার পাত ৯৬০÷৯৬ = ১০টুকরা।

৯. কতজন বালককে ১২৫ টি কমলালেবু এবং ১৪৫ টি কলা সমানভাবে ভাগ করে দেয়া যাবে? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১] [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবারক্ষক):২০২১]* উত্তর: ক
ক. ৫ খ. ৬ গ. ৩ ঘ. ৪

সমাধান:
এখানে উত্তরটি এমন একটি সংখ্যা বের করতে হবে যা দিয়ে ১২৫ এবং ১৪৫ উভয়কেই নিঃশেষে ভাগ করা যায়।
যা শুধু গ.সা.ও বের করার মাধ্যমেই সম্ভব। ১২৫ এবং ১৪৫ এর গ.সা.ও ৫।

১০. কতজন শিশুর মধ্যে কোন ফল না ভেঙ্গে ১১৫ টি কমলা এবং ১৩৫ টি কলা ভাগ করে দেয়া যায়? *[বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]* উত্তর: ক
ক. ৫ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৫

১১. একটি ব্যাগে ৭২টি সবুজ এবং ১০৮টি লাল মার্বেল আছে। সমান সংখ্যক মার্বেলের প্যাকেট করা হলো যাতে প্রতি প্যাকেটে সব সবুজ অথবা সব লাল মার্বেল থাকে। প্রতি প্যাকেটে সর্বোচ্চ কত মার্বেল থাকতে পারে? *[সাব-রেজিস্ট্রার নিয়োগ পরীক্ষা-২০০১]* উত্তর: ক
ক. ৩৬ খ. ২৪ গ. ১২ ঘ. ১৮

সমাধান: নির্ণেয় সর্বোচ্চ মার্বেল সংখ্যা হবে ৭২ এবং ১০৮ এর গ.সা.ও

৭২) ১০৮(১
৭২
৩৬)৭২(২
৭২
০

∴ গ.সা.ও = ৩৬ সুতরাং নির্ণেয় সর্বোচ্চ মার্বেল সংখ্যা ৩৬ টি।

১২. একটি ১২০ ফুট দৈর্ঘ্য ও ৭০ ফুট প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তাকার ঘরের মেঝেকে বর্গাকার টাইলস দিয়ে সম্পূর্ণ ঢেকে দিতে হবে। সর্বোচ্চ সাইজের বর্গাকার টাইলসের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? *[NSI-এর জুনিয়র(ফিল্ড অফিসার)-২০০১]* উত্তর: গ
ক. ১১ ফুট খ. ৫ ফুট গ. ১০ ফুট ঘ. ১৫ ফুট

সমাধান:
১২০ ও ৭০ এর গ.সা.ও ই হবে সর্বোচ্চ বর্গাকৃতির টাইলসের সংখ্যা কারণ টাইলসের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ এমন সংখ্যা হতে হবে যাতে তা দিয়ে ১২০ এবং ৭০ উভয় সংখ্যাকে ভাগ করা যায়। তাহলে কোন টাইলস কাটতে হবে না।

৭০ = ২×৫×৭ আবার ১২০ = ২×২×২×৩×৫
∴ উভয় সংখ্যার উৎপাদক গুলো থেকে সাধারণ উৎপাদক ২ ও ৫ এর গুণফল ২×৫ = ১০ ই
হলো ৭০ ও ১২০ এর গ.সা.ও অর্থাৎ ১২০ ও ৭০ এর গ.সা.ও = ১০ ∴ নির্ণেয় টাইলসের সংখ্যা = ১০টি।

১৩. কোনো বিক্রেতাকে ৩.২৫ টাকা, ৪.৭৫ টাকা ও ১১.৫০ টাকা একই ধরনের মুদ্রা দ্বারা পরিশোধ করতে হলে সবচেয়ে বড় কত পয়সার মুদ্রা প্রয়োজন? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরোর (পরিসংখ্যান অ্যাসিসটেন্ট অফিসার)-২০১৪]* উত্তর: ঘ
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ৫০ ঘ. ২৫

সমাধান: ৩.২৫ টাকা = ৩.২৫×১০০ = ৩২৫ পয়সা, ৪.৭৫ টাকা = ৪৭৫ পয়সা এবং ১১.৫০ টাকা = ১১৫০ পয়সা
নির্ণেয় পয়সার পরিমান হবে এই পয়সারগুলোর গ.সা.ও
এখানে, ৩২৫) ৪৭৫(১
৩২৫
১৫০)৩২৫(২
৩০০
২৫)১৫০(৬
১৫০
০

২৫) ১১৫০(৪৬
১০০
১৫০
১৫০
০

অর্থাৎ গ.সা.ও ২৫ সুতরাং ২৫ পয়সার মুদ্রার প্রয়োজন। উত্তর: ২৫ পয়সা।

১৪. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১০২ এবং ১৮৬ কে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ৬ অবশিষ্ট থাকবে? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]* উত্তর: খ
ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৪ ঘ. ১৬

সমাধান:
লক্ষ্য করুন একটি অজানা সংখ্যা দ্বারা ১০২ এবং ১৮৬ কে ভাগ করতে গেলে প্রত্যেকবার ৬ অবশিষ্ট থাকে। অর্থাৎ এই সংখ্যা দুটিতে ৬ করে অতিরিক্ত থাকায় নিঃশেষে ভাগ করা যাচ্ছে না। কিন্তু সংখ্যাদ্বয় থেকে ৬ বিয়োগ করলে ১০২ - ৬ = ৯৬ এবং ১৮৬ - ৬ = ১৮০ কে ঐ আজানা সংখ্যাটি দ্বারা ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকবে না।
আবার ৯৬ এবং ১৮০ উভয়কেই নিঃশেষে ভাগ করা যাবে তাদের গ.সা.ও দিয়ে। ৯৬ ও ১৮০ এর গ.সা.ও ১২ ই হলো উত্তর।

১৫. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৩৬৫ ও ৪৬৩ কে ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে ৫ ও ৭। বৃহত্তম সংখ্যাটির মান কত? *[ডেসকো-(অ্যাসিসটেন্ট কমপ্লেইন্ট সুপারভাইজার)-২০১৯]* উত্তর: ক
ক. ২৪ খ. ৫২ গ. ৩৪ ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: ৩৬৫ − ৫ = ৩৬০; ৪৬৩ − ৭ = ৪৫৬ সুতরাং নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যাটি হবে ৩৬০ ও ৪৫৬ এর গ.সা.ও।
এখানে, ৩৬০ = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩ × ৫ এবং ৪৫৬ = ২ × ২ × ২ × ৩ × ১৯
উভয় ক্ষেত্রে কমন সংখ্যা হলো, ২ × ২ × ২ × ৩ তাহলে নির্ণেয় গ.সা.ও = ২ × ২ × ২ × ৩ = ২৪

নিজে করুন:

১৬. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৮, ৪২ এবং ৬৯ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৪, ৬, ৯ ভাগশেষ থাকবে? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০]* উত্তর: ঘ
ক. ১০ খ. ১৪ গ. ১৮ ঘ. ১২

[Hints: ভাগশেষ গুলো আগে বিয়োগ করে ১২, ২৪ এবং ৩৬ আসলে এদের গ.সা.ও ১২ (১২দিয়ে সবগুলোকে ভাগ করা যায়)]

১৭. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৭, ৪০ ও ৬৫ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৩,৪,৫ ভাগশেষ থাকবে? *[কারা তত্ত্বাবধায়ক স্বরাষ্ট্রমন্ত্র:-২০১০]+ [৬ষ্ঠ শ্রেণী- (অনু:১.৩)]* উত্তর: খ
ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৪ ঘ. ১৬

পদ্ধতি-০২: ল.সা.গু নির্ণয়

সাধারণত পরীক্ষাগুলোতে গ.সা.গু. এর থেকে ল.সা.গু. এর প্রশ্ন-ই বেশি এসে থাকে। তাই এখানে ল.সা.গু. নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হলো।

সাধারণ ল.সা.গু বের করা:

ল.সা.গু বের করার সাধারন নিয়ম দুটির মধ্যে সহজ এবং জনপ্রিয় পদ্ধতিটি নিম্নরূপ:

২, ৩, ৪, ৫, ১৫ এবং ২০ এর ল.সা.গু কত?

২ | ২, ৩, ৪, ৫, ১৫, ২০	∴ নির্ণেয় ল.সা.গু = ২×৩×৫×২ = ৬০
৩ | ১, ৩, ২, ৫, ১৫, ১০	
৫ | ১, ১, ২, ৫, ৫, ১০	মুখে মুখে : ১৫ এবং ২০ এর ল.সা.গু = ৬০
২ | ১, ১, ২, ১, ১, ২	
১, ১, ১, ১, ১, ১	

১৮. ২, ৪, ৮ এর ল.সা.গু কত? *[এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]*

ক. ২ খ. ৪ গ. ৮ ঘ. ১৬ **উত্তর: গ**

সমাধান: ২, ৪, ৮ এর ল.সা.গু = ৮।

১৯. ১২, ১৮, ২০ ও ১০৫ এর ল.সা.গু কত? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-(অনু:১.৩ উদা:৪]*

ক. ১৪০০ খ. ১৩৫০ গ. ১২৬০ ঘ. ১৬৩০ **উত্তর: গ**

২০. ক একটি মৌলিক সংখ্যা এবং ক, খ দ্বারা বিভাজ্য নয়। ক এবং খ এর ল.সা.গু কত? *[তুলা উন্নয়নের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-১৯৯৭]*

ক. খ+ক খ. কখক গ. কখ ঘ. খকখ **উত্তর: গ**

[**Hints:** একটি সংখ্যাকে অরেকটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা না গেলে তাদের গুণফলই তাদের ল.সা.গু হয়।]

২১. নিচের কোনটি ৩ ও ৬ এর গুণিতক? *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট):২০২০]*

ক. ৩ খ. ৯ গ. ১৫ ঘ. ১৮ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ৩ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ৬; এখন ৬ এর গুণিতক হলো = ৬,১২,১৮,২৪.....অর্থাৎ অপশন অনুযায়ী উত্তর হবে ১৮।

২২. নিচের কোন সংখ্যাটি ৭ এবং ১৩ এর গুণিতক? *[ইসলামী ব্যাংক সহকারী অফিসার ২০১২]*

ক. ১৮৫ খ. ১৮৫ গ. ১৭৭ ঘ. ১৮২ **উত্তর: ঘ**

[**Hints:** ৭ এবং ১৩ উভয় সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় তাদের ল.সা.গু = ৭×১৩ = ৯১ কে।
কিন্তু এখানে ৯১ দেয়া নেই তাই ৯১ এর দ্বিগুণ ১৮২ কে ও ৭ ও ১৩ দ্বারা ভাগ করা যাবে। **উত্তর: ১৮২**]

২৩. সর্বমোট কত সংখ্যক গাছ হলে একটি বাগানে ৭, ১৪, ২১, ৩৫ ও ৪২ সারিতে গাছ লাগালে একটিও কম বা বেশি হবে না? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*

ক. ২১০ খ. ২২০ গ. ২৩০ ঘ. ২৬০ **উত্তর: ক**

সমাধান: ৭, ১৪, ২১, ৩৫ ও ৪২ এর ল.সা.গু = ২১০ ই উত্তর।

টেকনিক: সবগুলো সংখ্যা লিখে ল.সা.গু বের করতে গিয়ে সময় নষ্ট না করে এভাবে করুন: (অন্য অংকেও প্রয়োগ করুন)

যেহেতু সবথেকে বড় সংখ্যা ৪২ এর মধ্যেই ৭,১৪ এবং ২১ সংখ্যাটি আছে তাই

৩৫, ও ৪২ এর ল.সা.গু ৩৫ ও ৪২ থেকে ৭ কমন নিলে ৫ ও ৬ থাকে তাই ৭×৫×৬ = ২১০

২১০ ই সবগুলোর ল.সা.গু হবে। কারণ ল.সা.গু বের করা অর্থ এমন একটি সংখ্যা বের করা যাকে প্রদত্ত সবগুলো সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায়।

২৪. এক স্কুলে প্যারেড করার সময় ছাত্রদের ৮, ১০ বা ১২ সারিতে সাজানো হয়। ঐ স্কুলে ন্যূনতম কতজন ছাত্র রয়েছে? *[সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা-২০১০]*

[**Hints:** শুধু ল.সা.গু]

ক. ১২০ জন খ. ১৪০ জন গ. ১২৫ জন ঘ. ১৩০ জন **উত্তর: ক**

২৫. একদল গরু প্রতিবার সমান সংখ্যায় ভাগ হয়ে তিন পথে গমন করে, সাত ঘাটে পানি পান করে, নয়টি বৃক্ষের নিচে ঘুমায় এবং বারো জন গোয়ালা সমান সংখ্যক গরুর দুধ দোয়ায়: তাহলে গরুর সংখ্যা কত? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ৫২২ খ. ২৫২ গ. ২২৫ ঘ. ১৫৫ **উত্তর: খ**

সমাধান: (এরকম প্রাকটিকাল ব্যবহারের অংক পারার জন্য প্রাকটিকাল ব্যবহারের অংক করতে হবে।)

এখানে প্রশ্নে প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ৩,৭,৯ এবং ১২ দিয়ে প্রতিবার মোট গরুর সংখ্যাকে ভাগ করে গেলে মোট গরুর যে সংখ্যা বের হবে তা পূর্ণ সংখ্যায় আসবে। আর সবগুলো সংখ্যা দিয়ে নি:শেষ বিভাজ্য সংখ্যা আনার জন্য সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু বের করতে হবে।

৩ \| ৩,৭,৯,১২
১, ৭, ৩, ৪

∴ ল.সা.গু = ৩ × ৭ × ৩ × ৪ = ২৫২ সুতরাং গরুর সংখ্যা = ২৫২ টি।

২৬. তিনটি ভিন্ন ভিন্ন রডের দৈর্ঘ্য ৬৪ সে.মি., ৮০ সে.মি. এবং ৯৬ সে.মি.। সর্বনিম্ন কি পরিমাণ কাপড়কে এই রডগুলোর যে কোন একটি দিয়ে পূর্ণ সংখ্যকবার পরিমাপ করা যাবে? *[Sonali Bank-(Officer-Cash)-2018]*

ক. ৯.৬০মিটার খ. ৮.০ মিটার গ. ৯.৬০ সে.মি. ঘ. ৯৬ মিটার **উত্তর: ক**

সমাধান:

৬৪, ৮০ এবং ৯৬ সে.মি. এর ল.সা.গু = ৯৬০ সে.মি. বা ৯৬০÷১০০ = ৯.৬ মিটার [যেহেতু ১০০ সে.মি. = ১ মিটার]

বাংলায় ব্যাখ্যা: কাপড়ের দোকানে বিভিন্ন সাইজের লোহার রড দিয়ে কাপড় পরিমাপ করে। এখন ৬৪, ৮০ আর ৯৬ সে.মি. এর লোহার রড দিয়ে এমনভাবে কাপড় মাপতে হবে যাতে পূর্ণ সংখ্যক বার হয়। অর্থাৎ ভগ্নাংশ না আসে। যেমন: ৩.৫ বার বা ৫.২৫ বার। বরং ১০ বার ৭ বার এভাবে পূর্ণ সংখ্যকবার আসতে হবে। আর কাপড়ের পরিমাণ অবশ্যই বেশি হবে।

আবার প্রশ্নে যেহেতু সর্বনিম্ন বলেছে তাই ল.সা.গু বের করতে হবে। ভুলে গ.সা.গু বের করলে কাপড় মাপার রডের থেকে কাপড়ের পরিমাণ কম হয়ে যাবে তা অযৌক্তিক। তাই ল.সা.গু বের করলে কাপড়ের পরিমাণ বড় হবে।

২৭. বুশরা, এষা ও প্রিতুই ৫ মিনিটে, ১০ মিনিটে, ১৫ মিনিটে অন্তর অন্তর একটি করে চকলেট খায়। কতক্ষণ পর তারা একত্রে চকলেট খায়? *[৭ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১১]* [**Hints:** শুধু ল.সা.গু করলেই উত্তর]

ক. ৩৫ খ. ৪৫ গ. ৪০ ঘ. ৩০ **উত্তর: ঘ**

২৮. ৫ টি ঘন্টা একত্রে বেজে যথাক্রমে ৫, ১০, ১৫, ২০ ও ২৫ সেকেন্ড অন্তর অন্তর আবার বাজতে লাগলো। কতক্ষণ পর ঘন্টাগুলো আবার একত্রে বাজবে? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]*

ক. ১০ মিনিট খ. ৪ মিনিট গ. ৫ মিনিট ঘ. ৬ মিনিট **উত্তর: গ**

সমাধান:

ঘন্টাগুলো যে সময় পর পুনরায় বাজবে সেই সংখ্যাটি হবে ৫, ১০, ১৫, ২০ ও ২৫ এর ল.সা.গু।

৫, ১০, ১৫, ২০ ও ২৫ এর ল.সা.গু = ৩০০। অর্থাৎ ৩০০ সেকেন্ড = ৫ মিনিট পর ঘন্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে।

২৯. কতগুলো ঘন্টা একসাথে বাজার পর ১০ সে., ১৫ সে., ২০ সে. এবং ২৫ সেকেন্ড পর পর বাজতে থাকলো। এগুলো আবার কতক্ষণ পর একত্রে বাজাবে? *[থানা শিক্ষা অফিসার (ATEO-)২০০৪) +[বৈসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১]*

ক. ৬ মিনিট খ. ৪ মিনিট গ. ৩ মিনিট ঘ. ৫ মিনিট **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ১০,১৫,২০ এবং ২৫ সেকেন্ডে এর ল.সা.গু = ৩০০ সেকেন্ড। যাকে ৬০ দিয়ে ভাগ করলে উত্তর: ৫ মিনিট।

৩০. ৩টি ঘন্টা যথাক্রমে ২ ঘন্টা, ৪ ঘন্টা ও ৬ ঘন্টা পর পর বাজে। কত ঘন্টা পরে ঘন্টা ৩ টি একত্রে বাজবে? *[পল্লী উন্নয়ন একাডেমী (RDA) এর সহকারী পরিচালক-২০২১]*

ক. ৬ ঘন্টা খ. ৮ ঘন্টা গ. ১২ ঘন্টা ঘ. ১৬ ঘন্টা **উত্তর: গ**

সমাধান: ২ ঘন্টা, ৪ ঘন্টা এবং ৬ ঘন্টা পরপর বাজার পর ঘন্টা ৩ টি একত্রে বাজবে।

∴ সেই সংখ্যাটি হবে ২, ৪ এবং ৬ এর ল.সা.গু এর সমান। এখন ২,৪,৬ এর ল.সা.গু = ১২।

অর্থাৎ ১২ঘন্টা পর ঘন্টা ৩ টি একত্রে বাজবে।

৩১. দুটি ঘন্টা যথাক্রমে ৮ মিনিট এবং ৬মিনিট অন্তর বাজে। দুপুর ১২ টায় দুটি ঘন্টা একত্রে বাজার পর আবার কখন তারা একত্রে বাজবে? *[পাবনা বন্দর কর্তৃপক্ষ -২০২০]* উত্তর: গ

ক. ১২ টা ১২ মিনিটে খ. ১২টা ১৮ মিনিটে গ. ১২টা ২৪ মিনিটে ঘ. ১২ টা ৩০ মিনিটে

সমাধান: ৮ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ২৪ সুতরাং ঘন্টাগুলো ২৪ মিনিট পর পুণরায় একত্রে বাজবে। তাহলে ঘন্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে ১২টা + ২৪ মিনিট = ১২টা ২৪ মিনিটে।

৩২. পাঁচটি ঘন্টা একত্রে বেজে যথাক্রমে ৩, ৫, ৭, ৮, ও ১০ সেকেন্ড অন্তর অন্তর (পরপর) বাজতে লাগলো। কতক্ষণ পরে ঘন্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে? *[থানা শিক্ষা অফিসার-৯৫]* উত্তর: ঘ

ক. ১৩ মি খ. ১৬ মি গ. ১২ মি ঘ. ১৪ মি

প্রতিক্ষেত্রে একই ভাগশেষ থাকলে :

৩৩. কোনো ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২, ৩, ৫, ৬ দ্বারা ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে ? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]+ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]* উত্তর: গ

ক. ২১ খ. ৪১ গ. ৩১ ঘ. ৫১

সমাধান: সংখ্যাটি হবে ২,৩,৫ ও ৬ এর ল.সা.গু থেকে ১ বেশি। এখন ২,৩,৫ ও ৬ এর ল.সা.গু = ৩০। সুতরাং সংখ্যাটি হবে ৩০+১ = ৩১

৩৪. কোনো ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ১২, ১৫, ২০ ও ২৫ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১১ অবশিষ্ট থাকে? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]* উত্তর: ঘ

ক. ৪১১ খ. ১১১ গ. ২১১ ঘ. ৩১১

৩৫. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হতে ১ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৯, ১২ ও ১৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]* উত্তর: ক

ক. ১৮১ খ. ১২১ গ. ৩৬১ ঘ. ২৪১

সমাধান: বিয়োগ করলে নিঃশেষে বিভাজ্য হওয়া আর প্রতিক্ষেতে একই ভাগশেষ থাকা এই দুই নিয়মের প্রশ্ন একই। অর্থাৎ ল.সা.গু বের করার পর অতিরিক্ত যা দরকার তা যোগ করতে হবে। এই প্রশ্নে ৯,১২ এবং ১৫ এর ল.সা.গু +১ = ১৮০+১ = ১৮১ উত্তর।

৩৬. একটি লঘিষ্ঠ সংখ্যা নির্ণয় কর যাকে ১৫, ১৮, ২১ এবং ২৪ দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেক ক্ষেত্রে ২ অবশিষ্ট থাকে? *[পোষ্ট মাষ্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল, চট্টগ্রাম)-এর কার্যালয়ের অধীন পোষ্টাল অপারেটর ২০১৬]* [**Hints:** ল.সা.গু বের করে ২ যোগ] উত্তর: গ

ক. ২৫০২ খ. ৩০২২ গ. ২৫২২ ঘ. ৬৩২

সমাধান:

১৫, ১৮, ২১ এবং ২৪ এর ল.সা.গু বের করতে গেলে দেখা যাবে,

৩×২×৫×৩×৭×৪ = ২৫২০

[এই সংখ্যাগুলো আসবে]

আগে মাঝে ২ও ৫ অথবা, ৫ও ৪ গুণ করলে গুণফলের শেষে শূন্য আসলে গুণ করা সহজ হবে।

পরামর্শ:
যে কোন সময় অনেক গুলো সংখ্যা খুব দ্রত গুণ করতে চাইলে তাদের মধ্যকার এমন সংখ্যাগুলো আগে গুণ করুন যেগুলো গুণ করলে গুণফলের শেষে শূন্য আসবে। এরপর অন্য সংখ্যাগুলো গুণ করলে সহজে গুণফল বের হবে।

তাহলে নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে ২ বেশি। তাই উত্তর: ২৫২০+২ = ২৫২২

৩৭. কোন স্কুলের ছাত্রদেরকে ৫, ৮, ১২,ও ২০ জনের সারিতে দাঁড় করালে প্রতিবারই ৪ জন ছাত্র অবশিষ্ট থাকে। স্কুলের মোট ছাত্র সংখ্যা কত? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]* উত্তর: ঘ

ক. ৯৬ জন খ. ১০৪ জন গ. ১১৬ জন ঘ. ১২৪ জন

সমাধান: [৫,৮,১২ ও ২০ এর ল.সা.গু ১২০ এরপর ১২০+৪ = ১২৪।]

৩৮. কোন লঘিষ্ট সংখ্যার সাথে ২ যোগ করলে যোগফল ১২,১৮,২৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে? *[৩০ তম বিসিএস প্রিলি] + [বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮] +[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]+ [বেবিচক(প্রকি: অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]* উত্তর: ক

ক. ৭০ খ. ৭২ গ. ৭৬ ঘ. ৬৮

সমাধান: ১২,১৮,২৪ সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু ৭২ বের করে ২ বিয়োগ করতে হবে, কেননা ২ যোগ করার পর ল.সা.গু ৭২ এর সমান হয় অর্থ আগে ছোট ছিল। সুতরাং সংখ্যাটি হবে = ৭২-২ = ৭০। (**Note:** ভুলে ৭২ এর সাথে ২ যোগ করা যাবে না।)

৩৯. কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যার সহিত ৩ যোগ করলে যোগফল ২৪, ৩৬ এবং ৪৮ দ্বারা বিভাজ্য হবে? *[২৬ তম বিসিএস প্রিলি]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]* উত্তর: ক

ক. ১৪১ খ. ৮১ গ. ২৪৮ ঘ. ১৭০

৪০. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ১০ যোগ করলে যোগফল ১৬, ২৪ ও ৩২ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[এনএসআই(ফিল্ড স্টাপ)-২০২১]* উত্তর: গ

ক. ৯৬ খ. ৯১ গ. ৮৬ ঘ. ১০৬

ভিন্ন ভিন্ন ভাগশেষ থাকলে :

৪১. কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যাকে ১২ এবং ১৬ দ্বারা ভাগ করলে অবশিষ্ট হবে যথাক্রমে ৫ এবং ৯? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯]* উত্তর: ঘ

ক. ৪৮ খ. ৩৯ গ. ৫৩ ঘ. ৪১

সমাধান: অবশিষ্ট থাকলে আগে বিয়োগ করে নিতে হয় এভাবে ১২-৫ = ৭ এবং ১৬-৯= ৭। এখন দু অংশেই বিয়োগফল সমান হওয়ায় এদের ল.সা.গু বের করে তা থেকে ৭ বিয়োগ দিতে হবে। ১২ ও ১৬ এর ল.সা.গু = ৪৮। তাহলে নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে ৪৮-৭ = ৪১। প্রমাণ দেখুন ৪১ কে ১২ দিয়ে ভাগ করলে ৫ এবং ১৬ দিয়ে ভাগ করলে ৯ অবশিষ্ট থাকবে।

মনে রাখুন: নির্ণেয় সংখ্যা = প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু - কমন বিয়োগফল।

৪২. কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যাকে ১৮ ও ২৪ দ্বারা ভাগ করলে অবশিষ্ট যথাক্রমে ৪ ও ১০ হবে? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০১৯ (উপসহকারী পরিচালক-২০১৭]+ [ডাক অধিদপ্তর (এস্টিমেটর)-২০১৮]* উত্তর: খ

ক. ৪০ খ. ৫৮ গ. ২৪ ঘ. ৬৮

সমাধান: আগে ল.সা.গু করে তারপর কমন বিয়োগফলটি বের করে তা ল.সা.গু থেকে বাদ দেয়া যায়।

এখানে, ১৮ ও ২৪ এর ল.সা.গু ৭২। যেহেতু (১৮ − ৪) = ১৪ এবং (২৪ − ১০) = ১৪

সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে = ৭২ − ১৪ = ৫৮

৪৩. নীচের কোন পূর্ণ সংখ্যাটিকে ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ১, ২, ৩ ও ৪ অবশিষ্ট থাকে? *[৪০তম বিসিএস প্রিলি]* উত্তর: গ

ক. ৪৮ খ. ৫৪ গ. ৫৮ ঘ.৬০

সমাধান: এখানে, সাধারণ বিয়োগফল, = ৩-১ = ২, ৪-২ = ২, ৫-৩ = ২ এবং ৬-৪ = ২

আবার, ৩,৪,৫ এবং ৬ সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু = ৬০

সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে = ৬০-২ = ৫৮। [প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু বের করে কমন বিয়োগফলটি বিয়োগ করতে হয়]

[প্রমাণ: ৩,৪,৫ ও ৬ দিয়ে ৫৮ কে ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে ১, ২, ৩ ও ৪ থাকবে।]

নিজে করুন:

৪৪. একটি পূর্ণ সংখ্যা নির্ণয় করুন যাকে ৩,৪,৫ এবং ৬ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে ২,৩,৪ এবং ৫ অবশিষ্ট থাকে? *[থানা (সহকারী শিক্ষা অফিসার)-২০০৪]* উত্তর: ঘ

ক. ৪৭ খ. ৪৯ গ. ৫৭ ঘ.৫৯

৪৫. ক্ষুদ্রতম কোন সংখ্যাকে ১৬, ২৪ এবং ৩৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ৬, ১৪ ও ২৬ ভাগশেষ থাকবে? *[IBBL- (ATO)-2017]+ [আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯]* উত্তর: খ

ক. ১৪৪ খ. ১৩৪ গ. ১৫৪ ঘ. ১৬৪

সমাধান: এখানে সাধারণ বিয়োগফল, ১৬-৬ = ১০, ২৪-১৪ = ১০ এবং ৩৬-২৬ = ১০

অর্থাৎ এই সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু থেকে উত্তরটি প্রতিবার ১০ কম হবে।

এখানে, ১৬, ২৪ এবং ৩৬ এর ল.সা.গু = ১৪৪ অর্থাৎ ১৪৪ কে ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকবে না।

সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে ১৪৪-১০ = ১৩৪। [অর্থাৎ ল.সা.গু করার পর কমন বিয়োগফলটি বিয়োগ করে দিতে হবে।]

Confusion Fully Clear

বিয়োগ করে তারপর গ.সা.গু কখন, আর বিয়োগ করে ল.সা.গু বা ল.সা.গু করে বিয়োগ কখন হয় শিখে রাখুন।

গ.সা.গু	ল.সা.গু
গ.সা.গু এর ক্ষেত্রে ভাগশেষ দেয়া থাকলে	**ল.সা.গু এর ক্ষেত্রে ভাগশেষ দেয়া থাকলে**
প্রশ্ন: বৃহত্তম কোন সংখ্যা দ্বারা ২১১ এবং ৯৩৯ কে ভাগ করলে প্রত্যেক ক্ষেত্রে ৩ ভাগশেষ থাকবে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-সাধারণ)-২০১৮]*	**প্রশ্ন: কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৪, ৫ ও ৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ৩ অবশিষ্ট থাকে?** *[RAKUB (Supervisor)-2017]*
প্রশ্নের মধ্যেই বৃহত্তম বলা হয়েছে। এবং বৃহত্তম সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করা যাবে। অর্থাৎ অজানা যে সংখ্যাটা বের করা হবে তা দিয়ে ভাগ করা যাবে।	প্রশ্নের মধ্যেই ক্ষুদ্রতম বলা হয়েছে এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটিকে ভাগ করা যাবে অর্থাৎ অজানা সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ নয় বরং সংখ্যাটিকে ভাগ।
সমাধান: এখানে আগে ভাগশেষটি বিয়োগ করে নিলে যে বিয়োগফল দুটি আসবে তার গ.সা.গু ই হবে উত্তর। অর্থাৎ ২১১ − ৩ = ২০৮, ৯৩৯ − ৩ = ৯৩৬ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা হবে ২০৮ ও ৯৩৬ এর গ.সা.গু । ২০৮ = ২ × ২ × ২ × ২× ১৩ ৯৩৬ = ২ × ২ × ২ × ৩×৩×১৩ ∴ সংখ্যা দুটির গ.সা.গু = ২ ×২×২×১৩ = ১০৪ ই উত্তর।	**সমাধান:** ৪, ৫ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ৬০ সুতরাং সংখ্যাটি হবে ৬০+৩ = ৬৩। অর্থাৎ অজানা সংখ্যাটি প্রদত্ত সংখ্যা গুলোর থেকে বড় হবে। এবং ঐ বড় সংখ্যাটিতে ৪,৫ এবং ৬ দিয়ে ভাগ করতে গেলে ৩ অবশিষ্ট থাকায় তা ল.সা.গু এর থেকে ৩ বড় হবে। এক্ষেত্রে শুরুতে বিয়োগ করে নিতে হবে না।
প্রশ্ন: ১৫৯টি আম ২২৭ টি জাম এবং ৪০১ টি লিচু সর্বাধিক কত জন বালকের মাঝে সমানভাবে ভাগ করে দিলে ৩টি আম, ৬টি জাম এবং ১১টি লিচু অবশিষ্ট থাকবে *[৬শ্রেণী ১.৩]*	**প্রশ্ন: একটি পূর্ণ সংখ্যা নির্ণয় করুন যাকে ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ২,৩,৪ এবং ৫ অবশিষ্ট থাকে।** *(থানা সহ:শিক্ষা অফি:-০৫)*
সমাধান: ১৫৯-৩ = ১৫৬, ২২৭-৬ = ২২১ এবং ৪০১-১১ = ৩৯০ অর্থাৎ ১৫৬,২২১, ৩৯০ এর গ.সা.গু ই এ সর্বাধিক সংখ্যক বালক। এখানে ১৫৬,২২১, ৩৯০ এর গ.সা.গু ১৩ ই উত্তর।	**সমাধান:** এখানে, ভিন্ন ভিন্ন ভাগশেষ থাকায়, আগে ৩-২ = ১, ৪-৩ = ১, ৫-৪ = ১, ৬-৫ = ১ অর্থাৎ প্রত্যেকবার বিয়োগফল ১ সংখ্যাটি ৩,৪,৫ এবং ৬ এর ল.সা.গু ৬০ থেকে বিয়োগ করে ৬০-১ = ৫৯ ই হবে উত্তর।
সারমর্ম: গ.সা.গু এর ক্ষেত্রে সবসময় আগে বিয়োগ তারপর গ.সা.গু হয়।	**সারমর্ম:** ল.সা.গু এর ক্ষেত্রে প্রতিবার একই বিয়োগফল থাকলে আগে ল.সা.গু তারপর বিয়োগ হয়। কিন্তু অবশিষ্ট থাকলে ল.সা.গু + অবশিষ্ট ই উত্তর।

৪৬. x কে যদি ১৮ এবং ১৬ দিয়ে ভাগ করা হয় তবে ভাগশেষ যথাক্রমে ৪ এবং ১০ হয়। x এর মান কত হতে পারে? *[খাদ্য অধিদপ্তরের খাদ্য পরিদর্শক-২০০৯]+[সরকারি মাধ্যমিক (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ৫২ খ. ৫৪ গ. ৫৮ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর: গ**

সমাধান: এখানে, ১৮-৪ = ১৪ কিন্তু ১৬-১০ = ৬ অর্থাৎ ১৪ ও ৬ ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা হওয়ায় আগের মত করে উত্তর বের হবে না।
এখানে, ১৮ দিয়ে x কে ভাগ করলে ৪ ভাগশেষ থাকে তাহলে x এর মান হতে পারে ২২, ৪০, ৫৮, ৭৬ ...
আবার, ১৬ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ১০ থাকে এমন সংখ্যাগুলো হলো ২৬, ৪২, ৫৮, ৭৪
দুটি সিরিজের মধ্যে উভয় শর্ত পূর্ণ করে এমন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হলো ৫৮ সুতরাং x = ৫৮। **উত্তর: ৫৮**

শর্টকাট: অপশনের মধ্যে যে সংখ্যাটিকে ১৮ দিয়ে ভাগ করলে ৪ অবশিষ্ট থাকে সেটিই উত্তর। কিন্তু এরকম একাধিক সংখ্যা থাকলে তখন ২য় শর্ত ১৬ দিয়ে ভাগ করে ১০ ভাগশেষ ও মিলিয়ে দ্রুত উত্তর বের করা যায়।

পূর্ণবর্গ সংখ্যা সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৪৭. একটি স্কাউট দলকে ৯, ১০ এবং ১২ সারিতে সাজানো যায়। আবার তাদের বর্গাকারেও সাজানো যায়। ঐ স্কাউট দলে কমপক্ষে কতজন স্কাউট রয়েছে? *(৭ম শ্রেণী অনু:১.২ এর উদা: ১০)*

ক. ১৬০০ খ. ২৫০০ গ. ১৮০০ ঘ. ৯০০ **উত্তর: ঘ**

সমাধান:
৯, ১০ ও ১২ এর ল.সা.গু = ১৮০
এখন ১৮০ কে ভাঙ্গলে দেখা যায়, (২×২)×(৩×৩)×৫ হয়।
এখানে ৫ এর জোড়া না থাকায় ১৮০ কে পূর্ণ বর্গ রাশি বানাতে ৫ দিয়ে গুণ করতে হবে। সুতরাং উত্তর হবে ১৮০×৫ = ৯০০

শর্টকাট: ১৮০ দিয়ে ভাগ করা যায় এমন বর্গ সংখ্যা অপশনের মধ্যে আছে শুধুমাত্র ৯০০। তাই উত্তর হবে ৯০০।

৪৮. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি একটি পূর্ণবর্গ এবং যথাক্রমে ১৬, ২০ ও ২৪ দ্বারা বিভাজ্য? *(Meghna Bank. MTO. 2014)*

ক. ১৬০০ খ. ৩৬০০ গ. ৬৪০০ ঘ. ১৪৪০০ **উত্তর: খ**

সমাধান:
১৬, ২০, ২৪ এর ল. সা. গু = ২৪০; কিন্তু এটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।
২৪০ = ২ × ২ × ২ × ২ × ৩ × ৫ = (২ × ২) × (২ × ২) × (৩× ?) (৫ ×?)
দেখা যাচ্ছে ৩ এবং ৫ এর জোড়া নেই। তাই ২৪০ কে পূর্ণবর্গ করতে হলে আরও একটি ৩ এবং ৫ দ্বারা গুণ করতে হবে অর্থাৎ সংখ্যাটি হবে ২৪০ × ৩ × ৫ = ৩৬০০

Learning Point: পূর্ণবর্গ সংখ্যাগুলোর মধ্যে যে উৎপাদক গুলো থাকে সেগুলো সব সময় জোড়ায় জোড়ায় থাকে।

৪৯. একটি স্কুলের ছাত্রদের ড্রিল করার সময় ৮,১২ এবং ১৬ সারিতে সাজানো যায় আবার বর্গাকারেও সাজানো যায়। ঐ স্কুলের ছাত্রসংখ্যা কমপক্ষে কত হবে? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরোর (পরিসংখ্যান এসিস্টেন্ট অফিসার)-২০১৪]*

ক. ৯৬ খ. ১০০ গ. ১৪৪ ঘ. ১৬০০ **উত্তর: গ**

আরো কতটি লাগবে বা কতটি বাদ দিতে হবে?

৫০. কোন সংখ্যাকে ৪ ও ৬ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ ২ থাকে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]+ [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০২১]*

ক. ৮ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ২৬ **উত্তর: ঘ**

সমাধান:
একটু মাথা খাঁটাতে হবে এবং প্রশ্নের ভাষা বুঝতে হবে। প্রশ্নে দেখুন, কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে না বলে শুধু কোন সংখ্যাকে বলেছে। অর্থাৎ ক্ষুদ্রতম না বলায় এখানে সবথেকে ছোট সংখ্যাটিই নিতে হবে তার কোন বাধ্যবাধকতা নেই। যে কোন সংখ্যাই উত্তর হতে পারে। যেহেতু কয়েকটি উত্তর হতে পারে তাই অপশনের মধ্যে যেটি মিলে যায় তাকেই নিতে হবে। এক্ষেত্রে ল.সা.গু Hints কিভাবে নিতে হয় দেখুন।
৪ এবং ৬ এর ল.সা.গু. = ১২
এখন দেখতে হবে কোন সংখ্যাটিকে ১২ দিয়ে ভাগ করতে গেলে ২ ভাগশেষ থাকে। সেটা, ১২+২ = ১৪, (১২×২)+২ = ২৬, (১২×৩)+২ = ৩৮ এরকম অসংখ্য সংখ্যা হতে পারে। অপশনের মধ্যে ২৬ আছে তাই ২৬ ই উত্তর।

৫১. মজুদ কৃত ২৬৮ টি আপেলের সাথে আরো ন্যূনতম কতটি আপেল যোগ করলে তা ৬,৭ বা ৮ জন ব্যক্তির মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া যাবে?

ক. ৬৯ খ. ৬৬ গ. ৬৫ ঘ. ৬৮ **উত্তর: ঘ**

সমাধান:
৬,৭,৮ এর ল.সা.গু হলো ১৬৮ অর্থাৎ ১৬৮ টি আপেল থাকলে সবাইকে নিঃশেষে ভাগ করে দেয়া যেত।
এখন ২৬৮ টি আপেল থাকায় ১৬৮ টি দেয়ার পরও ১০০ টি আপেল অবশিষ্ট থেকে যায়।
বোঝাই যাচ্ছে এই ১০০ টির সাথে আরো ৬৮ টি যোগ করলে আবার নিঃশেষে আপেল ভাগ করে দেয়া যাবে।
বের করার নিয়ম হলো
ল.সা.গু দিয়ে প্রদত্ত সংখ্যাটিকে ভাগ করে যে অবশিষ্ট থাকবে তা থেকে ঐ ল.সা.গু মেলাতে যা প্রয়োজন তা যোগ করে দিতে হবে। যেমন: ২৬৮÷১৬৮ = ভাগশেষ ১০০ এখন আরো আপেল লাগবে ১৬৮-১০০ = ৬৮টি। **উত্তর: ৬৮টি**
উপরের অংকটিতে কথাগুলো বুঝুন আর নিচেরটিতে সমাধানের নিয়মটি দেখুন।

৫২. একটি বাক্সে ২৬০ টি কলম আছে। এর সাথে আরো কমপক্ষে কতগুলো কলম যোগ করলে সেগুলো ৩,৪ অথবা ৬ জন ছাত্রের মধ্যে সমান ভাবে ভাগ করে দেওয়া যাবে? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]* উত্তর: খ

ক. ১২ টি খ. ৪ টি গ. ১৬ টি ঘ. ৮ টি

সমাধান:

৩,৪,৬ এর ল.সা.গু = ১২, এখন এই ১২ দিয়ে ২৬০ কে পাশের নিয়মে ভাগ করতে হবে।

এখন দেখা যাচ্ছে এখানে ভাগশেষ ৮। অর্থাৎ ২৬০ টি ভাগ করে দিতে গিয়ে ৮টি অবশিষ্ট আছে।

যেহেতু ২৬০ এর সাথে যোগ করার কথা বলা হয়েছে তাহলে আমাদের যেখানে লাগবে ১২টি সেখানে আছে ৮টি। সুতরাং আরো লাগবে ১২-৮ = ৪টি।

১২) ২৬০ (২১
২৪
২০
১২
৮

মনে রাখুন: ভাগশেষটি, ল.সা.গু থেকে বিয়োগ করলে যা আসবে তা ই যোগ করতে হবে। তবে কখনো মোট সংখ্যা জানতে চাইলে সেই বিয়োগফলটি আবার আগের পরিমাণের সাথে যোগ করতে হবে।

প্রশ্ন থেকেই যায়..

বৃহত্তম ক্ষুদ্রতম কিছু না বলার পরও কেন ল.সা.গু করতে হলো?

কারণ, ল.সা.গু করলে সেই ল.সা.গু এর সংখ্যাটিকে প্রদত্ত সবগুলো সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায়। এখন ল.সা.গু এর ১২ দিয়ে যাকে ভাগ করা যাবে তাকে ৩,৪ ও ৬ দিয়েও ভাগ করা যাবে। আবার প্রশ্নে কমপক্ষে বলা থাকায় ২৬০ এর সবথেকে কাছাকাছি ১২ দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যটি বের করে দেখতে হবে কত যোগ করা দরকার।

৫৩. একটি প্যাকেটে ৫২০ টি মার্বেল আছে। এতে কমপক্ষে আরো কত গুলো মার্বেল যোগ করা হলে সেগুলো ৩,৪ অথবা ৬ জন ছাত্রের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেয়া যাবে ? *[BADC –(Computer-Operator)-2018] +[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (সাব-এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জিনিয়ার): ২০২১]* উত্তর: গ

ক. ৪ টি খ. ৬ টি গ. ৮ টি ঘ. ১২ টি

সমাধান:

৩, ৪ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ১২ । এখন ৫২০ এর সাথে কতটি যোগ করতে হবে তা বের করার জন্য ৫২০ কে ১২ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ আসে ৪ ।তাহলে ১২দিয়ে নি:শেষে ভাগ করার জন্য আরো মার্বেল লাগবে ১২-৪ = ৮ টি।

নিজে করুন:

৫৪. ৯৬৬ টি চকলেটের সাথে সর্বনিম্ন কতটি চকলেট যোগ করলে তা ৬,৭,৮ এবং ৯ জনকে নি:শেষে ভাগ করে দেয়া যাবে? *[Jamuna Bank PO- 2014]* উত্তর: গ

ক. ৪০ খ. ৪৮ গ. ৪২ ঘ. ৪৫

[Hints:৬,৭,৮ এবং ৯ এর ল.সা.গু ৫০৪ এরপর ৫০৪ দিয়ে ৯৬৬ কে ভাগ করলে ভাগশেষ ৪৬২, এরপর ৫০৪-৪৬২ = ৪২টি। বুঝলে এভাবেও ভাবা যায়, ৫০৪ এর দ্বিগুণ ১০০৮টি চকলেট লাগবে। চকলেট যোগ করতে হবে ১০০৮-৯৬৬ = ৪২টি]

৫৫. ১০০০ এর থেকে কম সর্বাধিক কতটি আপেল ৬, ১৫, ২০ ও ২৪ জন বালকের মাঝে নি:শেষে ভাগ করে দেয়া যাবে? *[Exim Bank-(TAO)-2018]* উত্তর: খ

ক. ৯২০ খ. ৯৬০ গ. ৯৩০ ঘ. ৯৫০

[Hints: ৬, ১৫,২০ এবং ২৪ এর ল.সা.গু ১২০ এরপর ১২০ দিয়ে ১০০০ কে ভাগ করলে ৪০ অবশিষ্ট থাকে। অর্থাৎ ৪০ টি আপেল বাদ দিলে যে সংখ্যাটি আসবে তা - ই উত্তর : ১০০০-৪০ = ৯৬০ টি। এখানে, আগের নিয়মের মত কতটি যোগ বা বিয়োগ করতে হবে তা কিন্তু বলা হয় নি।]

৩/৪/৫ অঙ্কবিশিষ্ট বৃহত্তম বা ক্ষুদ্রতম সংখ্যা:

এই ক্ষুদ্রতম- বৃহত্তম- অর্থ ল.সা.গু বা গ.সা.গু এর ক্ষুদতম - বৃহত্তম সংখা নয়। বরং ৩-৪-৫ অঙ্কবিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম বা বৃহত্তম সংখ্যার সাথে ল.সা.গু এর একটি মিল বের করা। এগুলো প্রায় সময় বিভিন্ন পরীক্ষায় আসে । যদিও অনেকের কাছে বড় সংখ্যার কারণে অংকগুলো জটিল মনে হয় তবে নিয়ম জানা থাকলে সহজে সমাধান করা যায়। নিচের প্রশ্ন ও সমাধানের ধাপগুলো দেখুন।

d by RPR DUET Admissio

৫৬. তিন অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে কত যোগ করলে যোগফল ৫ ও ৭ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]* উত্তর: ক

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৯ ঘ. ২

সমাধান:

তিন অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০ এবং ৫ ও ৭ এর ল.সা.গু = ৩৫।

এখানে ৩০ সংখ্যাটি ভাজক ৩৫ এর থেকে ছোট (৩৫-৩০) = ৫

(অর্থাৎ মূল সংখ্যাটিও ৫ ঘাটতি আছে বিধায় ভাগ যাচ্ছে না)

সুতরাং তিন অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ৫ যোগ করলে সংখ্যাটি নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।

৩৫) ১০০ (২
৭০
৩০

৫৭. তিন অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হতে কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৫, ১০, ১৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে? *(বিএসটিআই পরীক্ষক:১০)* উত্তর: ক

ক. ১০ খ. ৮ গ. ৬ ঘ. ১২

সমাধান:

তিন অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১০০।

৫, ১০ ও ১৫ এর ল.সা.গু = ৩০

যেহেতু ভাগশেষে ১০ তাই সর্বনিম্ন ১০ বিয়োগ করতে হবে। (প্রশ্নে বিয়োগের কথা বলেছে।) উত্তর: ১০

(কিন্তু একই প্রশ্নে যদি যোগ করার কথা বলা হতো তাহলে আগের অঙ্কটির মত উত্তর হতো, ৩০-১০ = ২০)

৩০) ১০০ (৩
৯০
১০

৫৮. ৫ অঙ্কের কোন বৃহত্তম সংখ্যাটি ৭, ১১, ২১ ও ২৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য ? *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]* উত্তর: খ

ক. ৯৯১৭৬ খ. ৯৫৬৩৪ গ. ৯১৯৯৯ ঘ. ৯০৬৩৪

সমাধান:

৫ অংকের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯

এবং ৭, ১১, ২১ ও ২৩ এর ল.সা.গু = ৫৩১৩।

এখন ৫৩১৩)৯৯৯৯৯(১৫

৫৩১৩

৪৬৮৬৯

৪২৫০৪

৪৩৬৫

∴নিঃশেষে বিভাজ্য সংখ্যাটি হবে

= ৯৯৯৯৯-৪৩৬৫ = ৯৫৬৩৪।

Note: ৯৯৯৯৯ ই হলো ৫ অঙ্ক বিশিষ্ট সর্বোচ্চ সংখ্যা। তাই এর থেকে বড় করলে তা ৬ অঙ্ক বিশিষ্ট হয়ে যাবে । এজন্য ৯৯৯৯৯ কে ভাগ করতে গিয়ে যতটুকু বাড়তি থাকবে তা বাদ দিয়ে দিলেই উত্তর বের হবে ।

৫৯. ৫ অঙ্কের কোন বৃহত্তম সংখ্যাকে ১৬, ২৪, ৩০ ও ৩৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ১০ হবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী (অনু: ১.৩)]*

সমাধান:

৫ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯

১৬,২৪,৩০ এবং ৩৬ এর ল.সা.গু = ৭২০

এরপর ৭২০ দিয়ে ৯৯৯৯৯ কে পাশের মত করে ভাগ করলে ভাগশেষ ৬৩৯

সুতরাং ৫ অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা যা ১৬,২৪,৩০ ও ৩৬ দিয়ে বিভাজ্য হবে

৯৯৯৯৯-৬৩৯ = ৯৯৩৬০

কিন্তু প্রশ্নে বলা হয়েছে যে প্রতিবার ১০ অবশিষ্ট থাকবে তাই

নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে ৯৯৩৬০+১০ = ৯৯৩৭০ উত্তর: ৯৯৩৭০।

৭২০) ৯৯৯৯৯ (১৩৮
৭২০
২৭৯৯
২১৬০
৬৩৯৯
৫৭৬০
৬৩৯

এই নিয়মটা খুব মনযোগ দিয়ে পড়লে এরকম যে কোন অংক পারা যাবে।

৬০. ছয় অংকের বৃহত্তম সংখ্যার সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি যোগ করলে ২, ৩, ৪, ৫ ও ৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[বি মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]* উত্তর

ক. ১৯ খ. ২০ গ. ২১ ঘ. ৩০

সমাধান:

এখানে ২,৩,৪,৫ ও ৬ এর ল.স.গু = ৬০

এখন, ছয় অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯

(পাশের নিয়মে ভাগ করে দেখা যায় যে ভাগশেষ ৩৯)

সুতরাং যোগ করতে হবে ৬০-৩৯ = ২১।

কারণ ২১ যোগ করলে ভাগশেষের ৩৯ ও ২১ মিলে

আবার ৩৯+২১ = ৬০ হলে আরো একবার ভাগ করা যাবে তখন

কোন ভাগশেষ থাকবেনা। সুতরাং **উত্তর: ২১**

৬০) ৯৯৯৯৯৯ (১৬৬৬	
৬০	
৩৯৯	
৩৬০	
৩৯৯	
৩৬০	
৩৯৯	
৩৬০	
৩৯৯	
৩৬০	
ভাগশেষ ⇒	৩৯

৬১. ৯৯৯৯ এর সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ২, ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[একটি বাড়ী একটি খামার -(জেলা সমবায়কারী)-২০১৭]* **উত্তর: ক**

ক. ২১ খ. ৩৯ গ. ৩৩ ঘ. ২৯

সমাধান: ২,৩,৪,৫ ও ৬ এর ল.সা.গু. = ৬০

এখন, ৬০ দিয়ে ৯৯৯৯ কে ভাগ করতে গেলে ভাগশেষ ৩৯ থাকবে।

সুতরাং ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করতে হবে (৬০-৩৯) = ২১। (যোগ করার কথা বলা হলে যতটুকু ঘাটতি থাকে তা যোগ করতে হয়)

৬২. পাঁচ অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ১২, ১৫ এবং ১৮ দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায়? *[BDBL-(Officer)- 2014]* **উত্তর: ঘ**

ক. ১০০৬০ খ. ১০০৯০ গ. ১০০৭০ ঘ. ১০০৮০

সমাধান:

পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০ আবার ১২,১৫ এবং ১৮ এর ল.সা.গু = ১৮০।

এখন ১৮০ দিয়ে ১০০০০ কে ভাগ করতে গেলে

১৮০)১০০০০(৫৫

৯০০

১০০০

৯০০

১০০

∴নিঃশেষে বিভাজ্য সংখ্যাটি হবে = ১০০০০ এর থেকে (১৮০-১০০) = ৮০ বেশি । **অর্থাৎ ১০০০০+৮০ = ১০০৮০।**

৬৩. ছয় অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ১৫,২১ এবং ২৮ দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যায়?-*[BD House Building FC (SO)-2017]* **উত্তর: গ**

ক. ১০০৪৮০ খ. ১০০২৭০ গ. ১০০৩৮০ ঘ. ১০০৩৪০

সমাধান:

ছয় অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০ এবং ১৫,২১ ও ২৮ এর ল.সা.গু = ৪২০।

৪২০ দিয়ে ১০০০০০ কে ভাগ করলে ভাগশেষ ৪০ থাকে।

সুতরাং যোগ করতে হবে ৪২০-৪০ = ৩৮০ (কারণ যে ৪০ অবশিষ্ট আছে তার সাথে আরো ৩৮০ যোগ করলে আবার একবার ৪২০ দিয়ে ভাগ করা যাবে)

(**Note:** ১০০৩৮০ সংখ্যাটি হলো ১০০০০০ এর সবথেকে কাছের সংখ্যা যাকে বলা যায় ৪২০ দ্বারা বিভাজ্য ৬ অঙ্ক বিশিষ্ট সবথেকে ছোট সংখ্যা । এরপরও ৪২০ দিয়ে আরো অনেক সংখ্যাকে ভাগ করা যাবে কিন্তু সেগুলো ১০০৩৮০ থেকে বড় হবে। আবার ১০০৩৮০ থেকে ছোট অনেক সংখ্যাকেও ৪২০ দিয়ে ভাগ করা যাবে কিন্তু সেগুলো ৬ অঙ্কবিশিষ্ট হবে না। বরং ৫ অঙ্ক বিশিষ্ট হবে।)

[যখন কত যোগ করতে হবে বলা হবে তখন উত্তর ৩৮০, আর যখন সংখ্যাটি বের করতে বলবে তখন ৩৮০ যোগ করে দিতে হবে]

৬৪. পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা কত হলে ৪, ৬ ১০ ও ১৫ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রেই ৩ অবশিষ্ট থাকে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০০৫]*

ক. ১০০২৩ খ. ১০০৪৩ গ. ১০০৩৩ ঘ. ৯৯০১৩ উত্তর: ক

[**Hints:** পাঁচ অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১০০০০ এবং ৪, ৬, ১০ এবং ১৫ এর ল.সা.গু = ৬০ । এখন ৬০ দিয়ে ১০০০০ কে ভাগ করতে গেলে ভাগশেষ থাকবে ৪০। তাহলে ঘাটতি হবে ৬০-৪০ = ২০। অর্থাৎ নিঃশেষে বিভাজ্য হওয়া সংখ্যাটি হবে ১০০০০+২০ = ১০০২০। কিন্তু যেহেতু প্রতিক্ষেত্রেই ৩ অবশিষ্ট থাকে তাই উত্তর হবে ১০০২০+৩ = ১০০২৩ ।]

পদ্ধতি-০৩: দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ও গ.সা.গু

টিপস: দুটি সংখ্যার গুণফল ও ল.সা.গু এবং গ.সা.গু বের করার জন্য নিচের বক্সের সূত্রগুলি অনুসরন করুন:

১.সংখ্যাগুলোর গুণফল= ল.সা.গু × গ.সা.গু

২.সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু= সংখ্যাগুলোর গুণফল ÷ সংখ্যাগুলোর গ.সা.গু

৩.সংখ্যাগুলোর গ.সা.গু= সংখ্যাগুলোর গুণফল ÷ সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু

৪.অপর সংখ্যাটি = $\frac{\text{ল.সা.গু} \times \text{গ.সা.গু}}{\text{একটি সংখ্যা}}$

Learning point: সূত্র মুখস্ত করার আগে এখানে পড়ে পড়ে বোঝার চেষ্টা করুন:

ধরুণ দুটি সংখ্যা ৮ এবং ৬ এখন ৮ ও ৬ এর ল,সা,গু = ২৪,

আবার, ৮ ও ৬ এর গ,সা,গু = ২,

এবার প্রাকটিকালি দেখুন ৬ ও ৮ গুণ করলে ৬×৮ = ৪৮

আবার সংখ্যা দুটির ল,সা,গু ২৪ এবং গ,সা,গু ২ গুণ করলে ২৪×২ = ৪৮ই হয়। তাহলে আমরা বলতে পারি যে,

যে কোন দুটি সংখ্যার গুণফল = ঐ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু × গ.সা.গু

৬৫. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ও গ.সা.গুর গুণফল সংখ্যা দুটির- *[এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]+[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. গড়ের সমান খ. ভাগফলের সমান গ. গুণফলের সমান ঘ. যোগফলের সমান **উত্তর: গ**

৬৬. দু'টি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ.সা.গু ১৩। সংখ্যা দু'টির ল.সা.গু কত? *[৩৬তম বিসিএস]+ [৬ষ্ঠ শ্রেণী (অনু:১.৩) এর ১৩]+ [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [এনএসআই(ফিল্ড স্টাফ)-২০২১]*

ক. ২৬০ খ. ২৬৫ গ. ২৭০ ঘ. ২৫০ **উত্তর: ক**

সমাধান: দুটি সংখ্যার গুণফল ও তাদের ল.সা.গু এবং গ.সা.গু - এর গুণফল পরস্পর সমান হয়।

তাই এখানে গ.সা.গু ১৩ এবং গুণফল ৩৩৮০ হওয়ায় সংখ্যাদুটির ল.সা.গু হবে $\frac{৩৩৮০}{১৩} = ২৬০$।

Learning point: ল.সা.গু ও গ.সা.গু এর গুণফল দেয়া থাকলে এবং ল.সা.গু অথবা গ.সা.গু যে কোন একটি ফল দেয়া থাকলে ঐ গুণফলকে শুধু ল.সা.গু বা গ.সা.গু দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর বের হবে।

৬৭. দুটি সংখ্যার গুণফল ৬০০। এদের গ.সা.গু. ১৫ হলে ল.সা.গু কত? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ১০০ খ. ১২৫ গ. ৪০ ঘ. ১৫০ **উত্তর: গ**

৬৮. দুটি সংখ্যার গুণফল ১৫৩৬। সংখ্যা দুটির ল.সা.গু ৯৬ হলে তাদের গ.সা.গু কত? *[BADC (AC)-2017]+ [সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক):২০২১]*

ক. ১৬ খ. ১২ গ. ২৪ ঘ. ১৮ **উত্তর: ক**

৬৯. দুটি সংখ্যার গুণফল ৫৪ এবং ল.সা.গু ১৮ হলে তাদের গ.সা.গু কত? *[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*

ক. ৩ খ. ৬ গ. ৫ ঘ. ৪ **উত্তর: ক**

৭০. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. ও ল.সা.গু যথাক্রমে ১২ ও ১৮০। একটি সংখ্যা ৮০ হলে অপর সংখ্যাটি কত? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৩৬ খ. ২০ গ. ২৭ ঘ. ৩০ উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, দুটি প্রশ্নের গুণফল = ল.সা.গু × গ.সা.গু

ধরি, অপর সংখ্যাটি = x তাহলে প্রশ্নমতে, ৮০×x = ১২×১৮০ ∴ $x = \frac{১২ \times ১৮০}{৮০} = ২৭$

অথবা সরাসরি, অপর সংখ্যাটি = $\frac{\text{ল.সা.গু} \times \text{গ.সা.গু.}}{\text{একটি সংখ্যা}} = \frac{১২ \times ১৮০}{৮০} = ২৭$

৭১. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু এবং ল.সা.গু যথাক্রমে ২ ও ৩৬০। একটি সংখ্যা ৩৬ হলে অপর সংখ্যাটি কত? *[খাদ্য অধিঃ অধীনে খাদ্য পরিদর্শক ০০] + [বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*

ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৮০ উত্তর: ক

৭২. দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. ১১ এবং ল.সা.গু. ৭৭০০। একটি সংখ্যা ২৭৫ হলে, অপর সংখ্যাটি- *[৩৫তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. ৩১২ খ. ৩০৮ গ. ৩১০ ঘ. ৩১৫ উত্তর: খ

সমাধান: সরাসরি অপর সংখ্যাটি = $\frac{১১ \times ৭৭০০}{২৭৫} = ৩০৮$ **[পরামর্শ:** ৫ দিয়ে না কেটে ২৫ দিয়ে কাটুন, তাহলে দ্রুত হবে]

৭৩. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু এবং ল.সা.গু যথাক্রমে ১৫ এবং ৪২০। একটি সংখ্যা ১০৫ হলে অন্য সংখ্যাটি? *[NSI(ফিল্ড অফিসার)2021]*

ক. ৫৫ খ. ৬০ গ. ৬২ ঘ. ৬৫ উত্তর: খ

৭৪. দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু ১৪৪ ও গ.সা.গু ১২। একটি সংখ্যা ৪৮ হলে অপরটি কত? *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. ৬০ খ. ৭২ গ. ৩৬ ঘ. ৪৮ উত্তর: গ

সমাধান: একটু মাথা খাঁটান, তাহলে দ্রুত করতে পারবেন ১২×১৪৪ = ? এখানে গুণফল আলাদাভাবে বের করে ৪৮ দিয়ে ভাগ দিতে গেলে অনেক সময় লেগে যাবে। অথচ উপরে নিচে লিখে কাটাকাটি করলে বিশাল বড় গুণ করে সময় নষ্ট করতে হবে না।

তাই সরাসরি এভাবে করতে থাকবেন: $\frac{১২ \times ১৪৪}{৪৮} = ৩৬$ [আলাদা করে হিসেব করার থেকে এভাবে একসাথে কাটাকাটি করা উত্তম]

৭৫. দুটি সংখ্যার গ. সা. গু ১২ এবং ল. সা. গু. ৩৩৬, একটি সংখ্যা ৪৮ হলে অপর সংখ্যাটি কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে কর্মকর্তা-২০১৮]*

ক. ১২ খ. ৬৪ গ. ৭২ ঘ. ৮৪ উত্তর: ঘ

৭৬. দুটি সংখ্যার ল. সা. গু ও গ. সা. গু, যথাক্রমে ৯০ ও ১৫। একটি সংখ্যা ৪৫ হলে অপরটি কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের কর্ম-২০১৮]*

ক. ৩০ খ. ৩৬ গ. ৬০ ঘ. ৭৫ উত্তর: ক

৭৭. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু ২৪০ এবং ল.সা.গু ২০ এদের একটি সংখ্য ৭০ এর চেয়ে বড় হলে অপর সংখ্যাটি কত হবে? *[রাজস্ব সহকারী কর্মকর্তা পরীক্ষা-১৫]*

ক. ৭০ খ. ৫০ গ. ৬৫ ঘ. ৬০ উত্তর: গ

[Hints: ২৪০ ×২০ = ৪৮০০ কে ৭০ দিয়ে ভাগ করলে ৬৮.৫৭ আসে। সুতরাং ৭০ এর একটু বড় হলে ভাগফল ৬৮ এর একটু কম হবে। অপশনগুলোর মধ্যে ৬৮ থেকে কম সবথেকে কাছাকাছি পূর্ণ সংখ্যা হলো ৬৫ তাই ৬৫ ই উত্তর।]

পদ্ধতি-০৪: অনুপাতের ল.সা.গু ও গ.সা.গু

❐ টিপস: দুটি সংখ্যার অনুপাত, ল.সা.গু ও গ.সা.গু থাকলে, সংখ্যা দুটি বের করার জন্য ছকে প্রদত্ত সূত্রগুলো অনুসরণ করুন।

সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু = সংখ্যাগুলোর অনুপাতের গুণফল × গ.সা.গু

যেমন: দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৬ এবং গ.সা.গু ৮ হলে তার ল.সা.গু হবে ৫×৬×৮ = ২৪০

আবার সংখ্যা গুলোর গ.সা.গু = $\frac{\text{সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু.}}{\text{সংখ্যাগুলোর অনুপাতের গুণফল}}$ (কিন্তু সংখ্যা দুটি বের করতে, ধরে করতে হবে)

Reminder:

যখন শুধু ল.সা.গু এবং গ.সা.গু ই করবেন তখন সূত্রগুলো সহজ মনে হলেও পরবর্তীতে ভুলে যেতে পারেন। তাই আগে বাস্তবে বুঝে বুঝে করা শিখুন। ভালোভাবে বোঝার পর পারলে সূত্রগুলোও মুখস্ত করতে পারেন। তাহলে ১০০% আত্মবিশ্বাস তৈরী হবে।

অনুপাত ও গ.সা.গু দেয়া থাকলে :

৭৮. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ২ : ৩ এবং গ.সা.গু ৪ হলে, বৃহত্তর সংখ্যাটি কত? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]+ [বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]*

ক. ৬ খ. ১২ গ. ৮ ঘ. ১৬ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, একটি সংখ্যা = ২x এবং অপর সংখ্যাটি = ৩x

সংখ্যা দুটির গ.সা.গু = x = ৪ (২x এবং ৩x এর মধ্যে কমন রাশি x ই গ.সা.গু)

∴ বৃহত্তর সংখ্যা = ৩x = ৩×৪ = ১২

শর্টকাট: গ.সা.গু ৪ দিয়ে অনুপাতের বড় সংখ্যাটিকে গুণ করলে বৃহত্তম সংখ্যাটি এবং ছোট সংখ্যাটিকে গুণ করলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি বের হয়। x না ধরে, সরাসরি উত্তর: ৩×৪ = ১২। এভাবে কেন হয়? **Logic** বোঝার জন্য বক্সের ব্যাখ্যা পড়ুন।

Learning point: যে কোন অনুপাত ক্ষুদ্রতম আকারে প্রকাশ করা হয় তাই অনুপাতের সংখ্যাগুলোর নিজেদের মধ্যে সব সময় গ.সা.গু ১ হয় (কারণ একটিকে অন্যটি দিয়ে ভাগ করা যায় না যেমন: ২:৩, ৭:৫) এখন গ.সা.গু ৪ বানাতে হলে দুটি সংখ্যাকেই ৪ গুণ বড় হতে হবে। তাহলে অনুপাতের মানগুলোকে ৪ দিয়ে গুণ করলেই উত্তর বের হবে।

৭৯. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৪ এবং তাদের গ.সা.গু ৭ হলে সংখ্যা দুটি কত? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০]*

ক. ২১, ২৮ খ. ১২, ১৬ গ. ৬, ৮ ঘ. ২৪, ৩২ উত্তর: ক

সমাধান: সরাসরি উত্তর: সংখ্যা দুটি যথাক্রমে, ৩×৭ = ২১ এবং ৪×৭ = ২৮ অর্থাৎ ২১ এবং ২৮

৮০. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৬ এবং তাদের গ.সা.গু. ৪ হলে, ছোট সংখ্যাটি কত? *[৭ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১১]*

ক. ১৮ খ. ২৪ গ. ২২ ঘ. ২০ উত্তর: ঘ

৮১. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৬ এবং তাদের গ.সা.গু ৪ হলে, সংখ্যা দুটির ল.সা.গু কত? *[সপ্তম বেসরকারী নিবন্ধন পরীক্ষা-১১]+[সরকারি মাধ্যমিক (সহ:শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ১২০ খ. ১২২ গ. ১২৪ ঘ. ১১৮ উত্তর: ক

সমাধান:

হুবহু উপরের অংকটিই কিন্তু এখানে যেহেতু ল.সা.গু বের করতে বলা হয়েছে তাই অতিরিক্ত লিখতে হবে

এখানে সংখ্যা দুটি ৫x এবং ৬x এর গ.সা.গু = x ∴ গ.সা.গু x = ৪।

এখন,সাধারণ নিয়মে প্রথম সংখ্যাটি ৫×৪ = ২০ এবং ২য় সংখ্যাটি ৬×৪ = ২৪ আবার ২০ ও ২৪ এর ল.সা.গু = ১২০

আরো সহজে ৫x এবং ৬x এর ল.সা.গু = ৩০x = ৩০×৪ = ১২০ (কেননা x = ৪)

Super Shortcut: প্রশ্নে অনুপাত ও গ.সা.গু দেয়া থাকলে এবং ল.সা.গু বের করতে বলা হলে

সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু = সংখ্যাগুলোর অনুপাতের গুণফল × গ.সা.গু তাই প্রশ্নটির উত্তর হবে = ৫×৬×৪ = ১২০

নিজে করুন:

৮২. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৬ এবং তাদের গ.সা.গু. ৮ হলে, তাদের ল.সা.গু. কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ২৪০ খ. ২৪৮ গ. ২০০ ঘ. ২২৪ উত্তর: ক

৮৩. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৭ এবং তাদের গ.সা.গু ৬ হলে, সংখ্যা দুটির ল.সা.গু কত?

ক. ২১০ খ. ২০৫ গ. ২২০ ঘ. ২২৫ উত্তর: ক

d by RPR DUET

অনুপাত ও ল.সা.গু দেয়া থাকলে :

৮৪. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3:4 এবং তাদের ল.সা.গু 180। সংখ্যা দুটি কি কি? *(শিক্ষক নিবন্ধন ফুল-১২)+ [DAE-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৩৫, ৫০ খ. ৫০, ৬৫ গ. ৪০, ৫৫ ঘ. ৪৫, ৬০ উত্তর: ঘ

✍ সমাধান:

এ ধরণের অংকগুলো ধরে করতে হয় এবং অনুপাতের অংক ধরতে হলে অনুপাত অনুযায়ী ধরতে হয়।

ধরি, একটি সংখ্যা $3x$ এবং অপর সংখ্যাটি $4x$ । [**Note: শুধু x ধরা যাবে না**]

এখন এই $3x$ ও $4x$ এর ল.সা.গু $12x$ (ল.সা.গু এর ক্ষেত্রে মিল, অমিল সবগুলো রাশি একবার করে নিয়ে গুণ করতে হয়)

প্রশ্নমতে, $12x = 180$ (কেননা প্রশ্নে ল.সা.গু = 180 দেয়া আছে)

$\therefore x = \frac{180}{12} = 15$ (এই 15 ই উত্তর না, কেননা এটা শুধু x এর মান)

সুতরাং সংখ্যা দুটি হবে $3\times15 = 45$ এবং $4\times15 = 60$ উত্তর: ৪৫ এবং ৬০।

৮৫. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৩ এবং এদের ল.সা.গু. ১৮১৫। প্রথম সংখ্যাটি কত ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ৫৫ খ. ৪৫ গ. ৩৫ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

✍ সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে ৫ক এবং ৩ক

সুতরাং সংখ্যা দুটির ল.সা.গু = ১৫ক (গুণ করে ১৫ক^2 নিলে ভুল হবে।)

প্রশ্নমতে, $১৫ক = ১৮১৫ \therefore ক = \frac{১৮১৫}{১৫} = ১২১$

প্রমাণ: ১ম সংখ্যাটি ৬০৫ ও ২য় সংখ্যাটি ৩×১২১ = ৩৬৩
এখন ৬০৫ এবং ৩৬৩ এর ল.সা.গু ১৮১৫ ।

সুতরাং প্রথম সংখ্যাটি ৫×১২১ = ৬০৫ **উত্তর: ঘ** (কোনটিই নয়)

৮৬. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৭:৫ এবং তাদের ল.সা.গু ১৪০ হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত ? *[৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)]+ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১.২) সদৃশ)]*

ক. ৬ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ৪ উত্তর: ঘ

✍ সমাধান:

ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে, $7x$ এবং $5x$ এবং এদের ল.সা.গু = $35x$ এবং সংখ্যা দুটির গ.সা.গু = x

প্রশ্নমতে, $35x = ১৪০ \therefore x = \frac{১৪০}{35} = 8$ **উত্তর: ৪**

১০ সেকেন্ডে শর্টকার্টে উত্তর বের করার জন্য সরাসরি $\text{গ.সা.গু} = \frac{\text{ল.সা.গু.}}{\text{অনুপাতদ্বয়ের গুণফল}} = \frac{১৪০}{৭\times৫} = 8$

নিজে করুন:

৮৭. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩:৪ এবং তাদের ল.সা.গু ১৮০ হলে, বড় সংখ্যাটি কত? *(শিক্ষক নিবন্ধন কলেজ-১২)*

ক. ৭০ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৬০ উত্তর: ঘ

৮৮. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৬ এবং তাদের ল.সা.গু ৩৬০ হলে সংখ্যা দুটি কি কি? (ধরে করতে হবে ৫ক এবং ৬ক <এভাবে)

ক. ৬০, ৭২ খ. ৫০, ৬০ গ. ৭০, ৮৪ ঘ. ৬৫, ৭৮ উত্তর: ক

৮৯. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ৪৮ এবং সংখ্যা দুটির অনুপাত ২:৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত? *[Agrani Bank –(SO) 2017]*

ক. ২৮ খ. ৪০ গ. ৩২ ঘ. ৬৪ উত্তর: খ

✍ সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে $2x$, $3x$ সুতরাং $2x$, এবং $3x$ এর ল.সা.গু = $6x$

প্রশ্নমতে $6x = 48$ $\therefore x = 8$ সুতরাং সংখ্যা দুটির যোগফল = $2x+3x = 5x = 5\times8 = 40$ **উত্তর: ৪০**

পরামর্শ: x এর মান বের করা পর সংখ্যা দুটি বের না করে উপরের নিয়মে সরাসরি যোগফল বের করলে সময় কম লাগবে।

ed by RPR DUET Admission

পদ্ধতি-০৫: ভগ্নাংশের ল.সা.গু ও গ.সা.গু

বক্সের সূত্রটি প্রয়োগ করুন

ভগ্নাংশের ল.সা.গু করার নিয়ম হলো $= \frac{\text{লব গুলোর ল.সা.গু.}}{\text{হর গুলোর গ.সা.গু.}}$

৯০. $\frac{3}{5}$ ও $\frac{8}{7}$ এর ল.সা.গু কোনটি?

ক. ১২ খ. ১৩ গ. ১৪ ঘ. ১৬ উত্তর: ক

✍ সমাধান: এখানে উপরের লবগুলো ৩ ও ৪ এর ল.সা.গু হল ১২ এবং নিচের ৫ ও ৭ এর গ.সা. গু হল ১ তাই উত্তর: ১২

৯১. কোন বিমান আক্রমণের সময় এক শহরের চারটি স্থান থেকে যথাক্রমে ১, $১\frac{১}{৪}$, $১\frac{১}{২}$, $১\frac{৩}{৪}$ মিনিট অন্তর সাইরেন বাজতে লাগলো । একবার একত্রে বাজবার কতক্ষণ পর সাইরেনগুলো আবার একত্রে বাজবে? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো (উপসহকারী পরিচালক-২০১৭]*

ক. ১ ঘন্টা ৫ মিনিট খ. ১ ঘন্টা ২৫ মিনিট গ. ৫৭ মিনিট ঘ. ১ ঘন্টা ৪৫ মিনিট উত্তর: ঘ

✍ সমাধান: এখানে একত্রে বাজার সময় হবে হবে, প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ১, $১\frac{১}{৪}$, $১\frac{১}{২}$, $১\frac{৩}{৪}$ এর ল.সা.গু এর সমান।

এখন, $১\frac{১}{৪} = \frac{৫}{৪}$, $১\frac{১}{২} = \frac{৩}{২}$, $১\frac{৩}{৪} = \frac{৭}{৪}$ ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে

লবগুলো ১,৫,৩,৭ এর ল.সা.গু = ১০৫ এবং হরগুলোর ১,৪,২,৪ এর গ.সা.গু = ১

সুতরাং ১, $\frac{৫}{৪}$, $\frac{৩}{২}$, $\frac{৭}{৪}$ এর ল.সা.গু = $\frac{\text{লব গুলোর ল.সা.গু}}{\text{হরগুলোর গ.সা.গু}} = \frac{১০৫}{১} = ১০৫$

∴ সাইরেনগুলো একত্রে আবার বাজবে ১০৫ মিনিট বা বা ১ ঘন্টা ৪৫ মিনিট পর। **উত্তর: ১ ঘন্টা ৪৫ মিনিট।**

নিজে করুন:

৯২. $\frac{3}{5}, \frac{1}{8}, \frac{2}{3}$ এর ল.সা.গু কত? *[সহ.থানা শিক্ষা অফিসার (কোটা) - ২০১৫]*

ক. ৭ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬ উত্তর: ঘ

ভগ্নাংশের গ.সা.গু করার নিয়ম হলো $= \frac{\text{লব গুলোর গ.সা.গু.}}{\text{হর গুলোর ল.সা.গু.}}$

কোন ভগ্নাংশের গ.সা.গু বের করতে হলে ভগ্নাংশ গুলোর লব গুলোর গ.সা.গু বের করে হর গুলোর ল,সা,গু বের করতে হয়। যেমন:

৯৩. $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{1}{6}$ এর গ.সা.গু কত? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*

ক. $\frac{1}{9}$ খ. $\frac{1}{6}$ গ. $\frac{1}{18}$ ঘ. ৩ উত্তর: গ

✍ সমাধান: $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}$ এবং $\frac{1}{6}$ ভগ্নাংশগুলোর লব, ২, ৪ ও ১ এর গ.সা.গু = ১ এবং লবগুলো ৩, ৯ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ১৮।

সুতরাং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু = $\frac{\text{লব গুলোর গ.সা.গু}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু}} = \frac{1}{18}$

৯৪. ৪, $৩\frac{১}{৫}, \frac{৩২}{২৫}$ ভগ্নাংশ তিনটির গ.সা.গু নিচের কোনটি? *[শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১০]* উত্তর: $\frac{৪}{২৫}$

Note: মিশ্র ভগ্নাংশ দেয়া থাকে আগে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বানিয়ে তারপর অংকটি করুন।

এখানে উপরের লব গুলো ৪, ১৬ এবং ৩২ এর গ.সা.ও ৪ এবং নিচের হরগুলোর ল.সা.গু ২৫ । তাই উত্তর : ৪/২৫

নিজে করুন:

৯৫. $\frac{২}{৫}$ এবং $\frac{৫}{৯}$ এর গ.সা.গু কত? *[স্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তর (সহকারী প্রকৌশলী-(সিভিল)-২০১৭]* উত্তর: ক

ক. $\frac{১}{৪৫}$ খ. $\frac{২}{৪৫}$ গ. $\frac{৭}{৪৫}$ ঘ. ৪৫

৯৬. $\frac{২}{৫}, \frac{৩}{৫}, \frac{৬}{১৫}$ এর গ.সা.গু কোনটি? *[ডাক অধিদপ্তরের উপজেলা পোষ্টমাষ্টার -২০১৬]* উত্তর: গ

ক. $\frac{৬}{৫}$ খ. $\frac{৭}{৫}$ গ. $\frac{১}{১৫}$ ঘ. $\frac{৫}{৭}$

৯৭. $\frac{৩}{৪}, \frac{৪}{৫}, \frac{৫}{৬}$ ভগ্নাংশ এর গ.সা.গু কত? *[শিক্ষক নিবন্ধন কলেজ-১২]* উত্তর: $\frac{১}{৬০}$

Tips: মনে রাখুন :ভগ্নাংশের ল.সা.গু বের করতে হলে উপরে ল.সা.গু এবং গ.সা.গু বের করতে বলা হলে উপরে গ.সা.গু।

পদ্ধতি-০৬: দশমিকের ল.সা.গু ও গ.সা.গু

দশমিক সংখ্যার ল.সা.গু এবং গ.সা.গু নির্ণয় করতে হলে, প্রথমে দশমিক সংখ্যাগুলোতে দশমিকের পর ডিজিট সংখ্যা সমান করতে হবে, কোথাও কম ডিজিট থাকলে তা ০ দিয়ে পূর্ণ করতে হবে। এরপর দশমিক তুলে দিয়ে সাধারণ সংখ্যার মত গ.সা.গু এবং ল.সা.গু বের করার পর সবগুলো সংখ্যায় যত ঘর আগে দশমিক ছিল উত্তরটিতেও ততঘর আগে দশমিক বসাতে হবে।

৯৮. ০.৬৩, ১.০৫ এবং ২.১ এর ল.সা.গু ও গ.সা.গু কত?

সমাধান: ০.৬৩, ১.০৫ এবং ২.১ = ০.৬৩ , ১.০৫ এবং ২.১০ [প্রথমে দশমিকের পরে ০ বসিয়ে অংক সংখ্যা সমান করতে হবে]

এরপর ৬৩, ১০৫ এবং ২১০ [দশমিক তুলে দিয়ে পূর্ণ সংখ্যা বানাতে হবে]

এখন, ৬৩, ১০৫ এবং ২১০ এর ল.সা.গু = ৬৩০

এরপর যেহেতু দশমিক সংখ্যাগুলোতে দু'ঘর আগে দশমিক ছিল তাই ৬৩০ এর দু ঘর আগে দশমিক বসিয়ে উত্তর ৬.৩।

∴ ০.৬৩, ১.০৫ এবং ২.১ এর ল.সা.গু = ৬.৩

আবার একইভাবে, ৬৩, ১০৫ ও ২১০ এর গ.সা.গু = ২১ ∴ ০.৬৩, ১.০৫ ও ২.১ এর গ.সা.গু = .২১ [২ ঘর আগে দশমিক]

উত্তর: ল.সা.গু ৬.৩ এবং গ.সা.গু ০.২১

নিজে করুন:

৯৯. ১.০৮, ০.৩৬ এবং ০.৯ এর ল.সা.গু ও গ.সা.গু কত? উত্তর: ল.সা.গু ৫.৪ এবং গ.সা.গু ০.১৮

১০০.৩, ২.৭ এবং ০.০৯ এর ল.সা.গু এবং গ.সা.গু কত?

সমাধান: ৩, ২.৭ এবং ০.০৯ = ৩.০০, ২.৭০ এবং ০.০৯ [দশমিকের অংক পরে সমান করে] = ৩০০, ২৭০ এবং ৯

এখন, ৩০০, ২৭০ এবং ৯ এর ল.সা.গু = ২৭০০ ∴ ৩, ২.৭ এবং ০.০৯ এর ল.সা.গু = ২৭

এবং, ৩০০, ২৭০ এবং ৯ এর গ.সা.গু = ৩ ∴ ৩,২.৭ এবং ০.০৯ এর গ.সা.গু = ০.০৩

নিজে করুন: (এরকম ভগ্নাংশের প্রশ্নকে একই সাথে দশমিক বানিয়ে ল.সা গু ও গ.সা.গু বের করলে আত্মবিশ্বাস আসবে)

১০১. $\frac{৩}{৪}, \frac{২}{৫}, \frac{১}{২}$ বা, ০.৭৫, ০.৪ এবং ০.৫ এর ল.সা.গু এবং গ.সা.গু বের করুন। উত্তর: ল.সা.গু ৬ এবং গ.সা.গু = ০.০৫

পদ্ধতি-০৭: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন :

১০২. একজন বনকর্মী ৬৬টি নারকেল গাছ, ৮৮টি খেজুরগাছ এবং ১১০টি গুল্ম চারা লাগাতে চায়। তিনি আবার পূর্ণ সংখ্যক সারিতে গাছগুলো লাগাতে চান। সর্বনিম্ন কতগুলো সারি প্রয়োজন হবে? *[Exim Bank (TO)-2020 (IBA)]*

ক. ১২ খ. ২২ গ. ১১ ঘ. ২৪ উত্তর: ক

সমাধান: (গ.সা.গু এর এরকম প্রাকটিকাল অংক বুঝতে পারলে অনেক কঠিন ম্যাথও সহজ মনে হবে)

৬৬, ৮৮ এবং ১১০ এর গ.সা.গু = ২২ (প্রতি সারিতে ২২ টি করে গাছ হলে, এবং গাছের সংখ্যা ৬৬টি বা ৮৮টি বা ১১০ টি হলে যতগুলো গাছের লাইন ই হোক না কেনো, গাছের লাইনগুলো পূর্ণ সংখ্যকবার হবে। অর্থাৎ কোন গাছ কম বা বেশি হবে না)

সুতরাং নারকেল, খেজুর এবং গুল্ম গাছের সারি = $\frac{৬৬}{২২} = ৩$ টি, $\frac{৮৮}{২২} = ৪$ টি এবং $\frac{১১০}{২২} = ৫$ টি ।

সুতরাং সর্বনিম্ন মোট সারির সংখ্যা = ৩+৪+৫ = ১২টি। (প্রতি সারিতে সর্বোচ্চ সংখ্যাক গাছ লাগায় সারির সংখ্যা সর্বনিম্ন)

১০৩. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২,৩,৪,৫ ও ৬ দ্বারা ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে । কিন্তু ৭ দ্বারা ভাগ করলে কোন অবশিষ্ট থাকে না?

ক. ৬১ খ. ৩০১ গ. ৩০০ ঘ. ২৮৩ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

এখানে প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ২,৩,৪,৫ ও ৬ এর ল.সা.গু = ৬০

যেহেতু প্রতিবার ১ অবশিষ্ট থাকবে তাই নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু + ১ অথবা ল.সা.গু এর গুণিতক + ১

(৬০ × ১) + ১ = ৬১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৬০ × ২) + ১ = ১২১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৬০ × ৩) + ১ = ১৮১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৬০ × ৪) + ১ = ২৪১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয়

(৬০ × ৫) + ১ = ৩০১ যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য

সুতরাং ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি = ৩০১।

Shortcut: যেহেতু প্রশ্নে বলা হয়েছে যে ৭ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে তাই অপশনে যে সংখ্যাটিকে ৭ দিয়ে ভাগ করা যাবে তা ই উত্তর।

উত্তর: ৩০১

১০৪. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৩, ৫, ৬, ১০ এবং ১২ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ২ ভাগশেষ থাকে কিন্তু ১৩ দ্বারা ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকে না?

ক. ৬২ খ. ১৮২ গ. ৩০২ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

১০৫. ৪০০ ও ৫০০ এর মধ্যবর্তী কোন কোন সংখ্যাকে ১২,১৫ ও ২০ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১০ অবশিষ্ট থাকে?

ক. ৪৩০, ৪৯০ খ. ৪১০, ৪৮০ গ. ৪১০, ৪৩৯ ঘ. ৪১০, ৪৯০ উত্তর: ক

সমাধান:

১২,১৫ এবং ২০ এর ল.সা.গু = ২×২×৫×৩=৬০

৪০০-৫০০ এর মধ্যে অর্থ হলো ৪০০ থেকে বড় কিন্তু ৫০০ থেকে ছোট ৬০ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আছে দুটি যথা: (৬০×৭)=৪২০ এবং (৬০×৮) = ৪৮০ সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যা দুটি হবে (৪২০+১০) = ৪৩০ এবং (৪৮০+১০) = ৪৯০ উত্তর: ৪৩০ ও ৪৯০

১০৬. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ৬০ এবং গ.সা.গু ১০। একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার দুই- তৃতীয়াংশ হলে ছোট সংখ্যাটি কত ? *[প্রতিরক্ষ মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮] +[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. ২০ খ. ৩০ গ. ১০ ঘ. ৪০ উত্তর: ক

সমাধান: বড় সংখ্যাটি ৩ক হলে ছোট সংখ্যাটি ২ক । (যেহেতু একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার ৩ভাগের ২ ভাগ।)

প্রশ্নমতে, ২ক×৩ক = ৬০×১০ (দুটি সংখ্যার গুণফল = তাদের ল.সা.গু ও গ.সা.গু এর গুণফলের সমান)

$\Rightarrow ৬ক^২ = ৬০ \times ১০ \Rightarrow ৬ক^২ = ৬০০ \Rightarrow ক^২ = ১০০ \therefore ক = ১০$

সুতরাং ছোট সংখ্যাটি = ২ক = ২×১০ = ২০ উত্তর: ২০

নিজে করুন।

১০৭. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ৮৪ এবং গ.সা.গু ১৪ । একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার দুই-তৃতীয়াংশ হলে ছোট সংখ্যাটি কত? *[বাংলাদেশ বেতার (সহ: সম্পাদক)-২০১৯]* উত্তর: গ

ক. ৪২ খ. ৩৩ গ. ২৮ ঘ. ২২

১০৮. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ৯৬ এবং গ.সা.গু ১৬। একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার ১.৫ গুণ হলে বড় সংখ্যাটি কত? *[যুব উন্নয়ন অধিদপ্তরের (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]* উত্তর: ঘ

ক. ২০ খ. ৩২ গ. ১৬ ঘ. ৪৮

সমাধান: ধরি একটি সংখ্যা = x তাহলে অপর সংখ্যাটি = ১.৫x.

প্রশ্নমতে, $x \times 1.5x = ৯৬ \times ১৬$ বা, $x^2 = \frac{৯৬ \times ১৬}{১.৫}$ $\therefore x = \sqrt{৬৪ \times ১৬} = ৩২$ (গুণ না করে এভাবে রাখলে বর্গমূল বের করা সহজ)

সুতরাং ছোট সংখ্যাটি = ৩২ এবং বড় সংখ্যাটি = ১.৫×৩২ = ৪৮ উত্তর: ৪৮

১০৯.কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৪৩, ৯১ এবং ১৮৩ কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে একই ভাগশেষ থাকে।) *[Pubali Bank (TAT)-2017] & [Janata Bank (EO)-2017]* উত্তর: ক

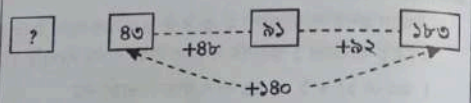
ক. ৪ খ. ৭ গ. ৯ ঘ. ১৩

সমাধান:

এ ধরণের প্রশ্নের উত্তর দেয়ার সময় সাধারণত অপশন ধরে সমাধান করা বেটার। কিন্তু যদি নিয়ম অনুসারে সমাধান করতে চান তাহলে সবগুলো সংখ্যার মাঝের গ্যাপগুলো বের করে তার গ.সা.গু বের করলেই উত্তর বের হবে। যেমন: (৯১ - ৪৩) = ৪৮, (১৮৩ - ৯১) = ৯২, (১৮৩ - ৪৩) = ১৪০

∴ বৃহত্তম সংখ্যাটি হল ৪৮,৯২,ও ১৪০ এর গ.সা.গু = ৪ (উত্তর)

সংখ্যাগুলোর মাঝে ব্যবধানগুলো দেখুন।



ব্যবধানগুলোর ল.সা.গু বের করলেই উত্তর বের হওয়ার লজিক কি?

প্রদত্ত প্রশ্নের ৪৩ কে ৪ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ৩ থাকে। আবার ৯১-৪৩ = ৪৮ ব্যবধানকে যেহেতু ৪ দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় তাই ৯১ কে ও ৪ দিয়ে ভাগ করতে গেলে ভাগশেষ ৩ ই থাকবে। কারণ হলো ৯১ থেকে ৪৩ এর মাঝে যে পার্থক্য তা ৪ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ০ থাকে। তাই আগে যা ভাগশেষ ছিল তা ই থাকবে। (এভাবে সবগুলোর ক্ষেত্রেই ভাগশেষ সমান)

১১০. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে ৪০০৩, ৪১২৬ এবং ৪২৪৯ কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে একই ভাগশেষ থাকবে? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক-(ক্যাশ)-২০১৮]* উত্তর: খ

ক. ৪৩ খ. ৪১ গ. ৪৫ ঘ. ৫০

সমাধান:

সংখ্যাগুলোর মাঝে ব্যবধান (৪১২৬- ৪০০৩) = ১২৩, (৪২৪৯-৪১২৬) = ১২৩ এবং, (৪২৪৯-৪০০৩) = ২৪৬

তাহলে বৃহত্তম সংখ্যাটি হবে এই ব্যবধান গুলোর গ.সা.গু। এখানে, ১২৩, ১২৩ এবং ২৪৬ এর গ.সা.গু ১২৩ অর্থাৎ ১২৩ দিয়ে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে ভাগ করলে প্রতিবার একই ভাগশেষ থাকবে। (ভাগ করে দেখলে প্রতিবার ৬৭ পাবেন)

কিন্তু অপশনগুলোতে যেহেতু ১২৩ দেয়া নেই তাই ১২৩ এর গুণনিয়ক সবথেকে বড় সংখ্যাটি নিতে হবে: এখানে, ১২৩ এর গুণনিয়ক ৪১ ই উত্তর। (৪১ দিয়ে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে ভাগ করলে প্রতিবার ২৬ অবশিষ্ট থাকে, তবে পরীক্ষায় এটা দেখতে হবে না)

১১১. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৭, ১০, ১৪ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে ২, ৩ ও ৯ ভাগশেষ থাকে ? উত্তর: খ

ক. ২০ খ. ২৩ গ. ২৮ ঘ. ৪৫

সমাধান: ২, ৩ এবং ৯ এর ল.সা.গু = ১৮

এখন, (১৮-৭) = ১১; (১৮-১০) = ৮; (১৮-১৪) = ৪ সুতরাং সংখ্যাটি হবে ১১+৮+৪ = ২৩ উত্তর: ২৩।

by KPR BOLT

Practice Part

১. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১০০ ও ১৮৪ কে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ৪ থাকবে? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী - (অনু: ১.৩)]*

ক. ১৪ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৬

২. কোনো বাস স্ট্যান্ড থেকে ৪টি বাস একটি নির্দিষ্ট সময় পর যথাক্রমে ১০কি.মি., ২০কি.মি., ২৪ কি.মি., ও ৩২ কি.মি., পথ অতিক্রম করে। কমপক্ষে কত দূর পথ অতিক্রম করার পর বাস ৪টি আবার একত্রে মিলিত হবে? ? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী (অনু:১.৩)]*

ক. ২৪০ কি.মি. খ. ৩২০ কি.মি. গ. ৩৬০ কি.মি. ঘ. ৪৮০ কি.মি.

৩. ৩০টি আম ও ৩৬ টি লিচু সর্বোচ্চ কতজনের বালকের মধ্যে নিঃশেষে ভাগ করে দেয়া যাবে ? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক]*

ক.৫ খ.৬ গ.৩ ঘ.৮

৪. কোন সেনাবাহিনীতে যদি আরো ১১ জন সৈন্যে নিয়োগ করা যেত তবে তাদেরকে ২০ ,৩০ ,৪০ ,৫০ ও ৬০ সারিতে দাঁড় করানো যেত। ঐ সেনাবাহিনীতে কতজন সৈন্য ছিল? *[টিভি প্রকোশলী পরীক্ষা-০৪]*

ক. ৫৮৮ জন খ. ৫৯২ জন গ. ৫৯০ জন ঘ. ৫৮৯ জন

৫. সর্বমোট কত সংখ্যক গাছ হলে একটি বাগানে ৭, ১৪, ২১, ৩৫ ও ৪২ সারিতে গাছ লাগালে একটিও কম বা বেশি হবে না?

ক. ২০০ খ. ২৪০ গ. ২১০ ঘ. ২২০

৬. ২টি ঘড়ি যথাক্রমে ১০ ও ১৫ মিনিট অন্তর বাজে। একবার একত্রে বাজার পর আবার কখন ঘড়ি দুটি একত্রে বাজবে? *[কন্ট্রোলার জেনারেল ডিফেন্স ফাইনান্স (অধীন অডিটর)-২০১৪]*

ক. ২০ মি. পর খ. ৩০ মি. পর গ. ৫০ মি.পর ঘ. ১০০ মি.পর

৭. একটি স্কুলে প্যারেড করার সময় ছাত্রদের ১০, ১২ বা ১৬ সারিতে সাজানো হয়। ঐ স্কুলে ন্যূনতম কতজন ছাত্র আছে? *[সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]*

ক. ২৫০ খ. ২০০ গ. ২২০ ঘ. ২৪০

৮. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৮, ১২, ১৮ এবং ২৪ দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ৫ হবে?*(৬ষ্ঠ শ্রেণী অনু:১.৩ এর ৭)*

ক. ৫৫ খ. ৬২ গ. ৬৮ ঘ. ৭৭

৯. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২০,২৫,৩০, ৩৬ এবং ৪৮ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে ১৫, ২০, ২৫, ৩১,ও ৪৩ ভাগশেষ থাকবে? *(৬ষ্ঠ শ্রেণী অনু:১.৩ এর ৮)*

ক. ৩২৩৬ খ. ৩৪৪৮ গ. ৩৫১৫ ঘ. ৩৫৯৫

১০. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু ও গ.সা.গু যথাক্রমে ২৮৮ ও ১২। একটি সংখ্যা ৩৬ হলে, অপরটি কত? *[বেসরকারী প্রভা: নিবন্ধন -১০]*

ক. ৯৪ খ. ৯৬ গ. ৮৮ ঘ. ৯০

১১. চার অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১২, ১৫, ২০ ও ৩৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য *[৬ষ্ঠ শ্রেণী - (অনু: ১.৩)]*

ক. ১২০০ খ. ১০৬০ গ. ১২৬০ ঘ. ১৫২০

১২. $\frac{১}{৩}$ এবং এর $\frac{১}{২}$ এর গ.সা.গু বের করুন।

ক. $\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{১}{৫}$ গ. $\frac{১}{৬}$ ঘ. $\frac{১}{৭}$

১৩. $২\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় কর। *[ষষ্ঠ শ্রেণীর অনু: ১.৫ এর উদাহরন]*

ক. $\frac{৩}{৮০}$ খ. $\frac{৯}{৪}$ গ. $\frac{১}{৮০}$ ঘ. কোনটিই নয়।

১৪. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৬, যদি তাদের ল.সা.গু ২৭০ হয় তাহলে সংখ্যা দুটি কত?

ক. ৩৫ ,৪২ খ. ৪৫ , ৫৪ গ. ৫০ , ৬০ ঘ. ৪০ , ৪৫

১৫. দুটি রাশির ল.সা.গু তাদের গ.সা.গু এর ১২ গুণ। গ.সা.গু ও ল.সা.গু এর সমষ্টি ৩৯০ । যদি একটি সংখ্যা ১২০ হয় তাহলে অপর সংখ্যাটি কত?

ক. ৩০ খ. ১২০ গ. ৯০ ঘ. ১৮০

Answer & Solution

১. [Hints: ৪ বিয়োগ করে, ৯৬ ও ১৮০ এর গ.সা.গু উত্তর: ১২] **উত্তর: ৪৮০ কি.মি.।**

২. সমাধান: ১০, ২০,২৪ ও ৩২ এর ল.সা.গু = ৪৮০-ই উত্তর।

৩. [Hints: ৩০ এবং ৩৬ এর গ.সা.গু = ৬]

৪. [Hints: ২০,৩০,৪০,৫০ ও ৬০ এর ল.সা.গু ৬০০ । সুতরাং সৈন্য সংখ্যা হবে = ৬০০-১১ = ৫৮৯ জন।]

৫. [Hints: ৭, ১৪, ২১, ৩৫ ও ৪২ এর ল.সা.গু = ২১০]

৬. [Hints: ১০ ও ১৫ এর ল.সা.গু ৩০ মিনিট। তাই ৩০ মিনিট পর বাজবে]

৭. [Hints: ১০, ১২ এবং ১৬ এর ল.সা.গু = ২৪০]

৮. সমাধান: ৮, ১২, ১৮ এবং ২৪ এর ল.সা.গু = ৭২
এখন প্রতিবার ৫ অবশিষ্ট থাকবে অর্থ সংখ্যাটি ল.সা.গু এর থেকে ৫ বেশি হবে। তাহলে সংখ্যাটি হবে ৭২+৫ = ৭৭।

৯. সমাধান: এখানে ভাগশেষগুলো প্রদত্ত সংখ্যাগুলো থেকে প্রথমে বিয়োগ করে নিতে হবে,
২০-১৫ = ৫, ২৫-২০ = ৫, ৩০-২৫ = ৫, ৩৬-৩১ = ৫ এবং ৪৮-৪৩ = ৫
অর্থাৎ প্রতিবার সাধারণ বিয়োগফল ৫
প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ২০,২৫,৩০, ৩৬ এবং ৪৮এর ল.সা.গু = ৩৬০০।
সুতরাং নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে ৩৬০০-৫ = **৩৫৯৫**

১০. [Hints: অপর সংখ্যাটি = $\frac{২৮৮ \times ১২}{৩৬} = ৯৬$]

১১. সমাধান: ১২, ১৫,২০,৩৫ এর ল.সা.গু = ৪২০
এখন ৪২০, কে বাড়াতে হবে এভাবে, ৪২০×২ = ৮৪০, ৪২০×৩ = ১২৬০, ৪২০×৪ = ১৬৮০
দেখা যাচ্ছে ৪ অঙ্কের যে সংখ্যাগুলো ৪২০ এর গুণীতক তাদের মধ্যে সবথেকে ছোট সংখ্যা হচ্ছে ১২৬০। **উত্তর: ১২৬০।**

১২. সমাধান: এখানে লব, ১ ও ১ এর গ.সা.গু ১ এবং হর ৩ ও ২ ল.সা.গু ৬ তাহলে ভগ্নাংশ দুটির গ.সা.গু হবে $\frac{১}{৬}$।

১৩. সমাধান: উপরে ৯,৩, ৯ এর গ.সা.গু = ৩ এবং নিচের ৪, ১৬ ও ২০ এর ল.সা.গু = ৮০। উত্তর: $\frac{৩}{৮০}$

১৪. সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে ৫x এবং ৬x।
প্রশ্নমতে, ৫x এবং ৬x এর ল.সা.গু = ৩০x = ২৭০। ∴ x = ৯ । তাহলে সংখ্যা দুটি = ৫×৯ = ৪৫ এবং ৬×৯ = ৫৪

১৫. সমাধান: ধরি, সংখ্যা দুটির গ.সা.গু = x সুতরাং সংখ্যা দুটির ল.সা.গু = ১২x
প্রশ্নমতে, x+১২x = ৩৯০ বা, ১৩x = ৩৯০ ∴ x = ৩০ তাহলে গ.সা.গু = ৩০ এবং ল.সা.গু = ১২×৩০ = ৩৬০।
সুতরাং একটি সংখ্যা ১২০ হলে অপর সংখ্যাটি = $\frac{৩৬০ \times ৩০}{১২০} = ৯০$

উত্তরমালা

১.	গ	২.	ঘ	৩.	খ	৪.	ঘ	৫.	গ	৬.	খ	৭.	ঘ	৮.	ঘ
৯.	ঘ	১০.	খ	১১.	গ	১২.	গ	১৩	ক	১৪.	খ	১৫.	গ		

Model Test

পূর্ণমান: ১৫ সময়: ১৫ মিনিট

১. কোন স্কুলের ছাত্রসংখ্যাকে ৫,৮ ও ২০ দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেক বারই ৪ জন ছাত্র অবশিষ্ট থাকে। ঐ স্কুলের ছাত্রসংখ্যা কত? *[ডেসকো-(সহ: অফিসার)-২০১৯]*
ক. ৪০ জন খ. ৪৪ জন গ. ৬০ জন ঘ. ৮০ জন

২. দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু এবং ল.সা.গু যথাক্রমে ১৪ ও ১৬৮ । সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল কত ? *[ডেসকো-(সহ:অফিসার)-২০১৯]*
ক. ৩৯০০ খ. ১৩৫২ গ. ২৩৫২ ঘ. ৩৪১৭

৩. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৬ এবং তাদের গ.সা.গু. ৪ হলে, ছোট সংখ্যাটি কত? *[৭ম বেসরঃ প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যঃ পরীক্ষা ২০১১]*
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ২৫

৪. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩:৪ এবং তাদের ল.সা.গু ১৮০ হলে, বড় সংখ্যাটি কত? *(শিক্ষক নিবন্ধন কলেজ-১২)*
ক. ৭০ খ. ৫০ গ. ৪৫ ঘ. ৬০

৫. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ১ যোগ করলে যোগফল ৩, ৬, ৯, ১২, ১৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে প্রশাসনিক কর্মকর্তা ০১]*
ক. ১৭৯ খ. ১৫৯ গ. ১৮৯ ঘ. ১৭৪

৬. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হতে ১ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৯, ১২ ও ১৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশনে সহকারি পরিচালক: ০৪]*
ক. ১২১ খ. ১৮১ গ. ২০১ ঘ. ১৯১

৭. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৪, ৫ ও ৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ৩ অবশিষ্ট থাকে? *[প্রাথমিক ও গণশিক্ষা বিভাগে সহ পরিচালক ০১]*
ক. ৩৩ খ. ৪৩ গ. ৫৭ ঘ. ৬৩

৮. সবচেয়ে ছোট কোন সংখ্যাকে ৭, ৮ অথবা ৯ দ্বারা ভাগ করলে ৫ অবশিষ্ট থাকে? *[রাষ্ট্রায়ত্ত ব্যাংক সিনিয়র অফিসার: ০০]*
ক. ৪৯৯ খ. ৫০৫ গ. ৫১৩ ঘ. ৫০৯

৯. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৪, ৫ ও ৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ৩ অবশিষ্ট থাকে? *[প্রাথমিক ও গণশিক্ষা বিভাগে সহ পরিচালক: ০১]*
ক. ৭৩ খ. ৪৩ গ. ৫৩ ঘ. ৬৩

১০. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৭, ৪০ ও ৬৫ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৩,৪,৫ ভাগশেষ থাকবে?*(কারা তত্ত্বাবধায়ক স্বরাষ্টমন্ত্র:-১০)*
ক. ১২ খ. ১৪ গ. ১৫ ঘ. ১০

১১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৩:৪ এবং তাদের ল.সা.গু ১৮০। সংখ্যা দুটি কি কি? *(শিক্ষক নিবন্ধন স্কুল-১২)*
ক. ৩০, ৪৫ খ. ৪৮, ৬৪ গ. ৪৫, ৬০ ঘ. ৪০, ৪৫

১২. কোন লঘিষ্ট সংখ্যাকে ৪০,৫৫ ও ৬০ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিবারই ৫ অবশিষ্ট থাকে?
ক. ১৩২৫ খ. ১৩২০ গ. ১৩১৮ ঘ. ১১৩৩০

১৩. কোন লঘিষ্ট সংখ্যার সাথে ৩ যোগ করলে যোগফল ২৪, ৩৬, ও ৪৮ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?
ক. ১৪২ খ. ১৪৫ গ. ১৪১ ঘ. ১৪০

১৪. দুটি সংখ্যার গুণফল ১৫৩৬। সংখ্যা দুটোর ল.সা.গু ৯৬ হলে গ.সা.গু কত? *(উপজেলা প:উন্নয়ন কর্মকর্তা-১২)*
ক. ১৬ খ. ১৭ গ. ১৫ ঘ. ১৮

১৫. দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু ১৫ এবং ল.সা.গু ৩০০। একটি সংখ্যা ৬০ হলে অপর সংখ্যাটি কত?
ক. ৭০ খ. ৮০ গ. ৬৫ ঘ. ৭৫

উত্তরমালা

১.	খ	২.	গ	৩.	গ	৪.	ঘ	৫.	ক	৬.	খ	৭.	ঘ	৮.	ঘ
৯.	ঘ	১০.	ক	১১.	গ	১২.	ক	১৩	গ	১৪.	ক	১৫.	ঘ		

লিখিত অংশ

১. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু: অন্তর এবং ল.সা. গু যথাক্রমে ১২, ৬০, ২৪৪৮। সংখ্যা দু'টি নির্ণয় করুন। *[৩৪তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান :

ধরি,সংখ্যা দু'টি যথাক্রমে ১২x এবং ১২y (যেহেতু গ.সা.গু ১২ দেয়া আছে তাই এমনভাবে নিতে হবে যাতে গ.সা.গু ১২ হয়)

১ম শর্তমতে, $12x-12y=60 \Rightarrow x-y=\frac{60}{12}$ $\therefore x-y=5$ ---------- (i)

আবার, ২য় শর্তমতে, $12xy=2448$ [১২x এবং ১২y এর ল.সা.গু = ১২xy]

$\Rightarrow xy=\frac{2448}{12}$ $\therefore xy=204$ --------- (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে লেখা যায়,

$x-y=5 \Rightarrow (x-y)^2=5^2$ (যেহেতু এখানে x-y=৫ ও xy=২০৪ দেয়া আছে তাই প্রতিস্থাপনের নিয়মের বদলে মান নির্ণয়ের নিয়মে)

$\Rightarrow (x+y)^2-8xy=25$ $\Rightarrow (x+y)^2-8\times204=25$ [যেহেতু xy = ২০৪ দেয়া আছে]

$\Rightarrow (x+y)^2-816=25 \Rightarrow (x+y)^2=841$

$\therefore x+y=29$ ----------(iii)

(i) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই

$x-y=5$

$x+y=29$

$2x=34$ $\therefore x=17$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই

$x-y=5 \Rightarrow 17-y=5 \Rightarrow -y=5-17$

$\Rightarrow -y=-12$ $\therefore y=12$

সুতরাং সংখ্যা দুইটি $12\times12=144$ এবং $12\times17=204$

উত্তর: ২০৪ ও ১৪৪ ।

❑ MCQ এর জন্য সহজে সমাধান করার টেকনিকঃ

একটি সংখ্যাকে ১২x এবং অন্যটিকে ১২y ধরে, x-y= ৫ এবং xy = ২০৪ পর্যন্ত বের করার পর ভাবুন। কোন দুটি সংখ্যা গুণ করলে ২০৪ হয় আবার বিয়োগ করলে তাদের ব্যবধান = ৫।

এখানে, $17\times12=204$ আবার ১৭-১২ = ৫।

সুতরাং x = ১৭ এবং y = ১২

তাহলে সংখ্যা দুটি হবে যথাক্রমে, $12\times17=204$

এবং $12\times12=144$

২. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু ২১ এবং ল.সা.গু ৪৬৪১। একটি সংখ্যা ২০০ ও ৩০০ এর মধ্যবর্তী, অপরটি কত? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন-(সহ:পরিচালক)-২০১৭-(লিখিত)]+ [২০ তম বিসিএস (লিখিত)]*

সমাধান:

মনে করি, সংখ্যা দুটি ২১ক এবং ২১খ [এখনে ক ও খ এমন দুটি সংখ্যা যারা সহমৌলিক, অর্থৎ গ.সা.গু ১ অর্থাৎ ভিন্ন সংখ্যা]

এখন সংখ্যা দুটির ল.সা.গু = ২১কখ (২১ কমন সংখ্যা নিয়ে ক ও খ গুণ)

প্রশ্নানুসারে, $21কখ=4641 \Rightarrow কখ=\frac{4641}{21}$ $\therefore কখ=221$

তাহলে বোঝা যাচ্ছে যে, ২২১ হলো দুটি সহ মৌলিক বা ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যার গুণফল যাদের গ.সা.গু ১।

তাহলে ২২১ কে ভাঙ্গলে দেখা যায়, $ক\times খ=17\times13$

যদি ক = ১৭ হয় তবে খ = ১৩ $\therefore$ একটি সংখ্যা হবে $21\times13=273$ এবং অপরটি $=21\times17=357$

যেহেতু প্রশ্নে বলা হয়েছে ২০০ ও ৩০০ এর মধ্যবর্তী সংখ্যাটি ২৭৩; সুতরাং অপর সংখ্যাটি ৩৫৭। **উত্তর: ৩৫৭।**

৩. কোন সৈন্য দলের সৈন্যকে ৮, ১০ বা ১২ সারিতে সাজানো যায় আবার বর্গাকারেও সাজানো যায়। সেই সৈন্যদলের ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যা চার অঙ্কবিশিষ্ট। *[১৫তম বিসিএস লিখিত] +[বৈবেচক(এরোড্রেন/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

সমাধান:

৮, ১০, ১২ এর ল.সা.গু = ১২০

সৈন্যদেরকে বর্গাকারে সাজাতে হলে তাদের মোট সংখ্যা অবশ্যই পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে।

কিন্তু ১২০ পূর্ণ বর্গ সংখ্যা নয় এমনকি চার অংক বিশিষ্টও নয়।

এখন, $120=2\times2\times2\times3\times5$ বা $(2\times2)\times(2)\times(3)\times(5)$

এখানে ১২০ সংখ্যাটি ভেঙ্গে দেখা গেল উৎপাদক গুলোর মধ্যে ২, ৩ এবং ৫ এর জোড়া নেই।

১২০ কে ২, ৩ ও ৫ এর গুণফল দিয়ে গুণ করলে গুণফল টি একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে একইসাথে যা চার অংক বিশিষ্ট।

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি = $120\times2\times3\times5=3600$ **উত্তর: ৩৬০০।**

"BCS INCEPTION Digest"

A complete guideline for BCS examinee

স্বল্প সময়ে পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি

বইটির স্বতন্ত্র বৈশিষ্ট্য:

- সম্পূর্ণ সিলেবাস হুবহু অনুসরণ করে প্রণীত।
- সু-শৃঙ্খল উপস্থাপনায় একমাত্র পূর্ণাঙ্গ সহায়ক বই।
- কোচিং এর বিকল্প হিসেবে দারুণ ভাবে কাজ করবে।
- একটি বই দিয়েই বিসিএস প্রিলিমিনারী বাজিমাত।
- অপ্রাসাঙ্গিক ও অতিরিক্ত আলোচনা বর্জিত।
- Inception app এর মাধ্যমে পরীক্ষা গ্রহণ।

INCEPTION PUBLICATION

যোগাযোগ: ০১৭১৬-৫৮১৫৮৯

এই টপিকের উপর খাইরুল স্যারের ফ্রি ভিডিও ক্লাস Youtbue এ আপলোড দেয়া আছে। টপিকটি পড়ার সময় ভিডিওগুলো দেখে নিতে পারেন।

আমাদের ইউটিউব চ্যানেলের নাম : "Khairuls Math"

ভগ্নাংশ

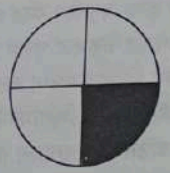
এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ নির্ণয়	পদ্ধতি-০৬	ভগ্নাংশের ভগ্নাংশ
পদ্ধতি-০২	ভগ্নাংশের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৭	ভগ্নাংশের সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
পদ্ধতি-০৩	ভগ্নাংশের মান বের করা	পদ্ধতি-০৮	ভগ্নাশের লব ও হারের হ্রাস-বৃদ্ধি
পদ্ধতি-০৪	ভগ্নাংশ তৈরী করা	পদ্ধতি-০৯	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৫	ঘুঁটি ও ট্যাংক সংক্রান্ত প্রশ্ন		
Practice Part		Model Test	
ভগ্নাংশের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

যার লব ও হর আছে তাকে ভগ্নাংশ বলে। ভগ্নাংশের উপরের সংখ্যাটিকে লব (Numerator) এবং নিচের সংখ্যাটিকে হর (Denominator) বলে।

যেমন: ভগ্নাংশ $= \frac{\text{লব}}{\text{হর}} = \frac{\text{Numerator}}{\text{Denominator}} = \frac{২}{৫}$



সাদা $= \frac{৩}{৪}$ অংশ, কালো $= \frac{১}{৪}$ অংশ

মোট: $\frac{৩}{৪} + \frac{১}{৪} = \frac{৪}{৪} = ১$ অংশ।

ভগ্নাংশ কয়েক প্রকারের হতে পারে যেমন:

প্রকৃত ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশের লব হরের চেয়ে ছোট তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। যেমন: $\frac{৪}{৭}, \frac{৫}{৯}, \frac{২৪}{২৯}$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ: যে ভগ্নাংশের লব হরের থেকে বড় তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। যেমন: $\frac{১৫}{১১}, \frac{৭৭}{৯}$

মিশ্র ভগ্নাংশ: যে ভগ্নাংশে পূর্ণ সংখ্যার সাথে প্রকৃত ভগ্নাংশ যুক্ত থাকে তাকে মিশ্র ভগ্নাংশ বলে। যেমন: $৬\frac{৪}{৭}$

বি.দ্র: যে কোন অংক করার সময় মিশ্র ভগ্নাংশটিকে আগে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বানাতে হয় তারপর অংকটি করতে হয়।মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত বানানোর নিয়ম হলো পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে হরটিকে আগে গুণ করে লবটি যোগ করতে হবে এবং তা উপরে লিখে আগের হরটিকেই নিচে লিখতে হবে। যেমন: $৬\frac{৪}{৭} = \frac{(৬\times৭)+৪}{৭} = \frac{৪৬}{৭}$

ভগ্নাংশের বিভিন্ন নিয়ম:

ভগ্নাংশের যোগ:

ভগ্নাংশের যোগ করতে হলে হর গুলোর ল.সা.গু বের করে তাকে ভংগ্নাংশ গুলোর হর দিয়ে ভাগ করে ভাগফলটিকে ঐ ভগ্নাংশের লব দ্বারা গুণ করতে হয়। যেমন: $\frac{১}{২} + \frac{১}{৩} = \frac{৩+২}{৬} = \frac{৫}{৬}$

ভগ্নাংশের বিয়োগ:

ভগ্নাংশের যোগ করার মতই শুধু যোগ চিহ্নের জায়গায় বিয়োগ চিহ্ন বসাতে হবে। যেমন: $\frac{২}{৫} - \frac{১}{৬} = \frac{১২-৫}{৩০} = \frac{৭}{৩০}$

ভগ্নাংশের গুণ:

ভগ্নাংশের গুণ করার সময় একটি সংখ্যা পূর্ণ সংখ্যা হলে তা ভগ্নাংশের লবের সাথে গুণ করতে হয়এবং দুটিই ভগ্নাংশ হলে লবের সাথে লবের গুণ এবং হরের সাথে হর গুণ করতে হয়। $\frac{৪}{৭} \times ৩ = \frac{১২}{৭}$ আবার $\frac{১২}{৭} \times \frac{২}{৫} = \frac{২৪}{৩৫}$

ভগ্নাংশের ভাগ:

ভগ্নাংশের ভাগ করতে হলে প্রথমে ভাগ চিহ্ন টি কে গুণ চিহ্নে পরিবর্তন করতে হয় এবং প্রথম ভগ্নাংশটির কোন পরিবর্তন হয় না কিন্তু দ্বিতীয় ভগ্নাংশটিকে উল্টিয়ে দিয়ে গুণ করতে হয়।

যেমন: $\frac{৪}{৭} / \frac{৮}{২১}$ বা $\frac{৪}{৭} \div \frac{৮}{২১}$ বা $\frac{৪}{৭} \times \frac{২১}{৮}$ বা $\frac{৩}{২}$

ভগ্নাংশের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ নির্ণয়:

বিসিএস এর মানসিক দক্ষতা অংশে এবং অন্যান্য যে কোন পরীক্ষায় এরকম একটি প্রশ্ন প্রায়ই আসে। খুব সহজে ভগ্নাংশের ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম বের করার নিয়ম জানার জন্য নিচের আলোচনাটি মনযোগ দিয়ে পড়ুন ।

দুটি নিয়মে ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম ভগ্নাংশ বের করা যায়। যেমন:

ক) দশমিক মান বের করে ভগ্নাংশের তুলনা:

এক্ষেত্রে ভগ্নাংশ গুলোর হর দিয়ে লবকে ভাগ করে ভাগফলটির দুই বা তিন দশমিক মান ঐ সংখ্যাটির পাশে লিখে সবগুলো ভগ্নাংশ তুলনা করে বের করতে হয় কোনটি বৃহত্তম বা কোনটি ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ।

যেমন: $\frac{১}{২} = .৫০$, $\frac{১}{৩} = .৩৩$, $\frac{১}{৪} = .২৫$, $\frac{১}{৫} = .২০$ এখানে বৃহত্তম ভগ্নাংশ হলো $\frac{১}{২}$ এবং ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশটি হলো $\frac{১}{৫}$

(ক্যালকুলেটরের ব্যবস্থা থাকলে এই পদ্ধতি, তবে বড় বড় সংখ্যার দশমিক মান বের করাও কঠিন, তাই নিচের নিয়মটি অনুসরণ করার চেষ্টা করুন।)

খ) আড়াআড়ি গুণ করার মাধ্যমে ভগ্নাংশের তুলনা:

প্রথমে কিছু ভগ্নাংশ নিজে থেকেই কিভাবে তুলনা করে বড় ছোট বের করা যায় দেখে নিন:

কোন ভগ্নাংশের লবগুলো একই হলে যে ভগ্নাংশের হর ছোট সে ভগ্নাংশটিই বড়, এবং যে ভগ্নাংশটির হর বড় সে ভগ্নাংশটিই ছোট। যেমন: $\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}, \frac{১}{৫}$ এর মধ্যে $\frac{১}{২}$ বৃহত্তম এবং $\frac{১}{৫}$ ক্ষুদ্রতম। কারণ ১ টাকা কে ২ ভাগ করলে ৫০ পয়সা হবে কিন্তু ঐ ১ টাকাকেই ৫ ভাগ করলে তা ২০ পয়সা হবে তাই $\frac{১}{২}$ হল, $\frac{১}{৫}$ এর থেকে বড়।

আবার কোন ভগ্নাংশের হর একই হলে যে ভগ্নাংশের লব বড় সে ভগ্নাংশটি বড় এবং যে ভগ্নাংশের লব ছোট সে ভগ্নাংশ ছোট। যেমন: $\frac{৭}{৮}$ ও $\frac{৫}{৮}$ এর মধ্যে অবশ্যই $\frac{৭}{৮}$ বড়। কারণ ৭ টাকাকে ৮ ভাগ করলে যাই হোক ৫ টাকাকে ৮ ভাগ করলে তার থেকে ছোট হবে।

আবার কখনো লব বা হর কোনটিই না মিললে একটু মাথা খাঁটিয়ে মিলিয়ে নিতে হবে। যেমন:

$\frac{৩}{১১}$ এবং $\frac{৫}{২২}$ এর মধ্যে কোনটি বড় অথবা কোনটি ছোট। তখন প্রথম ভগ্নাংশের হর টিকে দ্বিগুণ করে পরেরটার সাথে মেলানো যায়। এক্ষেত্রে লব ৩ কেও দ্বিগুণ করতে হবে। যেমন: $\frac{৬}{২২} > \frac{৫}{২২}$ সুতরাং $\frac{৩}{১১}$ ই বড়।

কিভাবে আড়াআড়ি গুণ করতে হয় দেখে নিন

$\frac{৭}{৮}$ এবং $\frac{৩}{৫}$ এর মধ্যে কোন ভগ্নাংশটি বড়?

এখানে আড়াআড়ি গুণ করার মাধ্যমে কিভাবে বড় ছোট ভগ্নাংশ বের করতে হয় নিয়মটি দেখুন:

$\frac{৭}{৮} \times \frac{৩}{৫} = ৭\times৫ = ৩৫$ এবং $৮\times৩ = ২৪$। তাহলে পাশাপাশি লিখলে হবে $৩৫ > ২৪$ সুতরাং $\frac{৭}{৮}$ ই বড়।

(গুণ করার সময় যে ভগ্নাংশের লব দিয়ে গুণ করবেন সেটি ঐ ভগ্নাংশের মান ধরবেন)।

একসাথে ৪টি ভগ্নাংশের তুলনা কিভাবে করবেন?

১. নিচের কোন ভগ্নাংশটি $\frac{২}{৩}$ থেকে ছোট? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]* **(বের করতে হবে ক্ষুদ্রতম)**

ক. $\frac{৭}{৮}$ খ. $\frac{৬}{৫}$ গ. $\frac{৩}{৪}$ ঘ. $\frac{৩}{৫}$ **উত্তর: ঘ**

(চারটি অপশনের তুলনা করার সময় বৃহত্তম ভগ্নাংশ বের করতে হলে ক্ষুদ্রতম গুলো এক এক করে বাদ দিয়ে করতে হবে, আবার ক্ষুদ্রতম বের করতে বলা হলে বৃহত্তম গুলো এক এক করে বাদ দিতে হবে।)

সমাধান: এখানে প্রথমেই (খ) অপ্রকৃত ভগ্নাংশ $\frac{৬}{৫}$ সবথেকে বড় তাই প্রথমেই এটা বাদ। আবার (গ) এবং (ঘ) এর $\frac{৩}{৪}$ ও $\frac{৩}{৫}$ এর মধ্যে দুটির লব সমান হওয়ায় $\frac{৩}{৪} > \frac{৩}{৫}$ তাই $\frac{৩}{৪}$ বাদ। তাহলে $\frac{৭}{৮}$ এবং $\frac{৩}{৫}$ এর মধ্যে যেটা ছোট সেটা বের করতে হবে।

এখানে প্রথমে $৭\times৫ = ৩৫$ এবং পরে $৮\times৩ = ২৪$ সুতরাং $\frac{৭}{৮} > \frac{৩}{৫}$ সুতরাং সবথেকে ছোট ভগ্নাংশ $\frac{৩}{৫}$

২. নিচের কোন ভগ্নাংশ $\frac{২}{৩}$ থেকে বড় ? *[ATEO -2016] + [তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. $\frac{৩১}{৫০}$ খ. $\frac{৯}{১১}$ গ. $\frac{২}{৫}$ ঘ. $\frac{১১}{২৭}$ **উত্তর: খ**

সমাধান: যেহেতু বড় ভগ্নাংশটি বের করতে বলা হয়েছে। তাই যেগুলো ছোট হবে সেগুলো বাদ দিতে হবে।

প্রথমে, $\frac{৩১}{৫০}$ এর সাথে $\frac{২}{৩}$ আড়াআড়ি গুণ করে পাই $৯৩ < ১০০$ সুতরাং $\frac{৩১}{৫০}$ ভগ্নাংশটি ছোট।

এখন, $\frac{৯}{১১}$ এর সাথে $\frac{২}{৩}$ আড়াআড়ি গুণ করে পাই $২৭ < ২২$ সুতরাং $\frac{৯}{১১}$ ভগ্নাংশটি বড় (এটিই উত্তর)

একই ভাবে অন্য অপশন দুটির সাথে $\frac{২}{৩}$ আড়াআড়ি গুণ করলে সেগুলো ছোট হওয়ায় **উত্তর: খ।**

আরেকটি দেখুন:

৩. **কোনটি সবচেয়ে ছোট?** *[৩১তম বিসিএস (প্রিলিমিনারি)]*

ক. $\frac{২}{১১}$ খ. $\frac{৩}{১১}$ গ. $\frac{২}{১৩}$ ঘ. $\frac{৪}{১৫}$ **উত্তর: গ**

সমাধান: $\frac{২}{১১}, \frac{৩}{১১}$ ভগ্নাংশ দুইটি সমহর বিশিষ্ট। এক্ষেত্রে সহজেই বোঝা যায় $\frac{২}{১১}$ ছোট।

আবার $\frac{২}{১১}, \frac{২}{১৩}$ ভগ্নাংশ দুইটি সমলব বিশিষ্ট। এক্ষেত্রে যার হর বড় হবে সে ভগ্নাংশের মান কম হবে।

$\therefore$ ভগ্নাংশ দুইটির মধ্যে $\frac{২}{১৩}$ ছোট। আবার $\frac{২}{১৩}$ এবং $\frac{৪}{১৫}$ এর মধ্যে- $\frac{২}{১৩} \times \frac{৪}{১৫} = ১৫ \times ২ = ৩০$ ।

এবং $< ১৩ \times ৪ = ৫২$ {প্রথম ভগ্নাংশের উপরে ২ দিয়ে গুণ তাই প্রথমটি শুরুতে}

$\frac{২}{১৩} < \frac{৪}{১৫}$ সুতরাং ভগ্নাংশ চারটির মধ্যে $\frac{২}{১৩}$ ক্ষুদ্রতম।

বৃহত্তম ভগ্নাংশটি বের করা:

ভগ্নাংশগুলোর তুলনা করার সময় যে ভগ্নাংশটি বড় হবে তা রেখে ছোট ভগ্নাংশটি বাদ দিয়ে পরেরটার সাথে তুলনা করতে হবে।

৪. $\frac{৫}{১২}, \frac{৬}{১৩}, \frac{১১}{২৪}$, এবং $\frac{৩}{৮}$ এর মধ্যে সবথেকে বড় ভগ্নাংশ কোনটি? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

(ক) $\frac{৫}{১২}$ (খ) $\frac{৬}{১৩}$ (গ) $\frac{১১}{২৪}$ (ঘ) $\frac{৩}{৮}$ **উত্তর: খ**

সমাধান:

আড়াআড়ি গুণ করে পাই, $\frac{৫}{১২} \times \frac{৬}{১৩} = ৬৫ < ৭২ \therefore \frac{৫}{১২} < \frac{৬}{১৩}$ তাই $\frac{৫}{১২}$ বাদ দিয়ে $\frac{৬}{১৩} \times \frac{১১}{২৪} = ১৪৪ > ১৪৩ \therefore \frac{৬}{১৩} > \frac{১১}{২৪}$

তাই $\frac{১১}{২৪}$ বাদ দিয়ে $\frac{৬}{১৩} \times \frac{৩}{৮} = ৪৮ > ৩৯ \therefore \frac{৬}{১৩} > \frac{৩}{৮}$ তাই $\frac{১১}{২৪}$ বাদ। সুতরাং $\frac{৬}{১৩}$ ভগ্নাংশটিই সবথেকে বড়।

বিকল্প সমাধান:

$\frac{৫}{১২} = ০.৪১৬$; $\frac{৬}{১৩} = ০.৪৬১$; $\frac{১১}{২৪} = ০.৪৫৮$; $\frac{৩}{৮} = ০.৩৭৫$ । সুতরাং সবচেয়ে বড় ভগ্নাংশ $= \frac{৬}{১৩}$ (উত্তর)

স্মার্ট সমাধান: যে ভগ্নাংশ গুলোর হর সমান করা যাবে তাদের মুখে মুখে তুলনা করা যায় এভাবে $\frac{৫}{১২}$, $\frac{১১}{২৪}$ এবং $\frac{৩}{৮}$ এদে

হরগুলোর ১২, ২৪ এবং ৮ এর ল.সা.গু = ২৪ তাহলে এদেরকে লেখা যায়,

$\frac{৫}{১২} = \frac{১০}{২৪}, \frac{১১}{২৪}$ এবং $\frac{৩}{৮} = \frac{৯}{২৪}$ এদের মধ্যে $\frac{১১}{২৪}$ এর ল.ব বড় হওয়ায় $\frac{১১}{২৪}$ ই বড়। এখন $\frac{১১}{২৪}$ এবং $\frac{৬}{১৩}$ এর মধ্যে আড়াআ

গুণ করলে $(১১\times১৩) < (২৪\times৬)$ বা, $১৪৩ < ১৪৪$ হওয়ায় $\frac{৬}{১৩}$ ই সবথেকে বড় ভগ্নাংশ। **উত্তর: (খ)**

৫. নিচের কোন ভগ্নাংশটি বৃহত্তম ? *[৩৯তম বিসিএস- (বিশেষ)]*

ক. $\frac{৩}{৫}$ খ. $\frac{৫}{৮}$ গ. $\frac{৬}{১১}$ ঘ. $\frac{৮}{১৪}$ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে ক ও গ এর মাঝে তুলনা করে $\frac{৩}{৫}=\frac{৬}{১০}>\frac{৬}{১১}$ দুটির উপরের লব মেলানোর পর যার হর ছোট সে ভগ্নাংশটিই বড়। তাহলে $\frac{৬}{১১}$ কে বাদ দিয়ে বৃহত্তমটি দিয়ে অন্যগুলোর সাথে তুলনা করতে হবে।

ক. এর $\frac{৩}{৫}$ এবং খ $\frac{৫}{৮}$ এর আড়াআড়ি গুণ করে দেখা যায়, ২৪ < ২৫ অর্থাৎ খ বড়।

এখন খ এর সাথে ঘ এর আড়াআড়ি গুণ করে পাওয়া যায়, ৭০ > ৬৪ । অর্থাৎ খ ই সবথেকে বড় ভগ্নাংশ।

(আড়াআড়ি গুণ করার সময় যে পাশের লবকে গুণ করা হয় সেই গুণফলকে ঐ ভগ্নাংশের মান ধরতে হবে।)

৬. নিচের ভগ্নাংশের মধ্যে কোনটি বৃহত্তম ? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]*

ক. $\frac{৫}{৬}$ খ. $\frac{৩}{৪}$ গ. $\frac{৭৫}{১০০}$ ঘ. $\frac{৮}{১১}$ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, প্রথমে যেহেতু $\frac{৩}{৪}=\frac{৭৫}{১০০}$ সেহেতু $\frac{৩}{৪}$ কে রেখে $\frac{৭৫}{১০০}$ কে বাদ দিতে পারি । (দুটোই সমান)

এখন $\frac{৫}{৬}$ এবং $\frac{৩}{৪}$ এর মধ্যে লব ও হর আড়াআড়ি গুণ করে ৫×৪ > ৬×৩ = ২০ > ১৮ সুতরাং $\frac{৫}{৬}$ বড়।

আবার, $\frac{৫}{৬}$ এবং $\frac{৮}{১১}$ এর মধ্যে লব ও হর আড়াআড়ি গুণ করে ৫×১১ > ৬×৮ = ৫৫ > ৪৮ সুতরাং $\frac{৫}{৬}$ বড়।

তাহলে দেখা যাচ্ছে সবথেকে বড় ভগ্নাংশ হচ্ছে $\frac{৫}{৬}$

নিচের কোনটি সবচেয়ে বড়? *[PKB- (EO) - 2017]*

ক. $\frac{৩}{৫}$ খ. $\frac{১১}{১৫}$ গ. $\frac{৫}{৬}$ ঘ. $\frac{২}{৩}$ উত্তর: গ

সমাধান:

সবগুলো ভগ্নাংশের হর গুলোর ল.সা.গু বের করলে ৩০ হয়। এখন সমহর করার পর সবগুলো ভগ্নাংশকে সাজালে ভগ্নাংশগুলো হয় $\frac{১৮}{৩০}, \frac{২২}{৩০}, \frac{২৫}{৩০}, \frac{২০}{৩০}$ এখানে দেখা যাচ্ছে অপশন গ এর লবের মান সবথেকে বেশি তাই উত্তর: গ. $\frac{৫}{৬}$

সবচেয়ে বড় সংখ্যা কোনটি ? ? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*

ক. $\frac{৮}{১২}$ খ. $\frac{১৪}{১৮}$ গ. $\frac{২}{৩}$ ঘ. $\frac{১৫}{২০}$ উত্তর: খ

সমাধান: প্রশ্নে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে কাটাকাটি করে ছোট করে তুলনা করলে সহজে বড় ভগ্নাংশটি বের করা যাবে।

(ক) $\frac{৮}{১২}=\frac{২}{৩}$ যা (গ) এর সমান। (খ) $\frac{১৪}{১৮}=\frac{৭}{৯}$ (ঘ) $\frac{১৫}{২০}=\frac{৩}{৪}$

এখন সবগুলো ভগ্নাংশের হর সমান করে তুলনা করা যায়। $\frac{২}{৩}, \frac{৭}{৯}, \frac{৩}{৪}=\frac{২৪}{৩৬}, \frac{২৮}{৩৬}, \frac{২৭}{৩৬}$ দেখা যাচ্ছে অপশন (খ) এর লবটিই সবথেকে বড়। তাই এই ভগ্নাংশটিই বৃহত্তম।

৯. নিচের কোনটি বৃহত্তম? *(Uttara Bank Ass, Offi (Cash) -2011)*

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{৭}{১৫}$ গ. $\frac{৪৯}{১০০}$ ঘ. $\frac{১২৬}{২৫০}$ উত্তর : ঘ

সমাধান: এখানে দেখুন: শেষের (ঘ) অপশন বাদে অন্য অপশন গুলোতে যে ভগ্নাংশ গুলো দেয়া আছে সবগুলোর মান $\frac{১}{২}\ \frac{1}{2}$ অথবা $\frac{১}{২}$ এর থেকে কম। কিন্তু (ঘ) তে প্রদত্ত $\frac{১২৬}{২৫০}$ ভগ্নাংশটি $\frac{১}{২}$ এর থেকে বড়। তাই উত্তর: (ঘ)

নিজে করুন:

১০. নিচের কোন ভগ্নাংশটি বড়? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]*

ক. $\frac{৪}{৫}$ খ. $\frac{৫}{৬}$ গ. $\frac{৬}{৭}$ ঘ. $\frac{৬}{৮}$ উত্তর: গ

১১. নিচের কোন ভগ্নাংশটি বৃহত্তম? *[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*

ক. $\frac{১৪}{১৭}$ খ. $\frac{১০}{১১}$ গ. $\frac{১১}{১৪}$ ঘ. $\frac{১৫}{১৮}$ উত্তর: খ

১২. নিচের কোন ভগ্নাংশটি বড়? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. $\frac{৪}{১৩}$ খ. $\frac{৫}{১৭}$ গ. $\frac{৭}{১৮}$ ঘ. $\frac{৩}{১১}$ উত্তর: গ

১৩. নিচের ভগ্নাংশগুলির মধ্যে কোনটি বৃহত্তম? *[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহকারী): ২০২১]*

ক. $\frac{১৪}{১৭}$ খ. $\frac{১১}{১৪}$ গ. $\frac{৭৫}{৮৩}$ ঘ. $\frac{১০}{১১}$ উত্তর: ঘ

১৪. নীচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোনটি বৃহত্তম ? *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. $\frac{২}{৫}$ গ. $\frac{১}{৬}$ ঘ. $\frac{৫}{৮}$ উত্তর: ক

১৫. নিচের কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম? *[ঢাকা ওয়াসা (সাব এসিস্টেন্ট ইঞ্জিনিয়ার): ২০২০]*

ক. $\frac{৬}{১১}$ খ. $\frac{৮}{১৪}$ গ. $\frac{৩}{৫}$ ঘ. $\frac{৫}{৮}$ উত্তর: ঘ

ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশটি বের করা:

ভগ্নাংশগুলোর তুলনা করার সময় যে ভগ্নাংশটি ছোট হবে তা রেখে বড় ভগ্নাংশটি বাদ দিয়ে পরেরটার সাথে তুলনা করতে হবে।

১৬. কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম? *(৩২তম বিসিএস)+ [BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. $\frac{৫}{৬}$ খ. $\frac{১২}{১৫}$ গ. $\frac{১১}{১৪}$ ঘ. $\frac{১৭}{২১}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{১২}{১৫}<\frac{৫}{৬}$ কারণ (৬ × ১২) < (৫ × ১৫) আবার $\frac{১১}{১৪}<\frac{১২}{১৫}$ কারণ (১১ × ১৫) < (১২ × ১৪) [বড় গুলো বাদ]

সর্বশেষ $\frac{১১}{১৪}<\frac{১৭}{২১}$ কারণ (১১ × ২১) < (১৭ × ১৪) তাই সব থেকে ছোট গ. $\frac{১১}{১৪}$

যুক্তিভিত্তিক বিকল্প সমাধান:

ক ও খ এর মধ্যে $\frac{৫}{৬}=\frac{২৫}{৩০}$ এবং $\frac{১২}{১৫}=\frac{২৪}{৩০}$ সুতরাং প্রথম ভগ্নাংশটি বড় এবং তাই সেটি বাদ দিয়ে পরের ভগ্নাংশটি রাখি।

আবার, গ ও ঘ এর মধ্যে $\frac{১১}{১৪}=\frac{৩৩}{৪২}$ এবং $\frac{১৭}{২১}=\frac{৩৪}{৪২}$ এখানে অপশন ঘ বড় তাই তা বাদ দিয়ে $\frac{১১}{১৪}$ রাখি।

এখন: $\frac{১২}{১৫}$ এবং $\frac{১১}{১৪}$ এর মধ্যে প্রথম ভগ্নাংশটি বড়। কারণ দুটি ভগ্নাংশের মাঝের পার্থক্য সমান হলে যে ভগ্নাংশের হর বড় সেটিই বড় হয়। আবার যেহেতু শেষের অপশনের শেষের ভগ্নাংশটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ তাই **উত্তর $\frac{১১}{১৪}$।**

আড়াআড়ি গুণ করে বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম বের করা যেহেতু সহজ সেভাবেই চেষ্টা করুন। কিন্তু কিছু বিকল্প নিয়ম জানা থাকলে দ্রুত উত্তর বের করা সহজ হবে। এখানে বিকল্প কিছু নিয়ম দেখে নিন।

১৭. কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা- *[সরকারি মাধ্যমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯]+[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]*

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. $\frac{৪}{৫}$ গ. $\frac{৬}{৭}$ ঘ. $\frac{৭}{৮}$ **উত্তর: ক**

সমাধান: ক. $\frac{৩}{৪}$ এবং গ. $\frac{৬}{৭}$ এর লব সমান করে, $\frac{৬}{৮}<\frac{৬}{৭}$ কারণ (লব সমান হলে কম ভাগ করাটা বড়) বড় ভগ্নাংশটি বাদ

ক. $\frac{৩}{৪}$ এবং ঘ. $\frac{৭}{৮}$ এর হর সমান করে, $\frac{৬}{৮}<\frac{৭}{৮}$ কারণ (হর সমান হলে লব যার বড় সেই ভগ্নাংশ বড়) বড় ভগ্নাংশটি বাদ

এখন, ক. $\frac{৩}{৪}$ এবং খ. $\frac{৪}{৫}$ এর হর সমান করলে, $\frac{১৫}{২০}<\frac{১৬}{২০}$ বড় ভগ্নাংশটি বাদ দিলে ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশটি হলো $\frac{৩}{৪}$

১৮. নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড়? *[৪১-তম বিসিএস লিখিত]*

(ক) $\frac{২}{৫}$ (খ) $\frac{৩}{১০}$ (গ) $\frac{৪}{১৫}$ (ঘ) $\frac{৭}{২০}$ **উত্তর: ক**

সমাধান: যেহেতু হর গুলোর মধ্যে একটু মিল আছে।

তাই সবগুলো ভগ্নাংশের হর ৫ ,১০ ,১৫ ,২০ এর ল.সা.গু = ৬০ তাহলে সবগুলোর হর ৬০ এর সমান করলে ভগ্নাংশগুলো দাঁড়াবে

ক. $\frac{২৪}{৬০}$ খ. $\frac{১৮}{৬০}$ গ. $\frac{১৬}{৬০}$ ঘ. $\frac{২১}{৬০}$ দেখা যাচ্ছে ক অপশনের লব ২৪ সবথেকে বড় তাই সঠিক উত্তর ক।

১৯. কোন অঙ্কটি ক্ষুদ্রতম ? *(৪০-তম বিসিএস লিখিত)*

(ক) $\frac{২}{৯}$ (খ) $\frac{৫}{৮}$ (গ) $\frac{১}{৫}$ (ঘ) $\frac{৭}{১২}$ **উত্তর: গ**

ব্যাখ্যা: সবগুলোর হর সমান করে দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{২}{৯},\frac{৫}{৮},\frac{১}{৫},\frac{৭}{১২}=\frac{৮০}{৩৬০},\frac{২২৫}{৩৬০},\frac{৭২}{৩৬০},\frac{২১০}{৩৬০}$

এখানে, (গ) অপশনের লবটি সবেথেকে ছোট তাই উত্তর: গ।

০. নিচের কোনটি সবচেয়ে ছোট সংখ্যা? *(৪১-তম বিসিএস প্রিলি:)*

(ক) $\frac{১৮}{৩৬}$ (খ) $\frac{৫}{৩}$ (গ) $\frac{১৬}{৩১}$ (ঘ) $\frac{৪}{১২}$ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: $\frac{১৮}{৩৬},\frac{৫}{৩}$ এবং $\frac{৪}{১২}$ ভগ্নাংশগুলো লেখা যায় যথাক্রমে, $\frac{১৮}{৩৬},\frac{৬০}{৩৬}$ এবং $\frac{১২}{৩৬}$ এখানে হরগুলো সমান করার পর লবগুলোর

য় সবথেকে ছোট $\frac{১২}{৩৬}=\frac{৪}{১২}$ এরপর এই $\frac{৪}{১২}$ এবং $\frac{১৬}{৩১}$ এর লব সমান করলে দাঁড়ায় $\frac{১৬}{৪৮}$ এবং $\frac{১৬}{৩১}$, লব সমান হওয়া যার বড় সেই ভগ্নাংশটি ছোট হবে। সুতরাং উত্তর: ঘ

বিকল্প সমাধান: $\frac{১৮}{৩৬}=০.৫$, $\frac{৫}{৩}=১.৬৭$, $\frac{১৬}{৩১}=০.৫১$, এবং $\frac{৪}{১২}=০.৩৩$ সুতরাং ছোট সংখ্যাটি (ঘ)

নিজে করুন:

২১. নিচের ভগ্নাংশ গুলির মধ্যে কোনটি ক্ষুদ্রতম ? *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]*

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. $\frac{৫}{৯}$ গ. $\frac{৭}{১২}$ ঘ. $\frac{১১}{৮}$ **উত্তর: খ**

২২. নিচের কোন ভগ্নাংশটি ছোট? *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের অধীন আইডিইএ প্রকল্প (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর):২০২১]*

ক. $\frac{৩}{৭}$ খ. $\frac{২}{৫}$ গ. $\frac{৪}{৯}$ ঘ. $\frac{১}{৩}$ **উত্তর: ঘ**

২৩. কোন সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম? *[বাতিলকৃত ২৪তম বিসিএস (প্রিলিমিনারী)]*

ক. $\frac{১}{১১}$ খ. $\frac{৩}{৩১}$ গ. $\frac{২}{২১}$ ঘ. ০.০২ **উত্তর: ঘ**

২৪. নিচের কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে প্রশাসনিক কর্মকর্তা: ০৪]*

ক. $\frac{১}{৩}$ খ. $\frac{৩}{৬}$ গ. $\frac{২}{৭}$ ঘ. $\frac{৫}{২১}$ **উত্তর: ঘ**

২৫. কোন সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম? *[ইসলামী ব্যাংক সহকারী অফিসার, গ্রেড-৩: ০৫]*

ক. $\frac{১}{৭}$ খ. $\frac{৩}{১৪}$ গ. $\frac{৭}{৪২}$ ঘ. $\frac{৩}{২৮}$ **উত্তর: ঘ**

২৬. নিম্নে উল্লেখিত ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোনটির মান সবচেয়ে বেশি? *[খাদ্য অধিদপ্তরের অধীনে খাদ্য পরিদর্শক: ০০]*

ক. $\frac{১}{২০}$ খ. $\frac{১}{১৬}$ গ. $\frac{১}{১৫}$ ঘ. $\frac{১}{১২}$ **উত্তর: ঘ**

২৭. নিম্নে ভগ্নাংশের কোনটি $\frac{১}{২}$ এর চেয়ে বেশি? *[হিসাবরক্ষণ কর্মকর্তা: ৯৬]*

ক. $\frac{৩১}{৬০}$ খ. $\frac{৩২}{৬৫}$ গ. $\frac{৭}{১৫}$ ঘ. $\frac{৩০}{৬১}$ **উত্তর: ক**

সাধারণ ভগ্নাংশ এবং দশমিক ভগ্নাংশ এক সাথে থাকলে:

টিপস: সুবিধামত সবগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশ বানিয়ে অথবা সবগুলোকে দশমিক ভগ্নাংশ বানিয়ে সমাধান করুন।

২৮. কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম? *[যুব উন্নয়ন অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক: ৯৪]*

ক. ০.০৩ খ. ০.৩ গ. $\frac{১}{৩}$ ঘ. $\frac{২}{৩}$ **উত্তর: ঘ**

গুরুত্বপূর্ণ তথ্য, শিখে রাখুন; কাজে দিবে

যে কোন পূর্ণ সংখ্যার বর্গমূল সংখ্যাটির থেকে ছোট হয় । যেমন: $\sqrt{৯}=৩,\sqrt{১২১}=১১$ কিন্তু যে কোন দশমিক সংখ্যার বর্গমূল ঐ সংখ্যাটির থেকে বড় হয়। যেমন: $\sqrt{.১}=.৩১৬$, $\sqrt{.২}=.৪৪৭$, $\sqrt{.৩}=.৫৪৭$ এবং $\sqrt{.৯৯}=.৯৯৪৯$ কয়েকটি মান দেখে রাখুন। তাহলে কোন প্রশ্নে এরকম দশমিক সংখ্যার বর্গমূল আসলে আর কখনো ভুল হবে না।

২৯. নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা? *[৩০তম বিসিএস /২২তম বিসিএস /১৫তম বিসিএস] +[রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] +? [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*

ক. ০.৩ খ. $\sqrt{০.৩}$ গ. $\frac{১}{৩}$ ঘ. $\frac{২}{৫}$ **উত্তর: ক**

সমাধান: এখানে ক =.৩ : খ = $\sqrt{.৩}$ = .৫৪৭ ; গ. $\frac{১}{৩}$ = .৩৩৩ এবং ঘ = $\frac{২}{৫}$ = .৪

তাহলে দেখা যাচ্ছে সবথেকে ছোট হচ্ছে ক .৩ সুতরাং উত্তর: ক।

(যারা ভুল বুঝে $\sqrt{০.৩}$ কে .৩ এর থেকে ছোট মনে করবেন, তারা Confidently ভুল উত্তর দিয়ে আসবেন। তাই উপরের বক্সটি পড়ে ভালোভাবে বুঝে রাখুন। আপনার হাতের মোবাইলে ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিজেই প্রমাণ করে নিতে পারেন।)

৩০. **সবচেয়ে বড় সংখ্যা কোনটি?** *[আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে হাইকোর্টের রেজিস্ট্রার : ৯৪]*

ক. ০.০০৯৯ খ. ০.১০০ গ. $\frac{৯}{১০০}$ ঘ. $\frac{৯}{১০০০}$ **উত্তর: খ**

[Hints: ০.১ অর্থ হলো ১০ পয়সা আর বাকী সবগুলোর ১০ পয়সার থেকে ছোট তাই ০.১ ই সবথেকে বড়।]

৩১. $\frac{১}{৮}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৭}{২৪}$ **ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাও।** *[ষষ্ঠ শ্রেণীর (অনু: ১.৩) উদা:২]*

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৮,১৬ ও ২৪ এর ল.সা.গু = ৪৮

প্রথম ভগ্নাংশ = $\frac{১}{৮} = \frac{১\times৬}{৮\times৬} = \frac{৬}{৪৮}$, দ্বিতীয় ভগ্নাংশ = $\frac{৩}{১৬} = \frac{৩\times৩}{১৬\times৩} = \frac{৯}{৪৮}$, তৃতীয় ভগ্নাংশ = $\frac{৭}{২৪} = \frac{৭\times২}{২৪\times২} = \frac{১৪}{৪৮}$

সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{৬}{৪৮}, \frac{৯}{৪৮} = \frac{১৪}{৪৮}$ এর লবগুলোর মধ্যে তুলনা করে পাই, ৬ < ৯ < ১৪ ∴ $\frac{৬}{৪৮} < \frac{৯}{৪৮} < \frac{১৪}{৪৮}$

অর্থাৎ $\frac{১}{৮} < \frac{৩}{১৬} < \frac{৭}{২৪}$ ∴ মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $\frac{১}{৮} < \frac{৩}{১৬} < \frac{৭}{২৪}$

৩২. $\frac{১}{২}, \frac{২}{৩}, \frac{৪}{৭}$ **ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্দ্ধক্রমে সাজালে হবে -** *(শিক্ষা কর্মকর্তা নিয়োগ পরীক্ষা- :২০১০)* = $\frac{১}{২} < \frac{৪}{৭} < \frac{২}{৩}$

বিভিন্ন ভগ্নাংশের তুলনা

মনে রাখুন: $\frac{১}{২}+\frac{১}{৩} = \frac{৫}{৬}$ আবার $\frac{১}{২}-\frac{১}{৩} = \frac{১}{৬}$ এবং $\frac{১}{২}+\frac{১}{৪} = \frac{৩}{৪}$ এবং $\frac{১}{২}-\frac{১}{৪} = \frac{১}{৪}$

$\frac{১}{২}$ এর অর্ধেক $\frac{১}{৪}$ অর্থাৎ দুটি $\frac{১}{৪}$ যোগ করলে $\frac{১}{২}$ হয় তেমনি ভাবে যে কোন একই ভগ্নাংশ যোগ করলে তার দ্বিগুণ হয়ে যায়। যেমন: $\frac{১}{২০}+\frac{১}{২০} = \frac{১}{১০}$ তাহলে $\frac{১}{১০}$ ভগ্নাংশটি $\frac{১}{২০}$ এর থেকে দ্বিগুণ। নিচের অংকটি দেখুন।

৩৩. **কোনো সম্পত্তির $\frac{১}{৪}$ অংশের মূল্য ১২৫০০ টাকা হলে $\frac{১}{২}$ অংশের মূল্য কত?** *(ইসলামী ব্যাংক ম্যসেঞ্জার কাম গার্ড ২০০৯)*

ক. ২০০০০ খ. ২২৫০০ গ. ২৫০০০ ঘ. ২৬০০০ **উত্তর: গ**

সমাধান:

বুঝতে পারলে এ ধরনের অংশ করতে কোন সময়ই লাগবে না। এখানে $\frac{১}{২}$ অংশ হল $\frac{১}{৪}$ অংশের দ্বিগুণ। তাই $\frac{১}{৪}$ অংশের মান যত টাকাই হোক না কেন $\frac{১}{২}$ অংশের মান হবে তার থেকে দ্বিগুণ। তাই উত্তর হবে ১২৫০০×২ = ২৫০০০

এই নিয়মটি জানা থাকলে পরবর্তীতে অনেক অংকে সুবিধা হবে

পদ্ধতি-০২: ভগ্নাংশের সাধারণ প্রশ্ন

নিচের কথা কয়েকটি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। ভালোভাবে বুঝতে পারলে যে কোন ভগ্নাংশের অংক খুব কম সময়ে করতে পারবেন।

টিপস: একটি সম্পত্তির $\frac{২}{৩}$ অংশ কাউকে দিলে ঐ সম্পত্তির $\frac{১}{৩}$ অংশ অবশিষ্ট থাকে। তেমনি একটি ১০ তলা বিল্ডিংয়ের ৭ তলা অর্থাৎ $\frac{৭}{১০}$ অংশ রং করা হলে রং করা অবশিষ্ট থাকে ১০-৭ = ৩ তলার বা $\frac{৩}{১০}$ অংশের। কোন বইয়ের $\frac{৭}{১৫}$ অংশ পড়া শেষ হলে ঐ বইয়ের $\frac{৮}{১৫}$ অংশ পড়া অবশিষ্ট থাকে। এক্ষেত্রে অনেকেই প্রথমে ১ − $\frac{৭}{১৫} = \frac{১৫-৭}{১৫} = \frac{৮}{১৫}$ অংশ বের করেন, যাতে সময় বেশি লাগে, কিন্তু উত্তর একই বের হবে। তাই এ ধরনের বিয়োগ খুব দ্রুত মুখে মুখে পারার জন্য নিচের টেকনিকটি দেখুন।

যে কোন কিছু যখন প্রাথমিক অবস্থায় থাকে তখন তা ১ অংশ। ধরুন, একটি ১০ তলা বিল্ডিংয়ের অর্ধেক তৈরী হয়ে গেলে ৫ তলা তৈরী হয়েছে। তখন ঐ ১০ তলা বিল্ডিংটি হলো ১ অংশ এবং ৫ তলা হলো ঐ ১ অংশের $\frac{১}{২}$ অংশ। অর্থাৎ যে কোন কিছুই প্রথমে ১ অংশ থাকে। তেমনি একটি সম্পত্তি সম্পূর্ণ অংশকে ১ অংশ ধরা হয়।

আবার, একটি কাজের $\frac{৩}{৭}$ অংশ করা শেষ হয়ে গেল অবশিষ্ট কতটুকু থাকে তা বের করার জন্য নিচের হর থেকে উপরের লব বিয়োগ করলে যা অবশিষ্ট থাকে তা লিখতে হবে, সুতরাং অবশিষ্টাংশ হলো $\frac{৪}{৭}$ অংশ এক্ষেত্রে ১ অংশ থেকে বিয়োগ করার প্রয়োজন নেই।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৩৪. **সুলেমান তার সঞ্চয়ের তিন-সপ্তমাংশ দিয়ে একটি জমি কিনে এবং জমির মূল্যের এক-তৃতীয়াংশ দিয়ে একটি বাড়ি কিনে। জমি ও বাড়ি কেনার পর তার মোট সঞ্চয়ের কত অংশ অবশিষ্ট রইল?** *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]*

ক. ১/৭ খ. ৩/৭ গ. ২/৭ ঘ. কোনোটিই নয় **উত্তর: খ**

সমাধান: মনে করি, সুলেমানের মোট সম্পত্তির পরিমান = ১ অংশ। (x ধরা আর ১ অংশ ধরা একই বোঝায়)

জমি ক্রয় করেন = $\frac{৩}{৭}$ অংশ টাকা দিয়ে এবং বাড়ি ক্রয় করেন = $\frac{৩}{৭}\times\frac{১}{৩} = \frac{১}{৭}$ অংশ টাকা দিয়ে।

∴ জমি ও বাড়ি ক্রয় করার পর অবশিষ্ট রইল = $\left(১-\frac{৩}{৭}-\frac{১}{৭}\right)$ অংশ = $\left(\frac{৭-৩-১}{৭}\right) = \frac{৭-৪}{৭} = \frac{৩}{৭}$ অংশ

৩৫. **শরীফ মিয়া তাঁর জমির $\frac{১}{৪}$ অংশে পাট ও $\frac{১}{৩}$ অংশে ধান চাষ করলেন। অবশিষ্ট জমিতে গম চাষ করলেন। তিনি তাঁর মোট জমির কত অংশে গম চাষ করলেন?** **[Hints:** $\frac{১}{৪}+\frac{১}{৩} = \frac{৩+৪}{১২} = \frac{৭}{১২}$ এরপর ১-$\frac{৭}{১২} = \frac{৫}{১২}$] **উত্তর:** $\frac{৫}{১২}$

৩৬. **একজন লোক তার সম্পত্তির $\frac{১}{৫}$ অংশ তার বড় ছেলেকে, $\frac{১}{৩}$ অংশ তার মেজ ছেলেকে এবং বাকি অংশ তার ছোট ছেলেকে দিয়ে গেল। তার ছোট ছেলে মোট সম্পত্তির কত অংশ পেল?** *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. $\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{২}{৭}$ গ. $\frac{৩}{৫}$ ঘ. $\frac{৭}{১৫}$ **উত্তর: ঘ**

. একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের পার্থক্য ২ এবং সমষ্টি ১৬। ভগ্নাংশটি কত? *[সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]* + *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]* [**Hints:** এখানে লব এর কথা প্রথমে বলা হয়েছে তাই লবই বড়।]

ক. $\frac{৭}{৯}$ খ. $\frac{৯}{৭}$ গ. $\frac{৯}{১১}$ ঘ. $\frac{৩}{১৩}$ উত্তর: খ

. একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের সমষ্টি ৭, এদের অন্তরফল ৩ হলে ভগ্নাংশটি হবে–*[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. $\frac{৫}{২}$ খ. $\frac{৪}{৩}$ গ. $\frac{২}{৫}$ ঘ. $\frac{৩}{৪}$ উত্তর: ক

. দুটি ভগ্নাংশের গুণফল $\frac{১৫}{২৮}$। এদের একটি $\frac{৫}{৭}$ হলে অপর ভগ্নাংশটি কত? *(খাদ্য পরিদর্শক পরীক্ষা-০০)* [ভাগ করুন] উত্তর: $\frac{৩}{৪}$

$\frac{২০}{২১}$ এর মধ্যে $\frac{২০}{৬৩}$ কতবার আছে? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ৩ বার খ. ৫ বার গ. ৬ বার ঘ. ৯ বার উত্তর: ক

ধান: ভাগ করলে যা আসবে তা ই উত্তর সুতরাং $\frac{২০}{২১} \div \frac{২০}{৬৩} = \frac{২০}{২১} \times \frac{৬৩}{২০} = ৩$

পদ্ধতি-০৩: ভগ্নাংশের মান বের করা

যে ভগ্নাংশ দেয়া থাকবে তার মান বের করা:

একজন ব্যক্তি মাসিক বেতনের $\frac{১}{১৫}$ অংশ যাতায়াত ভাতা পান। তার মাসিক বেতন ৯০০০ টাকা হলে যাতায়াত ভাতা কত? *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯]*

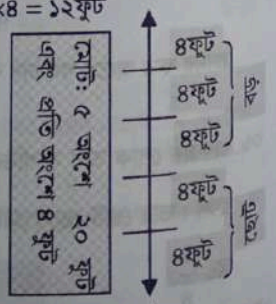
ক. ৫০০ টাকা খ. ৬০০ টাকা গ. ৭০০ টাকা ঘ. ৮০০ টাকা উত্তর: খ

ধান: ৯০০০ এর $\frac{১}{১৫}$ অংশের মান ই উত্তর। অর্থাৎ সরাসরি গুণ করলেই হবে। তাই $৯০০০ \times \frac{১}{১৫} = ৬০০$ টাকা।

২০ ফুট লম্বা একটি বাঁশকে এমন ভাবে কেটে দু'ভাগ করা হলো যেন ছোট অংশটি বড় অংশের দুই তৃতীয়াংশ হয়, ছোট অংশের দর্ঘ্য কত ফুট? *(৩৪তম বিসিএস)+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪ ফুট খ. ৫ ফুট গ. ৬ ফুট ঘ. ৮ ফুট উত্তর: ঘ

ধান: এই ধরনের অংক x ধরে করলে একটু বেশি সময় লাগবে, খুব দ্রুত করতে চাইলে, এভাবে ভাবুন, এখানে বাঁশটিকে াট দুভাগ করা হয়েছে, ছোট অংশটি বড় অংশের দুই তৃতীয়াংশ $\frac{২}{৩}$ যার অর্থ হলো ছোট অংশটি ২ভাগ হলে বড় অংশটি ভাগ। অর্থাৎ বাঁশটিকে মোট ২ + ৩ = ৫ ভাগ করা হয়েছে। ২০ ফুট লম্বা বাঁশকে ৫ ভাগ করলে প্রতি ১ অংশ হবে ৪ ফুট া। এখন ছোট অংশটি ২ ভাগ তাই তার দৈর্ঘ্য ২ × ৪ = ৮ ফুট । আবার বড় অংশ হচ্ছে ৩×৪ = ১২ফুট



রণ নিয়মের সমাধান:

, বড় অংশটি x ফুট তাহলে ছোট অংশটি $x \times \frac{২}{৩}$ অংশ বা $\frac{২x}{৩}$ অংশ ।

ত, $x + \frac{২x}{৩} = ২০ \Rightarrow \frac{৩x + ২x}{৩} = ২০ \Rightarrow ৫x = ৬০ \therefore x = ১২$

ৎ বড় অংশটির দৈর্ঘ্য ১২ ফুট, এবং ছোট অংশটির দৈর্ঘ্য $১২ \times \frac{২}{৩} = ৮$ ফুট

৪৩. ৪০ ফুট লম্বা একটি বাঁশ এমনভাবে কেটে দু'ভাগ করা হল যেন ছোট অংশ বড় অংশের $\frac{২}{৩}$ ভাগ হয় । ছোট অংশের দৈর্ঘ্য কত ফুট ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব রক্ষণিক)-২০১৮]*

ক. ৮ খ. ১৬ গ. ২৪ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, বাঁশটির বড় অংশটি = 3x এবং ছোট অংশটি 2x (ভগ্নাংশ ধরার থেকে এভাবে পূর্ণ সংখ্যা ধরলে সহজ হবে।)
প্রশ্নমতে, 3x+2x = ৪০ (দু' অংশের যোগফল = ৪০ ফুট।)
$\Rightarrow ৫x = ৪০ \therefore x = ৮$ সুতরাং ছোট অংশটি = ২×৮ = ১৬ ফুট। উত্তর: ১৬ ফুট।

মুখে মুখে: ৩+২ = ৫ ভাগের মান ৪০ ফুট হলে ১ ভাগ = ৮ ফুট সুতরাং ২ ভাগ = ১৬ ফুট

নিজে করুন:

৪৪. ৫ ফুট দীর্ঘ একটি তারকে এমনভাবে দু ভাগে ভাগ করা হলো যেন এক অংশ অন্য অংশের $\frac{২}{৩}$ হয়। ছোট অংশটি কত ইঞ্চি লম্বা? *(সাব রেজিস্টার-২০০১)+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পি: অপর)-২০২১]*

ক. ৮ খ. ১২ গ. ২৪ ঘ. ৩৬ উত্তর: গ

[**Hints:** ছোট অংশটি মোট ৩+২ = ৫ ভাগের ২ভাগ বা ২ফুট = ২৪ ইঞ্চি]

৪৫. ২৫ ফুট লম্বা একটি বাঁশকে এমনভাবে কাঁটা হলো যে এক অংশ অন্য অংশের $\frac{১}{৪}$ হয়। ছোট অংশটির দৈর্ঘ্য হবে– *(পরঃমন্ত্রঃ প্রশাঃকর্ম)* [**Hints:** দু অংশ মিলে ৪+১=৫ ভাগ তাহলে ১ ভাগে হবে ২৫÷৫ = ?]

ক. ৯ খ. ৩ গ. ৭ ঘ. ৫ উত্তর: ঘ

৪৬. ৩৫ ফুট লম্বা একটি বাঁশকে এমন ভাবে দু ভাগ করা হলো যেন ছোট অংশটি সম্পূর্ণ বাঁশটির $\frac{২}{৭}$ অংশ হয়। ছোট অংশের দৈর্ঘ্য কত ফুট? আবার বড় অংশটির দৈর্ঘ্য কত হবে?

ক. ১০ ও ২৫ খ. ১৩ ও ১৫ গ. ১৪ ও ১৮ ঘ. ১২ ও ১৪ উত্তর: ক

সমাধান:
এখানে ছোট অংশের সাথে সম্পূর্ণ অংশের তুলনা করা হয়েছে, আর যার সাথে (র, এর) থাকে তা ভগ্নাংশের হর হয়। তাই হর ৭ ই হলো মোট অংশ, ৩৫ ফুট বাঁশ কে মোট ৭ ভাগ করতে হবে, ৩৫÷৭ = ৫। এখন ছোট অংশটি হলো ২ভাগ, ২×৫ = ১০ ফুট। কিন্তু কেউ ৭+২ = ৯ ভাগ করলে ভুল হবে। কারণ আগের অংকগুলোতে এক অংশের সাথে অন্য অংশের তুলনা করা হয়েছিল, কিন্তু এখানে ছোট অংশকে, সম্পূর্ণ অংশের সাথে তুলনা করা হয়েছে।

ভগ্নাংশের অংক মুখে মুখে করার জন্য গুরুত্বপূর্ণ একটি নিয়ম:

যে কোন ভগ্নাংশের অংশ ধরে করার সময় শুধু x না ধরে ভগ্নাংশ অনুযায়ী ধরে করুন এবং কে ছোট কে বড় তা যেন ভুল না হয়। যেমন:

৪৭. পুত্রের বয়স পিতার বয়সের $\frac{২}{৫}$ অংশ। তাদের বয়সে সমষ্টি ৫৬ বছর হলে কার বয়স কত?

ক. ৪০ ও ১৬ খ. ২৮ ও ৮ গ. ৫০ ও ২২ ঘ. ৩০ ও ৮ উত্তর: ক

সমাধান: সাধারণ নিয়মে অনেকেই এ ধরনের অংকে পিতার বয়স x হলে পুত্রের বয়স $\frac{২x}{৫}$ করেন।

প্রশ্নমতে, $x + \frac{২x}{৫} = ৫৬$ বা $x + \frac{৫x + ২x}{৫} = ৫৬$ বা $৭x = ৫৬ \times ৫ \therefore x = ৪০$

কিন্তু ছোট এই অংকটা এভাবে ভাবতে গেলে সমাধান করে উত্তর বের করতে অনেক সময় লাগবে।

অথচ এই অংকটিই মুখে মুখে করা সম্ভব। যদি এভাবে ভাবেন পুত্রের বয়স পিতার বয়সের $\frac{২}{৫}$ অংশ, অর্থাৎ পিতার বয়স ৫ অংশ হলে পুত্রের বয়স ২ অংশ, এখন যেহেতু বয়সের সমষ্টি দেয়া আছে তাই (৫+২) = ৭ অংশের মান ৫৬ সুতরাং ১ অংশের মান হবে ৮। আবার পিতা যেহেতু ৫ অংশ তাই পিতা = ৫×৮ = ৪০ এবং পুত্র ২ অংশ = ২×৮ = ১৬। এভাবে করলে খাতা কলম লাগবে না।

[বিভিন্ন অধ্যায়ে এই ধরনের প্রচুর অংক আসে তাই দ্রুত পারার জন্য এই নিয়মটিকে গুরুত্ব দিন।]

৪৮. একটি সংখ্যা অপর একট সংখ্যার $\frac{২}{৩}$ গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি ১০০ হলে বড় সংখ্যাটির মান কত? *[নন-ক্যাডার বাছাই পরীক্ষা, সহকারী প্রোগ্রামার-২০১৭]*

ক. ৫৫ খ. ৭০ গ. ৬৫ ঘ. ৬০ উত্তর: ঘ

সমাধান: (৩+২) = ৫ অংশ = ১০০ হলে ১ অংশ = ২০ এবং বড়টি ৩ অংশ = ৬০।

৪৯. একটি গরু ৪৫০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ক্রয়মূল্যের $\frac{১}{৮}$ অংশ লাভ হল। গরুটির ক্রয়মূল্য কত? *[প্রা:বি:প্র:শিক্ষক নি:১২]*

ক. ১০৫ খ. ১৩৫ গ. ১৪৮ ঘ. ৪০০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** ক্রয়মূল্য ৮ ও লাভ ১ অংশ, তাই বিক্রয়মূল্য (৮+১)= ৯ অংশ = ৪৫০ হলে ১ অংশ=৫০ তাই ৮ অংশ = ৪০০]

৫০. একটি নতুন বাইসাইকেলের দাম ২,৫০০ টাকা। প্রতি বছর শেষে সাইকেলটির মূল্য পূর্বতন মূল্যের $\frac{৪}{৫}$ এ দাঁড়ায়। ৩য় বছর শেষে সাইকেলটির মূল্য কত হবে? *[অর্থ মন্ত্রণালয়, (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৪]*

ক. ১০০০ টাকা খ. ১২৮০ টাকা গ. ১২০০ টাকা ঘ. ১৩৪০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: এক লাইনে উত্তর : ৩য় বছর শেষে সাইকেলটির মূল্য = $২৫০০ \times \frac{৪}{৫} \times \frac{৪}{৫} \times \frac{৪}{৫}$ = **১২৮০ টাকা**।

একটির ভগ্নাংশ দেয়া থাকবে অন্যটির মান বের করা:

৫১. ২৪০ টি আমের ঝুড়ি কিনে দেখা গেল যে মোট আমের $\frac{১}{১৬}$ অংশ পঁচে গেছে। ঝুড়িতে মোট কতটি ভালো আম আছে?

ক. ১৫ খ. ২২৫ গ. ২১৫ ঘ. ১২৫ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে দেয়া আছে $\frac{১}{১৬}$ অংশ পঁচে গেছে, কিন্তু ভালো আমের সংখ্যা বের করতে বলা হয়েছে।

তাই $\frac{১}{১৬}$ অংশ এর মান বের না করে বুঝে বুঝে করুন, $\frac{১}{১৬}$ অংশ পঁচে গেলে ভালো আমের সংখ্যা হলো $\frac{১৫}{১৬}$ অংশ।

উত্তর হবে, $২৪০ \times \frac{১৫}{১৬}$ অংশ = **২২৫টি**।

৫২. কোন পুস্তকের ৯৬ পৃষ্ঠা পড়ার পরেও তার $\frac{৫}{১৩}$ অংশ পড়তে বাকী থাকলে পুস্তকটির মোট পৃষ্ঠা সংখ্যা কত? *(রেজিস্টার্ড প্রাথ: সহ: শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১১ গোলাপ) + [BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০২০]*

ক. ১৫৬ খ. ১৫২ গ. ১৪৮ ঘ. ১৫৩ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে $\frac{৫}{১৩}$ অংশ পড়া বাকী আছে অর্থ পড়া হয়ে গেছে, $১-\frac{৫}{১৩} = \frac{৮}{১৩}$ অংশ। যার মান দেয়া আছে ৯৬ পৃষ্ঠা।

অর্থাৎ $\frac{৮}{১৩}$ অংশ = ৯৬ পৃষ্ঠা হলে সুতরাং ১ অংশ বা সম্পূর্ণ বইটি = $৯৬ \times \frac{১৩}{৮}$ = **১৫৬ পৃষ্ঠা**।

[**শর্টকাট:** এখানে বাম পাশের উপরের ৮ এবং ডান পাশের ৯৬ কাটাকাটি করে সরাসরি ১২×১৩ = ১৫৬ পৃষ্ঠা ও লেখা যায়।]

৫৩. একটি শ্রেণীতে ৬০ জন শিক্ষার্থী রয়েছে যাদের মধ্যে $\frac{২}{৫}$ অংশ ছাত্র। ঐ শ্রেণীতে ছাত্র-ছাত্রীর পার্থক্য কত?

ক. ২৫ খ. ১৩ গ. ১২ ঘ. ২০ উত্তর: গ

[**Hints:** ছাত্র = $\frac{২}{৫}$ সুতরাং ছাত্রী = $\frac{৩}{৫}$ সুতরাং ছাত্র ছাত্রীর পার্থক্য = ৬০ এর $\frac{১}{৫}$]

৫৪. একটি স্কুলের ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যার মধ্যে $\frac{৫}{৬}$ অংশ ছাত্র এবং বাকি অংশ ছাত্রী। যদি ছাত্রদের সংখ্যা ছাত্রীদের সংখ্যা অপেক্ষা ১২০ জন বেশি হয়, তবে ছাত্রীর সংখ্যা কত? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৩]*

ক. ২৫ জন খ. ৩৫ জন গ. ৩০ জন ঘ. ২০ জন উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, মোট ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা = ৬x জন (এভাবে হরকে মোট ধরলেও দ্রুত লিখিত এবং এমসিকিউ প্রশ্নের উত্তর দেয়া যাবে)

সুতরাং ছাত্র = ৫x এবং ছাত্রী = ৬x- ৫x = x

প্রশ্নমতে, ৫x-x = ১২০ $\Rightarrow$ ৪x = ১২০ $\therefore$ x = ৩০ সুতরাং ছাত্রীর সংখ্যা x = ৩০ জন।

পূর্ণ সংখ্যার ভগ্নাংশের মান দেয়া থাকবে সম্পূর্ণ অংশের মান বের করা:

৫৫. কোন সংখ্যার $\frac{৩}{৭}$ এর মান ৪৮ এর সমান? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]*

ক. ১১৫ খ. ১১৬ গ. ১১০ ঘ. ১১২ উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রশ্নে একটি অজানা সংখ্যার $\frac{৩}{৭}$ অংশের মান = ৪৮, **(ভগ্নাংশ = মান)** দেয়া থাকলে সম্পূর্ণ অংশের মান বের করার জন্য ঐ ভগ্নাংশটিকে উল্টিয়ে মানটির সাথে গুণ করে দিতে হয়। তাই এখানে অজানা সংখ্যাটি হবে $৪৮ \times \frac{৭}{৩} = ১১২$

অথবা ধরি, সংখ্যাটি x তাহলে প্রশ্নমতে, x এর $\frac{৩}{৭} = ৪৮$ সুতরাং $x = ৪৮ \times \frac{৭}{৩} = ১১২$ [এভাবে ডানে এসে উল্টে যায়]

নিজে করুন:

৫৬. কোন সংখ্যার $\frac{৪}{৭}$ অংশ ৮০ এর সমান? *[বাংলাদেশ হাই-টেক পার্ক কতৃপক্ষ (স্টোর কিপার):২০২১]* উত্তর: ১৪০

৫৭. কোন সংখ্যার $\frac{২}{৭}$ অংশ ৬৪ এর সমান? *(১৫তম বিসিএস)* [**Hints:** $৬৪ \times \frac{৭}{২}$]

ক. ২২০ খ. ২২২ গ. ২২৪ ঘ. ২২৮ উত্তর: গ

৫৮. কোন সম্পত্তির $\frac{৭}{৮}$ অংশের মূল্য ৯১০০ টাকা। ঐ সম্পত্তির $\frac{৩}{৪}$ অংশের মূল্য কত টাকা? *[অর্থ মন্ত্রণালয়ের অফিস সহ:-২০১১]*

ক. ৭৬০০ খ. ৭৫০০ গ. ৮৭০০ ঘ. ৭৮০০ উত্তর: ঘ

সমাধান:

এ ধরনের অংকে সর্বপ্রথম ১ অংশের মান বের করার পর যে অংশের মান চায় তা গুণ করে দিতে হয়। যেমন

এখানে $\frac{৭}{৮}$ অংশ = ৯১০০, সুতরাং ১ অংশ = $৯১০০ \times \frac{৮}{৭}$ = ১০৪০০ এখন ১০৪০০ এর $\frac{৩}{৪}$ = ৭৮০০টাকা।

ভগ্নাংশের ঐকিক বুঝতে পারলে সরাসরি এভাবে করুন সময় কম লাগবে $৯১০০ \times \frac{৮}{৭} \times \frac{৩}{৪}$ = **৭৮০০ টাকা**।

(**Note:** দুবার ভগ্নাংশ আসলে প্রথম ভগ্নাংশটি উল্টিয়ে গুণ এবং পরের ভগ্নাংশটি সরাসরি গুণ)

৫৯. একটি সম্পত্তির $\frac{৮}{১৫}$ অংশের মূল্য ৪৮,০০০ টাকা। ঐ সম্পত্তির $\frac{১}{৩}$ অংশের মূল্য কত? উত্তর: ৩০০০০

[Hints: $৪৮০০০ \times \frac{১৫}{৮} \times \frac{১}{৩} = ৩০,০০০$ টাকা]

৬০. এক খন্ড জমির $\frac{৩}{৮}$ অংশের মূল্য ৩৭৫ টাকা হলে ঐ জমির $\frac{১}{৫}$ অংশের দাম কত? *[রেজিস্টার্ড প্রাথ:সহ:শি: নিয়োগ-২০১১ গোলাপ]*

[Hints: উল্টিয়ে গুণ দিলে এক অংশের মান, তারপর যার মান চেয়েছে তা দিয়ে গুণ] উত্তর: ২০০

৬১. কোন সম্পত্তির ৩/৪ অংশের মূল্য ২৪০০০ টাকা হলে ১/২ অংশের মূল্য কত? *[বাংলাদেশ পরমাণু শক্তি কমিশন (কম্পিউটার টাইপিস্ট)-২০১৭)]*

ক. ১৬০০০ টাকা খ. ১৪০০০ টাকা গ. ১২৫০০ টাকা ঘ. ১১০০০ টাকা উত্তর: ক

৬২. রহিম তার বেতনের টাকা $\frac{১}{৫}$ অংশ খরচ করে একটি শার্ট এবং ৫০০ টাকা খরচ করে একটি প্যান্ট কিনলো। এই টাকা খরচ করার পর তার কাছে বেতনের ৪০ শতাংশ টাকা রয়ে গেল। রহিম কত টাকা বেতন পেয়েছিল?

ক. ১০০০ টাকা খ. ১২০০ টাকা গ. ১২৫০ টাকা ঘ. ১৫০০ টাকা উত্তর: গ

✍সমাধান: এখানে, $৪০\% = \frac{৪০}{১০০} = \frac{২}{৫}$ অংশ

প্রশ্নমতে, $১-(\frac{১}{৫}+\frac{২}{৫}) = ৫০০$ বা, $১-\frac{৩}{৫} = ৫০০$, $\frac{২}{৫}$ অংশ $= ৫০০$ সুতরাং ১ অংশ $= ৫০০ \times \frac{৫}{২} = ১২৫০$ টাকা।

৬৩. কোনো ব্যক্তি তাঁর সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশ স্ত্রীকে, $\frac{১}{২}$ অংশ পুত্রকে ও $\frac{১}{৪}$ অংশ মেয়েকে দান করলেন। তাঁর অবশিষ্ট সম্পত্তির মূল্য ৬০,০০০ টাকা। মোট সম্পত্তির মূল্য নির্ণয় কর। *[ষষ্ঠ শ্রেণীর (অনু: ১.৫) উদা:৪]*

✍সমাধান:

ঐ ব্যক্তি স্ত্রী, পুত্র ও মেয়েকে মোট দান করেন সম্পত্তির $\frac{১}{৮}+\frac{১}{২}+\frac{১}{৪} = \frac{১+৪+২}{৮} = \frac{৭}{৮}$ অংশ

∴ সম্পূর্ণ সম্পত্তি ১ ধরে অবশিষ্ট থাকে $১-\frac{৭}{৮}$ অংশ বা, $\frac{৮-৭}{৮}$ অংশ বা, $\frac{১}{৮}$ অংশ

প্রশ্নানুসারে, সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশের মূল্য = ৬০,০০০ টাকা ∴ সম্পূর্ণ অংশের মূল্য $৬০০০০ \times \frac{৮}{১} = ৪,৮০,০০০$ টাকা।

৬৪. এক ব্যক্তি মৃত্যুকালে স্ত্রী, দুই পুত্র ও এক কন্যা রেখে গেলেন। ঐ সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশ স্ত্রী এবং বাকী অংশ পুত্র ও কন্যাদের মাঝে এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হলো যাতে প্রত্যেক পুত্র কন্যার অংশের দ্বিগুণ পায়। কন্যার অংশের মূল্য ২৫০৬ টাকা হলে সম্পূর্ণ সম্পত্তির মূল্য কত? *[সাব রেজিস্টার--২০০৩]*

ক. ১৪০৩ খ. ১৪৩০ গ. ১৪৩২ ঘ. ১৪৩২০ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: মোট সম্পত্তি ১ অংশের $\frac{১}{৮}$ অংশ স্ত্রীকে দেয়ার পর অবশিষ্ট সম্পত্তি $= ১ - \frac{১}{৮} = \frac{৭}{৮}$ অংশ,

প্রশ্নানুসারে, কন্যা ১ ভাগ পেলে পুত্র ২ ভাগ পাবে সুতরাং দুই পুত্র + ১ কন্যা = ৪কন্যা + ১ কন্যা = ৫ কন্যা

প্রশ্নমতে, ৫ কন্যা পায় $= \frac{৭}{৮}$ অংশ ∴১ কন্যা পাবে $= \frac{৭}{৮ \times ৫} = \frac{৭}{৪০}$ অংশ।

প্রশ্নমতে, $\frac{৭}{৪০}$ অংশ $= ২৫০৬$ সুতরাং ১অংশ $= ২৫০৬ \times \frac{৪০}{৭} = ১৪৩২০$ টাকা। **উত্তর: ১৪৩২০ টাকা।**

৬৫. এক গোয়ালা তার n সংখ্যক গাভীকে চার পুত্রের মধ্যে নিম্নলিখিতভাবে বন্টন করে দিল ঃ প্রথম পুত্রকে $\frac{১}{২}$ অংশ, দ্বিতীয় পুত্রকে $\frac{১}{৪}$ অংশ, তৃতীয় পুত্রকে $\frac{১}{৫}$ অংশ এবং বাকী ৭টি গাভী চতুর্থ পুত্রকে দিল। ঐ গোয়ালার গাভীর সংখ্যা কত ছিল? *(১৪তম বিসিএস)*

ক. ১৪৫ খ. ১৩৫ গ. ১৪৮ ঘ. ১৪০ উত্তর: ঘ

[Hints: প্রথম ভগ্নাংশগুলো যোগ করে $\frac{১৯}{২০}$ অংশকে ১ অংশ থেকে বিয়োগ করে $\frac{১}{২০}$ অংশ =৭ ∴১ অংশ =৭×২০= ১৪০]

৬৬. কোন একটি স্কুলের শিক্ষক-শিক্ষায়িত্রীরদের মধ্যে $\frac{২}{৩}$ অংশ মহিলা, পুরুষ শিক্ষকদের ১২ জন অবিবাহিত এবং $\frac{৩}{৫}$ অংশ বিবাহিত। ঐ স্কুলের শিক্ষক - শিক্ষায়িত্রীর সংখ্যা কত? *[প্রাথমিক সহ: শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯]*

ক. ৯০ খ. ৮০ গ. ৮৫ ঘ. ৯৫ উত্তর: ক

✍সমাধান: ধরি, মোট শিক্ষক শিক্ষায়িত্রীর সংখ্যা = x সুতরাং মহিলা $= x \times \frac{২}{৩} = \frac{২x}{৩}$ ∴ পুরুষ $= x - \frac{২x}{৩} = \frac{x}{৩}$

আবার যেহেতু পুরুষদের $\frac{৩}{৫}$ অংশ বিবাহিত, সুতরাং অবিবাহিত পুরুষ $= \frac{x}{৩}$ এর $\frac{২}{৫}$ অংশ $= \frac{২x}{১৫}$

প্রশ্নমতে, $\frac{২x}{১৫} = ১২$ বা, $২x = ১৮০$ ∴ $x = ৯০$ জন।

✍বিকল্প সমাধান: প্রশ্নে প্রদত্ত ১২ হল অবিবাহিত পুরুষের সংখ্যা যা হল মোট পুরুষের $\frac{২}{৫}$ অংশ (কারণ বিবাহিত হল $\frac{৩}{৫}$ অংশ)

তাহলে ১ অংশের মান হবে $\frac{৫ \times ১২}{২} = ৩০$ জন। এখন মোট ৩০ জন পুরুষ হল সকল শিক্ষক - শিক্ষায়িত্রীর $\frac{১}{৩}$ অংশ

(কারণ $\frac{২}{৩}$ অংশ মহিলা) তাই আমরা লিখতে পারি, $\frac{১}{৩}$ অংশ = ৩০ জন, সুতরাং ১ অংশ = ৯০ জন **উত্তর: ৯০ জন।**

পদ্ধতি-০৪: ভগ্নাংশ তৈরী করা

অর্থাৎ প্রশ্নে ভগ্নাংশ দেয়া থাকবে না, বরং ভগ্নাংশ তৈরী করতে বলা হবে। যেমন:

৬৭. এক ব্যক্তির রমজান মাসের আয় তার বাকি ১১ মাসের আয়ের সমান হলে, তার রমজান মাসের আয় সারা বছরের আয়ের কত অংশ?

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{১}{৩}$ ঘ. $\frac{১}{৪}$ উত্তর: ক

✍সমাধান:

ধরি প্রতি মাসে ১ টাকা করে আয় করে, তাহলে ১১মাসের আয় ১১টাকা তাহলে রমজান মাসের আয়ও ১১ টাকা এখন সারা বছরের (১২মাসের) আয় ১১+১১=২২ টাকা। এখন রমজানের মাসের আয় সারা বছরের আয়ের $\frac{১১}{২২} = \frac{১}{২}$ অংশ।

টিপস: কখনো ভগ্নাংশ সাজাতে বললে যার সাথের এর বিভক্তি যুক্ত থাকে সেই সংখ্যাটিকে নিচে লিখে অপর সংখ্যাটিকে উপরে লিখতে হয়, এবং শেষে কাটাকাটি করে যে ভগ্নাংশ তৈরী হয় তা-ই উত্তর।

৬৮. একটি লোক অন্যান্য মাসে যা উৎপাদন করে আগস্ট মাসে তার দ্বিগুণ উৎপাদন করে। আগস্ট মাসের উৎপাদন তার অন্যান্য মাসের উৎপাদনের কত অংশ? *[সহ:পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা-২০০৬]*

ক. $\frac{২}{১৩}$ খ. $\frac{৩}{৮}$ গ. $\frac{২}{১১}$ ঘ. $\frac{৩}{১০}$ উত্তর: গ

[**Hints:** প্রতি মাসের আয় ১টাকা হলে ১১ মাসের আয় ১১টাকা এবংআগষ্ট মাসের আয় ২ টাকা। উত্তর ২/১১]

৬৯. চিত্রাঙ্কন প্রতিযোগিতায় অংশ গ্রহণকারী সকল মহিলাদের $\frac{2}{3}$ অংশ অনুষ্ঠানে উপস্থিত পুরুষদের $\frac{1}{2}$ অংশের সমান হলে ঐ প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণকারী মোট প্রতিযোগির কত অংশ নারী? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. $\frac{৪}{৭}$ খ. $\frac{৩}{৭}$ গ. $\frac{৩}{৪}$ ঘ. $\frac{৫}{১৪}$ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, উপস্থিত পুরুষ = x জন এবং মহিলা = y জন। মোট অংশগ্রহণকারী = x+y

প্রশ্নমতে, xএর $\frac{1}{2}$ = yএর $\frac{2}{3}$ বা, $\frac{x}{2}=\frac{2y}{3}$ বা, $4y=3x$ $\therefore y=\frac{3x}{4}$ [মহিলার ভগ্নাংশ বের করতে বলায় y এর মান]

সুতরাং সর্বমোট অংশগ্রহণকারীদের মধ্যে মহিলাদের অংশ $=\frac{y}{x+y}=\frac{\frac{3x}{4}}{x+\frac{3x}{4}}=\frac{\frac{3x}{4}}{\frac{7x}{4}}=\frac{3x}{4}\times\frac{4}{7x}=\frac{3}{7}$

Learning Point: এখানে কোন সংখ্যাই দেয়া না থাকলে কিভাবে দুটি রাশিকে ধরে শেষে ভগ্নাংশ বানানো যায় সেই বিষয়টা গুরুত্ব সহকারে শিখে রাখলে পরে কম রুল দিয়ে তৈরী অনেক অংকের উত্তর সহজে বের করা যাবে।

মুখে মুখে: $\frac{২}{৩}$ ভগ্নাংশ থেকে হরের ৩ কে মোট মহিলা ধরে উপস্থিত মহিলা = এদের সমান হলো ২ জন হলো পুরুষদের অর্ধেক

তাহলে মোট পুরুষদের মোট সংখ্যা হবে ২ এর দ্বিগুণ = ২×২ = ৪ জন।

তাহলে মোট উপস্থিতি: পুরুষ + মহিলা মিলে ৩+৪ = ৭ জন, যাদের মধ্যে মহিলা ৩ জন।

সুতরাং মহিলাদের উপস্থিতি হবে মোট অংশগ্রহণকারীদের = $\frac{৩}{৭}$ অংশ ।

৭০. এক ব্যক্তির বয়স তাঁর তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ। তাহলে পুত্রের গড় বয়স পিতার বয়সের কত অংশ? *[একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপারভাইজার) নিয়োগ-২০১৮]*

ক. $\frac{১}{২}$ অংশ খ. $\frac{১}{৩}$ অংশ গ. $\frac{২}{৩}$ ঘ. $\frac{১}{৬}$ অংশ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টি = ৩x $\therefore$ পিতার বয়স = ২×৩x = ৬x

$\therefore$ তিন পুত্রের গড় বয়স = $\frac{৩x}{৩}=x$ বছর সুতরাং পুত্রের গড় বয়স পিতার বয়সের = $\frac{x}{৬x}=\frac{১}{৬}$ অংশ

৭১. ৪টি ১ টাকার নোট ও ৮টি ২ টাকার নোট একত্রে ৮টি ৫ টাকার নোটের কত অংশ? *(২৯তম বিসিএস) +[রেলপথ মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]* [**Hints:** ৪×১ = ৪ এবং ৮×২ = ১৬ যোগ করলে ২০ আবার ৮×৫ = ৪০, দেখেই বোঝা যাচ্ছে অর্ধেক হবে]

ক. $\frac{১}{৬}$ খ. $\frac{১}{২}$ গ. $\frac{৩}{৭}$ ঘ. $\frac{৪}{৯}$ উত্তর: খ

৭২. ৫টি ৫ টাকার নোট এবং ১০টি ১০টাকার নোট একত্রে ২০ টি ২০ টাকার নোটের কত অংশ? *[রাকাব, (সুপারভাইজার) -১৫]*

ক. $\frac{৫}{১৬}$ খ. $\frac{২}{২৫}$ গ. $\frac{৩}{১৭}$ ঘ. $\frac{৪}{১৯}$ উত্তর: ক

[**Hints:** ৫×৫ =২৫ +(১০×১০) ১০০ = ১২৫ এবং ২০×২০ = ৪০০, সুতরাং ভগ্নাংশটি $\frac{১২৫}{৪০০}$ বা $\frac{৫}{১৬}$]

৭৩. এক ঘন্টার কত অংশ দুপুর ১১.৫০ হতে ১২.১৪ এর মধ্যে অতিক্রান্ত হয়েছে? *[DBBL Assistant Officer: 09]*

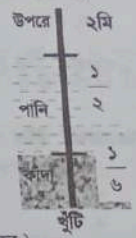
ক. $\frac{৫}{১২}$ খ. $\frac{২}{৫}$ গ. $\frac{১}{৫}$ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: খ

[**Hints:** ৬০ মিনিটের ২৪, অর্থাৎ নিচে ৬০ লিখে উপরে ২৪]

পদ্ধতি-০৫: খুঁটি ও ট্যাংক সংক্রান্ত প্রশ্ন

খুঁটি সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৭৪. একটি খুঁটির $\frac{১}{৬}$ অংশ কাঁদায় $\frac{১}{২}$ অংশ পানিতে এবং বাকী অংশ পানির উপরে আছে। পানির উপরের অংশের দৈর্ঘ্য ২ মিটার হলে, মোট বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত?



সমাধান:

কাঁদায় আছে $\frac{১}{৬}$ অংশ, পানিতে আছে $\frac{১}{২}$ অংশ,

সুতরাং কাঁদায় ও পানিতে আছে $\frac{১}{৬}+\frac{১}{২}=\frac{১+৩}{৬}=\frac{৪}{৬}=\frac{২}{৩}$ অংশ ।

$\therefore$ উপরে যে অংশ আছে তার পরিমান $\frac{১}{৩}$ এখন এই $\frac{১}{৩}$ অংশ = ২ হলে ১ অংশ = ২×৩ = ৬ মিটার (উত্তর:)

Think Seriously: ভগ্নাংশ অধ্যায়ে বেশি কিছু না ভেবে ভগ্নাংশ বাদে যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে তা কত অংশের মান বের করতে পারলেই অংকটি খুব দ্রুত করা যাবে। তাই ভগ্নাংশ ছাড়া যে সংখ্যাই দেয়া থাক, তা নিয়েই ভাবা শুরু করুন।

৭৫. একটি বাঁশের $\frac{১}{৪}$ অংশ কাঁদায়, $\frac{৩}{৫}$ অংশ পানিতে এবং অবশিষ্ট ৩ মিটার পানির উপরে আছে। বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত ? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*

ক. ১৬ মিটার খ. ১২ মিটার গ. ২০ মিটার ঘ. ১৫ মিটার উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, সম্পূর্ণ বাঁশটির দৈর্ঘ্য = ক মিটার।

[মুখে মুখে করার জন্য: হর দ্বয়ের ৪ ও ৫ এর ল.সা.গু ২০ কে মোট দৈর্ঘ্য ধরে হিসেব করলে সহজে উত্তর বের হবে]

প্রশ্নমতে, $ক-\frac{ক}{৪}-\frac{৩ক}{৫}=৩ \Rightarrow \frac{২০ক-৫ক-১২ক}{২০}=৩$

$\Rightarrow \frac{৩ক}{২০}=৩ \Rightarrow ৩ক=৬০ \therefore ক=২০$ সুতরাং সম্পূর্ণ বাঁশের দৈর্ঘ্য = ২০ মিটার।

৭৬. একটি বাঁশের $\frac{২}{৫}$ অংশ লাল, $\frac{১}{৪}$ অংশ কালো ও $\frac{১}{৩}$ অংশ সবুজ কাগজে আবৃত ও অবশিষ্ট অংশ ৬ মিটার হলে, বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত? *(প্রযোজক বিটিভি গ্রেড -২ পরীক্ষা-২০০৬)*

ক. ৩৬৫ খ. ৩৫৫ গ. ৩৫০ ঘ. ৩৬০ উত্তর: ঘ

সমাধান:

ভগ্নাংশের নিয়মে করতে চাইলে: ১ অংশ - (অন্য সব অংশের যোগফল) = ৬ থেকে ১ অংশের মান বের করুন:

☞ নতুন একটি নিয়ম দেখুন। ল.সা.গু করে খুব দ্রুত হিসেব বের করার জন্য।

যতগুলো ভগ্নাংশ আছে সবগুলোর হর ৫, ৪, ৩ এর ল.সা.গু ৬০ কে মোট দৈর্ঘ্য ধরলে

লাল, $৬০\times\frac{২}{৫}=২৪$, কালো, $৬০\times\frac{১}{৪}=১৫$ এবং সবুজ $=৬০\times\frac{১}{৩}=২০$

মোট ২৪+১৫+২০ = ৫৯ তাহলে আর অবশিষ্ট থাকলো ৬০-৫৯ = ১

অবশিষ্ট ১ হলে মোট দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার সুতরাং অবশিষ্ট ৬ মিটার থাকলে মোট দৈর্ঘ্য = ৩৬০ মিটার। **উত্তর: ৩৬০ মিটার।**

এভাবে দেখতে বড় মনে হলেও ভগ্নাংশের অনেক অংকেরই খুব দ্রুত উত্তর বের করা যায়।

নিজে করুন:

৭৭. একটি খুঁটির অর্ধাংশ কাঁদায়, এক পঞ্চমাংশ পানিতে এবং বাকি ৬ মিটার পানির উপরে আছে। খুঁটিটির দৈর্ঘ্য কত? উত্তর: খ

ক. ১০ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ২৫

[**Hints:** হর ২ আর ৫ এর ল.সা.গু ১০ তারপর ৫+২ = ৭ অবশিষ্ট ১০-৭ = ৩ হলে মোট ১০ অবশিষ্ট ৬ হলে মোট ২০]

৭৮. একটি পুকুরের মধ্যে একটি খুঁটির এক - পঞ্চমাংশ কাঁদায়, তিন-চতুর্থাংশ পানিতে এবং বাকী অংশ পানির উপরে আছে। খুঁটির কত অংশ পানির উপরে আছে? *[AB Bank (MTO)-2015]* উত্তর: ক

ক. ৫% খ. ৭.৫% গ. ১০% ঘ. ১২.৫%

সমাধান: $\frac{১}{৫}$ বা ২০% হল কাঁদার নিচে এবং $\frac{৩}{৪}$ বা ৭৫% হল পানির নিচে ∴ পানির উপরে আছে ১০০-(২০ + ৭৫) = ৫%।

৭৯. একটি খুঁটির অর্ধাংশ মাটির নিচে, এক তৃতীয়াংশ পানির মধ্যে ও ১২ ফুট পানির উপরে আছে। খুঁটিটির দৈর্ঘ্য কত? *(রেল:সহ:কমান্ডেন্ট:০৭)* [**Hints:** হর ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ৬ থেকে ৩+২ = ৫ অবশিষ্ট ১ হলে মোট ৬, ১২ হলে মোট ৭২] উত্তর: খ

ক. ৬৮ খ. ৭২ গ. ৬০ ঘ. ৭৮

খুঁটির প্রশ্নের মত সাদৃশ:

৮০. খালেদ ঈদ বোনাসের টাকার $\frac{১}{৩}$ অংশ খরচ করে একটি জ্যাকেট এবং ১০০ টাকা খরচ করে একটি শার্ট কিনলো। এই খরচ করার পর তার কাছে বোনাসের $\frac{১}{২}$ অংশ টাকা রয়ে গেল। খালেক কত টাকা বোনাস পেয়েছিল? *[পরিসংখ্যান ব্যুরো (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী) -২০১৬]*

ক. ৬০০০ খ. ৭২০০ গ. ৮৪০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান:

খুঁটির প্রথমের অংকে যেমন ২মিটার কত অংশের মান তা বের করা হয়েছে, এখানেও ১০০টাকা কত অংশ তা বের করতে হবে

১০০টাকা বাদে মোট টাকা $=১-(\frac{১}{৩}+\frac{১}{২})=১-\frac{২+৩}{৬}=\frac{১}{৬}$ অংশ

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{৬}$ অংশ = ১০০ ∴ ১ অংশ বা মোট বোনাস = ৬০০ টাকা। [x ধরে করলেও এই ভগ্নাংশগুলোই ব্যবহার হবে]

৮১. একটি চিত্রাংকন প্রতিযোগিতায় প্রত্যেক প্রতিযোগী একটি করে ছবি আঁকল। সবার আঁকা পেলে দেখা গেল যে ১/৯ অংশ ফুলের ছবি, ৪/৯ অংশ ফলের ছবি, ৫/১২ অংশ পাখির ছবি এবং বাকী ১৩ টি গাছের ছবি আঁকা হয়েছে। ঐ প্রতিযোগিতায় মোট প্রতিযোগীর সংখ্যা কত? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]*

ক. ৪৫৮ জন খ. ৪৪০ জন গ. ৪৭৮ জন ঘ. ৪৬৮ জন উত্তর: ঘ

সমাধান: মনে করি, মোট প্রতিযোগীর সংখ্যা = x জন

এখন, ফুলের ছবি আঁকেন $=\frac{x}{৯}$ অংশ, ফলের ছবি আঁকেন $=\frac{৪x}{৯}$ জন, পাখির ছবি আঁকেন $=\frac{৫x}{১২}$ জন

∴ অবশিষ্ট প্রতিযোগীর সংখ্যা $=x-\frac{x}{৯}-\frac{৪x}{৯}-\frac{৫x}{১২}=\frac{৩৬x-৪x-১৬x-১৫x}{৩৬}=\frac{৩৬x-৩৫x}{৩৬}=\frac{x}{৩৬}$ অংশ

শর্তমতে, $x-\frac{x}{৩৬}=১৩$ ∴ x = ৪৬৮ জন। [শুধু ভগ্নাংশগুলো ধরে x ছাড়াই এই প্রশ্নটির উত্তর দ্রুত বের করা যায়]

৮২. এক ফল বিক্রেতার কাছে মোট ফলের $\frac{১}{৬}$ অংশ লিচু, $\frac{১}{৮}$ অংশ আম, $\frac{১}{৪}$ অংশ কলা, এবং ৬৬টি কমলা ছিল। ফলবিক্রেতার মোট কতগুলো ফল ছিল? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়(সহ:শ্রম পরিচালক) -২০০৬]*

ক. ৩৬০ খ. ১৬৮ গ. ১৪৪ ঘ. ১২০ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{১}{৬}+\frac{১}{৮}+\frac{১}{৪}=\frac{৪+৩+৬}{২৪}=\frac{১৩}{২৪}$

তাহলে অবশিষ্টাংশ $\frac{১১}{২৪}=৬৬$ হলে উপরের দুপাশে ১১ দিয়ে কেটে সরাসরি লেখা যায় = ২৪ × ৬ = ১৪৪

৮৩. একটি বিদ্যালয়ে চিত্রাংকন প্রতিযোগিতায় প্রত্যেক ছাত্র একটি করে ছবি আঁকল। সবার আঁকা শেষে দেখা গেল যে ১/৪ অংশ ফুলের ছবি, ১/৯ অংশ ফলের ছবি, ২/৫ অংশ পাখির ছবি এবং বাকি ৮৬ টি গাছের ছবি আঁকা হয়েছে। ঐ বিদ্যালয়ের ছাত্র সংখ্যা কত? *[বাংলাদেশ পানি উন্নয়ন বোর্ড-২০১৯]*

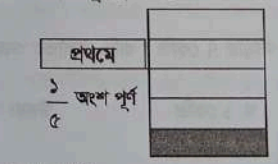
ক. ১৮০ খ. ২৪০ গ. ৩২০ ঘ. ৩৬০ উত্তর: ঘ

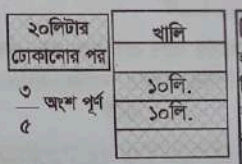
ট্যাংক সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৮৪. একটি ট্যাংকের $\frac{১}{৫}$ অংশ পানি দ্বারা পূর্ণ এবং ট্যাংকটির $\frac{৩}{৫}$ অংশ পূর্ণ করতে আরও ২০ লিটার পানি প্রয়োজন। ট্যাংকটির ধারণক্ষমতা কত? *(বাংলাদেশ ব্যাংক অফিসার ২০০১)*

ক. ৩০ খ. ৩৫ গ. ৪৫ ঘ. ৫০ উত্তর: ঘ

এ অংক গুলো সাধারণত x ধরে করতে হয়। কিন্তু যদি নিচের চিত্র দুটি বুঝে বুঝে প্রাকটিস করেন, এবং নিজের মাথা খাঁটাতে পারেন তাহলে খুব দ্রুত অংকগুলো করা সম্ভব। যেমন:





চিত্রের ব্যাখ্যা: প্রথম চিত্রে ট্যাংকটিকে মোট ৫ ভাগ করা হয়েছে কেননা হর ৫ই হল মোট। যার ১ ভাগ পূর্ণ আছে। দ্বিতীয় চিত্রে ২০ লিটার পানি ঢোকায় ৫ ভাগের ৩ ভাগ পূর্ণ হয়েছে,অর্থাৎ অতিরিক্ত ২ ভাগে ১০ লিটার করে ২০ লি.পানি লাগে। ১ ভাগে ১০ হলে ৫ ভাগে মোট ৫০লিটার ধরে।

সাধারণ নিয়মে সমাধান:

ধরি, ট্যাংকটির ধারণ ক্ষমতা = x লিটার। এখন প্রথমে পানি আছে x এর $\frac{১}{৫}$ অংশ $=\frac{x}{৫}$ লিটার।

আবার ২০ লিটার পানি ঢোকানোর পর মোট পানি হবে x এর $\frac{৩}{৫}$ অংশ $=\frac{৩x}{৫}$ লিটার।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৫}+২০=\frac{৩x}{৫}$ [প্রথম পানির সাথে ২০ লিটার পানি প্রবেশ করালে $\frac{৩x}{৫}$ লিটার হবে]

বা, $\frac{x}{৫}-\frac{৩x}{৫}=-২০$ বা, $\frac{x-৩x}{৫}=-২০$ বা, $-২x=-১০০$ ∴ x = ৫০ **উত্তর: ৫০লিটার।**

নিজে করুন:

৮৫. একটি পাত্র $\frac{১}{২}$ অংশ ভর্তি আছে। যদি ৮ গ্যালন সরানো হয় তবে $\frac{১}{১০}$ অংশ ভর্তি থাকে। পাত্রটির ধারণ ক্ষমতা কত? উত্তর: খ

ক. ১০ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ২৫

[**Hints:** চিত্র আঁকলে মোট ১০ ভাগের ৫ ভাগ খালি এবং পরে ৯ ভাগ খালি হবে, x ধরে করলে $\frac{x}{২} - ৮ = \frac{x}{১০}$]

৮৬. ১টি ট্যাংকের $\frac{৭}{১০}$ অংশ তেল দ্বারা পূর্ণ আছে, ৮ লিটার তেল বের করে নিলে ট্যাংকটির $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ থাকে। ট্যাংকটির ধারণ ক্ষমতা কত? [**Hints:**১০ ভাগের ৭ ভাগ পূর্ণ ছিল.৮লি.বের করলে ২ ভাগ খালি হয়েছে, ১ ভাগে ৪ তাই ১০ ভাগে ৪০] উ: ৪০

৮৭. একটি জলাধারের দুই-পঞ্চমাংশ পানি দ্বারা পূর্ণ এবং এতে আরো ২৫ লিটার পানি ঢাললে এর ৯০% পানিপূর্ণ হয়। জলাধারটির ধারণক্ষমতা কত লিটার ? *[BADC –(Computer-Operator)-2018]* উত্তর: ক

ক. ৫০ খ. ১০০ গ. ১৫০ ঘ. ২০০

সমাধান ২/৫ অংশ অর্থ = ৪০% এখন ২৫ লিটার ঢালার পর ৯০% পূর্ণ হলে নতুন ভাবে পূর্ণ হলো ৯০-৪০ = ৫০%
সুতরাং ৫০% = ২৫ লিটার হলে ধারণ ক্ষমতার ১০০% = ৫০ লিটার হবে।

৮৮. একটি পানি পূর্ণ ট্যাংকের $\frac{১}{৬}$ অংশের পানি পড়ে গেলে ৩২৪ লিটার খরচ হল। তারপর দেখা গেল ট্যাংকের $\frac{২}{৩}$ অংশ তখনও পূর্ণ রয়েছে। ট্যাংকের ধারণ ক্ষমতা কত লিটার? *[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]* উত্তর: খ

ক. ১৭৮০ খ. ১৯৪৪ গ. ২০৪৮ ঘ. ৩০৪৮

সমাধান: এখানে সম্পূর্ণ ট্যাংকের ধারণ ক্ষমতা $\times \frac{১}{৬} = ৩২৪$ লিটার। সুতরাং ট্যাংকটির মোট ধারণক্ষমতা = ৩২৪×৬ = ১৯৪৪

[**Note:** এখানে ২/৩ ভগ্নাংশটি ছাড়াই উত্তর বের করা সম্ভব তাই ২/৩ কে ব্যবহার করার প্রয়োজন হচ্ছে না।]

পানি পূর্ণ পাত্র এবং খালি পাত্রের ওজন বের করা:

৮৯. পানিভর্তি ১ টি বালতির ওজন ১২ কেজি। বালতির অর্ধেক পানি ভর্তি হলে তার ওজন দাঁড়ায় ৭ কেজি। খালি বালতির ওজন কত? *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর-১৪] +[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]* উত্তর: গ

ক. ৫কেজি খ. ৭কেজি গ. ২ কেজি ঘ. ১ কেজি

সমাধান: যে অর্ধেক পানি ফেলে দেয়া হয়েছে তার ওজন $\frac{১}{২}$ অংশ পানি ১২-৭ = ৫ কেজি

তাহলে ১ অংশ পানি = ৫×২ = ১০ কেজি। ∴ সুতরাং খালি বালতির ওজন = ১২-১০ = ২ কেজি।

পরামর্শ: বালতি থেকে পানি ফেলে দেয়ার এই অংকগুলোতে শুরুতে বালতিতে কতটুকু পানি আছে তা না ভেবে কতটুকু পানি ফেলে দেয়া হয়েছে তা ধরে সম্পূর্ণ পানির হিসেব বের করে মোট ওজন থেকে বিয়োগ দিতে হবে। কারণ যা আছে তাতে বালতির ওজন ও যুক্ত আছে। কিন্তু যে পানি ফেলে দেয়া হয়েছে তাতে শুধু পানি থাকে। তাই ফেলে দেয়া পানি ধরে হিসেব করা সহজ।

৯০. একটি তেলপূর্ণ পাত্রের ওজন ৩০ কেজি । অর্ধেক তেল সহ পাত্রের ওজন ২০ কেজি হলে পাত্রটির ওজন কত কেজি ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব রক্ষণিক)-২০১৮]* উত্তর: খ

ক. ৫ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৫

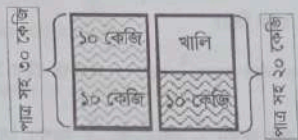
সমাধান:

শর্টকার্ট: মুখে মুখে করার জন্য: (এগুলো লিখিতে আসার মত প্রশ্ন না)

১ম নিয়ম: তেল কমলো ৩০-২০ = ১০ কেজি। যা মোট তেলের অর্ধেক ।
সুতরাং মোট তেল ছিল ১০×২ = ২০ কেজি।
অতএব পাত্রের ওজন = ৩০-২০ = ১০ কেজি।

২য় নিয়ম: অর্ধেকের ওজন যেহেতু ২০
তাহলে সম্পূর্ণ এর ওজন = ২০×২ = ৪০কেজি।
কিন্তু তেল দ্বিগুণ হলেও পাত্রটি কিন্তু দ্বিগুণ হবে না।
তাই পাত্রের ওজন হচ্ছে ৪০-৩০ = ১০ কেজি।

চিত্রটি দেখুন: বামে তেল পূর্ণ এবং ডানে অর্ধেক পূর্ণ



দুটি চিত্র তুলনা করলে বোঝা যায় তেল বাদে পাত্রের ওজন হবে ৩০-২০ = ১০ কেজি।

বাস্তব সম্মত ব্যাখ্যা: অর্ধেক তেল ফেলে দিলে পাত্রটি কিন্তু অর্ধেক হয়ে যায় না বরং শুরুতে যা ছিল শেষেও তা ই থাকবে। এজন্য প্রথমে যে ৩০-২০ = ১০ কেজি কমলো এটা সম্পূর্ণ তেল। অর্ধেক ফেলে দিলে যদি ১০ কেজি তেল কমে তাহলে সম্পূর্ণ ফেলে দিলে ২০ কেজি কমে যাবে। অর্থাৎ এই ২০ কেজি তেল এবং ২০ কেজি ফেলে দেয়ার পরও অতিরিক্ত ৩০-২০ = ১০ কেজি আছে যা পাত্রের ওজন।

৯১. পানিপূর্ণ একটি পাত্রের ওজন ১০ কেজি। যদি এর থেকে $\frac{৩}{৭}$ অংশ পানি সরানো হয় এর ওজন ৭ কেজি। পানিশূন্য পাত্রের ওজন পানিপূর্ণ পাত্রের ওজনের শতকরা কত অংশ? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]* উত্তর: গ

ক. ১০% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৪০%

সমাধান: পানির $\frac{৩}{৭}$ অংশ = (১০ কেজি - ৭ কেজি) ∴ মোট পানি ১ অংশ = $৩ \times \frac{৭}{৩} = ৭$ কেজি।
সুতরাং শুধু পাত্র = (১০ - ৭) কেজি = ৩ কেজি । শতকরা হার হবে ১০ এ ৩ হলে ১০০ তে ৩০ বা ৩০%

নিজে করুন :

৯২. পানি সহ একটি পাত্রের ওজন ৪৬ কেজি। $\frac{১}{৪}$ অংশ পানি থাকলে পাত্রটির ওজন থাকে ১৩ কেজি। শুধু পাত্রের ওজন কত?

[**Hints:** ৩/৪ = ৪৬-১৩ ধরে হিসেব করুন] উত্তর: ২ কেজি।

৯৩. একটি পানিভর্তি বালতির ওজন $১৬\frac{১}{২}$ কেজি। বালতির $\frac{১}{৪}$ অংশ পানি ভর্তি থাকলে তার ওজন $৫\frac{১}{৪}$ কেজি হয়। খালি বালতির ওজন নির্ণয় কর। *[ষষ্ঠ শ্রেণীর অনু: ১.৫]* [**Hints:** $\frac{৩}{৪}$ অংশ = $(১৬\frac{১}{২} - ৫\frac{১}{৪})$ থেকে ১অংশ মোট পানি] উত্তর: $১\frac{১}{২}$ কেজি।

পদ্ধতি-০৬: ভগ্নাংশের ভগ্নাংশ

টিপস: এই ধরণের প্রশ্নগুলো বিভিন্ন পরীক্ষায় লিখিত অংশে এসে থাকে। অবশিষ্ট অংশ বিষয়টি ভালোভাবে বোঝার আগে নিচের এই কথাটি মনযোগ দিয়ে পড়ুন।

ধরুন, আপনার কাছে ২০০ টাকা আছে আপনি অর্ধেক আপনার ভাইকে দিলেন এবং অর্ধেক আপনার বোনকে দিলেন তাহলে ভাই-বোন, দু-জনই ১০০ টাকা করে পাবে। কিন্তু এই অংকটিই যদি এভাবে বলা হয় যে, আপনার ২০০ টাকা থেকে আপনার ভাইকে অর্ধেক দিলেন, এবং **অবশিষ্ট টাকার অর্ধেক** আপনার বোনকে দিলেন তাহলে এবার সে ১০০ টাকার অর্ধেক অর্থাৎ ৫০ টাকা পাবে। তাহলে বোঝা যাচ্ছে সাধারণ সম্পূর্ণ অংশের ভগ্নাংশ আর অবশিষ্ট অংশের ভগ্নাংশ এক জিনিস নয়। বাকীটা অংক করতে করতে ভাববেন আর বুঝবেন।

৯৪. এক ব্যক্তি তার টাকার $\frac{২}{৭}$ অংশ দান করে অবশিষ্টের $\frac{১}{৩}$ অংশ ব্যয় করলেন। তখনও যদি তার ১০০ টাকা থাকে, তবে প্রথমে কত টাকা ছিল?

সমাধান: দান করেন $\frac{২}{৭}$ অংশ ∴ অবশিষ্ট রইল $১-\frac{২}{৭}=\frac{৫}{৭}$ অংশ

পরে ব্যয় করেন $\frac{৫}{৭}$ এর $\frac{১}{৩}$ বা $\frac{৫}{২১}$ অংশ। [এখানে মনে রাখুন অবশিষ্টের $\frac{১}{৩}$]

এখন, অবশিষ্ট রইল $\frac{৫}{৭}-\frac{৫}{২১}=\frac{১৫-৫}{২১}=\frac{১০}{২১}$ অংশ।

প্রশ্নানুসারে, সমগ্র টাকার $\frac{১০}{২১}$ অংশ = ১০০ টাকা ∴ নির্ণেয় টাকার পরিমাণ = $১০০ \times \frac{২১}{১০}$ = **২১০ টাকা**। উত্তর: ২১০ টাকা।

৯৫. কোন ব্যক্তি সম্পত্তির $\frac{২}{৩}$ অংশ পুত্রকে এবং $\frac{১}{৩}$ অংশ কন্যাকে দিলেন। কন্যা ১৫০০ টাকা কম পেলে সম্পত্তির মূল্য কত?

[বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]

ক. ৩০০০ খ. ৬০০০ গ. ৪৫০০ ঘ. ৭৫০০ উত্তর: গ

[**Hints:** এরকম অংক থাকলে পার্থক্য বের করতে হবে $=\frac{২}{৩}-\frac{১}{৩}=\frac{১}{৩}=১৫০০$ ∴১ অংশ = ৪৫০০]

শতকরা বের করতে বলা হলে স্বাভাবিক নিয়মে করার পর শেষে শতকরা বের করতে হবে।

৯৬. ABC কোম্পানীর ৩৬০০ জন চাকুরিজীবীর মধ্যে $\frac{১}{৩}$ অংশ ক্লার্ক। যদি ক্লার্কদের সংখ্যা $\frac{১}{৩}$ অংশ হ্রাস করা হয় তাহলে অবশিষ্ট চাকুরিজীবীদের শতকরা কত জন ক্লার্ক থাকবে? *[বাংলাদেশ ব্যাংক (এডি)-২০১০]*

ক.২৫ খ.৩০ গ.৩৫ ঘ.৪০ উত্তর: ক

সমাধান: মোট চাকুরিজীবী = ৩৬০০ জনের মধ্যে প্রথমে ক্লার্ক = ৩৬০০ এর $\frac{১}{৩}$ = ১২০০।

ক্লার্কদের $\frac{১}{৩}$ অংশ অর্থাৎ ১২০০ এর $\frac{১}{৩}$ = ৪০০ জন চলে যাওয়ায় বর্তমানে ক্লার্ক = ১২০০-৪০০ = ৮০০।

বর্তমানে মোট চাকুরিজীবী = ৩৬০০-৪০০ = ৩২০০ ∴বর্তমানে ক্লার্কদের শতকরা হার= $\frac{৮০০ \times ১০০}{৩২০০}$ = ২৫%

ভুল হতে পারে যেভাবে: ক্লার্কের সংখ্যা কমার সাথে সাথে মোট চাকুরিজীবীদের সংখ্যাও ৪০০ কমে যাবে। এখানে আগের ৩৬০০ ধরেই হিসেব করলে ভুল হবে।

৯৭. একজন চাকুরিজীবীর মোট বেতনের $\frac{১}{১০}$ অংশ কাপড় ক্রয়ে, $\frac{১}{৩}$ অংশ খাদ্য ক্রয়ে, $\frac{১}{৫}$ অংশ ভাড়ায় ব্যয় হয়। তার আয়ের শতকরা কতভাগ অবশিষ্ট রইল? *(২১তম বিসিএস)*

সমাধান: মোট খরচ: $\frac{১}{১০}+\frac{১}{৩}+\frac{১}{৫}=\frac{৩+১০+৬}{৩০}=\frac{১৯}{৩০}$

অবশিষ্ট রইল $১-\frac{১৯}{৩০}=\frac{১১}{৩০}$ অবশিষ্ট টাকার শতকরা হার = $\frac{\frac{১১}{৩০} \times ১০০}{১}=\frac{১১০}{৩}=৩৬\frac{২}{৩}$% **(উত্তর)**

(এখানে টাকার পরিমাণ দেয়া না থাকায় মোট টাকা = ১)

পদ্ধতি-০৭: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

৯৮. কত টাকার $\frac{৭}{৯}$ অংশ ৭০০ টাকার $\frac{৯}{১০}$ অংশের সমান? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ৬৩০ টাকা খ. ৬০০ টাকা গ. ৮১০ টাকা ঘ. ৭০০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, টাকার পরিমাণ = x টাকা

প্রশ্নমতে, x এর $\frac{৭}{৯}$ = ৭০০ এর $\frac{৯}{১০} \Rightarrow \frac{৭x}{৯}=৬৩০ \Rightarrow ৭x = ৬৩০ \times ৯$ ∴ x = ৮১০

৯৯. কত টাকার $\frac{৩}{৫}$ অংশ ৯০ টাকার $\frac{৫}{৬}$ অংশের সমান? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]*

ক. ১২৫ টাকা খ. ১২০ টাকা গ. ১১৫ টাকা ঘ. ১১০ টাকা উত্তর : ক

সমাধান:

ধরি, নির্ণেয় টাকার পরিমাণ = x

প্রশ্নমতে, x এর $\frac{৩}{৫}$ = ৯০ এর $\frac{৫}{৬} \Rightarrow \frac{৩x}{৫}=৭৫ \Rightarrow x=\frac{৭৫ \times ৫}{৩}$ ∴ x = ১২৫

১০০.কোন সংখ্যার এক তৃতীয়াংশের সাথে এক চতুর্থাংশ যোগ করলে যোগফল ৩৫ হবে? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৪৮ খ. ৬০ গ. ৫১ ঘ. ৫২ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৩}+\frac{x}{৪}=৩৫ \Rightarrow \frac{৪x+৩x}{১২}=৩৫ \Rightarrow ৭x = ৩৫ \times ১২ \Rightarrow x=\frac{৩৫ \times ১২}{৭}$ ∴x = ৬০

১০১.একটি ভগ্নাংশের এক চতুর্থাংশ থেকে ৪ বিয়োগ করলে ২০ হয়। সংখ্যাটি কত? *(সহকারী জজ ২০০৭)*

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪}-৪=২০ \Rightarrow \frac{x}{৪}=২৪$ ∴x = ৯৬

মুখে মুখে সমাধান: শেষ থেকে শুরু; ৪ বিয়োগ করে যদি ২০ হয় তাহলে বিয়োগ করার আগে ২৪ ছিল, এখন এই ২৪ হচ্ছে অজানা একটি সংখ্যার ৪ ভাগের ১ ভাগ। তাহলে ঐ সংখ্যাটি হবে ২৪×৪ = ৯৬ উত্তর: ৯৬

১০২.কোন সংখ্যার $\frac{1}{3}$ সংখ্যাটির $\frac{1}{5}$ অপেক্ষা 4 বেশি? *(ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর- ২০১৬)* [**Hints:** $\frac{x}{3}-\frac{x}{5}=4$]

ক. ৩০ খ. ৩৫ গ. ৪৫ ঘ. ৪০ উত্তর: ক

১০৩. কোন সংখ্যার $\frac{১}{২}$ অংশের সাথে ৬ যোগ করলে সংখ্যাটির $\frac{২}{৩}$ হয়? সংখ্যাটি কত?*[২৬তম বিসিএস]* + *[পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর): ২০২১]*

[**Hints:** $\frac{x}{২}+৬=\frac{২x}{৩}$]

ক. ১০ খ. ২০ গ. ৯২ ঘ. ৩৬ উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-০৮: ভগ্নাংশের লব ও হরের হ্রাস বৃদ্ধি:

১০৪. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা ৪ বেশি। ভগ্নাংশটি বর্গ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তার হর লব অপেক্ষা ৪০ বেশি। ভগ্নাংশটি কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]*

ক. $\frac{৭}{১১}$ খ. $\frac{৩}{৭}$ গ. $\frac{৯}{১৩}$ ঘ. $\frac{১}{৫}$ উত্তর: খ

শর্টকাট: এ ধরনের প্রশ্ন অপশন থেকে করাই উত্তম। অপশন খ এর হর ৭ এর বর্গ = ৪৯ এবং লব ৩ এর বর্গ = ৯ এবং ৪৯-৯ = ৪০।

সমাধান: ধরি, ভগ্নাংশটির লব = ক ∴ হর = ক+৪

সুতরাং ভগ্নাংশটি = $\frac{ক}{ক+৪}$

প্রশ্নমতে, $(ক+৪)^২ - ক^২ = ৪০ \Rightarrow ক^২ + ২.ক.৪ + ৪^২ - ক^২ = ৪০$

$\Rightarrow ৮ক = ৪০-১৬ \quad \therefore ক = ৩$; সুতরাং ভগ্নাংশটির লব = ৩ এবং হর = ৩+৪ = ৭ সুতরাং ভগ্নাংশটি = $\frac{৩}{৭}$

১০৫. $\frac{3}{5}$ এর লব ও হরের সাথে কোন একই সংখ্যা যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হবে? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ ,(উপ-পরিচালক) -২০১৮]*

ক. 3 খ. 4 গ. 5 ঘ. 6 উত্তর : গ

সমাধান: ধরি, x যোগ করতে হবে।

প্রশ্নমতে, $\frac{3+x}{5+x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 15+5x=20+4x \therefore x = 5$ সুতরাং 5 যোগ করতে হবে।

১০৬. $\frac{৭}{১৭}$ এর হর এবং লবের সঙ্গে কোন সংখ্যাটি যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{৩}{৫}$ হবে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*

ক. ২ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\frac{7+x}{17+x} = \frac{3}{5} \Rightarrow 51+3x = 35+5x \therefore \mathbf{x = 8}$

১০৭. কোন ভগ্নাংশের লবের সাথে ৭ যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান ২ হয় এবং হর থেকে ২ বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান ১ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (স্টোর কিপার): ২০২১]*

সমাধান: ধরি, ভগ্নাংশের লব = x এবং হর = y ∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তমতে, $\frac{x+৭}{y} = ২ \Rightarrow x+৭ = ২y \quad \therefore x-2y = -৭$ .....(i)

২য় শর্তমতে, $\frac{x}{y-২} = ১ \Rightarrow x = y-২ \quad \therefore x-y = -২$ .....(ii)

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$x-2y = -৭$

$\underline{x-y = -২}$

$\therefore -y = -৫ \quad \therefore y = ৫$

y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x-y = -২ \Rightarrow x-৫ = -২ \Rightarrow x = -২+৫ \quad \therefore x = ৩ \quad \therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y} = \frac{৩}{৫}$

১০৮. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে ১ যোগ করলে $\frac{১}{২}$ হয় এবং হরের সাথে ১ যোগ করলে তা $\frac{১}{৩}$ হয়, ভগ্নাংশটি = কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]*

ক. $\frac{২}{৭}$ খ. $\frac{১}{৮}$ গ. $\frac{৩}{৮}$ ঘ. $\frac{৩}{৫}$ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ভগ্নাংশের লব = x এবং হর = y ∴ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তমতে, $\frac{x+১}{y} = \frac{১}{২} \Rightarrow ২x+২ = y \quad \therefore 2x-y = -২$ .....(i)

২য় শর্তমতে, $\frac{x}{y+১} = \frac{১}{৩} \Rightarrow ৩x = y+১ \quad \therefore ৩x-y = ১$ .....(ii)

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$৩x-y = ১$

$\underline{২x-y = -২}$

$\therefore x = ৩$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$2x-y = -২ \Rightarrow ২\times৩-y = -২ \Rightarrow ৬-y = -২ \quad \therefore y = ৮$ সুতরাং ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y} = \frac{৩}{৮}$

১০৯. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর ১ ; লব থেকে ২ বিয়োগ ও হরের সাথে ২ যোগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তা $\frac{১}{৬}$ এর সমান। ভগ্নাংশটি কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. $\frac{৫}{৬}$ খ. $\frac{৪}{৭}$ গ. $\frac{৩}{৪}$ ঘ. $\frac{৩}{৫}$ উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, প্রকৃত ভগ্নাংশের লব = x ∴ হর = x + ১ [অর্থাৎ একটি থেকে অপরটি ১ বেশি বা কম]

শর্তমতে, $\frac{x-২}{x+১+২} = \frac{১}{৬} \Rightarrow \frac{x-২}{x+৩} = \frac{১}{৬} \Rightarrow ৬x-১২ = x+৩ \Rightarrow ৫x = ১৫ \quad \therefore x = ৩$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{৩}{৩+১} = \frac{৩}{৪}$

নিজে করুন:

১১০. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর ও লব এর অন্তর ২ হর ও লব উভয় থেকে ৩ বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার সঙ্গে $\frac{১}{৪}$ যোগ করলে যোগফল ১ হয়। ভগ্নাংশটি কত? *[পেটেন্ট ডিজাইন ও ট্রেডমার্ক অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]* উত্তর: $\frac{৯}{১১}$

১১১. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা ১ বেশি। ভগ্নাংশটি বর্গ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তার হর, লব অপেক্ষা ৩ বেশি। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। *[বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক)- ২০২১]* উত্তর: $\frac{১}{২}$

পদ্ধতি-০৯: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন:

১১২. একটি স্কুলের অর্ধেক ছাত্র ফুটবল খেলে এবং অবশিষ্টদের এক-তৃতীয়াংশ ক্রিকেট খেলে। এছাড়া বাকী ৩০০ ছাত্র কোনটিই খেলে না। ঐ ক্লাশে মোট কতজন ছাত্র আছে? *(DBBL Pro. Off. -2015)+ [BADC (AC)-2017]*

ক. ৮৫০ খ. ৯০০ গ. ৯৫০ ঘ. ১০০০ উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, মোট ছাত্র সংখ্যা = x জন।

ফুটবল খেলে $= x - \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$

সুতরাং ক্রিকেট খেলে $= \frac{x}{2} \times \frac{১}{৩} = \frac{x}{৬}$ ∴অবশিষ্ট ছাত্র $= x - (\frac{x}{2} + \frac{x}{৬}) = \frac{২x}{৬}$

প্রশ্নমতে, $\frac{২x}{৬} = ৩০০$ বা, $২x = ১৮০০$ ∴ $x = ৯০০$ সুতরাং মোট ছাত্র = ৯০০ জন।

সহজে করার জন্য:
শেষ থেকে ভাবুন ১/৩ ক্রিকেট খেললে কোনটাই খেলে না ২/৩ অংশ = ৩০০ জন হলে ১ অংশ = ৪৫০ হলো মোটের ১/২ অংশ। তাহেল মোট = ৪৫০×২ = ৯০০ জন।

১১৩. এক ব্যক্তি তার মোট সম্পত্তির $\frac{৩}{৭}$ অংশ ব্যয় করার পরে অবশিষ্টের $\frac{৫}{১২}$ অংশ ব্যয় করে দেখলেন যে তার নিকট ১০০০ টাকা রয়েছে। তার মোট সম্পত্তির মূল্য কত? *[২৪তম বিসিএস]+[একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপারভাইজার) নিয়োগ-২০১৮]*

ক. ২০০০ টাকা খ. ২৩০০ টাকা গ. ২৫০০ টাকা ঘ. ৩০০০ টাকা উত্তর : ঘ

সমাধান: ধরি, মোট সম্পত্তি x, প্রথমে ব্যয় করলেন $\frac{৩x}{৭}$

অবশিষ্ট থাকে $\left(x - \frac{৩x}{৭}\right)$ অংশ $= \frac{৪x}{৩}$ অংশ

২য় বার ব্যয় করেন $(\frac{৪x}{৭}$ এর $\frac{৫}{১২})$ অংশ $= \frac{৫x}{২১}$ অংশ

প্রশ্নমতে, $\frac{৪x}{৩} - \frac{৫x}{২১} = ১০০০$ [প্রথমবারের পর যা থাকে তা থেকে ২য় বারের খরচ বাদ দিলে অবশিষ্ট থাকে = ১০০০ টাকা।]

$\Rightarrow \frac{১২x - ৫x}{২১} = ১০০০ \Rightarrow \frac{৭x}{২১} = ১০০০ \Rightarrow \frac{x}{৩} = ১০০০$ ∴ $x = ৩০০০$ টাকা উত্তর: ৩০০০ টাকা।

MCQ : x না ধরে শুধু ভগ্নাংশগুলো লিখেই এভাবে করা যায়
২ ব্যয়ের যোগফল $= (\frac{৩}{৭} + \frac{৪}{৭}$ এর $\frac{৫}{১২}) = \frac{৩}{৭} + \frac{৫}{২১} = \frac{২}{৩}$
এরপর অবশিষ্ট $\frac{১}{৩} = ১০০০$ হলে মোট $= ১০০০ \times ৩ = ৩০০০$

একলাইনে সহজ সমাধান: (পেছনের দিক থেকে ধাপে ধাপে শুরুতে আসতে হবে)

$\frac{৭}{১২}$ অংশ = ১০০০ হলে, ১ অংশ $= ১০০০ \times \frac{১২}{৭}$ [এখানে কাটাকটি গেলেও যা না গেলেও পরের ধাপের কাজ একই, এভাবেই থাকা

আবার, $\frac{৪}{৭}$ অংশ $= ১০০০ \times \frac{১২}{৭}$ হলে, ১ অংশ $= ১০০০ \times \frac{১২}{৭} \times \frac{৭}{৪} = ৩০০০$।

কখন সরাসরি ভগ্নাংশ লিখতে হবে আর কখন বিয়োগ করে হিসেব করতে হবে তা মনে রাখতে হবে।

এই বিষয়টার উপর দক্ষতা আসলে সরাসরি, $১০০০ \times \frac{১২}{৭} \times \frac{৭}{৪}$ এতটুকু লিখেই উত্তর = ৩০০০ টাকা ৫ সেকেন্ডে।

১১৪. একটি স্কুলের $\frac{৪}{৬}$ ভাগ ছাত্র ফুটবল খেলা দেখতে গিয়েছিল। তার $\frac{১}{৪}$ ভাগ বাসে চড়ে গিয়েছিল। যদি ১৬৪ জন ছাত্র বাসে পিয়ে থাকে তবে স্কুলের ছাত্র সংখ্যা কত? *[IBBL- (AO)-2003]*

ক. ৬৫৬ খ. ৮৮৪ গ. ৯৮৪ ঘ. ৮২০ উত্তর: গ

সমাধান:

মোট ছাত্র x হলে, x এর $\frac{৪}{৬}$ এর $\frac{১}{৪} = ১৬৪$ সুতরাং $x = ১৬৪ \times \frac{৬}{৪} \times \frac{৪}{১} = ৯৮৪$ জন। [আগের প্রশ্নের ব্যাখ্যাটি পড়ুন]

১১৫. লাবিব কিছু কলম কিনে তার $\frac{২}{৫}$ অংশ তার বাবাকে দিল। অবশিষ্ট কলমের $\frac{১}{৩}$ অংশ তার বোনকে দিল। বোনকে দেয়ার পর অবশিষ্ট কলমের $\frac{৫}{৮}$ অংশ তার ভাইকে দিল এবং সবশেষে তার কাছে ১২ টি কলম রইল। সে তার বাবাকে কয়টি কলম দিয়েছিল? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ২৪ টি খ. ২৮ টি গ. ৩২ টি ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: বাবাকে দিল $= \frac{২}{৫}$ এরপর অবশিষ্ট থাকলো $১ - \frac{২}{৫} = \frac{৩}{৫}$

বোনকে দিল $= \frac{৩}{৫}$ এর $\frac{১}{৩} = \frac{৩}{৫} \times \frac{১}{৩} = \frac{১}{৫}$, এরপর অবশিষ্ট থাকলো $\frac{৩}{৫} - \frac{১}{৫} = \frac{২}{৫}$

ভাইকে দিল $= \frac{২}{৫} \times \frac{৫}{৮} = \frac{১}{৪}$ এরপর তার কাছে সর্বশেষ অবশিষ্ট থাকলো $= ১ - (\frac{২}{৫} + \frac{১}{৫} + \frac{১}{৪}) = ১ - \frac{১৭}{২০} = \frac{৩}{২০}$

এখানে, $\frac{৩}{২০}$ অংশ = ১২টি, সুতরাং সম্পূর্ণ অংশ $= ১২ \times \frac{২০}{৩} = ৮০$টি।

সুতরাং বাবাকে দিয়েছিল = ৮০ এর $\frac{২}{৫} = ৩২$টি।

মুখে মুখে: লাবিব সবশেষে তার কাছে ১২ছিল তার ভাইকে ৫/৮ দেয়ার পর তার । তাহলে এই ১২টি হলো ৮/৩ অংশের মান তাহলে ভাইকে দেয়ার আগে ছিল । ৩ ভাগ = ১২ হলে ৮ ভাগ = ৩২। এখন বোনকে ১/৩ দেয়ার পর ২/৩ ছিল। ২ অংশ = ৩২ হলে ৩ অংশ = ৪৮। আবার বাবাকে ২/৫ দেয়ার পর থাকে ৩/৫ যেখানে ৩ অংশ = ৪৮ হলে বাবাকে দেয়া ২ অংশ = ৩২ টি।

১১৬. একটি যৌগে হাইড্রোজেন এর পরিমাণ অক্সিজেনের পরিমাণের অর্ধেক এবং হাইড্রোজেনের পরিমাণ কার্বনের পরিমাপের এক-তৃতীয়াংশ। যৌগের ভর ১৮০ গ্রাম হলে, ঐ যৌগে হাইড্রোজেনের পরিমাণ কত? *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. ২৫ গ্রাম খ. ৩০ গ্রাম গ. ৩৫ গ্রাম ঘ. ৪০ গ্রাম উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, যৌগে কার্বনের পরিমানণ = 6x গ্রাম [২,৩ এর ল.সা.গু = ৬, এভাবে ধরলে ভগ্নাংশ আসবে না]
যৌগে হাইড্রোজেনের পরিমাণ = 2x গ্রাম
এবং, যৌগে অক্সিজেনের পরিমাণ = 8x গ্রাম (অর্ধেক বলায় উল্টোপাশে দ্বিগুণ)
প্রশ্নমতে, $6x + 2x + 8x = ১৮০ \Rightarrow ১২x = ১৮০$ ∴ $x = ১৫$
∴ যৌগে হাইড্রোজেনের পরিমাণ = ২ × ১৫ = ৩০ গ্রাম। উত্তর; ৩০ গ্রাম।

Practice Part-01

১. জামাল সাহেব তাঁর বাবার সম্পত্তির $\frac{৭}{১৮}$ অংশের মালিক। তিনি তাঁর সম্পত্তির $\frac{৫}{৬}$ অংশ তিন সন্তানকে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক সন্তানের সম্পত্তির অংশ বের করুন। *[ষষ্ঠ শ্রেণীর অনু: ১.৫]*

২. দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল $৪৮\frac{১}{৮}$। একটি ভগ্নাংশ $১\frac{১৩}{৩২}$ হলে, অপর ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর। *[ষষ্ঠ শ্রেণীর অনু: ১.৫]*

৩. যখন ১২০ জন অতিথি একটি অডিটোরিয়ারে বসেন তখন অডিটোরিয়ামের $\frac{৩}{৪}$ অংশ পূর্ণ হয়। অডিটোরিয়ামের সিট সংখ্যা কত?

ক. ১৬০ খ. ১৮০ গ. ১৯০ ঘ. ২০০

৪. জাবিদ অতিক্রান্ত মোট পথের $\frac{৩}{১০}$ অংশ রিক্সায়, $\frac{২}{৫}$ অংশ সাইকেলে, $\frac{১}{৫}$ অংশ হেঁটে এবং অবশিষ্ট ২ কিলোমিটার পথ ঘোড়ার গাড়িতে গেল। অতিক্রান্ত পথের মোট দূরত্ব নির্ণয় কর। *[ষষ্ঠ শ্রেণীর অনু: ১.৪]* উত্তর: ২০কিমি

৫. প্রতি বছর গাছের উচ্চতা $\frac{1}{4}$ অংশ করে বৃদ্ধি পায়। বর্তমানে একটি গাছের উচ্চতা যদি ৩২ সেমি হয়, তাহলে ২ বছর পরে উচ্চতা কত হবে?

ক. ৪৮ সেমি খ. ৫০ সেমি গ. ৪৯ সেমি ঘ. ৫০ সেমি

৬. একটি পতাকাদন্ডের $\frac{১}{৩}$ অংশ লাল, $\frac{১}{৫}$ অংশ সবুজ, বাকী অংশ সাদা। সাদা অংশের দৈর্ঘ্য ৭ মি. হলে পতাকাদন্ডের দৈর্ঘ্য কত?

ক. ২১ মিটার খ. ১৫ মিটার গ. ১৪ মিটার ঘ. ৩৫ মিটার

৭. একটি পুকুরে $\frac{৩}{৪}$ অংশে পানি ছিল। তা থেকে ৪৮ লিটার পানি তুলে নিলে পুকুরটি অর্ধেক পানিপূর্ণ থাকল। তাহলে পুকুরে কত পানি ধরে?

ক. ২০০ লিটার খ. ১৯০ লিটার গ. ১৪৮ লিটার ঘ. ১৯২ লিটার

৮. কোন সম্পত্তির $\frac{১}{২}$ অংশের মূল্য ১৬০০ টাকা হলে ঐ সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশের মূল্যের ৪ গুণ কত?

ক. ৪০০০ টাকা খ. ৩২,০০০ টাকা গ. ১৬০০ টাকা ঘ. ৬৪০০ টাকা

৯. শামিমার কাছে d সংখ্যক বই আছে যা নাহিদার বইয়ের ৩ গুণ এবং খুশির বইয়ের অর্ধেক। তাদের তিনজনের মোট বইকে d দিয়ে প্রকাশ করুন। *(National Bank PO 2013)*

ক. $\frac{5}{6}$d খ. $\frac{7}{3}$d গ. $\frac{10}{3}$d ঘ. $\frac{7}{2}$d

১০. এক ব্যক্তি তার সম্পত্তির $\frac{৩}{৫}$ অংশ পুত্রকে এবং অবশিষ্টাংশ কন্যাদিগকে সমান ভাগে ভাগ করে দেওয়ার পর দেখা গেল যে, পুত্রের অংশ প্রত্যেক কন্যার অংশের ৬ গুণ হয়েছে। কন্যাদিগের সংখ্যা কত?

Practice Part-02

অতিরিক্ত অনুশীলনের জন্য: সময় পেলে প্রশ্নগুলো সমাধান করার চেষ্টা করবেন। শেষে সঠিক উত্তর দেয়া আছে।

১. কোনো ব্যক্তি তার গন্তব্য পথের $\frac{৩}{৭}$ অংশ নৌকায়, $\frac{২}{৫}$ অংশ ট্রেনে এবং অবশিষ্ট ১২ মাইল হেটে গেল। ঐ পথের দূরুত্ব কত?

২. একটি সৈন্যদলে যত সৈন্য ছিল তার $\frac{২}{৭}$ অংশ অসুখে মারা গেল, অবশিষ্টের $\frac{৩}{২০}$ যুদ্ধে নিহত হল এবং ৩৪০০ জন পলায়ণ করল। সেই দলে মোট কত সৈন্য ছিল?

৩. এক ব্যক্তি মৃত্যুকালে আপন বিষয়ের এক-তৃতীয়াংশ স্ত্রীকে এবং অবশিষ্টাংশ সন্তানগণকে সমান ভাগ করিয়া দেওয়ায় দেখা গেল যে, স্ত্রীর প্রাপ্য অংশ প্রত্যেক সন্তানের অংশের ৩ গুণ হয়েছে। সন্তানের সংখ্যা কত? উত্তর: ৬ জন

৪. দুইটি সংখ্যার বড়টির $\frac{১}{৫}$ অংশ ছোটটির $\frac{১}{৩}$ অংশের সমান। উভয়ের সমষ্টি ১৬ হইলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন।

৫. কোনো ভগ্নাংশের লব হইতে ২ বিয়োগ করলে এবং হরের সাথে ৩ যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{১}{৪}$ হয়; আবার লবের সাথে ৬ যোগ করলে এবং হরকে ৩ গুণ করলে উহা $\frac{২}{৩}$ হয়; ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন।

৬. কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরে ১ যোগ করলে $\frac{৪}{৫}$ হয় এবং লব ও হর হইতে 5 বিয়োগ করলে $\frac{১}{২}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

৭. কোনো ভগ্নাংশের লব হইতে ১ বিয়োগ ও হরে ২ যোগ করলে উহা $\frac{১}{২}$ হয়; লব হতে ৭ ও হর হতে ২ বিয়োগ করলে উহা $\frac{১}{৩}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করতে হবে।

৮. কোনো ভগ্নাংশের লব ও হর হতে 1 বিয়োগ করলে তা $\frac{২}{৯}$ হয়; আবার লবের সাথে 2 যোগ এবং হর হতে 2 বিয়োগ করলে তা 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

বিস্তারিত সমাধান

Practice Part-01 :

১. সমাধান:: ১ জন সন্তান পাবে $= \left(\frac{৭}{১৮} \times \frac{৫}{৬}\right) \div ৩ = \frac{৩৫}{৩২৪}$ অংশ।

২. সমাধান: ভাগ করুন। $৩৪\frac{২}{৯}$

৩. সমাধান: অডিটোরিয়ামের মোট সিট সংখ্যার $\frac{৩}{৪}$ অংশ = ১২০ টি সিট

সুতরাং ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ $= ১২০ \times \frac{৪}{৩} = ১৬০$ টি সিট।

৪. সমাধান:

ঘোড়ায় যাওয়া অংশ অংশ $= ১-\left(\frac{৩}{১০}+\frac{২}{৫}+\frac{১}{৫}\right)$ অংশ $=\frac{১}{১০}$ অংশ প্রশ্নানুসারে, $\frac{১}{১০}=২$ কিম. ∴ ১ অংশ = ২০ কি.মি.

৫. সমাধান: ১ম বছর পর $(৩২+৩২$ এর $\frac{১}{৪})=৩২+৮=৪০$

২য় বছর পর $৪০+(৪০$এর $\frac{১}{৪})=৪০+১০=৫০$ সে.মি. [দুবার ই ৮ করে বেড়েছে ভাবলে ভুল হবে।] উত্তর: ঘ

৬. সমাধান: সাদা অংশ $=১-\left(\frac{১}{৩}+\frac{১}{৫}\right)$ অংশ $=\frac{৭}{১৫}$ অংশ প্রশ্নানুসারে, $\frac{৭}{১৫}=৭$ মি: ∴ ১ অংশ = ১৫ মি: উত্তর:খ

৭. সমাধান: ধরি, x লি: পানি ধরে,

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{৩x}{৪}-\frac{x}{২}\right)=৪৮ \Rightarrow \frac{৬x-৪x}{৮}=৪৮ \quad \Rightarrow x=\frac{৪৮\times ৮}{২}=১৯২$ লি: উত্তর: ঘ

[মুখে মুখে: $\frac{৩}{৪}$ থেকে অর্ধেক হওয়া অর্থাৎ $\frac{২}{৪}$ হয়ে যাওয়া। তাহলে কমে গেল $\frac{১}{৪}$ যার মান ৪৮ হলে ১ অংশ $=৪৮\times৪=১৯২$]

৮. সমাধান: $\frac{১}{২}$ অংশের মূল্য = ১৬০০ টাকা।

∴ ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ = ১৬০০×২ = ৩২০০

∴ $\frac{১}{৮}$ অংশ = ৩২০০× $\frac{১}{৮}=৪০০$ সুতরাং $\frac{১}{৮}$ অংশের ৪গুণ = ৪০০×৪ = ১৬০০ উত্তর: গ

৯. সমাধান: শামিমার কাছে আছে = d সংখ্যক বই।

তাহলে নাহিদার কাছে আছে $\frac{d}{3}$ [এখানে 3d ভাবলে ভুল হবে কারণ d ই হলো তিনগুণ তাহলে অন্যজনের কাছে কম হবে]

সুতরাং খুশির কাছে আছে =2d [কারণd হচ্ছে খুশির বইয়ের অর্ধেক তাহলে খুশির কাছে অবশ্যই d এর দ্বিগুণ বই আছে]

সুতরাং তাদের ৩ জনের কাছে মো বইয়ের সংখ্যা $= d+\frac{d}{3}+2d=\frac{3d+d+6d}{3}=\frac{10d}{3}=\frac{10}{3}d$ উত্তর: গ

১০. সমাধান: পুত্র পেয়েছে $\frac{৩}{৫}$ অংশ । অর্থাৎ বাকি ১ - $\frac{৩}{৫}$ বা $\frac{২}{৫}$ অংশ সকল কন্যা মিলে পেয়েছে।

আবার, ১ জন কন্যার অংশ = পুত্রের অংশের $\frac{১}{৬}=\frac{৩}{৫}$ এর $\frac{১}{৬}$ অংশ $=\frac{১}{১০}$ অংশ।

∴ নির্ণেয় কন্যার সংখ্যা $=\left(\frac{২}{৫}\div\frac{১}{১০}\right)$ জন $=\frac{২\times১০}{৫}$ জন = ৪ জন। উত্তর: ৪ জন।

Practice Part-02

উত্তরমালা

১.	৭০ মাইল	২.	৫৬০০	৩.	৬ জন	৪.	10 ও 6
৫.	$\frac{4}{5}$	৬.	$\frac{7}{9}$	৭.	$\frac{15}{26}$	৮.	$\frac{9}{13}$

Model Test-01

পূর্ণমান: ১০ সময়:১০মিনিট

১. সবচেয়ে ক্ষুদ্র - *[ইসলামী ব্যাংক ম্যাসেঞ্জার-কাম-গার্ড ২০১২]*

ক. $\frac{১}{১০}$ খ. $\frac{১}{১৫}$ গ. $\frac{১}{১৬}$ ঘ. $\frac{১}{১২}$

২. একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের সমষ্টি ৭। লবের সাথে ১ যোগ করলে হরের সমান হবে। ভগ্নাংশটি কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. $\frac{২}{৬}$ গ. $\frac{২}{৫}$ ঘ. $\frac{৫}{৯}$

৩. এক খন্ড জমির $\frac{৩}{৮}$ অংশের মূল্য ৩৭৫ টাকা হলে ঐ জমির $\frac{১}{৫}$ অংশের দাম কত? *(রেজিস্টার্ড প্রাথ:সহ:শি: নিয়োগ পরীক্ষা-২০১১)*

ক. ২০০ খ. ২১০ গ. ১৮০ ঘ. ২২০

৪. ২৭ ফুট লম্বা একটি বাঁশকে এমনভাবে কাঁটা হলো যে এক অংশ অন্য অংশের $\frac{৪}{৫}$ হয়। ছোট অংশটির দৈর্ঘ্য হবে–

ক. ১৮ খ. ১২ গ. ১৬ ঘ. ১৪

৫. একটি সম্পত্তির $\frac{২}{৩}$ অংশের মূল্য ৪৮,০০০ টাকা। ঐ সম্পত্তির $\frac{১}{৫}$ অংশের মূল্য কত?

ক. ১৪৬০০ খ. ১৪০০০ গ. ১৪৪০০ ঘ. ১৪৫০০

৬. কোন দোকানদার ২৬০ কেজি চালের $\frac{৩}{৫}$ অংশ বিক্রয় করে অবশিষ্ট চাল চার ভাগে ভাগ করে রেখে দিল। প্রতি ভাগে কত কেজি চাল রাখল? *[সহকারী উপজেলা/থানা শিক্ষা অফিসার (ATEO) ২০০৯]*

ক. ২৬ খ. ২৮ গ. ২২ ঘ. ২৪

৭. একটি গাছ প্রতি বছর তার উচ্চতার এক-অষ্টমাংশ বৃদ্ধি পায়। যদি গাছটির বর্তমান উচ্চতা ৬৪ সে.মি হয় তাহলে ২ বছর পর উচ্চতা কত হবে? *(Pubali Bank SO 2013)*

ক. ৮৫ সেমি খ. ৭৪ সেমি গ. ৭৫ সেমি ঘ. ৮১ সেমি

৮. ৫৬ মিটার লম্বা একটি বাঁশকে এমনভাবে দু টুকরা করা হল যেন, ছোট অংশটি বড় অংশের $\frac{২}{৫}$ অংশ হয়। বড় অংশ ও ছোট অংশটির পার্থক্য কত মিটার?

ক. ২৪ খ. ২৫ গ. ২৬ ঘ.২৭

৯. একটি খুঁটির ১৫ ভাগের ৩ ভাগ ৪.৫ ফুট লম্বা হলে খুঁটিটি মোট কত ফুট লম্বা? *(ইসলামী ব্যাংক কিপার-কাম অ্যাসিস্ট্যান্ট ২০০১)*

ক. ২৪.৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ২২.৫

১০. এক কেজি খাঁটি দুধে ২০০ গ্রাম পানি মেশালে মিশ্রিত দুধে পানির পরিমাণ হবে– *(পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় কর্মকর্তা-২০০৪)*

ক. $\frac{১}{৬}$ খ. $\frac{২}{৫}$ গ. $\frac{১৩}{৭}$ ঘ. $\frac{১৪}{৯}$

উত্তরমালা

১.	গ	২.	ক	৩.	ক	৪.	খ	৫.	গ
৬.	ক	৭.	ঘ	৮.	ক	৯.	ঘ	১০.	ক

ed by RPR DUET

লিখিত অংশ

১. A, B ও C এর মধ্যে কিছু টাকা ভাগ করে দেয়া হলো। A পেল মোট টাকার $\frac{১}{৪}$ অংশ, B পেল অবশিষ্ট টাকার $\frac{১}{৬}$ অংশ এবং C পেল ১২০ টাকা। মোট টাকার পরিমাণ কত? *[সমাজসেবা অফিঃ (সহঃ ব্যবস্থাপক)-২০০৫]+ [২৪তম বিসিএস, লিখিত]* উত্তর: ঘ

ক. ১৯০ খ. ২০০ গ. ১৮২ ঘ. ১৯২

✍সমাধান: ধরি, মোট টাকার পরিমাণ = x টাকা

A পেল = x এর $\frac{১}{৪} = \frac{x}{৪}$ টাকা, অবশিষ্ট থাকলো $x - \frac{x}{৪} = \frac{৩x}{৪}$ টাকা

এখন, B পেল = $\frac{৩x}{৪}$ এর $\frac{১}{৬} = \frac{x}{৮}$ টাকা।

সুতরাং A এবং B এর প্রাপ্ত মোট টাকার পরিমান, $\frac{x}{৪}+\frac{x}{৮} = \frac{২x+x}{৮} = \frac{৩x}{৮}$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $x - \frac{৩x}{৮} = ১২০$ [৩ জনের মোট টাকা থেকে ২ জনের বাদ দিলে ৩য় জনের টাকা বের হবে]

বা, $\frac{৮x-৩x}{৮} = ১২০$ বা, $৫x = ১২০ \times ৮$ $\therefore x = \frac{১২০ \times ৮}{৫} = ১৯২$ সুতরাং মোট টাকার পরিমাণ ১৯২ টাকা। উত্তর:

✍মুখে মুখে: $\frac{৫}{৬} = ১২০$ হলে ১ অংশ = ১৪৪ আবার, $\frac{৩}{৪}$ অংশ = ১৪৪ হলে ১ অংশ = $১৪৪ \times \frac{৪}{৩} = ১৯২$

এত ভেঙ্গে ভেঙ্গে না করে একলাইনে এভাবে করা যায়। $১২০ \times \frac{৪}{৩} \times \frac{৬}{৫} = ১৯২$ [কিন্তু এজন্য প্রচুর প্রাকটিস প্রয়োজন।]

২. কোন ভগ্নাংশের লব ও হরের সঙ্গে ২ যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{৭}{৯}$ আবার ঐ ভগ্নাংশের লব ও হর থেকে ৩ বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{১}{২}$। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন। *[২৪তম বিসিএস লিখিত]*

✍সমাধান:

মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, প্রশ্নমতে, $\frac{x+২}{y+২} = \frac{৭}{৯}$

বা, $৯x + ১৮ = ৭y + ১৪$ বা, $৯x - ৭y = -৪$ .....(i)

আবার, ২য় শর্তমতে, $\frac{x-৩}{y-৩} = \frac{১}{২}$

বা, $২x - ৬ = y - ৩$ বা, $২x - y = ৩$ -------(ii)

বা, $১৪x - ৭y = ২১$.....(iii)

(iii) নং সমীকরণ থেকে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$১৪x - ৭y = ২১$

$৯x - ৭y = -৪$

(-) (+) (+)

$৫x = ২৫$ $\therefore x = ৫$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই

আবার, $২x - y = ৩$ বা, $y = 2x - ৩$

বা, $y = ২ \times ৫ - ৩$ $\therefore y = ৭$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি হচ্ছে $\frac{৫}{৭}$ উত্তর: $\frac{৫}{৭}$

সরলীকরণ

✍ সরলীকরণে নিম্নোক্ত ক্রম অনুকরণ করা হয়-

B = Bracket (বন্ধনী) ;	[{()}]	O = of (এর);	এর	D =Division (ভাগ)	÷
M = Multiplication (গুণ) ;	×	A =Addition (যোগ);	+	S = Subtraction (বিয়োগ)	-
একশব্দে মনে রাখার সহজ উপায় : **'BODMAS'**					
সরল প্রশ্নগুলো সমাধান করার সময় কাজের ক্রমানুসারে :- $(\overline{x})$ রেখা বন্ধনী বার থাকলে এর কাজ সবার আগে এরপর > (প্রথম বন্ধনী) > {দ্বিতীয় বন্ধনী} > [তৃতীয় বন্ধনী] > এর > ÷ ভাগ > × গুণ > + যোগ > - বিয়োগ এভাবে কাজ করতে হয়।					

যোগ এবং বিয়োগ সংক্রান্ত প্রশ্ন:

১. (-১) - (-১) = কত ?

ক. -১ খ. – ২ গ. ০ ঘ. ২ উত্তর: গ

✍সমাধান: (-১) - (-১) =-১ +১ = ০

২. - ২ + (-২) -{- (২) - ২} এর মান কত?

ক. – ৬ খ. – ৪ গ. ০ ঘ. ৪ উত্তর: গ

✍সমাধান: - ২ + (-২) -{- (২) - ২} = - ২ -২ - {- ২ - ২} = -৪+৪ = ০

৩. $-২ + (-২) - \{-(২)\} - ২$ এর মান কত? *[বাংলাদেশ কৃষি উন্নয়ন কর্পোরেশন (উপ-সহকারী পরিচালক/পরিদর্শক)-২০২০]*

ক. – ৬ খ. – ৪ গ. – ২ ঘ. – ৪ উত্তর: খ

✍সমাধান:

$-২ + (-২) - \{-(২)\} - ২ = -২ + (-২) + (২) - ২ = -২ - ২ + ২ - ২ = -৪$

৪. - ৪০ হতে - ৫০ এর বিয়োগফল কত? *[মৎস অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০১৮]+ [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ১০ খ. -১০ গ. ৪৫ ঘ. - ৪৫ উত্তর:ক

✍সমাধান:

-৪০ হতে -৫০ এর বিয়োগফল = -৪০ - (-৫০) = -৪০ + ৫০ = ১০

৫. - ৩ -(- ১০) এর মান - ১০ -(- ৩) এর মান থেকে কত বেশি? *[BRDB (সহকারী পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা)-২০০৬]*

ক. ০ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ১৪ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: - ৩ -(- ১০) -{- ১০ - (- ৩)} = - ৩ + ১০ - {- ১০ + ৩ } = ১৪

৬. {-১০ + (-৭)} অপেক্ষা {-১০ + (-৭)} কত বড় বা ছোট? *[জুনিয়র অডিট-২০১৪]*

ক. -১৭ খ. -২০ গ. -১৯ ঘ. ০ উত্তর: ঘ

✍সমাধান:

{-১০ + (-৭)} - {-১০ + (-৭)} = {-১০-৭} - {-১০-৭} = {-১৭} - {-১৭} = -১৭+১৭ = ০

৭. ০.৯৬২৩ - ৩১ = কত? *[প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (মুক্তিযোদ্ধা)-২০১৬]*

ক. -৩২.৮২৪৬ খ. -৩১.০৩৭৭ গ. -৩০.০৩৭৭ ঘ. -২৯.০৩৭৭ উত্তর:

✍সমাধান: ০.৯৬২৩ - ৩১ = -(৩১.০০০০ - ০.৯৬২৩) [যেহেতু ৩১ বড় তাই ৩১ আগে বসাতে হবে] = -৩০.০৩৭৭।

৮. $৩+\frac{৩}{২}=$? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের (ল্যাবরেটরি এ্যাটেনডেন্ট)-২০২০]*

ক. $\frac{১}{২}$ খ. ২ গ. ৩ ঘ. $\frac{৯}{২}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $৩+\frac{৩}{২}=\frac{৬+৩}{২}=\frac{৯}{২}$।

৯. $\frac{১}{৮০}$ থেকে $\frac{১}{৪০}$ বিয়োগ করে বিয়োগফলকে দশমিকে প্রকাশ করলে কত হয়? *[প্রাথমিক ও গণশিক্ষা অধিদপ্তর (সহ: পরিচালক)২০০১]*

ক. ০.২২৫ খ. - ০.০১২৫ গ. ০.২৫ ঘ. ০.০৫ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{১}{৮০}-\frac{১}{৪০}=\frac{১-২}{৮০}=-\frac{১}{৮০}=-০.০১২৫$

১০. $\frac{৩}{৫}+০.১+০.০৫=$ কত ? *[উপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা-২০১০]*

ক. $\frac{১৭}{২০}$ খ. $\frac{৭}{২০}$ গ. $\frac{১৫}{২০}$ ঘ. $\frac{১৩}{২০}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{৩}{৫}+০.১+০.০৫=\frac{৩}{৫}+\frac{১}{১০}+\frac{৫}{১০০}=\frac{৩}{৫}+\frac{১}{১০}+\frac{১}{২০}=\frac{১২+২+১}{২০}=\frac{১৫}{২০}$।

১১. $\frac{১}{৪}+\frac{১}{১২}+\frac{১}{৩}=$? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের (ল্যাবরেটরি এ্যাটেনডেন্ট)-২০২০]*

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{৭}{১২}$ ঘ. ১ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{১}{৪}+\frac{১}{১২}+\frac{১}{৩}=\frac{৩+১+৪}{১২}=\frac{৮}{১২}=\frac{২}{৩}$।

১২. $২\frac{১}{২}+২+১\frac{১}{২}-৩=$? *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের বিভিন্ন পদে নিয়োগ-২০১৪]*

ক. $২\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{১}{২}$ গ. ৩ ঘ. $৪\frac{৩}{৪}$ উত্তর: গ

সমাধান: $২\frac{১}{২}+২+১\frac{১}{২}-৩=\frac{৫}{২}+\frac{৩}{২}+২-৩=\frac{৫+৩}{২}-১=\frac{৮}{২}-১=৪-১=৩$।

১৩. $৩\frac{৩}{৮}+১\frac{৫}{৮}+৫\frac{১}{৮}=$ কত? *[বিটিভি এর সহকারী প্রকৌশলী(সিভিল)-২০১৭]*

ক. $১০\frac{১}{৮}$ খ. $৯\frac{১}{৮}$ গ. $১০\frac{৭}{৮}$ ঘ. $৯\frac{৫}{৮}$ উত্তর: ক

সমাধান: $৩\frac{৩}{৮}+১\frac{৫}{৮}+৫\frac{১}{৮}=\frac{২৭}{৮}+\frac{১৩}{৮}+\frac{৪১}{৮}=\frac{২৭+১৩+৪১}{৮}=\frac{৮১}{৮}=১০\frac{১}{৮}$।

গুণ এবং ভাগ সংক্রান্ত প্রশ্ন :

১৪. $(২)\times(-২)\times(-২)\times(২)\times(২)\times(-২)\times(-১)\times(-\frac{১}{২})$ *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (এডমিনিস্ট্রেশন অফিসার-পার্সোনাল অফিসার)-২০০৬]*

ক. ৩২ খ. -৩২ গ. ৬৪ ঘ. -৬৪ উত্তর: খ

সমাধান: $(২)\times(-২)\times(-২)\times(২)\times(২)\times(-২)\times(-১)\times(-\frac{১}{২})$

$=(২)^৩\times(-২)^৩\times\frac{১}{২}=৮\times(-৮)\times\frac{১}{২}=-৬৪\times\frac{১}{২}=-৩২$

১৫. $(২-১)(২+১)(২^২-১^২)(২^২+১^২)=$? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (এডমিনিস্ট্রেশন অফিসার)-২০০৬]*

ক. ৪২ খ. ৪৪ গ. ৪৫ ঘ. ৫০ উত্তর: গ

সমাধান: $(২-১)(২+১)(২^২-১^২)(২^২+১^২)=(২-১)(২+১)(৪-১)(৪+১)=১\times৩\times৩\times৫=৪৫$

১৬. $০.১\times৩.৩৩\times৭.১=$? *(৪১-তম বিসিএস প্রিলি:)*

(ক) ৭.১৫ (খ) ৫.১৮ (গ) ২.৩৬ (ঘ) ১.৯৮ উত্তর: গ

সমাধান: $০.১\times৩.৩৩\times৭.১=\frac{১}{১০}\times\frac{৩৩৩}{১০০}\times\frac{৭১}{১০}=\frac{২৩৬৪৩}{১০০০০}=২.৩৬৪৩=২.৩৬$

১৭. $০.৫\div০.৫=$? *[৪১-তম বিসিএস লিখিত]*

(ক) ১.৫ (খ) ০.১ (গ) ১.০ (ঘ) ০.০৫ উত্তর: গ

সমাধান: $০.৫\div০.৫=\frac{০.৫}{০.৫}=\frac{৫\times১০}{৫\times১০}=১$

১৮. কোন সংখ্যাকে $\frac{৪}{৭}$ দ্বারা গুণ করলে গুণফল $\frac{৬}{৭}$ হবে? *[৪১-তম বিসিএস লিখিত]*

(ক) $\frac{২}{৭}$ (খ) $\frac{৩}{২}$ (গ) $\frac{২৪}{৭}$ (ঘ) $\frac{৭}{২}$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ধরি, সংখ্যাটি x প্রশ্নমতে, $x\times\frac{৪}{৭}=\frac{৬}{৭}$ $\therefore x=\frac{৬}{৭}\times\frac{৭}{৪}=\frac{৩}{২}$

১৯. ৩০ কে $\frac{২}{৩}$ দ্বারা ভাগ করে ১০ যোগ করলে কত হবে? *[কারিগরি অধিদপ্তর (বিভিন্ন কর্মচারী)-২০২১]*

ক. ৫০ খ. ৪০ গ. ৩০ ঘ. ৫৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: $(৩০\div\frac{২}{৩})+১০=(৩০\times\frac{৩}{২})+১০=৪৫+১০=৫৫$

২০. $\frac{৫}{৬}$ এর $\frac{৬}{৭}\div১\frac{৩}{৭}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল ১ হবে? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{১}{৩}$ গ. $\frac{১}{৪}$ ঘ. $\frac{২}{৩}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{৫}{৬}$ এর $\frac{৬}{৭}\div১\frac{৩}{৭}=\frac{৫}{৭}\div\frac{১০}{৭}=\frac{৫}{৭}\times\frac{৭}{১০}=\frac{১}{২}$ প্রশ্নমতে, $\frac{১}{২}+x=১\Rightarrow x=১-\frac{১}{২}$ $\therefore x=\frac{১}{২}$

২১. $1\frac{2}{3}$ এর $\frac{1}{5} \div \frac{1}{9}$ = কত? [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর (হিসাব রক্ষক, গুদামরক্ষক, কোষাদক্ষ)-২০১১]

ক. ৫ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: খ

সমাধান: $1\frac{2}{3}$ এর $\frac{1}{5} \div \frac{1}{9} = \frac{5}{3}$ এর $\frac{1}{5} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{1} = 3$

২২. $0.1 + (0.1)^2 + (0.1)^3$ = কত? (BDB Ltd Officer (Cash) 2016) [BKB – (SO) 2017]]

ক. ০.১ খ. ০.৩ গ. ০.১২১১ ঘ. ০.১১১ উত্তর: ঘ

সমাধান: $0.1 + (0.1)^2 + (0.1)^3 = 0.1 + 0.01 + 0.001 = 0.111$

২৩. $(0.2)^2 \div (0.1)^0$ = কত ? [BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]

ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ৪৪ ঘ. ৪২ উত্তর: খ

সমাধান: $(0.2)^2 \div (0.1)^0 = \frac{0.2 \times 0.2}{0.1 \times 0.1 \times 0.1} = \frac{0.04}{0.001} = \frac{4 \times 1000}{1 \times 100} = 40$

২৪. $\frac{(0.8)^3 - (0.3)^3}{0.8 + 0.3}$ = কত? [পরিকল্পনা মন্ত্রণালয় (ডাটা প্রসেসিং অপারেটর)-২০০২]

ক. ১.১ খ. ০.৪ গ. ০.৫ ঘ. ২.৪ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{(0.8)^3 - (0.3)^3}{0.8 + 0.3} = \frac{(0.8 + 0.3)(0.8 - 0.3)}{0.8 + 0.3} = 0.8 - 0.3 = 0.5$

২৫. $\frac{(0.9)^0 + (0.8)^0}{0.9 + 0.8}$ এর মান কত ? [৪০তম বিসিএস প্রিলি]

ক. ০.৩৬ খ. ০.৫১ গ. ০.৮১ ঘ. ০.৬১ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\frac{(0.9)^0 + (0.8)^0}{0.9 + 0.8} = \frac{0.9 \times 0.9 \times 0.9 + 0.8 \times 0.8 \times 0.8}{1.3} = \frac{0.729 + 0.064}{1.3} = \frac{0.793}{1.3} = 0.61$

বিকল্প সমাধান: আবার সূত্র প্রয়োগ করেও এভাবে করা যায়,

$\frac{(0.9)^0 + (0.8)^0}{0.9 + 0.8} = \frac{(0.9 + 0.8)\{(0.9)^2 - (0.9 \times 0.8) + (0.8)^2\}}{0.9 + 0.8}$ [যেহেতু $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$]

$= 0.81 - 0.36 + 0.16 = 0.97 - 0.36 = 0.61$ **উত্তর: 0.61**

২৬. $\frac{5 \div 15 \times 15}{5 \div 15 \text{ এর } 15}$ এর সরল করলে তার মান হবে- [১১ তম বিসিএস]

ক. ০ খ. ১ গ. ২২৫ ঘ. $\frac{1}{225}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{5 \div 15 \times 15}{5 \div 15 \text{ এর } 15} = \frac{5 \div 15 \times 15}{5 \div 225} = \frac{\frac{5}{15} \times 15}{\frac{5}{225}} = \frac{\frac{5}{1}}{\frac{1}{45}} = 225$

২৭. $\frac{\frac{1}{3} \times 6}{\frac{8}{6} \times \frac{12}{2}} + \frac{3}{8}$ = কত? [প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়(সহকারী পরিচালক)-২০১২]

ক. $\frac{1}{12}$ খ. $1\frac{1}{8}$ গ. $\frac{7}{8}$ ঘ. $\frac{8}{5}$ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{\frac{1}{3} \times 6}{\frac{8}{6} \times \frac{12}{2}} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} = 1\frac{1}{8}$

২৮. $\frac{\frac{11}{23} \times \frac{3}{8}}{\frac{11}{23} \text{ এর } \frac{3}{8}}$ = সমান কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে হাসপাতাল(সহকারী সার্জন)-২০০৫]

ক. $\frac{16}{9}$ খ. $\frac{3}{8}$ গ. $\frac{9}{16}$ ঘ. ১ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\frac{\frac{11}{23} \times \frac{3}{8}}{\frac{11}{23} \text{ এর } \frac{3}{8}} = 1$

২৯. 0.024×10^3 = কত ? [পরিসংখ্যান ব্যুরোর জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী-২০১৬]

ক. ২৪০০০ খ. ২৪০০০০ গ. ২৪০০০০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: $0.024 \times 10^3 = \frac{24}{1000} \times 10^3 = \frac{24}{10^3} \times 10^3 = 24 \times 10^3 = 24000$।

৩০. $\{(12 \div 3) \times 2\}^3$ = ? [মৎস অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০১৮]

ক. ৬৪ খ. ৪১৫ গ. ৬৫ ঘ. ৫১২ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\{(12 \div 3) \times 2\}^3 = (4 \times 2)^3 = 8^3 = 512$

৩১. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$ = কত? [কন্ট্রোলার জেনারেল ডিফেন্স ফাইনান্স এর অধীন (জুনিয়র অডিটর)-২০১৪]

ক. $\frac{10}{14}$ খ. $\frac{27}{35}$ গ. $\frac{35}{27}$ ঘ. $\frac{7}{15}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\frac{3}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$।

৩২. $\frac{\frac{3}{4} \div \frac{1}{6}}{\frac{3}{4} \text{ এর } \frac{1}{6}} = ?$ [সমাজসেবা অধিদপ্তর (উপসহকারী পরিচালক)-২০০৫]

ক. ২৪ খ. ১৮ গ. ৩৬ ঘ. ১২ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{\frac{3}{4} \div \frac{1}{6}}{\frac{3}{4} \text{ এর } \frac{1}{6}} = \frac{\frac{3}{4} \times 6}{\frac{3}{4} \times \frac{1}{6}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{1}{8}} = \frac{9}{2} \times 8 = 36$

লিখিত অংশ

১. সরল করুন: $\frac{৩}{১৩}[৫-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(৪-\frac{১}{২}-\frac{১}{৬})\}]$ *[১৪তম সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা-২০২১ (লিখিত)]*

সমাধান: $\frac{৩}{১৩}[৫-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(৪-\frac{১}{২}-\frac{১}{৬})\}] = \frac{৩}{১৩}[৫-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(\frac{২৪-৩-১}{৬})\}]$

$= \frac{৩}{১৩}[৫-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}\times\frac{২০}{৬}\}] = \frac{৩}{১৩}[৫-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{৪}{৩}\}] = \frac{৩}{১৩}[৫-\frac{১}{৪}\{\frac{১২-৪}{৩}\}]$

$= \frac{৩}{১৩}[৫-\frac{১}{৪}\times\frac{৮}{৩}] = \frac{৩}{১৩}[৫-\frac{২}{৩}] = \frac{৩}{১৩}[\frac{১৫-২}{৩}] = \frac{৩}{১৩}\times\frac{১৩}{৩} = ১$ **উত্তর: ১।**

২. সরল করুন: $\frac{৫\frac{৫}{৮}}{৬\frac{৩}{৭}}$ এর $\frac{৬\frac{৭}{১১}}{৯\frac{১}{৮}}\div\frac{৮}{৯}\left(২\frac{৩}{১১}+\frac{১৩}{২২}\right)$ এর $\frac{৩}{৫}$ *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ -২০০৭ (লিখিত)]*

সমাধান: $\frac{৫\frac{৫}{৮}}{৬\frac{৩}{৭}}$ এর $\frac{৬\frac{৭}{১১}}{৯\frac{১}{৮}}\div\frac{৮}{৯}\left(২\frac{৩}{১১}+\frac{১৩}{২২}\right)$ এর $\frac{৩}{৫} = \frac{\frac{৪৫}{৮}}{\frac{৪৫}{৭}}$ এর $\frac{\frac{৭৩}{১১}}{\frac{৭৩}{৮}}\div\frac{৮}{৯}\left(\frac{২৫}{১১}+\frac{১৩}{২২}\right)$ এর $\frac{৩}{৫}$

$= \frac{৪৫}{৮}\times\frac{৭}{৪৫}$ এর $\frac{৭৩}{১১}\times\frac{৮}{৭৩}\div\frac{৮}{৯}\left(\frac{২৫}{১১}+\frac{১৩}{২২}\right)$ এর $\frac{৩}{৫} = \frac{৭}{৮}$ এর $\frac{৮}{১১}\div\frac{৮}{৯}\times\left(\frac{৫০+১৩}{২২}\right)$ এর $\frac{৩}{৫}$

$= \frac{৭}{৮}$ এর $\frac{৮}{১১}\div\frac{৮}{৯}\times\frac{৬৩}{২২}$ এর $\frac{৩}{৫} = \frac{৭}{১১}\div\frac{৮৪}{৫৫} = \frac{৭}{১১}\times\frac{৫৫}{৮৪} = \frac{৫}{১২}$ **উত্তর: $\frac{৫}{১২}$।**

৩. সমাধান করুন: $\left(৫\frac{১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(৩\frac{১}{২}-২\frac{২}{৩}\right)\div২\frac{২}{৩}\right\}\div৫+৩\frac{১}{২}$ *[৩১ তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: $\left(৫\frac{১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(৩\frac{১}{২}-২\frac{২}{৩}\right)\div২\frac{২}{৩}\right\}\div৫+৩\frac{১}{২}$

$= \left(\frac{১১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(\frac{৭}{২}-\frac{৮}{৩}\right)\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$

$= \left(\frac{১১-৩৪}{২}\right)\times\left\{৪\left(\frac{২১-১৬}{৬}\right)\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$

$= \frac{-২৩}{২}\times\left\{\left(৪\times\frac{৫}{৬}\right)\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$

$= \frac{-২৩}{২}\times\left\{\frac{১০}{৩}\times\frac{৩}{৮}\right\}\div৫+\frac{৭}{২} = \frac{-২৩}{২}\times\frac{৫}{৪}\times\frac{১}{৫}+\frac{৭}{২} = \frac{৭}{২}-\frac{২৩}{৮} = \frac{২৮-২৩}{৮} = \frac{৫}{৮}$ **(উত্তর)**

দশমিক সংখ্যা এবং দশমিক ভগ্নাংশ

দশমিক এবং দশমিকের ভগ্নাংশ অধ্যায়ে আমরা শিখব -

- দশমিক সংখ্যা কখন এবং কিভাবে ব্যবহার করতে হয়?
- কিভাবে দশমিক সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ এবং ভাগ করা যায়?
- দশমিক সংখ্যার সাথে অন্য সংখ্যার তুলনা করতে হয় কিভাবে?
- দশমিক সংখ্যর হিসেব করার সময় কোন ধরণের ভুল হতে পারে?
- দশমিক সংখ্যা আসলে কিভাবে কাটাকাটি করতে হয়?
- দশমিকের সরল অংক কিভাবে করতে হয়?

যেহেতু অনেক পরীক্ষায় এখন ক্যালকুলেটর ব্যবহার করতে দেয়া হয় না, তাই এই অধ্যায়টি গুরুত্ব সহকারে পড়ুন।

প্রাথমিক আলোচনা:

দশমিক সংখ্যা হলো একটি পূর্ণ সংখ্যার ভগ্নাংশের মান। যেমন $\frac{৫}{২}$ বা $২\frac{১}{২}$ বা আড়াই কে দশমিক আকারে আমরা লিখতে পারি ২.৫। কারো রেজাল্ট A- হলে আমরা বুঝি সে ৩.৫ পেয়েছে। অর্থাৎ ৩.৫ অর্থ যা ৩.৫০ বা ৩.৫০০০০ সব একই ।

বিঃদ্রঃ লক্ষ্য রাখতে হবে যে কোন দশমিক সংখ্যার সাথে যদি কোন পূর্ণ সংখ্যা না থাকে, তাহলে তার মান ১ এর থেকে ছোট। তাহলে ০.৯৯৯৯৯৯৯ যত বড় সংখ্যাই হোক না কেন তার মান ১ এর থেকে ছোট

যেমন আমরা বাস্তবে দেখতে পারি যে

৯০ পয়সা কে পয়সায় প্রকাশ করতে চাইলে আমরা লিখি ৯০ পয়সা। কিন্তু যদি বলা হয় যে ৯০ পয়সা = কত টাকা? তখন লিখতে হবে ০.৯০ টাকা বা ০.৯ টাকা , এমনি ভাবে ১০ পয়সা = ০.১০ টাকা বা ০.১ টাকা। **কিন্তু ১ পয়সা = ১ টাকা হবে না** । বরং ০.০১ হবে। $\frac{১}{১০০}$ কে ভাগ করে দেখুন। তাহলে আমরা এখান থেকে দেখতে পারছি যে ০.১ ও .০১ এর মধ্যে ০.১ বড় এভাবে দশমিকের পরে, যে সংখ্যার আগে বেশি শুণ্য থাকবে সেই সংখ্যাটিই ছোট, যেমন:০.৯ > ০.০৯, অনুরুপভাবে ০.০০৯ > ০.০০০৯

দশমিক সংক্রান্ত বিভিন্ন প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ ঃ দশমিক সংখ্যার বড়-ছোট নির্ণয় করা:

কোনটি বড়?

ক. ০.৬ খ. ০.৬১৬ গ. ০.০৬৬৬ ঘ. ০.৬০৯৯ ঙ. ০.৫৬৪৯৮৫

লক্ষ্য করুণ, এখানে কোন সংখ্যা দেখতে কত বড় তা গুরুত্বপূর্ণ নয়। বরং ০.(দশমিকের) পরপরই কোন অংকটি বড় তা দেখতে হবে। এতে দেখা যাচ্ছে গ, ও ঙ তে দশমিকের পরপরই ০ ও ৫ আছে তাই এদুটো বাদ। বাকী তিনটিতেই ৬ আছে।

তাহলে এবার দেখুন ৬ এর পর কোন সংখ্যাটিতে বড় অংক আছে? দেখা যাচ্ছে (ক) তে .৬ এর পর কিছু নেই। তাহলে এখানে মনে মনে ০ ধরে নিতে হবে। (খ) তে .৬ এর পর ১ আছে তাহলে খ > ক তাই (ক) বাদ। এর পর (ঘ) তে ৬ এর পর ০ আছে তাই এটিও বাদ। তাহলে খ- ই সবথেকে বড়। সুতরাং উত্তর হবে "খ"

এখন কিছু উদাহরণ দেখে আরো ক্লিয়ার হই, (বড় > ছোট অথবা ছোট < বড়)

ক. ০.৯৯০১> ০.৯৮৯৯ খ. ০.৮৯৮৮৮> ০.৮৮৮৮৮৮৮ আবার ০.৬৫৪৮৫<০.৬৫৪৮৬ অর্থাৎ দশমিকের পরের সংখ্যাগুলোর অবস্থান আগে এক লাইনে এনে তারপর তুলনা করতে হবে। যেমন: ০.৫ এবং ০.২৫৬৪ এর মধ্যে ১ম সংখ্যাটি ০.৫ বড় কেননা , দশমিকের পর প্রথম অঙ্ক এবং ২য় টির দশমিকের পর প্রথম অঙ্কের মধ্যে (০.৫) ই বড়। সংখ্যাটি যত বড় ই হোক না কেন তা দেখে তুলনা করা যাবে না বরং দশমিকের পর পরই অঙ্কগুলো দেখে তুলনা করতে হবে। যদি একই ডিজিট থাকে তাহলে তার পরেরগুলো দেখতে হবে। যেমন: ০.৬৫৪৮ > ০.৬৪৯৯।

১. কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম ? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
ক. ০.০৬ খ. ০.৬ গ. ০.৫ ঘ. ০.০০৬ উত্তর: খ

সমাধান: অপশনগুলোর মধ্যে কোন পূর্ণ সংখ্যা নেই। আবার দশমিকের পরপরই সবথেকে বড় সংখ্যা ৬ আছে অপশন (খ) তে। তাই প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে সবথেকে বড় সংখ্যা হলো ০.৬।

[**Note:** এরকম প্রশ্নগুলোর ক্ষেত্রে অপশনে সাধারণ ভগ্নাংশ না থাকলে সবাইকে ভগ্নাংশ বানিয়ে সমাধান করার প্রয়োজন নেই]

২. কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম ? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (হিসাব-রক্ষক)-২০২১]*
ক. ০.৪ খ. ০.০৪ গ. ০.০০০০৪ ঘ. ০.০০৪ উত্তর: গ

সমাধান: দশমিকের পর সবগুলোতেই ৪ আছে। এখন ৪ এর অগে যেখানে সবথেকে বেশি শূন্য আছে সেই সংখ্যাহিট সবথেকে ছোট। অপশন গুলোর মধ্যে অপশন (গ) তে ৪ এর আগে ৪টি শূন্য থাকায় ০.০০০০৪ ই সবথেকে ছোট সংখ্যা।

৩. ১.৯৮, ৩ এর ৬০% এবং $\sqrt{৩}$ কে মানের নিম্নক্রমানুসারে সাজালে হবে- *[NBR-2015]*
ক. ১.৯৮, ৩ এর ৬০%, $\sqrt{৩}$ খ. ৩ এর ৬০%, $\sqrt{৩}$, ১.৯৮
গ. $\sqrt{৩}$, ৩ এর ৬০%, ১.৯৮ ঘ. ৩ এর ৬০%, ১.৯৮, $\sqrt{৩}$ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, ১.৯৮, এবং ৩ এর ৬০% = ১.৮ আবার $\sqrt{৩}$ =১.৭৩ দেখা যাচ্ছে সবগুলোর শুরুতে ১ আছে। এরপর দশমিকের পর বড় সংখ্যা হিসেবে ক্রমানুসারে সাজালে: ১.৯৮ > ১.৮ > ১.৭৩ সুতরাং উত্তর: ক. ১.৯৮, ৩ এর ৬০%, $\sqrt{৩}$

পদ্ধতি-০২ ঃ দশমিক সংখ্যার যোগ এবং বিয়োগ

দশমিক সংখ্যার যোগ:

০.১+০.১ = ০.২ কিন্তু ০.১+০.০১ = ০.১১ এখানে পার্থক্যটা দেখে বুঝে নিন যে দশমিকের পরে কোন সংখ্যাটি কোন ঘরে আছে তা দেখে যোগ করতে হবে। যেমন: ০.২১১ এর সাথে ০.৩২ যোগ করতে হলে প্রথম সংখ্যাটি আগে লিখে তার নিচে ২য় সংখ্যাটি লিখতে হবে। যা ঘাটতি হবে তা (০) শূন্য দিয়ে পূর্ণ করতে হবে। যেমন:

০.২১১
+০.৩২০
০.৫৩১

[**Help:** দশমিক সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ করার সময় পাশাপাশি না লিখে উপরে নিচে লিখে করুন।]

কিন্তু এই সংখ্যাটিই যদি ২য় অংশে ০.৩২ এর স্থলে ০.০৩২ থাকতো তাহলে শেষে ০ যোগ করতে হতো না। তখন উত্তরটা হতো

০.২১১
+০.০৩২
০.২৪৩

কেননা এখানে দশমিকের পর সমান সংখ্যক সংখ্যা আছে।

যোগফল নির্ণয় করুন:		
(ক) ৮+৯.০৩+.০০৩৪	(খ) ০.৩২৫+২.৩৬৮+১.২+০.২৯	(গ) ১৩.০০১+২৩.০১+০.০০৫+৮০.৬
সমাধান: ৮.০০০০	সমাধান: ০.৩২৫	সমাধান: ১৩.০০১
৯.০৩০০	২.৩৬৮	২৩.০১০
০.০০৩৪	১.২০০	০.০০৫
১৭.০৩৩৪	০.২৯০	৮০.৬০০
	৪.১৮৩	১১৬.৬১৬
এখানে দশমিকের পরে অংক সংখ্যা সমান করার জন্য অতিরিক্ত শূন্য (০) নেয়া হয়েছে।		

৪. ১.১, .০১ ও .০০১ এর সমষ্টি কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]*
ক. ০.০১১১১ খ. ১.১১১ গ. ১১.১১০১ ঘ. ১.১০১১ উত্তর: খ

সমাধান: ১.১ + .০১ + .০০১ = ১.১১১

দশমিক সংখ্যার বিয়োগ:

যোগ করার নিয়মের মতই শুধু যোগ চিহ্ন এর স্থলে বিয়োগ চিহ্ন। যেমন: ০.১২৫ - ০.১ = ০.১২৪ লিখা যাবে না। বরং০.১ এর পর ২টি ০০ বসিয়ে তারপর বিয়োগ করতে হবে। তাই উত্তরটা হবে

০.১২৫
- ০.১০০
০.০২৫

(০.১ এর পরে দুটি শূন্য বসিয়ে উপরের সংখ্যার সাথে মেলানো হয়েছে)

(লক্ষ্য রাখতে হবে কখন শূন্য যোগ করতে হবে এবং কোন সংখ্যার নিচে কোন সংখ্যা বসবে তা যেন ভুল না হয়, সবসময় বড় সংখ্যাটি উপরে লিখতে হবে)

বিয়োগফল নির্ণয় করুন		
(ক) ৯৫.০২ - ২.৮৯৫	(খ) ৩.১৫ - ১.৬৭৫৮	(গ) ৮৯৯ - ২৩.৯৮৭
সমাধান: ৯৫.০২০	সমাধান: ৩.১৫০০	সমাধান: ৮৯৯.০০০
২.৮৯৫	১.৬৭৫৮	২৩.৯৮৭
৯২.১২৫	১.৪৭৪২	৮৭৫.০১৩
এখানে দশমিকের পরে অংক সংখ্যা সমান করার জন্য অতিরিক্ত শূন্য (০) নেয়া হয়েছে।		

দশমিকের যোগ-বিয়োগের সারমর্ম :

দশমিকের যোগ অথবা বিয়োগ করার সময় অঙ্ক সংখ্যা সমান করার জন্য যতটুকু ঘাটতি পরবে তাতে অতিরিক্ত শূন্য ধরে হিসেব করতে হবে।

যেমন: ০.২৫৪৫ + ৭.২৬ এখানে ১ম সংখ্যাটিতে দশমিকের পর ৪টি অংক কিন্তু ২য় সংখ্যাটিতে দশমিকের পর ২ টি অংক আছে। তাই যোগ বা বিয়োগ করার সময় আগে ২য় সংখ্যাটির পরে দুটি অতিরিক্ত ০০ যোগ করে আগে সমান করে তারপর যোগ বা বিয়োগ করতে হবে। তাই যোগফল হবে

০.২৫৪৫
+৭.২৬০০
৭.৫১৪৫

পদ্ধতি-০৩ ঃ দশমিক সংখ্যার গুণ এবং ভাগ

দশমিক সংখ্যার গুণ :

দশমিক সংখ্যা × দশমিক সংখ্যা এর ক্ষেত্রে খুবই গুরুত্বপূর্ণ (মানসিক দক্ষতা অংশে এগুলো প্রচুর আসে)

সাধারন নিয়মে গুণ করে দুটি দশমিক সংখ্যাই দেখতে হবে কোনটির দশমিকের পরে কয়টি অংক আছে। তারপর দুটো সংখ্যার দশমিকের পরে যতগুলো অংক আছে তা যোগ করে গুণফলটির তত অংক আগে দশমিক বসাতে হবে। যেমন: ০.৫×০.৫ = ০.২৫ (এখানে দশমিকের পরে একটি করে অঙ্ক আছে তাই গুণফলে মোট দুটি অঙ্কের আগে দশমিক বসেছে।

আবার ০.১২×০.১২= ০.১৪৪ লিখলে উত্তর সঠিক হবে না। কেননা এখানে প্রথমে সংখ্যা দুটিতে দশমিকের পর মোট দুটি করে অংক আছে। তাই গুণফলটিতে ২+২ মোট ৪ টি সংখ্যার আগে দশমিক বসাতে হবে। কিন্তু গুণফলটি তে ৩ টি অংক থাকায় একটি অঙ্ক কম হচ্ছে। আর এ জন্যই দশমিকের পর একটি অতিরিক্ত ০ বসিয়ে তারপর ১৪৪ বসাতে হবে। তাই ০.১২×০.১২ = ০.০১৪৪ হবে। (প্রমাণ দেখতে চাইলে আপনার মোবাইলের ক্যালকুলেটরে গুণ করে দেখুন)

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৫. ০.০২ × ০.০১×০.০৫ = কত? *[বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭]*
ক. ০.০০০১ খ ০.০০০০১ গ. ০.০০০০০১ ঘ. ০.০০১ **উত্তর : খ**

সমাধান: ০.০২×০.০১×০.০৫ = সরাসরি, ০.০০০০১ অথবা = $\frac{২}{১০০} \times \frac{১}{১০০} \times \frac{৫}{১০০} = \frac{১০}{১০০০০০০} = ০.০০০০১$

লক্ষ্যণীয়: দশমিকের পর মোট সংখ্যা আছে ২+২+২ = ৬টি কিন্তু উত্তরে দশমিকের পর ৫টি আসার কারণ হলো প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর গুণফলের শেষে একটি শূন্য ছিল। যা দশমিক বসানোর সময় হিসেব করতে হয় কিন্তু উত্তর লেখার সময় লিখতে হয় না।]

৬. .০৩ × .০৬ × .০০৭ = ? *[৩৫তম বিসিএস (মানসিক দক্ষতা অংশ)]*
ক. ০.০০০০১২৬ খ. ০.০০০০০১২৬ গ. ০.০০০১২৬০ ঘ. ০.১২৬০০০ **উত্তর: ক**

সমাধান: দশমিক তুলে শুধু ৩×৬×৭ = ১২৬ এখন ২+২+৩ = মোট ৭ অঙ্ক আগে দশমিক বসাতে হবে গুণফল ১২৬ এ তিনটি অঙ্ক আছে তাই আরো ৪টি শুণ্য নিতে হবে .০০০০১২৬]

৭. ০.৪×০.০২×০.০৮ = ? *[৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)] +[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*
ক. ০.৬৪০০০ খ. ০.০৬৪০০ গ. ০.০০০৬৪ ঘ. ৬.৪০০০ **উত্তর: গ**

সমাধান: ০.৪×০.০২×০.০৮ = ০.০০০৬৪ (১+২+২ = ৫ ঘর আগে দশমিক বসবে শুধু সংখ্যাগুলো গুণ করে ৬৪ হওয়ায় ৬৪ এর আগে ৩টি শূন্য বসিয়ে তার আগে দশমিক বসাতে হবে।)

৮. ০.০১×০.১ = কত? *[RAKUB (Cashier)-2017]*
ক. ১ খ. ০.১ গ. ০.০০১ ঘ. ০.০১ **উত্তর: গ**

সমাধান ঃ ০.০১×০.১ = $\frac{১}{১০০} \times \frac{১}{১০} = \frac{১}{১০০০} = ০.০০১$ [ভগ্নাংশ ছাড়াও সরাসরি গুণ করেও দশমিক বসানো যায়।]

৯. ০.১×০.০০১ এর মান কোনটি? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. ০.১ খ. ০.০১ গ. ০.০০১ ঘ. ০.০০০১ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ০.১×০.০০১ = ০.০০০১

১০. ০.১ × ০.১ ×০.১ এর মান কোনটি? *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]*
ক. ১ খ. ০.০১ গ. ০.০০১ ঘ. ১০০০ **উত্তর: গ**

সমাধান: ০.১ × ০.১ ×০.১ = ০.০০১

১১. ০.১ × .০১ × .০০১ = কত? *[রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (ট্রেইনম্যান):২০২১]*
ক. ০.০৩ খ. ০.০০০০০১ গ. ০.০০০০১ ঘ. ০.০০০০৩ **উত্তর: খ**

সমাধান: ০.১ × .০১ × .০০১ = ০.০০০০০১

১২. ০.২ × ০.২ × ০.২ = কত? *[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*
ক. ০.০০৮ খ. ০.৪২ গ. ০.০০০৮ ঘ. ০.০৪২ **উত্তর: ক**

সমাধান: ০.২ × ০.২ × ০.২ = ০.০০৮

১৩. ০.৩×০.০৩×০.০০৩ = কত? *(প্রাথ: গণশিক্ষা ০১)*
ক. ০.০০০২৭ খ. ০.০০০০২৭ গ. ০.০০২৭ ঘ. ০.০২৭ **উত্তর: খ**

১৪. ০.৫×০.০০৫ = কত? *(সমবায় অধিদপ্তর ৯৭)*
ক. ০.০২৫ খ. ০.০০০২৫ গ. ০.০০২৫ ঘ. ০.২৫ **উত্তর: গ**

দশমিক সংখ্যা × পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে:

পূর্বের নিয়মের মতই শুধু এখানে পূর্ণ সংখ্যাটি ধরে হিসেব করা যাবে না। শুধুমাত্র দশমিকের পরের অংকগুলো ধরে হিসেব করতে হবে। যেমন:

২.৫ ×২= ৫.০০ বা শুধু ৫ কেননা দশমিকের পর শূণ্যের মূল্য নেই ৫.২৫৪ × ৩.৭৪ = ১৯.৬৪৯৯৬ (এখানে আগে দশমিক গুলো তুলে দিয়ে তারপর গুণ করতে হবে। তারপর যে উত্তর বের হবে তাতে দশমিক বসিয়ে দিতে হবে।

দশমিক কোথায় বসাবেন?

দশমিক বসানোর নিয়ম হলো যে সংখ্যা গুলো গুণ করবেন সে সংখ্যাগুলো দেখতে হবে। এক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যাটির হিসেব না করে অন্য সংখ্যাটির বা সংখ্যাগুলোর দশমিকের পর কয়টি অঙ্ক ছিল তা দেখে প্রাপ্ত গুণফলটির ততটি অঙ্ক পূর্বে দশমিক বসালেই হবে। যেমন: ০.৩×৩ = .৯ (দশমিকের পর মোট একটি অঙ্ক), ১.২৫ ×৫ = ৬.২৫ (দশমিকের পর মোট অঙ্ক দুটি)

১৫. ১০০ × ০.১২ = কত? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
ক. ১২ খ. ১২০ গ. ১৫ ঘ. ১.৪ **উত্তর: ক**

সমাধান: ১০০ × ০.১২ = ১২

১৬. ১০ × ১০০ × ১০০ × ০.১০ = কত? *[বিসিক(চীফ অডিটর)-২০২১]*
ক. ১,০০০ খ. ১০,০০০ গ. ১,০০,০০০ ঘ. ১০,০০,০০০ **উত্তর: খ**

সমাধান: ১০ × ১০০ × ১০০ × ০.১০ = ১০,০০০

১৭. .২ × .০১ × .০০৭ × ২ = ? *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*
ক. .০০০০১৪ খ. ২৮ গ. .০০০০২৮ ঘ. .০০০২৮ **উত্তর: গ**

সমাধান: .২ × .০১ × .০০৭ × ২ = .০০০০২৮

ভুল হতে পারে যেখানে :

১৮. ০.০৫×০.০০৮ =?
ক. ০.০০৪০ খ. ০.০০০০৪ গ. ০.০০৪ ঘ. ০.০০০৪ **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

এ ধরণের প্রশ্নের উত্তরে অনেকেই (খ) নং উত্তরটি (দশমিকের পর ৫টি অঙ্ক) ভাবতে পারেন। কিন্তু তা ভুল । যদিও .০৫ এ দশমিকের পর ২টি সংখ্যা আছে আবার .০০৮ এ দশমিকের পর ৩টি সংখ্যা আছে, তাহলে স্বাভাবিক নিয়মে গুণ করলে উত্তর আসবে .০৫×.০০৮ = ০.০০০৪০ কিন্তু উত্তর লিখার সময় শেষের শূন্যটি তুলে দিয়ে লিখতে হয়, তাই উত্তর হবে ০.০০০৪।

১৯. ০.০২ ×০.২ × ১০ এর মান কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক):২০২১]*
ক. ০.৪ খ. ৪.০ গ. ০.০৪ ঘ. ০.০০৪ **উত্তর: গ**

সমাধান: ০.০২ ×০.২ × ১০ = ০.০৪০ = ০.০৪

২০. ০.১×০.০৫×০.০২ = কত? *(মাধ্য:সহ:শি:-০৮)*
ক. ০.০০০১ খ. ০.০০০০০১ গ. ০.০০১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: ০.১×০.০৫×০.০২ = ০.০০০১

২১. ০.২৫ × ০.৪ = কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট):২০২০]+ [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহ:)-২০২১]*
ক. ১.০ খ. ০.১ গ. .০১ ঘ. .০০১ উত্তর: খ

সমাধান: ০.২৫×০.৪ = ০.১

২২. ০.০২× ৫ = ?
ক. ০.১ খ. ০.০১ গ.০.০০১ ঘ. কোনটিই নয়। উত্তর: ক

Note: যে কোন সংখ্যার সাথে শূন্য গুণ করলে গুণফল-ও শূন্য হবে

২৩. ৩ × ০ × ০.৩ = ? *[এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]*
ক. ০.৯ খ. ০.৩ গ. ০.০ ঘ. ৩.০ উত্তর: গ

সমাধান: ৩ × ০ × ০.৩ = ০.০

২৪. ৪ × ৫ × ০ × ৭ × ১ =? *[রাষ্টায়ত্ব ব্যাংক - ২০০০]*
ক. ১২০ খ. ২০ গ. .১২০ ঘ. ০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ৪ × ৫ × ০ × ৭ × ১ = ০

দশমিক সংখ্যার ভাগ:

২৫. ০.৩৫ কে ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে কত হবে ? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*
ক. $\frac{৭}{২০}$ খ. $\frac{৭}{২৫}$ গ. $\frac{৫}{২০}$ ঘ. $\frac{৫}{২৫}$ উত্তর: ক

সমাধান: $০.৩৫ = \frac{৩৫}{১০০} = \frac{৭}{২০}$ [দশমিক তোলার পর দশমিকের পর যতটি ডিজিট থাকে নিচে ১ এর পর ততগুলো শূন্য বসাতে হয়।]

কাটাকাটি করার নিয়ম:

ভগ্নাংশের মধ্যে শুধু লব বা শুধু হর যদি দশমিক সংখ্যা হয় সে ক্ষেত্রে দশমিক উঠিয়ে দিয়ে তার বিপরীতে একটি ১ নিতে হবে এবং দশমিকের পর যতটি অঙ্ক থাকবে ততটি শূন্য বসিয়ে তারপর সাধারণ নিয়মে ভাগ এবং কাটাকাটি করতে হবে। এক্ষেত্রে ১ কে হিসেবে আনা যাবে না। যেমন:

$\frac{৪ \times ৪৫.৫}{২৬} = \frac{৪ \times ৪৫\ ৫}{২৬ \times ১০}$ এবং $\frac{৬২২.১৭৫ \times ৫}{২০.৫} = \frac{৬২২\ ১৭৫ \times ৫ \times ১০}{২০\ ৫ \times ১০০০}$

শর্টকাট টেকনিক: এত শূন্য না লিখে কম লিখে দ্রুত কাটাকাটি করতে চাইলে, উপরে নিচে দশমিকের পর কতটি করে ডিজিট আছে তা হিসেব করে যে পাশে যতটি ডিজিট বেশি থাকবে তার বিপরীত পাশে ১ এর পর ততটি শূন্য নিয়ে কাটাকাটি করলেই হবে। যেমন:

২৬. ০.১ সংখ্যাটি ০.০০১ এর কত গুণ বড়? *[RAKUB-(off)- 2014]*
ক. ১ খ. ১১ গ. ১০০ ঘ. ২১ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ০.১ সংখ্যাটি ০.০০১ এর থেকে x গুণ বড়।

প্রশ্নমতে, ০.০০১ × x = ০.১ $\therefore x = \frac{০.১}{০.০০১} = \frac{১ \times ১০০০}{১ \times ১০} = ১০০$গুণ। (. দশমিক তুলে দিলে সংখ্যার পূর্বের ০ শূণ্যের মান থাকে না)

Direction: দশমিক সংখ্যার যোগ ,বিয়োগ, ভাগ করার সময় পাশাপাশি না লিখে উপরে নিচে লিখে করুন।

২৭. ০.০০৮ ÷ ০.০০২৫? *[এনএসআই(অফিস সহায়ক)-২০১৯]*
ক. ২.৫ খ. ৩.০ গ. ২.৪ ঘ. ৩.২ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\frac{০.০০৮}{০.০০২৫} = \frac{৮ \times ১০০০০}{২৫ \times ১০০০} = ৩.২$ [এত শূন্য লিখতে না চাইলে সরাসরি $\frac{৮ \times ১০}{২৫} = ৩.২$ (নিচে একটা ডিজিটে বেশি)।

২৮. ০.০০০৫ ÷ ০.০০৮ = ? *(শ্রম অধি:রেজি:-২০০০)+ [একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্প (জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]*
ক. ০.০২ খ. ০.০০২ গ. ০.০৬২৫ ঘ. ০.০০৪ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{০.০০০৫}{০.০০৮} = \frac{৫ \times ১০০০}{৮ \times ১০০০০} = \frac{৫}{৮০} = ০.০৬২৫$

২৯. ৩.১২৫ কে ০.২৫ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?
ক. ২.৫ খ. ১২.৫ গ. ৬.২৫ ঘ. ২.২৫ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{৩.১২৫}{০.২৫} = \frac{৩১২৫}{২৫ \times ১০} = ১২.৫$

৩০. ০.০৪ × ? = ০.০০০০১৬ *[পূবালী ব্যাংক লিমিটেড (সিনিয়র অফিসার)-২০১৭]*
(ক) ০.০০০৪ (খ) ০.০৪ (গ) ৪ (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: ০.০৪ × x = ০.০০০০১৬ $\therefore x = \frac{০.০০০০১৬}{০.০৪} = \frac{১৬ \times ১০০}{৪ \times ১০০০০০০} = ০.০০০৪$

৩১. ০.৭৭৭৭৭৭ ÷ ০.০১১ = ? *[স্টান্ডার্ড ব্যাংক লিমিটেড(প্রবেশনারী অফিসার)-২০০৮]*
(ক) ৭০.৭০৭ (খ) ৭৭.০৭ (গ) ০.৭০৭০৭ (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{০.৭৭৭৭৭৭}{০.০১১} = \frac{৭৭৭৭৭৭ \times ১০০০}{১১ \times ১০০০০০০} = \frac{৭৭৭.৭৭৭}{১১} = ৭০.৭০৭$

কিছু উপকারী কৌশল :

ক্যালকুলেটর ছাড়া দ্রুত অংক পারার জন্য নিচের নিয়মটি খুবই কার্যকরী

যে কোন সংখ্যাকে ১০ দিয়ে ভাগ করলে ঐ সংখ্যাটির এক অঙ্ক আগে দশমিক বসাতে হয়। যেমন: ২৫÷১০=২.৫; ২÷১০ = .২ । আবার ১০০ দ্বারা ভাগ করলে দুই অঙ্ক আগে দশমিক বসাতে হয়। অর্থাৎ যতটি শূন্য থাকবে তত ঘর আগে দশমিক বসাতে হবে। যেমন: ২২৫ ÷১০০=২.২৫, ২÷১০০ = .০২, ৫২৪১÷১০০০ = ৫.২৪১, ২÷১০০০ = ০.০০২।

আবার দশমিক যুক্ত সংখ্যাকে গুণ করার সময় এর বিপরীত নিয়ম। অর্থাৎ দশমিকের পর একটি অঙ্কযুক্ত সংখ্যাকে ১০ দ্বারা গুণ করলে ঐ দশমিকটি এক ঘর ডানে সরে যায়। যেমন: ২.২ ×১০ = ২২, ১০০ দিয়ে গুণ করলে দুই ঘর ১০০০ দিয়ে গুণ করলে তিন ঘর ডানে সরে যায়। যেমন: ৫২.৩২৫ ×১০০ = ৫২৩২.৫ এবং ২৫.৮৩০৪×১০০০ = ২৫৮৩০.৪।

এই টেকনিকটি ভালোভাবে বুঝতে পারলে দশমিকের অনেক প্রশ্নে খুব সহজে কাজে লাগানো যাবে। যেমন:

I. $\frac{১}{২০০} = \frac{১ \times ৫}{২০০ \times ৫} = \frac{৫}{১০০০} = ০.০০৫$

II. $\frac{১}{৪০০০} = \frac{১ \times ২৫}{৪০০০ \times ২৫} = \frac{২৫}{১০০০০০} = ০.০০০২৫$

III. ১৭ এর ২০% = $১৭ \times \frac{২০}{১০০} = \frac{৩৪}{১০} = ৩.৪$ [শতকরায় নিচে ১০০ বা ১০ আসলে কাটাকাটি না করে দশমিক বসানো সহজ]

অর্থাৎ যে কোন ভগ্নাংশের নিচে হর ১০, ১০০, ১০০০ বানিয়ে দ্রুত দশমিক মান বের করা যায়।

পদ্ধতি-০৪ ঃ দশমিক সংখ্যার সরল

দশমিকের সরল আসলে অর্থাৎ একই অংকে অনেকগুলো দশমিকের অঙ্ক একসাথে আসলে, উপরে আলোচিত বিষয়গুলি অনুসারেই কাজ করতে হবে। তবে এক্ষেত্রে গুলিয়ে ফেলার সম্ভাবনা থাকতে পারে। তাই কোন কাজটি আগে করবেন আর কোনটি পরে তা ই মনে রাখা আসল। আরো একটি সহজ নিয়ম হলো এই যে উপরের ও নিচের দশমিক সংখ্যার পরে সমান সংখ্যক দশমিক সংখ্যা থাকলে দু দিক থেকেই দশমিক তুলে দেয়া যায় । এক্ষেত্রে আর ১ নিয়ে তারপর শূন্য বসাতে হবে না।

৩২. ০.১ × ০.০১ + ১ এর মান কত? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]*

ক. ১.০১ খ. ১.০০১ গ. ২.০১ ঘ. .০০১ উত্তর: খ

সমাধান: ০.১ × ০.০১ + ১ = ০.০০১+১ = ১.০০১

৩৩. ৩×০.৩÷২=কত? *[প্রা:প্র:শি:-০৯]*

ক. ০.১২ খ. ০.৪২ গ. ০.৩৩ ঘ. ০.৪৫ উত্তর: ঘ

৩৪. ৩×০.৩ ÷ ০.০২ = কত? *[৮ম প্রভা: নিবন্ধন পরীক্ষা-১২]* [Hints: প্রথমে ভাগ-গুণ যা ই আগে করেন, উত্তর একই] উত্তর: ৪৫

৩৫. ০.৩×৩০÷১০ = কত? *[সমবায় অধিদপ্তর - ৯৭]* [Hints:আগে ভাগ করে পরে গুণ করুন] উত্তর: ০.৯

৩৬. ০.১ × $\frac{১}{২}$ = কত? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]*

ক. ০.১০ খ. ০.০১ গ. ০.০২ ঘ. ০.০৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: ০.১ × $\frac{১}{২}$ = ০.১×০.৫ = ০.০৫

৩৭. ২ টাকা × ৫০ টাকা ÷১০ টাকা = কত ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*

ক. ২ টাকা খ. ১টাকা গ. ১০০টাকা ঘ.অর্থবহ নহে উত্তর: ঘ

সমাধানঃ ২×৫০÷১০ = ১০০÷১০ = ১০ টাকা

৩৮. ৫০ টাকার $\frac{১}{৫}$ অংশ + ১০ টাকার ০.১ অংশ = কত টাকা? (Hints: ১০+১ = ১১) উত্তর: ১১ টাকা

৩৯. $\frac{৩}{৮}$ + ০.০৫ = কত? [Hints: $\frac{৩}{৮}$ + $\frac{৫}{১০০}$ সমাধান করুন।] উত্তর: $\frac{১৭}{৪০}$

৪০. $\frac{৩}{৫}$ +০.১+০.০৫ এর মান কত? *[উপ: পরিসংখ্যান কর্ম:-১০]* উত্তর: $\frac{৩}{৪}$

সমাধান: $\frac{৩}{৫}$+০.১+০.০৫ = $\frac{৩}{৫}$+$\frac{১}{১০}$+$\frac{৫}{১০০}$ = $\frac{৩}{৫}$+$\frac{১}{১০}$+$\frac{১}{২০}$ = $\frac{১২+২+১}{২০}$ = $\frac{১৫}{২০}$ = $\frac{৩}{৪}$

[Note: একই সাথে ভগ্নাংশ ও দশমিক মান আসলে প্রশ্নটির উত্তরের অপশন অনুযায়ী সবগুলোকেই ভগ্নাংশ অথবা সবগুলোকেই দশমিক বানিয়ে অংকটি করতে হয়]

৪১. $\frac{০.০০১}{০.১\times০.১}$ = কত ? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]+ [RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ০.০০১ খ. ০.০১ গ. ০.১ ঘ. ১.১ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{০.০০১}{০.১\times০.১}$ = $\frac{১}{১\times১\times১০}$ (নিচে দশমিকের পর ১+১ = ২টি কিন্তু উপর ৩টি সংখ্যা তাই নিচে ১০ গুণ।)

= $\frac{১}{১০}$ = ০.১ (১০ দিয়ে ভাগ করলে এক ঘর আগে দশমিক দিতে হয়।)

৪২. $\frac{০.১\times০.১}{?-০.১}$ = ১.০ হলে প্রশ্নবোধক চিহ্নের ঘরে কত বসবে? *[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল) ২০১৬]*

ক. ০.১১ খ. ০.১ গ. ০.১১ ঘ. ১.০১ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, প্রশ্নবোধক স্থানে 'ক' বসবে, তাহলে,

$\frac{০.১\times০.১}{ক-০.১}$ = ১.০ বা, $\frac{০.০১}{ক-০.১}$ = ১.০ বা, ১ (ক-০.১) = ০.০১ বা, ক-০.১ = ০.০১ বা, ক = .০১+০.১ ∴ক = .১১

Most Important: খুবই গুরুত্বপূর্ণ এবং বিভিন্ন পরীক্ষায় নিয়মিত আসে আসে, নিয়মটি পড়ুন

৪৩. $\frac{০.১\times০.০১\times০.০০১}{০.২\times০.০২\times০.০০২}$ -এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক (সহ: শিক্ষক)-২০১৯] +[সামরিক ভূমি অধিদপ্তর (জুনি শিক্ষক):২০২১]*

ক. $\frac{১}{৮}$ খ. $\frac{১}{২}$ গ. $\frac{২}{৩}$ ঘ. $\frac{৩}{৫}$ উত্তর: ক

[**Interesting Point:** দশমিকের পর উপরে নিচে অঙ্ক সংখ্যা সমান হলে শুধু দশমিক তুলে দিলেই হবে।]

সমাধান: দশমিক তুলে নেয়ার পর $\frac{১\times১\times১}{২\times২\times২}$ = $\frac{১}{৮}$]

৪৪. $\frac{০.১\times০.০৩\times০.০০৪}{০.৩\times০.০৪\times০.০০৫}$ -এর মান কত? *(প্রাথ:সহ:শি:-০৮)* [উপরে দশমিকের পর ৬টি এবং নিচে দশমিকের পরে ৬টি]

ক. $\frac{১}{৫}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{১}{৪}$ ঘ. $\frac{১}{৮}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{০.১\times০.০৩\times০.০০৪}{০.৩\times০.০৪\times০.০০৫}$ = $\frac{০.০০০০১২}{০.০০০০৬০}$ = $\frac{১}{৫}$

৪৫. $\frac{০.২\times০.৩\times০.৫}{০.১\times০.২\times০.০২}$ -এর মান কত? *(প্রাথ:সহ:শি:-১০)*

ক. ৬০ খ. ৭০ গ. ৭৫ ঘ. ৮০ উত্তর: গ

টিপস:

এ ধরনের অনেকগুলো দশমিক যুক্ত সংখ্যার ভাগ করার সময় দশমিক তুলে ০ বসাতে গেলে অনেক সময় নষ্ট হবে। তাই খুব দ্রুত এ ধরণের অংক করার জন্য প্রথমে উপরে নিচে হিসেব করে নিন। যদি উভয় পাশেই দশমিকের পরে সমান সংখ্যক সংখ্যা থাকে তাহলে সবগুলো দশমিক তুলে দিলেই হয়ে যাবে। এরপর সংখ্যাগুলোর ভাগ করুন। কিন্তু যদি উপরে ও নীচে সমান সংখ্যক দশমিক সংখ্যা না থাকে তাহলে যে পাশে দশমিকের পর যতটি অতিরিক্ত সংখ্যা থাকবে তার বিপরীত পাশে ১ বসিয়ে ততগুলো শূন্য বসিয়ে কাটাকাটি করতে হবে।

সমাধান: $\frac{০.২\times০.৩\times০.৫}{০.১\times০.২\times০.০২}$ = $\frac{২\times৩\times৫\times(১০)}{১\times২\times২}$ = ৭৫ (নিচে ৪টি ও উপরে ৩টি সংখ্যা তাই উপরে ১০ গুণ)

Direction: ক্যালকুলেটরে সংখ্যা লেখার সময় সরাসরি .১ লেখা যায় না বরং ০.১ লিখতে হয়। অর্থাৎ দশমিক সংখ্যার পূর্বে একটি অতিরিক্ত শুণ্য। কিন্তু অংক করার সময় এই শুণ্য অঙ্কের উত্তরে কোন প্রভাবে ফেলে না। কিন্তু আপনার মনের উপর প্রভাব ফেলতে পারে, তাই অংক করার সময় . দশমিকের পূর্বের এই অতিরিক্ত শূন্যটি না লিখে / বাদ দিয়ে অংক করুন। তাহলে সঠিক উত্তর আনতে সমস্যা হবে না। উত্তর লিখার সময় শুণ্যটি লিখে দিতে পারেন।

৪৬. ০.২×০.১ = ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]*

ক. ০.২ খ. ০.০২ গ. ২ ঘ. $\frac{১}{২}$ উত্তর: খ

সমাধান: $০.২\times০.১ = \frac{২}{১০}\times\frac{১}{১০} = \frac{২}{১০০} = ০.০২$

৪৭. $\frac{০.৪\times০.০৫\times০.০২}{০.০১} = ?$ *[শিক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে কারিগরি শিক্ষা অধি: (জুনি: ইন্সট্রাক্টর) - ২০১৮]*

ক. ০.০০৪ খ. ০.০৪ গ. কোনোটিই নয় ঘ. ০.৪ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{০.৪\times০.০৫\times০.০২}{০.০১} = \frac{৪\times৫\times২\times১০০}{১০\times১০০\times১০০\times১} = ০.০৪$

নিজে করুন:

৪৮. $\frac{০.২\times০.০২\times০.০০২}{০.১\times০.০৪}$ -এর মান কত? *(প্রধান শিক্ষক নিয়োগ-০৯)*

ক. ০.০২ খ. ০.০০২ গ. ০.০৩ ঘ. ০.০০৪ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{০.২\times০.০২\times০.০০২}{০.১\times০.০৪} = \frac{০.০০০০০৮}{০.০০৪} = ০.০০২$

৪৯. $\frac{০.১\times০.০২\times০.০০২}{০.০১\times০.০৪}$ -এর মান কত? *(প্রাথ:সহ:শি:-১২)*

ক. ০.০১ খ. ০.০০১ গ. ০.০৩ ঘ. ০.০০৪ উত্তর: ক

৫০. $\frac{০.১\times০.০১\times০.০০৪}{০.০২\times০.০০২}$ -এর মান কত? *(প্রাথ:সহ:শি:-১২)*

ক. ০.০২ খ. ০.০০২ গ. ০.১ ঘ. ০.০০৬ উত্তর: গ

৫১. $\frac{০.১\times০.২\times০.০০৩}{০.০১\times০.০২\times০.০৩}$ -এর মান কত? *(প্রাথ:সহ:শি:-১২)*

ক. ১০ খ. ০.০০২ গ. ১৫ ঘ. ০.০০৪ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{০.১\times০.২\times০.০০৩}{০.০১\times০.০২\times০.০৩} = \frac{০.০০০০৬}{০.০০০০০৬} = ১০$।

৫২. $\frac{০.১\times০.০৩\times০.০০৪}{০.০১\times০.০৬}$ -এর মান কত? *[প্রাথ:সহ:শি:-০৯]*

ক. ০.০২ খ. ০.০০২ গ. ০.০৩ ঘ. ০.০০৪ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{০.১\times০.০৩\times০.০০৪}{০.০১\times০.০৬} = \frac{০.০০০০১২}{০.০০০৬} = ০.০২$।

৫৩. $\frac{০.১\times০.০১\times০.০০১}{০.২০\times০.০২}$ -এর মান কত? *[প্রাথ:সহ:শি:-১০]*

ক. ০.০০০২৫ খ. ০.০০২ গ. ০.০৩ ঘ. ০.০০৪ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{০.১\times০.০১\times০.০০১}{০.২০\times০.০২} = \frac{০.০০০০০১}{০.০০৪} = ০.০০০২৫$

৫৪. $\frac{০.১\times১১\times১.২}{০.০১\times০.০২}$ -এর মান কত? *[প্রাথ:সহ:শি:-১০]*

ক. ৬৬০ খ. ৫৫০ গ. ৩৬০ ঘ. ৪৬০ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে দশমিক তোলার পর সংখ্যাগুলো থাকবে $\frac{১\times১১\times১২\times১০}{১\times২}$ নিচে দশমিকের পর একটি সংখ্যা বেশি আছে তাই উপরে ১০ গুণ করা হয়েছে। এখন কাটাকাটি করে - উত্তর:- ৬৬০।

লিখিত প্রশ্ন

১. পুকুরে একটি খুঁটি আছে, যার ০.২০ অংশ মাটিতে, ০.৫০ অংশ পানিতে এবং ৬ ফুট পানির উপরে আছে। খুঁটিটির দৈর্ঘ্য কত? *[বাংলাদেশ ব্যাংক সহকারি পরিচালক-২০১০]*

ক. ৪০ ফুট খ. ৩৫ ফুট গ. ৩০ ফুট ঘ. ২০ ফুট উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, খুঁটিটির দৈর্ঘ্য = x

প্রশ্নমতে, $x-(০.২০+০.৫০)x = ৬ \Rightarrow x-০.৭০x = ৬ \Rightarrow ০.৩০x = ৬ \therefore x = \frac{৬}{০.৩০} = ২০$

সুতরাং খুটিটির দৈর্ঘ্য = ২০ ফুট।

নিজে করুন:

২. একটি বাঁশের ০.১৫ অংশ কাঁদায় ও ০.৬৫ অংশ পানিতে আছে। যদি পানির উপরে বাঁশটির দৈর্ঘ্য ৪ মিটার হয়, তাহলে সম্পূর্ণ বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত? *(ষষ্ঠ শ্রেণী অ:২.৬) + [ডেসকো-(সহ:অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩০ ঘ. ৩৫ উত্তর: ক

সমাধান: ভগ্নাংশের অধ্যায়ের মতই এখানে প্রথম দু অংশ যোগ করে ১ অংশ থেকে বিয়োগ করলে যা থাকবে তার মান ৪ মিটার।
যেমন: কাঁদায় ও পানিতে আছে = ০.১৫+০.৬৫ = ০.৮ সুতরাং উপরে আছে ১-০.৮ = ০.২।

এখন এই ০ .২ এর মান ৪ তাই লিখা যায় ০.২ = ৪ ∴ ১ অংশ = $\frac{৪}{.২} = \frac{৪\times১০}{২} = ২০$ মিটার। উত্তর: ২০ মিটার।

৩. আজিজ সাহেব মাসে যত টাকা আয় করেন তার ০.১৫ শতাংশ আয়কর দেন। বাকি টাকার .৮ অংশ সংসারের কাজে খরচ করে অবশিষ্ট টাকা সঞ্চয় করেন। যদি তিনি মাসে ৮৫০ টাকা সঞ্চয় করেন, তাহলে তার বার্ষিক আয় কত? *(ষষ্ঠ শ্রেণী-অ:২.৬)*

ক. ৫০০০০টাকা খ. ৬৫০০০টাকা গ. ৫৫০০টাকা ঘ. ৬০০০০টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: আয়কর দেন =.১৫ টাকা। আয়কর দেয়ার পর অবশিষ্ট = ১-০.১৫ = ০.৮৫
সংসারের কাজে খরচ করেন = ৮৫ এর .৮ = .৬৮ অংশ।
আয়কর ও সংসারে খরচ করার পর অবশিষ্ট থাকে ১-(.১৫+.৬৮) = ১-.৮৩ = .১৭অংশ।

প্রশ্নমতে, .১৭ অংশ = ৮৫০ টাকা। সুতরাং ১ অংশ বা সর্ম্পূর্ণ আয় = $\frac{৮৫০}{০.১৭} = \frac{৮৫০\times১০০}{১৭} = ৫০০০$ টাকা।
মাসিক আয় ৫০০০ টাকা হলে বাৎসরিক আয় ৫০০০×১২ = ৬০০০০ টাকা।

৪. আব্দুল আজিজ তার সম্পত্তির ০.১২৫ অংশ স্ত্রীকে দান করলেন। বাকি সম্পত্তির ০.৪৫ অংশ পুত্রকে ও ০.২৫ অংশ মেয়েকে দেওয়ার পরও তিনি দেখলেন যে তার অবশিষ্ট সম্পত্তির মূল্য ৩১৫০ টাকা। আব্দুল আজিজের সম্পত্তির মোট মূল্য কত? *(ষষ্ঠ শ্রেণী অ:২.৬)*

ক. ১৪০০০টাকা খ. ১৩০০০টাকা গ. ১২৫০০টাকা ঘ. ১২০০০টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান:
প্রথমে স্ত্রীকে দেন = .১২৫ স্ত্রীকে দেয়ার পর অবশিষ্ট = ১-.১২৫ = .৮৭৫
পুত্র এবং মেয়েকে দেন অবশিষ্ট সম্পত্তির অর্থাৎ .৮৭৫ এর (.৪৫+.২৫) =.৮৭৫ এর .৭ = .৬১২৫ অংশ।
তার নিকট অবশিষ্ট আছে .৮৭৫-.৬১২৫ = .২৬২৫

প্রশ্নমতে, .২৬২৫ = ৩১৫০টাকা সুতরাং সম্পূর্ণ সম্পত্তি বা ১ অংশ = $\frac{৩১৫০}{.২৬২৫} = \frac{৩১৫০\times১০০০০}{২৬২৫} = ১২০০০$ টাকা।

নিজে করুন:

৫. একজন শিক্ষক ৬০.৬০ টাকা ডজন দরে ৭২২.১৫ টাকার কমলা কিনে ১৩ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দেন তাহলে প্রত্যেক শিক্ষার্থী কয়টি করে কমলা পাবে? *[ষষ্ঠ শ্রেণীর অনু: ১.৬]* উত্তর: ১১ টি।

Model Test

সময়: ১০মিনিট

পূর্ণমান: ১০

১. কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম ?
ক. ০.০৬ খ. ০.৬ গ. ০.৫ ঘ. ০.০০৬

২. সবচেয়ে বড় কোনটি?
ক. ০.০০৯৯ খ. ০.১০০ গ. $\frac{৯}{১০০}$ ঘ. $\frac{৯}{১০০০}$

৩. ১০০ × ০.১২ = কত? *(ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, ০৪)*
ক. ১২ খ. ১২০ গ. ১৫ ঘ. ১.৪

৪. ১৮০০ × ০.০১ =? *[ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, আরডিএস- ২০১৩]*
ক. ১৮ খ.১.০ গ. ০.১ ঘ. ১৫

৫. ৩ × ০ × ০.৩ =? *[ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, আরডিএস- ২০১৩]*
ক. ০.৯ খ. ০.৩ গ. ০ ঘ. ৩.০

৬. ০.২×০.০০২×০.২৫ = কত?
ক. ০.০০০৪ খ. ০.০০১ গ. ০.০১ ঘ. ০.০০০১

৭. ০.২১৩ ÷ ০.০০২১৩ =? *[Probasy Kalyan SEO (Cash) -14]*
ক. ৯০ খ. ১১০ গ. ১০০ ঘ. কোনটিই নয়

৮. $\frac{০.১\times০.২\times০.০০০৩}{০.০১\times০.০২\times০.০৩}$ -এর মান কত?
ক. ১০ খ. ৩০ গ. ১০০ ঘ. ০.০১০

৯. $\frac{২}{৩}\div\frac{৪}{৫}$ এর $\frac{২০}{২১}$ = কত? *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক ২০১০]*
ক. $\frac{১}{৩}$ খ. $\frac{৮}{২১}$ গ. $\frac{৭}{৮}$ ঘ. $\frac{২}{৩}$

১০. ০.১×০.০৫×০.০০২ = কত?
ক. ০.০০০০১ খ. ০.০০২ গ. ০.০৩ ঘ. ০.০০৪

উত্তরমালা

১.	খ	২.	খ	৩.	ক	৪.	ক	৫.	গ
৬.	ঘ	৭.	গ	৮.	গ	৯.	গ	১০.	ক

বর্গ ও বর্গমূল

বর্গ ও বর্গমূল:

কোন সংখ্যাকে ঐ সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে যা আসে তাকেই ঐ সংখ্যার বর্গ বলে। যেমন: ৯ × ৯ = ৮১ এখানে ৮১ হলো ৯ এর বর্গ। সুতরাং আমরা বলতে পারি, যে কোন সংখ্যারই বর্গ আছে কারণ বর্গ = সংখ্যা^{২}।

আবার ৮১ এর বর্গমূল হলো ৯ অর্থাৎ যদি ৮১ এর উপর রুট ($\sqrt{}$)দেওয়া হয় তাহলে তার উত্তর হবে ৯। সুতরাং ৯ এর বর্গ হলো ৮১ কিন্তু ৯ এর বর্গমূল হলো ৩। সব সংখ্যারই বর্গমূল আছে, কিন্তু সব সংখ্যারই বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় নেই। যেমন ৪ এর বর্গমূল ২ কিন্তু ৩ এর বর্গমূল ১.৭৩২ ।

পাটিগণিত + বীজগণিত + জ্যামিতি + ত্রিকোণমিতি + পরিমিতি ও মানসিক দক্ষতা সহ সকল অধ্যায়ে দ্রুত বর্গ ও বর্গমূল বের করতে পারলে খুব কম সময়ে অনেক অঙ্কের সমাধান দিতে পারবেন। তাই যে সংখ্যা গুলোর বর্গ ও বর্গমূল প্রচুর ব্যবহার হয়ে থাকে সেরকম কিছু সংখ্যা মুখস্থ করে রাখুন (মুখস্থ অধ্যায়ে বর্গ সংখ্যা দেয়া আছে)

কিছু গুরুত্বপূর্ণ তথ্য:

১.	পূর্ণ বর্গ সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ০, ১, ৪, ৫, ৬ ও ৯ হবে। যেমন: ৯, ৮১, ১৪৪, ১০০ পূর্ণ বর্গ সংখ্যা।
২.	পূর্ণবর্গ সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ২, ৩, ৭ ও ৮ হবে না। ১২, ২৩, ৪৭, ৮৮ এগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।
৩.	যেসব সংখ্যার ডানে বিজোড় সংখ্যক শূন্য থাকে সেগুলো বর্গসংখ্যা নয়। যেমন: ১০, ১০০০, ১০০০০০
৪.	একটি শূন্য যুক্ত সংখ্যার উপর বর্গ দিলে তা দ্বিগুণ হয়ে যায়, তেমনি দুটি শূন্য যুক্ত সংখ্যার বর্গমূল বের করলে তা একটি হয়ে যায়। যেমন: ১০০ এর বর্গ ১০০০০ আবার ১০০০০ এর বর্গমূল ১০০।
৫.	বিজোড় সংখ্যার বর্গকে ৮ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ ভাগশেষ থাকবে। যেমন, ৯, ২৫, ৪৯, ৮১, ১২১

পূর্ণ সংখ্যার বর্গমূল:

পূর্ণ সংখ্যার বর্গমূল বের করার ভাগ পদ্ধতির নিয়মটি এখানে ব্যাখ্যাসহ দেখানো হলো:

ধাপে ধাপে নিচের কাজগুলো করুন।

- ৪২২৫ সংখ্যাটি লিখুন।
- ডানদিক থেকে দুইটি অঙ্ক নিয়ে জোড়া তৈরি করুন।
- প্রত্যেক জোড়ার উপর রেখা চিহ্ন দিন।
- ভাগের সময় যেমন বামপাশে একটি খাড়া দাগ দেওয়া হয়, ডানপাশে তদ্রুপ একটি খাড়া দাগ দিন।
- প্রথম জোড়াটি ৪২। এর পূর্ববর্তী বর্গসংখ্যা ৩৬, যার বর্গমূল $\sqrt{৩৬}$ বা, ৬ খাড়া দাগের ডানপাশে ৬ লিখুন। এখন ৪২ এর ঠিক নিচে ৩৬ লিখুন।
- বিয়োগফল ৬ এর ডানে পরবর্তী জোড়া ২৫ বসান। ৬২৫ এর বামদিকে খাড়াদাগ (ভাগের চিহ্ন) দিন।
- ভাগফলের ঘরের সংখ্যা ৬ এর দ্বিগুণ ৬×২ = ১২ খাড়া দাগের বামপাশে বসান। ১২ এবং খাড়া দাগের মধ্যে একটি অঙ্ক বসানোর মত স্থান রাখুন।
- এখন একটি এক অঙ্কের সংখ্যা খুঁজে বের করুন যাকে ১২ এর ডানপাশে বসিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যাকে ঐ সংখ্যাটি দ্বারা গুণ করে ৬২৫ এর সমান বা অনূর্ধ্ব ৬২৫ পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে ১২ এর পর ৫ বসালে সঠিক হবে। (লক্ষণীয় ১২৫ × ৫ = ৬২৫)
- এই সংখ্যাটি (এখানে ৫) কে ভাগফল (৬) এর ডানপাশে বসাতে হবে তাহলে ভাগফলের স্থানে পাওয়া গেল ৬৫।

সুতরাং = $\sqrt{৪২২৫}$ = ৬৫

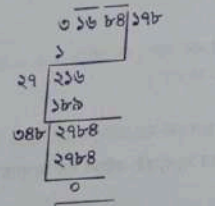
৪২২৫ এর বর্গমূল নির্ণয়:

৪২২৫	৬৫
৩৬	
১২৫	৬২৫
	৬২৫
	০

প্রদত্ত সংখ্যা গুলোর বর্গমূল বের করুন: ক. ৬৭২৪ খ.৩২৪ গ.১৩২২৫ [নিজে চেষ্টা করুন]

১. ভাগের সাহায্যে ৩১৬৮৪ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী - (অনু:১.১) এর উদা:৩]*

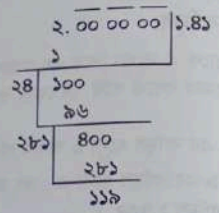
সমাধান:



∴ ৩১৬৮৪ এর বর্গমূল = $\sqrt{৩১৬৮৪}$ = ১৭৮
সুতরাং নির্ণেয় বর্গমূল ১৭৮।

২. ২ এর বর্গমূল নির্ণয় করুন।(এভাবে এক ডিজিটের সব সংখ্যা)

সমাধান:



∴ নির্ণেয় বর্গমূল = ১.৪১ (২দশমিক স্থান পর্যন্ত)

দশমিক সংখ্যার বর্গমূল:

পূর্ণসংখ্যা বা অখণ্ড সংখ্যার বর্গমূল ভাগের সাহায্যে যেভাবে নির্ণয় করা হয়েছে, দশমিক ভগ্নাংশের বর্গমূলও সেই নিয়মেই নির্ণয় করা হয়। দশমিক ভগ্নাংশের দুইটি অংশ থাকে। দশমিক বিন্দুর বামদিকের অংশকে অখণ্ড বা পূর্ণ অংশ এবং দশমিক বিন্দুর ডানপাশের অংশকে দশমিক অংশ বলা হয়।

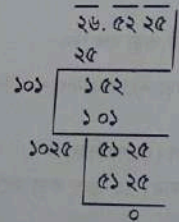
দশমিক সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় করার নিয়ম :

- অখণ্ড অংশে একক থেকে ক্রমান্বয়ে বামদিকে প্রতি দুই অঙ্কের উপর দাগ দিতে হয়।
- দশমিক অংশে দশমিক বিন্দুর ডানপাশের অঙ্ক থেকে শুরু করে ডানদিকে ক্রমান্বয়ে জোড়ায় জোড়ায় দাগ দিতে হয়। এরূপে যদি দেখা যায় সর্বশেষে মাত্র একটি অঙ্ক বাকি আছে, তবে তারপরে একটি শূন্য বসিয়ে দুই অঙ্কের উপর দাগ দিতে হয়।
- সাধারণ নিয়মে বর্গমূল নির্ণয়ের প্রক্রিয়ায় অখণ্ড অংশের কাজ শেষ করে দশমিক বিন্দুর পরের প্রথম দুইটি অঙ্ক নামানোর আগেই বর্গমূলে দশমিক বিন্দু দিতে হয়।
- দশমিক বিন্দুর এক জোড়া শূন্যের জন্য বর্গমূলে দশমিক বিন্দুর পর একটি শূন্য দিতে হয়।

৩. ২৬.৫২২৫ এর বর্গমূল নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী- (অনু:১.২) এর উদা:১]*

ক. ৫.০৫ খ. ৫.১৫ গ. ৬.১৫ ঘ. ৬.০৫ উত্তর: খ

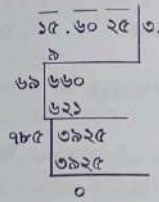
সমাধান:



নির্ণেয় বর্গমূল = ৫.১৫

৪. $\sqrt{১৫.৬০২৫}$ = ? *[৩৬তম বিসিএস]*

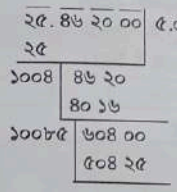
ক. ৩.৮৫ খ. ৩.৭৫ গ. ৩.৯৫ ঘ. ৩.৬৫ উত্তর: গ

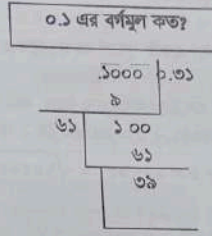


ব্যাখ্যা: প্রথমে বর্গমূল বের করার নিয়মে লিখা হয়েছে। তারপর ১৫ এর থেকে ছোট বর্গ সংখ্যা ৯ এর বর্গমূল ৩ ধরে ১৫ এর নিচে ৯ লিখা হয়েছে।
১৫এর পর দশমিক আছে তাই ৩ এর পর দশমিক বসিয়ে নিচে ৬ এর সাথে ৬০ লিখা হয়েছে। এবং বামে ৩ এর দ্বিগুণ ৬ লিখে তার পাশে ৯ লিখা হয়েছে যা উপরেও লিখা হয়েছে। এবং শেষে ৩৯ এর দ্বিগুণ ৭৮নিয়ে তার পাশে ৫ দিয়ে গুণ করে বর্গমূল ৩.৯৫ বের করা হয়েছে।

আরেকটি দেখুন:

৫. ২৫.৪৬২০০ -এর বর্গমূল দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বের করুন:





অতএব, নির্ণেয় বর্গমূল = ৫.০৫ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত)

কিছু পূর্ণ বর্গ সংখ্যা ও তার বর্গমূল মনে রাখুন

পূর্ণবর্গ সংখ্যা	বর্গমূল	পূর্ণবর্গ সংখ্যা	বর্গমূল	পূর্ণবর্গ সংখ্যা	বর্গমূল	পূর্ণবর্গ সংখ্যা	বর্গমূল
১২১	১১	২৮৯	১৭	৫২৯	২৩	১৬৮১	৪১
১৪৪	১২	৩২৪	১৮	৫৭৬	২৪	২০২৫	৪৫
১৬৯	১৩	৩৬১	১৯	৬২৫	২৫	২৬০১	৫১
১৯৬	১৪	৪০০	২০	৯০০	৩০	৩৭২১	৬১
২২৫	১৫	৪৪১	২১	৯৬১	৩১	৬৫৬১	৮১
২৫৬	১৬	৪৮৪	২২	১০২৪	৩২	২০৭৩৬	১৪৪

অপশন ধরে দ্রুত বর্গমূল বের করার শর্টকাট উপায় :

- কোন বর্গ সংখ্যার শেষে ৫ থাকলে তার বর্গমূলের সংখ্যাটির শেষেও ৫ থাকবে।
- কোন বর্গ সংখ্যার শেষে ৬ থাকলে তার বর্গমূলের সংখ্যাটির শেষে ৪ অথবা ৬ থাকবে।
- কোন বর্গ সংখ্যার শেষে ১ থাকলে তার বর্গমূলের সংখ্যাটির শেষে ১ অথবা ৯ থাকবে।
- কোন বর্গ সংখ্যার শেষে ৪ থাকলে তার বর্গমূলের সংখ্যাটির শেষে ২ থাকবে।
- কোন বর্গ সংখ্যার শেষে শূন্য থাকলে তার বর্গমূলের সংখ্যাটির শেষে ও ০ থাকবে।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

৬. ৯৯৯ সংখ্যাটির বর্গ নির্ণয় করুন? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের (সহ-পরিচালক)-২০০৭]*

ক. ৯৯৯৮০১ খ. ৯৯০০০১ গ. ৯৯৮০০১ ঘ. ৯৮৮০০১ উত্তর: গ

সমাধান: ৯৯৯ = $(১০০০-১)^২ = (১০০০)^২ - ২\times১০০০\times১ + ১^২ = ১০০০০০০-২০০০+১ = ৯৯৮০০১$।

৭. $(৪+৫+৩)^২$ = ? *[বাংলাদেশ সিকিউরিটিজ অ্যান্ড এক্সচেঞ্জ কমিশনের (অফিস সহায়ক)-২০২১+নির্বাচন কমিশন সচিবালয়-২০১৯]*

ক. ১২০ খ. ১৪৪ গ. ১৫৩ ঘ. ১৬৯ উত্তর: খ

সমাধান: $(৪+৫+৩)^২ = (১২)^২ = ১৪৪$।

৮. ২১৫, ২১৯, ৩২৫, ৬২৫ সংখ্যাগুলির মধ্যে পূর্ণবর্গ কোনটি [ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর-২০১৬]

ক. ২১৫ খ. ২১৯ গ. ৩২৫ ঘ. ৬২৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: ২১৫ = ৫×৪৩; ২১৯ = ৩×৭৩; ৩২৫ = ৫ × ৬৫ = ৫×৫×১৩

এবং ৬২৫ = ৫×৫×৫×৫ = ২৫×২৫ = $(২৫)^২$। সুতরাং পূর্ণ বর্গ সংখ্যা শুধু অপশন ঘ. ৬২৫

৯. ১০২৪ এর বর্গমূল কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০১৯]

ক. ২২ খ. ৫২ গ. ৪২ ঘ. ৩২ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\sqrt{১০২৪}$ = ৩২

[Hints শেষে ৬ আছে তাই উত্তর ৮৬]

১০. ৭৩৯৬ এর বর্গমূল কত?

ক. ৮২ খ. ৭৫ গ. ৮০ ঘ. ৮৬ উত্তর: ঘ

১১. নিচের কোন সংখ্যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হতে ১ কম? [জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৫]

ক. ৪৪৯৪১ খ. ৯৮৫৯৪ গ. ১৬৮৯৯ ঘ. ৭৫৪৩২ উত্তর: গ

সমাধান: অপশনে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাথে যার সাথে ১ যোগ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে তা ই উত্তর।

এখানে, ক) ৪৪৯৪১ + ১ = ৪৪৯৪২ যে ২ থাকায় পূর্ণ বর্গ নয়

(খ) ৯৮৫৯৪ + ১ = ৯৮৫৯৫ = $\sqrt{৯৮৫৯৫}$ = ৩১৩.৯ এই সংখ্যাটিও পূর্ণবর্গ নয়

(গ) ১৬৮৯৯ + ১ = ১৬৯০০ = $\sqrt{১৬৯০০}$ = ১৩০ (পূর্ণবর্গ সংখ্যা)

এবং (ঘ) ৭৫৪৩২ + ১ = ৭৫৪৩৩ শেষে ৩ থাকায় পূর্ণ বর্গ নয়। সুতরাং সঠিক উত্তর (গ)

আবার ঘুরিয়ে আসলেও উপরের নিয়ম গুলোই প্রয়োগ করবেন। যেমন:

১২. ১৪৪ এর বর্গ কত? [Hints: শেষে ৪ থাকলে বর্গের শেষে ৬ হবে]

ক. ২০৭৫৪ খ. ২০৭৩৬ গ. ২৫৭৫০ ঘ. ২০৭২২ উত্তর: খ

কখনো একাধিক অপশনের মধ্যে সন্দেহ হলে যে অপশন গুলো বাদ দেয়া যাবে তা বাদ দিয়ে অন্য গুলো থেকে উত্তর বের করতে হবে। যেমন:

১৩. একটি ছাত্রাবাসে কিছু ছাত্র থাকে। যতজন ছাত্র তত টাকা করে চাঁদা দেয়াতে যদি মোট ৫৭৬ টাকা উঠে তাহলে ঐ ছাত্রাবাসে মোট কতজন ছাত্র থাকে?

ক. ২৪ খ. ৩৫ গ. ২৮ ঘ. ২৬ উত্তর: ক

সমাধান:

প্রথমেই প্রশ্নের ৫৭৬ দেখে বুঝে নিতে হবে বর্গমূলের সংখ্যাটির শেষ ৪ অথবা ৬ হবে। তাহলে খ এবং গ অপশনটি খুব সহজেই বাদ দেয়া যায়। এখন ক ও ঘ এর মধ্যে হিসেব করে (দুবার গুণ) বের করুন। উত্তর: ২৪ জন।

গুরুত্বপূর্ণ টেকনিক: (এই নিয়মটা অসমতা/সংখ্যা/ভগ্নাংশ/মানসিক দক্ষতায় ছোট বড় নির্ণয়ে কাজে লাগবে)

পূর্ণ সংখ্যার হিসেবের ক্ষেত্রে	দশমিক সংখ্যার হিসেবের ক্ষেত্রে
পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে গুণ বা বর্গ বের করলে গুণফল বা বর্গ বৃদ্ধি পায়। যেমন: ৩ × ২ = ৬ এবং $৩^২ = ৬$	কিন্তু দশমিক সংখ্যার গুণফল বা বর্গ করলে গুণফল বা বর্গ ছোট হয়ে যায় = যেমন: .৩×.২= .০৬, $(০.৩)^২ = ০.০৯$
আবার পূর্ণ সংখ্যার ভাগ বা বর্গমূল বা ঘনমূল বের করলে তা বড় না হয়ে ছোট হয়ে যায়। যেমন: $\frac{৬}{২} = ৩$, $\sqrt{৪} = ২$ এবং $\sqrt[৩]{৮} = ২$	কিন্তু দশমিক সংখ্যার ভাগ, বর্গমূল বা ঘনমূল বের করলে তা ছোট না হয়ে বড় হয়ে যায়। যেমন: $\frac{০.৬}{০.৩} = ২$, $\sqrt{০.০৪} = ০.২$, $\sqrt[৩]{০.২৭} = ০.৩$

১৪. কোনটি বৃহত্তম সংখ্যা? [বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়(সহকারী পরিচালক)-১৯৯৫]

ক. ০.৯ খ. ০.০৯০ গ. ০.৯ ঘ. $\sqrt[৩]{০.৯}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে, $\sqrt[৩]{০.৯০}$ = ০.৯৭

১৫. If x = 0.99, which of the following is (are) less than x? [Exim Bank-04]

I. $\sqrt{x}$ II. x^2 III. 1/x

a. I only b. II only c. III only d. II & III only Ans:b

সমাধান: এখানে x = 0.99 দশমিক সংখ্যা হওয়ায় এর বর্গমূল করলে তা ছোট না হয়ে বড় হবে। কিন্তু বর্গ করলে তা বড় না হয়ে ছোট হয়ে যাবে। সুতরাং II. x^2 = Less than x. এজন্য উত্তর b. II only

ঘন ও ঘনমূল (Cube & Cube root):

একটি সংখ্যাকে ঐ সংখ্যা দ্বারা পর পর দুবার গুণ করলে ঐ সংখ্যা ঘন হয় যেমন: ৩×৩×৩ = ২৭। আবার বিপরীত দিক থেকে কোন সংখ্যাকে একটি সংখ্যা দ্বারা পর পর ২বার ভাগ করার পর ভাগফল আবার ঐ সংখ্যাটিই আসলে ভাগফলটি বড় সংখ্যাটির ঘনমূল বলে। যেমন: ৬৪ এর ঘনমূল বের করার জন্য ৬৪÷৪ = ১৬ আবার ১৬÷৪ = ৪ । একবারে লেখা যায় = $\sqrt[৩]{৬৪}$ = ৪।

গুরুত্বপূর্ণ কিছু সংখ্যার ঘনমূল মনে রাখুন

সংখ্যা	ঘনমূল	সংখ্যা	ঘনমূল	সংখ্যা	ঘনমূল	সংখ্যা	ঘনমূল
২৭	৩	১২৫	৫	৩৪৩	৭	৭২৯	৯
৬৪	৪	২১৬	৬	৫১২	৮	১০০০	১০

বর্গ ও বর্গমূলের সংক্রান্ত বিভিন্ন প্রশ্ন

১৬. ১০০ এর বর্গ কত? [Hints: ০ এর উপর স্কয়ার দিলে একটি শূন্য দুটি হয়ে যায়।] উত্তর: ১০০০০

১৭. ০.৩ এর বর্গ কত? [Hints: $(০.৩)^২$ = ০.৩×০.৩ = ০.০৯ এখানে ০.৯ লিখলে ভুল হবে] উত্তর: ০.০৯

১৮. $(০.০০৩)^২$=কত? [Hints: ০.০০৩×০.০০৩] উত্তর: ০.০০০০০৯

১৯. $(০.০০৫)^২$=কত? উত্তর: ০.০০০০২৫

২০. $\sqrt{১৬৯}$ = ? = [৩৪ তম বিসিএস] উত্তর: ১৩

২১. $\sqrt{২৮৯}$ এর বর্গমূল কত? [১০ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০১৪]

ক. মূলদ খ. অমূলদ গ. স্বাভাবিক সংখ্যা ঘ. পূর্ণ সংখ্যা উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{২৮৯}$ এর বর্গমূল হচ্ছে ১৭ যা একটি স্বাভাবিক সংখ্যা। যে কোন পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল সবসময় মূলদ সংখ্যা হয়। তবে যে কোন মৌলিক সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা হয়।

২২. ০.১ এর বর্গমূল কত ? [বাতিলকৃত ২৪ তম বিসিএস) +[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরোর (অফিস সহায়ক) - ২০২১]

ক. ০.০১ খ. ০.০০১ গ. ০.১০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: ০.১ এর বর্গমূল = $\sqrt{০.১}$ = ০.৩১৬২৩ যা অপশনে দেয়া নেই তাই সঠিক উত্তর কোনটিই নয়।

২৩. ০.০০০১ এর বর্গমূল কত? [মাধ্যমিক সহ: শিক্ষক -২০০০] উত্তর: ০.০১

২৪. $(০.০১)^২$ এর মান কোন ভগ্নাংশটির সমান? [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]

ক. $\frac{১}{১০}$ খ. $\frac{১}{১০০}$ গ. $\frac{১}{১০০০}$ ঘ. $\frac{১}{১০০০০}$ উত্তর: ঘ

২৫. $\left(৩\sqrt{৩}\right)^৩$ = কত? [BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]

ক. $২৭\sqrt{৩}$ খ. $৮১\sqrt{৩}$ গ. ৮১ ঘ. $৯\sqrt{৩}$ উত্তর: খ

সমাধান: $\left(৩\sqrt{৩}\right)^৩ = ৩^৩\left(\sqrt{৩}\right)^৩ = ২৭ \times ৩\sqrt{৩} = ৮১\sqrt{৩}$

উত্তর: ০.৩

২৬. $\sqrt{.০৯}$ = ? *[বেবিচক (নিরাপত্তা কর্মকার্তা)-২০২১]*

সমাধান: $\sqrt{\frac{৯}{১০০}} = \frac{৩}{১০} = ০.৩$

২৭. $\sqrt{\frac{১}{৯}}$ এর মান কত? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড (লাইনম্যান)-২০১৯]*

ক. $\frac{১}{৩}$ খ. $\sqrt{\frac{১}{৩}}$ গ. $\frac{১}{৯}$ ঘ. $\frac{১}{৮১}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{\frac{১}{৯}} = \sqrt{\frac{১^২}{৩^২}} = \frac{১}{৩}$ ।

২৮. $\sqrt{\frac{১}{০.২৫}}$ = ? *[ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর -২০১৮+রাজস্ব বোর্ডের (সহকারী রাজস্ব কর্মকর্তা)-মুক্তিযোদ্ধা-২০১৫]*

ক. ০.০২৫ খ. ২৫ গ. ০.০০২ ঘ. ২ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\sqrt{\frac{১}{০.২৫}} = \sqrt{\frac{১\times১০০}{২৫}} = \frac{১০}{৫} = ২$ । *[নিচের দশমিক তুলে উপরে ১০০ গুণ]*

২৯. $\sqrt{০.০০০৯}$ = কত? *[পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড(সহকারী পরিচালক-প্রশাসন):২০১৩]*

ক. ০.০৩ খ. ০.৩ গ. ০.০০৩ ঘ. ০.০০০৩ উত্তর: খ

সমাধান: ০.০০০৯ = ০.০৩×০.০৩ $\therefore \sqrt{০.০০০৯} = ০.০৩$

অথবা, $\sqrt{০.০০০৯} = \sqrt{\frac{৯}{১০০০০}} = \sqrt{\frac{৩^২}{(১০০)^২}} = \frac{৩}{১০০} = ০.০৩$ [এভাবে করলে ভুল হওয়ার সম্ভাবনা কম থাকে।]

৩০. $\sqrt{০.০০০০০৯}$ = কত? ? *[NSI সহকারী পরিচালক - ২০১৫]*

ক. ০.০৩ খ. ০.৩ গ. ০.০০৩ ঘ. ০.০০০৩ উত্তর: গ

[Hints: দুটি ০ এর জন্য বর্গমূলে দশমিকের পর ১টি ০ করে ৪টি শুণ্য এর জন্য দুটি শুণ্য আর ৯ এর পূর্বে যে অতিরিক্ত একটি ০ আছে তাই ৯ এর সাথেই থাকবে কেননা .৩×.৩ = .০৯ আসে, তাই **উত্তর: .০০৩** ।

৩১. $\sqrt{০.০০০০০৬২৫}$ = কত? *[আবহাওয়া অধিদপ্তরের (সহকারী আবহাওয়াবিদ):২০০০]*

ক. ০.০০২৫ খ. ০.০০০২৫ গ. ০.০০০০২৫ ঘ. ০.০০৬২৫ উত্তর: ক

সমাধান:

$\sqrt{০.০০০০০৬২৫}$, এখানে দশমিক এর পরে চারটি জোড় আছে এবং ৬২৫ এর বর্গমূল ২৫ তাহলে দশমিকের পর চার সংখ্যা হবে ∴ ০.০০২৫ (উত্তর)

ভাগ প্রক্রিয়ায় বর্গমূল বের করা

```
০.০০০০০৬২৫ | .০০২৫
        ৪
৪৫ | ২২৫
     ২২৫
      ×
```

Confusion Clear: ৬২৫ আর আগে ৫টা শুণ্য কিন্তু বর্গমূলের কারণে উত্তরের .০০২৫ এ ২টা শূন্য থাকলে আরেকটা শূন্য কোথায় হারলো? খেয়াল করুন: ০.২৫×০.২৫= ০.০৬২৫ হয়, অর্থাৎ শুধু .৬২৫ এর বর্গমূল .২৫ নয় বরং .০৬২৫ এর বর্গমূল .২৫এখানেই শূন্যটা চলে গেছে।

৩২. $\sqrt{\sqrt[৩]{০.০০০০০৬৪}}$ = ? *[National Bank Ltd. (PO) -2013]*

ক. ০.০০৪ খ. ০.০০৮ গ. ০.০২ ঘ. ০.২ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\sqrt{\sqrt[৩]{০.০০০০০৬৪}} = \sqrt{(০.০০০০০৬৪)^{\frac{১}{৩}}} = \sqrt{\left(\frac{৬৪}{১০০০০০০}\right)^{\frac{১}{৩}}} = \sqrt{\left\{\frac{৪^৩}{(১০০)^৩}\right\}^{\frac{১}{৩}}} = \sqrt{\frac{৪}{১০০}} = \frac{২}{১০} = ০.২$

৩৩. $\left(\frac{১}{৫}\sqrt{৯}\right)\times\left(৫\sqrt{৯}\right)$ = ? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*

ক. ৫ খ. ১৮ গ. ৯ ঘ. ১০ উত্তর: গ

সমাধান: $\left(\frac{১}{৫}\sqrt{৯}\right)\times\left(৫\sqrt{৯}\right) = \left(\frac{\sqrt{৯}}{৫}\right)\times\left(৫\sqrt{৯}\right) = \frac{\sqrt{৯}\times৫\sqrt{৯}}{৫} = \frac{৫(\sqrt{৯})^২}{৫} = ৯$

পূর্ণ বর্গ সংখ্যা তৈরি করা:

টিপস: যে কোন পূর্ণ বর্গ সংখ্যার ভেতরে অবস্থিত উৎপাদক গুলো সব সময় জোড় জোড় অবস্থায় থাকে। তাই কোন সংখ্যার উৎপাদক জোড় না থাকলে যে সংখ্যার জোড়া থাকবে না তাকে দিয়ে গুণ করতে হবে। আবার ভাগ করতে বলা হলে যার জোড়া নেই তাকে দিয়ে ভাগ করতে হবে।

৩৪. ২৯৪ এর সাথে সর্বনিম্ন কত গুণ করলে গুণফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৬ ঘ. ৮ উত্তর: গ

সমাধান:

২৯৪ = ২×৩×৭×৭ = (২×২) × (৩×৩) × (৭×৭) ⇒ ২×৩ = ৬

জেনে রাখুন: যে কোন সংখ্যার মধ্যে ভাজকগুলো জোড়া জোড়া থাকলে তা পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হয়। যদি কোন সংখ্যার জোড়া না থাকে তাহলে তার জোড়া তৈরী করার জন্য যত গুণ করতে হবে তা গুণ করলেই গুণফলটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে। এখানে ২৯৪ কে ভাঙ্গানোর পর দেখা যাচ্ছে ২ ও ৩ এর জোড়া নেই। তাই ২ ও ৩ দিয়ে গুণ করা বা ৬ দিয়ে গুণ করলে গুণফল পূর্ণ বর্গ হবে।

৩৫. ২৪৫০ সংখ্যাটিকে কত দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা হবে ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*

ক. ২ খ. ৫ গ. ৭ ঘ. ১১ উত্তর: ক

সমাধান:

```
২ | ২৪৫০
৫ | ১২২৫
৫ | ২৪৫
৭ | ৪৯
    ৭
```

∴ ২৪৫০ = ২ × ৫ × ৫ × ৭ ×৭

যেহেতু ২ জোড়াবিহীন রয়েছে, তাই ২ দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে।

৩৬. $(২৪)^৫$ ন্যূনতম কত দ্বারা গুণ করলে গুণফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে? *[স্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের (সহকারী প্রকৌশলী-সিভিল)-২০১৭]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৬ ঘ. ৪ উত্তর: গ

সমাধান: $(২৪)^৫ = (২\times২\times২\times৩)^৫ = (২^৩\times৩)^৫ = ২^{১৫}\times৩^৫ = ২^{১৪}\times২\times৩^৪\times৩ = ২^{১৪}\times৩^৪\times৬$

এখানে ৬ এর জোড়া নেই। সুতরাং ন্যূনতম ৬ দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে।

৩৭. $(৪৮)^{ক}$ কে ন্যূনতম কত দ্বারা গুণ করলে গুণফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌ:) নিয়োগ -২০১৮]*
ক. ৩ খ. ২ গ. ৬ ঘ. ৪৮ উত্তর: ক

সমাধান:
এখানে, পাওয়ার বাদ দিয়ে শুধু ৪৮ কে ভাঙ্গলে পাওয়া যায়

২ | ৪৮
২ | ২৪
২ | ১২
২ | ৬
৩

ভুল হতে পারে যেখানে: ৪৮ এর উপর পাওয়ার ৫ এর জোড়া মেলানোর জন্য ভুল করে আবার ১টি ৪৮ দিয়ে গুণ করলে $(৪৮)^{৬}$ হবে এটা করবেন না। কারণ ৪৮ কিন্তু নিজে একটা পূর্ণ বর্গ সংখ্যা নয়। পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হলে হতো।

$\therefore ৪৮ = ২^{৪} \times ৩$
সুতরাং $(৪৮)^{ক} = (২^{৪} \times ৩)^{ক} = ২^{২০} \times ৩^{ক}$ এখানে, ২ এর উপর পাওয়ার জোড় কিন্তু ৩ এর উপর বিজোড় আছে
অতএব ৩ এর উপর পাওয়ার জোড় করার জন্য আরেকটি ৩ দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটি $২^{২০} \times ৩^{৬}$ = পূর্ণ বর্গ হবে।

৩৮. $৭২ \times ৭৫ \times ৩^{৩} \times ৪^{৩} \times ২^{৮}$ কে ন্যূনতম কত দ্বারা গুণ করলে গুণফল একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*
ক. ৪ খ. ৫ গ. ২ ঘ. ৮ উত্তর: গ

সমাধান: $৭২ \times ৭৫ \times ৩^{৩} \times ৪^{৩} \times ২^{৮} = ৩৬ \times ২ \times ২৫ \times ৩ \times ৩^{৩} \times ২^{২ \times ৩} \times ২^{৮} = ৬^{২} \times (২) \times ৫^{২} \times ৩^{৪} \times ২^{৬} \times ২^{৮} \Rightarrow ২$

দেখা যাচ্ছে শুধুমাত্র একটি ২ বাদে অন্য সবগুলোর জোড়া আছে। তাহলে ২ দিয়ে গুণ করলেই সবগুলো সংখ্যার গুণফল পূর্ণবর্গ হবে।

ঘাবড়ে যাবেন না: এতবড় সংখ্যা দেখে কেউ যদি এভাবে ভাবেন যে এতগুলো সংখ্যা গুণ করে যে গুণফল আসবে তা অনেক বড় সংখ্যা এবং সেই বড় সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ কি না তা বোঝা অনেক কঠিন।

মনে রাখুন: যে কোন পূর্ণ বর্গ সংখ্যার মধ্যে উৎপাদক/গুণনীয়ক গুলো জোড়ায় জোড়ায় থাকে।
যেমন: ৩৬ = ৬×৬, ৮১ = ৯×৯ বা ৩×৩×৩×৩ (যেভাবেই ভাঙ্গেন জোড়া জোড়া পাবেন)
তাহলে যে উৎপাদকের জোড়া থাকবে না তা দিয়ে গুণ করলে জোড়া মিলে যাবে এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।
যেমন: ৭২ = ৩৬×২ অর্থাৎ ২ দিয়ে গুণ করতে হবে। আবার ৭২ কে কত দিয়ে ভাগ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে বলা হলে যার জোড়া নেই তাকে বাদ দিতে হবে। অর্থাৎ ২ এর জোড়া নেই তাই ২ কে বাদ দিতে ২ দিয়ে ভাগ।

৩৯. ৯৭২ কে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে? *[ন্যাশনাল এগ্রিকালচার টেকনোলজি প্রোগ্রাম-২০১৯]*
ক. ৫ খ. ৩ গ. ৬ ঘ. ১২ উত্তর: খ

সমাধান: $৯৭২ = ২ \times ২ \times ৩ \times ৩ \times ৩ \times ৩ \times ৩ = (২ \times ২) \times (৩ \times ৩) \times (৩ \times ৩) \times ৩ = ২^{২} \times ৩^{২} \times ৩^{২} \times ৩ = ১৮^{২} \times ৩$
৩ জোড়বিহীন। সুতরাং ৯৭২ কে ৩ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

৪০. কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দ্বারা ৪৬০৮ কে ভাগ করলে পূর্ণবর্গ পাওয়া যাবে?
ক. ১ খ. ২ গ. ৪ ঘ. ৬ উত্তর: খ
[Hints: $(২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ৩ \times ৩)$]
এখানে একটি ২ এর জোড়া নেই। তাই তার জোড়া লাগবে। সুতরাং ২ গুণ করতে হবে।

৪১. কোন সংখ্যার বর্গমূলের সাথে ১০ যোগ করলে যোগফল ৪ এর বর্গ হবে ? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*
ক. ৩৬ খ. ৯ গ. ১৬ ঘ. ২৫ উত্তর: ক

সমাধান:
ধরি, সংখ্যাটি = ক
প্রশ্নমতে, $\sqrt{ক} + ১০ = ৪^{২}$
বা, $\sqrt{ক} + ১০ = ১৬$ বা, $\sqrt{ক} = ৬$ $\therefore ক = ৩৬$ (উভয়পক্ষে বর্গ করে) সুতরাং সংখ্যাটি = ৩৬।

মুখে মুখে: ৪ এর বর্গ অর্থ ১৬; এখন ১০ যোগ করার পর ১৬ হলে ১০ যোগ করার আগে ছিল ৬ । আবার বর্গমূল করে ৬ হলে বর্গমূল করার আগে ছিল ৩৬।

৪২. কোন সংখ্যার বর্গমূলের সাথে ২০ যোগ করলে ৫ এর বর্গ হবে? *[প্রাথ: শিক্ষক -২০১৫]*
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ২৫ ঘ. ৩৫ উত্তর: গ

সমাধান: বর্গমূলের সাথে ২০ যোগ করলে ৫এর বর্গ হবে অর্থাৎ ৫ এর বর্গ হল ২৫ এবং ২০ যোগ করার পর ২৫ হলে আগে ছিল ২৫-২০ = ৫ এবং এই ৫ হল অজানা একটি সংখ্যার বর্গমূল। তাহলে সেই অজানা প্রত্যাশিত সংখ্যাটি হল ২৫।

৪৩. $\sqrt{১} + \sqrt{১}$ এর বর্গ কত? *[বিসিক এর (প্রমোশন অফিসার+এক্সটেনশন অফিসার+অন্যান্য পদ)-২০২১]*
ক. $\sqrt{২}$ খ. ৪ গ. $\sqrt{৩}$ ঘ. $২\sqrt{১}$ উত্তর: খ

সমাধান: $(\sqrt{১} + \sqrt{১})^{২} = (২\sqrt{১})^{২} = ২^{২} \times (\sqrt{১})^{২} = ৪ \times ১ = ৪।$

৪৪. $(\sqrt{7} + \sqrt{7})^{2} = ?$ *[Sonali, Janata & Agrani Bank- 08]+[Combined 7 banks (off)-2022]* উত্তর: ২৮
[Hints: $(\sqrt{7} + \sqrt{7})^{2} = (2\sqrt{7})^{2} = 4 \times 7 = 28$]

৪৫. $\sqrt{১৫০}$ এবং $\sqrt{৫৪}$ এর পার্থক্য কত?
ক. $২\sqrt{৬}$ খ. $\sqrt{৬}$ গ. $\sqrt{২}$ ঘ. $\sqrt{৩}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{১৫০} - \sqrt{৫৪} = \sqrt{২৫ \times ৬} - \sqrt{৯ \times ৬} = \sqrt{২৫} \times \sqrt{৬} - \sqrt{৯} \times \sqrt{৬} = ৫\sqrt{৬} - ৩\sqrt{৬} = ২\sqrt{৬}$

Note: Root যুক্ত সংখ্যাকে এমন ভাবে ভাঙ্গতে হবে যেন ভেতরে একটি বর্গ সংখ্যা আসে ।

৪৬. $\sqrt{৬০} + \sqrt{১৫} - \sqrt{১৩৫}$ এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*
ক. ০ খ. ১ গ. $\sqrt{২}$ ঘ. $\sqrt{৩}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{৬০} + \sqrt{১৫} - \sqrt{১৩৫} = \sqrt{৪ \times ১৫} + \sqrt{১৫} - \sqrt{৯ \times ১৫} = ২\sqrt{১৫} + \sqrt{১৫} - ৩\sqrt{১৫} = ৩\sqrt{১৫} - ৩\sqrt{১৫} = ০$

৪৭. $\sqrt{41 - \sqrt{21 + \sqrt{19 - \sqrt{9}}}}$ is: *[ICB Bank Ltd. Officer/Senior Officer-2014+ সহকারী শিক্ষক-২০১৯]*
ক. 6 খ. 1 গ. $\sqrt{2}$ ঘ. $\sqrt{6}$ উত্তর: ক

সমাধান: $\sqrt{41 - \sqrt{21 + \sqrt{19 - \sqrt{9}}}} = \sqrt{41 - \sqrt{21 + \sqrt{19 - 3}}} = \sqrt{41 - \sqrt{21 + \sqrt{16}}}$
$= \sqrt{41 - \sqrt{21 + 4}} = \sqrt{41 - \sqrt{25}} = \sqrt{41 - 5} = \sqrt{36} = 6$

৪৮. $\sqrt{248 + \sqrt{52 + \sqrt{144}}} = ?$ *[পূবালী ব্যাংক লিমিটেড (জুনিয়র অফিসার)-২০১৯]*
ক. 20 খ. 16 গ. 24 ঘ. 30 উত্তর: খ

সমাধান: $\sqrt{248 + \sqrt{52 + \sqrt{144}}} = \sqrt{248 + \sqrt{52 + 12}} = \sqrt{248 + \sqrt{64}} = \sqrt{248 + 8} = \sqrt{256} = 16$

যোগফল বা বিয়োগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে:

৪৯. ৮৬৫৫ থেকে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণসংখ্যা হবে? *[৭ম শ্রেণী (অনু:১১) এর উদা:৪]*
ক. ২ খ. ৩ গ. ৫ ঘ. ৬ উত্তর: ঘ

সমাধান:

৮৬ ৫৫ | ৯৩ ৮১ ১৮৩ | ৫ ৫৫ ৫ ৪৯ ৬	এখানে, ৮৬৫৫ এর বর্গমূল ভাগের সাহায্যে নির্ণয় করতে গিয়ে ৬ অবশিষ্ট থাকে। সুতরাং প্রদত্ত সংখ্যা হতে ৬ বাদ দিলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গ হবে। **নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ৬**

৫০. ৪৭০৮০ জন সৈন্য থেকে কমপক্ষে কত জন সৈন্য সরালে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে? *(শ্রম অধিদপ্তর - ১৯৯৪)*
ক. ৪১০ খ. ৪৫০ গ. ৪২৫ ঘ. ৪২৪ উত্তর: ঘ

✍সমাধান:
$\sqrt{৪৭০৮০} = ২১৬.৯৮$ সুতরাং সংখ্যাটি ২১৬ এর বর্গের থেকে একটু বড়।
এখন $২১৬^২ = ৪৬৬৫৬$ অর্থাৎ ৪৭০৮০ এর কম এবং কাছাকাছি বড় বর্গ সংখ্যা হচ্ছে ৪৬৬৫৬ ।
সুতরাং উত্তর হবে, ৪৭০৮০- ৪৬৬৫৬ = **৪২৪**

৫১. ৫৬৭২৮ জন সৈন্য থেকে কমপক্ষে কতজন সৈন্য সরিয়ে রাখলে বা তাদের সাথে কমপক্ষে আর কতজন সৈন্য যোগ দিলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে? *[৭ম শ্রেণী অনু : ১.২]*

✍সমাধান: (এখান থেকে বুঝে নিন কখন যোগ করতে হয় আর কখন কিভাবে বিয়োগ করতে হয়)

৫ ৬৭ ২৮ | ২৩৮ ৪ ৪৩ | ১৬৭ ১২৯ ৪৬৮ | ৩৮২৮ ৩৭ ৪৪ ৮৪	∴ কমপক্ষে ৮৪ জন সৈন্য সরিয়ে রাখলে সৈন্যদলটিকে বর্গাকারে সাজানো যাবে। আবার, ৫৬৭২৮ পূর্ণবর্গ নয়। ৫৬৭২৮ এর সাথে কোনো একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে। তখন এর বর্গমূল হবে ২৩৮+১ = ২৩৯ ২৩৯ এর বর্গ ২৩৯×২৩৯ = ৫৭১২১ ∴ কমপক্ষে সৈন্যসংখ্যা যোগ করতে হবে = ৫৭১২১-৫৬৭২৮=৩৯৩ জন। ∴ ৩৯৩ জন সৈন্য যোগ দিলেও সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে। উত্তর: ৮৪ জন, ৩৯৩ জন।

৫২. ৬৫১২০১ এর সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা হবে? *[৭ম শ্রেণী (অনু:১.১) এর উদা:৫]*

✍সমাধান:

৬৫ ১২ ০১ | ৮০৬ ৬৪ ১৬০৬ | ১ ১২ ০১ ৯৬৩৬ ১৫৬৫	যেহেতু সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় করার সময় ভাগশেষ ১৫৬৫ আছে। কাজেই প্রদত্ত সংখ্যাটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয়। ৬৫১২০১ এর সাথে কোনো একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে এবং তখন এর বর্গমূল হবে ৮০৬+১=৮০৭ অর্থাৎ ৮০৭ এর বর্গ = ৮০৭×৮০৭= ৬৫১২৪৯ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি = ৬৫১২৪৯ - ৬৫১২০১ = ৪৮

৫৩. ৭৪২৮ থেকে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?
ক. ৩৩ খ. ৩২ গ. ৩৪ ঘ. ৩৫ উত্তর: খ

[**Hints**: উল্টোদিকে ভাগ করে অতিরিক্ত ৩২ বিয়োগ]

৫৪. কোনো বাগানে ১৮০০ টি চারাগাছ বর্গাকারে লাগাতে গিয়ে ৩৬ টি চারাগাছ বেশি হলো। প্রত্যেক সারিতে চারাগাছের সংখ্যা নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী অনু : ১.২]*

✍সমাধান:

যেহেতু ১৮০০টি চারাগাছ বর্গাকারে লাগাতে গিয়ে ৩৬টি গাছ বেশি হয়,
তাহলে প্রতি সারিতে চারার সংখ্যা হবে ১৮০০ - ৩৬ = ১৭৬৪ এর বর্গমূল। অর্থাৎ $\sqrt{১৭৬৪} = ৪২$

১৭ ৬৪ | ৪২ ১৬ ৮২ | ১৬৪ ১৬৪ ০

∴প্রত্যেক সারিতে চারা গাছের সংখ্যা ৪২ টি।

৫৫. ২০৭৪০ সংখ্যক সৈন্যকে বর্গাকারে সাজাতে গিয়ে ৪ জন অতিরিক্ত হয়। প্রতি সারিতে সৈন্য সংখ্যা কত? *[NSI সহকারী পরিচালক - ২০১৫]*
উত্তর: ১৪৪

[**Hints:** যেহেতু ৪ জন অতিরিক্ত তাই ৪ বিয়োগ করে দিলে ২০৭৪০- ৪ = ২০৭৩৬ হবে একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা, এখন বর্গমূল বের করলেই প্রতি সারিতে কতজন ছিল তা বের হবে।]

৫৬. ৫৪৯১৬২ থেকে সর্বনিম্ন কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?. *[Janata Bank (AO)-2015]*
ক. ৮০ খ. ৮২ গ. ৬২ ঘ. ৮১ উত্তর: ঘ

[**Hints**: বর্গমূল বের করার সময় যা অবশিষ্ট থাকবে তা ই বিয়োগ করে দিতে হবে]

যত তত আকারে থাকলে বর্গমূল বের করা:

৫৭. একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র আছে প্রত্যেকে তত টাকা করে প্রদান করলে মোট ৬৫৬১ টাকা হয়। ছাত্র সংখ্যা কত? *[কর্মসংস্থান ব্যাংক সহ:অফি:২০০১]*
ক. ৮০ খ. ৮৫ গ. ৮১ ঘ. ৯২ উত্তর: গ

✍সমাধান: ধরি, ছাত্র সংখ্যা = x জন। তাহলে তাদের প্রত্যেকে প্রদন করে = x টাকা।
প্রশ্নমতে, টাকা × ছাত্রসংখ্যা = x× x = ৬৫৬১ বা, $x^2 = ৬৫৬১$ ∴ $x = \sqrt{৬৫৬১} = ৮১$

৫৮. একটি ছাত্রাবাসে যতজন ছাত্র থাকে, তাদের প্রত্যেকের মাসিক খরচ তাদের মোট সংখ্যার দশগুণ। ঐ ছাত্রাবাসের মোট মাসিক খরচ ৬,২৫০ টাকা হলে ঐ ছাত্রাবাসে কতজন ছাত্র থাকে ? *[৭ম শ্রেণী অনু : ১.২] + [BADC (AO)-2017]*
ক. ১৫ খ. ২৫ গ. ৩৫ ঘ. ৪৫ উত্তর: খ

✍সমাধান: ধরি, ছাত্র সংখ্যা = x জন। তাহলে তাদের প্রত্যেকের মাসিক খরচ = ১০x টাকা।
প্রশ্নমতে, x×১০x = ৬২৫০ বা, $x^২ = ৬২৫$ ∴ x = ২৫

৫৯. কোন শ্রেণীতে যতজন শিক্ষার্থী আছে প্রত্যেকে তত ১০ পয়সা করে চাঁদা দেয়ায় ৯০ টাকা সংগ্রহ হলো। ঐ শ্রেণীতে মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা কত? *(সমাজসেবা অধিদপ্তর-০৫)*
ক. ৩৫ খ. ৪০ গ. ৩০ ঘ.৪৫ উত্তর: গ

✍সমাধান: ধরি, দাতার সংখ্যা x জন। তাহলে x জন দিয়েছে x টি করে ১০ পয়সা। এখন
প্রশ্নমতে, x× x×১০ = ৯০০০ (৯০ টাকা কে ৯০০০ পয়সা বানানো হয়েছে। কেননা বাম পাশে ১০ পয়সা বলা হয়েছে, আবার পয়সা = টাকা লিখা যাবে না, কিন্তু ৯০টাকা না থেকে ৯০ পয়সা দেয়া থাকলে ১০০ গুণ না করে সরাসরি ৯০ই লিখতে হতো)
বা, $১০x^২ = ৯০০০$ ⇒ $x^২ = ৯০০০ ÷ ১০$ ⇒ $x = \sqrt{৯০০}$ ∴ x = ৩০
সুতরাং ছাত্রছাত্রী সংখ্যা = ৩০ জন। **উত্তর: ৩০জন।**

৬০. কোন শ্রেণিতে যত জন ছাত্র ছিল তাদের প্রত্যেকে তত পাঁচ পয়সা করে চাঁদা দেওয়ায় মোট ১২৫.০০ টাকা হল। ঐ শ্রেণীতে মোট কত জন ছাত্র ছিল? *[২৪তম বিসিএস লিখিত]*

✍সমাধান: মনে করি, ছাত্র সংখ্যা = x জন, প্রত্যেক ছাত্র চাঁদা দেয় = (৫ × x) পয়সা
মোট চাঁদার পরিমাণ = (৫x × x) পয়সা = $৫x^২$ পয়সা
প্রশ্নমতে, $৫x^2 = ১২৫ × ১০০ = ১২৫০০$ [১২৫ টাকা×১০০ = ১২৫০০ পয়সা]
⇒ $x = \sqrt{২৫০০}$ ∴ x = ৫০ সুতরাং ছাত্র সংখ্যা ৫০ জন **উত্তর: ৫০ জন।**

নিজে করুন:

৬১. যত দাতা প্রত্যেকে তত ১০ পয়সা করে দেয়াতে ২৫০ পয়সা হলো। দাতার সংখ্যা কত? [**Hints**: $১০x^২ = ২৫০$]
ক. ৪ জন খ. ৫ জন গ. ৬ জন ঘ. ৭ জন **উত্তর: খ**

৬২. কোন ছানে যত লোক আছে তত ৫ পয়সা জমা করায় মোট ৩১.২৫ টাকা জমা হলো। ঐ ছানে কত লোক ছিল? *[দুর্নীতি দমন ব্যুরো নির্বাচনী পরীক্ষা-১৯৮৪]*
ক. ২৫ খ. ৫৫ গ. ১২৫ ঘ.৬৫ উত্তর: ক

৬৩. একটি ক্লাসের শিক্ষার্থীদের মধ্যে ২৭০০ চকলেট বিতরণ করা হলো। প্রত্যেক শিক্ষার্থী ক্লাসের মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার তিনগুণ পরিমাণ পেলে শিক্ষার্থী সংখ্যা কত? *[BKB Senior (officer) -2011]* [Hints: $3x^2 = 2700$) = ৩০ জন]
ক. ৪৫ খ. ৩৫ গ. ৩০ ঘ. ৪০ উত্তর: গ

৬৪.একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র/ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তত পয়সার থেকে আরও ২৫ পয়সা বেশি করে চাঁদা দেয়াতে ৭৫ টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীর ছাত্র/ছাত্রী সংখ্যা কত? *[৩৪তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক. ৭০ খ. ৮৫ গ. ৯৫ ঘ. ৭৫ উত্তর: ঘ

শিক্ষিত সমাধান:
মনে করি, ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা x জন
প্রশ্নমতে, $x(x + 25) = 75 \times 100$ *[৭৫ টাকা = ৭৫০০ পয়সা]*
$\Rightarrow x^2 + 25x - 7500 = 0$
$\Rightarrow x^2 + 100x - 75x - 7500 = 0$
$\Rightarrow (x - 75)(x + 100) = 0$
হয়, $x - 75 = 0$ অথবা, $x + 100 = 0$
$\therefore x = 75$ কিন্তু $x = -100$ [গ্রহণযোগ্য মান নয়] সুতরাং ঐ শ্রেণিতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ৭৫ জন।

মুখে মুখে করতে হলে এভাবে ভাবুন।
অপশনের মধ্য থেকে এমন একটি সংখ্যা নিতে হবে যাতে ঐ সংখ্যার সাথে ২৫ যোগ করলে টাকার পরিমাণ পূর্ণ টাকা অর্থাৎ ১ বা ২টাকা এমন হয়। এখানে ৭৫ এর সাথে ২৫ যোগ করলে একজনে দিবে ৭৫+২৫ = ১০০ পয়সা বা ১টাকা এখন ৭৫ জন ১ টাকা করে দিলে মোট টাকা উঠে ই ৭৫ টাকা।

৬৫. একটি শ্রেণীতে যত জন ছাত্র ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তার সহপাঠীর সংখ্যার সমান চাঁদা দেওয়ায় মোট ৪২০ টাকা উঠলো। ঐ শ্রেণীর ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত এবং প্রত্যেকে কত টাকা করে চাঁদা দিল? *[প্রাথমিক সহ:শিক্ষক-২০১৮]+[নবম দশম শ্রেণী-৫.২]*
ক. ২০ ও ২১ খ. ২১ ও ২০ গ. ২০ ও ২০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: মনে করি, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = x, ∴ প্রত্যেকের সহপাঠীর সংখ্যা = (x–১) [কারণ সে নিজে বাদে বাকী সবাই]
∴ প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ = x–১, ∴মোট চাঁদার পরিমাণ = x(x–১) টাকা
শর্তানুসারে, $x(x-1) = 420$
$\Rightarrow x^2 - x - 420 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 21x + 20x - 420 = 0$
$\Rightarrow x(x-21) + 20(x-21) = 0$
$\Rightarrow (x-21)(x+20) = 0$
হয়, $x - 21 = 0$ অথবা, $x + 20 = 0$ $\Rightarrow x = -20$ [ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]
$\therefore x = 21$ সুতরাং ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা x = ২১ জন এবং প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ = x-১ = ২১-১ = ২০ টাকা।

মুখে মুখে করতে হলে এভাবে ভাবুন।
৪২০ টাকাকে এমনভাবে দুটি সংখ্যায় ভাঙ্গতে হবে যাতে সংখ্যা দুটির ব্যবধান ১ হয়। অর্থাৎ দুটি পর পর সংখ্যার গুণফল ৪২০। এখানে ৪২০ = ২০×২১। অর্থাৎ মোট ২১ জন ছাত্র মিলে ১ জন তার সহপাঠির সংখ্যা ২০ জনের সমান ২০টাকা করে দিলে ৪২০ টাকা উঠবে।

নিজে করুন:
৬৬. একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ৩৫ পয়সা বেশি করে চাঁদা দেয়াতে মোট ৬৫ টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীর ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত? *(কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর -০৫)*
ক. ৬০ খ. ৬৩ গ. ৬৫ ঘ. ৭০ উত্তর: গ

[Hints: ৩৫ পয়সা বেশি টাকা উঠেছে ৬৫। সংখ্যা দুটি দেখেই বোঝা যাচ্ছে কত জন হবে, নিজের মাথা খাঁটানা]

৬৭. একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ২০ পয়সা বেশি করে চাঁদা দেয়ায় মোট ৪৮ টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬]*
ক. ৫০ জন খ. ৫৫ জন গ. ৬০ জন ঘ. ৭০ জন উত্তর: গ

[Hints: ৪৮টাকা বা ৪৮০০ পয়সা কে এমন ভাবে ভাঙ্গতে হবে যাতে পার্থক্য ২০ আসে। তাহলে ৬০ ও ৮০ অর্থাৎ ৬০ জন ছাত্র-ছাত্রী ৮০ পয়সা করে দিলেই ৪৮ টাকা উঠা সম্ভব।

৬৮. একটি ছাত্রাবাসে টিভি কেনার জন্য চাঁদা তোলা হল। যদি মোট ১৭,৮৯০ টাকা চাঁদা উঠে থাকে এবং প্রতি ছাত্র কমপক্ষে ৩৫০ টাকা চাঁদা দিয়ে থাকে তাহলে ছাত্রাবাসের ছাত্রসংখ্যা সর্বোচ্চ কত হতে পারে? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]*
ক. ৩১ খ. ৪৯ গ. ৫৭ ঘ. ৫১ উত্তর: ঘ

সমাধান: সর্বোচ্চ ছাত্র সংখ্যা = ১৭৮৯০÷৩৫০ = ৫১.১২ অর্থাৎ সর্বোচ্চ ছাত্র সংখ্যা ৫১ এর বেশি হবে না। তাই উত্তর: ৫১

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৭৬৪ বর্গ মিটার। এর এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৪৫ খ. ৪৪ গ. ৪২ ঘ. ৪৬

২. কোন সংখ্যাটি ক্ষুদ্রতম? *(ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার,০৬)*
ক. $\frac{১}{১৩}$ খ. $\frac{২}{২৯}$ গ. $\frac{৪}{৫২}$ ঘ. $\frac{৬}{৬৫}$

৩. কোন সংখ্যাটি বৃহত্তম? *(ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার,০৬)*
ক. ০.৩৫ খ. ০.২৯ গ. ০.৩১ ঘ. ০.০০৩

৪. ৭২২৫ এর বর্গমূল কত?
ক. ৮২ খ. ৭৫ গ. ৮৫ ঘ. ৭০

৫. $\frac{১}{৩} \div \frac{৪}{৫} \times \frac{৩}{৪}$ = কত? *[প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯ (গোলাপ)]*
ক. $\frac{৫}{১৬}$ খ. $\frac{৫}{৯}$ গ. $\frac{৪}{১৩}$ ঘ. $\frac{১}{৫}$

৬. ৬১৭ + ৬.০১৭ + ০.৬১৭ + ৬.০০১৭ = ? *[Janata Bank (AO)- 2015]*
ক. ৬.২৯৬৩ খ. ৬২.৯৬৫ গ. ৬২৯.৬৩৫৭ ঘ. কোনটিই নয়

৭. যত দাতা প্রত্যেকে তত ২৫ টাকা করে দেয়ায় মোট ২৫০০ টাকা উঠলো। দাতা সংখ্যা কত?
ক. ১০ জন খ. ২০ জন গ. ৫ জন ঘ. ৫০ জন

৮. কোন বিদ্যালয়ে ২৭০৪ জন শিক্ষার্থীকে প্রাত্যহিক সমাবেশ করার জন্য বর্গাকারে সাজানো হলো। প্রত্যেক সারিতে শিক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী অনু : ১.২]*
ক. ৫০ জন খ. ৫২ জন গ. ৫৫ জন ঘ. ৪৪ জন

৯. একটি সমবায় সমিতির যতজন সদস্য ছিল প্রত্যেকে তত ২০ টাকা করে চাঁদা দেওয়ায় মোট ২০৪৮০ টাকা হলো। ঐ সমিতির সদস্যসংখ্যা নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী অনু : ১.২]*
ক. ১৫ জন খ. ২৫ জন গ. ৩০ জন ঘ. ৩২ জন

১০. কোন ক্ষুদ্রতম পূর্ণ বর্গসংখ্যা ৯, ১৫ এবং ২৫ দ্বারা বিভাজ্য? *[৭ম শ্রেণী অনু : ১.২]*
ক. ১২৫ জন খ. ২২৫ জন গ. ৩৫০ জন ঘ. ১০২ জন

উত্তরমালা

১.	গ	২.	খ	৩.	ক	৪.	গ	৫.	ক
৬.	গ	৭.	ক	৮.	খ	৯.	ঘ	১০.	খ

ট্রেন ও গতিবেগ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	সময় বের করা	পদ্ধতি-০৪	দুটি ট্রেন সম্পর্কিত প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	দৈর্ঘ্য বের করা	পদ্ধতি-০৫	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	গতিবেগ বের করা		
Practice Part		**Model Test**	
ট্রেন ও গতিবেগের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

যেকোন পরিমাপের রাস্তা অতিক্রম করতে হলে একটি ট্রেন যতটুকু রাস্তা যাবে ঐ রাস্তার সাথে তার নিজের দৈর্ঘ্যও অতিক্রম করতে হবে। **যেমন:**

২০০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেনের ৮০০ মিটার রাস্তা বা ৩০০ মিটার প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে হলে তাকে মোট ৮০০+২০০=১০০০ মিটার রাস্তা অথবা ৩০০+২০০ = ৫০০ মিটার পথ অতিক্রম করতে হবে।

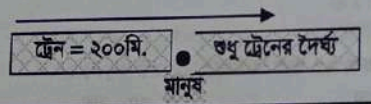
ট্রেন : ১০০মি.	প্লাটফর্ম: ২০০মিটার	মোট যেতে হবে (১০০+২০০) = ৩০০মিটার

চিত্রটি দেখুন:-

১০০ মিটারের ট্রেনটি প্রতি মিনিটে ১০০ মিটার গেলে ২০০ মিটার অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? ১০০ মিটার ১ মিনিট তাহলে ২০০ মিটার ২মিনিট এভাবে ভাবলে ভুল হবে। কারণ ট্রেনটিকে এখানে সেই ২০০ মিটারের পথটিই অতিক্রম করার জন্য মোট ২০০+১০০ = ৩০০ মিটার পথ যেতে হবে এবং সময় লাগবে মোট ৩ মিনিট।

আবার, কোন ট্রেন যদি একটি বিন্দু, খুঁটি, মানুষ,ল্যামপোস্ট বা কোন বৈদ্যুতিক পিলার অতিক্রম করতে যায় সেক্ষেত্রে ট্রেনটিকে শুধু তার নিজের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করতে হয়। যেমন : ২০০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন কোন খুঁটি বা দাঁড়িয়ে থাকা মানুষকে অতিক্রম করতে যায় তাহলে ট্রেনটিকে শুধু তার নিজের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করতে হবে অর্থাৎ ২০০ মি. যেতে হবে।

চিত্রটি দেখুন:



ব্যাখ্যা: মানুষটিকে অতিক্রম করার জন্য শুধু ট্রেনের নিজের দৈর্ঘ্য অর্থাৎ ২০০ মিটারই যেতে হবে।

১. একটি প্লাটফরমের দৈর্ঘ্য ২০০ মিটার। ২৫০ মিটার লম্বা ট্রেনকে উক্ত প্লাটফরম অতিক্রম করতে যে দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে

[পল্লী উন্নয়ন একাডেমী (RDA) এর সহাকারী পরিচালক-২০২১]+[CAAB (হিসাব সহকারী-)-২০২১]

ক. ২০০ মিটার খ. ২৫০ মিটার গ. ৩৫০ মিটার ঘ. ৪৫০ মিটার **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

এখানে প্লাটফরমের দৈর্ঘ্য = ২০০ মিটার এবং ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ২৫০ মিটার।

যেহেতু ট্রেনকে প্লাটফরম অতিক্রম করতে হলে তার নিজের দৈর্ঘ্যও অতিক্রম করতে হবে।

∴ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = (২০০+২৫০) মিটার = **৪৫০ মিটার**।

ট্রেনের প্রশ্নে একটি সমস্যা ও তার দ্রুত সমাধানের উপায়:

ট্রেনের গতিবেগ সাধারণত কি.মি. এ দেয়া থাকে কিন্তু ট্রেনের/প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য মিটারে দেয়া থাকে, এক্ষেত্রে কি.মি. কে, মিটারের সাথে যোগ করা যায় না। তাই কি.মি. কে আগে মিটার এবং ঘন্টাকে সেকেন্ড বানাতে হয়, তারপর অংকটি করতে হয়

শর্টকার্ট: যে কোন কি.মি./ঘন্টা কে $\frac{৫}{১৮}$ দিয়ে গুণ করলে তা মি./সেকেন্ডে পরিণত হয়। যেমন: গতিবেগ ৭২ কি.মি./ঘন্টার একটি ট্রেন $৭২ \times \frac{৫}{১৮} = ২০$মিটার যায় ১ সেকেন্ডে। বা ১ সেকেন্ডে যায় ২০ মি. (যখন যেটা প্রয়োজন তাই লিখতে হবে)

অনেকেই প্রশ্ন করতে পারেন, এই $\frac{৫}{১৮}$ কিভাবে আসলো? তাদের জন্য ব্যাখ্যা।

ধরুন: একটি ট্রেনের গতিবেগ ১কি.মি, অর্থাৎ ঐ ট্রেনটি ১ঘন্টায় যায় ১কি.মি। যাকে মিটার/সেকেন্ড বানাতে লিখতে হবে, ১ঘন্টা বা. ৩৬০০ সেকেন্ডে যায় = ১কিমি বা, ১০০০ মিটার *(১ ঘন্টা = ৬০মিনিট×৬০= ৩৬০০ সেকেন্ড, ১ কি.মি = ১০০০মিটার)*

∴ ট্রেনটি ১সেকেন্ডে যায় = $\frac{১০০০}{৩৬০০}$ বা $\frac{৫}{১৮}$ মিটার।

অর্থাৎ যে ট্রেনটি প্রতি ঘন্টায় ১ কি.মি গতিতে চলে সেই একই ট্রেনটি ১ সেকেন্ডে $\frac{৫}{১৮}$ মিটার রাস্তা যেতে পারে। এভাবে যদি ট্রেনটির গতিবেগ ৫কি.মি হয় তাহলে ১০০০ এর স্থলে ৫০০০ লিখতে হতো। তাই এতো কিছু না লিখে খুব দ্রুত যে কোন ঘন্টার গতিবেগের সাথে $\frac{৫}{১৮}$ গুণ করে দিলেই যা আসবে, তা হবে ঐ ট্রেনটির ১ সেকেন্ডের গতি।

(ট্রেনের অংকগুলোতে এই অংশটিই আসল, কারণ এই শর্টকাট নিয়ম জানলে কয়েক সেকেন্ডে সব অংক করা যাবে)

Confusion Clear: একটি ট্রেনের সামনে একটি মানুষ আছে অথবা ট্রেন আছে। কতদূরে আছে? এরকম কিছু বলা না থাকলে বুঝে নিতে হবে যে, ট্রেনের ইঞ্জিনের সামনেই মানুষটি বা অন্য ট্রেনটি আছে। কারণ মাঝে দূরত্ব থাকলে প্রশ্নে বলা থাকতো।

ট্রেন ও গতিবেগের বিভিন্ন প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: সময় বের করা

একটি ট্রেন কত সময়ে একটি গাছ, খুঁটি অথবা প্লাটফর্ম বা সেতু অতিক্রম করবে তা বের করতে হবে।

২. একটি ট্রেন ঘন্টায় ১৮০ কিলোমিটার বেগে চললে প্রতি সেকেন্ডে ট্রেনটি কত মিটার চলবে ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব করণিক)-২০১৮]*

ক. ২০ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৬০ **উত্তর: গ**

সমাধান:

১ ঘন্টা = ৬০ মিনিট বা ৬০×৬০ = ৩৬০০ সেকেন্ড এবং ১৮০ কি.মি. = ১৮০×১০০০ = ১৮০০০০মি (১কিমি =১০০০ মি)

এখানে, ৩৬০০ সেকেন্ডে যায় = ১৮০০০০ মিটার

∴ ১ সেকেন্ডে যায়, $\frac{১৮০০০০}{৩৬০০}$ = ৫০মিটার।

কয়েক সেকেন্ডে করতে সরাসরি: $১৮০ \times \frac{৫}{১৮} = ৫০$ মিটার।

৩. ৫০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৩৬ কি.মি. বেগে চলে। রাস্তার পাশের একটি খুঁটিকে ট্রেনটি কত সেকেন্ডে অতিক্রম করবে?
[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের অধীনে (সহ: শ্রম পরিচালক)-২০০৬]
ক. ২ সেকেন্ড খ. ৫ সেকেন্ড গ. ৪ সেকেন্ড ঘ. ৬ সেকেন্ড উত্তর: খ

সমাধান:

এখানে, $৩৬ \times \frac{৫}{১৮} = ১০$ মিটার/সেকেন্ড

১০ মি. যেতে লাগে = ১ সেকেন্ড

∴ ১ মি. " " $= \frac{১}{১০}$ "

∴ ৫০ মি. " " $= \frac{১ \times ৫০}{১০} = ৫$ সে.

ব্যাখ্যা: প্রথমে ৩৬ কি.মি./ ঘন্টা কে মি./সেকেন্ড বানাতে $\frac{৫}{১৮}$ দ্বারা ৩৬ কে গুণ করতে হবে।
এখানে, ট্রেনটি যেহেতু একটি খুঁটিকে অতিক্রম করবে তাই ট্রেনটি শুধু তার নিজের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করলেই ঐ খুঁটিটিকে অতিক্রম করা হয়ে যাবে। যেহেতু ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ৫০ মি. । তাই শুধু ৫০মি. রাস্তা পার হলেই চলবে।

দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক: দ্রুত উত্তর বের করার জন্য ঐকিক নিয়মে না করে সরাসরি সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।
সূত্র: $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}} = \text{সময়}$ *(এক সেকেন্ডের গতি বের করার পর এই সূত্রটি প্রয়োগ করুন ভগ্নাংশ আসলেও একই নিয়ম)*
সূত্র অনুযায়ী উপরের অংকটিই প্রথমে ১ সেকেন্ডের গতি ১০ মিটার বের করার পর সরাসরি $\frac{৫০}{১০} = ৫$ সেকেন্ড (উত্তর:)
Note: এভাবে যত অংক আসবে সবক্ষেত্রে এই সূত্র প্রয়োগ করুন।

৪. ১০০ মিটার দৈর্ঘ্য একটি ট্রেন ঘন্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে যায়। রাস্তার পাশের একটি খুঁটিকে ট্রেনটি কত সময়ে অতিক্রম করবে? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপ-সহ: প্রকৌশলী)-২০১৮]*
ক. ৬ সেকেন্ড খ. ১৬ সেকেন্ড গ. ১০ সেকেন্ড ঘ. ২৬ সেকেন্ড উত্তর: ক

৫. একটি ট্রেনের গতিবেগ ঘন্টায় ৩৬ কি.মি.। ট্রেনের দৈর্ঘ্য ২০০ মিটার হলে ট্রেনটি ১৬০ মিটার সেতু অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে ? *[পূবালী ব্যাংক অফিসার: ২০১৬]*
ক. ৩০ সেকেন্ড খ. ৩৬ সেকেন্ড গ. ৪০ সেকেন্ড ঘ. ৪৮ সেকেন্ড উত্তর : খ

লিখিত সমাধান: ট্রেনের দৈর্ঘ্য ও সেতুর দৈর্ঘ্য (২০০+১৬০) মিটার = ৩৬০ মিটার *[৩৬০ মিটার হলো ট্রেনটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব]*
৩৬ কি.মি. = ৩৬০০০ মিটার এবং ১ ঘন্টা = ৩৬০০ সেকেন্ড
৩৬০০০ মিটার যায় = ৩৬০০ সেকেন্ডে
∴ ১ " " $= \frac{৩৬০০}{৩৬০০০}$ "
∴ ৩৬০ " " $= \frac{৩৬০০ \times ৩৬০}{৩৬০০০} = ৩৬$ সেকেন্ড। (উত্তর:)

Shortcut: $৩৬ \times \frac{৫}{১৮} = ১০$মি/সে.
∴ সময় লাগবে, $\frac{২০০ + ১৬০}{১০} = \frac{৩৬০}{১০} = ৩৬$সে.

৬. ১৮০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ৫৪ কিলোমিটার/ঘন্টা বেগে ৭২০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্যানেলে প্রবেশ করলে, ট্যানেলটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*
ক. ১৭ সেকেন্ড খ. ৪৮ সেকেন্ড গ. ৬০ সেকেন্ড ঘ. ৮০ সেকেন্ড উত্তর: গ

সমাধান: ট্রেনের গতিবেগ = $৫৪ \times \frac{৫}{১৮}$ মিটার/সেকেন্ড = ১৫মিটার/সেকেন্ড
ট্যানেল অতিক্রম করতে ট্রেনকে মোট দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে = ট্রেন + ট্যানেল = (১৮০ + ৭২০) মিটার = ৯০০ মিটার
∴ সময় লাগবে = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}} = \frac{৯০০}{১৫}$ সেকেন্ডে = ৬০ সেকেন্ড ।

৭. ঘন্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে ১০০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেনের ৩০০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? *[সিনিয়র একাউন্ট ক্লার্ক পদে পরীক্ষা - ২০১৪]+ [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*
ক. ২০ সেকেন্ড খ. ২৪ সেকেন্ড গ. ২০ মিনিট ঘ. ২৪ মিনিট উত্তর: গ

সমাধান:

ট্রেনের গতিবেগ = ৬০কি.মি.$\times \frac{৫}{১৮} = \frac{৫০}{৩}$ মিটার/সেকেন্ড
∴ সময় $= \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}} = \frac{৪০০}{\frac{৫০}{৩}}$ সেকেন্ড $= ৪০০ \times \frac{৩}{৫০} = ২৪$ সেকেন্ড

ব্যাখ্যা:
প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে ট্রেনকে অতিক্রম করতে হবে = (১০০+৩০০) = ৪০০মি
[ট্রেনকে নিজের এবং প্লাটফর্ম এর দৈর্ঘ্য অতিক্রম করতে হবে]

৮. ৭২ কি.মি./ঘন্টা বেগে চলমান একটি ট্রেন ৫৮০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফর্মকে ৫৬ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ৫৪০ মিটার হলে, ১৬০ মিটার দীর্ঘ একটি সেতু অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সেকেন্ড লাগবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*
ক. ৩৫ খ. ২৮ গ. ২৭ ঘ. ৮ উত্তর: ক

সমাধান:
লিখিত নিয়মে বিস্তারিত সমাধান: (লিখিত পরীক্ষায় আসলে এভাবে ৩৬০০ সে. ও ১০০০ মিটার ধরে করতে হবে)
৫৪০ মিটার দৈর্ঘ্যের ট্রেন ১৬০ মিটার দীর্ঘ সেতু অতিক্রম করতে যেতে হবে ৫৪০+১৬০ = ৭০০ মিটার।
৭২ কিমি/ ঘন্টা কে লেখা যায়,
৭২০০০ মিটার যায় = ৩৬০০ সেকেন্ডে
∴ ১ " " $= \frac{৩৬০০}{৭২০০০}$ "
∴ ৭০০ " " $= \frac{৩৬০০ \times ৭০০}{৭২০০০} = ৩৫$ সেকেন্ড।

Shortcut: $৭২ \times \frac{৫}{১৮} = ২০$মি/সে. $\times$ ৫৬ সে. = ১১২০মিটার।
∴ ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ১১২০-৫৮০ = ৫৪০ মিটার। (দেয়াই আছে।)
তাই সরাসরি, শেষে সময় লাগবে (৫৪০+১৬০)÷২০ = ৩৫ সেকেন্ড

লক্ষ্য করুন: এখানে ট্রেনের দৈর্ঘ্য ৫৪০ মিটার দেয়া থাকায় প্রথম অংশের (৫৮০ মি. দীর্ঘ প্লাটফর্ম ৫৬ সেকেন্ডে যায়) এই অংশটি নিয়ে হিসেব করার প্রয়োজন ই হচ্ছে না। কারণ ৫৪০মি. ট্রেন ও ১৬০ মি. সেতু থেকেই উত্তর বের করা সম্ভব।

৯. ১০০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ১০০ মিটার দীর্ঘ একটি সেতুকে ৬ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ২০০ মিটার দীর্ঘ আরেকটি সেতুকে অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সেকেন্ড সময় লাগবে?
ক. ৮ খ. ৯ গ. ১০ ঘ. ১২ উত্তর: খ

সমাধান: একটি ট্রেন যখন একটি নির্দিষ্ট সময়ে কোন সেতুকে অতিক্রম করে, তখন বলা হয় যে ট্রেনটি ওই নির্দিষ্ট সময়ে ট্রেনটির নিজের দৈর্ঘ্য + সেতুর দৈর্ঘ্যর সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। এক্ষেত্রে ট্রেনটি (১০০+১০০) = ২০০ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে = ৬ সেকেন্ডে।
ট্রেনটি ১ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে = $\frac{৬}{২০০}$ সেকেন্ডে।
∴ ট্রেনটি (১০০+২০০) = ৩০০ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে $\frac{৬}{২০০} \times ৩০০ = ৯$ সেকেন্ড। উত্তর: ৯ সেকেন্ড।

Note: সব অংকে সূত্র লাগে এমন কোন কথা নেই। যেখানে যত সহজে করা যায় সেভাবেই করতে হবে।

নিজে করুন:

১০. ১২০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫৪কি.মি. বেগে চলে কত সময়ে একটি বৈদ্যুতিক খুটি অতিক্রম করতে পারবে?
ক. ৬ সেকেন্ড খ. ৫ সেকেন্ড গ. ৪ সেকেন্ড ঘ. ৮ সেকেন্ড উত্তর: ঘ

১১. ২৫০ মি. লম্বা একটি ট্রেন ৫০ কি.মি. গতিতে একটি বৈদ্যুতিক খুঁটিকে অতিক্রম করবে-?
ক. ১৫ সেকেন্ডে খ. ১৮ সেকেন্ডে গ. ২০ সেকেন্ডে ঘ. ২৫ সেকেন্ডে উত্তর: খ

১২. ১৬০ মি. লম্বা একটি ট্রেন ৪০ কি.মি বেগে ১৪০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফর্মকে কত সময়ে অতিক্রম করবে?
ক. ২০ সেকেন্ড খ. ২৫ সেকেন্ড গ. ২৭ সেকেন্ড ঘ. ৩০ সেকেন্ড উত্তর: গ

১৩. একটি ট্রেনের বেগ ঘন্টায় ৭২ কি.মি.। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ১৮০ মিটার হলে , ৩২০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? উত্তর: খ
ক. ২২ সেকেন্ড খ. ২৫ সেকেন্ড গ. ২৪ সেকেন্ড ঘ. ২০ সেকেন্ড

১৪. ৭২ কিমি গতিতে চলমান ১১০ মিটার লম্বা একটি ট্রেনের ১৩২ মিটার লম্বা একটি ব্রীজ অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? উত্তর: খ
[PKB (SO)-2014]
ক. ৯.৮ সেকেন্ড খ. ১২.১ সেকেন্ড গ. ১২.৪২ সেকেন্ড ঘ. ১৪.৩ সেকেন্ড

১৫. একটি ট্রেন ৫ সেকেন্ডে একটি বৈদ্যুতিক পোলকে অতিক্রম করে। যদি ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ১২০ মি. হয় তবে, ১৮০ মি. দীর্ঘ একটি প্লাটফর্মকে অতিক্রম করতে এর কত সময় লাগবে? উত্তর: গ
ক. ১৫ সেকেন্ড খ. ১২.৫ সেকেন্ড গ. ২০ সেকেন্ড ঘ. ২২ সেকেন্ড

[Hints: ঐকিক নিয়মে: ১২০ মিটার যায় ৫ সেকেন্ডে ∴ ১২০+১৮০ = ৩০০ মিটার যাবে ১২.৫ সে.]

পদ্ধতি-০২: দৈর্ঘ্য বের করা

এই পদ্ধতির অংক গুলোতে ট্রেনের গতিবেগ ও সময় দেয়াই থাকবে, ট্রেনের অথবা প্লাটফর্মের/সেতুর দৈর্ঘ্য বের করতে হবে।

টিপস: হুবহু উপরের পদ্ধতিতেই শুরু করতে হবে, অর্থাৎ সর্বপ্রথমে গতিবেগটিকে $\frac{৫}{১৮}$ দ্বারা গুণ করে ১ সেকেন্ডের গতিবেগ বের করতে হবে। তারপর যত সেকেন্ডে যাবে তত দিয়ে গুণ করলেই মোট অতিক্রান্ত পথ বা দূরত্ব বের হবে। তা থেকে ট্রেন বা সেতু বা প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য বাদ দিলে অন্যটির দৈর্ঘ্য বের হবে।

১৬. ৭২কিমি/ঘন্টা বেগের একটি ট্রেন ১৫ সেকেন্ডে একটি দাঁড়িয়ে থাকা মানুষকে অতিক্রম করল, ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত? উত্তর: গ
ক. ২৯০ মিটার খ. ৩২৫ মিটার গ. ৩০০ মিটার ঘ. ৩৫০ মিটার

সমাধান:
১ঘন্টা বা (৬০×৬০)সে. = ৩৬০০ সেকেন্ডে যায় = ৭২ কিমি বা (৭২×১০০০)মি. = ৭২০০০মিটার

∴ ১ সেকেন্ডে যায় = $\frac{৭২০০০}{৩৬০০}$ = ২০মিটার/সেকেন্ড

∴ এখন ১৫ সেকেন্ড যাবে = ২০×১৫ = ৩০০মিটার। **উত্তর: ৩০০ মিটার।**

শর্টকাট: গতিবেগ × সময় = দূরত্ব (এই সূত্র প্রয়োগ করলে ঐকিক নিয়মে সময় নষ্ট হবে না)

সরাসরি এক লাইনে: $(৭২ \times \frac{৫}{১৮} \times ১৫)$ = ৩০০মিটার। (একসাথে সবগুলো গুণ করলে সহজে কাটাকাটি করা যায়)

১৭. **A train is running at speed of 40 km/hr and it crosses a post in 18 second. What is the length of the train?** (৪০কিমি/ঘন্টা বেগে চলমান একটি ট্রেন ১৮ সেকেন্ডে একটি পোস্ট অতিক্রম করতে পারলে ট্রেনের দৈর্ঘ্য কত?) *[Microcredit Regulatory Authority (AD)-2021]* উত্তর: গ
ক. ১৫০ মিটার খ. ২০০ মিটার গ. ৩০০ মিটার ঘ. ৫০০ মিটার

সমাধান: এক লাইনে $(৪০ \times \frac{৫}{১৮} \times ১৮)$ = ২০০মিটার। [আলাদা করে ১ সেকেন্ডের গতি বের না করে একসাথে গুণ করুন]

১৮. ১০০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেনের গতিবেগ ঘন্টায় ৪৮ কি.মি.। ট্রেনটি ২১ সেকেন্ডে একটি সেতু অতিক্রম করে, সেতুটির দৈর্ঘ্য কত? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]* উত্তর: গ
ক. ২৫০ মিটার খ. ২৬০ মিটার গ. ১৮০ মিটার ঘ. ২৭০ মিটার

সমাধান:

৪৮কিমি/ঘন্টা $\times \frac{৫}{১৮} = \frac{৪০}{৩}$ মি/সেকেন্ড ∴ ১ সেকেন্ড যায় = $\frac{৪০}{৩}$ মিটার ∴ ২১ " " = $\frac{৪০}{৩} \times ২১$মি. = ২৮০মি	এখানে, অতিক্রান্ত পথ = (ট্রেন+সেতু) = ২৮০ মিটার। । কিন্তু আমাদের বের করতে হবে শুধু সেতুর দৈর্ঘ্য। ∵ ট্রেনের দৈর্ঘ্য দেয়া আছে ১০০ মি.। তাই সেতুর দৈর্ঘ্য হবে (২৮০-১০০)মি. = ১৮০ মি.। **উত্তর: ১৮০মি.**	**Note:** এই অংকটাতেই সেতুর দৈর্ঘ্য ১৮০ মি. প্রশ্নে দেয়া থাকলে এবং ট্রেনের দৈর্ঘ্য ১০০ মিটার বের করতে বললে, সম্পূর্ণ একই নিয়মে করতে হবে, শুধু শেষে এসে মোট অতিক্রান্ত পথ থেকে সেতুর দৈর্ঘ্য বিয়োগ করলেই ট্রেনের দৈর্ঘ্য বের হয়ে যেত।

ভালোভাবে বোঝার জন্য চিত্রটি দেখুন:

ট্রেন = ১০০মি.	সেতু = ?
ট্রেন+সেতু = ২৮০ মিটার।	

∴সেতু = ২৮০-১০০ = ১৮০মি.

বিকল্প সমাধান: (লিখিত পরীক্ষার জন্য এভাবে সমীকরণ ধরেও সমাধান করা যায়।)

ট্রেনের গতিবেগ = ৪৮কিমি/ঘন্টা $\times \frac{৫}{১৮} = \frac{৪০}{৩}$ মি/সেকেন্ড

ধরি, সেতুর দৈর্ঘ্য = x মিটার

প্রশ্নমতে, $\frac{(১০০+x)\times ৩}{৪০} = ২১$ [$\frac{৪০}{৩}$ নিচে ভাগ করা অর্থ সরাসরি $\frac{৩}{৪০}$ গুণ করা]

$\Rightarrow ৩০০ + ৩x = ৮৪০ \Rightarrow ৩x = ৮৪০ - ৩০০ \Rightarrow ৩x = ৫৪০ \quad \therefore x = ১৮০$ **উত্তর: ১৮০ মিটার।**

শর্টকাটে এক লাইনে:
$[(৪৮ \times \frac{৫}{১৮} \times ২১) - ১০০] = ১৮০$মিটার

১৯. **একটি ট্রেন ঘন্টায় ৪৮ কি.মি. বেগে ২১ সেকেন্ডে একটি সেতু অতিক্রম করলো। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার হলে সেতুটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?** *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের (উচ্চমান সহকারী)-২০১৭]* উত্তর: গ
ক. ১৪০ খ. ১৮০ গ. ২০০ ঘ. কোনটিই নয়

লিখিত সমাধান:
ট্রেনটি (৬০×৬০) সেকেন্ডে অতিক্রম করে = (৪৮×১০০০) = ৪৮০০০ মি.

∴ ১ " " " = $\frac{৪৮০০০}{৬০\times ৬০}$ "

∴ ২১ " " " = $\frac{৪৮০০০\times ২১}{৬০\times ৬০}$ = ২৮০ মিটার

সুতরাং সেতুর দৈর্ঘ্য = (২৮০-৮০)মিটার = ২০০ মিটার। **উত্তর: ২০০ মিটার।**

শর্টকাটে এক লাইনে:
$[(৪৮ \times \frac{৫}{১৮} \times ২১) - ৮০] = ২০০$মিটার

২০. **১০০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেনের গতিবেগ ঘন্টায় ৪৮ কি.মি.। ঐ ট্রেনটি ৩০ সেকেন্ডে একটি সেতু অতিক্রম করে। সেতুটির দৈর্ঘ্য কত?** *[৭ম শ্রেণি-২.৩ (১৯৮৩ সংস্করণ)]+ [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮]* উত্তর: খ
ক. ২৫০ মিটার খ. ৩০০ মিটার গ. ৪০০মিটার ঘ. ৩৫০মিটার

সমাধান: দ্রুত করার জন্য একলাইনে এভাবে: $(৪৮ \times \frac{৫}{১৮} \times ৩০)$মি. = ৪০০মি - ১০০ মি = ৩০০ মিটার। **উত্তর: ৩০০ মিটার।**

২১. **একটি ট্রেন ৭২ কিলোমিটার গতিতে একটি সেতু ১ মিনিটে পার হলো। ট্রেনের দৈর্ঘ্য ৭০০ মিটার হলে সেতুটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?** *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেশন): ২০২০]* উত্তর: ক
ক. ৫০০ খ. ৬০০ গ. ৭২০ ঘ. ১২০০

সমাধান: ট্রেনের গতিবেগ = ৭২ কি.মি./ঘন্টা$\times\frac{৫}{১৮}$ মি./সে. = ২০ মি./সে.

∴ ১ মিনিট বা ৬০ সেকেন্ডে অতিক্রম করে = (৬০×২০)= ১২০০ মিটার

সুতরাং সেতুটির দৈর্ঘ্য = (১২০০-৭০০) = ৫০০ মিটার।

শর্টকার্টে একলাইনে করার জন্য সরাসরি: $|(৭২\times\frac{৫}{১৮}\times৬০)-৭০০| = ৫০০$মিটার

২২. একটি ট্রেন ১৮০ কিমি/ঘন্টা বেগে চলে ২৫ সেকেন্ডে ৮০০ মিটার দীর্ঘ একটি সেতু অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?
[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]

ক. ৪৫০ মি. খ. ৯০০ মি. গ. ১২৫০ মি. ঘ. ১৮০০ মি. উত্তর: ক

সমাধান: ট্রেনের গতিবেগ = ১৮০ × $\frac{৫}{১৮}$ মিটার/সেকেন্ড = ৫০মি./সে.

ধরি, ট্রেনের দৈর্ঘ্য = x মিটার

শর্টকার্টে একলাইনে : $|(১৮০\times\frac{৫}{১৮}\times২৫)-৮০০| = ৪৫০$ মিটার

প্রশ্নমতে, $\frac{x+৮০০}{৫০} = ২৫ \Rightarrow x + ৮০০ = ১২৫০ \therefore x = ৪৫০$ সুতরাং ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ৪৫০ মিটার।

২৩. A train, 150 m long and running at a speed of 60 km per hour, takes 30 seconds to cross a bridge. What is the length (in meters) of the bridge?(১৫০ মিটার লম্বা একটি ট্রেনের গতিবেগ ঘন্টায় ৬০ কি.মি.। ট্রেনটি ৩০ সেকেন্ডে একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটির দৈর্ঘ্য কত?) *[BCIC (Assistant Administrative Officer):2021]*

ক. ৩৫০ মিটার খ. ৪৫০ মিটার গ. ৫০০ মিটার ঘ. ৫৫০ মিটার উত্তর: ক

সমাধান: ব্রিজের দৈর্ঘ্য = (৬০ × $\frac{৫}{১৮}$ × ৩০ − ১৫০) মিটার = ৫০০ − ১৫০ = ৩৫০ মিটার ।

২৪. ৩০০ মিটার দীর্ঘ একটি মালবাহী ট্রেন ঘন্টায় ৭২কিলোমিটার বেগে ২৫ সেকেন্ডে একটি সেতু অতিক্রম করে । সেতুটির দৈর্ঘ্য কত? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ২০০ মিটার খ. ২২০ মিটার গ. ২৫০মিটার ঘ. ৩০০মিটার উত্তর: ক

সমাধান: গতিবেগ = ৭২ কিমি/ঘন্টা বা ৭২× $\frac{৫}{১৮}$ = ২০মিটার/সেকেন্ডে। তাহলে ২৫ সেকেন্ডে মোট যায় ২০×২৫ = ৫০০মি.

যেহেতু ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ৩০০মিটার তাহলে সেতুটির দৈর্ঘ্য হবে = ৫০০-৩০০ = ২০০ মিটার।

নিজে করুন:

২৫. একটি ট্রেন ৬০ কিমি গতিতে ৯ সেকেন্ডে একটি খুঁটি অতিক্রম করতে পারে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত? *(Exim Bank (Cash)-2013)*

ক. ১২০ মি. খ. ১৫০ মি. গ. ১২৫ মি. ঘ. ১৪৫ মি. উত্তর: খ

২৬. একটি ট্রেন ঘন্টায় ৪৮কি.মি. বেগে ২২০ মি. প্লাটফর্ম ৩০ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত?

ক. ২০০ মিটার খ. ১৮০ মিটার গ. ১৭০ মিটার ঘ. ১৯০ মিটার উত্তর: খ

২৭. ৮০০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ৭৮কিমি বেগে চলছিল। যদি ট্রেনটি ১মিনিটে একটি সুড়ঙ্গ অতিক্রম করতে পারে তাহলে টানেলের দৈর্ঘ্য কত? *[B.B.(Cash.Off.)-2016]*

ক. ৫২০ মিটার খ. ৫০০ মিটার গ. ৪৫০ মিটার ঘ. ৫৫০ মিটার উত্তর: খ

২৮. একটি ট্রেন ঘন্টায় ৪৮ কি.মি. বেগে চলে ৩৬০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফর্ম ১ মিনিটে অতিক্রম করল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

ক. ৪০০ মিটার খ. ৫০০ মিটার গ. ৪৪০ মিটার ঘ. ৫৪০ মিটার উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৩ ঃ গতিবেগ বের করা

সাধারণ গতিবেগ বলতে বোঝায় একটি বস্তু বা বাহন ১ ঘন্টায় কত কি.মি. বা মাইল রাস্তা অতিক্রম করে। উপরের প্রশ্নগুলোতে আমরা দেখেছি ট্রেনের গতিবেগ প্রশ্নেই দেয়া ছিল। কিন্তু এই পদ্ধতিতে ট্রেনের গতিবেগ বের করতে বলা হবে।

২৯. একটি ট্রেন প্রতি সেকেন্ডে ৩০ মিটার গেলে প্রতি ঘন্টায় ঐ ট্রেনের বেগ কত?

ক. ১১২ কি.মি. খ. ১০৬ কি.মি. গ. ১০৮ কি.মি. ঘ. ১১০ কি.মি. উত্তর: গ

টিপস: যে ট্রেন ১ সেকেন্ডে ৩০মিটার যায় সে ট্রেনের গতিবেগ বের করতে হলে $\frac{৫}{১৮}$ কে উল্টিয়ে দিয়ে তাকে ৩০ দিয়ে গুণ করলেই হবে। $\frac{১৮}{৫}\times৩০ = ১০৮$কি.মি./ ঘন্টা.

৫/১৮ আর ১৮/৫ নিয়ে গুলিয়ে ফেলতে না চাইলে মনযোগ দিয়ে পড়ুন:

ঘন্টার গতিবেগ থেকে সেকেন্ডের গতিবেগ = ১ ঘন্টার গতি $\times\frac{৫}{১৮}$ = ১ সেকেন্ডের গতি

সেকেন্ডের গতিবেগ থেকে ঘন্টার গতিবেগ = ১ সেকেন্ডের গতি $\times\frac{১৮}{৫}$ = ১ ঘন্টার গতি

৩০. একটি ট্রেন প্রতি সেকেন্ডে ২৫ মিটার গেলে প্রতি ঘন্টায় ঐ ট্রেনের বেগ কত? **[Hints:** $২৫\times\frac{১৮}{৫} = ৯০$ কিমি]

ক. ৮৫ কি.মি. খ. ১০০ কি.মি. গ. ৯০ কি.মি. ঘ. ৯৫ কি.মি. উত্তর: গ

মনে রাখুন: ১ সেকেন্ডের গতি না থেকে বেশি সময়ের গতি থাকলে প্রথমে ১ সেকেন্ডের গতি বের করতে হবে। যেমন:, ২০ সেকেন্ডে যায় ৩০০ মিটার, তাহলে আগে ১ সেকেন্ডে কতটুকু যায় তা বের করে $\frac{১৮}{৫}$ দ্বারা গুণ করে দিলেই ঐ ট্রেনের গতিবেগ বের হবে।

৩১. একটি ট্রেন প্রতি সেকেন্ডে ২০ মিটার রাস্তা অতিক্রম করল। প্রতিঘন্টায় ঐ ট্রেনের গতিবেগ কত ছিল ? *[বাংলাদেশ পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় বিভাগ মাঠ কর্মকর্তা: ২০১৩]*

ক. ৬৮ কি.মি. খ. ৭০ কি.মি. গ. ৭২ কি.মি. ঘ. ৮০ কি.মি. উত্তর: গ

সমাধান:

১ সেকেন্ডে অতিক্রম করে = ২০ মিটার

∴ ১ ঘন্টা বা ৩৬০০ সেকেন্ডে অতিক্রম করে= (২০×৩৬০০) মিটার = ৭২০০০ মিটার÷১০০০ = ৭২কি.মি./ঘন্টা।

শর্টকাট : ঘন্টায় গতিবেগ = প্রতি সেকেন্ডের গতিবেগ $\times\frac{১৮}{৫} = ২০\times\frac{১৮}{৫}$ = ৭২ কি.মি./ঘন্টা

যদি প্রশ্নের মধ্যে সরাসরি ১ সেকেন্ডের গতিবেগ দেয়া না থাকে তাহলে আগে ১ সেকেন্ডের গতিবেগ বের করতে হয়।

৩২. ১২০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ৬ সেকেন্ডে একটি ল্যামপোস্ট অতিক্রম করল। ট্রেনটির গতিবেগ কত? *[পিএসসি, (সহ:পরি)-২০০৪)]*

ক. ৬০ কি.মি. খ. ৬৪ কি.মি. গ. ৭২ কি.মি. ঘ. ৯০ কি.মি. উত্তর: গ

সমাধান: ১ সেকেন্ডের গতিবেগ = $\frac{১২০}{৬}$ = ২০মিটার/সেকেন্ড = ২০ × $\frac{১৮}{৫}$ = ৭২কি.মি./ঘন্টা।

[Be Careful: ১ সেকেন্ডের গতি বের না করে গুণ করলে ভুল হবে তাই সাবধান থাকবেন।]

৩৩. ১৬০ মিটার দৈর্ঘ্যর একটি ব্রিজ অতিক্রম করতে ১৯০ মিটার দৈর্ঘ্যর একটি ট্রেনের ২০ সেকেন্ডে সময় লাগলে ঐ ট্রেনটির ঘন্টার গতিবেগ কত ছিল ? *[পল্লী উন্নয়ন বোর্ডের (হিসাব সহকারী):২০১৪]*

ক. ৬০ কি.মি. খ. ৬২ কি.মি. গ. ৬৩ কি.মি. ঘ. ৬৫ কি.মি. উত্তর: গ

সমাধান:

মোট দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে = ১৬০+১৯০ = ৩৫০ মি.

২০ সেকেন্ডে অতিক্রম করবে = ৩৫০ মিটার

∴১ " " " $= \frac{৩৫০}{২০} = \frac{৩৫}{২}$ মি./সে.

∴ ঐ ট্রেনের ঘন্টায় গতিবেগ $= \frac{৩৫}{২} \times \frac{১৮}{৫} = ৬৩$ কি.মি./ঘন্টা

একলাইনে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:

$\frac{(১৬০ + ১৯০)}{২০} \times \frac{১৮}{৫} = \frac{৩৫০}{২০} \times \frac{১৮}{৫} = ৬৩$কি.মি.

৩৪. ২৫০ মিটার সেতু অতিক্রম করতে ১৫০ মিটার দৈর্ঘ্য একটি ট্রেনকে ৩০ সেকেন্ড সময় লাগে। ঐ ট্রেনের গতিবেগ কত?

ক. ৫০ কি.মি. খ. ৫৪ কি.মি. গ. ৪০ কি.মি. ঘ. ৪৮ কি.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: ট্রেনটি মোট যায় = ২৫০+১৫০ = ৪০০ মি., অর্থাৎ ৩০ সেকেন্ডে যায় ৪০০মি.

∴১ সেকেন্ডে যায় $\frac{৪০০}{৩০}$ বা $\frac{৪০}{৩}$ মি./সে সুতরাং ঐ ট্রেনের গতিবেগ $= \frac{৪০}{৩} \times \frac{১৮}{৫} = ৪৮$কি.মি./ ঘন্টা

Note: ভগ্নাংশ দেখে ভয় পাওয়া যাবে না , কেননা নিয়ম তো একই ।

নিজে করুন:

৩৫. ৫০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন ১০০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি প্লাটফর্ম ১০ সেকেন্ডে অতিক্রম করলে ট্রেনটির গতিবেগ কত?

ক. ৫৪ কি.মি. খ. ৪৮ কি.মি. গ. ৪২ কি.মি. ঘ. ৫০ কি.মি. উত্তর: ক

[Hints: $\frac{১০০+৫০}{১০} \times \frac{১৮}{৫}$ এভাবে একসাথে গুণ করাই বেস্ট]

৩৬. ১৫০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ৩০০ মিটার লম্বা একটি টানেল ৪০.৫ সেকেন্ডে অতিক্রম করলে ট্রেনটির গতিবেগ কত? *[Probasi Kalyan SEO (Cash) 2014]*

ক. ৩৫ কি.মি. খ. ৪২ কি.মি. গ. ৪০কি.মি. ঘ. ৪৫ কি.মি. উত্তর: গ

সমাধান:

মোট দূরত্ব = ১৫০+৩০০ = ৪৫০ মি; সময় = ৪০.৫ সেকেন্ড।

১ সেকেন্ডের গতি $= \frac{৪৫০}{৪০.৫} = \frac{৪৫০ \times ১০}{৪০৫} = \frac{১০০}{৯}$ মি./সে. সুতরাং ট্রেনটির গতিবেগ $= \frac{১০০}{৯} \times \frac{১৮}{৫} = ৪০$ কি.মি./ঘন্টা।

পদ্ধতি-০৪ ঃ দুটি ট্রেন সংক্রান্ত প্রশ্ন:

টিপস: দুটি ট্রেনের অংকের ক্ষেত্রে Relative speed বা আপেক্ষিক বেগ বিষয়টি ভালোভাবে বুঝতে হবে। তাছাড়া বাকী নিয়ম উপরের সাধারণ নিয়মগুলির মতই।

Relative speed বিষয়টি কি?

Relative speed হচ্ছে দুটি ট্রেনের একই সাথে পারস্পরিক গতিবেগ, অর্থাৎ দুটি ট্রেন অথবা চলমান কোন কিছু প্রশ্নে আসলে, এই Relative speed এর বিষয়টি আসে।

যখন একই সময়ে দুটি ট্রেন অথবা যে কোন বাহন বিপরীত দিক থেকে আসে তখন তাদের গতিবেগের যোগফল কিংবা যখন ট্রেন দুটি একই দিকে চলতে থাকে তখন তাদের গতিবেগের বিয়োগফলকে Relative speed বলে।

(Note: সময়, দূরত্ব ও গতিবেগ অধ্যায়ে এ নিয়মের অনেক প্রশ্ন আসে, তাই এখান থেকে ভালভাবে বুঝে নিন)

(ক) বিপরীত দিক থেকে আসলে :

দুটি ট্রেন ২টি ভিন্ন দিক থেকে একটি আরেকটির দিকে আসতে থাকলে তাদের গতিবেগ যোগ করার মাধ্যমে একটি কতক্ষণ পরে আরেকটির মুখোমুখি হবে তা বের করা যায়। যেমন:

৩৭. ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের দূরত্ব ২০০ মাইল। একটি গাড়ি ঘন্টায় ২৫ মাইল বেগে ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের দিকে এবং আর একটি গাড়ি ঘন্টায় ১৫ মাইল বেগে চট্টগ্রাম থেকে ঢাকার দিকে একই সময়ে যাত্রা শুরু করলো। কতক্ষণ সময় পর গাড়ি দুটি মুখোমুখি হবে? *[পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় বিভাগের একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের(জেলা সমন্বয়কারী) -২০১৭]*

ক. ৪ ঘন্টা খ. ৫ ঘন্টা গ. ৬ ঘন্টা ঘ. ৮ ঘন্টা উত্তর: খ

সমাধান: আপেক্ষিক গতিবেগ = (২৫+১৫) = ৪০ মাইল/ঘন্টা।

∴ ট্রেন দুটি মুখোমুখি হওয়ার জন্য লাগা মোট সময় $= \frac{২০০}{৪০}$ ঘন্টা = ৫ ঘন্টা।

৩৮. ১১০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় ৬০ কি.মি. বেগে চলছিল। বিপরীত দিক থেকে ঘন্টায় ৬ কি.মি. বেগে আসা একটি লোককে ট্রেনটি কত সময়ে অতিক্রম করতে পারবে? *[Jamuna Bank (MTO)- 2013]*

ক. ৪ সেকেন্ড খ. ১০ সেকেন্ড গ. ৮ সেকেন্ড ঘ. ৬ সেকেন্ড উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে প্রথমে দুটো গতিই যোগ করে Relative speed বের করার পর সাধারণ নিয়মের মতই অংকটি করতে হবে।

প্রথমে ট্রেন ও মানুষের আপেক্ষিক গতি = ৬০+৬ =৬৬ কিমি/ঘ. ।এখন ৬৬× $\frac{৫}{১৮} = \frac{৫৫}{৩}$ মিটার /সে.।

এখন যেহেতু ট্রেনটি একটি লোককে অতিক্রম করবে তাই ট্রেনটিকে তার নিজের দৈর্ঘ্য অর্থাৎ ১১০ মিটার যেতে হবে।

তাই ১১০ মিটার যেতে সময় লাগবে, $\frac{১১০}{\frac{৫৫}{৩}} = ১১০ \times \frac{৩}{৫৫} = ৬$ সেকেন্ড। **উত্তর: ৬ সেকেন্ড।**

৩৯. ২২০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫৯ কিলোমিটার বেগে আসে। বিপরীত দিক থেকে ঘন্টায় ৭ কি.মি. বেগে আসা লোকটিকে কত সেকেন্ডে অতিক্রম করবে ? *[IBBL- (ATO)-2017]+ [আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯]*

ক. ১২ সেকেন্ডে খ. ১৫ সেকেন্ডে গ. ১৮ সেকেন্ডে ঘ. ২০ সেকেন্ডে উত্তর: ক

সমাধান:

বিপরীত দিক থেকে আসায় ট্রেন ও মানুষের আপেক্ষিক গতি = ৫৯+৭ = ৬৬ কিমি = ৬৬× $\frac{৫}{১৮} = \frac{৫৫}{৩}$ মিটার/সেকেন্ড ।

সুতরাং, ট্রেনটির লোকটিকে অতিক্রম করতে সময় লাগবে = ২২০÷ $\frac{৫৫}{৩}$ = ২২০× $\frac{৩}{৫৫}$ = ১২ সেকেন্ড।

৪০. দুটি ট্রেন ৬০ কিমি/ঘন্টা এবং ৯০ কিমি/ঘন্টা বেগে একই স্থান হতে একে অপরের বিপরীত দিকে চলছে। এদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১.১০ কিলোমিটার এবং ০.৯ কিলোমিটার হলে ধীর গতির ট্রেনটি দ্রুত গতির ট্রেনটিকে অতিক্রম করতে কত সেকেণ্ড সময় লাগবে? *[পায়রা বন্দর (অফিস সহ:) নিয়োগ-২০১৯]*

ক. ১২ সেকেন্ডে খ. ২৪ সেকেন্ডে গ. ৩৬ সেকেন্ডে ঘ. ৪৮সেকেন্ডে উত্তর: ঘ

সমাধান: (ট্রেনের দৈর্ঘ্য কি.মি. এ থাকায় সরাসরি কি.মি. ধরে হিসেব করা যায়। আপনি চাইলে মি./সে. ধরেও করতে পারেন)

ট্রেন দুটির মোট দৈর্ঘ্য = (১.১০+০.৯) কি.মি. = ২ কি.মি.

বিপরীত দিক থেকে আসা ট্রেন দুটির আপেক্ষিক গতিবেগ = (৬০+৯০) = ১৫০ কি.মি./ঘন্টা

∴ সময় $= \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}} = \frac{২}{১৫০}$ ঘন্টা $= \frac{২}{১৫০} \times ৩৬০০$ [যে কোন ঘন্টাকে সেকেন্ড বানাতে ৩৬০০ দিয়ে গুণ] = ৪৮ সেকেন্ড।

নিজে করুন:

৪১. ২৭০ মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি ট্রেন ২৫কিমি/ঘন্টা বেগে চলছিল। বিপরীত দিক থেকে ঘন্টায় ২কিমি বেগে আসা একজন লোককে ট্রেনটি কত সেকেন্ডে অতিক্রম করতে পারবে?
ক. ৩৬ খ. ৪০ গ. ৩২ ঘ. ৩০ উত্তর: ক

৪২. ১৩২ মিটার এবং ১০৮ মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুটি ট্রেন পরস্পর বিপরীত দিক থেকে ঘন্টায় ৩২কিমি এবং ৪০কিমি বেগে চলছিল। তারা একে অপরকে কত সময়ে অতিক্রম করবে?
ক. ৮ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৩ উত্তর: গ

[**Hints:** দৈর্ঘ্য না নিয়ে শুরুতেই গতিবেগ ৪০+৩২ = ৭২×$\frac{৫}{১৮}$ = ২০মি/সে. এরপর (১৩২+১০৮)÷২০ = ১২ সেকেন্ড]

৪৩. একই গতিবেগে দুটি ট্রেন বিপরীত দিক থেকে একটি অপরটির দিকে চলছিল। যদি প্রত্যেক ট্রেনের দৈর্ঘ্য ১২০ মিটার হয় এবং তারা একে অপরকে ১২ সেকেন্ডে অতিক্রম করে, প্রত্যেক ট্রেনের গতিবেগ কত? *[Janata Bank (EO)-2017 (Morning)]+ [BCIC (Assistant Administrative Officer):2021]*
ক. ৩৮ খ. ৩৪ গ. ৪০ ঘ. ৩৬ উত্তর: ঘ

সমাধান: ট্রেন দুটির দৈর্ঘ্যের যোগফল = (১২০+১২০) = ২৪০মিটার যায় = ১২ সেকেন্ডে।
∴ প্রতি সেকেন্ডের গতিবেগ = (২৪০÷১২) = ২০মি/সে.
এখন ১ সেকেন্ডে ২০মি. গেলে ৩৬০০ সেকেন্ডে যায় = (২০×৩৬০০) = ৭২০০০মিটার বা ৭২কি.মি।
এখন ট্রেন দুটির গতিবেগ সমান হওয়ায় প্রত্যেকটির গতিবেগ হবে ৭২ এর অর্ধেক করে অর্থাৎ (৭২÷২) = ৩৬কি.মি/ ঘন্টা।

(খ) একই দিকে গেলে :

একই জায়গা থেকে দুটি ট্রেন একই দিকে যেতে থাকলে তাদের গতিবেগ বিয়োগ করলে তাদের আপেক্ষিক গতিবেগ বের হয়। এরপর উপরের নিয়ম গুলোর মতই মিটার/সেকেন্ডে গতিবেগ বের করে দূরত্বকে ভাগ দিলে সময় বের হয়।

৪৪. ১২৫ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫০ কি.মি. বেগে চলছিল। একই দিকে ঘন্টায় ৫ কি.মি. বেগে চলন্ত একটি লোককে ট্রেনটি কত সময়ে অতিক্রম করতে পারবে?
ক. ৫ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে প্রথমে ট্রেন দুটির Relative speed বের করে তারপর সাধারণ নিয়মের মতই অংকটি করতে হবে।
এক্ষেত্রে গতিবেগ বিয়োগ করে Relative speed বের করতে হবে। আপেক্ষিক গতিবেগ = (৫০- ৫) = ৪৫ কিমি/ঘন্টা।
তারপর সাধারণ নিয়মে, অর্থাৎ ৪৫×$\frac{৫}{১৮}$ = $\frac{২৫}{২}$ মিটার/সেকেন্ড এখানে ট্রেনটি একটি লোককে অতিক্রম করবে, তাই শুধু তার
নিজের দৈর্ঘ্য অর্থাৎ ১২৫ মিটার অতিক্রম করলেই হয়ে যাবে। সময় লাগবে, $\frac{১২৫}{\frac{২৫}{২}}$ = ১২৫×$\frac{২}{২৫}$ = ১০সেকেন্ড।

৪৫. ৬৩কিমি বেগে চলমান ৫০০ মিটার লম্বা একটি ট্রেনে একই দিকে ৩কিমি বেগে চলমান একটি লোককে কত সেকেন্ডে অতিক্রম করবে? *[Basic Bank (AO-Cash) 2014]+[BB (Cash)-2016]*
ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৪৫ উত্তর: খ

সমাধান: আপেক্ষিক গতিবেগ (৬৩-৩) = ৬০ কিমি/ঘন্টা এরপর ৬০×$\frac{৫}{১৮}$ = $\frac{৫০}{৩}$ মি./সে. ∴সময় = ৫০০÷$\frac{৫০}{৩}$ = ৩০সে.

৪৬. ১২০ ও ৮০ মিটারের দুটি ট্রেন প্রতি ঘন্টায় যথাক্রমে ১৮ কি.মি. ও ১২ কি.মি বেগে চলছে। ট্রেন দুটি একই দিকে অগ্রসর হতে থাকলে পরস্পরকে অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? *[RAKUB (off)-2015)*
ক. ২ মি. খ. ৩ মি. গ. ৪ মি. ঘ. ৫ মি. উত্তর: ক

সমাধান: একই দিকে যাওয়ায় প্রথমে আপেক্ষিক গতি (১৮-১২) = ৬কিমি/ ঘন্টা ∴ ৬ ×$\frac{৫}{১৮}$ = $\frac{৫}{৩}$ মি./সে.
এখন মোট দূরত্ব = (১২০+৮০) = ২০০মিটার যেতে মোট সময় লাগবে = ২০০ ÷ $\frac{৫}{৩}$ মি./সে.= ১২০সে. বা, ১২০÷৬০= ২মি.

৪৭. ২৩০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৪০ কি.মি. বেগে চলছে। পিছন থেকে সমান্তরাল ভাবে ২৭০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫০ কি.মি. বেগে আসছিল। ২য় ট্রেনটি কত সময়ে ১ম ট্রেনটিকে অতিক্রম করবে? *[One Bank IT(SO):2016]*
ক. ৩ মিনিট খ. ৪ মিনিট গ. ৫ মিনিট ঘ. ৬ মিনিট উত্তর: ক

সমাধান: ট্রেন দুটির relative speed= (৫০-৪০) কি.মি. = ১০ কি.মি. *[গতিবেগ একই দিকে হওয়ায় বিয়োগ]*
১০ কি.মি. = ১০০০০ মি. [১ কি.মি. = ১০০০] এবং ১ ঘন্টা = ৩৬০০ সেকেন্ড
দুটি ট্রেনের দৈর্ঘ্য (২৩০+২৭০) মিটার = ৫০০ মি. [এতটুকু যেতে হবে]
১০০০০ মিটার যায় = ৩৬০০ সেকেন্ডে
১ " " = $\frac{৩৬০০}{১০০০০}$ "
৫০০ " " = $\frac{৩৬০০ \times ৫০০}{১০০০০}$ "
= ১৮০ সেকেন্ড বা ১৮০÷৬০ মিনিট = ৩ মিনিট। উত্তর: ৩ মিনিট।

এক লাইনে $\frac{২৩০+২৭০}{(৫০-৪০)\times\frac{৫}{১৮}} = \frac{৫০০}{\frac{২৫}{৯}} = ৫০০ \times \frac{৯}{২৫} = ১৮০$ সে.
অনেক বেশি প্রাকটিস করলে এভাবে একলাইনে করা যাবে।

৪৮. একটি ট্রেন ২০ কি.মি/ঘন্টা বেগে চলছে। একজন ব্যক্তি একই দিকে ১৫ কি.মি/ঘন্টা বেগে চলছে। ট্রেনটি যদি ব্যক্তিটিকে ৩ মিনিটে অতিক্রম করে, তাহলে ট্রেনের দৈর্ঘ্য কত ? *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*
ক. ২০০ মিটার খ. ২২০ মিটার গ. ২২৫ মিটার ঘ. ২৫০ মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান: ট্রেন ও ব্যক্তি একই দিকে চলায় তাদের আপক্ষিক গতি = (২০-১৫) = ৫ কিমি = ৫×$\frac{৫}{১৮}$ = $\frac{২৫}{১৮}$ মি./সেকেন্ড
এখন, ১ সেকেন্ডে যায় = $\frac{২৫}{১৮}$ ∴৩ মিনিট বা ১৮০ সেকেন্ডে যায় = $\frac{২৫}{১৮}$ ×১৮০ = ২৫০ মিটার।

নিজে করুন:

৪৯. ১০০ মি. দীর্ঘ্য একটি ট্রেন ঘন্টায় ৭০ কি.মি. বেগে চলছে। একজন ব্যক্তি একই দিকে ঘন্টায় ১০ কি.মি. বেগে দৌড়াচ্ছে। ট্রেনটি ঐ ব্যক্তিকে কত সময়ে অতিক্রম করবে?
ক. ১৬ সেকেন্ড খ. ১২ সেকেন্ড গ.৮ সেকেন্ড ঘ. ৬ সেকেন্ড উত্তর: ঘ

৫০. ৬০ কিমি বেগে চলমান ১২০মিটার লম্বা একটি ট্রেন একই দিকে ৬ কিমি বেগে চলমান একটি লোককে অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? *(Al-Arafah IB MTO-11)*
ক. ৮ সেকেন্ড খ. ৬ সেকেন্ড গ.৩ সেকেন্ড ঘ. ৯ সেকেন্ড উত্তর: ক

সমাধান:
যেহেতু ট্রেন ও লোকটি একই দিকে চলমান তাই Relative speed = (৬০-৬) = ৫৪ কি.মি./ঘন্টা এখন প্রতি সেকেন্ডের
গতিবেগ = ৫৪×$\frac{৫}{১৮}$ = ১৫ মিটার/সে যেহেতু ট্রেনটি লোকটিকে অতিক্রম করবে তাই সময় লাগবে = $\frac{১২০}{১৫}$ = ৮ সেকেন্ড.

৫১. ২২০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫০ কি.মি. বেগে চলছে। পিছন থেকে সমান্তরালভাবে ২৮০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৬০ কি.মি. বেগে আসছিল। ২য় ট্রেনটি কত সময়ে ১ম ট্রেনটিকে অতিক্রম করবে? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*
ক. ৩ সেকেন্ড খ. ২ মিনিট গ. ৮০ সেকেন্ড ঘ. ৩ মিনিট উত্তর: ঘ

সমাধান: পেছন দিক থেকে আসায় আপেক্ষিক গতি = (৬০ – ৫০) = ১০ × $\frac{৫}{১৮}$ মি./সে. = $\frac{২৫}{৯}$ মি./সে.
∴ সময় লাগবে = (২২০+২৮০) = ৫০০ ÷ $\frac{২৫}{৯}$ = ৫০০ × $\frac{৯}{২৫}$ = ১৮০ সেকেন্ড ÷ ৬০ = ৩ মিনিট ।

৫২. দুটি ট্রেন একই দিকে সমান্তরাল ভাবে ঘন্টায় যথাক্রমে ৫০ কি. মি. ও ৩০ কি. মি. বেগে চলছে। দ্রুত চলা ট্রেনটি ধীরে চলা ট্রেনের এক ব্যক্তিকে ১৮ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। তাহলে দ্রুত চলা ট্রেনের দৈর্ঘ্য কত?

ক. ১০০ মিটার খ. ৯৫ মিটার গ. ৯০ মিটার ঘ. ১১০ মিটার উত্তর: ক

[**Hints:** ৫০-৩০ = ২০×$\frac{৫}{১৮}$ ×১৮ = ১০০ (এখানে মানুষকে অতিক্রম করায় শুধু ১টি ট্রেনে দৈর্ঘ্য বের করায় উত্তর)]

পদ্ধতি-০৫ ঃ এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন:

৫৩. ঘন্টায় ৯৩ কি.মি. বেগে চলমান একটি ট্রেন ৯০ মিটার দীর্ঘ একটি সেতুকে ১২ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ২৪৫ মিটার দীর্ঘ একটি সেতু অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]+[BPATC(বিভিন্ন পদ)-২০১৯]*

ক. ১২ সেকেন্ড খ. ১৫ সেকেন্ড গ. ১৮ সেকেন্ড ঘ. ২৪ সেকেন্ড উত্তর: গ

সমাধান: এখানে, ৯৩ কি.মি. = ৯৩×$\frac{৫}{১৮}$ মি./সে. = $\frac{৪৬৫}{১৮}$ মি./সে.

∴১২ সেকেন্ডে অতিক্রম করে = $\frac{৪৬৫}{১৮}$ × ১২ = ৩১০ মিটার [সরাসরি = ৯৩×$\frac{৫}{১৮}$ × ১২ = ৩১০মিটার বের করা সহজ]

∴ ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = মোট পথ - সেতু = (৩১০-৯০) = ২২০ মিটার

∴ ২য় সেতু অতিক্রম করার সময় মোট দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে = (২৪৫+২২০) = ৪৬৫ মিটার

সুতরাং সেতুটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির সময় লাগবে = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}$ = ৪৬৫÷$\frac{৪৬৫}{১৮}$ = ৪৬৫×$\frac{১৮}{৪৬৫}$ = ১৮ সে.। উত্তর: ১৮সে.

৫৪. ঘন্টায় ৪৮ কি.মি. গতিতে চলমান একটি ট্রেন বিপরীত দিক থেকে আগত এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট, ঘন্টায় ৪২ কি.মি. বেগে চলমান অপর একটি ট্রেনকে ১২ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। প্রথম ট্রেনটি একটি প্লাটফর্মকে ৪৫ সেকেন্ডে অতিক্রম করলে প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য কত? *[CGDF-(Auditor)-2022]*

ক. ৫৬০ মিটার খ. ৪৫০ মিটার গ. ৪০০ মিটার ঘ. ৬০০ মিটার উত্তর: গ

সমাধান: (অংকটার শেষে লেজুর লাগানো থাকায় ধাপে ধাপে সমাধান করতে হবে)

এখানে, আপেক্ষিক গতি, (৪৮ + ৪২) = ৯০কিমি/ঘন্টা ×$\frac{৫}{১৮}$ = ২৫ মি./সে.

১২ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = ২৫ মি./সে.× ১২ সেকেন্ড = ৩০০ মিটার

ধরি, প্রথম ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ২x মিটার সুতরাং ২য় ট্রেনের দৈর্ঘ্য x মিটার।

প্রশ্নমতে, ২x +x = ৩০০মিটার। বা, ৩x = ৩০০ ∴x = ১০০ মিটার

তাহলে প্রথম ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ২×১০০ = ২০০ মিটার।

এখন প্রথম ট্রেনের গতিবেগ = ৪৮কিমি/ঘন্টা ×$\frac{৫}{১৮}$ = $\frac{৪০}{৩}$ মি./সে.

সুতরাং ৪৫ সেকেন্ডে অতিক্রম করবে = $\frac{৪০}{৩}$ × ৪৫ = ৬০০ মিটার।

যেহেতু প্রথম ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ২০০মিটার। সুতরাং প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য = (৬০০-২০০)মিটার = ৪০০ মিটার। (উত্তর)

৫৫. এক ব্যক্তি ১৮০ মি. দীর্ঘ একটি রেলওয়ে ব্রীজের উপর দাড়িয়ে লক্ষ্য করলেন, একটি ট্রেন ২০ সেকেন্ডে ব্রীজটি এবং ৮ সেকেন্ডে তাকে অতিক্রম করে। ট্রেনের দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ কত? *[স্টান্ডার্ড ব্যাংক, (প্রবেশনারী অফিসার)- ২০০৮]*

সমাধান: ধরি ট্রেনের দৈর্ঘ্য x মিটার

শর্তমতে, $\frac{x}{৮}$ = $\frac{x+১৮০}{২০}$ [উভয় পাশে একই ট্রেনের এক সেকেন্ডের গতিবেগ সমান সমান হবে]

⇒৫x = ২x + ৩৬০ [উভয়পাশে ৪ দিয়ে গুণ করার পর আবার আড়াআড়ি গুণ] ⇒৩x = ৩৬০ ∴∴ x = ১২০

∴ ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ১২০ মিটার এবং ট্রেনের গতিবেগ = $\frac{১২০}{৮}$ × $\frac{১৮}{৫}$ কি.মি./ ঘন্টা = ৫৪ কি.মি./ঘন্টা। উত্তর: ১২০ ও ৫৪

মুখে মুখে করার জন্য নিচের ছবিটি দেখুন:

ট্রেন	মানুষ	ট্রেন	ব্রীজ = ১৮০মি.
৮ সেকেন্ডে যায় শুধু ট্রেনের দৈর্ঘ্য		২০ সেকেন্ডে যায় ১৮০মিটার দীর্ঘ ব্রীজ	

এখানে ট্রেনের নিজের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করতে লাগা ৮ সেকেন্ড বাদ দিলে শুধু ব্রীজের দৈর্ঘ্য ১৮০ মিটার অতিক্রম করতে সময় লাগবে ২০-৮ = ১২ সেকেন্ডে । সুতরাং ১ সেকেন্ডের গতিবেগ = ১৮০÷১২ = ১৫মিটার/সেকেন্ড।

তাহলে ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = ৮×১৫ = ১২০মিটার। (যেহেতু ৮ সেকেন্ডে ট্রেনটি নিজের দৈর্ঘ্যের সমান পথ যায়)

আবার গতিবেগ = ১৫মি/সে. × $\frac{১৮}{৫}$ = ৫৪ কি.মি./ঘন্টা উত্তর: ১২০ মিটার এবং ৫৪ কিমি/ঘন্টা।

নিজে করুন:

৫৬. একটি ট্রেন ২ সেকেন্ডে একজন দাঁড়িয়ে থাকা লোককে এবং ৪.৫ সেকেন্ডে ৫০ মিটার দৈর্ঘ্যের প্লাটফর্ম অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য এবং তার গতিবেগ বের করুন ঃ

[**Hints:** ট্রেনের দৈর্ঘ্য x ধরে প্রশ্নেমতে, $\frac{x}{২}$ = $\frac{x+৫০}{৪.৫}$ এরপর নিজে করুন। মুখে মুখে করার জন্য: (৪.৫-২) = ২.৫ সেকেন্ডে যায় = ৫০ মিটার তাহলে ১ সেকেন্ডে যাবে = ৫০÷২.৫ = ২০মিটার। বাকীটা নিজে করুন।]

৫৭. একটি ট্রেন ১৮ সেকেন্ডে ১৬২ মিটার লম্বা একটি প্লাটফর্ম এবং ১৫ সেকেন্ডে ১২০ মিটার লম্বা অপর একটি প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে পারে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত? *[পল্লী কর্ম সহায়ক ফাউন্ডেশন- (এ্যাসি: ম্যানেজার)-২০১৪]*

ক. ৭০ মিটার খ. ৮০ মিটার গ. ৯০ মিটার ঘ. ১০০ মিটার উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = x মিটার

শর্তমতে, $\frac{x+১৬২}{১৮}$ = $\frac{x+১২০}{১৫}$ [ট্রেন এবং গতিবেগ একই হওয়ায় উভয় পাশে ১ সেকেন্ডের গতিবেগ সমান সমান]

⇒ ৫x + ৮১০ = ৬x + ৭২০ (৩ দিয়ে কেটে আড়াআড়ি গুণ) ∴ x = ৯০ ∴ ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = ৯০ মিটার ।

মুখে মুখে করার জন্য নিচের ছবিটি দেখুন:

Train	162 m Platrform	Train	120m platform
১৮ সে. যায় ট্রেন + ১৬২ মি প্লাটফর্ম		১৫ সেকেন্ডে. যায় ট্রেন + ১২০ মি প্লাটফর্ম	

এখানে, (১৮-১৫) = ৩ সেকেন্ডে যায় = (১৬২-১২০) = ৪২ মিটার। সুতরাং ১ সেকেন্ডে যায় = (৪২÷৩) = ১৪ মিটার।

এখন ১৫ সেকেন্ডে মোট অতিক্রান্ত পথ = (১৫×১৪) = ২১০ মিটার। সুতরাং ট্রেনের দৈর্ঘ্য = (২১০ -১২০) = ৯০মিটার।

৫৮. একটি ট্রেন ২৫৪ মিটার দীর্ঘ একটি সেতুকে ২০ সেকেন্ডে এবং ১০০ মিটার দীর্ঘ অপর একটি সেতুকে ১৩ সেকেন্ডে অতিক্রম করল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত বের করুন?- *[একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্প (জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]*

ক. ২২০ মিটার খ. ১০৪ মিটার গ. ১৫০ মিটার ঘ. ১৮৬ মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ট্রেনের দৈর্ঘ্য = x মিটার ।

প্রশ্নমতে, $\frac{x+২৫৪}{২০}$ = $\frac{x+১০০}{১৩}$ [উভয় পাশে ১ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত পথ সমান, কারণ ট্রেন ও গতিবেগ তো একটা ই]

⇒ ২০x + ২০০০ = ১৩x + ৩৩০২ ⇒ ৭x = ১৩০২ ∴ x = ১৮৬ সুতরাং ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = ১৮৬ মিটার।

নিজে করুন:

৫৯. একটি ট্রেন ২৬০ মিটার দীর্ঘ একটি ব্রিজকে ২১ সেকেন্ডে এবং একটি টেলিগ্রাফ পোস্টকে ৯ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটি [Hints: (২১-৯) = ১২ সে. ২৬০মিটার গেল ৯ সে. যাবে = ১৯৫] উত্তর: গ
দৈর্ঘ্য কত?
ক. ২২০ খ. ২০০ গ. ১৯৫. ঘ. ২৫০

৬০. একটি ট্রেন ৮০০ মিটার ও ৪০০ মিটার দুটি সেতুকে যথাক্রমে ১০০ সেকেন্ডে ও ৬০ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির গতিবেগ [Hints: আগে ট্রেনের দৈর্ঘ্য বের করে {(৮০০+ট্রেন)÷১০০সে.}×১৮/৫] উত্তর: গ
কত?
ক. ৪০ খ. ৫৪ গ. ৩৬ ঘ. ৭২

৬১. ৫০ কিমি বেগে চলা ১০৮ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন বিপরীত দিক থেকে আসা ১১২ মিটার লম্বা একটি ট্রেনকে ৬ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। দ্বিতীয় ট্রেনের গতিবেগ কত? *[BD Housebuilding (officer)-2017* উত্তর: খ
ক. ৮২ কি.মি/ঘন্টা খ. ৫৪ কি.মি/ঘন্টা গ. ৬৬ কি.মি/ঘন্টা ঘ. ৪৮ কি.মি/ঘন্টা

লিখিত সমাধান: ধরি, ২য় ট্রেনটির গতিবেগ x কি.মি./ঘন্টা

প্রশ্নমতে, $(x+৫০) \times \frac{৫}{১৮} = \frac{১০৮+১১২}{৬}$ [উভয় পাশে একই ট্রেনের ১ সেকেন্ডের গতি সমান সমান হবে]

$\Rightarrow (x+৫০) = \frac{২২০}{৬} \times \frac{১৮}{৫} \Rightarrow x = ১৩২-৫০ \quad \therefore x = ৮২$ সুতরাং দ্বিতীয় ট্রেনটির গতিবেগ ৮২ কি.মি./ঘন্টা।

বিকল্প সহজ সমাধান: সর্বমোট দূরত্ব (১০৮+১১২) = ২২০ যেতে হবে ৬ সেকেন্ডে (কারণ ৬ সেকেন্ডে দুটি ট্রেনের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করেছে)

তাহলে, ১ সেকেন্ডে গতিবেগ = $\frac{২২০}{৬} = \frac{১১০}{৩}$ মিটার/সেকেন্ড

সুতরাং, গতিবেগ = $\frac{১১০}{৩} \times \frac{১৮}{৫} = ১৩২$ কি.মি/ঘন্টা। (ইহা আপেক্ষিক গতি যেখানে দুটি ট্রেনের গতি ই আছে)

এখানে একটি ট্রেনের গতি ৫০ কি.মি./ঘন্টা। সুতরাং অপর ট্রেনের গতি হবে = (১৩২-৫০) = **৮২ কি.মি./ঘন্টা।**

একই প্রশ্নের বিভিন্ন রূপ:
এই প্রশ্নটি ই আরো কয়েক ভাবে আসতে পারে, যেমন: ২য় ট্রেনের গতি ৮২ হলে প্রথমটার কত? (নিয়ম একই)
আবার দু'টি ট্রেনেরই গতিবেগ দেয়া থাকবে, সাথে একটার দৈর্ঘ্য দেয়া থাকবে অন্যটার দৈর্ঘ্য বের করতে হবে?
তখন মোট অতিক্রান্ত পথ (দুই ট্রেনের দৈর্ঘ্যের যোগফল) বের করে একটা দৈর্ঘ্য বিয়োগ করলে অন্যটা বের হবে।

মোট কথা: এভাবে একই অংক একটু সংখ্যা পরিবর্তণ করে ক্লু গুলোকে ঘুরিয়ে দিয়ে নতুন নতুন প্রশ্ন তৈরী হলেও নিয়ম জানা থাকলে সবগুলো প্রশ্নই সহজে সমাধান করা যায়।

৬২. ১০০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন বিপরীত দিক থেকে ৫ কি.মি. গতিতে আসা একটি লোককে ৯ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনে গতিবেগ কত? উত্তর: খ
ক. ৩৫ কি.মি. খ. ৪৫ কি.মি. গ. ৪০ কি.মি. ঘ. ৩০ কি.মি.

সমাধান:
ট্রেন+মানুষ দুজনে মোট ১০০ মিটার যায় ৯ সেকেন্ডে

তাহলে ১ সেকেন্ডে যাবে = $\frac{১০০}{৯}$; তাহলে তাদের মোট গতিবেগ = $\frac{১০০}{৯} \times \frac{১৮}{৫} = ৪০$কিমি/ঘন্টা

মানুষের গতিবেগ ৫ কি.মি. হলে ট্রেনের গতিবেগ হবে = (৪০-৫) = **৩৫ কি.মি।**

শেষের অংশটি এভাবেও লেখা যায়:
ধরি, ট্রেনের গতিবেগ = x কিমি/ঘন্টা **প্রশ্নমতে,** x+৫ = ৪০ সুতরাং, x = ৪০-৫ = **৩৫ কিমি/ঘন্টা**

Practice Part

এখানে পদ্ধতির নাম উল্লেখ্য করে Practice অংশ যুক্ত করা হলো।
কোন অংকে বুঝতে একটু সমস্যা হলে সেই পদ্ধতির অংকেগুলো একটু দেখে নিলে নিজে থেকে পারবেন।

পদ্ধতি-১: সময়

১. ১০০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় ২০ কি.মি. বেগে চলে। রাস্তার পাশে দাঁড়িয়ে থাকা একটি লোককে অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে?
ক. ১৬ সেকেন্ড খ. ১৪ সেকেন্ড গ. ১৮ সেকেন্ড ঘ. ২০ সেকেন্ড

২. ২১০ মি: লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় ৬৩ কি.মি. গতিবেগে চললে, একটি সিগন্যাল পোষ্টকে অতিক্রম করতে ট্রেনটি কত সেকেন্ড সময় নেবে?
ক. ১২ সেকেন্ড খ. ১৪ সেকেন্ড গ. ১৩ সেকেন্ড ঘ. ১১ সেকেন্ড

৩. ৫৫ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ২২০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন স্টেশন ১০ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। একটি টেলিগ্রাফ পোল অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সেকেন্ড সময় লাগবে?
ক. ২ খ. ৪ গ. ২.২ ঘ. ৩

৪. ১০০ মিটার লম্বা একিট ট্রেন ঘন্টায় ৩৬ কিলোমিটার গতিতে চললে ১৫০ মিটার একটি সেতু পার হতে কত সেকেন্ড সময় লাগবে? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রনালয়েল মিলিটারি ইঞ্জিনিয়ার সার্ভিসে এর স্টোরম্যান-২০১৮]*
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২৫ ঘ. ৩৬

৫. ২৮০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় ৬০ কি.মি বেগে চলে। ২২০ মিটার লম্বা একটি প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে?
ক. ৩০ সে. খ. ৫০ সে. গ. ৩৫ সে. ঘ. ৪০ সে.

পদ্ধতি-২: দৈর্ঘ্য

৬. একটি ট্রেন ৩০মি/সে. বেগে ৬০০ মিটার একটি প্ল্যাটফর্মকে ৩০ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত?
ক. ১২০ মি খ. ১৫০ মি গ. ২০০ মি ঘ. ৩০০ মি

৭. একটি ট্রেন একটি পোস্টকে ২ সেকেন্ডে অতিক্রম করে এবং একটা ২৫০ মিটার দৈর্ঘ্যর একটা সেতু ৭ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত?
ক. ১৫০ মি খ. ১২০ মি. গ. ১০০ মি ঘ. ৮০ মি

৮. সমান দৈর্ঘ্যের দুটি ট্রেন দুটি সমান্তরাল লাইনে ঘন্টায় ৪৬ এবং ৩৬ কিমি বেগে একই দিকে চলতেছে, যদি দ্রুততর ট্রেনটি অন্য ট্রেনটিকে ৩৬ সেকেন্ডে অতিক্রম করে তাহলে প্রত্যেক ট্রেনের দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৫০ মিটার খ. ৫৫ মি. গ. ৪৫ মি. ঘ. ৪০ মি.

পদ্ধতি-৩:গতিবেগ

৯. প্রতি সেকেন্ডে ১৬ মিটার যাওয়া প্রতি ঘন্টায় কত কিলোমিটার যাওয়ার সমান?
ক. ৫৪ খ. ৫৮ গ. ৫৫.০৬ ঘ. ৫৭.৬

১০. ১৭০ মি. দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন একটি প্লাটফর্মকে ৪৫ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির গতিবেগ কত?
ক. ২৩৩ কিমি/ঘন্টা খ. ২৪৩ কিমি/ঘন্টা গ. ২৬৫ কিমি/ঘন্টা ঘ. অনির্ণেয়

১১. ২৪০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন ঐ ট্রেনের সমান দৈর্ঘ্যের একটি প্লাটফর্মকে ২৭ সেকেন্ডে অতিক্রম করে, তাহলে ট্রেনটির গতিবেগ কত?
ক. ৪৮ কিমি/ঘন্টা খ. ৬০ কিমি/ঘন্টা গ. ৫৬ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৬৪ কিমি/ঘন্টা

১২. একটি ট্রেন ৩০০মি ও ২৪০ মি দৈর্ঘ্যের দুটি সেতুকে যথাক্রমে ২১ সেকেন্ডে ও ১৮ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির গতিবেগ?
ক. ৭২ কিমি/ঘন্টা খ. ৬৮ কিমি/ঘন্টা গ. ৫৫ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৬০ কিমি/ঘন্টা

পদ্ধতি-৪: দুটি ট্রেন

১৩. ৪৪০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন ২৪০ কিমি/ঘন্টা গতিবেগে যায়। একটি লোক ট্রেনটির বিপরীত দিক থেকে ২৪ কিমি/ঘন্টা বেগে দৌড়েছিল। তাহলে ঐ লোকটিকে অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে?
ক. ৯ সে. খ. ৬ সে. গ. ১২ সে. ঘ. ৪ সে.

১৪. ২০০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫০ কি.মি. বেগে চলে, একই দিকে চলা ঘন্টায় ৪০ কি.মি. বেগের ১৫০ মি. দৈর্ঘ্যর একটি ট্রেনকে কত সেকেন্ডে অতিক্রম করবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা:২০০৬]*
ক. ২ মিনিট ৬ সেকেন্ড খ. ৩ মিনিট ৬ সেকেন্ড গ. ২ মিনিট ৮ সেকেন্ড ঘ. ৩ মিনিট

১৫. ৪০০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন বিপরীত দিক থেকে ২০ কিমি/ঘন্টা গতিবেগে আসা একটি লোককে ৩৬ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। ট্রেনটির গতিবেগ কত?
ক. ২০ কিমি/ঘন্টা খ. ৩০ কিমি/ঘন্টা গ. ১৫ কিমি/ঘন্টা ঘ. ১১ কিমি/ঘন্টা

১৬. ২৩০ মিটার দৈর্ঘ্যর একটি ট্রেনকে একই দিকে চলা ১৭০ মিটার দৈর্ঘ্যের অন্য একটি ট্রেন ঘন্টায় ৩০ কি.মি. বেগে চলে ৩৬ সেকেন্ডে অতিক্রম করল। ১ম ট্রেনটির গতিবেগ ঘন্টায় কত ছিল? *[Southest Bank (To):2016]*
ক. ৬০ কি.মি. খ. ৭০ কি.মি. গ. ৮০ কি.মি. ঘ. ৯০ কি.মি.

উত্তরমালা

১.	গ	২.	ক	৩.	ক	৪.	গ	৫.	ক	৬.	ঘ	৭.	গ	৮.	ক
৯.	ঘ	১০.	ঘ	১১.	ঘ	১২.	ক	১৩.	খ	১৪.	ক	১৫.	ক	১৬.	খ

Answer & Solution

১. **সমাধান:** এক লাইনে করতে চাইলে এভাবে করুন (**Hints:** $\frac{১০০}{২০\times\frac{৫}{১৮}}=\frac{১০০}{\frac{৫০}{৯}}=১০০\times\frac{৯}{৫০}=১৮$)

(অর্থাৎ আগে গতি না বের করে এক সাথে এভাবে) $\frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}\times\frac{৫}{১৮}}=\text{মোট সময়}$

২. **সমাধান:** ৬৩ কিমি = ৬৩×১০০০ = ৬৩০০০ মিটার
(শর্টকাটে নিজে থেকে করুন) ৬৩০০০ মিটার যায় ১ ঘন্টা = ৩৬০০ সেকেন্ডে

∴ ২১০ মিটার যায় = $\frac{৩৬০০\times২১০}{৬৩০০০}$ = ১২ সেকেন্ড।

৩. **সমাধান:**
যখন ২২০মিটার প্লাটফর্ম অতিক্রম করে মোটে যেতে হয় = (৫৫+২২০) = ২৭৫মি. সময় লাগে = ১০ সেকেন্ড।

প্রতি সেকেন্ডর গতিবেগ = $\frac{২৭৫}{১০}$ = ২৭.৫ মিটার/সেকেন্ড।

এখন শুধু পোল অতিক্রম করতে হলে নিজের দৈর্ঘ্য ৫৫ যেতে হবে। সময় লাগবে $\frac{৫৫}{২৭.৫}$ = ২ সেকেন্ড। উত্তর: ২ সেকেন্ড।

৪. **সমাধান:** ৩৬×$\frac{৫}{১৮}$ = ১০ মিটার/সেকেন্ড, এরপর সময় = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}=\frac{১০০+১৫০}{১০}$ = ২৫ সেকেন্ড

৫. **সমাধান:** ৬০×$\frac{৫}{১৮}=\frac{৫০}{৩}$ মিটার/সে., সুতরাং সময় লাগবে = (২৮০+২২০) ÷ $\frac{৫০}{৩}$ = ৫০০×$\frac{৩}{৫০}$ = ৩০সেকেন্ড

৬. **সমাধান:** ১ সেকেন্ডে ৩০ গেলে ৩০ সেকেন্ডে যায় = ৩০×৩০ = ৯০০। ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ৯০০-৬০০ = ৩০০ মিটার।

৭. **সমাধান:** ৭-২ = ৫ সেকেন্ডে ২৫০ গেলে ১সেকেন্ডে যাবে ৫০ এবং ট্রেনের দৈর্ঘ্য হবে ২×৫০ = ১০০ মিটার।

৮. [**Hints:** ৪৬-৩৬ = ১০×$\frac{৫}{১৮}=\frac{২৫}{৯}$ ×৩৬ = ১০০মি. যেহেতু সমান দৈর্ঘ্যের সেহেতু ৫০ মিটার এবং ৫০ মি.]

৯. **সমাধান:** নিজে করুন। উত্তর: ৫৭.৬

১০. **সমাধান:** প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য দেয়া না থাকায় ৪৫ সেকেন্ডে মোট কত পথ গেছে তা নির্ণয় করা সম্ভব নয়। তাই উত্তর হবে অনির্ণেয়

১১. **সমাধান:** $\frac{২৪০+২৪০}{২৭}\times\frac{১৮}{৫}=\frac{৪৮০}{২৭}\times\frac{১৮}{৫}$ = ৬৪ কিমি/ঘন্টা **উত্তর: ৬৪ কিমি/ঘন্টা।**

১২. **সমাধান:** ২১ সেকেন্ডে = ৩০০মি. ও ১৮ সেকেন্ডে= ২৪০ মিটার

সুতরাং (২১-১৮)=৩ সেকেন্ডে যায় (৩০০-২৪০) = ৬০মিটার ∴গতিবেগ = $\frac{৬০}{৩}\times\frac{১৮}{৫}$ = **৭২ কি.মি/ঘন্টা**

১৩. **সমাধান:** আপেক্ষিক গতিবেগ = ২৪০+২৪ = ২৬৪কিমি/ঘন্টা = ২৬৪×$\frac{৫}{১৮}=\frac{২২০}{৩}$ মিটার/সেকেন্ড

সুতরাং সময় লাগবে = (৪৪০÷$\frac{২২০}{৩}$) = ৪৪০×$\frac{৩}{২২০}$ = ৬ সেকেন্ড।

১৪. **সমাধান:** আপেক্ষিক গতিবেগে = ৫০-৪০ = ১০কিমি বা ১০×$\frac{৫}{১৮}=\frac{২৫}{৯}$ মি./সেকেন্ড

মোট দূরত্ব = (২০০+১৫০) = ৩৫০ মি. যেতে সময় লাগবে = ৩৫০÷$\frac{২৫}{৯}$ =৩৫০×$\frac{৯}{২৫}$ = ১২৬ সে. বা, **২মিনিট ৬সেকেন্ড।**

১৫. **সমাধান:** যেহেতু ট্রেন মানুষকে অতিক্রম করেছে তাই ৩৬ সেকেন্ডে অতিক্রম করে ৪০০ মিটার

১ সেকেন্ডে গতিবেগ = $\frac{৪০০}{৩৬}$ ঘন্টায় গতিবেগ = $\frac{৪০০}{৩৬}\times\frac{১৮}{৫}$ = ৪০কিমি/ঘন্টা।

যেহেতু ট্রেন+ মানুষ উভয়ে মিলে গতিবেগ ৪০ কিমি. যেখানে মানুষটির গতিবেগ ২০কিমি দেয়া আছে
তাহলে ট্রেনের গতিবেগ হবে = (৪০-২০) কিমি/ঘন্টা = **২০কিমি/ঘন্টা।**

১৬. **সমাধান:** প্রতি সেকেন্ডে আপেক্ষিক গতিবেগ = $\frac{২৩০+১৭০}{৩৬}=\frac{৪০০}{৩৬}$

∴ প্রতি ঘন্টায় আপেক্ষিক গতিবেগ = $\frac{৪০০}{৩৬}\times\frac{১৮}{৫}$ = ৪০কিমি/ঘন্টা।

এখানে ট্রেন দুটি যেহেতু একই দিকে যাচ্ছে তাই ১ম ট্রেনের গতি - ২য় ট্রেনের গতি = ৪০কিমি/ঘন্টা।
বা, ১ম ট্রেন-৩০কিমি/ঘন্টা = ৪০কিমি/ঘন্টা। সুতরাং ১ম ট্রেনের গতিবেগ = ৪০+৩০=৭০কিমি/ঘন্টা।

[একই দিকে যাওয়ায় ৩০কিমি বিয়োগ করে ৪০কিমি হয়েছে। তাহলে বিয়োগ করার আগে ছিল = (৪০+৩০) = ৭০কিমি.]

Model Test-01

পূর্ণমান: ১৬ সময়: ১৬মিনি

১. ৬০কিমি বেগে চলমান একটি ট্রেন ৯ সেকেন্ডে, একটি খুঁটি অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত?
ক. ১২০ মি. খ. ১৮০ মি. গ. ১৪০ মি. ঘ. ১৫০ মি.

২. ৩৬০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ৪৫কিমি বেগে চলছিল, ১৪০মি একটি সেতু অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?
ক. ৪০ খ. ৪২ গ. ৪৫ ঘ. ৪৮

৩. ২৪০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ২৪ সেকেন্ডে একজন মানুষকে অতিক্রম করতে পারে। ঐ একই ট্রেনটি ৬৫০মিটার লম্বা একটা প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?
ক. ৮৫ সেকেন্ড খ. ৮৯ সেকেন্ড গ. ৯০ সেকেন্ড ঘ. ৯৫ সেকেন্ড

৪. ৪৫কিমি বেগে চলমান একটি ট্রেন ৩০ সেকেন্ডে একটি সেতু অতিক্রম করে, ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ১৩০ মিটার হলে সেতুটির দৈর্ঘ্য
ক. ২০০ মি. খ. ১২৫ মি. গ. ২৪৫ মি. ঘ. ১৫০ মি.

৫. একটি ট্রেনের গতিবেগ ৩৬কিমি। ট্রেনের দৈর্ঘ্য ২০০ মিটার হলে ট্রেনটি ১৬০মিটার সেতু অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?
ক. ৩০ সে. খ. ৩৬ সে. গ. ৪০ সে. ঘ. ৪৮ সে.

৬. ৩০কিমি গতিতে চলমান ১২০ মি. লম্বা একটি ট্রেন কত সময়ে ৩৩০ মিটার লম্বা একটি সেতু অতিক্রম করতে পারবে?.
ক. ৪৫সে. খ. ৫৪সে. গ. ৪০সে. ঘ. ৩৬সে.

৭. ২২০মিটার লম্বা একটি ট্রেন ১৫সেকেন্ডে ২৩০মি. লম্বা একটি প্লাটফর্ম অতিক্রম করলে,ট্রেনটির গতিবেগ কত?
ক. ১০০কিমি খ. ১০৫কিমি গ. ১০৮কিমি ঘ. কোনটিই নয়

৮. ১৭৫ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ৭ সেকেন্ডে একটি পিলারকে অতিক্রম করল ট্রেনটির ঘন্টায় গতিবেগ কত ছিল ?
ক. ৮০ কি.মি. খ. ৯০ কি.মি. গ. ৯৫ কি.মি. ঘ. ৭০ কি.মি.

৯. ৫০কিমি বেগে চলমান ২৪০মিটার লম্বা একটি ট্রেন, একই দিকে ২কিমি বেগে দৌড়ানো একটি লোককে কত সময়ে অতিক্রম করতে পারবে?
ক. ১৮সে. খ. ১৬সে. গ. ১৭সে. ঘ. ১৫সে.

১০. একটি ট্রেন ঘন্টায় ৪৮কিমি বেগে চলে ৩৬০মিটার দৈর্ঘ্য একটি প্লাটফর্ম ১মিনিটে অতিক্রম করল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
ক. ৪৪০মি. খ. ৪৫০মি. গ. ৪০০মি. ঘ. ৪২০মি.

১১. ২১০ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন ৭ সেকেন্ডে একটি টেলিফোন পোস্টকে অতিক্রম করে। ট্রেনটির গতিবেগ কত?
ক. ১০২ কিমি/ঘন্টা খ. ১০৪ কিমি/ঘন্টা গ. ১০৬ কিমি/ঘন্টা ঘ. ১০৮ কিমি/ঘন্টা

১২. ১২৫ মিটার দৈর্ঘ্যের একটি ট্রেন একই দিকে ৫কিমি বেগে চলমান একটি লোককে ১০ সেকেন্ডে অতিক্রম করলে ট্রেনটি গতিবেগ কত?
ক. ৪৫ কি.মি/ঘন্টা খ. ৫০ কি.মি/ঘন্টা গ. ৫৪ কি.মি/ঘন্টা ঘ. ৫৫ কি.মি/ঘন্টা

১৩. ২৭৫ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ২৫ কিমি গতিতে চলছিল। বিপরীত দিক থেকে ৪৭কিমি গতিতে আসা একটি মালবাহী ট্রেনকে উক্ত ট্রেনটি ২০ সেকেন্ডে অতিক্রম করলে মালবাহী ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?
ক. ১২৫মি. খ. ১১৫মি. গ. ১৫০মি. ঘ. ১২০মি.

১৪. ১৫০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন মাইলস্টোনকে ১৫ সেকেন্ডে, এবং বিপরীত দিক থেকে আসা একই দৈর্ঘ্যর একটি ট্রেনকে ১২ সেকেন্ডে অতিক্রম করল। বিপরীত দিক থেকে আসা ট্রেনটির গতি কিমি/ ঘন্টায় কত ছিল?
ক. ৫২ কিমি/ঘন্টায় খ. ৫৬ কিমি/ঘন্টায় গ. ৫৪ কিমি/ঘন্টায় ঘ. ৫৮ কিমি/ঘন্টায়

১৫. ১২১মিটার ও ৯৯মিটার দীর্ঘ দুটি ট্রেন যথাক্রমে ঘন্টায় ৪০কিমি ও ৩২ কিমি বেগে বিপরীত দিকে থেকে পরস্পরের দিকে আসতে থাকলে কত সময় ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করবে?
ক. ১০ সে. খ. ১১ সে. গ. ১২ সে. ঘ. ১৩ সে.

১৬. একটি ট্রেন ১২ সেকেন্ডে ও ১৬ সেকেন্ডে যথাক্রমে ১০৮ মিটার ও ১৬৪ মিটার দীর্ঘ দুটি স্টেশন অতিক্রম করে। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত মিটার ?
ক. ৬৪ খ. ৬০ গ. ৮০ ঘ. ৮৪

উত্তরমালা

১.	ঘ	২.	ক	৩.	খ	৪.	গ	৫.	খ	৬.	খ	৭.	গ	৮.	খ
৯.	ক	১০.	ক	১১.	ঘ	১২.	খ	১৩.	ক	১৪.	গ	১৫.	খ	১৬.	খ

লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

১. ঘন্টায় ৭৫ কি.মি. বেগে গমন করলে ১৮০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেনের ৩২০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফরম অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৮(লিখিত)]*

সমাধান:

ট্রেনের গতিবেগ = ৭৫ কি.মি./ঘন্টা অর্থাৎ (৬০×৬০) = ৩৬০০ সেকেন্ডে যায় = ৭৫×১০০০ = ৭৫০০০ মিটার।

প্লাটফর্ম অতিক্রম করতে ট্রেনটিকে মোট অতিক্রম করতে হবে = (১৮০ + ৩২০) মিটার = ৫০০ মিটার

এখন, ৭৫০০০ মিটার যায় = ৩৬০০ সেকেন্ডে

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৩৬০০}{৭৫০০০}$ সেকেন্ডে

$\therefore$ ৫০০ " " $= \frac{৩৬০০ \times ৫০০}{৭৫০০০} = ২৪$ সেকেন্ডে। উত্তর: ২৪ সেকেন্ড।

নিজে করুন:

২. ১২০ মিটার লম্বা একটি ট্রেন ৩৩০ মিটার লম্বা একটি সেতু অতিক্রম করবে। ট্রেনটির গতিবেগ ঘন্টায় ৩০ কি.মি. হলে সেতুটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? *[সরকারী মাধ্যমিক শিক্ষক -২০০৯] +[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১০(লিখিত)]*
উত্তর: ৫৪ সেকেণ্ড।

৩. একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫৪ কি.মি. বেগে চলিয়া ৪৪০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফরম ১ মিনিটে অতিক্রম করিল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য কত? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৭ (লিখিত)]*

সমাধান:

(৬০×৬০) = ৩৬০০ সেকেন্ডে যায় = ৫৪×১০০০ = ৫৪০০০ মিটার।

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৫৪০০০}{৩৬০০}$ মিটার।

$\therefore$ ১মিনিট বা ৬০ সেকেন্ডে যায় $= \frac{৫৪০০০ \times ৬০}{৩৬০০} = ৯০০$ মিটার।

এখন, যেহেতু প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য = ৪৪০ মিটার। সুতরাং ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = ৯০০- ৪৪০ = ৪৬০ মিটার । উত্তর: ৪৬০মি.

৪. ২২০ মিটার ও ২৮০ মিটার দীর্ঘ দুটি ট্রেন যথাক্রমে ঘন্টায় ৪৫ কি.মি. ও ৫৫ কি.মি. বেগে বিপরীত দিক থেকে পরস্পরের দিকে সমান্তরাল ভাবে আসতে থাকলে কত সময়ে ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করবে? *[পানি সম্পদ মন্ত্রণালয়ের (অফিস অ্যাসিসটেন্ট মুদ্রাক্ষরিক-লিখিত)-২০২০] + [পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৭ (লিখিত)]*

সমাধান:

ট্রেন দুটির মোট দৈর্ঘ্য = (২২০ + ২৮০) মিটার = ৫০০ মিটার

যেহেতু ট্রেন দুটি পরস্পর বিপরীত দিকে চলে,
সুতরাং তাদের আপেক্ষিক বেগ = (৪৫ + ৫৫) = ১০০ কি.মি./ঘন্টা × ১০০০মি = ১০০০০০ মি./ঘন্টা
এখন, ১০০০০০ মিটার অতিক্রম করে = ১ ঘন্টা বা, (৬০×৬০) সেকেন্ডে বা ৩৬০০ সেকেন্ডে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৩৬০০}{১০০০০০}$ সেকেন্ড

$\therefore$ ৫০০ " " " $= \frac{৩৬০০ \times ৫০০}{১০০০০০} = ১৮$ সেকেন্ড । উত্তরঃ ১৮ সেকেন্ড।

৫. **দুই ব্যক্তি যথাক্রমে ঘন্টায় ৩ কি.মি. ও ৪ কি.মি. বেগে রেল লাইনের পাশ দিয়ে একই দিকে যাচ্ছিল। পিছন দিক থেকে একখানা রেলগাড়ি এসে তাদেরকে যথাক্রমে ২০ ও ২৪ সেকেণ্ডে অতিক্রম করল। ট্রেনখানার দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ নির্ণয় কর।** [৯ম-১০ম (১৯৮৩ সংস্করণ)]

সমাধান:

১ম ব্যক্তির বেগ = $৩ \times \frac{৫}{১৮}$ মিটার/সেকেন্ড = $\frac{৫}{৬}$ মিটার/সেকেন্ড

২য় ব্যক্তির বেগ = $৪ \times \frac{৫}{১৮}$ মিটার/সেকেন্ড = $\frac{১০}{৯}$ মিটার/সেকেন্ড

ধরি, ট্রেনের গতিবেগ x মিটার/সেকেন্ড

[**এই চিন্তাটা আসল:** এখন ট্রেনের গতি ও মানুষের গতির সমন্বয়ে যে আপেক্ষিক গতি বের হবে তার সাথে সময় গুণ করলে ট্রেনের দৈর্ঘ্য বের হবে। যেহেতু একটি ট্রেন ই ভিন্ন ভিন্ন দুটি মানুষকে অতিক্রম করছে তাই উভয় ক্ষেত্রে ট্রেনের দৈর্ঘ্য সমান হবে।]

প্রশ্নমতে, $(x-\frac{৫}{৬}) \times ২০ = (x-\frac{১০}{৯}) \times ২৪$ [দুপাশে একই ট্রেনের দৈর্ঘ্য বের হওয়ায় তা সমান সমান হবে]

$\Rightarrow \frac{৬x-৫}{৬} \times ৫ = \frac{৯x-১০}{৯} \times ৬$

$\Rightarrow ৪৫(৬x-৫) = (৯x-১০) \times ৩৬ \Rightarrow ৫(৬x-৫) = (৯x-১০) \times ৪ \Rightarrow ৩০x - ২৫ = ৩৬x - ৪০ \Rightarrow ৬x = ১৫ \therefore x = \frac{৫}{২}$

সুতরাং ট্রেনটির গতিবেগ = $\frac{৫}{২} \times \frac{১৮}{৫} = ৯$কিমি/ঘন্টা।

আবার ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = $(x-\frac{৫}{৬}) \times ২০ = (\frac{৫}{২} - \frac{৫}{৬}) \times ২০ = (\frac{১৫-৫}{৬}) \times ২০ = (\frac{১০}{৬}) \times ২০ = \frac{১০০}{৩}$ মিটার।

উত্তরঃ ট্রেনের দৈর্ঘ্য = $\frac{১০০}{৩}$ মিটার এবং গতিবেগ = ৯কিমি/ঘন্টা।

Note: প্রশ্নের মধ্যে ট্রেন থাকলেই সব প্রশ্ন এই অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে বিষয়টা এমন নয় বরং ট্রেনের যে প্রশ্নগুলোতে ট্রেনের দৈর্ঘ্য নিয়ে হিসেব করা হয় এখানে শুধু সেই ধরণের প্রশ্নগুলো নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে। ট্রেন সংক্রান্ত অন্যান্য প্রশ্নগুলো সময়-দূরত্ব ও গতিবেগ অধ্যায়ে পাবেন।

Video Tutorial: ট্রেন ও গতিবেগ টপিকের উপর খাইরুল স্যারের বেশ কয়েকটি ভিডিও ইউটিউবে পাবেন। **Train & Speed by Khairul Alam** লিখে সার্চ দিলেও সবগুলো ভিডিও দেখতে পারবেন।

সময়, দূরত্ব ও গতিবেগ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	গতিবেগের উপর সাধারণ কিছু প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	গড় গতিবেগ বের করা
পদ্ধতি-০২	সময় বের করা	পদ্ধতি-০৬	গতিবেগেরে প্রশ্ন সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
পদ্ধতি-০৩	দূরত্ব বের করা	পদ্ধতি-০৭	এই অধ্যায়ের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৪	গতিবেগ বের করা		
Practice Part		**Model Test**	
সময়, দূরত্ব ও গতিবেগের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

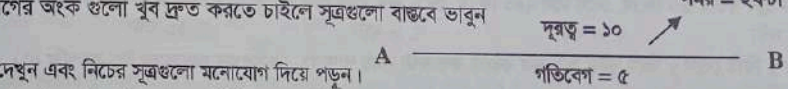
প্রাথমিক আলোচনা:

সাধারণত গতিবেগ অর্থ হচ্ছে একটি বাহন/মানুষ/প্রাণী ১ ঘন্টায় যতটুকু পথ যেতে পারে।

যেমন : ৫০০ কি.মি. পথ একটি বাঘ ৪ ঘন্টায় যেতে পারলে তার গতিবেগ হবে = $\frac{৫০০}{৪}$ = ১২৫কি.মি/ঘন্টা

কিন্তু যদি কোন প্রশ্নে ১ মিনিট বা ১ সেকেন্ডের গতিবেগ বের করতে বলা হয় সেক্ষেত্রে গতিবেগ বলতে ১ মি. বা ১ সেকেন্ডের গতিই ধরতে হবে। তবে এক্ষেত্রে প্রশ্নে তা উল্লেখ করে দেয়া থাকবে।

গতিবেগের অংক গুলো খুব দ্রুত করতে চাইলে সূত্রগুলো বাস্তবে ভাবুন



চিত্রটি দেখুন এবং নিচের সূত্রগুলো মনোযোগ দিয়ে পড়ুন।

ধরুন, A থেকে B পর্যন্ত দুরত্ব ১০কিমি, এক ব্যক্তি A থেকে B তে ৫কিমি গতিতে পৌছালে মোট সময় লাগবে ১০÷৫ = ২ঘন্টা, তাহলে

সূত্র-০১ : $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}} = \text{সময়}$ । যেমন: $\frac{১০}{৫} = ২$ ঘন্টা।

আবার যদি এভাবে বলা হয়, ১০ কিমি যেতে মোট ২ ঘন্টা সময় লাগলো , গতিবেগ কত?

সূত্র-০২: $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \text{গতিবেগ}$। যেমন: $\frac{১০}{২} = ৫$কিমি/ঘন্টা

আবার যদি এভাবে প্রশ্ন করা হয়, ঘন্টায় ৫কিমি গতিতে A থেকে B পর্যন্ত যেতে মোট ২ঘন্টা লাগলে A থেকে B এর দূরত্ব কত?

সূত্র-০৩: সময় × গতিবেগ = দূরত্ব। যেমন: ৫×২ = ১০কিমি।

উপরের সূত্র গুলো দিয়েই নিচের সব অংক করা যাবে। তাই সূত্র গুলো মুখস্থ না করে বুঝে বুঝে মনে রাখার চেষ্টা করুন। তাহলে সহজে ভুলে যাবেন না।

পরামর্শ: অধ্যায়ের শুরুতে দেয়া সূত্রগুলো যখন বেশি প্রাকটিকালি ফিল করতে পারবেন তখন এরকম অংকগুলো কয়েক সেকেন্ডে করা সম্ভব হবে। তাই সূত্র গুলোই ১০ মিনিট ধরে প্রাকটিকালি ভাবার চেষ্টা করুন। না হলে সাধারণ নিয়মে করতে সময় বেশি লাগবে।

গতিবেগের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ ঃ গতিবেগের উপর সাধারণ কিছু প্রশ্ন

১. দৈনিক ১২০ কি.মি. সাইকেল চালিয়ে কোনো ব্যক্তি ৪৮০ কি.মি. পথ কত দিনে যেতে পারবে? *[পরিবেশ অধি:(ল্যাব অ্যাটে)২০২০]*
ক. ২ দিনে খ. ৩ দিনে গ. ৪ দিনে ঘ. ৮ দিনে উত্তর: গ

সমাধান:
১২০ কি.মি. যায় = ১ দিনে
∴ ১ " " = $\frac{১}{১২০}$ "
∴ ৪৮০ " " = $\frac{১ \times ৪৮০}{১২০}$ = ৪ দিনে।

> সূত্র এভাবে ঐকিক নিয়মে না গিয়ে সরাসরি লেখা যায়, $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}$ = সময় অর্থাৎ $\frac{৪৮০}{১২০}$ = ৪ দিন।
> দূরত্বকে উপরে রাখবেন। এই নিয়মটাকে খুব গুরুত্ব দিন। তাহলে পরে সমীকরণ সাজাতে সহজ হবে।

২. ঘন্টায় a কিলোমিটার বেগে b দূরত্ব অতিক্রম করতে কত ঘন্টা সময় লাগবে? *[ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টোর কিপার):২০২১]*
ক. $\frac{b}{a}$ খ. ab গ. $\frac{a}{b}$ ঘ. 2ab উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}$ = সময় এখানে দূরত্ব = b এবং গতিবেগ = a হওয়ায় সময় = $\frac{b}{a}$

নিজে করুন:

৩. একটি ট্রেন ঘন্টায় ৬০ কি.মি. বেগে চলে ২৪০ কি.মি. যেতে কত সময় লাগবে? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*
ক. ৪ ঘন্টা খ. ৬ ঘন্টা গ. ৮ ঘন্টা ঘ. ১০ ঘন্টা উত্তর: ক

৪. ঘন্টায় x কিমি বেগে y কিমি দূরত্ব অতিক্রম করতে কত ঘন্টা সময় লাগবে? *(কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের উপ-সহ:পরিঃ ০১)*
ক. $\frac{x}{y}$ ঘন্টা খ. $\frac{y}{x}$ ঘন্টা গ. xy ঘন্টা ঘ. $\frac{xy}{৬০}$ ঘন্টা উত্তর: খ

৫. ঘন্টায় x কিমি বেগে m মিটার পথ যেতে কত মিনিট সময় লাগবে?
ক. $\frac{৩}{৫০}$ মিনিট খ. $\frac{m}{x}$ মিনিট গ. $\frac{৩m}{৫০}$ মিনিট ঘ. $\frac{৩m}{৫০x}$ মিনিট উত্তর: ঘ

সমাধান: এরকম ছোট কিন্তু ট্রিকি প্রশ্নে অনেকেই ঘাবড়ে যান অথবা সহজে সমাধান করার সিস্টেম না পেয়ে উত্তর বের করার জন্য অতিরিক্ত সময় নিয়ে ফেলতে পারেন। তাই নিচের সমাধানের টেকনিক গুলো দেখুন। একপাশে কিমি আরেক পাশে মিটার দেয়া আছে তাই উভয়কেই কিমি অথবা উভয়কেই মিটার বানাতে হবে।
xকিমি = x × ১০০০ মিটার বা ১০০০x মিটার। এবং ১ ঘন্টা = ৬০ মিনিট
এখন,
১০০০x মিটার যেতে সময় লাগে = ৬০ মিনিট
∴ ১ " " " " = $\frac{৬০}{১০০০x}$ "
∴ m " " " " = $\frac{৬০ \times m}{১০০০x}$ "
= $\frac{৩m}{৫০x}$ মিনিট

> এভাবে ঐকিক নিয়মে না গিয়ে সরাসরি লেখা যায় $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}$
> এখানে দূরত্ব m মিটার আর গতিবেগ ১০০০x মি./ঘন্টা।
> সুতরাং সময় = $\frac{m}{১০০০x}$ ঘন্টা বা $\frac{m}{১০০০x} \times ৬০$ মিনিট = $\frac{৩m}{৫০x}$

উত্তর: $\frac{৩m}{৫০x}$ মিনিট।

৬. ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব ৩০০ কি.মি.। ঢাকা হতে একটি ট্রেন সকাল ৭ টায় ছেড়ে বিকাল ৩ টায় চট্টগ্রাম পৌঁছে। ট্রেনটির গড় গতিবেগ ঘন্টায় কত ছিল? *[২০তম বিসিএস প্রিলি+এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
ক. ৩৬ কি.মি. খ. ৩৭ কি.মি. গ. ৩৭.৫ কি.মি. ঘ. ৪০ কি.মি. উত্তর: গ

সমাধান:
মোট দূরত্ব = ৩০০ কিমি এবং মোট সময় = (সকাল ৭টা-বিকাল ৩টা) = ৮ ঘন্টা।
সুতরাং ট্রেনটির গতিবেগ = $\frac{৩০০}{৮}$ = ৩৭.৫ কিমি/ঘন্টা।

নিজে করুন:

৭. ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব ৩০০ কিমি। ঢাকা হতে একটি ট্রেন সকাল ৬টায় রওনা দিয়ে বিকাল ২ টায় চট্টগ্রাম পৌঁছে। ট্রেনটির গড় গতি ঘন্টায় কত ছিল? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*
ক. ২৪.৫ কিমি খ. ৩৭.৫ কিমি গ. ৪২.০ কিমি ঘ. ৪৫.০ কিমি উত্তর: খ

পদ্ধতি-০২ ঃ সময় বের করা

> সূত্র: সময় = $\frac{\text{মোট পথ}}{\text{গতিবেগ}}$

৮. ঢাকা থেকে ময়মনসিংহের দূরত্ব ১২০ কিলোমিটার। একটি বাস কত ঘন্টায় ঢাকা থেকে ময়মনসিংহে পৌঁছাবে যদি বাসটির গড় গতিবেগ ১৫ কি.মি./ ঘন্টা হয়? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*
ক. ৫ খ. ৮ গ. ১২ ঘ. ১৫ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে মোট পথ বা দূরত্ব = ১২০ কিলোমিটার এবং গড় গতিবেগ = ১৫ কিমি.
সুতরাং মোট সময় লাগবে = $\frac{\text{মোট পথ}}{\text{গতিবেগ}} = \frac{১২০}{১৫}$ = ৮ঘন্টা।

৯. এক ব্যক্তি ঘন্টায় ৮ কিলোমিটার দৌড়ে কত মিনিটে ৫২০০ মিটার পার হবে ? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*
ক. ৩৬ মি. খ. ৩৫ মি. গ. ৩৯মি. ঘ. ৩৮ মি. উত্তর: গ

সমাধান: ১ঘন্টা = ৬০ মিনিট এবং ৮কিমি = ৮০০০ মিটার।
৮০০০ মিটার যেতে সময় লাগে = ৬০ মিনিট।
১ " " " " = $\frac{৬০}{৮০০০}$ মিনিট।
৫২০০ " " " " = $\frac{৬০ \times ৫২০০}{৮০০০}$ = ৩৯ মিনিট। উত্তর: ৩৯ মিনিট।

১০. দুটি শহরের দূরত্ব ১৮৫ মাইল। প্রথম ৮৫ মাইল যেতে একটি বাসের ২ ঘন্টা লাগে। পরবর্তী ১০০ মাইল রাস্তা কত সময়ে গেলে সম্পূর্ণ যাত্রায় বাসটির গড় গতিবেগ ৫০কিমি হবে?*(E-MBA-05) (২৪তম বিসিএস)*
ক. ২২৪ মিনিট খ. ১০২ মি. গ. ২২২ মি. ঘ. ২৪০ মি. উত্তর: খ

সমাধান:
সম্পূর্ণ পথ যেতে মোট সময় = $\frac{১৮৫}{৫০} = \frac{৩৭}{১০}$ ঘন্টা বা, $\frac{৩৭}{১০} \times ৬০$মি. = ২২২মিনিট
১ম ৮৫ মাইল যেতে বাসটির সময় লাগে ২ঘন্টা বা (২×৬০) = ১২০ মিনিট।
∴ পরবর্তী ১০০ মাইল যেতে সময় লাগবে (২২২-১২০) = ১০২ মিনিট

> **Note:** দূরত্বকে গড় গতি দিয়ে ভাগ করায় মোট সময় বের হয়েছে তা থেকে শুরুর সময় বাদ দিয়ে পরের সময় কত লাগবে তা বের হয়েছে

১১. সজীব তার বাসা থেকে ৪ কিলোমিটার দূরে দোকানে গিয়ে ফেরত আসল। যাবার পথে তার ৫০ মিনিট সময় লাগলেও ফেরত আসার সময় তার গতি ১০% কমে গেলে, দোকানে আসা-যাওয়াতে সজীবের মোট কত মিনিট লাগল? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ৯৫ খ. ১০০ গ. ১০৫ ঘ. ১০৬ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে, দূরত্ব ৪ কি.মি. = ৪০০০ মিটার এবং যাওয়ার সময় = ৫০ মিনিট ∴ বেগ = $\frac{৪০০০}{৫০}$ = ৮০ মিটার/মিনিট

আসার সময় বেগ ১০% কমলে , নতুন বেগ হবে = ৮০- (৮০ এর ১০%) = (৮০-৮) = ৭২ মিটার/মিনিট

∴ ফেরত আসার সময় লাগা সময় = $\frac{৪০০০}{৭২}$ = ৫৫.৫৬ মিনিট

∴ আসা যাওয়ার মোট সময় = (৫০+৫৫.৫৬) মিনিট = ১০৫.৫৬ মিনিট = ১০৬ মিনিট (প্রায়)

১২. ঢাকা থেকে করিমের বাড়ির দূরত্ব ৩৫৫ কিমি। সে বাসে ঢাকা থেকে বাড়ি রওয়ানা হল। ৩১৯ কিমি যাওয়ার পরে বাসটি নষ্ট হয়ে যাওয়ায় বাকি পথ রিক্সায় গেল। বাসের গতিবেগ ২২কিমি /ঘন্টা ও রিক্সার গতিবেগ ৬কিমি/ঘন্টা হলে বাড়ি পৌছাতে করিমের মোট কত সময় লাগল? *[PETROBANGLA (UDA)-2017]+[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ২০ ঘন্টা খ. ২০ ঘন্টা ৩০ মিনিট গ. ২০ ঘন্টা ৫০ মিনিট ঘ. ২১ ঘন্টা উত্তর: খ

সমাধান: বাসে যায় = ৩১৯ কি. মি.পথ এবং রিক্সায় গেছে = ৩৫৫-৩১৯ = ৩৬ কি. মি.।

বাসে যেতে সময় লাগে = $\frac{৩১৯}{২২}$ = ১৪.৫ ঘন্টা এবং রিক্সায় সময় লাগে = $\frac{৩৬}{৬}$ = ৬ ঘন্টা

∴ মোট সময় লাগে = ১৪.৫ + ৬ = ২০.৫ ঘন্টা বা ২০ ঘন্টা ৩০ মিনিট । উত্তর: ২০ ঘন্টা ৩০ মিনিট

পদ্ধতি- ০৩ ঃ দুরত্ব বের করা

সূত্র: মোট দূরত্ব = গতিবেগ ×সময়।

১৩. একজন দৌড়বিদ ৪০০ মিটার বিশিষ্ট গোলাকার ট্রাকে ২৪ চক্কর দৌড়ালে, সে কত দূরত্ব দৌড়াল? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৯.৫ কি.মি. খ. ৯.৬ কি.মি. গ. ১০ কি.মি. ঘ. ৮.৮ কি.মি. উত্তর: খ

সমাধান: মোট অতিক্রান্ত পথ = ২৪×৪০০ = ৯৬০০ মিটার বা ৯৬০০÷১০০০ = ৯.৬ কিমি।

১৪. একটি ট্রেন ঘন্টায় ৯২.৪ কি.মি. বেগে চলে। ট্রেনটি ১০ মিনিটে কত মিটার অতিক্রম করবে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়ারলেস অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১৫৪০ খ. ১৫৪০০ গ. ১৫৪ ঘ. ১৫৪০০০ উত্তর: খ

সমাধান:

৬০ মিনিটে যায়= ৯২.৪ কিমি

∴ ১ " " = $\frac{৯২.৪}{৬০}$ "

∴ ১০ " " = $\frac{৯২.৪ \times ১০}{৬০}$ = ১৫.৪ কিমি বা ১৫.৪×১০০০ = ১৫৪০০ মিটার।

সরাসরি ১ ঘন্টা থেকে ১ মিনিটের গতিবেগ আনার জন্য : (কাজের লাগার টেকনিক)

মোট পথ / ৬০ মিনিট = $\frac{৯২.৪}{৬০}$ এরপর যত মিনিট বলবে তা দিয়ে গুণ = $\frac{৯২.৪}{৬০} \times ১০ = ১৫.৪$ কি.মি.

নিজে করুন:

১৫. একজন ব্যাক্তি ৫ কি.মি./ঘন্টা বেগে পায়ে হেটে ১৫ মিনিটে একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটির দৈর্ঘ্য কত হবে? *[পল্লী কর্ম সহায়ক ফাউন্ডেশনের (অ্যাসিস্টেন্ট ম্যানেজার)-২০১৪]*

ক. ৬০০ খ. ৭৫০ গ. ১০০০ ঘ. ১২৫০ উত্তর: ঘ

[Hints: দূরত্বকে সরাসরি ৬০ দিয়ে ভাগ করলে ১ মিনিটের গতি বের হবে তারপর ১৫ মিনিট দিয়ে গুণ।]

Relative speed:

আমরা ট্রেন ও গতিবেগ অধ্যায়ে দেখেছি Relative speed হলো দুটি চলন্ত বস্তুর সাপেক্ষে গতিবেগ। যেখানে বিপরীত দিক থেকে আসলে গতিবেগ যোগ হয় আর একই দিকে গেলে বিয়োগ হয়।

একটা বিষয় সিরিয়াসলি মনে রাখতে হবে, যখন উভয়ে চলমান বুঝাবে তখনি শুধু Relative speed হবে। একজন চলছে আরেকজনে বসে আছে তখন কিন্তু Relative speed হবে না। বরং দু জন ই চলমান থাকা বোঝাবে।

বিপরীত দিক থেকে আসলে:

১৬. একটি গাড়ি ঘন্টায় ২৫ মাইল বেগে ঢাকা থেকে চট্টগ্রাম অভিমুখে রওয়ানা হল। আরেকটি গাড়ি ঘন্টায় ১৫ মাইল বেগে চট্টগ্রাম থেকে ঢাকা অভিমুখে রওয়ানা হল। ঢাকা ও চট্টগ্রামের দূরত্ব ২০০ মাইল গাড়ি দুটি কতক্ষণ পর মুখোমুখি হবে? *(মাদক দ্রব্য অধিদপ্তর সহ: পরিচালক-৯৯)*

ক. ৪ ঘন্টা খ. ৮ ঘন্টা গ. ১০ ঘন্টা ঘ. ৫ ঘন্টা উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে Relative speed বা দুটো গাড়ীর একত্রে আপেক্ষিক গতিবেগ = (২৫+১৫) = ৪০ কিমি/ঘন্টা।

সুতরাং তারা মুখোমুখি হবে = $\frac{২০০}{৪০}$ = ৫ ঘন্টা পর। উত্তর: ৫ ঘন্টা।

১৭. ঢাকা থেকে টাঙ্গাইলের দূরত্ব ৪৫ মাইল। করিম ঘন্টায় ৩ মাইল বেগে হাঁটে এবং রহিম ঘন্টায় ৪ মাইল বেগে হাঁটে। করিম ঢাকা থেকে রওয়ানা হওয়ার ১ ঘন্টা পর রহিম টাঙ্গাইল থেকে রওয়ানা হয়েছে। রহিম কত মাইল হাঁটার পর করিমের সাথে দেখা হবে? *(১৮ তম বিসিএস , বিএসটিআই পরীক্ষক-১০) + [সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-১৮]*

ক. ২০ খ. ৩৫ গ. ৩০ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

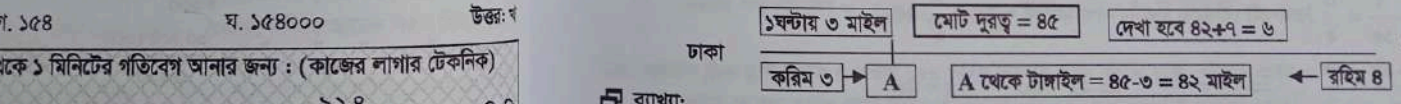
লিখিত সমাধান:

ধরি, ৪৫ মাইল এর মধ্যে রহিম যায় = x মাইল, তাহলে করিম যায় = ৪৫-x মাইল ।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪} + ১ = \frac{৪৫ - x}{৩}$ [যেহেতু করিম ১ ঘন্টা আগে বের হয়েছে তাই সাক্ষাতের সময় করিম ১ ঘন্টা বেশি হেঁটেছে। এখন সমীকরণটির দু পাশে এমন অবস্থায় আছে যে রহিম (১০ ঘন্টা) = করিম (১১ ঘন্টা) তাহলে রহিমের সাথে ১ ঘন্টা যোগ করলে সমান সমান হবে। আবার এখানে ডান পাশ থেকে ১ বিয়োগ করলেও সমীকরণটা সঠিক হতো। কিন্তু কেউ করিমের সাথে ১ ঘন্টা যোগ করলে তা অবশ্যই ভুল হবে।]

$\Rightarrow \frac{x+৪}{৪} = \frac{৪৫ - x}{৩} \Rightarrow ৩x+১২ = ১৮০-৪x \Rightarrow ৭x = ১৬৮$ ∴ x = ২৪ মাইল । সুতরাং রহিম গেছে = ২৪ মাইল ।

শর্টকাট সমাধান: চিত্রটি দেখুন এবং নিচের ব্যাখ্যাটি পড়ুন।



ব্যাখ্যা:

করিম প্রথম ১ ঘন্টায় যায় ৩ মাইল অবশিষ্ট পথ = (৪৫-৩) মাইল = ৪২ মাইল

এখন রহিম ও করিম ১ ঘন্টায় যায় = (৩ + ৪) মাইল = ৭ মাইল

দু'জনের ৪২ মাইল যেতে সময় লাগবে = $\frac{৪২}{৭}$ ঘন্টা = ৬ ঘন্টা ∴ ৬ ঘন্টায় রহিম হাঁটবে = ৪×৬ = ২৪ মাইল ।

নিজে করুন:

১৮. ক হতে খ এর দূরত্ব ৫৫ কিমি.। ক ও খ এর গতিবেগ যথাক্রমে ৩ কিমি ও ৪ কিমি। ক এর ২ ঘন্টা পর খ, ক এর দিকে রওনা হলে খ কত কি.মি. গেলে ক এর দেখা পাবে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]*

ক. ২৪ খ. ২৮ গ. ২০ ঘ. ১৮ উত্তর: খ

✍সমাধান: ঘন্টায় ৩কিমি বেগে ক প্রথম ২ ঘন্টায় যায় = ২×৩ = ৬ কিমি। অবশিষ্ট পথ = ৫৫-৬ = ৪৯।
এখন বিপরীত দিক থেকে আসায় ক এবং খ এর আপেক্ষিক গতিবেগ = ৩+৪ = ৭ কিমি/ঘন্টা।
সুতরাং তাদের মিলিত হতে লাগা সময় = $\frac{৪৯}{৭}$ = ৭ ঘন্টা। সুতরাং খ এই ৭ ঘন্টায় ৪কিমি বেগে যাবে = ৭×৪ = ২৮ কিমি।

১৯. রেলপথে চারিগ্রাম থেকে পাড়িলের দূরত্ব ৬০০ কিমি। সকাল ৭টায় ঘন্টায় ৯০কিমি বেগে একটি ট্রেন পাড়িলের উদ্দেশ্যে এবং ১ ঘন্টা পর আরেকটি ট্রেন ঘন্টায় ৮০কিমি বেগে পাড়িল থেকে চারিগ্রামের উদ্দেশ্যে রওয়ানা দিল। বেলা ক'টার সময় ট্রেন দুটির মুখোমুখি দেখা হবে? *(প্রাথ: ও গণশিক্ষা বিভাগে সহ: পরিঃ০১)* উত্তর: গ
ক. ৮ টা খ. ১০ টা গ. ১১ টা ঘ. ১২ টা

✍সমাধান: মোট দূরত্ব ৬০০, একটি ট্রেন ১ ঘন্টা আগে চলায় দূরত্ব কমে হয়েছে ৬০০-৯০ = ৫১০ এখন এই ৫১০ কিমি।
এখন উভয় ট্রেন মুখোমুখি চলায় তাদের Relative speed = ৯০+৮০ = ১৭০।
৫১০ কিমি অতিক্রম করতে সময় লাগবে ৫১০÷১৭০ = ৩ ঘন্টা।
যেহেতু ৮ টায় তাদের Relative speed শুরু হয়েছিল তাই ট্রেন দ্বয়ের সাক্ষাত হবে = ৮+৩ = ১১টায়। উত্তর: সকাল ১১ টা।

✍বিকল্প সমাধান: ধরি, ৭টার পর মিলিত হতে সময় লাগবে = x ঘন্টা।
প্রশ্নমতে, ৯০x + ৮০(x-১) = ৬০০ [৯০কিমি বেগে x ঘন্টায় যাওয়া পথ+১ ঘন্টা কম সময়ে অপর ট্রেন ৮০কিমি বেগে পথ = মোট পথ]
⇒৯০x + ৮০x-৮০ = ৬০০ ⇒১৭০x = ৬৮০ ∴x= ৪ ঘন্টা। সুতরাং সাক্ষাত্র হবে ৭টা+৪ঘন্টা = ১১টায়।

নিজে করুন:
২০. দুটি স্টেশন X এবং Y এর দূরত্ব ৫০০কিমি। একটি ট্রেন X থেকে Y অভিমুখে ২০কিমি বেগে এবং একই সময়ে অপর একটি ট্রেন Y থেকে X অভিমুখে ৩০কিমি বেগে চলতে থাকলে X থেকে কত দূরে তারা একে অপরকে অতিক্রম করবে? উত্তর: খ
ক. ১৫০ কিমি খ. ২০০ কিমি গ. ২৫০ কিমি ঘ. ৩০০ কিমি

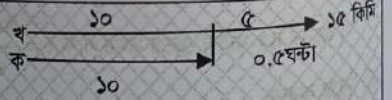
[**Hints:** মোট সময় লাগবে (৫০০)÷(২০+৩০) = ১০ ঘন্টা। X থেকে দূরত্ব হবে ১০ঘন্টা ×২০ কিমি = ২০০ কিমি।]

একই দিকে গেলে:

২১. ক ঘন্টায় ১০ কি.মি. এবং খ ঘন্টায় ১৫ কি.মি. বেগে একই সময় একই স্থান থেকে রাজশাহীর পথে রওনা হয়। ক ১১:১০ মিনিটের সময় এবং খ ৯:৪০ মিনিটের সময় রাজশাহী পৌছাল। রওনা হওয়ার স্থান থেকে রাজশাহীর দূরত্ব কত কি.মি.? *[১১ তম বিসিএস]* উত্তর: ঘ
ক. ৩০ কি.মি. খ. ৩৫ কি.মি. গ. ৪০ কি.মি. ঘ. ৪৫ কি.মি.

✍সমাধান: (সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)
ধরি, রওনা হওয়ার স্থান থেকে রাজশাহীর দূরত্ব = x কি.মি.
এখানে উভয়ের পৌছার সময়ের পার্থক্য = (১১:১০-৯:৪০) = ৯০ মিনিট = $\frac{৩}{২}$ ঘন্টা ।
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১০}-\frac{x}{১৫}=\frac{৩}{২}$ [রাজশাহী পৌছাতে দুজনের লাগা সময়ের পার্থক্য = $\frac{৩}{২}$ ঘন্টা]
⇒ $\frac{৩x-২x}{৩০}=\frac{৩}{২}$ ⇒ $\frac{x}{৩০}=\frac{৩}{২}$ ⇒ ২x = ৯০ ∴x = ৪৫
সুতরাং রওনা হওয়ার স্থান থেকে রাজশাহীর দূরত্ব ৪৫ কি.মি.। **উত্তর: ৪৫ কিমি।**

✍মুখে মুখে: পাশের চিত্রটি দেখুন:
প্রতি ঘন্টা খ এর সাথে ক এর relative speed = ১৫-১০ = ৫কিমি।



অর্থাৎ খ যখন ১৫কিমি যাবে ১ ঘন্টায় তখন ক ১ ঘন্টায় ১০ কিমি যাওয়ার পর অতিরিক্ত (১৫-১০) = ৫কিমিতে লাগবে ০.৫ ঘন্টা।
∴ক কে অতিরিক্ত ০.৫ ঘন্টা সময় লাগলে মোট দূরত্ব = ১৫ কিমি (খ এর অতিক্রান্ত পথ।)
∴ক কে অতিরিক্ত ১.৫ ঘন্টা সময় লাগলে মোট দূরত্ব = ৪৫ কিমি (৩গুণ সময় = ৩ গুণ পথ।) **উত্তর: ৪৫ কিমি।**

২২. কমলাপুর ষ্টেশন থেকে একটি ট্রেন সকাল ৮ টার সময় ঘন্টায় ৩০ কিমি গতিতে চট্টগ্রামের উদ্দেশ্যে রওয়ানা দিল। সকাল ৯ টায় আরেকটি ট্রেন ঘন্টায় ৪০ কিমি গতিতে চট্টগ্রামের উদ্দেশ্যে রওয়ানা দিল। ট্রেন দুটি কমলাপুর থেকে কত দূরে মিলিত হবে? *[CGDF Auditor Exam-2017]*
ক. ১২০ খ. ২৪০ গ. ৩৬০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

✍সমাধান: ধরি, সকাল ৮টার x ঘন্টা পর তারা মিলিত হবে। অর্থাৎ প্রথম ট্রেন চলবে x ঘন্টা এবং ২য় টি (x-১) ঘন্টা।
প্রশ্নমতে, ৩০x = ৪০(x-১) [২য় ট্রেনটি ১ ঘন্টা পরে ছাড়লেও সাক্ষাত হওয়া পর্যন্ত উভয়ের অতিক্রান্ত পথ সমান সমান]
⇒৩০x = ৪০x-৪০ ⇒১০x = ৪০ ∴x = ৪ ঘন্টা। সুতরাং কমলাপুর থেকে দূরত্ব হবে ৩০x = ৩০×৪ = ১২০কিমি

✍বিকল্প সমাধান:
৩০ কিমি বেগে চলা প্রথম ট্রেনটি ১ ঘন্টা আগে চলায় দুজেনর Relative speed শুরুর আগে দূরত্ব তৈরী হয় =৩০কিমি।
২য় ট্রেন প্রতি ঘন্টায় প্রথম ট্রেনের সাথে দূরত্ব কমায় = ৪০-৩০ = ১০ কিমি।
১০কিমি দূরত্ব কমালে কমলাপুর থেকে যেতে হবে = ৪০ কিমি।
সুতরাং ৩০ কিমি দূরত্ব কমাতে হলে কমলাপুর থেকে যেতে হবে $\frac{৪০ \times ৩০}{১০}$ = ১২০কিমি। **উত্তর: ১২০ কিমি।**

[**Note:** যখন ট্রেনদ্বয়ের মাঝের দূরত্ব ৩০ কিমি থাকবে না, তখনি তারা মিলিত হবে।]

পদ্ধতি-০৪ ঃ গতিবেগ বের করা

সূত্র: গতিবেগ = $\frac{\text{মোট পথ}}{\text{মোট সময়}}$

২৩. ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের দূরত্ব ২৬৫ কিমি । একটি বাস ৫ ঘন্টায় ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে চলে আসলে বাসটির গড় গতিবেগ কত কিমি/ ঘন্টা? *[PETROBANGLA – (UDA)-2017]*
ক. ৬৫ খ. ৫৪ গ. ৫৫ ঘ. ৫৩ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: বাসটির গড় গতিবেগ = $\frac{\text{মোট পথ}}{\text{মোট সময়}}=\frac{২৬৫}{৫}$ = ৫৩ কিমি/ঘন্টা

২৪. রাজশাহী থেকে খুলনা এর দূরত্ব ২৮২ কিলোমিটার। একটি বাস ৭ ঘন্টায় খুলনা থেকে রাজশাহী চলে আসল। পথে বাসটি ১ ঘন্টা যাত্রা বিরতি নেয়। বাসটির গড় গতিবেগ কত কি.মি./ঘন্টা? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তরের (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা)-২০১৪]*
ক. ৪২ খ. ৪৭ গ. ৫৫ ঘ. ৬৩ উত্তর: খ

✍সমাধান: বাসটি চলন্ত অবস্থায় লাগা মোট সময় = (৭-১)ঘন্টা = ৬ ঘন্টা। এবং মোট দূরত্ব = ২৮২ কিলোমিটার
সুতরাং গড় গতিবেগ = $\frac{\text{মোট পথ}}{\text{মোট সময়}}=\frac{২৮২}{৬}$ কি.মি./ঘন্টা = ৪৭ কি.মি/ঘন্টা।

২৫. একজন ট্রাক ড্রাইভারকে ৪ ঘন্টায় ১৮০ মাইল অবশ্যই ভ্রমণ করতে হবে। যদি সে প্রথম ৩ ঘন্টায় ৫০ মাইল বেগে যায়, তবে শেষ ঘন্টায় সে কত মাইল বেগে যাবে? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
ক. ৪০ খ. ৫০ গ. ৩০ ঘ. ৬০ উত্তর: গ

✍সমাধান: প্রথম ৩ ঘন্টায় অতিক্রান্ত মোট পথ = ৩×৫০ = ১৫০ কিমি
এখন অবশিষ্ট পথ = (১৮০-১৫০) কিমি. = ৩০ কিমি। অবশিষ্ট সময় = (৪-৩) = ১ ঘন্টা।
সুতরাং শেষ ঘন্টায় যেতে হবে = ৩০ কিমি পথ।

২৬. রাসেলকে ৬ কিমি পথ অতিক্রম করতে হবে ৪৫ মিনিটে। যদি সে অর্ধেক দূরত্ব শেষ করে $\frac{২}{৩}$ সময়ে। তাহলে অবশিষ্ট সময়ে বাকি পথ অতিক্রম করতে হলে তার বেগ কি হওয়া উচিত? উত্তর: গ
ক. ১৮ কিমি খ. ১০ কিমি গ. ১২ কিমি ঘ. ১৪ কিমি

সমাধান: প্রথম অর্ধেক অর্থাৎ ৬ এর অর্ধেক ৩ কিমি পথ গিয়েছে ৪৫ মিনিটের $\frac{২}{৩}$ সময়ে $= ৪৫ \times \frac{২}{৩} = ৩০$ মিনিটে।

এখন অবশিষ্ট পথ (৬-৩) = ৩ কিমি যেতে হবে (৪৫-৩০) = ১৫ মিনিটের মধ্যে।

তাহলে ১৫ মিনিটে = ৩ কিমি সুতরাং ৬০ মিনিট বা ১ ঘন্টায় গতিবেগ $= \frac{৩ \times ৬০}{১৫} = ১২$ কিমি /ঘন্টা।

২৭. রবিন দিনের মোট সময়ের $\frac{১}{৪}$ অংশ সময় হেঁটে স্কুলে যায়। যদি সে ১৬ কি.মি. বেগে সাইকেল চালিয়ে ও ৪ কি.মি. বেগে হেঁটে যায় তবে গড় গতিবেগ কত ? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে সহকারী কমান্ডেন্ট:২০০৭]*

ক. ১৪ কি.মি./ঘন্টা খ. ১২ কি.মি./ঘন্টা গ. ১৫ কি.মি./ঘন্টা ঘ. ১৩ কি.মি./ঘন্টা উত্তর: ঘ

শর্টকাট: $\frac{৪৮ + ৪}{৪} = \frac{৫২}{৪} = ১৩$

সমাধান: এখানে, $\frac{১}{৪}$ ভগ্নাংশটি থেকে মোট সময় = ৪ ঘন্টা ধরলে

সে হেঁটে যায় ৪ এর $\frac{১}{৪}$ ঘন্টা = ১ ঘন্টা ∴ সাইকেলে যায় = ৪-১ = ৩ ঘন্টা

হেঁটে যাওয়া পথ = (১×৪) কি.মি. = ৪ কি.মি এবং সাইকেলে যাওয়া পথ = (১৬×৩) কি.মি. = ৪৮কি.মি

সুতরাং হেঁটে + সাইকেলে যাওয়া মোট পথ = (৪+৪৮) = ৫২ কি.মি ∴ গড় বেগ $= \frac{৫২}{৪} = ১৩$ কি.মি./ঘন্টা উত্তর: ১৩

২৮. একটি গাড়ীর গতি সেকেন্ডে ১৫ মিটার। গাড়িটির গতিবেগ প্রতি ঘন্টায় কত কিমি? *(বাংলাদেশ ব্যাংক এ্যাসিস্টেন্ট ডিরেক্টর-০৮, বাংলাদেশ ব্যাংক অফিসার-০১)*

ক. ৫০ খ. ৫৪ গ. ৫৮ ঘ. ৬০ উত্তর: খ

সমাধান: ১ সেকেন্ডে যায় = ১৫ মিটার। সুতরাং ১ ঘন্টা বা (৬০×৬০) = ৩৬০০ সেকেন্ডে যায় = ১৫×৩৬০০ = ৫৪০০০মিটার

বা, (৫৪০০০÷ ১০০০) = ৫৪ কিমি।

নিজে করুন:

২৯. একজন দৌড়বিদ ২৪ সেকেন্ডে ২০০মিটার রাস্তা যেতে পারলে তার গতিবেগ কত? *[Probasy Kalyan SEO 2014]*

ক. ২০ কিমি/ঘন্টা খ. ২৪ কিমি/ঘন্টা গ. ৩০ কিমি/ঘন্টা ঘ. ২৮. কিমি উত্তর: গ

[**Hints:** ট্রেনের অংকের মত ১ সেকেন্ডের গতিবেগ বের করে ১৮/ ৫ দিয়ে গুণ করলেই উত্তর বের হবে]

৩০. ক ও খ এই দুই স্থানের দূরত্ব ৩০ কি.মি.। একই সময় মিজান ও মুজিব যথাক্রমে ক ও খ থেকে পরস্পরের দিকে রওয়ানা হয়ে ৬ ঘন্টা পরে উভয়ে মিলিত হলো। মিলিত হওয়ার $১\frac{১}{২}$ ঘন্টা পরে মিজান খ-তে পৌছাল। উভয়ের গতিবেগ নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

ক. ৪ কিমি/ঘন্টা ও ১ কিমি/ঘন্টা খ. ৪ কিমি/ঘন্টা ও ২ কিমি/ঘন্টা

গ. ৪ কিমি/ঘন্টা ও ৩ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৩ কিমি/ঘন্টা ও ৪ কিমি/ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান: মোট ৩০ কিমি পথ অতিক্রম করতে মিজানকে লাগে $(৬+১\frac{১}{২})$ঘন্টা $= ৭\frac{১}{২}$ ঘন্টা

∴ ১ ঘন্টায় মিজানের গতিবেগ $= \frac{\text{মোট পথ}}{\text{মোট সময়}} = \frac{৩০ \text{ কি.মি.}}{\frac{১৫}{২}} = \frac{৩০ \times ২}{১৫} = ৪$ কি.মি./ঘন্টা।

এখন, মিজান ৬ ঘন্টায় যায় = ৪× ৬ = ২৪ কি.মি.

সুতরাং মুজিব ঐ ৬ ঘন্টায় বিপরীত দিক থেকে যায় = (৩০ - ২৪) = ৬ কি.মি.

∴ মুজিবের ১ ঘন্টায় গতিবেগ $= \frac{৬}{৬}$ কি.মি./ঘন্টা = ১ কি.মি./ঘন্টা

পদ্ধতি-০৫ ঃ গড় গতিবেগ বের করা

নিচের সূত্র দুটি দিয়ে গড় গতিবেগের অংকগুলো খুব সহজেই সমাধান করা সম্ভব হবে।

ক্রম	গড় গতিবেগের সূত্র	প্রশ্নে যা থাকতে হবে
০১.	গড় গতিবেগ $= \frac{২xy}{x+y}$ এখানে x= প্রথম গতিবেগ এবং y = ২য় গতিবেগ	যদি শুধু গতিবেগ দেয়া থাকে
০২.	গড় গতিবেগ $= \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ(যাওয়া + আসা)}}{\text{মোট অতিবাহিত সময় (যাওয়া + আসা)}}$	গতিবেগ ও সময়/ দূরত্ব দেয়া থাকলে

শুধু গতিবেগ দেয়া থাকলে:

৩১. রুবেল ঘন্টায় ৪০ মাইল বেগে ঢাকা থেকে কুমিল্লায় গিয়ে ঘন্টায় ৬০ মাইল বেগে আবার ঢাকায় ফিরে আসলে ঘন্টায় তার গড় গতিবেগ কত মাইল। *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০]*

ক. ৪০ খ. ৪৮ গ. ১২ ঘ. ২৪ উত্তর: খ

সমাধান : গড় গতিবেগ $= \frac{২xy}{x+y} = \frac{২ \times ৪০ \times ৬০}{৪০ + ৬০} = \frac{২ \times ৪০ \times ৬০}{১০০} = ৪৪$ [এখানে x = ৪০কিমি এবং y = ৬০ কিমি ।]

শিখে রাখুন: উপরের প্রশ্নের মধ্যে দুটি গতি দেয়া আছে, ৪০ ও ৬০। আবার উত্তরে বেড় হলো ৪৮। এই ৩টা গতির মধ্যে যে কোন ২টা গতি দেয়া থাকলে এবং অন্য ১টা গতি বের করলে হুবহু এই সূত্রটি দিয়েই প্রশ্নগুলো দ্রুত সমাধান করা যায়। পরের প্রশ্নটি দেখুন।

৩২. একটি ট্রেন গড়ে ঘন্টায় ৮০মাইল বেগে X শহর হতে ৩০০ মাইল দূরবর্তী Y শহরে পৌছল। ট্রেনটি কত গতিবেগে ফিরে এলে সমস্ত ভ্রমণে তার গড় গতিবেগ ১০০ মাইল/ঘন্টা হবে? *[BB (AD)-2006]*

ক. ১২০ কি.মি. খ. ১২৫ কি.মি. গ. ১৩৩.৩৩ কি.মি. ঘ. ১৩৭ কি.মি. উত্তর: গ

সমাধান: যাওয়া আসা মোট পথ ৩০০+৩০০ = ৬০০ এখন যাতায়াতে মোট সময় লাগবে $= \frac{৬০০}{১০০} = ৬$ ঘন্টা।

৮০ মাইল বেগে ৩০০ মাইল যেতে সময় লেগেছে $= \frac{৩০০}{৮০} = ৩.৭৫$।

তাহলে ফিরে আসার জন্য সময় রয়েছে (৬-৩.৭৫) = ২.২৫ ঘন্টা।

সুতরাং ফিরে আসার সময় গতিবেগ হবে = (১ঘন্টার গতি) $= \frac{৩০০}{২.২৫} = ১৩৩.৩৩$

ভালোভাবে বুঝলে সূত্র থেকে এভাবে সমীকরণও সাজানো যায়:

শর্টকাট: $\frac{২xy}{x+y} = ১০০ \Rightarrow \frac{২ \times ৮০ \times y}{৮০ + y} = ১০০ \Rightarrow ১৬০y = ৮০০০ + ১০০y \Rightarrow ৬০y = ৮০০০ \therefore y = \frac{৮০০০}{৬০} = ১৩৩.৩৩$

নিজে করুন :

৩৩. মানহা বাসা থেকে অফিসে যায় ১০ কিমি গতিতে, ফিরে আসে ১৫ কিমি গতিতে। সম্পূর্ণ ভ্রমণে তার গড় গতিবেগ কত? *[Janata Bank (off:)- 2009]*

ক. ১২.৫ খ. ১২ গ. ১৪ ঘ. ১৩ উত্তর: খ

৩৪. একটি লোক খাড়া উত্তর দিকে m মাইল অতিক্রম করে প্রতি মাইল ২ মিনিটে এবং খাড়া দক্ষিণ দিকে পূর্ব স্থানে ফিরে আসে প্রতি মিনিটে ২ মাইল হিসেবে। লোকটির গড় গতিবেগ ঘন্টায় কত মাইল? *[১৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ৪৫ খ. ৪৮ গ. ৭৫ ঘ. ২৪ উত্তর: খ

[**Hints:** এখানে দিক কোন ফ্যাক্ট না। মিনিট থেকে ঘন্টায় গতিবেগ ৩০কিমি/ঘন্টা ও ১২০কিমি বের করে সূত্র প্রয়োগে করুন]

গতিবেগের সাথে পথের দূরত্ব দেয়া থাকলে:

৩৫. এক ব্যক্তি ঘন্টায় ৩০ মাইল বেগে ২ ঘন্টা ভ্রমণ করার পর পরবর্তী ৩ ঘন্টায় ৬০ মাইল পথ অতিক্রম করে। সম্পূর্ণ পথের জন্য তার গড় গতিবেগ কত? *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের উপ-সহ: পরি: ০১)*

ক. ২০ মাইল খ. ২৪ মাইল গ. ৩০ মাইল ঘ. ৩৪ মাইল উত্তর: খ

সমাধান : ৩০ মাইল বেগে ২ ঘন্টা যাওয়ার অর্থ হলো ২ ঘন্টায় মোট ৩০×২ = ৬০ মাইল পথ গেছে।
আবার পরবর্তীতে মোট ৬০ মাইল পথ গেছে ৩ ঘন্টায়। তাই আমরা সূত্রানুযায়ী লিখতে পারি,

$\frac{৬০+৬০}{২+৩} = \frac{১২০}{৫} = ২৪$ মাইল। (যাওয়া আসা অথবা দু'বারই যাওয়া বোঝালেও একই সূত্র)

৩৬. জনাব তারেক মোটর সাইকেলে ঘন্টায় ৫০.কি.মি. বেগে ৩ ঘন্টা এবং ৪০ কি.মি. বেগে পরবর্তী ২ ঘন্টায় বাড়ি থেকে ঢাকা পৌঁছালেন। তাঁর গড় গতিবেগ কত ? *[সহকারী পরিচালক(কারিগরি):২০১১]*

ক. ৪৫ কি.মি./ঘন্টা খ. ৪৬ কি.মি./ঘন্টা গ. ৪৪ কি.মি./ঘন্টা ঘ. ৪৭ কি.মি./ঘন্টা উত্তর: খ

সমাধান: ১ম ৩ ঘন্টায় অতিক্রান্ত পথ = ৩×৫০ = ১৫০ কি.মি. পরবর্তী ২ ঘন্টায় অতিক্রান্ত পথ = (৪০×২) = ৮০ কি.মি.
∴ মোট সময় = (৩+২) ঘন্টা = ৫ ঘন্টা এবং মোট অতিক্রান্ত পথ = (১৫০+৮০) কি.মি. = ২৩০ কি.মি.

সুতরাং গড় গতিবেগ = $\frac{২৩০}{৫}$ কি.মি.= ৪৬ কি.মি./ঘন্টা

নিজে করুন:

৩৭. একজন মোটর সাইকেল আরোহী ৫০কিমি গতিতে ১৫০ কিমি পথ অতিক্রম করে ৩০কিমি গতিতে ফিরে আসে। সম্পূর্ণ যাত্রায় তার গড় গতিবেগ কত? *[Agrani Bank (SO)-2013]*

ক. ৩৬ কি.মি. খ. ৩৭ কি.মি. গ. ৩৭.৫ কি.মি. ঘ. ৪০ কি.মি. উত্তর: গ

৩৮. একটি গাড়ির ঘন্টায় ৪৫ মাইল বেগে ২০মিনিট চলার পর ঘন্টায় ৬০মাইল বেগে ৪০ মিনিট চলে। সম্পূর্ণ পথের জন্য গাড়িটির গতিবেগ গড় কত? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের (সহ: পরি:) ২০০১]+[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]*

ক. ৪০ মাইল খ. ৪২ মাইল গ. ৪৫ মাইল ঘ. ৫৫ মাইল উত্তর: ঘ

সমাধান: ৪৫ মাইল বেগে ২০ মিনিটে যাবে $\frac{৪৫ \times ২০}{৬০} = ১৫$ মাইল আবার ৬০ মাইল বেগে ৪০ মিনিটে যাবে ৪০ মাইল

তাহলে গড় গতিবেগ হবে = $\frac{১৫+৪৫}{২০+৪০} = \frac{১৫+৪৫}{২০+৪০} = \frac{৫৫}{৬০}$ (এখানে মিনিটের হিসেব হয়েছে)

তাই ঘন্টা করতে হলে $\frac{৫৫}{৬০} = \times ৬০ = ৫৫$ মাইল/ঘন্টা। উত্তর: গতিবেগ ৫৫মাইল

৩৯. আসিফ অফিসে যাবার সময় অর্ধেক দূরত্ব ঘন্টায় ৫ কিমি বেগে অতিক্রম করলো এবং বাকি অর্ধেক দূরত্ব ঘন্টায় ৩ কিমি বেগে অতিক্রম করলো। তার গড় বেগ ঘন্টায় কত কিমি? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ৪ খ. $\frac{১৫}{৮}$ গ. $\frac{১৫}{৪}$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: গড় গতিবেগ বের করার নিয়ম হচ্ছে $\frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ}}{\text{মোট অতিবাহিত সময়}}$ এখানে দুভাবেই করা যায় = ধরি, প্রথম অর্ধেক ১৫ এবং পরের অর্ধেক ১৫ কিমি। (৫ এবং ৩ এর ল.সা.গু) মোট অতিক্রান্ত পথ = ১৫+১৫ = ৩০ কিমি

এবং সময় ১৫÷৫ = ৩ঘন্টা এবং ১৫÷৩ = ৫ ঘন্টা। ৩+৫ = ৮ঘন্টা সুতরাং গড় গতিবেগ $\frac{১৫+১৫}{৩+৫} = \frac{৩০}{৮} = \frac{১৫}{৪}$

আরো সহজে (এখানে ৫ ও ৩ কিমি বেগে যাওয়া পথ সমান) তাই গড় গতিবেগ = $\frac{২xy}{x+y} = \frac{২\times৫\times৩}{৫+৩} = \frac{৩০}{৮} = \frac{১৫}{৪}$

গতিবেগের অনুপাত দেয়া থাকলে:

৪০. A এবং B এর হাঁটার গতিবেগের অনুপাত ২:৩। একটি পথ যেতে B কে ৩৬ মিনিট সময় লাগলে একই পথ যেতে A কে কত সময় লাগবে?

ক. ৫০ মি. খ. ২৮ মি. গ. ৫৪ মি. ঘ. ৬০ মি. উত্তর: গ

সমাধান: A এবং B এর গতিবেগের অনুপাত = ২:৩

∴A এবং B এর লাগা সময়ের অনুপাত হবে = $\frac{x}{২} : \frac{x}{৩}$ [দূরত্বকে x বা ১ ধরে গতিবেগ দিয়ে ভাগ] = $\frac{x}{২} \times ৬ : \frac{x}{৩} \times ৬ = ৩:২$

[Note: দুই রাশির অনুপাত হলে সরাসরি ব্যাস্তানুপাত করলেই হয়, কিন্তু ৩ বা বেশি রাশি আসলে এভাবে ভগ্নাংশ করে×ল.সা.গু করতে হয়]

এখানে B এর লাগা সময় ২x = ৩৬ হলে x = ১৮ । সুতরাং A এর লাগা সময় = ৩x = ৩×১৮ = ৫৪ মিনিট।

Be careful: যদি গতিবেগের অনুপাত অনুযায়ী B এর ৩ অংশ = ৩৬ মিনিট ধরে ১ অংশ = ১২ এবং A এর ২ অংশ = ২৪ কেউ বের করে সমাধান করেন তাহলে ভুল উত্তর বের হবে। কারণ গতিবেগের অনুপাত থেকে সময় ধরা যায় না। আগে অনুপাতটিকে উল্টিয়ে নিয়ে সময়ের অনুপাত বানানোর পর হিসেব করতে হবে।

প্রাকটিকালি ভাবতে পারেন: গতিবেগের অনুপাত ২:৩ হলে যার গতি কম তাকে বেশি সময় লাগবে।

৪১. ৩টি কারের গতিবেগের অনুপাত ২:৩:৪ হলে একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করার সময় তাদের সময়ের অনুপাত কত হবে? *[Uttara Bank- (Cash)-2017]*

ক. ২:৩:৪ খ. ৪:৩:২ গ. ৬:৪:৩ ঘ. ৪:৩:৬ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, দূরত্ব = x কিমি।

তাহলে ১ম, ২য় ও ৩য় কারকে লাগা সময়ের পরিমাণ = $\frac{x}{২}, \frac{x}{৩}$ এবং $\frac{x}{৪}$ (দূরত্বকে গতিবেগ দিয়ে ভাগ করলে সময় বের হবে।)

সুতরাং সময়ের অনুপাত = $\frac{x}{২} : \frac{x}{৩} : \frac{x}{৪} = \frac{x}{২} \times ১২ : \frac{x}{৩} \times ১২ : \frac{x}{৪} \times ১২$ (হরগুলোর ল.সা.গু দিয়ে গুণ) = ৬:৪:৩ উত্তর:৬:৪:৩

Confusion clear: এখানে ভুল করে গতিবেগের অনুপাত ২:৩:৪ কে উল্টিয়ে দিয়ে সময়ের অনুপাত ৪:৩:২ বলা যাবে না। কারণ তখন প্রথম ও শেষ রাশির সম্পর্ক ঠিক থাকলেও মাঝের রাশিটির সাথে প্রথম ও ২য় রাশির গতিবেগের সম্পর্কের সাথে সময়ের সম্পর্ক ঠিক থাকে না। অনুপাতকে সরাসরি উল্টানো যাবে শুধু দুটি রাশির অনুপাত থাকলে।

৪২. A এর গতিবেগ B এর গতিবেগের দ্বিগুণ, আবার B এর গতি C এর গতির তিনগুণ। যদি একটি নির্দিষ্ট পথ যেতে C এর ৪২ মিনিট সময় লাগলে একই পথ যেতে A এর কতটুকু সময় লাগবে?

ক. ২ মিনিট খ. ৪ মিনিট গ. ৫ মিনিট ঘ. ৭ মিনিট উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি C এর গতিবেগ x সুতরাং B এর গতি ৩x ∴A এর গতি ২×৩x = ৬x (যার গতি সবথেকে কম তারটা ধরতে হয়)

এখন, A, B, C গতিবেগেরে অনুপাত ৬x: ৩x: x

তাহলে তাদের সময়ের অনুপাত = $\frac{১}{৬x} : \frac{১}{৩x} : \frac{১}{x} = \frac{১}{৬x} \times ৬x : \frac{১}{৩x} \times ৬x : \frac{১}{x} \times ৬x = ১:২:৬$ [হরের ল.সা.গু দিয়ে গুণ]

সুতরং C কে ৬ মিনিট সময় লাগলে A কে লাগবে ১ মিনিট।

এখন C কে ৪২ মিনিট সময় লাগলে A কে লাগবে ৬ ভাগের ১ ভাগ অর্থাৎ ৪২÷৬ = ৭ মিনিট। উত্তর: ৭ মিনিট।

নিজে করুন :

৪৩. কার, ট্রেন এবং বাসের গতিবেগের অনুপাত ৫:৯:৬। একটা নির্দিষ্ট বাসে যেতে ১০ ঘন্টা লাগলে কারে যেতে কত সময় লাগবে?

ক. ২০ ঘন্টা খ. ১৮ ঘন্টা গ. ১২ ঘন্টা ঘ. ১৫ঘন্টা উত্তর: গ

পদ্ধতি- ০৫ ঃ গতিবেগের সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

সময়ের পার্থক্য দেয়া থাকলে :

৪৪. ঘন্টায় ৪ কি.মি. বেগে চললে কোন স্থানে পৌঁছাতে যে সময় লাগে ঘন্টায় ৫ কি.মি. বেগে চললে তার $\frac{১}{২}$ ঘন্টা সময় কম লাগে। স্থানটির দূরত্ব কত? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]+[বিডিএস(থানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]*

ক. ৮কিমি খ. ১০ কিমি গ. ১২ কিমি ঘ. ১১ কিমি **উত্তর: খ**

সমাধান: ধরি, দূরত্ব = x মি.

ঘন্টায় ৪ কি.মি. বেগে x কি.মি যেতে সময় লাগে $\frac{x}{৪}$ ঘন্টা

$\therefore$ " ৫ " " x " " " " $\frac{x}{৫}$ "

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪}-\frac{x}{৫}=\frac{১}{২} \Rightarrow \frac{৫x-৪x}{২০}=\frac{১}{২} \Rightarrow \frac{x}{২০}=\frac{১}{২}$

$\therefore x = ১০$ সুতরাং স্থানটির দূরত্ব = ১০ কি.মি। উত্তর: ১০কিমি.

মুখে মুখে করার স্পেশাল টেকনিক: এ ধরণের প্রশ্নে গতিবেগ দুটির ল.সা.গু কে দূরত্ব ধরে হিসেব করা সহজ। যেমন: ৪ ও ৫ এর লা.সা.গু ২০ । এখন ২০কিমি যেতে লাগে ২০÷৪ = ৫ ঘন্টা। কিন্তু ফিরে আসতে লাগে ২০÷৫ = ৪ ঘন্টা। সময়ের পার্থক্য ৫-৪ = ১ ঘন্টা। কিন্তু প্রশ্নে দেয়া আছে পার্থক্য (১/২) ঘন্টা। এজন্য দূরত্ব অর্ধেক বা ১০ কিমি ই উত্তর। পার্থক্য যতগুণ কম বেশি হবে দূরত্বও তেমন কম বেশি হবে।

৪৫. এক ব্যক্তি সকালে ৬কিমি/ঘন্টা বেগে হেঁটে বাসা থেকে অফিসে যান এবং বিকালে ৪কিমি/ঘন্টা বেগে হেঁটে অফিস থেকে বাসায় ফেরেন, এতে তার ১ ঘন্টা বেশি সময় লাগে। বাসা থেকে অফিসের দূরত্ব কত? *[সমাজসেবা অধি:উপসহকারী পরি: ০৫]*

ক. ১০কিমি খ. ১২কিমি গ. ১৩কিমি ঘ. ১৪কিমি **উত্তর: খ**

সমাধান: ধরি, বাসা থেকে অফিসের দূরত্ব = x কি.মি (দূরত্ব ধরলে যাওয়া ও আসার সময়ের পার্থক্য বের করা সহজ হবে)

সুতরাং যাওয়ার সময় সময় লাগে $\frac{x}{৬}$ ঘন্টা এবং আসার সময় লাগে $\frac{x}{৪}$ ঘন্টা।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪}-\frac{x}{৬}=১$ *[যেহেতু দুই সময়ের পার্থক্য হল ১ ঘন্টা এবং $\frac{x}{৬}$ এর থেকে $\frac{x}{৪}$ বড়।]*

বা, $\frac{৩x-২x}{১২}=১$ $\therefore x = ১২$ সুতরাং বাসা থেকে অফিসের দূরত্ব = ১২ কিমি।

মুখে মুখে করার স্পেশাল টেকনিক: এ ধরণের প্রশ্নে গতিবেগ দুটির ল.সা.গু কে দূরত্ব ধরে হিসেব করা সহজ। যেমন: ৬ ও ৪ এর লা.সা.গু ১২ এখানে ১২ই উত্তর। কারণ ১২ কিমি যেতে লাগবে ২ ঘন্টা এবং ফিরতে লাগবে ৩ ঘন্টা তাহলে পার্থক্য ১ ঘন্টা। সরাসরি মিলে গেছে। কিন্তু সময়ের পার্থক্য ৩০ মিনিট বা ০.৫ ঘন্টা হলে সবগুলো অর্ধেক হতো দ্বিগুণ হলো দ্বিগুণ হতো।

৪৬. একটি ট্রেন প্রতি ঘন্টায় ৩০ কিমি বেগে চলে গন্তব্যস্থানে পৌঁছল। ট্রেনটির বেগ ঘন্টায় ২৭কিমি হলে গন্তব্যস্থানে পৌঁছতে ২০ মিনিট সময় বেশি লাগত। পথের দূরত্ব নির্ণয় করুন । *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে পুলিশ সহ: রসায়নিক পরীক্ষক:-০২)*

ক. ১০০ কি.মি খ. ৯০কি.মি. গ. ৮০কি.মি. ঘ. ৭০কি.মি. **উত্তর: খ**

[Hints: $\frac{x}{২৭}-\frac{x}{৩০}=\frac{২০}{৬০}$]

Learning point: যে কোন সমীকরণে,**ঘন্টা = মিনিট**,কখনোই লেখা যাবে না।তাই সমীকরণে কখনো মিনিট আসলে তাকে ৬০ দিয়ে ভাগ করে প্রথমে ঘন্টা বানাতে হবে।

মুখে মুখে: ২৭ ও ৩০ এর ল.সা.গু = ২৭০। পার্থক্য (১০-৯) = ১ ঘন্টা বা ৬০ মিনিট হলে দূরত্ব ২৭০। কিন্তু প্রশ্নে পার্থক্য ২০মিনিট বলায় দূরত্ব ৯০ কিমি (৩গুণ করে কমেছে)।

নিজে করুন:

৪৭. ঘন্টায় ৫ কি.মি. বেগে চললে কোন স্থানে পৌঁছাতে যে সময় লাগে, ঘন্টায় ৬ কি.মি. বেগে চললে তার চেয়ে ৩০ মিনিট কম লাগে। স্থানটির দূরত্ব কত? *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক(পদ্ম)-২০১২]*

ক. ২৫ কি.মি. খ. ২২ কি.মি. গ. ২০ কি.মি. ঘ. ১৫ কি.মি. **উত্তর: ঘ**

৪৮. ৪ কিমি/ঘন্টা বেগে চললে কোন স্থানে পৌঁছাতে যে সময় লাগে ৫কিমি/ঘন্টা বেগে চললে তার চেয়ে ১ ঘন্টা কম সময় লাগে। স্থানটির দূরত্ব কত? *(অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সঞ্চয় পরিদপ্তরের সহ:পরি: -০৭)*

ক. ১০ কিমি খ. ১৫ কিমি গ. ২০ কিমি ঘ.২৫ কিমি **উত্তর: গ**

৪৯. একটি বাস প্রতিদিন একটি নির্দিষ্ট গতিতে ৬০কিমি পথ অতিক্রম করে। একদিন যান্ত্রিক ত্রুটির কারণে বাসের গতি ১০ কিমি/ঘন্টা কমে যায় এবং ঐ পথ অতিক্রম করতে ৩ ঘন্টা বেশি লাগে। বাসটির স্বাভাবিক গতি কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ২০ কিমি/ঘন্টা খ. ২৫ কিমি/ঘন্টা গ. ৩২ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৪৫ কিমি/ঘন্টা **উত্তর: ক**

লিখিত সমাধান: ধরি, বাসটির স্বাভাবিক গতিবেগ = x কিমি/ঘন্টা।

প্রশ্নমতে, $\frac{৬০}{x-১০}-\frac{৬০}{x}=৩$ [গতি কমার পরের সময় - আগের সময় = ৩ ঘন্টা]

$\Rightarrow \frac{৬০x-৬০x+৬০০}{x(x-১০)}=৩$

$\Rightarrow x^২-১০x=২০০$ [উভয় পক্ষকে ৩ দিয়ে ভাগ করে আড়াআড়ি গুণ]

$\Rightarrow x^২-১০x-২০০=০ \Rightarrow (x-২০)(x+১০)=০ \therefore x=২০$

মুখে মুখে:

গতি = ২০কিমি	×	সময়: ৩ঘন্টা
গতি = ১০ কিমি	×	সময়: ৬ঘন্টা
গতি কমলো ১০কিমি		ঘন্টা বেশি ৩ঘন্টা

সুতরাং শুরুতে গতিবেগ ছিল: ২০কিমি/ঘন্টা

ব্যাখ্যা: পাশের চিত্রটি দেখুন: ৬০ কিমি সংখ্যাটাকে এমনভাবে ভাঙ্গতে হবে যাতে গতিবেগ ১০ কিমি কমলেও আগে যা সময় লাগতো তার থেকে ৩ ঘন্টা সময় কম লাগে। এখন গতিবেগের সংখ্যা দুটি দিয়েও ৬০ কে ভাগ করা যেতে হবে আবার ঘন্টার সময় দিয়েও ৬০ কে ভাগ করা যেতে হবে। **চিত্রটি অনুসারে শুরুতে গতি ছিল ২০কিমি।** (অপশন টেস্ট করলেও একই যুক্তি)

পরামর্শ: এমসিকিউ পরীক্ষায় এরকম উৎপাদক করার মত প্রশ্ন আসলে লিখিত আকারে না করে অপশন টেস্ট করে চেষ্টা করুন।

৫০. করিম ঢাকা থেকে গাজীপুর একটি নির্দিষ্ট বেগে ৬০ কিমি ভ্রমণ করেন। যদি তার গতি আরও ২ কিমি/ঘন্টা বেশি হতো তবে তার ১ ঘন্টা কম সময় লাগত। তার প্রাথমিক গতি কত ছিল? *[বাংলাদেশ সেতু কতৃপক্ষের (সহকারী পরিচালক)-২০২০]*

ক. ৮ কিমি/ঘন্টা খ. ১০ কিমি/ঘন্টা গ. ১২ কিমি/ঘন্টা ঘ. ১৫ কিমি/ঘন্টা **উত্তর: খ**

লিখিত সমাধান: ধরি, প্রাথমিক গতি x কিমি/ঘন্টা

$\therefore$ বৃদ্ধি পাওয়ার পর নতুন গতি (x+২) কিমি/ঘন্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{৬০}{x}-\frac{৬০}{x+২}=১ \Rightarrow \frac{৬০x+১২০-৬০x}{x(x+২)}=১$

$\Rightarrow x^২+২x-১২০=০ \Rightarrow x(x+১২)-১০(x+১২)=০$

$\Rightarrow (x+১২)(x-১০)=০ \therefore x=১০$

সুতরাং তার প্রাথমিক গতি x= ১০ কিমি/ঘন্টা। **(উত্তর)**

মুখে মুখে:

গতি = ১০কিমি	×	সময়: ৬ঘন্টা
গতি = ১২ কিমি	×	সময়: ৫ঘন্টা
গতি বাড়লো ২কিমি		ঘন্টা কমলো ১

সুতরাং প্রাথমিক গতিবেগ ছিল: ১০কিমি/ঘন্টা

নিজে করুন:

৫১. ঘন্টায় ৪ কি.মি. গতি বৃদ্ধি করায় ৩২ কি.মি. পথ অতিক্রম করতে ৪ ঘন্টা সময় কম লাগে। বৃদ্ধির পূর্বে গতি কত ছিল? *[পিএসসি-এর সহ:পরি:-০১]*

ক. ৮কি.মি. খ. ১২ কি.মি. গ. ৪কি.মি. ঘ. ২কি.মি. **উত্তর: গ**

[Hints: শুরুর গতি x ধরে সমীকরণ: $\frac{৩২}{x}-\frac{৩২}{x+৪}=৪$। **মুখে মুখে:** ৪কিমি×৮ঘন্টা = ৩২ আবার ,৮কিমি×৪ঘন্টা = ৩২]

সময়ের যোগফল দেয়া থাকলে :

৫২. জনির স্কুলে যাওয়ার সময় বেগ ঘন্টায় ৩ কিমি এবং বাসায় ফেরার সময় বেগ ঘন্টায় ২ কিমি। স্কুলে যাওয়া-আসাতে যদি তার মোট ৫ ঘন্টা সময় লাগে, তাহলে স্কুল ও বাসার মধ্যে দূরত্ব কত কিমি? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৬ খ. ৭ গ. ৮ ঘ. ৯ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, দূরত্ব = x কিমি

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৩}+\frac{x}{২}=৫$ বা, $\frac{২x+৩x}{৬}=৫$ বা, $৫x=৩০ \therefore x=৬$কিমি সুতরাং দূরত্ব = ৬ কিমি।

মুখে মুখে: এ ধরণের প্রশ্ন দ্রুত সমাধান করার জন্য গতিবেগ দুয়ের ল.সা.গু কে দূরত্ব ধরে হিসেব করতে হয়। এখানে ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ৬ ই উত্তর। কারণ $(৬\div৩)+(৬\div২)=২+৩=৫$ ঘন্টা।

৫৩. একটি বন্দুকের গুলি প্রতি সেকেন্ডে ১৫৪০ ফুট গতিবেগে লক্ষ্যভেদ করে। এক বাড়ি বন্দুক ছুড়বার ৩ সেকেন্ডে পরে লক্ষ্যভেদের শব্দ শুনতে পায়। শব্দের গতি প্রতি সেকেন্ডে ১১০০ ফুট। লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব কত ফুট? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (পরিসংখ্যান অ্যাসিসটেন্ট অফিসার)- ২০১৪] + [CAAB- (সিকিউরিটি অফিসার)-2021]*

ক. ১৯২৫ খ. ১৯৭৫ গ. ১৮৫০ ঘ. ২১৫০ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব = x ফুট

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১৫৪০}+\frac{x}{১১০০}=৩$ [গুলিটি লক্ষ্যবস্তু পর্যন্ত যাওয়া + আসা মিলে একত্রে লাগা মোট সময় = ৩ সেকেন্ড]

$\Rightarrow\frac{৫x+৭x}{৭৭০০}=৩ \Rightarrow ১২x=৩\times৭৭০০ \Rightarrow x=\frac{৩\times৭৭০০}{১২}= \therefore x=১৯২৫$ **উত্তর: ১৯২৫ ফুট।**

৫৪. একটি নৌকা মালামালসহ যে গতিতে চলে, খালি থাকলে তার দ্বিগুণ গতিতে চলে। নৌকাটি মালামালসহ ৪০ কি.মি অতিক্রম করে দুই ঘন্টা ব্যায় করে নৌকা থেকে মালামাল নামায় এবং খালি অবস্থায় পূর্বের স্থানে ফিরে আসে। সব মিলিয়ে যদি ১৭ ঘন্টা সময় লেগে থাকে, তাহলে খালি অবস্থায় নৌকাটির বেগ কত কি.মি./ঘন্টা ছিল? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ২ খ. ৪ গ. ৮ ঘ. ৬ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: ধরি, মালামাল সহ নৌকার গতি = x কিমি. (খালি অবস্থায় গতি x ধরলে ভগ্নাংশ চলে আসবে)

∴খালি অবস্থায় নৌকার গতি = ২x

প্রশ্নমতে, $\frac{৪০}{x}+\frac{৪০}{২x}=১৭-২$

$\Rightarrow\frac{৮০+৪০}{২x}=১৫$

$\Rightarrow ৩০x=১২০ \therefore x=৪$

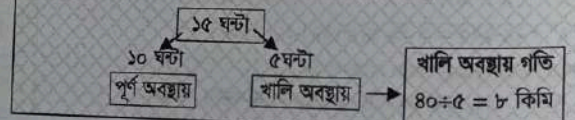
সুতরাং মালামাল অবস্থায় গতি = ৪

এবং খালি অবস্থায় গতি ২×৪ = ৮কিমি.

মুখে মুখে ১০ সেকেন্ডে সমাধানের টেকনিক: **(Ratio Method)**

এখানে গতিবেগের অনুপাত = পূর্ণ : খালি = ১ : ২। তাহলে সময়ের অনুপাত হবে পূর্ণ: খালি = ২:১। সুতরাং ১৫ ঘন্টা সময়কে সময়ের অনুপাতে ভাগ করলে পূর্ণ:খালি = ১০ ঘন্টা : ৫ ঘন্টা। সুতরাং খালি অবস্থায় গতিবেগ = ৪০÷৫ = ৮ কিমি

চিত্রাকারে ভাবতে নিচের মত।



নিজে করুন:

৫৫. তারিক ৪০ কিমি বেগে শহর A থেকে শহর B তে যায় এবং একই পথ ৩০কিমি বেগে ফিরে আসে। যাত্রাপথে ১ ঘন্টা বিরতি সহ তার মোট ৮ ঘন্টা সময় লাগে। শহর A থেকে শহর B এর দূরত্ব কত বের করুন। *[FSIB (PO)-2014]*

ক. ১০০ কিমি খ. ১২০ কিমি গ. ১১০ কিমি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

[Hints: $\frac{x}{৪০}+\frac{x}{৩০}=৭$ এরপর $x=১২০$) *(যাত্রাবিরতির ১ ঘন্টা বাদে, যাওয়া ও আসা মিলে মোট সময় = ৭ ঘন্টা)]*

মুখে মুখে করার জন্য : অপশনের এমন একটি সংখ্যাকে টার্গেট করুন যাকে ৪০ ও ৩০ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায়। এখানে ১২০÷৪০ = ৩ ঘন্টা আবার ১২০÷৩০ = ৪ ঘন্টা অর্থাৎ মোট ৩+৪ = ৭ঘন্টা মিলে যাওয়ায় ১২০ ই উত্তর।

আগে অথবা বিলম্বে পৌছালে:

৫৬. একটি গাড়ি কোন স্থানে বেলা ১২ টার পৌছাবার কথা, গাড়িটি ঘন্টায় ১০ কি.মি. বেগে চললে ঐ স্থানে পৌছাতে ২০ মিনিট সময় দেরী হয়। কিন্তু ঘন্টায় ১৫ কি.মি. বেগে চললে ১০ মিনিট আগে পৌছতে পারে। যাত্রাস্থান থেকে গন্তব্যস্থানের দূরত্ব কত? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

সমাধান: ধরি, গন্তব্য স্থানটির দূরত্ব = x কি.মি.

১ম সময়ের ও ২য় সময়ের পার্থক্য $=(২০+১০)=৩০=\frac{৩০}{৬০}$ ঘন্টা $=\frac{১}{২}$ ঘন্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১০}-\frac{x}{১৫}=\frac{১}{২}$ [১০কিমি বেগে গেলে যে সময় লাগে ১৫ কিমি বেগে গেলে তার থেকে $\frac{১}{২}$ ঘন্টা কম সময় লাগে]

$\Rightarrow\frac{৩x-২x}{৩০}=\frac{১}{২} \Rightarrow\frac{x}{৩০}=\frac{১}{২} \Rightarrow ২x=৩০ \therefore x=১৫$ কি.মি. সুতরাং দূরত্ব = ১৫ কিমি।

নিজে করুন:

৫৭. ফাতিহা ৫কিমি বেগে হাঁটলে বাস্ট স্ট্যান্ড এ পৌছাতে ৫মিনিট দেড়ি হয়, আবার ৬কিমি বেগে হাঁটলে ৫মিনিট আগেই পৌছে যায়। বাসস্ট্যান্ডটি কত দূরে অবস্থিত? *[Exim Bank (AO)- 2010)]*

ক. ৩ কিমি খ. ৫ কিমি গ. ৬ কিমি ঘ. ৮ কিমি উত্তর: খ

[Hints: $\frac{x}{৫}-\frac{x}{৬}=\frac{১০}{৬০}$ [দু সময়ের পার্থক্য = ১০ মিনিটকে ৬০ দিয়ে ভাগ করে ঘন্টা বানাতে হবে।]

৫৮. ৩০ কি.মি. পথ পাড়ি দিতে জয়নুলের রনির থেকে ২ ঘন্টা সময় বেশি লেগেছে। জয়নুল যদি তার গতি দ্বিগুণ করত তাহলে রনির থেকে ১ ঘন্টা সময় কম লাগত। জয়নুলের গতি কত ছিল? *[৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*

ক. ৪ কি.মি. খ. ৫ কি.মি. গ. ৬ কি.মি. ঘ. ৭.৫ কি.মি. উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, জয়নুলের গতি = x কি.মি. /ঘন্টা ,

প্রশ্নমতে, $\frac{৩০}{x}-\frac{৩০}{২x}=(২+১)$ [দুই জনের সময়ের পার্থক্য (২+১) =৩]

$\Rightarrow\frac{৬০-৩০}{২x}=৩ \Rightarrow ৬x=৩০ \quad \therefore x=৫$ সুতরাং জয়নুলের গতিবেগ ৫কিমি/ঘন্টা। **উত্তর: ৫ কি.মি**

নিজে করুন:

৫৯. d কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করতে A কে B এর চেয়ে ২ ঘন্টা বেশি সময় লাগে; কিন্তু যদি A এর গতি দ্বিগুণ হয়, তাহলে B এর চেয়ে ১ ঘন্টা সময় কম লাগে। d কি.মি. পথ অতিক্রম করতে B এর কত সময় লাগবে? *[PKB (Cash)-2021]*

ক. $\frac{d}{২}$ ঘন্টা খ. ৫ ঘন্টা গ. ৪ ঘন্টা ঘ. $\frac{২d}{২}$ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান: দেয়া আছে মোট দূরত্ব = d, ধরি, A এর গতিবেগ ছিল = x কিমি/ঘন্টা।

প্রশ্নমতে, $\frac{d}{x}-\frac{d}{২x}=(২+১)$ [প্রথমে A কে যে সময় লাগে এবং গতি দ্বিগুণ করার পর যে সময় লাগে তার পার্থক্য মোট ৩ ঘন্টা]

$\Rightarrow\frac{২d-d}{২x}=৩ \therefore d=৬x$ অর্থাৎ দূরত্ব = ৬x তাহলে এই পথ যেতে A কে লাগবে $\frac{d}{x}$ ঘন্টা $=\frac{৬x}{x}=৬$ঘন্টা।

সুতরাং B কে লাগবে, ৬-২ = ৪ ঘন্টা। **উত্তর: ৪ ঘন্টা।**

একই প্রশ্নে একাধিকভাবে সমীকরণ সাজানো :

৬০. দুটি বাস ঘন্টায় ২০ কিমি বেগে একই সময়ে গাবতলী থেকে আরিচার উদ্দেশ্যে রওনা হলো। সাভার পৌঁছার পর একটি বাস থেমে গেল। কিন্তু অপর বাসটি চলতে থাকল। আধা ঘন্টা পর থেমে থাকা বাসটি আবার ২৫কিমি/ঘন্টা বেগে চলতে শুরু করল। সাভার থেকে কত দূরে বাস দুটি মিলিত হবে? *[থানা শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯]*

ক. ৪০ কিমি খ. ৫০ কিমি গ. ৬০ কিমি ঘ. ৭০ কিমি **উত্তর: খ**

সমাধান: (দূরত্বকে x ধরে সমীকরণ)

২০ কিমি বেগে চলমান বাস সাভারে ৩০ মিনিট থামায় বাস দুটির মধ্যকার দূরত্ব $= \frac{২০}{৬০} \times ৩০ = ১০$কিমি।

ধরি, তারা সাভার থেকে x কিমি দূরে মিলিত হবে।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{২৫} = \frac{x-১০}{২০}$ [পেছনের বাসটি ২৫ কিমি বেগে x কিমি যেতে যে সময় লাগবে, ১০কিমি সামনে থাকা বাসটি ২০ কিমি বেগে অবশিষ্ট পথ (x-১০) কিমি যেতে একই সময় লাগবে]

$\Rightarrow ২৫x - ২৫০ = ২০x$ বা, $৫x = ২৫০$ $\therefore x = ৫০$ কিমি। সুতরাং তারা সাভার থেকে ৫০ কিমি দূরে মিলিত হবে।

বিকল্প সমাধান: (সময়কে x ধরে সমীকরণ)

ধরি, সাভার থেকে তারা x ঘন্টা পর মিলিত হবে।

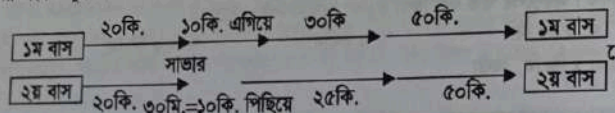
প্রশ্নমতে, $২৫ \times x = ২০ \times (x+০.৫)$ (সামনের বাসটি পেছনের বাসের থেকে ৩০ মিনিট বা ০.৫ ঘন্টা সময় বেশি নিবে)

$\Rightarrow ২৫x = ২০x + ১০ \Rightarrow ৫x = ১০$ $\therefore x = ২$ সুতরাং তারা ২ ঘন্টা পর মিলিত হবে।

তাহলে সাভার থেকে ২ঘন্টায় অতিক্রান্ত পথ $= ২৫ \times ২ = ৫০$ কিমি দূরে মিলিত হবে।

চিত্র বুঝে দ্রুত সমাধান:

এ ধরণের অংক শুধু চিত্র এঁকে মাথা খাঁটিয়ে করতে হবে। নিচের চিত্রটি ভালভাবে বোঝার চেষ্টা করুন।



দেখা হবে ৫০কি.মি দূরে

ব্যাখ্যা:

১ম বাসটি এই ৩০মিনিটে ১০ কি.মি. এগিয়ে গেছে। আবার ২য় বাসটি ২৫ কি.মি. বেগে চলার সময় ১ম বাসটির সাথে যে ১০ কি.মি. দূরত্ব তৈরী হয়েছে তা প্রথম ঘন্টায় ৫ কি.মি. কমিয়ে আনবে এবং ২য় ঘন্টায়ও ৫ কি.মি. কমিয়ে আনবে। তাহলে দু ঘন্টা পর তাদের সাক্ষাত হবে। সুতরাং তাদের সাক্ষাত হবে সাভার থেকে ২ঘন্টার পর অর্থাৎ $২৫ \times ২ = ৫০$ কিমি দূরে।

এরকম তিন নিয়মে আরেকটি সমাধান দেখুন: তাহলে সমীকরণ কোনটা সহজ, বাস্তবে ভাবলে কত সহজ সব বুঝবেন:

৬১. ঘন্টায় ৮ কি.মি. বেগে একব্যক্তি ঢাকা থেকে আরিচার দিকে রওয়ানা হলো। তিন ঘন্টা পরে আরেক ব্যক্তি ঘন্টায় ১১ কি.মি. বেগে একই স্থান থেকে রওয়ানা হলো এবং উভয়ে একত্রে আরিচায় পৌছাল। ঢাকা আরিচার দূরত্ব কত? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

ক. ৮০ কিমি খ. ৬৪ কিমি গ. ৮৮কিমি ঘ. ১২১ কিমি **উত্তর: গ**

সমাধান:

(দূরত্বকে x ধরলে সমীকরণ সাজাতে ভগ্নাংশ আসবে)

ধরি, দূরত্ব = x মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৮} = \frac{x}{১১} + ৩$ *[২য় জনের সাথে ৩ ঘন্টা যোগ করলে সময় সমান]*

$\Rightarrow \frac{x}{৮} - \frac{x}{১১} = ৩ \Rightarrow \frac{১১x - ৮x}{৮৮} = ৩ \Rightarrow ৩x = ৩ \times ৮৮$ $\therefore x = ৮৮$

মুখে মুখে সমাধান: ৩ ঘন্টায় তাদের মধ্যকার দূরত্ব $= ৩ \times ৮ = ২৪$ কিমি। এখন প্রতি ঘন্টায় তাদের আপেক্ষিক গতি = ১১-৮ = ৩ কিমি। অর্থাৎ প্রতি ১ ঘন্টায় তাদের দূরত্ব কমবে = ৩ কিমি করে। তাহলে মোট দূরত্ব ২৪ কিমি কমাতে সময় লাগবে = ২৪ ÷৩ = ৮ ঘন্টা। সুতরাং ৮ ঘন্টায় ২য় ব্যক্তি যায় ৮×১১ = ৮৮ কিমি। সুতরাং দূরত্ব = ৮৮ কিমি।

বিকল্প সমাধান: (সময়কে ধরলে ভগ্নাংশ ছাড়া আরো সহজ সমীকরণ)

ধরি, ২য় জনকে সময় লেগেছে = x ঘন্টা।

প্রশ্নমতে, $৮(x+৩) = ১১x$ *[যেহেতু প্রথম জনের x+৩ ঘন্টায় যাওয়া পথ আর ২য় জনের ১১ ঘন্টায় যাওয়া পথ সমান।]*

$\Rightarrow ৮x + ২৪ = ১১x \Rightarrow ৩x = ২৪$ $\therefore x = ৮$ ঘন্টা। সুতরাং দূরত্ব $= ১১ \times ৮ = ৮৮$ কিমি।

Learning point: উপরের দুটা সমীকরণ থেকে দেখা গেলো যে সমীকরণ সাজানোর সময় যা উত্তর বের করতে হবে তাকেই ধরে সমীকরণ সাজাতে হবে বিষয়টা এমন না। বরং অনেক সময় ভিন্ন কিছু ধরেও সহজে সমীকরণ সাজিয়ে দ্রুত উত্তর বের করা যায়। আবার শুধু সমীকরণের উপর ই নির্ভর করতে হবে এমনটা না বরং বুঝে বুঝে সমীকরণ ছাড়াও উত্তর বের করা যায়।

৬২. একজন ব্যক্তি ৪০ কি.মি. বেগে ৬ ঘন্টা পথ চলার পর ৬০ কি.মি বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলো সম্পূর্ণ যাত্রায় তার গতি ৫৫ কি.মি. হলে সে মোট কত ঘন্টা যাত্রা করেছিল? *[৯ম - ১০ শ্রেণীর বোর্ড বই]*

ক. ২৬ খ. ২২ গ. ২০ ঘ. ২৪ **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

ধরি মোট পথ যেতে সর্বমোট সময় লেগেছে x ঘন্টা

তাহলে ৪০কিমি বেগে গেছে ৬ ঘন্টা অর্থাৎ মোট পথ $= ৪০ \times ৬$

আবার ৬০ কিমি বেগে মোট পথ গিয়েছে $= ৬০(x - ৬)$

প্রশ্নমতে,

$\{৪০ \times ৬ + ৬০(x-৬)\} = ৫৫x$

(পথটির দুই অংশের যোগফল = গড় গতি × সময়)

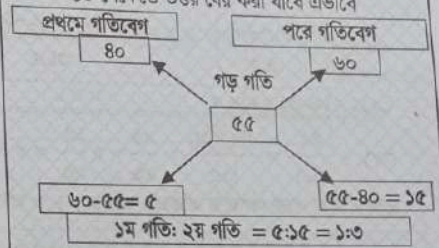
বা, $২৪০ + ৬০x - ৩৬০ = ৫৫x$

বা, $৫x = ১২০$

$\therefore x = ২৪$

সুতরাং মোট যাত্রা করেছিল = **২৪ ঘন্টা।**

Rule of allegation দিয়ে MCQ পরীক্ষার জন্য ১০ সেকেন্ডে উত্তর বের করা যাবে এভাবে



অনুপাতের যোগফল = ১+৩ = ৪

অনুপাতের ১অংশ = ৪ ঘন্টা মোট ৪ = ৪ ×৬ = ২৪ ঘন্টা

Note: Rule of Allegation এর বিস্তারিত বোঝার জন্য এই বইয়ের Rule of Allegation অধ্যায়টি দেখুন।

৬৩. জুয়েল ৪৫ মিনিটে ময়মনসিংহ থেকে নেত্রকোণা পৌঁছে। ময়মনসিংহ থেকে নেত্রকোণার দূরত্ব ৪৮ কি.মি। কিছু রাস্তা সে ৭২ কি.মি /ঘন্টা বেগে যায়। অবশিষ্ট রাস্তা ৪৮ কি.মি /ঘন্টা বেগে যায়। ৭২ কি.মি/ ঘন্টা বেগে সে কত কি.মি অতিক্রম করেছিল? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ২৪ খ. ৩৬ গ. ১২ ঘ. ১৮ **উত্তর: খ**

লিখিত সমাধান:

ধরি, ৭২কিমি/ঘন্টা বেগে গেছে =x কিমি পথ

তাহলে ৪৮ কিমি বেগে গেছে = ৪৮-x কিমি পথ

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৭২} + \frac{৪৮ - x}{৪৮} = \frac{৪৫}{৬০}$ [মোট সময় = ৪৫ মি.]

$\Rightarrow \frac{২x + ১৪৪ - ৩x}{১৪৪} = \frac{৩}{৪}$

$\Rightarrow \frac{১৪৪ - x}{৩৬} = ৩$ [৪ দিয়ে গুণ করে]

$\Rightarrow ১০৮ = ১৪৪ - x$ $\therefore x = ৩৬$ সুতরাং ৭২ কিমি/ঘন্টা বেগে গিয়েছে ৩৬কিমি পথ। **উত্তর: ৩৬ কিমি।**

প্রমাণ: ৭২ কিমি বেগে ৩৬ কিমি গেলে গতিবেগের অর্ধেক পথ গেলে ১ ঘন্টার অর্ধেক সময় অর্থাৎ ৩০মিনিট লাগবে। অবশিষ্ট ৪৮-৩৬ = ১২ কিমি পথ ৪৮ কিমি বেগে যেতে সময় লাগবে ৬০মিনিটের ৪ ভাগের ১ ভাগ সময় অর্থাৎ ১৫ মি.। (কারণ ১২ কিমি হলো ৪৮ কিমি এর ১/৪) তাহলে মোট সময় ৩০+১৫ = ৪৫মিনিট। যা প্রশ্নের সাথে মিল যায়।

এভাবে শুদ্ধি পরীক্ষা করে ম্যাথ করলে অপশন দেখে উত্তর বলার যুক্তি মাথায় চলে আসবে।

৬৪. ট্রেন মধুমতি ষ্টেশন 'ক' থেকে ভোর ৪ টায় যাত্রা শুরু করে এবং সকাল ১১ টায় ষ্টেশন 'খ' তে পৌছায়। আবার ট্রেন তিস্তা ষ্টেশন 'খ' থেকে সকাল ৫:৩০ টায় যাত্রা শুরু করে ও সকাল ১০ টায় ষ্টেশন 'ক' তে পৌছায়। ট্রেন দুটি সকাল কয়টায় পরস্পরকে অতিক্রম করা শুরু করেছিল ? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. ৭:২৮ খ. ৭:৩০ গ. ৭:৩৩ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে, ক থেকে খ তে যেতে প্রথম ট্রেনটিকে লাগে = ১১-৪ = ৭ ঘন্টা।

আবার ২য় ট্রেনকে খ থেকে ক তে পৌছাতে সময় লাগে, = ১০-৫.৫ = ৪.৫ ঘন্টা। [৫:৩০ টায় মানে, ৫.৫ হয়]

এখন ধরি, ক থেকে খ পর্যন্ত দূরত্ব = x

তাহলে প্রথম ট্রেনের গতিবেগ = $\frac{x}{৭}$ কিমি। আবার ২য় ট্রেনের গতিবেগ = $\frac{x}{৪.৫}$ কিমি

ধরি, তারা ভোর ৪টা বাজার y ঘন্টা পর একে অপরকে অতিক্রম করেছে।

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{x}{৭}\times y\right)+\frac{x}{৪.৫}\times(y-১.৫)=x$ [প্রথম জনের যাওয়া পথ + ২য় জনের আসা পথ = মোট পথ]

$\Rightarrow x\left(\frac{y}{৭}+\frac{y-১.৫}{৪.৫}\right)=x \Rightarrow \frac{৪.৫y+৭y-১০.৫}{৩১.৫}=১$ [x দিয়ে উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

$\Rightarrow ১১.৫y=৩১.৫+১০.৫$

$\Rightarrow y=\frac{৪২}{১১.৫}=\frac{৪২\times১০}{১১৫}=\frac{৮৪}{২৩}=৩\frac{১৫}{২৩}$ = ৩ ঘন্টা ৩৯ মিনিট প্রায় (০.৬৬ মানে ৩ ভাগের ২ ভাগ বা ৪০মিনিট)

সুতরাং তারা একে অপরকে অতিক্রম করতে ৪ + ৩ ঘন্টা ৩৯মি = ৭টা ৩৯ মিনিট।

অপশনে এরকম কোন সংখ্যা না থাকায় উত্তর কোনটিই নয়।

শর্টকাট: ৭ ঘন্টা ও ৪.৫ ঘন্টার ল.সা.গু ৩১.৫ কে মোট দূরত্ব ধরলে প্রথম ট্রেনের গতিবেগ ৩১.৫÷৭ = ৪.৫ এবং ২য় ট্রেনের গতিবেগ ৩১.৫÷৪.৫ = ৭ কিমি। এখন প্রথম ১.৫ ঘন্টায় প্রথম ট্রেনটি গেছে = ৪.৫×১.৫ = ৬.৭৫। তাহলে অবশিষ্ট পথ ৩১.৫-৬.৭৫ = ২৪.৭৫। যা উভয় ট্রেন মিলে অতিক্রম করবে। এখানে দুটি ট্রেনের মিলিত গতি = ৪.৫+৭ = ১১.৫ । তাহলে সময় লাগবে = ২৪.৭৫ ÷১১.৫ = ২.১৫ বা ২ ঘন্টা ৯মিনিট। তাহলে তারা একে অপরকে অতিক্রম করবে ৪টা+১.৫ঘন্টা+২ঘন্টা ৯মিনিট = ৭টা ৩৯ মিনিট। যা অপশনে দেয়া না থাকায় উত্তর কোনটিই নয়।

নিজে করুন:

৬৫. একটি ট্রেন সকাল ৬টায় ঢাকা থেকে ছেড়ে সকাল ১০ টায় ময়মনসিংহে পৌছে। অন্য একটি ট্রেন সকাল ৭টায় ময়মনসিংহ থেকে ছেড়ে দুপুর ১২টায় ঢাকায় পৌছে। কখন ট্রেন দুটির সাক্ষাত হয়েছিল? *[BDBL (SO)- 2011]*

ক. ৭.৪০ খ. ৮.৪০ গ. ৯.২০ ঘ. ৯.৪০ উত্তর: খ

[Hints: আগের প্রশ্নটির মত করে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান করুন, অথবা ৪ ও ৫ এর ল.সা.গু কে দূরত্ব ধরে শর্টকাটে করুন]

পদ্ধতি-০৬ ঃ এই অধ্যায়ের উপর গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

৬৬. ঢাকার নিউমার্কেট থেকে গাবতলির দূরত্ব ১২ কি.মি. । সজল নিউমার্কেট থেকে রিক্সায় ঘন্টায় ৬ কি.মি বেগে এবং কাজল একই স্থান থেকে পায়ে হেঁটে ঘন্টায় ৪ কি.মি বেগে গাবতলির দিকে রওনা হলো। সজল গাবতলি পৌছে সেখানে ৩০ মিনিট বিশ্রাম নিয়ে আবার নিউমার্কেটের দিকে একই বেগে রওনা হলো। তারা নিউমার্কেট থেকে কতদূরে মিলিত হবে? *[৮ম শ্রেণি বোর্ড বই]*

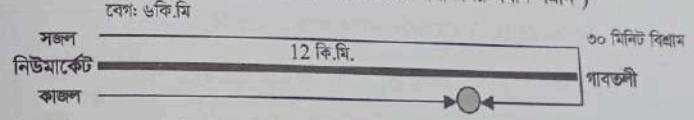
সমাধান:

ধরি, নিউমার্কেট থেকে তাদের সাক্ষাত হয়েছিল = x কি.মি. দূরে তাহলে কাজলকে x কিমি যেতে সময় লেগেছে = $\frac{x}{৪}$ ঘন্টা।

একই সময়ে সজল = ১২কি.মি. রাস্তা গিয়ে ৩০মিনিট বিশ্রাম নিয়ে আবার ১২-x কিমি রাস্তা ফিরে এসেছে (কারণ যাত্রা একত্রে শুরু)

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪}=\frac{১২}{৬}+\frac{৩০}{৬০}+\frac{১২-x}{৬}$ (প্রথমে ১২কিমি যেতে ২ ঘন্টা + ৩০ মিনিট বিশ্রাম + অবশিষ্ট পথ যেতে লাগা সময়)

$\Rightarrow \frac{x}{৪}=২+\frac{১}{২}+\frac{১২-x}{৬}$ (একই সময় যাত্রা শুরু করায় সাক্ষাত হওয়া পর্যন্ত তাদের লাগা সময় সমান সমান)

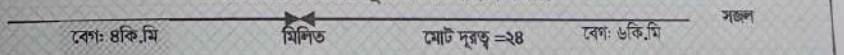


$\Rightarrow \frac{x}{৪}=\frac{১২+৩+১২-x}{৬}$

$\Rightarrow \frac{x}{৪}=\frac{২৭-x}{৬}$ $\Rightarrow ৬x=১০৮-৪x$ $\Rightarrow ১০x=১০৮$ $\therefore x=১০.৮$

উপরের বিশাল এই অংকটা ১০ সেকেন্ডে করতে চাইলে শুধু শেষের ২ লাইন লিখুন

উপরের চিত্রের তীর দুটিকে একলাইনে করলে



তীর দুটির যোগফল ১২+১২। এখন বিপরীত দিক থেকে আসায় Relative speed =৬+৪ = ১০ (বিপরীত দিকে)

কিন্তু যে ৩০মিনিট সজল বিশ্রাম নিয়েছে সে ৩০ মিনিটে কাজল ৪ কিমি বেগে ২কিমি রাস্তা এগিয়ে এসেছে

তাহলে অবশিষ্ট ২৪-২ = ২২ কিমি রাস্তায় তারা একসাথে অতিক্রম করতে সময় লেগেছে = $\frac{২২}{১০}$ = ২.২ঘন্টা।

সুতরাং গাবতলী থেকে কাজল গিয়েছে = ২.২×৪ = ৮.৮+আগের ২ = ১০.৮ কিমি রাস্তা। (শেষ ২ লাইনে ১০সে. এ উত্তর।)

৬৭. জুয়েল ১২ মিনিট ৪৫ সেকেন্ডে এক মাইল পথ অতিক্রম করে। কোয়েল একই পথ ১০ মিনিট ১২ সেকেন্ডে অতিক্রম করে। কোয়েলের গতিবেগ অর্জন করতে চাইলে জুয়েলকে তার গতিবেগ কতটুকু বাড়াতে হবে? *[বাংলাদেশ পানি উন্নয়ন বোর্ড এর (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১৯]*

ক. ১০% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ১২% উত্তর: গ

সমাধান:

এখানে ১২ মিনিট ৪৫ সেকেন্ড = $(১২+\frac{৪৫}{৬০})$ মিনিট = $১২+\frac{৩}{৪}=\frac{৪৮+৩}{৪}=\frac{৫১}{৪}$ মিনিট।

আবার, ১০ মিনিট ১২ সেকেন্ড = $(১০+\frac{১২}{৬০})$ মিনিট = $১০+\frac{১}{৫}=\frac{৫০+১}{৫}=\frac{৫১}{৫}$ মিনিট।

$\therefore$ জুয়েলের গতিবেগ = ১মাইল $\div \frac{৫১}{৪}$ মি. = $\frac{৪}{৫১}$ মাইল/মিনিট এবং কোয়েলের গতিবেগ ১মাইল $\div \frac{৫১}{৫}$ মি. = $\frac{৫}{৫১}$ মাইল/মিনিট

∴ কোয়েলের গতিবেগের সমান হওয়ার জন্য জুয়েলের গতিবেগ বৃদ্ধি করতে হবে $= \frac{৫}{৫১} - \frac{৪}{৫১} = \frac{১}{৫১}$

∴ শতকরা বৃদ্ধি করতে হবে $= \frac{\frac{১}{৫১}}{\frac{৪}{৫১}} \times ১০০\% = \frac{১}{৫১} \times \frac{৫১}{৪} \times ১০০\% = ২৫\%$ **উত্তর: ২৫%**

বিবিধ প্রশ্ন :

৬৮. A ২২.৫ মিটার যে সময়ে দৌড়াতে পারে ঐ সময়ে B ২৫ মিটার দৌড়াতে পারে। ১ কি.মি. প্রতিযোগিতায় B, A এর তুলনায় কতটুকু এগিয়ে থাকবে? *[পল্লী কর্ম সহায়ক ফাউন্ডেশনের (অ্যাসিস্টেন্ট ম্যানেজার)-২০১৪]*

ক. ১০০ মি. খ. $১১১\frac{১}{৯}$ মি. গ. ২৫ মি. ঘ. ৫০ মি. **উত্তর: ক**

সমাধান: [Hints:

B, A এর থেকে এগিয়ে থাকে (২৫-২২.৫) = ২.৫ মি.

১ কি.মি. = ১০০০ মিটার।

২৫ মিটারে B, A এর থেকে এগিয়ে আছে = ২.৫ মি.

∴ ১ কিমি বা ১০০০ মিটারে B, A এর থেকে এগিয়ে আছে $= \frac{২.৫ \times ১০০০}{২৫} = ১০০$ মি. **উত্তর: ১০০ মিটার।**

মুখে মুখে: ২৫ মিটার এর প্রতিযোগিতায় জিতে যায় (২৫-২২.৫) = ২.৫মিটারে। তাই ১০০০মি এ ১০০]

৬৯. ১০মিটার/মিনিট বেগে ৪০মিটার দীর্ঘ ও ৩০ মিটার প্রস্থ একটি আয়তাকার বাগানের এককোণ থেকে বরাবর হেঁটে অপর প্রান্তে পৌঁছে বাগানের কিনার দিয়ে হেঁটে আগের জায়গায় ফেরত আসতে কত মিনিট সময় লাগবে? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৩ ঘ. ১৪ ঙ. কোনটিই নয় **উত্তর: খ**

সমাধান:

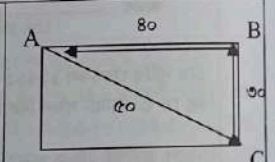
পাশের চিত্রটি দেখুন: ABC সমকোণী ত্রিভুজের দুটি বাহু ৪০ ও ৩০ হলে

পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী ৩:৪:৫ হিসেবে অতিভুজ/কর্ণ হবে = ৫০।

তাহলে মোট হাঁটতে হবে ৫০+৩০+৪০ = ১২০মিটার।

প্রতি মিনিটে ১০ মিটার হিসেবে শুরুর জায়গা A তে ফিরে আসতে মোট সময় লাগবে

$\frac{১২০}{১০} = ১২$ মিনিট।



যদি বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩:৪:৫ না বুঝেন, তাহলে কর্ণ $= \sqrt{(৪০)^২ + (৩০)^২} = \sqrt{১৬০০ + ৯০০} = \sqrt{২৫০০} = ৫০$

৭০. করিম কোন স্থানে হেঁটে গেল এবং সাইকেলে ফিরে আসল। এতে তার ১০ ঘন্টা সময় লাগল। ঐ স্থানে সাইকেলে গিয়ে আসতে তার ৬ ঘন্টা লাগে। ঐ স্থানে হেঁটে ফিরে আসতে তার কত সময় লাগবে? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

সমাধান:

একই পথ সাইকেলে ২ বার যেতে (যাওয়া+আসা) সময় লাগে = ৬ ঘন্টা

∴ " " " ১ " " " " $= \frac{৬}{২} = ৩$ ঘন্টা

সুতরাং হেঁটে যেতে একবার সময় লাগবে = (হেঁটে + সাইকেলে)- শুধু সাইকেলে লাগা সময় = ১০ - ৩ = ৭ ঘন্টা

সুতরাং একই পথ দুইবার হেঁটে আসতে সময় ৭ × ২ = ১৪ ঘন্টা **উত্তর: ১৪ ঘন্টা।**

Practice Part

১. ঢাকা ও চট্টগ্রাম এই দুই রেলস্টেশন থেকে প্রতি ঘন্টায় একটি করে ট্রেন এক স্টেশন থেকে অন্য স্টেশনের দিকে যাত্রা করে। সব ট্রেনই সমান গতিতে চলে এবং গন্তব্যস্থলে পৌঁছতে প্রত্যেক ট্রেনের ৫ ঘন্টা সময় লাগে । এক স্টেশন থেকে যাত্রা করে অন্য স্টেশনে পৌঁছানো পর্যন্ত একটি ট্রেন কয়টি ট্রেনের দেখা পাবে? *(১৭তম বিসিএস, সহ: রিচার্স অফি: -৯৮)*

ক. ১০ টি খ. ১২ টি গ. ১৬ টি ঘ. ১৮ টি

২. **The distance between Dhaka & Bogra is 300 kilometers. A car travels from Dhaka to Bogra at 100km/hr. and returns from Bogra to Dhaka along the same route at 60km/hr. What is the average speed of the round trip?** *(E.MBA Oct.2006)*

a. 65 km b.70 km c. 75 km d. 80 km

৩. একটি বালক ১৫ কি.মি./ঘন্টা বেগে ১০কি.মি এবং পরবর্তী ২০ কি.মি. ঘন্টা বেগে ২০ কি.মি. সাইকেল চালাল। সম্পূর্ণ ভ্রমনের গড় গতিবেগ বের করুন ? *[শ্রম পরিদপ্তরের জনসংখ্যা ও পরিবারকল্যাণ কর্মকর্তা:২০০৯]*

ক. ১৭ কি.মি./ঘন্টা খ. ১৮ কি.মি./ঘন্টা গ. ১৯ কি.মি./ঘন্টা ঘ. ২০ কি.মি./ঘন্টা

৪. এক ব্যক্তি ঘন্টায় ৪০ কিমি বেগে ২ ঘন্টা এবং ঘন্টায় ৬০ কিমি বেগে আরো ২ ঘন্টা গাড়ী চালালেন। তাঁর গাড়ির গতিবেগ কত? *(প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক(ঢাকা) পরীক্ষা-০৮)*

ক. ২০ কি.মি. খ. ৩০ কি.মি. গ. ৪০ কি.মি. ঘ. ৫০ কি.মি.

৫. এক ব্যক্তি একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব ২০ মাইল বেগে অতিক্রম করল এবং ঘন্টায় ৩০ মাইল বেগে যাত্রাস্থানে ফিরে এল। তার গড় গতিবেগ কত? ***(Bangladesh Bank Officer:01)***

ক. ২০ খ. ২২ গ. ২৪ ঘ. ২৬

৬. এক ব্যক্তি ঘন্টায় ৩০ মাইল বেগে দুই ঘন্টা ভ্রমণ করার পর পরবর্তী ৩ ঘন্টায় ৬০ মাইল পথ অতিক্রম করে। সম্পূর্ণ পথের জন্য গড় গতিবেগ কত? *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের উপ-সহ: পরি: ০১)*

ক. ১৮ মাইল খ. ২০ মাইল গ. ২৪ মাইল ঘ.৩০মাইল

৭. কোনো ব্যক্তি তার সম্পূর্ণ ভ্রমনের সময় ৯০ কিমি/ঘন্টা বেগে ঢাকা থেকে রংপুর গেল এবং ফিরে আসার সময় ৩০ কিমি/ঘন্টা বেগে ফিরে এল। তবে সম্পূর্ণ ভ্রমণে তার গড় বেগ কত হবে?

ক. ৪৭ কি.মি./ঘন্টা খ. ৯০ কি.মি./ঘন্টা গ. ৪৮কি.মি./ঘন্টা ঘ. ৪৫কি.মি./ঘন্টা

৮. দুই জন ব্যক্তি একই স্থান থেকে একই সময়ে পরস্পর বিপরীত অভিমুখে রওয়ানা দিল। একজনের গতিবেগ অন্যজনের চাইতে ২ মাইল বেশী। ৩ ঘন্টা পর তাদের মধ্যবর্তী দূরুত্ব ৩০ মাইল হলে দ্রুতগামী ব্যক্তির গতিবেগ কত ছিল? *[UCBL-(PO)-2017]*

ক. ৩ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬

উত্তরমালা

১.	ক	২.	c	৩.	খ	৪.	ঘ
৫.	গ	৬.	গ	৭.	ঘ	৮.	ঘ

Model Test

সময়: ১০ মিনিট

পূর্ণমান: ১০

1. একটি জাহাজ ১৫ কি.মি. বেগে চলে ১৮ দিনে কোন বন্দরে পৌঁছিল। একটি লঞ্চ একই স্থান থেকে ১ দিন পরে রওয়ানা করে ১০ কি.মি. বেগে চললে জাহাজটি বন্দরে পৌঁছিবার ক'দিন পর লঞ্চটি বন্দরে পৌঁছিবে? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*
ক. ৫ খ. ১৫ গ. ১০ ঘ. ৬০

2. A car travels 180 km from A to B at 60 km per hour and returns from B to A along the same route at 90 km per hour. The average speed in km per hour, for the round trip is *(Eastern Bank 2005)*
a. 72 b.75 c.80 d.85

3. If an object travels at five feet per second, how many feet does it travel in one hour?
a. 18800 b.20000 c. 1800 d. 18000

4. If a car travels 20 meters in a second, what is it speed (in kilometer) per hour?
a. 44 b. 66 c. 88 d. none of these

5. A man travels a certain distance at a rate of 20 miles an hour and returns at the rate of 30 miles an hour. What is his average speed?
a. 24 miles b. 25.5 miles c. 25 miles d. none of these

6. In a 100m race, A covers the distance in 36 seconds and B in 45 seconds. In this race A beats B by: *[Probasy Kalyan SEO 2014]*
a. 20m b. 25m c. 22.5m d. 9m

7. An athlete runs 200 meters race in 24 seconds. His speed is: *[Probasy Kalyan SEO 2014]*
a. 20 km/ hr b. 24 km/ hr c. 30 km/ hr d. 28.5 km/ hr

8. At the rate of 'm' meters per 's' seconds, how many meters does a cyclist travel in 'x'minutes? *Midland Bank. MTO. 2015 & Agrani Bank Ltd. Seni Offi-2013]*
a. $\frac{mx}{s}$ b. $\frac{60m}{sx}$ c. $\frac{60ms}{x}$ d. $\frac{60mx}{s}$

9. একটি ট্রেন ৪৬মিনিটে শহর X থেকে শহর Y পৌছায়। দুইটি শহরের দূরত্ব ৫৯.৮ মাইল হলে, ঘন্টায় ট্রেনটির গড় গতিবেগ কত মাইল? *(সাব-রেজিস্ট্রার:-০১)*
ক. ৮০ খ. ৭৫ গ. ৭৮ ঘ. ৭০

10. If a man travels p hours at an average rate of q miles per hour, and then r hours at an average rate of s miles per hour, what is his overall average rate of speed? *[National Bank- 2014]*
a. $\frac{pq+rs}{p+r}$ b. $\frac{q+s}{2}$ c. $\frac{q+s}{p+r}$ d. $\frac{p}{q}+\frac{r}{s}$

উত্তরমালা

১.	গ	২.	a	৩.	d	৪.	d	৫.	a
৬.	a	৭.	c	৮.	d	৯.	গ	১০.	a

লিখিত অংশ

১. ক ও খ স্থানের দূরত্ব ১০ কিমি । একই সময়ে রহিম ও করিম যথাক্রমে ক ও খ থেকে পরস্পরের দিকে রওয়ানা হয়ে ২ ঘন্টা পরে উভয়ে মিলিত হল। মিলিত হওয়ার ৩ ঘন্টা পরে রহিম খ তে পৌছাল। উভয়ের গতিবেগ নির্ণয় করুন। *[প্রবাসী কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের উপসহকারী পরিচালক-(২০১৭)-(লিখিত)]*

সমাধান:
দেয়া আছে, ক ও খ স্থানের দূরত্ব = ১০ কিমি.
ক থেকে খ তে পৌছাতে রহিমের মোট সময় লাগে = (২+৩) ঘন্টা = ৫ ঘন্টা (একত্রে ২ + একাকী ৩)

রহিমের গতিবেগ = $\frac{১০}{৫}$ কিমি/ঘন্টা = ২কিমি/ঘন্টা

এখন, রহিম ২ ঘন্টায় যায় = ২×২ = ৪ কিমি.
∴ করিম ২ ঘন্টায় যায় = (১০-৪) কিমি = ৬ কিমি. [প্রথমে ১০ কিমির মধ্যে রহিম ৪ ও করিম ৬ কিমি গিয়েছে।]
∴ " ১ " " = $\frac{৬}{২}$ কিমি = ৩ কিমি. উত্তর: রহিমের গতি ২ কিমি/ঘন্টা এবং করিমের গতি ৩ কিমি/ঘন্টা

২. এক ব্যক্তি গাড়িযোগে ঘন্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে কিছুদুর অতিক্রম করে ঘন্টায় ৪০ কি.মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করে ৫ ঘন্টায় ২৪০ কি.মি. পথ গমন করেন। ৬০ কি.মি. বেগে কতদূরে গিয়েছিলেন? *[২৪তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান: (দূরত্ব ধরে সমীকরণ)

ধরি, ঘন্টায় ৬০ কি.মি. বেগে যায় x কি.মি.। সুতরাং ৬০ কি.মি. বেগে x কি.মি. যেতে লেগেছে = $\frac{x}{৬০}$ ঘন্টা।

∴ঘন্টায় ৪০ কি.মি. বেগে যায় (২৪০ - x) কি.মি.। সুতরাং ৪০ কি.মি. বেগে (২৪০ - x) কি.মি. যেতে লেগেছে= $\frac{২৪০-x}{৪০}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৬০}+\frac{২৪০-x}{৪০}=৫$ (৬০কি.মি. বেগে চলা সময় এবং ৪০ কি.মি. বেগে চলা সময় যোগ করে মোট ৫ ঘন্টা।)

$\Rightarrow \frac{২x+৩(২৪০-x)}{১২০}=৫ \Rightarrow \frac{২x+৭২০-৩x}{১২০}=৫ \Rightarrow \frac{৭২০-x}{১২০}=৫ \Rightarrow ৬০০=৭২০-x \quad \therefore x=১২০$

সুতরাং ৬০ কি.মি./ঘন্টায় বেগে ১২০ কি.মি. গিয়েছিল। **উত্তর: ১২০কি.মি.**

বিকল্প সমাধান: (সময় ধরে সমীকরণ)
ধরি, ৬০ কিমি বেগে গেছে x ঘন্টা। তাহলে ৪০ কিমি বেগে গেছে (৫-x) ঘন্টা।
প্রশ্নমতে, ৬০x+ ৪০ (৫-x) = ২৪০ [৬০কিমি বেগে x ঘন্টা চলা + অবশিষ্ট (৫-x)ঘন্টায় ৪০কিমি বেগে যাওয়া পথ = ২৪০]
$\Rightarrow$ ৬০x+ ২০০-৪০x = ২৪০ $\Rightarrow$ ২০x = ৪০ ∴x = ২ ঘন্টা।
সুতরাং ৬০ কিমি বেগে ২ ঘন্টায় অতিক্রান্ত মোট পথ = ২×৬০ = ১২০ কিমি।

৩. ক ও খ একই মুহূর্তে ঢাকা ও বগুড়া হতে যাত্রা শুরু করে একে অপরের দিকে যথাক্রমে ২০ কি.মি. ও ৩০ কি.মি. বেগে অগ্রসর হয়। খ, ক অপেক্ষা ৩৬ কি.মি. বেশি অতিক্রম করার পর তারা মিলিত হলো, ঢাকা ও বগুড়ার মধ্যবর্তী নির্ণয় করুন। *[১৫তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান:
ধরি, ক অতিক্রম করে = x কি. মি. সুতরাং খ অতিক্রম করে = (x + ৩৬) কি.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{২০} = \frac{x+৩৬}{৩০}$ [কারণ মিলিত হওয়া পর্যন্ত ক এর লাগা সময় এবং খ এর লাগা সময় সমান]

$\Rightarrow ৩০x = ২০x + ৭২০ \quad \Rightarrow ১০x = ৭২০ \quad \therefore x = ৭২$

সুতরাং ক অতিক্রম করেছে = ৭২ কিমি এবং খ অতিক্রম করেছে = ৭২+৩৬ = ১০৮ কিমি পথ।

তাহলে ঢাকা ও বগুড়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব = ৭২+১০৮ = ১৮০ কিমি। **উত্তর: ১৮০কিমি।**

বিকল্প সমাধান।

ধরি, ঢাকা ও বগুড়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব = (২০+৩০) = ৫০ কিমি [ক এবং খ ১ ঘন্টা করে চললে]

সুতরাং ক ঘন্টায় ২০কিমি বেগে এবং খ ঘন্টায় ৩০ কিমি বেগে ১ ঘন্টা করে চললে খ বেশি যাবে = ৩০-২০ = ১০।

খ ১০ কিমি বেশি গেলে মোট দূরত্ব = ৫০কিমি।

∴ খ ৩৬ কিমি বেশি গেলে মোট দূরত্ব = $\frac{৫০ \times ৩৬}{১০} = ১৮০$ কিমি। **উত্তর: ১৮০কিমি।**

৪. **চাকরির সাক্ষাৎকারের জন্য এক ব্যক্তিকে নির্ধারিত ক্ষণে কলেজ গেটে উপস্থিত হতে হবে। সে গুলিস্তান থেকে ঘন্টায় ১০ কি.মি. বেগে সাইকেল চালিয়ে ২০ মিনিট বিলম্বে পৌঁছাল। সে যদি ১৫ কি.মি. বেগে যেতো তবে নির্ধারিত ক্ষণের ১০ মিনিট আগেই পৌঁছাত। গুলিস্থান থেকে কলেজ গেটের দূরত্ব কত?** *[১১তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: ধরি গুলিস্থান থেকে কলেজ গেটের দূরত্ব x কি.মি.

ঘন্টায় ১০ কি.মি. বেগে,

ভিন্ন ভিন্ন গতিবেগে গুলিস্থান থেকে কলেজ গেট পর্যন্ত পৌঁছাতে সময়ের ব্যবধান হয় = (২০+১০) = ৩০ মিনিট = $\frac{৩০}{৬০}$ ঘন্টা $= \frac{১}{২}$ ঘন্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১০} - \frac{x}{১৫} = \frac{১}{২} \Rightarrow \frac{৩x - ২x}{৩০} = \frac{১}{২} \Rightarrow ২x = ৩০ \quad \therefore x = ১৫$ **উত্তর: ১৫ কি.মি.**

৫. **ঘন্টায় ৮ কি.মি. বেগে এক ব্যক্তি নাটোর থেকে পাবনার দিকে রওনা হয়। ৩ ঘন্টা পরে আরেক ব্যক্তি ঘন্টায় ১১ মাইল বেগে একই স্থান থেকে রওনা হলো এবং একত্রে পাবনায় পৌঁছালো। নাটোর থেকে পাবনার দূরত্ব কত?** *[পুলিশ সার্জেন্ট নিয়োগ পরীক্ষা-২০০০-(লিখিত)]*

সমাধান: মনে করি, নাটোর থেকে পাবনার দূরত্ব x কি.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৮} - \frac{x}{১১} = ৩ \Rightarrow \frac{১১x - ৮x}{৮৮} = ৩ \Rightarrow ৩x = ৩ \times ৮৮ \quad \therefore x = \frac{১১ \times ৮৮}{৩} = ৮৮$

∴ নাটোর থেকে পাবনার দূরত্ব ৮৮ কি.মি. **উত্তর: ৮৮ কি.মি.**

৬. **অনিক কিছু অংশ ৪ কি.মি./ঘন্টা এবং কিছু অংশ ৫ কি.মি./ঘন্টা বেগে ৩৫ কি.মি. ভ্রমণ করে। যদি সে পুরো অংশ ৫ কি.মি./ঘন্টা বেগে ভ্রমণ করতো তাহলে ঐ সময়ের মধ্যেই আরো ২ কি.মি. বেশি ভ্রমণ করতে পারতো। আগের বেগে সম্পূর্ণ অংশ ভ্রমণ করতে তার কত সময়ে লাগবে?** *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড এর (সহকারী সচিব/পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ৪ ঘন্টা ৩০ মিনিট খ. ৫ ঘন্টা ২৪ মিনিট গ. ৭ ঘন্টা ২৪ মিনিট ঘ. ৯ ঘন্টা ২৪ মিনিট **উত্তর: গ**

সমাধান:

ধরি, ৪ কি.মি. ঘন্টা বেগে যায় = x কি.মি. ∴ ৫কি.মি. ঘন্টা বেগে যায় = (৩৫-x) কি.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪} + \frac{৩৫ - x}{৫} = \frac{৩৫ + ২}{৫}$ [৪ ও ৫ কিমি বেগে ৩৫কিমি যেতে যে সময় লাগে শুধু ৫ কিমি বেগে ৩৫+২ কিমি যেত একই সময় লাগে]

$\Rightarrow \frac{৫x + ১৪০ - ৪x}{২০} = \frac{৩৭}{৫} \Rightarrow x + ১৪০ = ৩৭ \times ৪ \quad \Rightarrow x = ১৪৮ - ১৪০ \quad \therefore x = ৮$

∴ মোট সময় = $\left(\frac{৮}{৪} + \frac{৩৫ - ৮}{৫}\right)$ ঘন্টা $= ২ + \frac{২৭}{৫} = \frac{১০ + ২৭}{৫} = \frac{৩৭}{৫} = ৭\frac{২}{৫}$ ঘন্টা = ৭ ঘন্টা ২৪ মিনিট।

মুখে মুখে: এই অংকটিতে পুরো রাস্তা ৫ কিমি বেগে ভ্রমণ করলে ৩৫ কিমির সাথে অতিরিক্ত ২ কিমি সহ মোট অতিক্রান্ত পথ = ৩৫+২ = ৩৭ কে ৫ দিয়ে ভাগ করলেই সরাসরি উত্তর ৭ঘন্টা ২৪ মিনিট হবে।

৭. **একজন চোরকে একজন চৌকিদার ৫০০ মিটার পিছন থেকে তাড়া করল, যদি ১ কিলোমিটার যেতে চোরের ১০ মিনিট এবং চৌকিদারের ৬ মিনিট সময় লাগে তাহলে কতক্ষণে চৌকিদার চোরকে ধরতে পারবে?** *[পুলিশ-(এসআই)-১৯৯৩ লিখিত]*

ক. ৬ মিনিট খ. ৭ মিনিট গ. ৭ মিনিট ৩০ সেকেন্ড ঘ. ৮ মিনিট ২০ সেকেন্ড **উত্তর: গ**

সমাধান:

চোরটি ১০ মিনিটে যায় = ১ কিমি বা ১০০০ মিটার (যেহেতু ১ কিলোমিটার = ১০০০ মিটার)

∴ " ১ " " = $\frac{১০০০}{১০}$ কিমি = ১০০ মিটার

চৌকিদার ৬ মিনিটে যায় ১০০০ মিটার

∴ " ১ " " = $\frac{১০০০}{৬}$ " = $\frac{৫০০}{৩}$ মিটার

১ মিনিটে চৌকিদার চোরের থেকে বেশি অগ্রসর হয় = $\frac{৫০০}{৩} - ১০০ = \frac{৫০০ - ৩০০}{৩} = \frac{২০০}{৩}$ মিটার [Relative speed]

এখন, চৌকিদার $\frac{২০০}{৩}$ মিটার বেশি যায় = ১ মিনিটে

∴ " ১ " " " = $\frac{১ \times ৩}{২০০}$ "

∴ " ৫০০ " " " = $\frac{১ \times ৩ \times ৫০০}{২০০}$ " = $\frac{১৫}{২} = ৭\frac{১}{২}$ মিনিট = ৭ মিনিট ৩০ সেকেন্ড। (উত্তর)

নিজে করুন:

৭. **একটি মাকড়সা ভিন্ন ভিন্ন গতিতে যথাক্রমে হাঁটে ও দৌড়ায়। মাকড়সাটি ১০সেকেন্ড হেঁটে এবং ৯ সেকেন্ড দৌড়ে ৮৫মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। আবার ৩০ সেকেন্ড হেঁটে এবং ২ সেকেন্ড দৌড়ে ১৩০ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। মাকড়সাটির হাঁটার ও দৌড়ের গতিবেগ কত?** *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের সহ:পরি:২০০১]*

ক. হাঁটা ৪মি. ও দৌড়ে ৫ মিটার খ. হাঁটা ৮মি. ও দৌড়ে ৫ মিটার
গ. হাঁটা ৫মি. ও দৌড়ে ৫ মিটার ঘ. হাঁটা ৪মি. ও দৌড়ে ৪ মিটার **উত্তর: ক**

[Hints: সরল সহ সমীকরণ সাজিয়ে করতে হবে, $10x+9y = 85$ এবং $30x+2y=130$ অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করুন

Khairul's Publication-এর গণিতের বইগুলো পড়ুন।
নিজে নিজে গণিতে জিরো থেকে হিরো হয়ে উঠুন।
ফেসবুক এবং ইউটিউবে ফলো করুন: Khairuls Math

নৌকা ও স্রোত

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংককগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	অনুকূল গতিবেগ বের করা	পদ্ধতি-০৫	মোট সময় বের করা
পদ্ধতি-০২	প্রতিকূল গতিবেগ বের করা	পদ্ধতি-০৬	ঘন্টার পরিবর্তে মিনিট দেয়া থাকলে
পদ্ধতি-০৩	নৌকার গতিবেগ বের করা	পদ্ধতি-০৭	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান করা
পদ্ধতি-০৪	স্রোতের গতিবেগ বের করা	পদ্ধতি-০৮	গড় গতিবেগ বের করা
Practice Part		Model Test	
নৌকা-স্রোতের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়ের অংককগুলো করার সময় স্থির গতি, স্রোতের গতি,অনুকূল গতি, প্রতিকূল গতি ও গড় গতিবেগ বিষয়গুলি এমন ভাবে বাস্তবতার সাথে মিলিয়ে শিখবেন যাতে পরবর্তীতে কোন ভাবেই গুলিয়ে না যায়। নৌকা স্রোত অধ্যায়ের সব অংকে এই বিষয় গুলিই আসবে। তাই সর্বপ্রথম এদের মধ্যে পার্থক্য এবং প্রশ্নে কোন কোন ক্লু থাকলে কোন সূত্র ব্যবহার করবেন তা ভালোভাবে শিখতে আলোচনার মাঝে যে টিপস গুলো দেয়া আছে তা আগে ভালোভাবে পড়ে বুঝুন। প্রয়োজনে বার বার পড়ুন।

নিম্নোক্ত টেবিলটি ভালোভাবে বুঝলে নিজ থেকেই সূত্র তৈরী করা সম্ভব হবে।

নৌকা- স্রোতের গতির সম্পর্ক

প্রতিকূল গতি	স্রোতের গতি	স্থির গতি	স্রোতের গতি	অনুকূল গতি
৪	-২	৬	+২	৮

স্থির গতি বা নৌকার গতি:

যেখানে কোন স্রোত নেই । যেমন: পুকুরের পানি। ধরি একটি নৌকার স্থির গতি ৬ কি.মি./ঘন্টা

স্রোতের গতি:

মাঝিবিহীন নৌকার গতি। অর্থাৎ শুধু স্রোতের গতি যেমন, কোন গাছের পাতা একটি নদীতে ততটুকুই যায় যতটুকু নদীর স্রোত তাকে টানে, এখানে লক্ষণীয় যে এক্ষেত্রে কেউ পাতাটিকে চালায় না বরং তা স্রোতের টানে নিজে নিজেই চলে তেমনি নৌকাও যদি মাঝি ছাড়া একাকি চলে তাহলে তা স্রোতের গতি। ধরি স্রোতের গতি ২ কি.মি./ঘন্টা

অনুকূল গতি:

স্থির গতিতে চলমান কোন বস্তুকে যখন স্রোত বা বাতাস সাহায্য করে তখন তাকে অনুকূল গতি বলে। তাই অনুকূল গতি= স্থির গতি + স্রোতের গতি। যেমন: ৬+২=৮ কি.মি./ঘন্টা

☞ **লক্ষ্যণীয়:** অনুকূল গতি সবসময় স্থির গতির থেকে বেশী হয় কেননা এখানে স্রোতের গতিও যোগ হয়।

প্রতিকুল গতি:

স্রোতের বিপরীতে যাওয়া, যদি কোন বস্তু স্বাভাবিক ভাবে চলে এবং স্রোত তাকে বাঁধা দেয় তাহলে তাকে প্রতিকূল গতি বলে। এক্ষেত্রে বাঁধা দেয়ার কারণে গতি কমে যায়। প্রতিকূল গতি = (স্থির গতি - স্রোতের গতি)। যেমন: ৬ - ২ = ৪ কি.মি./ঘন্টা

☞ **লক্ষ্যণীয়:** প্রতিকূল গতি: স্থির গতি এবং অনুকূল গতির থেকে সবসময় কম হয়।

☞ **মনে রাখুন:** প্রশ্নে উল্লেখিত **Clue** অনুযায়ী সুবিধামত যখন যেটা প্রয়োজন সেই সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে।

নৌকা ও স্রোতের উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

☞ এই অধ্যায়ের যে কোন অংক করার সময় "সূত্র খোঁজার আগে বাস্তবে ভাবুন, তাহলে এলোমেলো হয়ে যাবে না।"

পদ্ধতি-০১ : অনুকূল গতিবেগ বের করা

টিপস: প্রশ্নে বিভিন্ন ক্লু দেয়া থাকবে সেখান থেকে অনুকূল গতি বের করতে হবে।

১. **স্থির পানিতে একটি নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ২ কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘন্টায় ৩ কি.মি. হলে স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী গতিবেগ কত?** *[ন্যালনাল এগ্রিকালচার টেকনোলজি প্রোগ্রাম-২০১৯]*

ক. ৬ কি.মি. খ. ৪ কি.মি. গ. ২ কি.মি. ঘ. ৫ কি.মি. **উত্তর:** ঘ

সমাধান: অনুকূলে গতি বের করার সূত্রানুযায়ী = (স্থির গতি+স্রোতের গতি) = (২+৩) = ৫কিমি

নিজে করুন:

২. **একটি নৌকার স্থির পানিতে গতিবেগ ১২ কিমি এবং নদীর স্রোতের গতি ৩ কিমি হলে ঐ নৌকাটির অনুকূল গতিবেগ কত হবে?**

ক. ১০ কি.মি. খ. ১২ কি.মি. গ. ১৫ কি.মি. ঘ. ৯ কি.মি. **উত্তর:** গ

৩. **স্রোতের প্রতিকূলে একটি নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ৮কিমি এবং স্রোতের গতি ঘন্টায় ৪ কিমি হলে স্রোতের অনুকূলে ঐ নৌকার গতিবেগ কত হবে?**

ক. ৪ কি.মি. খ. ৮ কি.মি. গ. ১২ কি.মি. ঘ. ১৬ কি.মি. **উত্তর:** ঘ

সমাধান:

অংকটির উত্তর হবে, (৮+৪+৪) = ১৬কিমি। প্রথমে বাস্তবে খেয়াল করুন, স্থির গতিকে স্রোত বাঁধা দেয়ায় ফলে কমে যাওয়া গতিটিই হলো প্রতিকূল গতি। কতটুকু কমে গেছে? যতটুকু স্রোত বাঁধা দিয়েছে। তাহলে আমরা লিখতে পারি যে প্রতিকূল গতি+স্রোতের গতি = স্থির গতি অর্থাৎ প্রতিকূল গতিটির সাথে যদি স্রোতের গতি যোগ করা হয় তাহলে স্থির গতি বের হবে। কিন্তু প্রশ্নানুযায়ী আমাদেরকে নৌকার অনুকূল গতি বের করতে হবে। আর উপরের আলোচনা থেকে আমরা জেনেছি যে স্থির গতির সাথে স্রোতের গতি যোগ করলে অনুকূল গতি বের হয়। তাহলে আমরা বুঝলাম যে অনুকূল গতি বের করতে হলে প্রতিকূল গতির সাথে দুবার স্রোতের গতি যোগ করতে হবে।

আরেকটি দেখুন,

৪. **স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ ঘন্টায় ২ কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ৩ কি.মি. হলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘন্টায় কত কি.মি.?** *[পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ডের (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক) -২০১৮]*

ক. ৫ কি.মি. খ. ৮ কি.মি. গ. ১০ কি.মি. ঘ. ১২ কি.মি. **উত্তর:** খ

সমাধান: সূত্র: অনুকূল গতি = প্রতিকূল গতি + স্রোতের গতি+স্রোতের গতি ⇒ ২ + ৩ + ৩ = ৮ কি.মি.

নিজে করুন:

৫. **স্রোতের প্রতিকূলে কোন জাহাজের গড় গতিবেগ ৬০কিমি/ঘন্টা। যদি স্রোতের গতিবেগ ৮কিমি হয় তাহলে স্রোতের অনুকূলে ঐ জাহাজটির গতিবেগ কত ছিল?**

ক. ৫২ কি.মি. খ. ৬৮ কি.মি. গ. ৭৬ কি.মি. ঘ. ৮০ কি.মি. **উত্তর:** গ

৬. **স্থির পানিতে কোন ব্যক্তির বেগ ১৩ কিমি ও স্রোতের প্রতিকূলে তার বেগ ১১ কিমি, তবে স্রোতের অনুকূলে ঐ ব্যক্তির বেগ কত?**

ক. ১৫ কি.মি. খ. ১১ কি.মি. গ. ১৩ কি.মি. ঘ. ৯ কি.মি. **উত্তর:** ক

[Hints: আগে স্রোতের বেগ বের করে স্থির গতিবেগের সাথে যোগ। স্রোতের বেগ = ১৩-১১ = ২ এর পর প্রতিকূল = ১৩+২ = ১৫]

পদ্ধতি-০২ : প্রতিকূল গতিবেগ বের করা

টিপস: প্রতিকূল গতি বের করার সূত্রটি ভালোভাবে আয়ত্ব করার পর অংকগুলো করার চেষ্টা করুন।

প্রতিকূল গতি হলো স্রোতের বিপরীতে যাওয়া, যদি কোন বস্তু স্বাভাবিক ভাবে চলে এবং স্রোত তাকে বাঁধা দেয় তাহলে তাকে প্রতিকূল গতি বলে। এক্ষেত্রে বাঁধা দেয়ার কারনে গতি কমে যায়।

প্রতিকূল গতি = স্থির গতি - স্রোতের গতি। (লক্ষ্যণীয়, প্রতিকূল গতিটি, স্থির গতি এবং অনুকূল গতির থেকে কম হয়।)

৭. স্থির পানিতে নৌকার গতি ১২ কিমি এবং অনুকূলে গতি ১৯ কিমি হলে প্রতিকূলে গতি কত? উত্তর: ক
ক. ৫ কি.মি. খ. ৭ কি.মি. গ. ১২ কি.মি. ঘ. ৩১ কি.মি.

সমাধান:
স্রোতের গতি = অনুকূল গতি - স্থির গতি = (১৯-১২) = ৭। ∴প্রতিকূল গতি = স্থির গতি - স্রোতের গতি = ১২-৭ = ৫ কিমি।

Note: স্রোতের গতিবেগ প্রশ্নে দেয়া না থাকলে আগে স্রোতের গতি বের করে তারপর অন্য গতিবেগ গুলো বের করতে হবে।

৮. অনুকূলে গতি ১৮ কিমি ও স্রোতের গতি ৪ কিমি হলে প্রতিকূলে গতি কত? উত্তর: ঘ
ক. ২২ কি.মি. খ. ১৮ কি.মি. গ. ১৪ কি.মি. ঘ. ১০ কি.মি.

সমাধান:
প্রতিকূল গতি = অনুকূল গতি - স্রোতের গতি - স্রোতের গতি । সুতরাং প্রতিকূল গতি = (১৮-৪-৪) = ১০

নিজে করুন:

৯. স্রোতের অনুকূলে কোন ব্যক্তির বেগ ১৫ কিমি এবং স্রোতের বেগ ২.৫ হলে স্রোতের প্রতিকূলে তার বেগ কত? উত্তর: ক
ক. ১০ কি.মি. খ. ১২.৫ কি.মি. গ. ১৭.৫ কি.মি. ঘ. ২০ কি.মি.

[Hints: অনুকূল গতিবেগ থেকে প্রতিকূল গতিবেগ বের করার জন্য স্রোতের গতিবেগ দুবার বিয়োগ করতে হবে।]

১০. নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ১০ কি.মি. এবং স্রোতের গতিবেগ ঘন্টায় ৫ কি.মি। নৌকাটি কোন স্থানে স্রোতের অনুকূলে ৫ ঘন্টায় পৌছে। ফিরে আসার সময় কত ঘন্টা সময় লাগবে? *[Southeast Bank (PO)-2016]* উত্তর: খ
ক. ১০ ঘন্টা খ. ১৫ ঘন্টা গ. ৭.৫ ঘন্টা ঘ. ১২.৫ ঘন্টা

সমাধান: ফিরে আসার সময় প্রতিকূলে ফিরে আসবে তাই প্রতিকূল গতিবেগ দিয়ে ভাগ করতে হবে।
মোট পথ = (১০+৫) = ১৫×৫ = ৭৫ কিমি এবং ফিরে আসার সময় গতি =(১০-৫) = ৫ কিমি/ঘন্টা
সুতরাং সময় = (৭৫÷৫) = ১৫ ঘন্টা।]

১১. স্থির পানিতে একটি নৌকার গড় গতিবেগ ঘন্টায় ১০কিমি। স্রোতের অনুকূলে ৯০ কিমি পথ যেতে ৬ ঘন্টা সময় লেগেছে। ফিরে আসার সময় নৌকাটির কত ঘন্টা সময় লাগবে? উত্তর: গ
ক. ৯ ঘন্টা খ. ১৫ ঘন্টা গ. ১৮ ঘন্টা ঘ. ২৭ ঘন্টা

সমাধান:
কিভাবে ভাবা শুরু করবেন? অংকের ক্লু গুলো দেখুন , স্থির গতি দেয়া আছে ১০, বের করতে বলা হয়েছে ফিরে আসতে (প্রতিকূলে) কত সময় লাগবে? তাহলে প্রথমেই প্রতিকূল গতি বের করতে হবে যা বের করতে হলে স্রোতের গতি জানা দরকার।
এখন অনুকূলে ১ ঘন্টায় গতিবেগ = (৯০÷৬) = ১৫ কিমি/ঘন্টা; আবার স্থির গতি ১০ তাহলে স্রোতের গতি = (১৫-১০) = ৫কিমি। এখন প্রতিকূল গতি হবে = (১০- ৫) = ৫কিমি/ঘন্টা
৫কিমি ফিরে আসতে ১ ঘন্টা লাগলে ৯০কিমি ফিরে আসতে সময় লাগবে = (৯০÷৫) = ১৮ঘন্টা। উত্তর: ১৮ ঘন্টা।

Note: এই বিষয়টা অবশ্যই মনে রাখবেন: যখন সরাসরি ঘন্টায় গতিবেগ দেয়া থাকবে তখন সরাসরি হিসেব করা যায়। আর যখন কয়েক ঘন্টায় অতিক্রান্ত পথের কথা বলা থাকে তখন ঐ ঘন্টা দিয়ে দূরত্বকে ভাগ করে ১ ঘন্টার গতিবেগ বের করে তারপর হিসেব করতে হয়।

পদ্ধতি-০৩ : নৌকার গতিবেগ বের করা :

স্থির গতি বা নৌকার গতি অথবা মাঝির গতি বের করা যায় নিম্নোক্ত কয়েক-ভাবে :

- অনুকূল গতি - স্রোতের গতি । যেমন: অনুকূল গতি ৮ এবং স্রোতের গতি ২ হলে স্থির গতি = (৮-২) = ৬
- প্রতিকূল গতি + স্রোতের গতি । যেমন: প্রতিকূল গতি ৪ এবং স্রোতের গতি ২ হলে স্থির গতি = (৪+২) = ৬
- $\frac{\text{অনুকূল গতি - প্রতিকূল গতি}}{২}$ (অনুকূল আর প্রতিকূল গতির গড়) । যেমন: $\frac{৮+৪}{২}=\frac{১২}{২}$ = ৬ কি.মি. (স্থির গতিবেগ।)

১২. একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে ঘন্টায় ১৫ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘন্টায় ৫ কি.মি। নৌকার বেগ কত? *[৩৫তম বিসিএস লিখিত (মানসিক দক্ষতা)] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]* উত্তর: খ
ক. ৪ কি.মি. খ. ১০ কি.মি. গ. ১২ কি.মি. ঘ. ১৫ কি.মি.

সমাধান: এরকম অনুকূলে এবং প্রতিকূলে নৌকার গতিবেগ দেয়া থাকলে তা থেকে স্রোতের গতিবেগ বের করার জন্য গতিবেগ দুটি বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করতে হয়। এখানে উত্তর হবে ∴ স্রোতের বেগ = $\frac{১৫+৫}{২}=\frac{২০}{২}$ কিমি/ঘন্টা = ১০ কিমি/ঘন্টা

১৩. যদি কোন ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে ৬ ঘন্টায় ৬৬কিমি এবং স্রোতের প্রতিকূলে ৬ ঘন্টায় ৩০কিমি রাস্তা যেতে পারে তাহলে স্থির গতিবেগ এবং স্রোতের গতিবেগ কত? উত্তর: খ
ক. ৮ কিমি ও ৪ কিমি. খ. ৮ কিমি ও ৩ কিমি. গ. ১১ কিমি ও ৫ কিমি. ঘ. ৫ কি.মি ও ১১ কি.মি.

সমাধান: অনুকূলে গতিবেগ = $\frac{৬৬}{৬}$ = ১১কিমি/ঘন্টা। আবার প্রতিকূল গতিবেগ = $\frac{৩০}{৬}$ = ৫ কিমি/ঘন্টা

সুতরাং স্থির গতিবেগ = $\frac{\text{অনুকূল গতি + প্রতিকূল গতি}}{২}=\frac{১১+৫}{২}=\frac{১৬}{২}$ = ৮কিমি/ঘন্টা।

আবার স্রোতের গতিবেগ = $\frac{\text{অনুকূল গতি - প্রতিকূল গতি}}{২}=\frac{১১-৫}{২}=\frac{৬}{২}$ = ৩ কিমি/ঘন্টা। উত্তর: ৮ কিমি ও ৩ কিমি।

নিজে করুন:

১৪. যদি কোন ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে ৬ কি.মি./ঘন্টা বেগে এবং প্রতিকূলে ২ কি.মি./ঘন্টা বেগে সাঁতরাতে পারে, তবে স্থির পানিতে তার বেগ কত কি.মি./ঘন্টা হবে? *[কৃষি মন্ত্রণালয়ের (অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার অপারেটর+অফিস সহায়ক) -২০১৯]* উত্তর: ক
ক. ৪ খ. ২ গ. ৫ ঘ. ৬

[Hints: (৬+২)÷২ = ৮÷২ = ৪]

১৫. দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ঘন্টায় ৮ কিমি এবং প্রতিকূলে ঘন্টায় ৪ কিমি যায়। নৌকার বেগ কত? [Hints: (৮+৪)÷২ = ৬] উত্তর: খ
(সরঃমাধ্যঃবিঃসহঃশি-০৮) + [সমাজসেবা অধিদপ্তরের (সহঃ শিক্ষক)-২০১৭]
ক. ৪ কিমি/ঘন্টা খ. ৬ কিমি/ঘন্টা গ. ৮ কিমি/ঘন্টা ঘ. ১২ কিমি/ঘন্টা

পদ্ধতি-০৪ : স্রোতের গতিবেগ বের করা

স্থির গতি বা নৌকার গতি অথবা মাঝির গতি বের করা যায় নিম্নোক্ত কয়েকভাবে :

- অনুকূল গতি - স্থির গতি । যেমন: অনুকূলে গতিবেগ ৮ এবং স্থির গতিবেগ ৬ হলে স্রোতের গতি = (৮- ৬) = ২
- স্থির গতি - প্রতিকূল গতি । যেমন: স্থির গতিবেগ ৬ এবং প্রতিকূল গতিবেগ ৪ হলে স্রোতের গতিবেগ = (৬-৪) = ২
- $\frac{\text{অনুকূল গতি - প্রতিকূল গতি}}{২}$ (অর্থাৎ অনুকূল ও প্রতিকূল গতির পার্থক্যের গড়) । যেমন: $\frac{৮-৪}{২}$ = ২ (অনুকূল গতিবেগ ৮ এবং প্রতিকূলে গতিবেগ ৪ হলে স্রোতের গতিবেগ ধরে।)

১৬. স্থির পানিতে একটি নৌকার গতিবেগ ৯ কি.মি. এবং স্রোতের অনুকূলে ঐ নৌকার গতিবেগ ১৪ কি.মি. হলে, স্রোতের গতি কত? উত্তর: খ
ক. ৪ কি.মি. খ. ৫ কি.মি. গ. ৭ কি.মি ঘ. ২৩ কি.মি.

সমাধান: যেহেতু স্থির গতিবেগের সাথে স্রোতের গতি যোগ করে অনুকূল গতি বের করা হয় তাই স্রোতের গতি বের করার জন্য
স্রোতের গতি = অনুকূলে গতি-স্থির গতি = (১৪-৯)= ৫কিমি ।

১৭. স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ১০কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে ঐ নৌকার গতিবেগ ৬ কি.মি. হলে স্রোতের গতি কত? উত্তর: খ
ক. ২ কি.মি. খ. ৪ কি.মি. গ. ৮ কি.মি ঘ. ১৬ কি.মি.

সমাধান: যেহেতু স্থির গতিবেগ থেকে ১ বার স্রোতের গতিবের বিয়োগ করলে প্রতিকূল গতিবেগ বের হয় তাই
স্রোতের গতি = স্থির গতি - প্রতিকূল গতি = (১০-৬) = ৪ কিমি । উত্তর: ৪ কিমি

নিজে করুন:

১৮. স্রোতের অনুকূলে একটি নৌকার গতি ১৬ কি.মি., স্থির পানিতে ঐ নৌকার গতি ১২কি.মি. হলে, স্রোতের গতি কত? উত্তর: ক
ক. ৪ কি.মি. খ. ৮ কি.মি. গ. ১২ কি.মি ঘ. ২৮ কি.মি.

১৯. দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ঘন্টায় ১৫ কিমি এবং প্রতিকূলে ঘন্টায় ৫ কিমি যায়। স্রোতের গতি কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণা: (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬/H/৩৫তম বিসিএস (লিখিত) মানসিক দক্ষতা]* [Hints: (১৫- ৫)÷২ = ১০÷২ = ৫]
ক. ৫ কি.মি. খ. ১০ কি.মি. গ. ১৫ কি.মি ঘ. ২০ কি.মি. উত্তর: ক

২০. স্রোতের অনুকূলে একটি নৌকা ৭ ঘন্টায় ৮৪ কি.মি. পথ যায়। স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ১০ কি.মি হলে,স্রোতের গতিবেগ কত? [Hints: প্রথমে ১ ঘন্টার অনুকূল গতি বের করে তা থেকে স্থির গতি বিয়োগ করুন] উত্তর: ক
ক. ২ কি.মি. খ. ৩ কি.মি. গ. ৬ কি.মি ঘ. ১২ কি.মি.

২১. কোন ব্যক্তি অনুকূলে ৪৫ কিমি ও প্রতিকূলে ১৫ কিমি যায়। উভয় ক্ষেত্রে সে ৫ ঘন্টা সময় নেয়, স্রোতের বেগ কত? উত্তর: খ
ক. ৫ কি.মি. খ. ৩ কি.মি. গ. ২ কি.মি ঘ. ১ কি.মি.

সমাধান: অনুকূলে গতি =(৪৫÷৫) = ৯ এবং প্রতিকূলে গতি =(১৫÷৫) = ৩ ∴ স্রোতের গতি = $\frac{৯-৩}{২} = \frac{৬}{২} = ৩$ কিমি/ঘন্টা

জোয়ারের টানে নোঙর ছিড়ে গেলে:

মনে রাখতে হবে যে ঘাটে বাঁধা যে কোন নৌকা জোয়ারের টানে যতটুকু পথই যায় তা হচ্ছে স্রোতের জন্য। কেননা এখানে মাঝি নৌকা চালায় না। জোয়ারের টানে নিজ থেকেই নৌকা চলতে থাকে। আবার ফিরে আসার সময় স্রোতের বিপরীতে ফিরে আসতে হয় তাই তা প্রতিকূল গতিবেগ।

২২. ঘাটে বাঁধা একটি নৌকা জোয়ারের টানে নোঙর ছিড়ে দুই ঘন্টায় ৭.৫০ কি.মি. দূরে চলে গেল। পরে মাঝি দাঁড় টেনে নৌকাটিকে ৩ ঘন্টায় ঘাটে ফিরিয়ে আনল। দাঁড়ের টানে নৌকার গতিবেগ কত ছিল? *[শ্রম পরিদপ্তর (জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা)-০৬]*
ক. ঘন্টায় ৬.২৬ কি.মি. খ. ঘন্টায় ৬ কি.মি. গ. ঘন্টায় ৩ কি.মি. ঘ. ঘন্টায় ৫ কি.মি. উত্তর: ক

সমাধান: স্রোতের গতিবেগ = $\frac{৭.৫০}{২}$ কি.মি./ঘন্টা = ৩.৭৫ কি.মি./ঘন্টা (জোয়ারের টানের গতিবেগে = স্রোতের গতি)

স্রোতের বিপরীতে মাঝির দাঁড় টানার গতিবেগ = $\frac{৭.৫০}{৩}$ = ২.৫০ কি.মি./ঘন্টা [ফিরে আসার সময় প্রতিকূলে আসবে]

দাঁড়ের টানে নৌকার গতিবেগ = (প্রতিকূল গতি + স্রোতের গতি) = (২.৫০+৩.৭৫) = **৬.২৫ কি.মি/ঘন্টা**

[**Note:** দাঁড়ের টানে নৌকার গতিবেগ = স্থির পানিতে মাঝি দাঁড় টেনে ১ ঘন্টায় যতদূর যাবে = স্থির গতিবেগ]

নিজে করুন:

২৩. ঘাটে বাঁধা একটি নৌকা জোয়ারের টানে নোঙর ছিড়ে ৫ ঘন্টায় ৩০ কিমি দূরে চলে গেল। পরে মাঝি দাঁড় টেনে নৌকাটিকে ৬ ঘন্টায় ঘাটে ফিরিয়ে আনলো। নৌকাটির স্থির পানির গতিবেগ এবং স্রোতের অনুকূলে গতিবেগ বের করুন।
ক. ৫ কি.মি.; ১১ কি.মি খ. ১১ কি.মি.; ১৭ কি.মি. গ. ৬ কি.মি.; ১১ কি.মি. ঘ. ১৭ কি.মি.; ২২ কি.মি. উত্তর: খ

সমাধান:
স্রোতের গতি = (৩০÷৫)=৬ । আবার, প্রতিকূল গতি =(৩০÷৬)= ৫। ∴ স্থির গতি = ৫+৬=১১ এবং অনুকূল গতি ১১+৬ = ১৭।

পদ্ধতি- ০৫: মোট সময় বের করা

একটি নির্দিষ্ট পথ যেতে একটি নৌকা বা জাহাজকে মোট কত সময় লাগবে তা বের করা।

দুটি পয়েন্ট অবশ্যই মনে রাখতে হবে:

১.	নদীপথে যে নৌকা একবার অনুকূলে গেলে ফেরত আসার সময় তা অবশ্যই প্রতিকূলে ফিরে আসে
২.	এবং কোন নির্দিষ্ট স্থান যাওয়ার সময় যে পথ অতিক্রম করা হয় ফিরে আসার সময় তার দূরত্বও আগের সমান হয়।

টিপস: এ ক্ষেত্রে প্রথমে গতিবেগ বের করে মোট পথকে গতিবেগ দিয়ে ভাগ করলে কত সময় লাগবে তা বের হবে। এভাবে যদি যাওয়া ও আসা বোঝায় তাহলে যাওয়ার পথে মোট সময় যেভাবে বের করবেন সেভাবেই আসার পথকে গতিবেগ দিয়ে ভাগ করলে আসার ক্ষেত্রে কত সময় লাগবে তা বের হবে।

২৪. লঞ্চ ও স্রোতের ঘন্টায় গতিবেগ যথাক্রমে ১৮ ও ৬ কিমি। নদীপথে ৪৮ কিমি পথ অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে? *[২৬তম বিসিএস]*
ক. ২ ঘন্টা খ. ৩ ঘন্টা গ. ৪ ঘন্টা ঘ. ৬ ঘন্টা উত্তর: ঘ

সমাধান:
অনুকূলে গতিবেগ = ১৮+৬ = ২৪ কিমি/ঘন্টা এবং প্রতিকূলে গতিবেগ = ১৮-৬ = ১২ কিমি/ঘন্টা।

সুতরাং যাওয়া এবং আসা মিলে মোট সময় লাগবে = $\frac{৪৮}{২৪} + \frac{৪৮}{১২} = ২+৪ = ৬$ ঘন্টা।

২৫. লঞ্চ ও স্রোতের বেগ ঘন্টায় যথাক্রমে ১৫ কি.মি. ও ৫ কি.মি.। নদী পথে ৩০ কি.মি. দীর্ঘ পথ একবার অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত ঘন্টা সময় লাগবে? *[১২তম বিসিএস]*
ক. ৩ ঘন্টা খ. ৪ ঘন্টা গ. $৪\frac{১}{২}$ ঘন্টা ঘ. ৫ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান: স্রোতের অনুকূলে, লঞ্চের গতিবেগ = ১৫+৫ = ২০ কি.মি./ঘন্টা ∴ ৩০ কি.মি. পথ যেতে সময় লাগ = $\frac{৩০}{২০} = \frac{৩}{২}$ ঘন্টা

স্রোতের প্রতিকূলে, লঞ্চের গতিবেগ = ১৫-৫ = ১০ কি.মি./ঘন্টা ∴ ৩০ কি.মি. পথ ফিরে আসতে সময় লাগে = $\frac{৩০}{১০} = ৩$ ঘন্টা

∴ সুতরাং যাতায়াতে মোট সময় লাগে = $\frac{৩}{২} + ৩ = \frac{৯}{২}$ ঘন্টা = $৪\frac{১}{২}$ ঘন্টা

নিজে করুন:

২৬. নৌকা ও স্রোতের গতি ঘন্টায় ১০ ও ৫ কিমি। নদীপথে ৪৫ কিমি দীর্ঘ পথ একবার অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে? *(১২তম বিসিএস এবং সহকারী জজ প্রাথ:পরী:-২০১১)*
ক. ৩ ঘন্টা খ. ৪.৫ ঘন্টা গ. ১০ ঘন্টা ঘ. ১২ ঘন্টা উত্তর: ঘ

২৭. নৌকা ও স্রোতের বেগ ঘন্টায় যথাক্রমে ২০ কি.মি. ও ১০ কি.মি.। নদী পথে ৯০ কি.মি. দীর্ঘ পথ একবার অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত ঘন্টা সময় লাগবে? *[Basic Bank (AM)-2015]*
ক. ৯ ঘন্টা খ. ১২ ঘন্টা গ. ১০ ঘন্টা ঘ. ১৮ ঘন্টা উত্তর: খ

২৮. এক ব্যক্তি স্রোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে ঘন্টায় ২ কি:মি: বেগে যেতে পারে। স্রোতের বেগ ঘন্টায় ৩ কি:মি: হলে, স্রোতের অনুকূলে ৩২ কি:মি: যেতে তার কত সময় লাগবে? *[DSCC-(পরিচ্ছন্নতা পরিদর্শক):২০২১]*
ক. ৬ ঘন্টা খ. ৬.২ ঘন্টা গ. ৫ ঘন্টা ঘ. ৪ ঘন্টা উত্তর: ঘ

সমাধান:
প্রতিকূলে গতি ২ কিমি এবং স্রোতের বেগ ৩ কিমি হলে অনুকূলে গতিবেগ = (প্রতিকূল+স্রোত+স্রোত) = (২+৩+৩) = ৮কিমি

[প্রতিকূল গতির সাথে ১ বার স্রোত যোগ করলে স্থির গতি এবং ২বার যোগ করলে অনুকূল গতি বের হয়। তাই ২ বার যোগ]

সুতরাং স্রোতের অনুকূলে ৩২ কিমি যেতে সময় লাগবে = (৩২÷৮) = ৪ ঘন্টা।

২৯. স্থির পানিতে একটি নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ৭ কিমি। এরূপ নৌকায় স্রোতের অনুকূলে ৩৩ কিমি পথ যেতে ৩ ঘন্টা সময় লেগেছে। ফিরে আসার সময় নৌকাটির কত সময় লাগবে? *[থানা শিক্ষা অফিসার-০৪]+[সহকারী তথ্য অফিসার -০৫) + [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(মোঘনা)-২০১৩]+ [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(বিটা)-২০১৪]*

ক. ১৩ ঘন্টা খ. ১১ ঘন্টা গ. ১০ ঘন্টা ঘ. ৯ ঘন্টা উত্তর: খ

সমাধান: অনুকূলে ১ ঘন্টার গতি $\frac{৩৩}{৩} = ১১$ কিমি/ঘন্টা ।

ফেরত আসতে হবে ৩৩ কিমি ই কিন্তু প্রতিকূল গতিবেগে । তাই ১ ঘন্টার প্রতিকূল গতি বের করতে হবে ।

এখানে স্রোতের গতি (১১-৭) = ৪। সুতরাং প্রতিকূল গতি (৭-৪) = ৩। ফিরে আসতে সময় লাগবে $\frac{৩৩}{৩} = ১১$ ঘন্টা।

নিজে করুন:

৩০. স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ৫ কিমি। ঐরূপ নৌকাটি স্রোতের অনুকূলে ৩ ঘন্টায় ২১ কিমি পথ অতিক্রম করে। ফিরে আসার সময় নৌকাটির কত ঘন্টা সময় লাগবে? *[শ্রম ও কর্ম:মজুরী:(সহ:পরিচালক)-০৬]*

ক. ২ ঘন্টা খ. ৫ ঘন্টা গ. ৭ ঘন্টা ঘ. ৯ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান: অনুকূলে গতি =(২১÷৩) = ৭ কিমি আবার স্থির গতি = ৫ সুতরাং স্রোতের গতি = (৭-৫) = ২

তাহলে প্রতিকূল গতি = (৫-২) = ৩। প্রতিকূলে ২১ কিমি ফিরে আসতে সময় লাগবে =(২১÷৩) = ৭ ঘন্টা।

৩১. স্রোতের বিপরীতে নৌকার বেগ ৮ কিমি/ঘন্টা এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ১৩ কিমি/ঘন্টা হলে স্রোতের অনুকূলে ১৪৪ কিমি অতিক্রম করে পুনরায় পূর্বের স্থানে ফিরে আসতে মোট কত ঘন্টা সময় লাগবে? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]*

ক. ২৬ ঘন্টা খ. ২৮ ঘন্টা গ. ৩০ ঘন্টা ঘ. ৩২ ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান: এখানে স্রোতের বেগ = (স্থির বেগ - প্রতিকূল বেগ) = (১৩-৮) = ৫ কিমি।

সুতরাং অনুকূলে গতিবেগ = (স্থির+স্রোত) = ১৩+৫ = ১৮ কিমি/ঘন্টা।

সুতরাং অনুকূলে ১৪৪ কিমি অনুকূলে গিয়ে প্রতিকূলে ফিরে আসতে সময় লাগবে = $\left(\frac{১৪৪}{১৮} + \frac{১৪৪}{৮}\right) = (৮+১৮) = ২৬$ ঘন্টা।

নিজে করুন:

৩২. স্থির পানিতে একটি নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ৭কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ৪ কি.মি. নৌকাটি ৩৩ কি.মি. পথ গিয়ে ফিরে আসতে নৌকাটির কত সময় লাগবে ? *[প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (বিটা):২০১৪]*

ক. ১৩ ঘন্টা খ. ১৪ ঘন্টা গ. ১২ ঘন্টা ঘ. ৯ ঘন্টা উত্তর: খ

৩৩. **A boat sails M miles upstream at the rate of R miles per hour. If the rate of the stream is S miles per hour, how long will it take the boat to return to its starting point?** (একটি নৌকা স্রোতের প্রতিকূলে m কি.মি. পথ যায় r মাইল গতিতে। যদি স্রোতের গতি s কি.মি. হয় তাহলে যাত্রা শুরুর স্থানে ফিরে আসতে তার কত সময় লাগবে?) *[EASTERN BANK off 2005]*

a. $\frac{m}{r+2s}$ b. $\frac{m}{r+s}$ c. $\frac{m+r}{s}$ d. mr-s e.none Ans: a

সমাধান: এখানে, যেহেতু m কি.মি. পথ গিয়ে আবার ঐ পথ ই ফিরে আসতে হবে তাই মোট পথ = m কি.মি., r হচ্ছে প্রতিকূল গতি এবং s হচ্ছে স্রোতের গতি তাই r এর সাথে s একবার যোগ করলে আসবে স্থির গতি এবং দ্বিতীয়বার s যোগ করলে অনুকূল গতি পাওয়া যাবে। তাই অনুকূল গতি = r+s+ s= r + 2s কি.মি.। এখন মোট পথ m কে অনুকূল গতিবেগ r + 2s দিয়ে ভাগ করলেই কত সময় লেগেছে তা বের হবে। তাই উত্তর: $\frac{m}{r+2s}$

৩৪. একটি নৌকা স্থির পানিতে ঘন্টায় ৬ কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের প্রতিকূলে ৬ কি.মি. যেতে নৌকাটির ৩ গুণ সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে ৫০ কি.মি. যেতে নৌকাটির কত সময় লাগবে? *[এনসিটিবি (সাঁট লিপিকার কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]+ [শাখা সহকারী (বাংলাদেশ জুডিশিয়াল সার্ভিস)-২০২১]*

ক. ৩ ঘন্টা খ. ৪ ঘন্টা গ. ৫ ঘন্টা ঘ. ৬ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান:

স্থির গতিতে ৬ কিমি যেতে সময় লাগে = ১ ঘন্টা সুতরাং প্রতিকূলে ৬ কিমি যেতে সময় লাগে = ৩ ঘন্টা

সুতরাং প্রতিকূলে গতিবেগ = ৬÷৩ = ২ কিমি/ঘন্টা।

এখন স্রোতের গতি = স্থির গতিবেগ - প্রতিকূল গতিবেগ = (৬-২) = ৪ কিমি/ঘন্টা।

তাহলে অনুকূলে গতিবেগ = (স্থির গতিবেগ + স্রোতের গতিবেগ) = (৬+৪) = ১০ কিমি।

সুতরাং অনুকূলে ৫০ কিমি যেতে সময় লাগবে = (৫০÷১০) = ৫ ঘন্টা।

নিজে করুন:

৩৫. একটি নৌকা স্থির পানিতে ঘন্টায় ১৫ কিমি যেতে পারে। স্রোতের প্রতিকূলে ঐ পথ যেতে তার ৩ গুণ বেশী সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে ১৫০কিমি পথ যেতে নৌকাটির কত সময় লাগবে?

ক. ৬ ঘন্টা খ. ১০ ঘন্টা গ. ১২ ঘন্টা ঘ. ১৫ ঘন্টা উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৬ : ঘন্টার পরিবর্তে মিনিট দেয়া থাকলে

টিপস: এই ধরণের অংকে মিনিটে যত কিমি গতিই দেয়া থাক না কেন সবার আগে ৬০মিনিটে অর্থাৎ ১ ঘন্টার গতি বের করবেন। তারপর অন্যান্য অংকের মতই করতে হবে। যেমন:

৩৬. স্রোতের বিপরীতে একটি নৌকা ৫২ মিনিটে ১৩ কিমি যেতে পারে। স্রোতের বেগ ৪ কিমি/ঘন্টা। স্থির পানিতে নৌকার বেগ কত ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ১৯ কিমি/ঘন্টা খ. ২৩ কিমি/ঘন্টা গ. ১৩ কিমি/ঘন্টা ঘ. ১১ কিমি/ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান:

৫২ মিনিটে যায় = ১৩ কিমি,

∴ ১ " " = $\frac{১৩}{৫২}$ "

∴ ৬০ " " = $\frac{১৩ \times ৬০}{৫২}$ = ১৫কিমি। (গতিবেগ বের করতে বলায় ৬০ মিনিটে কতটুকু যায় তা বের করা হয়েছে)

সুতরাং স্থির পানিতে নৌকার বেগ = প্রতিকূল গতি + স্রোতের গতি = (১৫+৪) = ১৯কিমি ঘন্টা।

মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে: ৫২ মিনিটে ১৩কিমি অর্থ যত মিনিট তার এক চতুর্থাংশ পথ গেলে ৬০মিনিটের ১/৪ অংশ = ১৫কিমি হলো স্থির গতি। তাহলে অনুকূল গতি = ১৫+৪ = ১৯ কিমি/ঘন্টা।

৩৭. স্রোতের প্রতিকূলে একটি নৌকা ৩৯ মিনিটে ১৩ কিমি পথ যায়। যদি স্রোতের গতি ৩ কিমি হয়, তাহলে স্থির পানিতে নৌকার গতি কত? *[Rajshahi Krishi Bank 2014]*

ক. ২৩ কি.মি./ঘন্টা খ. ২৭ কি.মি./ঘন্টা গ. ১৭ কি.মি./ঘন্টা ঘ. ২০ কি.মি./ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান:

স্রোতের প্রতিকূলে ৩৯ মিনিটে যায় = ১৩ কিমি

∴ " " ১ " " = $\frac{১৩}{৩৯}$ কিমি

∴ " " ৬০ " " = $\frac{১৩ \times ৬০}{৩৯}$ = ২০কিমি। সুতরাং স্থির গতি = (২০+৩) = ২৩ কিমি। উত্তর: ২৩ কিমি

মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে: ৩৯মিনিট= ১৩কিমি যায়, যার অর্থ যত মিনিটই হোক না কেন তার ৩ ভাগের এক ভাগ পথ যেতে পারে। তাহলে গতিবেগ বের করার জন্য ৬০ মিনিটে যাবে ২০কিমি। এই ২০ কিমি হল প্রতিকূল গতি। তাহলে স্থির গতি হবে ২০+৩ = ২৩ কিমি।

নিজে করুন:

৩৮. একটি নৌকা স্রোতের প্রতিকূলে ৪২ মিনিটে যায় ৭ কি.মি. এবং স্রোতের গতিবেগ ঘন্টায় ৩ কি.মি.। স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ কত? *[পল্লী কর্ম সহায়ক ফাউন্ডেশনের (অ্যাসিস্টেন্ট ম্যানেজার)-২০১৪]*
ক. ৮ কি.মি./ঘন্টা খ. ৯ কি.মি./ঘন্টা গ. ১৩ কি.মি./ঘন্টা ঘ. ১৫ কি.মি./ঘন্টা উত্তর: গ

৩৯. স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ১৫ কি.মি. এবং স্রোতের গতিবেগ ঘন্টায় ৩ কি.মি. হলে স্রোতের অনুকূলে ১২ মিনিটে কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করা যাবে? *[Combined 8 Banks (SO)-2019]*
ক. ১.২ কি.মি./ঘন্টা খ. ৩.৬ কি.মি./ঘন্টা গ. ১.৮ কি.মি./ঘন্টা ঘ. ২.৪ কি.মি./ঘন্টা উত্তর: খ

[Hints: হুবহু একই নিয়মের অংক। এখানে ৬ ভাগ সময়ে ১ ভাগ পথ যেতে পারে]

[Hints: ৬০মিনিটে ১৮ গেলে ১২ মিনিটে =?]

৪০. দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ১৫ মিনিটে ৩ কি.মি এবং স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে ১ কি.মি পথ অতিক্রম করে। স্থির পানিতে নৌকা ও স্রোতের গতিবেগ নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.৩)]*
ক. ৮ কি.মি. ও ৬ কি.মি. খ. ৬ কি.মি. ও ৬ কি.মি. গ. ৮ কি.মি. ও ৪ কি.মি. ঘ. ৩ কি.মি. ও ৬ কি.মি. উত্তর: গ

বিস্তারিত সমাধান: *(লিখিত পরীক্ষার জন্য)*

স্রোতের অনুকূলে,	স্রোতের প্রতিকূলে,
১৫ মিনিটে যায় ৩ কি.মি	১৫ মিনিটে যায় ১ কি.মি
∴ ৬০ " " $= \frac{৩ \times ৬০}{১৫}$ " $= ১২$ কি.মি	৬০ " " $= \frac{১ \times ৬০}{১৫}$ " $= ৪$ কি.মি

ধরি, স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘন্টায় = x কি.মি
এবং স্রোতের বেগ ঘন্টায় = y কি.মি
$x + y = ১২$ .....(i)
$x - y = ৪$ .....(ii)
(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই
$২x = ১৬$ ∴ $x = ৮$
x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
বা, $৮ + y = ১২$ বা, $y = ১২ - ৮$ ∴ $y = ৪$ সুতরাং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ৮ কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ৪ কি.মি

Shortcut for MCQ
প্রথমে ঘন্টায় অনুকূল গতি ১৫ তে ৩ হলে ৬০মিনিটে ১২(৪গুণ) আবার প্রতিকূলে ১৫মিনিটে ১কিমি হলে ৬০ মিনিটে ৪কিমি (৪গুণ)।
∴ স্থির গতি $= \frac{১২ + ৪}{২} = ৮$ স্রোতের গতি= $\frac{১২ - ৪}{২} = ৪$

৪১. দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ১৫ মিনিটে ২.৫ কিমি এবং স্রোতের প্রতিকূলে ১২ মিনিটে ১.২ কিমি যায়। স্থির পানিতে নৌকা ও স্রোতের গতিবেগ কত? *(আগে ঘন্টায় গতিবেগ আনতে হবে)*
ক. ৪ কি.মি. ও ২ কি.মি. খ. ৮ কি.মি. ও ২ কি.মি. গ. ৬ কি.মি. ও ২ কি.মি. ঘ. ৬ কি.মি. ও ৩ কি.মি. উত্তর: খ

সমাধান:
অনুকূলে ১৫ মিনিটে যায় = ২.৫কিমি।
∴ " ৬০ মিনিটে যায় $= \frac{২.৫ \times ৬০}{১৫} = ১০$কিমি।
উপরের এই বিষয়টা ই মুখে মুখে এভাবে ভাবা যায়:
১৫মিনিটে যত কিমিই যাক না কেন ৬০ মিনিটে তার থেকে ৪ গুণ বেশি পথ যাবে তাই সরাসরি $=(২.৫ \times ৪) = ১০$কিমি।
তেমনি ভাবে ১২ মিনিটে ১.২ গেলে ৬০মিনিটে যাবে তার থেকে $= (৬০ \div ১২) = ৫$ গুণ বেশি অর্থাৎ $(১.২ \times ৫) = ৬$।
∴ স্থির পানিতে নৌকার বেগ $= \frac{১০ + ৬}{২} = \frac{১৬}{২} = ৮$ এবং স্রোতের বেগ $= \frac{১০ - ৬}{২} = \frac{৪}{২} = ২$ **উত্তর: ৮ কিমি এবং ২ কিমি**

নিজে করুন:

৪২. দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ৬ মিনিটে ১.৫ কিমি এবং স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে ১.২৫ কিমি যায়। স্থির পানিতে নৌকা ও স্রোতের গতিবেগ কত?
ক. ১১ কিমি. ও ৬ কিমি. খ. ১০ কিমি. ও ৬ কিমি. গ. ১২ কিমি. ও ৫ কিমি. ঘ. ১০ কিমি. ও ৫ কিমি. উত্তর: ঘ

[Hints: (১৫+৫) কে ২দিয়ে ভাগ এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে]

পদ্ধতি- ০৭: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান করা

টিপস: এ পদ্ধতির অংকগুলো বিভিন্ন পরীক্ষার জন্য অনেক বেশি জরুরী। সমীকরণ সাজানোর জন্য কখন কাকে কিভাবে x ধরে সমীকরণ তৈরী করা যায় তার স্ট্রং লজিক ডেভেলপমেন্টের জন্য প্রতিটা প্রশ্ন লজিকালি ভেবে ভেবে সমাধান করুন। কাজে লাগবে।

৪৩. স্রোতের প্রতিকূলে যেতে যে সময় লাগে, স্রোতের অনুকূলে যেতে তার অর্ধেক সময় লাগে। যাতায়াতে যদি ২৪ ঘন্টা সময় লাগে, তবে স্রোতের অনুকূলে যেতে কত সময় লাগবে? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন বাংলাদেশ টেলিভিশনের (বিজ্ঞাপন আধিকারিক)গ্রেড-০২-২০০৬]*
ক. ৪ ঘন্টা খ. ৬ ঘন্টা গ. ৮ ঘন্টা ঘ. ১২ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান:
ধরি, স্রোতের অনুকূলে যেতে সময় লাগে = x ঘন্টা ∴ স্রোতের প্রতিকূলে সময় লাগে = ২x ঘন্টা (অর্ধেকের বিপরীত দ্বিগুণ)
প্রশ্নমতে, $x + ২x = ২৪$ $\Rightarrow ৩x = ২৪$ ∴ $x = ৮$ ∴ স্রোতের অনুকূলে যেতে সময় লাগে = ৮ ঘন্টা।

৪৪. কোন ব্যক্তির কোন নির্দিষ্ট স্থানে গিয়ে আবার পূর্বের স্থানে ফিরে আসতে মোট ৯ ঘন্টা সময় লাগলো। যদি স্থির পানিতে তার গতিবেগ ১৮কিমি এবং স্রোতের গতি ৬ কিমি হয়। তাহলে ঐ নির্দিষ্ট স্থানটি কত দূরে অবস্থিত?
ক. ৫৪ কি.মি. খ. ৭২ কি.মি. গ. ৬৪ কি.মি. ঘ. ৯০ কি.মি. উত্তর: খ

সমাধান:
Direction: কত দূরে গেছে জানা নেই কিন্তু যতটুকুই যাক না কেন ফেরত আসার সময় ততটুকুই ফেরত এসেছে এবং যাওয়া আসায় মোট সময় লেগেছে ৯ ঘন্টা। তাহলে যাওয়া + আসার সময় বের করে যোগ করে দিয়ে সমীকরণ সাজাতে হবে।

ধরি, দুরত্ব = x কিমি। এখানে অনুকূল গতি = ১৮+৬ = ২৪, তাহলে অনুকূলে সময় লেগেছিল = $\frac{x}{২৪}$ ঘন্টা

আবার আসার সময় প্রতিকূল গতি = ১৮-৬ = ১২ কিমি, তাহলে আসার সময় সময় লেগেছিল = $\frac{x}{১২}$ ঘন্টা

এখন এই দুই সময়ের সমষ্টিই হচ্ছে মোট ৯ ঘন্টা।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{২৪} + \frac{x}{১২} = ৯$ ঘন্টা *[বুঝতে পারলে সরাসরি এখান থেকে অংক শুরু করবেন, উপরের গুলো বুঝে নিতে হবে]*

বা, $\frac{x + ২x}{২৪} = ৯$ বা, $\frac{৩x}{২৪} = ৯$ বা, $৩x = ২৪ \times ৯$ বা, $x = \frac{২৪ \times ৯}{৩}$ ∴ $x = ৭২$ **উত্তর: ৭২কিমি।**

৪৫. নৌকা ও স্রোতের বেগ ঘন্টায় যথাক্রমে ১০ কি.মি. ও ৫ কি.মি.। নদী পথে কোন পথ গিয়ে ফিরে আসতে মোট ২৪ ঘন্টা সময় লাগে। ঐ পথের দূরত্ব কত ? *[১২তম বিসিএস]*
ক. ৯০ কি.মি. খ. ৮০ কি.মি. গ. ৮৫ কি.মি. ঘ. ৯৫ কি.মি. উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ঐ স্থানটির দূরত্ব x কি.মি.
স্রোতের অনুকূলের বেগ = (১০+৫) = ১৫ কি.মি.
আবার, স্রোতের প্রতিকূলের বেগ = (১০- ৫) = ৫ কি.মি.
যাওয়া ও আসাতে মোট সময় লাগে ২৪ ঘন্টা
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১৫} + \frac{x}{৫} = ২৪$
বা, $\frac{x + ৩x}{১৫} = ২৪$ বা, $৪x = ৩৬০$ বা, $x = ৯০$ কি.মি. ∴ স্থানটির দূরত্ব = ৯০ কি.মি.।

শর্টকাট লজিক:
অনুকূলে গতি=১০+৫=১৫, প্রতিকূলে গতি = ১০-৫ = ৫
১৫ ও ৫ দিয়ে ভাগ করা যায় শুধু ৯০ কে।
এখন ৯০÷১৫ = ৬ আবার ৯০÷৫ = ১৮
মোট সময় ৬+১৮ = ২৪ তাই ৯০ ই উত্তর।

নিজে করুন:

৪৬. কোন ব্যক্তির কোন নির্দিষ্ট স্থানে গিয়ে আবার পূর্বের স্থানে ফিরে আসতে মোট ১৬ ঘন্টা সময় লাগলো। যদি স্থির পানিতে তার গতিবেগ ১৬ কিমি এবং স্রোতের গতি ৪ কিমি হয়। তাহলে ঐ নির্দিষ্ট স্থানটি কত দূরে অবস্থিত?
ক. ৬৪ কি.মি. খ. ১০০ কি.মি. গ. ১২০ কি.মি. ঘ. ১৬০ কি.মি. উত্তর : গ

[Hints: দূরত্ব x কিমি ধরে সরাসরি $\frac{x}{২০}+\frac{x}{১২}=১২০$ কিমি]

৪৭. একটি নৌকা A থেকে B তে গিয়ে ফিরে আসতে মোট ৪ ঘন্টা সময় লাগে। যদি স্রোতের গতিবেগ ২কিমি/ ঘন্টা এবং স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ৪কিমি/ঘন্টা হয় তাহলে A থেকে B এর দূরত্ব কত?
ক. ৪ কিমি খ. ৫ কিমি গ. ৬ কিমি ঘ. ৮ কিমি উত্তর: গ

Confusion Clear

যদি স্থির গতি x ও স্রোতের গতি ৩ কিমি হলে অনুকূল গতি x+৩ এবং প্রতিকূল গতি x-৩ কিন্তু স্থির গতি ৩ এবং স্রোতের গতি x হলে অনুকূল গতি ৩+x এবং প্রতিকূল গতি ৩-x হয়। অর্থাৎ x-৩ আর ৩-x একই বিষয় না।

৪৮. একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ৬ ঘন্টায় যে পথ অতিক্রম করে, প্রতিকূলে ৯ ঘন্টায় সেই পথ ফিরে আসতে পারে। স্রোতের বেগ ৩ কি.মি/ঘন্টা হলে স্থির পানিতে নৌকার বেগ কত?
ক. ১৫ কি./ঘ. খ. ২০ কি./ঘ. গ. ৩০ কি./ঘ. ঘ. ৪৫ কি./ঘ উত্তর: ক

সমাধান:
ধরি, নৌকার গতিবেগ = x [স্রোতের গতিবেগ দেয়া আছে তাই নৌকার গতিবেগ ধরলে অনুকূল ও প্রতিকূল গতি তৈরী হবে]
সুতরাং অনুকূলে গতিবেগ = x+৩ এবং প্রতিকূলে গতিবেগ = x-৩
প্রশ্নমতে, ৬(x+৩) = ৯(x-৩) [অনুকূলে ৬ ঘন্টায় যাওয়া পথ এবং প্রতিকূলে ৯ ঘন্টায় যাওয়া পথ সমান।]
বা, ৬x+১৮=৯x-২৭ বা, -৩x = -৪৫ ∴x = ১৫ সুতরাং স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ = ১৫ কিমি/ঘন্টা।

নিজে করুন:

৪৯. স্রোতের গতি ৩ কিমি নিয়ে স্রোতের অনুকূলে একটি নৌকা ৩ ঘন্টা পথ চলার পর একই পথ স্রোতের প্রতিকূলে ৪ ঘন্টায় ফিরে আসে। নৌকার গতিবেগ কত?
ক. ১৪ কিমি খ. ১৮ কিমি গ. ২০ কিমি ঘ. ২১ কিমি উত্তর: ঘ

[Hints: নৌকার গতিবেগ x ধরে, প্রশ্নমতে, ৩(x+৩) = ৪(x-৩) (৩ ঘন্টায় অনুকূলে যাওয়া মোট পথ = ৪ ঘন্টা প্রতিকূলে ফিরে আসা মোট পথ কারণ পথ একটা ই) এরপর সমাধান করে x = ২১]

৫০. এক ব্যক্তির স্থির পানিতে গতিবেগ ৪ কিমি/ঘন্টা। একটি নির্দিষ্ট পথ স্রোতের অনুকূলে যেতে যে সময় লাগে, স্রোতের প্রতিকূলে যেতে তার তিনগুণ সময় লাগে, স্রোতের বেগ কত? [National Bank- 2014]
ক. ৪ খ. ৩ গ. ৬ ঘ. ২ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, স্রোতের গতি = x কিমি/ঘন্টা।
প্রশ্নমতে, ৪+x = ৩(৪-x) [অনুকূল গতি, প্রতিকূল গতির থেকে তিনগুণ, তাই প্রতিকূল গতির সাথে ৩ গুণ করলে তা অনুকূল গতির সমান]
⇒ ৪+x = ১২-৩x ⇒৪x = ৮ ∴ x = ২ সুতরাং স্রোতের গতি = ২ কিমি/ঘন্টা।

নিজে করুন:

৫১. একটি নদীতে স্রোতের গতিবেগ ৩মাইল/ঘন্টা। ঐ নদীতে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে যেতে যে সময় নেয় প্রতিকূলে যেতে তার দ্বিগুণ সময় নেয়। স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ কত? (Agrani Bank Ltd. Seni Offi-2013)
ক. ৩ কিমি/ঘন্টা খ. ১২ কিমি/ঘন্টা গ. ৬ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৯ কিমি/ঘন্টা উত্তর: ঘ

[Hints: নৌকার গতিবেগ x ধরে, প্রশ্নমতে, x+৩ = ২(x-৩) এরপর সমাধান করে x = ৯]

৫২. এক ব্যক্তি ঘন্টায় ৪ কিমি বেগে নৌকা চালিয়ে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে ৩০ কিমি যায়, স্রোতের প্রতিকূল উহার ৩ গুণ সময়ে ঐ পথ যায়। স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।
ক. ১ কিমি/ঘন্টা খ. ২ কিমি/ঘন্টা গ. ৩ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৪ কিমি/ঘন্টা উত্তর: খ

সমাধান:
ধরি, স্রোতের গতিবেগ = x, তাহলে অনুকূলে গতি = ৪+x এবং প্রতিকূলে গতি = ৪-x
প্রশ্নমতে, $৩\times\left(\frac{৩০}{৪+x}\right)=\frac{৩০}{৪-x}$ [অনুকূলের সময়ের সাথে ৩ গুণ করলে তা প্রতিকূলের সময়ের সমান হবে] ∴ x = ২

Note: এখানে দূরত্ব ৩০ কিমি দেয়া আছে এবং প্রতিকূলে সময় ৩গুণ। তাই আগে সময় বের করে তারপর যে পাশে কম সময় লাগে সে পাশে ৩ গুণ করলে অপর পাশের সাথে সমান হবে। অনুকূলে গতি বেশি কিন্তু সময় কম লাগে তাই অনুকূলের সময়ের সাথে ৩গুণ।

৫৩. নদীপথে বরিশাল থেকে কোন স্থানে যেতে ১০ ঘন্টা সময় লাগে । আবার ঐ স্থান থেকে বরিশালে ফিরে আসতে তার দ্বিগুণ সময় লাগে। যদি লঞ্চের প্রকৃত গতিবেগ ২১ কিমি হয় তাহলে বরিশাল থেকে ঐ স্থানের দূরত্ব কত কিমি? [৭ম শ্রেণি-বোর্ড বই]
ক. ১২০ কিমি খ. ২১০ কিমি গ. ২৮০ কিমি ঘ. ৪২০ কিমি উত্তর: গ

সমাধান:
ধরি স্রোতের গতি = x কিমি (এখানে দূরত্ব ধরলে সমীকরণ সাজানো ক্লু মেলানো কঠিন হবে তাই দূরত্ব চাইলেও গতি ধরতে হবে)
সুতরাং অনুকূল গতি = ২১+x, এবং প্রতিকূল গতি = ২১- x
প্রশ্নমতে, ১০(২১+x) = ২০(২১- x) [সময়×গতিবেগ করলে দূরত্ব বের হয় এবং এখানে যাওয়া ও আসার পথ সমান]
বা, ২১০+১০x = ৪২০- ২০x বা, ৩০x = ২১০ ∴x = ৭ অর্থাৎ স্রোতের গতি = ৭কিমি।
সুতরাং বরিশাল থেকে ঐ স্থানের দূরত্ব = ১০(২১+x) = ১০(২১+৭) = ১০×২৮ = ২৮০ উত্তর: ২৮০ কিমি।

নিজে করুন:

৫৪. নদীপথে লঞ্চে করে ঢাকা থেকে কোন স্থানে যেতে ৪ ঘন্টা সময় লাগে । আবার ঐ স্থান থেকে ঢাকায় ফিরে আসতে তার তিনগুণ সময় লাগে। যদি লঞ্চের প্রকৃত গতিবেগ ১০ কিমি হয় তাহলে ঢাকা থেকে ঐ স্থানের দূরত্ব কত কিমি?
ক. ৪০ কিমি খ. ৫০ কিমি গ. ৬০ কিমি ঘ. ৮০ কিমি উত্তর: গ

[Hints: হুবহু উপরের নিয়মের অংকটির মতই স্রোতের গতি ধরে করুন]

পদ্ধতি-০৮ : গড় গতিবেগ বের করা

Note: সময় দূরত্ব ও গতিবেগ অধ্যায়ের "গড় গতিবেগ' অংশে গড় গতিবেগ নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে। সাধারণ গড় গতিবেগ এবং নৌকা-স্রোতের গড় গতিবেগের প্রশ্নগুলো সমাধানের নিয়ম হুবহু একই। এখানে শুধু নৌকা-স্রোত সম্পর্কিত গড় গতিবেগের প্রশ্নগুলো নিয়ে আলোচনা করা হলো ।

❑সূত্র-১: গড় গতিবেগ $=\frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ(যাওয়া + আসা)}}{\text{মোট অতিবাহিত সময় (যাওয়া + আসা)}}$ [গতিবেগ ও পথের দূরত্ব দেয়া থাকলে]

আবার শুধু গতিবেগ দেয়া থাকলে:

❑সূত্র-২: গড় গতিবেগ $=\frac{২xy}{x+y}$ এখানে x= প্রথম গতিবেগ এবং y = ২য় গতিবেগ [যদি শুধু গতিবেগ থাকে]

৫৫. এক ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে নৌকা বেয়ে ঘন্টায় ১০ কি.মি. বেগে চলে কোন স্থানে গেল এবং ঘন্টায় ৬ কি.মি. বেগে স্রোতের প্রতিকূলে চলে যাত্রারম্ভের স্থানে ফিরে এল। যাতায়াতে তার গড় গতিবেগ কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)- ২০০১]
ক. $৭\frac{১}{২}$ কি.মি. খ. $৫\frac{১}{২}$ কি.মি. গ. ৮ কি.মি. ঘ. ৭ কি.মি. উত্তর: ক

সমাধান: অনুকূলে ১০ কিমি = ১ ঘন্টা। সুতরাং ১ কিমি = $\frac{১}{১০}$ ঘন্টা আবার প্রতিকূলে ৬ কিমি = ১ঘন্টা ∴১কিমি = $\frac{১}{৬}$ ঘন্টা

অর্থাৎ যাওয়া এবং আসার পথ সমান হওয়ায় দু পথকে সমান করার জন্য ১ কিমি করে হিসেব করা হলো।

এখানে যাওয়া এবং আসা মিলে মোট পথ = ১+১ = ২ কিমি। এখন

$$\therefore \text{গড় গতিবেগ} = \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ(যাওয়া + আসা)}}{\text{মোট অতিবাহিত সময় (যাওয়া + আসা)}} = \frac{১+১}{\frac{১}{১০}+\frac{১}{৬}} = \frac{২}{\frac{৩+৫}{৩০}} = \frac{২}{\frac{৮}{৩০}} = ২ \times \frac{৩০}{৮} = \frac{১৫}{২} = ৭\frac{১}{২}$$

সূত্র দিয়ে শর্টকাটে সমাধান: যেমন: $\frac{2xy}{x+y} = \frac{২.১০.৬}{১০+৬} = \frac{১২০}{১৬} = \frac{১৫}{২} = ৭\frac{১}{২}$

নিজে করুন:

৫৬. একজন মাঝি স্রোতের অনুকূলে ২ ঘন্টায় ৫ মাইল যায় এবং ৪ ঘন্টায় প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসে। তার মোট ভ্রমণে প্রতি ঘন্টায় গড় বেগ কত? *[২৩তম বিসিএস]* [Hints: (৫+৫)÷(২+৪) = ১০/৬ = ৫/৩।]

ক. $\frac{৩}{৫}$ কি.মি. খ. $\frac{৫}{৩}$ কি.মি. গ. ৩ কি.মি. ঘ. ৫ কি.মি. উত্তর: ঘ

৫৭. একজন মাঝি স্রোতের অনুকূলে ১ ঘন্টায় ৩ মাইল যায় এবং ৩ ঘন্টায় যাত্রাস্থানে ফিরে আসে। সম্পূর্ণ ভ্রমনে তার গড় গতিবেগ কত? *(প্রা.সহ শি:-২০১২)* [Hints: (৩+৩)÷(১+৩) = ৬/৪ = ৩/২ = ১.৫।]

ক. ২ কিমি/ঘন্টা খ. ১.৫ কিমি/ঘন্টা গ. ৩ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৬ কিমি/ঘন্টা উত্তর: খ

৫৮. এক ব্যক্তি ঘন্টায় ৫ কিমি বেগে চলে কোনো স্থানে গেল এবং ঘন্টায় ৩ কিমি বেগে চলে ফিরে আসল। যাতায়াতে তার গতির গড় কত? *[প্রাক:প্রাথ:বি:সহ:শি:নি:পরী:-১৩]* [Hints: ২য় সুত্রটি প্রয়োগ করুন।] উত্তর:১৫/৪

ক. $\frac{১৫}{২}$ কিমি/ঘন্টা খ. ৩ কিমি/ঘন্টা গ. ৪ কিমি/ঘন্টা ঘ. $\frac{১৫}{৪}$ কিমি/ঘন্টা উত্তর: ঘ

৫৯. এক ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে নৌকা বেয়ে ১৫ কিমি বেগে চলে কোন স্থানে গেল এবং ঘন্টায় ১০ কিমি বেগে স্রোতের প্রতিকূলে যাত্রারম্ভের স্থানে ফিরে এলো। যাতায়াতে তার গড় গতিবেগ কত ছিল? [Hints: ২য় সুত্রটি প্রয়োগ করুন।]

ক. ১২ কিমি/ঘন্টা খ. ১২.৫ কিমি/ঘন্টা গ. ১৩ কিমি/ঘন্টা ঘ. ১৪ কিমি/ঘন্টা উত্তর: ক

Practice Part

১. স্রোতের প্রতিকূলে একটি জাহাজ ১১ ঘন্টায় ৭৭ কি.মি অতিক্রম করে। স্থির পানিতে জাহাজের গতিবেগ ঘন্টায় ৯ কি.মি. স্রোতের গতিবেগ প্রতি ঘন্টায় কত? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.৩)]*

ক. ২ কিমি খ. ৩ কিমি গ. ৪ কিমি ঘ. ৬ কিমি

২. একটি নৌকা ৩ ঘন্টায় স্রোতের প্রতিকূলে ৯ কিমি অথবা স্রোতের অনুকূলে ১৮ কিমি যেতে পারে। স্থির পানিতে নৌকাটির বেগ কত?

ক. ৪.৩ কিমি/ঘন্টা খ. ৪.২ কিমি/ঘন্টা গ. ৪.৫ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৫.৫ কিমি/ঘন্টা

৩. স্রোতের অনুকূলে সাঁতারুর গতিবেগ ১১ কিমি/ঘন্টা ও স্রোতের গতিবেগ ১.৫ কিমি/ঘন্টা। তাহলে সাঁতারুর স্রোতের প্রতিকূলে গতিবেগ কত?

ক. ৮ কিমি/ঘন্টা খ. ৯.৫ কিমি/ঘন্টা গ. ১০ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৯ কিমি/ঘন্টা

৪. স্রোতের অনুকূলে একটি নৌকা ৪ ঘন্টায় ৪০ কি.মি. পথ যায়। যদি স্থির পানিতে ঐ নৌকার বেগ ঘন্টায় ৮ কি.মি. হয়, তবে নদীর স্রোতের গতিবেগ কত?

ক. ১কি.মি./ঘন্টা খ. ৪কি.মি./ঘন্টা গ. ২কি.মি./ঘন্টা ঘ. ১২কি.মি./ঘন্টা

৫. একব্যক্তি স্রোতের প্রতিকূলে দাড় বেয়ে ঘন্টায় $২\frac{১}{২}$ কি.মি. বেগে যেতে পারে। স্রোতের বেগ ঘন্টায় ৩ কি.মি. হলে স্রোতের অনুকূলে $৪২\frac{১}{২}$ কি.মি. যেতে কত সময় লাগবে? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

ক. ৩ ঘন্টা খ. ৪ ঘন্টা গ. ৫ ঘন্টা ঘ. ৬ ঘন্টা

৬. স্থির পানিতে একটি নৌকার বেগ ১০কিমি/ঘন্টা ও নদীর স্রোতের বেগ ঘন্টায় ৪ কিমি। স্রোতের অনুকূলে ৩৫ কিমি যেতে নৌকাটির কত সময় লাগবে?

ক. $২\frac{১}{২}$ খ. $৪\frac{১}{২}$ গ. $৩\frac{১}{২}$ ঘ. $১\frac{১}{২}$

৭. লঞ্চ ও স্রোতের গতিবেগ যথাক্রমে ঘন্টায় ১৮ কিমি ও ৬ কিমি। নদীপথে ৭২ কিমি অতিক্রম করে পুনরায় যাত্রাস্থানে ফিরে আসতে সময় লাগবে? *[টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয় (সহ: পরি)-১৩ এবং প্রাথ:বি:সহ:শি:নি:পরী:-১২]*

ক. ৩ ঘন্টা খ. ৬ ঘন্টা গ. ৯ ঘন্টা ঘ. ১২ ঘন্টা

৮. লঞ্চ ও স্রোতের গতিবেগ যথাক্রমে ঘন্টায় ১৬ কিমি ও ৪ কিমি। নদীপথে ৩০ কিমি অতিক্রম করে পুণরায় ফিরে আসতে সময় লাগবে? *(প্রাক:প্রাথ:বি:সহ:শি:নি:পরী:-১৩)*

ক. ৪ ঘন্টা খ. ৬ ঘন্টা গ. ৮ ঘন্টা ঘ. ১২ ঘন্টা

৯. একটা লোকের স্রোতের অনুকূলে ১৮ কিমি যেতে ৪ ঘন্টা সময় লাগে, স্রোতের প্রতিকূলে ঐ দুরত্ব যেতে ১২ ঘন্টা সময় লাগে। স্রোতের গতিবেগ ঘন্টায় কত কিমি।

ক. ১ কিমি/ঘন্টা খ. ১.৫ কিমি/ঘন্টা গ. ১.৭৫ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৩ কিমি/ঘন্টা

১০. নৌকা ও স্রোতের বেগ ঘন্টায় যথাক্রমে ১৫ কি.মি. ও ১০ কি.মি.। নদী পথে কোন পথ ফিরে আসতে মোট সময় ১৮ ঘন্টা। ঐ পথের দূরত্ব কত? *[সোনালী ব্যাংক সিনিয়র অফিসার:২০১৪]*

ক. ৭০ কি.মি. খ. ৭৫ কি.মি. গ. ৮০ কি.মি. ঘ. ৮৫ কি.মি.

১১. একটি নৌকার স্থির পানিতে গতিবেগ ঘন্টায় ৫ কিমি। নদীর স্রোত ঘন্টায় ২ কিমি এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব যেতে স্রোতের অনুকূলের চেয়ে ২ ঘন্টা সময় বেশী লাগে। দূরত্বটি কত?

ক. ১০.৫ কি.মি. খ. ১১ কি.মি. গ. ১০.৯ কি.মি. ঘ. ১৫ কি.মি.

১২. স্রোতের অনুকূলে একটি নৌকার কিছুটা দূরত্ব যেতে ৩ ঘন্টা সময় লাগে। স্রোতের প্রতিকূলে যেতে ৯ ঘন্টা সময় লাগে। স্রোতের গতিবেগ কত যদি স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ঘন্টায় ৪ কিমি হয়?

ক. ৪ কি.মি./ঘন্টা খ. ৩ কি.মি./ঘন্টা গ. ৫ কি.মি./ঘন্টা ঘ. ২ কি.মি./ঘন্টা

Only Answers

১.	ক	২.	গ	৩.	ক	৪.	গ	৫.	গ	৬.	ক
৭.	গ	৮.	ক	৯.	খ	১০.	খ	১১.	ক	১২.	ঘ

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: স্রোতের প্রতিকূলে,
জাহাজটি ১১ ঘন্টায় যায় = ৭৭ কি.মি
" ১ " " = $\frac{৭৭}{১১}$ = ৭ কি.মি
সুতরাং স্রোতের গতিবেগ = ৯-৭ = ২ কিমি।

২. সমাধান: প্রতিকূলে গতি = $\frac{৯}{৩}$ = ৩কিমি অনকূলে গতি = $\frac{১৮}{৩}$ = ৬ কিমি। সুতরাং স্থির গতি = $\frac{৬+৩}{২}$ = ৪.৫ কিমি/ঘন্টা।

৩. সমাধান: প্রতিকূলে বেগ = (১১-১.৫-১.৫) = ১১-৩ = ৮

৪. সমাধান: স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ = (৪০÷৪) কিমি/ঘন্টা = ১০ কি.মি./ঘন্টা
নৌকার বেগ = ৮ কিমি/ঘন্টা ∴ স্রোতের বেগ = (১০-৮) কিমি/ঘন্টা = ২ কি.মি./ঘন্টা

৫. সমাধান: স্রোতের প্রতিকূলের ক্ষেত্রে, দাঁড়ের বেগ-স্রোতের বেগ = $\frac{৫}{২}$ বা, দাঁড়ের বেগ = $\frac{৫}{২}$ + স্রোতের বেগ = $\frac{৫}{২}$ +৩ = $\frac{১১}{২}$
কি.মি./ঘন্টা ∴স্রোতের অনুকূলের ক্ষেত্রে, স্রোতের বেগ+দাঁড়ের বেগ = ৩+$\frac{১১}{২}$ = $\frac{৬+১১}{২}$ = $\frac{১৭}{২}$ কি.মি./ঘন্টা

অনুকূলে $\frac{১৭}{২}$ কি.মি. যায় = ১ ঘন্টায়।
১ " " = $\frac{১\times২}{১৭}$ ঘন্টায়।
$\frac{৮৫}{২}$ " " = $\frac{১\times২\times৮৫}{১৭\times২}$ = ৫ ঘন্টা।

৬. সমাধান: স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ = ১০+৪ কিমি/ঘন্টা = ১৪ কিমি/ঘন্টা
নৌকাটি ১৪ কিমি পথ যায় ৬০ মিনিটে
∴ " ৩৫ " " " $\frac{৬০\times৩৫}{১৪}$ মিনিট = ১৫০ মিনিট = ২ ঘন্টা ৩০ মিনিট = ২$\frac{১}{২}$ ঘন্টা।

৭. সমাধান: [Hints $\frac{৭২}{১৮+৬}+\frac{৭২}{১৮-৬}$ = ৩+৬ = ৯ ঘন্টা]

৮. সমাধান: [Hints $\frac{৩০}{১৬+৪}+\frac{৩০}{১৬-৪}$ = ১.৫ + ২.৫ = ৪ ঘন্টা]

৯. সমাধান: [Hints: অনুকূলে ও প্রতিকূলে প্রতি ঘন্টার গতিবেগ বের করার পর দুটো গতি বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ]

১০. সমাধান: Hints: দূরত্বকে x ধরে একবার অনুকূল ও প্রতিকূল গতি দিয়ে ভাগ করে সময় দুটির যোগফল = ১৮)

১১. সমাধান: [Hints: দূরত্বকে x ধরে একবার অনুকূল ও প্রতিকূল গতি দিয়ে ভাগ করে সময় দুটির পার্থক্য হবে ২)

১২. সমাধান: [Hints: স্রোতের গতিবেগ x ধরে, ৩(৪+x) = ৯(৪-x) এরপর x এর মান ই উত্তর]

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. একটা নৌকার স্রোতের অনুকূলে গতিবেগ ঘন্টায় ৩১ কিমি এবং স্রোতের প্রতিকূলে গতিবেগ ঘন্টায় ১৭ কিমি। স্রোতের গতিবেগ কত?
ক. ৪ কিমি/ঘন্টা খ. ৯ কিমি/ঘন্টা গ. ৭ কিমি/ঘন্টা ঘ. ৬ কিমি/ঘন্টা

২. কোন ব্যক্তি অনুকূলে ২৭ কিমি ও প্রতিকূলে ১৮ কিমি যায়। উভয় ক্ষেত্রে সে ৩ ঘন্টা সময় নেয়, স্রোতের বেগ কত?
ক. ১.৪ খ. ১.৬ গ. ১.৫ ঘ. ১.৯

৩. স্থির পানিতে এক সাঁতারুর গতিবেগ ৯ কিমি/ঘন্টা। স্রোতের গতিবেগ যদি ৬ কিমি/ঘন্টা হয়, তাহলে স্রোতের অনুকূলে সাঁতারুর গতিবেগ কত?
ক. ১৫ কিমি/ঘন্টা খ. ১৮ কিমি/ঘন্টা গ. ৩ কিমি/ঘন্টা ঘ. ১২ কিমি/ঘন্টা

৪. দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ১৫ মিনিটে ৩ কিমি যায় কিন্তু স্রোতের প্রতিকূলে ঐ পথ আসতে ২০ মিনিট লাগে। স্থির পানিতে নৌকা ও স্রোতের গতিবেগ কত?
ক. ১০.৫ ও ১.৫ খ. ১১.৫ ও ২.৫ গ. ১২.৫ ও ৩.৫ ঘ. ১০.৫ ও ৩.৫

৫. প্রতিকূল গতি ১৪কিমি/ঘন্টা এবং স্রোতের গতি ৫ কিমি/ঘন্টা হলে অনুকূলে ১২০ কিমি পথ যেতে মোট কত সময় লাগবে?
ক. ৫ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. ১০

৬. ঘাটে বাঁধা একটি নৌকা জোয়ারের টানে নোঙর ছিঁড়ে ৪ ঘন্টায় ২৮কিমি দূরে চলে গেল। পরে মাঝি দাঁড় টেনে নৌকাটিকে ৭ ঘন্টায় ঘাটে ফিরিয়ে আনলো। স্রোতের অনুকূলে নৌকার গতিবেগ বের করুন।
ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২০

৭. নৌকা ও স্রোতের বেগ ঘন্টায় যথাক্রমে ১২ ও ৯ কিলোমিটার। নদীপথে ৬৩ কিলোমিটার দীর্ঘ পথ একবার অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে?
ক. ২২ খ. ২৪ গ. ২৬ ঘ. ২৮

৮. স্থির পানিতে একটি নৌকার গড় গতিবেগ ঘন্টায় ১০কিমি। স্রোতের অনুকূলে ৮০ কিমি পথ যেতে ৫ ঘন্টা সময় লেগেছে। ফিরে আসার সময় নৌকাটির কত ঘন্টা সময় লাগবে?
ক. ২০ ঘন্টা খ. ২২ ঘন্টা গ. ২৫ ঘন্টা ঘ. ২৮ ঘন্টা

৯. একটি নৌকার স্রোতের প্রতিকূলে ১০ কিমি যেতে ৩০ মিনিট সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে ঐ দূরত্ব যেতে ২৫ মিনিট সময় লাগে। স্রোতের গতিবেগ কত?
ক. ২০ কিমি/ঘন্টা খ. ২.২ কিমি.ঘন্টা গ. ২ কিমি/ঘন্টা ঘ. অনির্ণেয়

১০. একটি স্টিমারের এক বন্দর থেকে অন্য বন্দরে যেতে স্রোতের অনুকূলে ৪ ঘন্টা সময় লাগে, স্রোতের প্রতিকূলে ঐ দূরত্ব যেতে ৫ ঘন্টা সময় লাগে। যদি স্রোতের গতিবেগ ঘন্টায় ২ কিমি হয়, তাহলে বন্দর দুটির মধ্যে দূরত্ব কত?
ক. ৫০ কি.মি. খ. ৬০ কি.মি. গ. ৭০ কি.মি. ঘ. ৮০ কি.মি.

উত্তরমালা:

১.	গ	২.	গ	৩.	ক	৪.	ক	৫.	ক
৬.	গ	৭.	খ	৮.	ক	৯.	খ	১০.	ঘ

এই টপিকের উপর বেস্ট ভিডিও ক্লাস দেখতে ইউটিউবে সার্চ দিন: Khairuls Math লিখে।

লিখিত অংশ

১. এক ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে ১০ ঘন্টায় ৭০ কি.মি. গেল এবং স্রোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে ফিরে আসতে তার ৭০ ঘন্টা লাগল। দাঁড়জনিত বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় করুন। *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৮ (লিখিত)]*

সমাধান:

স্রোতের অনুকূলে গতিবেগ $= \frac{৭০}{১০} = ৭$ কিমি/ঘন্টা এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ $= \frac{৭০}{৭০} = ১$ কিমি/ঘন্টা।

ধরি, দাঁড় জনিত গতিবেগ = x কিমি/ঘন্টা এবং স্রোতের গতিবেগ = y কিমি/ঘন্টা।

প্রশ্নমতে, $x+y = ৭$ কিমি . . . . . (i)। এবং $x-y = ১$ কিমি. . . . . (ii)।

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই $২x = ৮$ $\therefore x = ৪$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই $২y = ৬$ $\therefore y = ৩$

উত্তর: দাঁড় জনিত বেগ = ৪ কি.মি./ঘন্টা এবং স্রোতের বেগ = ৩ কি.মি./ঘন্টা

২. দাঁড় বেয়ে একখানা নৌকা স্রোতের অনুকূলে ৬ মিনিটে $১\frac{১}{২}$ কি.মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে $\frac{৫}{৪}$ কি.মি. যায়। নৌকা ও স্রোতের বেগ বের কর। *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

সমাধান ধরি, নৌকার বেগ = x কি.মি./মিনিট এবং স্রোতের বেগ = y কি.মি./মিনিট

৬ মিনিটে অনুকূলে যায়, $৬(x+y) = \frac{৩}{২}$ কি.মি. বা, $x+y = \frac{৩}{২\times৬} = \frac{১}{৪}$ কি.মি. .....(i)

১৫ মিনিটে প্রতিকূলে যায় $১৫(x-y) = \frac{৫}{৪}$ কি.মি. বা, $x-y = \frac{৫}{৪\times১৫} = \frac{১}{১২}$ কি.মি. .....(ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই- $২x = \frac{১}{৪} + \frac{১}{১২} = \frac{১}{৩}$ $\therefore x = \frac{১}{৩\times২} = \frac{১}{৬}$ কি.মি./মিনিট

$\therefore y = \frac{১}{৪} - \frac{১}{৬} = \frac{৩-২}{১২} = \frac{১}{১২}$ কি.মি./মিনিট $\therefore$ স্রোতের বেগ $= \frac{১}{১২}$ কি.মি./মিনিট এবং নৌকার বেগ $= \frac{১}{৬}$ কি.মি./মিনিট

৩. একজন মাঝি স্থির পানিতে নৌকা চালিয়ে ঘন্টা ৮ কি মি. যেতে পারে। স্রোতের প্রতিকূলে ৮ কিমি. যেতে মাঝির দ্বিগুণ সময় লাগে। স্রোতের অনুকূলে নৌকা চালিয়ে ৩৬ কিমি. যেতে মাঝির কত সময় লাগবে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০১৮-(কোটা) (লিখিত)]*

সমাধান: স্থির পানিতে নৌকাটি ৮ কিমি যায় = ১ ঘন্টায় তাহলে স্রোতের প্রতিকূলে ৮ কিমি যেতে সময় লাগে = ২ ঘন্টা।

সুতরাং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ $= \frac{৮}{২} = ৪$ কিমি./ঘন্টা

$\therefore$ স্রোতের বেগ = স্থির গতি- প্রতিকূল গতি = (৮-৪) কিমি./ঘন্টা = ৪ কিমি./ঘন্টা

এখন, স্রোতের অনুকূলে মোট বেগ = নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ = (৮ + ৪) = ১২ কিমি./ঘন্টা

স্রোতের অনুকূলে ১২ কিমি. যায় = ১ ঘন্টায়

$\therefore$ " " ১ " " $= \frac{১}{১২}$ "

$\therefore$ " " ৩৬ " " $= \frac{১\times৩৬}{১২}$ " = ৩ ঘন্টায়

উত্তর: ৩ ঘন্টা।

৪. স্রোতের অনুকূলে কোন একটি নৌকা ৯ কি.মি. অতিক্রম করতে যে সময় নেয়, স্রোতের প্রতিকূলে ঐ সময়ে ৬ কি. মি. অতিক্রম করে। নৌকাটি যদি ৫৪ কি.মি. পথ গিয়ে ফিরে আসতে ১৮ ঘন্টা সময় নেয়, স্রোতের বেগ কত? *[বিসিআইসি (এইচ)-২০১৮]*

সমাধান: ধরি, নৌকাটি স্রোতের অনুকূলে ৯ কি.মি যেতে সময় লাগে = x ঘন্টা $\therefore$ অনুকূলে গতিবেগ $= \frac{৯}{x}$ কিমি/ঘন্টা।

সুতরাং, নৌকাটি স্রোতের প্রতিকূলে ৬ কি.মি যেতে সময় লাগে = x ঘন্টা $\therefore$ প্রতিকূলে গতিবেগ $= \frac{৬}{x}$ কিমি/ঘন্টা।

এখন, স্রোতের অনুকূলে ৫৪ কি.মি. যেতে সময় লাগে $= \left(৫৪ \div \frac{৯}{x}\right) = \left(৫৪ \times \frac{x}{৯}\right) = ৬x$ ঘন্টায়।

অনুরূপভাবে, স্রোতের প্রতিকূলে ৫৪ কি.মি. যেতে সময় লাগে $= \left(৫৪ \div \frac{৬}{x}\right) = \left(৫৪ \times \frac{x}{৬}\right) = ৯x$ ঘন্টায়।

প্রশ্নমতে, $৬x + ৯x = ১৮ \Rightarrow ১৫x = ১৮ \therefore x = ১.২$

$\therefore$ অনুকূলে নৌকার বেগ $= \frac{৯}{১.২} = ৭.৫$ এবং প্রতিকূলে নৌকার বেগ $= \frac{৬}{১.২} = ৫$ সুতরাং আমরা লিখতে পারি,

নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ = ৭.৫

নৌকার বেগ - স্রোতের বেগ = ৫

(বিয়োগ করে) ২ স্রোতের বেগ = ২.৫

$\therefore$ স্রোতের বেগ $= \frac{২.৫}{২} = ১.২৫$

উত্তর: স্রোতের বেগ = ১.২৫ কিমি/ঘন্টা।

নিজে করুন:

৫. একজন মাঝি স্রোতের বিপরীতে ৫ ঘন্টায় ২০ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করতে পারে। স্রোতের দিকে একই পথ অতিক্রম করতে তার ৩ ঘন্টা সময় লাগে। নৌকা ও স্রোতের বেগ নির্ণয় করুন। *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৭ (লিখিত)]*

[Hints: অনুকূল ও প্রতিকূল গতি বের করে নিজে করুন] **উত্তর:** নৌকার বেগ $৫\frac{১}{৩}$ কিমি/ঘন্টা এবং স্রোতের বেগ $১\frac{১}{৩}$ কিমি/ঘন্টা

৬. একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে ১৫ কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে মোট ৪ ঘন্টা লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে ৫ কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূল ততক্ষণে ৩ কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর। *[৯ম-১০-শ্রেণী-(অনু:৩.৫)]*

সমাধান:

ধরি, স্রোতের অনুকূলে ৫ কিমি যেতে লাগে x ঘন্টা। সুতরাং স্রোতের প্রতিকূলে ৩কিমি যেতেও লাগে x ঘন্টা।

অনুকূলে গতিবেগ $= \frac{৫}{x}$ কিমি/ঘন্টা এবং প্রতিকূলে গতিবেগ $= \frac{৩}{x}$ কিমি/ঘন্টা [দূরত্বকে সময় দিয়ে ভাগ করলে গতিবেগ]

প্রশ্নমতে, $\frac{১৫}{\frac{৫}{x}} + \frac{১৫}{\frac{৩}{x}} = ৪$ [(দূরত্ব÷গতি = সময়) এরপর অনুকূলে লাগা সময় + প্রতিকূলে লাগা সময় = ৪ ঘন্টা]

$\Rightarrow ১৫\times\frac{x}{৫} + ১৫\times\frac{x}{৩} = ৪ \quad \Rightarrow ৩x+৫x = ৪ \quad \Rightarrow ৮x = ৪ \quad \Rightarrow x = \frac{৪}{৮} \quad \therefore x = ০.৫$

অর্থাৎ অনুকূলে ও প্রতিকূলে ৫ ও ৩ কিমি যেতে-প্রত্যেকবার ০.৫ ঘন্টা করে সময় লেগেছে।

এখন অনুকূল গতিবেগ $= \frac{৫}{x} = \frac{৫}{০.৫} = ১০$ এবং প্রতিকূল গতিবেগ $= \frac{৩}{x} = \frac{৩}{০.৫} = ৬$

সুতরাং দাঁড়ের বেগ $= \frac{১০+৬}{২} = \frac{১৬}{২} = ৮$ এবং স্রোতের বেগ $= \frac{১০-৬}{২} = \frac{৪}{২} = ২$

উত্তর: ৮কিমি ও ২ কিমি।

সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	দুটি নল থাকলে বা দুজন কাজ করলে	পদ্ধতি-০৫	এই অধ্যায়ের বিভিন্ন নিয়মের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন ক. চৌবাচ্চার ধারণক্ষমতা খ. দক্ষতা কম বা বেশি হলে গ. ১দিন পর পর কাজ করা ঘ. জোড়ায় জোড়ায় কাজ করা ঙ.পারিশ্রমিক বন্টন করা।
পদ্ধতি-০২	দু'য়ের অধিক নল থাকলে, বা দু' জনের বেশী কাজ করলে		
পদ্ধতি-০৩	পূর্ণ অংশ না থেকে ভগ্নাংশ দেয়া থাকলে		
পদ্ধতি-০৪	একটি নল বন্ধ হয়ে গেলে বা কাজ থেকে একজন চলে গেলে		
Practice Part		Model Test	

সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চা এর উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

দুটো অধ্যায় একসাথে কেন?

সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চা, এ দুটো অধ্যায়েরই অংকগুলো প্রায় একই রকম। ভিন্ন অধ্যায়ে একই আলোচনা দুইবার না করে একসাথে আলোচনা করা হলো, যাতে একজাতীয় প্রশ্নগুলো বুঝতে সুবিধা হয়। এজন্য এক জাতীয় প্রশ্নগুলো একসাথে সাজিয়ে সহজ ব্যাখ্যা সহ সমাধান দেয়া হয়েছে।

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত অংক গুলো বিভিন্ন চাকুরীর পরীক্ষায় এমসিকিউ প্রশ্নের পাশাপাশি লিখিত আকারেও আসে। তাই এই অধ্যায়ে প্রথমে বিস্তারিত নিয়মে বুঝিয়ে দেয়ার পর দ্রুত করতে পারার জন্য শর্টকার্ট টেকনিক দেয়া আছে। বিস্তারিত পড়ে বোঝার পড় শর্টকার্ট নিয়মটি রপ্ত করুন এবং এমসিকিউ পরীক্ষায় শর্টকার্ট অনুযায়ী করার চেষ্টা করুন।

চৌবাচ্চা বা ট্যাংক এর অংকগুলোর সাথে কাজের অংকের কিরুপ মিল আছে তা নিচের আলোচনা থেকে বোঝার চেষ্টা করুন।

(ক) লিলি একা একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে, হামিদা একা ঐ কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। লিলি ও হামিদা একত্রে কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

(খ) একটি চৌবাচ্চায় ২টি নল আছে। প্রথম নলটি ৬ ঘন্টায় ও দ্বিতীয় নলটি ১২ ঘন্টায় ঐ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে পারে। দুটি নল একসাথে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কত ঘন্টায় পূর্ণ হবে?

ক ও খ সবই এক শুধু কাজের পরিবর্তে চৌবাচ্চা আর লিলি, হামিদা, রহিম নাম বা ক , খ ,গ এর পরিবর্তে ১ম, ২য় এবং ৩য় নল।

এ ধরনের অংক করতে গেলে আগে ১ ঘন্টা বা ১ দিনে কত টুকু কাজ হয় তা বের করে বাকী অংক করতে হয়।

Direction:

এই অধ্যায়টির সবগুলো অংক লিখিত আকারে করতে গেলে অযথাই অতিরিক্ত জায়গার প্রয়োজন হবে। এজন্য আমরা প্রতিটা নিয়মের প্রথমের কিছু অংক বিস্তারিত, তারপর কিছু অংক অল্প লিখে এবং কিছু অংকে শুধু হিন্টস এবং একই নিয়মের কিছু অংক সমাধান ছাড়া শুধু উত্তর দিয়েছি। আশা করি প্রথমের দিকের অংকগুলো ভালোভাবে করলে পরেরগুলো বুঝবেন।

সময়-কাজ এবং নল-চৌবাচ্চার উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

প্রথমে বিস্তারিত নিয়মগুলি ভালোভাবে দেখুন তারপর শর্টকাট নিয়মগুলিও আয়ত্ব করুন। তাহলে সহজে ভুলে যাবেন না, লিখিত পরীক্ষায় ভালো করতে পারবেন এবং যে কোন কঠিন প্রশ্ন আসলে বুঝে বুঝে সমাধান করতে পারবেন। তবে প্রিলির এমসিকিউ পরীক্ষায় এই সূত্রটি প্রয়োগ করলে দ্রুত উত্তর বের করা যাবে। এখানে একই প্রশ্নে ৪-৫ নিয়মে সমাধান না দিয়ে বিভিন্ন প্রশ্নে নিয়মগুলো শিখিয়ে দেয়া হয়েছে। ধাপে ধাপে সব অংক করলে সবগুলো নিয়মই সহজে বুঝতে পারবেন।

পদ্ধতি -০১ ঃ দুজন কাজ করলে বা দুটি নল থাকলে

(ক) দু জন ব্যক্তি অথবা দুটি নলের একসাথে কাজ:

দুজন আলাদা আলাদা করে কাজ করতে লাগা সময় দেয়া থাকলে তারা একসাথে একটি কাজ করলে তাদের কাজটি করতে কত সময় লাগবে তা বের করার জন্য এই শর্টকাট ব্যবহার করা যায়।

শর্টকাট: $\text{Single} + \text{Single} = \text{Together} = \frac{A \times B}{A + B}$ days.

১. **রহিম একটি কাজ ৫ দিনে এবং করিম তা ১০ দিনে করতে পারে। ২ জনে একত্রে ১ দিনে কাজের কত অংশ করতে পারবে?** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. $\frac{৩}{১০}$ খ. $\frac{১}{১৫}$ গ. $\frac{২}{২৫}$ ঘ. $\frac{১}{১০}$ উত্তর: ক

সমাধান:

রহিম ৫ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " $= \frac{১}{৫}$ " "

আবার, করিম ১০ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " $= \frac{১}{১০}$ " "

সুতরাং তারা ২ জনে একত্রে ১ দিনে করতে পারবে কাজটির $= (\frac{১}{৫} + \frac{১}{১০})$ অংশ $= \frac{২+১}{১০} = \frac{৩}{১০}$ অংশ।

২. **ক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে। খ ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। তাঁরা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?** *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯] + [বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

ক. ৬ দিন খ. ৮ দিন গ. ১০ দিন ঘ. ১২ দিন উত্তর: ক

সমাধান:

ক ১০ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " $= \frac{১}{১০}$ " "

আবার, খ ১৫ দিনে করে = ১ অংশ কাজ

∴ " ১ " " $= \frac{১}{১৫}$ " "

এখন, ক এবং খ একত্রে ১ দিনে করে কাজটির $= (\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫})$ অংশ $= \frac{৩+২}{৩০} = \frac{৫}{৩০} = \frac{১}{৬}$ অংশ।

এখন, তারা একত্রে $\frac{১}{৬}$ অংশ কাজ করে = ১ দিনে

∴ " " ১ " " " $= (১ \div \frac{১}{৬})$ " $= ১ \times ৬ = ৬$ দিনে সুতরাং তার একত্রে কাজটি শেষ করবে ৬ দিনে।

বিকল্প সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান)

দুজনের আলাদা সময় থেকে একত্রে সময় বের করতে হলে, সূত্র: $\frac{A \times B}{A + B}$ এখানে A, B দিয়ে দু' জনের লাগা দিন।

অথবা : $\frac{\text{১ম জনের লাগা দিন} \times \text{২য় জনের লাগা দিন}}{\text{১ম জনের লাগা দিন} + \text{২য় জনের লাগা দিন}}$ । সূত্র অনুযায়ী সমাধান : $\frac{১০ \times ১৫}{১০ + ১৫} = \frac{১০ \times ১৫}{২৫} = ৬$ দিন

মুখে মুখে করার ম্যাজিকাল পদ্ধতি : (ল.সা.গু টেকনিক)

এই দুটি অধ্যায়ের অংক গুলো মুখে মুখে করার অসাধারণ একটি টেকনিক হচ্ছে ল.সা.গু পদ্ধতি। Youtube এবং শত শত ওয়েবসাইটের প্রায় সব ম্যাথ এই নিয়মে সমাধান করে দেয়া । (আমাদের ইউটিউব চ্যানেলেও এই নিয়মের ভিডিও পাবেন।)

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক) এখানে, মোট কাজ ১০ ও ১৫ এর ল.সা.গু = ৩০ একক (প্রদত্ত দিনগুলোর ল.সা.গু)

এখানে, ক একদিনে করে $= \frac{৩০}{১০} = ৩$ একক, খ একদিনে করে $= \frac{৩০}{১৫} = ২$ একক।

সুতরাং ক ও খ একত্রে ১দিনে করতে পারে $= (৩+২) = ৫$ একক। ∴ সম্পূর্ণ ৩০একক করতে সময় লাগবে $= \frac{৩০}{৫} = ৬$ দিন

৩. দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা যথাক্রমে ১০ ও ১৫ ঘন্টায় পানি পূর্ণ করে। নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? *(রেজিস্ট্রার্ড প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক পদে নিয়োগ পরীক্ষা-১১)* + *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ৫ ঘন্টায় খ. ৬ ঘন্টায় গ. ৭ ঘন্টায় ঘ. ৮ ঘন্টায় উত্তর: খ

সমাধান:

১ম নলটি ১০ ঘন্টায় পূর্ণ করে = ১ অংশ।

∴ " ১ " " " $= \frac{১}{১০}$ "

আবার, ২য় নলটি ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ করে = ১ অংশ।

∴ " ১ " " $= \frac{১}{১৫}$ "

এখন, নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে ১ ঘন্টায় পূর্ণ হবে $= (\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫})$ অংশ $= \frac{৩+২}{৩০} = \frac{৫}{৩০} = \frac{১}{৬}$ অংশ।

এখন, নল দুটি একত্রে $\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ করে = ১ ঘন্টায়

∴ " " " ১ " " " $= (১ \div \frac{১}{৬})$ " $= (১ \times \frac{৬}{১}) = ৬$ ঘন্টায়

সুতরাং নল দুটি একত্রে খোলা রাখলে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করবে ৬ ঘন্টায়।

Shortcut

$\frac{১০ \times ১৫}{১০ + ১৫} = \frac{১০ \times ১৫}{২৫} = ৬$ ঘন্টা

Ratio Table:

একজনকে শেষ করতে ১০দিন অন্যজনকে ১৫ দিন লাগলে দুজনকে একত্রে লাগবে = ৬দিন। অর্থাৎ ১০ : ১৫ = ৬

" " " ২০ " " ৩০ " " " " " = ১২দিন। অর্থাৎ ২০ : ৩০ = ১২

" " " ৩০ " " ৪৫ " " " " " = ১৮দিন। অর্থাৎ ৩০ : ৪৫ = ১৮

এভাবে বাড়তে থাকলে উত্তরও আনুপাতিক হারে বাড়তে থাকবে।

আরেকটি মিল আছে এভাবে :

একজনকে শেষ করতে ৩ দিন অন্যজনকে ৬ দিন লাগলে দুজনকে একত্রে লাগবে = ২দিন। অর্থাৎ ৩ : ৬ = ২

" " " ৬ " " ১২ " " " " " = ৪ দিন। অর্থাৎ ৬ : ১২ = ৪

" " " ১২ " " ২৪ " " " " " = ৮দিন। অর্থাৎ ১২ : ২৪ = ৮

মনে রাখবেন: পুরো অধ্যায়ে এই সংখ্যাগুলো বেশি বেশি পাবেন, দ্রুত উত্তর বের করতে মনে রাখুন।

৪. কবীর একটি কাজ ২০ দিনে এবং রহিম ঐ কাজটি ৩০ দিনে করতে পারে। তারা দুই জন মিলে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে। *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ২০ দিন খ. ১৫ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ১০ দিন উত্তর: গ

সমাধান: কবীর ও রহিম একত্রে ১ দিনে করে কাজটির $= (\frac{১}{২০} + \frac{১}{৩০})$ অংশ $= \frac{৩+২}{৬০} = \frac{৫}{৬০} = \frac{১}{১২}$ অংশ

উভয়ে একত্রে $\frac{১}{১২}$ অংশ কাজ করে = ১ দিনে

∴ ১ " " " $= (১ \times \frac{১২}{১}) = ১২$ দিনে। সুতরাং তারা দুজনে মিলে একত্রে কাজটি শেষ করবে ১২ দিনে।

৫. একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল আছে। একটি নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ২০ মিনিটে এবং অপরটি দ্বারা ৩০ মিনিটে পানি দ্বারা পূর্ণ হয়। নল দুইটি একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? *(পরিবেশ ও বন মন্ত্রণা: অফিসার-০৬)*

ক. ১২ খ. ১৩ গ. ১৪ ঘ. ১৫ উত্তর: ক

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক)

২০ এবং ৩০ এর ল.সা.গু. = ৬০, ১ম পাইপ $\frac{৬০}{২০} = ৩$ এবং ২য় পাইপ $= \frac{৬০}{৩০} = ২$

∴ একত্রে পূর্ণ হতে সময় লাগে $= \frac{৬০}{৩+২} = \frac{৬০}{৫} = ১২$ মিনিট

[সূত্র দিয়ে $= \frac{২০ \times ৩০}{২০ + ৩০} = ১২$]

৬. একটি পাইপ দ্বারা একটি ট্যাংক ৩ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। দ্বিতীয় পাইপটি দ্বারা ট্যাংকটি পূর্ণ হতে ৬ ঘন্টা সময় লাগে। দুইটি পাইপ একসাথে ছেড়ে দেয়া হলে ট্যাংকটি পূর্ণ হতে কত মিনিট লাগবে? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ৬০ খ. ৯০ গ. ১২০ ঘ. ১৪০ উত্তর: গ

সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক)

৩ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ৬; ১ম পাইপ $= \frac{৬}{৩} = ২$ এবং ২য় পাইপ $= \frac{৬}{৬} = ১$

∴ একত্রে পূর্ণ হতে সময় লাগে $= \frac{৬}{২+১} = \frac{৬}{৩} = ২$ ঘন্টা বা ১২০ মিনিট।

সূত্র দিয়ে শর্টকাট

$\frac{৩ \times ৬}{৩ + ৬} = \frac{১৮}{৯} = ২$ ঘন্টা বা ১২০ মিনিট

৭. ক একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে, খ ঐ কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

ক. ২ দিন খ. ৩ দিন গ.৪ দিন ঘ. ৫ দিন উত্তর: গ

সমাধান: (ক+খ) একত্রে ১ দিনে করে $= \frac{১}{৬} + \frac{১}{১২}$ অংশ $= \frac{২+১}{১২} = \frac{৩}{১২} = \frac{১}{৪}$ অংশ সুতরাং সময় লাগবে = ৪ দিন।

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক)

৬ এবং ১২ এর ল.সা.গু = ১২, ক $= \frac{১২}{৬} = ২$, খ $= \frac{১২}{১২} = ১$

সুতরাং ক ও খ একত্রে করতে পারে $= \frac{১২}{২+১} = \frac{১২}{৩} = ৪$ দিনে।

সূত্র দিয়ে শর্টকাট

$\frac{৬ \times ১২}{৬ + ১২} = \frac{৬ \times ১২}{১৮} = ৪$ দিন

নিজে করুন:

৮. একটি চৌবাচ্চায় দু'টি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ৪ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা ১২ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দু'টি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? *[Sonali Bank.(off) - 2014]*

ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৩ উত্তর: ঘ

কাজের সময়ের সাথে কাজের পরিমাণ দেয়া থাকলে:

৯. মতি ১০ মিনিটে ৫০০ শব্দ এবং বকুল ১০ মিনিটে ৪০০ শব্দ টাইপ করে। দু'জনে এক সাথে কাজ করে ৩৬০০ শব্দ মোট কত মিনিটে টাইপ করবে? *[গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় আবাসন পরিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৬]* উত্তর: ক

ক. ৪০ খ. ৬০ গ. ৩০ ঘ. ৪৫

সমাধান:
মতি ও বকুল একত্রে ১০ মিনিটে টাইপ করতে পারে = ৫০০ + ৪০০ = ৯০০ শব্দ *[সময় ১০ মিনিট সমান হওয়ায় সরাসরি লেখা যায়]*
একত্রে ৯০০ শব্দ টাইপ করে = ১০ মিনিটে
" ১ " " " = $\frac{১০}{৯০০}$ "
∴ " ৩৬০০ " " " = $\frac{১০ \times ৩৬০০}{৯০০} = ৪০$ মিনিটে
উত্তর: ৪০ মিনিট

১০. রনি এবং জনি একটি অ্যাসাইনমেন্ট তৈরীর কাজ করছে। রনি ৬ ঘন্টায় ৩২ পৃষ্ঠা এবং জনি ৫ ঘন্টায় ৪০ পৃষ্ঠা লিখতে পারে। তারা দুজনে দুটি ভিন্ন কম্পিউটারে একসাথে কাজ করলে ১১০ পৃষ্ঠার একটি অ্যাসাইনমেন্ট কত সময়ে লিখতে পারবে? *[Uttara Bank (PO)-2017]* উত্তর: গ

ক. ৭ ঘন্টা খ. ৮ ঘন্টা গ. ৮ ঘন্টা ১৫ মিনিট ঘ. ৮ ঘন্টা ২৫ মিনিট

সমাধান:
রনি ৬ ঘন্টায় লিখতে পারে = ৩২ পৃষ্ঠা।
আবার জনি ৫ ঘন্টায় লিখিতে পারে = ৪০ পৃষ্ঠা। ∴১ ঘন্টায় = ৮ পৃষ্ঠা এবং ৬ ঘন্টায় = ৬×৮ = ৪৮ পৃষ্ঠা। (৬ ঘন্টা সমান)
এখন, তারা দুজনে মিলে ৬ ঘন্টায় লিখতে পারে = ৩২+৪৮ = ৮০ পৃষ্ঠা।
উভয়ে একত্রে ৮০ পৃষ্ঠা লিখতে সময় লাগে = ৬ ঘন্টা।

Turning point: এখানে সময় ৬ঘন্টাকে সমান করলে তাদের লেখা পৃষ্ঠা সংখ্যাগুলোকে যোগ করা যাবে এবং ৬+৬ = ১২ ঘন্টা না হয়ে, ৬ ঘন্টা হবে। কারণ উভয়ে একসাথে কাজ করবে।

∴ " " ১ " " " " = $\frac{৬}{৮০}$ ঘন্টা।
∴ " " ১১০ " " " " = $\frac{৬ \times ১১০}{৮০} = \frac{৩৩}{৪} = ৮\frac{১}{৪}$ ঘন্টা = $৮\frac{১}{৪} \times ৬০ = ৮$ ঘন্টা ১৫ মিনিট

Note: ৪ দিয়ে ৩৩ কে ভাগ করলে ভাগফল ৮ এর পর ভাগশেষ ১ ঘন্টাকে ৬০ মিনিট বানিয়ে ৪ দিয়ে ভাগ করায় ১৫মিনিট এসেছে।

(খ) দুজনের একসাথে কাজ - একজনের কাজ:

একটি নল দ্বারা পানি ঢুকলে এবং আরেকটি দিয়ে বের হলে অথবা দুজনের কাজ থেকে একজনের কাজ বিয়োগ করলে অন্যজনকে কতদিন লাগবে তা বের হবে।

এ ধরনের অংক খুব দ্রুত করতে চাইলে এই সূত্রটি প্রয়োগ করুন :

শর্টকাট: Together- Single = Single = $\frac{A \times B}{Big - small}$

সূত্রের ব্যাখ্যা: উপরে দুজনের একাকী কাজ করার দিন গুণ করতে হবে এবং নিচে বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট সংখ্যাটি বিয়োগ করুন।

১১. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি ২০ দিনে করতে পারলে খ একা কাজটি কত দিনে করতে পারবে? *[৩০ তম বিসিএস] + [PETROBANGLA – (UDA)-2017]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]+[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]* উত্তর: ঘ

ক. ২৫ দিন খ. ৩৫ দিন গ. ৪০ দিন ঘ. ৩০ দিন

বিস্তারিত সমাধান:
ক ও খ একত্রে ১২ দিনে করতে পারে = ১ অংশ কাজ
∴ক ও খ একত্রে ১ দিনে করতে পারে = $\frac{১}{১২}$ অংশ
আবার, ক ১ দিনে করতে পারে = $\frac{১}{২০}$ অংশ কাজ
∴খ ১ দিনে করতে পারে $\frac{১}{১২} - \frac{১}{২০} = \frac{৫-৩}{৬০} = \frac{২}{৬০} = \frac{১}{৩০}$ অংশ [বুঝে গেলে সরাসরি এখান থেকে শুরু করুন $\frac{১}{১২} - \frac{১}{২০}$]
খ কে $\frac{১}{৩০}$ অংশ করতে লাগে = ১ দিন। [ট্রিক্স: দ্রুত করতে চাইলে সরাসরি উল্টিয়ে দিলেই হয়ে যাবে।]
খ কে ১ বা সম্পূর্ণ অংশ করতে লাগে = ১×৩০ দিন । উত্তর: ৩০ দিন। (এভাবে বিস্তারিত দেয়া হল বোঝার জন্য, ২ লাইনে করতে চাইলে সরাসরি $\frac{১}{১২}$ থেকে $\frac{১}{২০}$ বিয়োগ করে উল্টিয়ে দিলেই উত্তর ৩০ দিন ই চলে আসবে)।

বিকল্প সমাধান: মোট কাজ ১২ ও ২০ এর ল.সা.গু = ৬০ একক
(ক + খ) = $\frac{৬০}{১২} = ৫$ এবং ক = $\frac{৬০}{২০} = ৩$ ∴খ = ৫-৩ =২
সুতরাং খ কাজটি করতে পারে = $\frac{৬০}{২} = ৩০$ দিন।

প্রিলির পরীক্ষায় শর্টকাট সূত্র = $\frac{১ \text{ জনের কাজ} \times \text{অপর জনের কাজ}}{\text{বেশি সময় লাগে যার - কম সময় লাগে যার}}$ অর্থাৎ $\frac{A \times B}{Big - small}$ [নিচে বামে বড় সংখ্যা]
সুতরাং খ কাজটি করতে পারে = $\frac{১২ \times ২০}{২০ - ১২} = \frac{২৪০}{৮} = ৩০$ দিন। উত্তর : ৩০ দিন।

১২. দুই জন লোক একত্রে একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে। প্রথম জন কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। দ্বিতীয় জন ঐ কাজটি কত দিনে করবে? *-(প্রাক:প্রাথ:বি:সহ:শি:নি:পরী:-১৩) + [৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]* উত্তর: গ

ক. ২০ দিনে খ. ২৫ দিনে গ. ২৪ দিনে ঘ. ৩০ দিনে

সমাধান: দুজনে একত্রে ১ দিনে করে = $\frac{১}{৮}$ অংশ। আবার প্রথম জন ১ দিনে করে = $\frac{১}{১২}$ অংশ
সুতরাং দ্বিতীয়জন ১ দিনে করে = $\frac{১}{৮} - \frac{১}{১২} = \frac{৩-২}{২৪} = \frac{১}{২৪}$ অংশ
$\frac{১}{২৪}$ অংশ করতে ১ দিন লাগলে সম্পূর্ণ অংশ করতে সময় লাগবে = ১×২৪ = ২৪ দিন। উত্তর: ২৪ দিন।

Shortcut
$\frac{৮ \times ১২}{১২ - ৮} = \frac{৮ \times ১২}{৪} = ২৪$

বিকল্প সমাধান: মোট কাজ = ৮ ও ১২ এর ল.সা.গু = ২৪ একক, (১ম+২য়) = $\frac{২৪}{৮} = ৩$ এবং ১ম জন = $\frac{২৪}{১২} = ২$
∴২য় জন = ৩-২ = ১ সুতরাং সম্পূর্ণ কাজটি ২৪ একক একা করতে ২য় জনকে সময় লাগবে = ২৪ ÷১ = ২৪ দিন।

নিজে করুন:

১৩. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ৪ দিনে করতে পারে । ঐ কাজ ক একা ১২ দিনে করতে পারে । কাজটি করতে খ এর কত দিন লাগবে ? *[RAKUB (Cashier)-2017]* উত্তর: গ

ক. ১০দিন খ. ৮দিন গ. ৬দিন ঘ. ২০ দিন

১৪. আরিফ একটি কাজ ৬০ দিনে করতে পারে। আরিফ এবং বাবর এক সাথে মিলে ঐ কাজ ২০ দিনে শেষ করতে পারে। বাবর একা কতদিনে ঐ কাজ শেষ করতে পারবে? *[CGDF Auditor Exam-2017]* উত্তর: ক

ক. ৩০ খ. ৪৫ গ. ৬০ ঘ. কোনটিই নয়

১৫. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১০ দিনে শেষ করতে পারে। খ একা কাজটি ১৪ দিনে শেষ করতে পারলে ক একা কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে? *(অর্থ মন্ত্রণা:(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১২ এবং প্রাক:প্রাথ:রি:সহ:শি:নি:পরী:-২০১২)*
ক. ৩০ দিন খ. ৩৫ দিন গ. ৪০দিন ঘ. ৪৫ দিন উত্তর: খ

১৬. মুরাদ ও মাসুম একত্রে একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে। মাসুম একা কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে । কাজটির অর্ধেক একা করতে মুরাদের কতদিন লাগবে? *(বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এক্সিকিউটিভ/টেপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০)*
ক. ৪ দিন খ. ৫ দিন গ. ৬দিন ঘ. ৮ দিন উত্তর: খ

সমাধান: মাসুম ১ দিনে করে কাজটির $= \frac{১}{১৫}$ অংশ

আবার, মুরাদ ও মাসুম একত্রে ১ দিনে করে কাজটির $= \frac{১}{৬}$ অংশ

∴ মুরাদ ১ দিনে করতে পারে $= (\frac{১}{৬} - \frac{১}{১৫})$ অংশ $= \frac{৫-২}{৩০} = \frac{৩}{৩০} = \frac{১}{১০}$ অংশ

∴ মুরাদ $\frac{১}{১০}$ অংশ করে ১ দিনে

∴ " ১ " " $\frac{১০ \times ১}{১} = ১০$ দিনে।

সুতরাং কাজটির অর্ধেক একা শেষ করতে মুরাদের সময় লাগবে $= ১০ \div ২ = ৫$ দিন

Shortcut
$\left(\frac{৬ \times ১৫}{১৫ - ৬}\right) \times \frac{১}{২} = \frac{৯০}{৯} \times \frac{১}{২} = ৫$দিন

ল.সা.গু টেকনিক: মোট কাজ ৬ ও ১৫ এর ল.সা.গু ৩০ একক হলে
(মুরাদ + মাসুম) : মাসুম = ৫:২। মুরাদ = ৫-২ = ৩।
এখন ১৫ একক করতে মুরাদকে লাগবে = ১৫÷৩ = ৫দিন।

নিজে করুন:

১৭. সনি ও পমি একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। সনি একা কাজটি ১৬ দিনে করতে পারে। একা কাজটি করতে পমির সনি অপেক্ষা কতদিন বেশি লাগবে? *[এন এস আই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ১৮ দিন খ. ৩২ দিন গ. ৪৮ দিন ঘ. ৬০ দিন উত্তর: খ

[Hints: পমির লাগে $= \frac{১২ \times ১৬}{১৬ - ১২} = \frac{১২ \times ১৬}{৪} = ৪৮$ দিন । সুতরাং দিন বেশি লাগে $= ৪৮-১৬ = ৩২$ দিন।]

১৮. ক ও খ একটি কাজ ১২ দিনে সম্পন্ন করে। ক, খ ও গ ঐ কাজটি ৮ দিনে করে। গ ঐ কাজটি একা করতে কত দিন লাগবে?
ক. ১৮ খ. ৩১ গ. ২৪ ঘ. ৫২ উত্তর: গ

[Hints: এখানে ক ও খ মিলে একজন (A) এবং ক+খ+গ মিলে ২য় জন (B) ধরলে বিয়োগের সূত্রটি দিয় করুন]

চৌবাচ্চার অংকের ক্ষেত্রে :

একটি নল দিয়ে পানি ঢুকলে ও আরেকটি দিয়ে পানি বের হলে ১ম নলটি থেকে ২য় টি বিয়োগ করতে হবে। এক্ষেত্রে অবশ্যই আগে ভগ্নাংশ বানিয়ে নিতে হবে অর্থাৎ একক সময়ে পানি প্রবেশ বা বের হওয়ার পরিমাণ নির্ণয় করতে হবে।

১৯. একটি পানির ট্যাঙ্কে দুটি নল আছে। প্রথম নলটি খুলে দিলে ট্যাঙ্কটি ১০ ঘন্টায় পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নলটি খুলে দিলে পূর্ণ ট্যাঙ্কটি ১৫ ঘন্টায় খালি হয়। দুটি নল একসাথে খুলে দিলে খালি ট্যাঙ্কটি কত সময়ে পূর্ণ হবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণা: (ব্যক্তি: কর্ম:-)-০৬]*
ক. ২০ খ. ১৫ গ. ৩০ ঘ. ১০ উত্তর: গ

সমাধান: একটি দিয়ে ঢুকে এবং একটি দিয়ে বের হয়, তাই বিয়োগ করতে হবে।

প্রথম নল দিয়ে ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয় $= \frac{১}{১০}$ অংশ

২য় নল দিয়ে ১ ঘন্টায় খালি হয় $= \frac{১}{১৫}$ অংশ

সুতরাং ১ ঘন্টায় মোটের উপর পূর্ণ হয় $= \frac{১}{১০} - \frac{১}{১৫} = \frac{৩-২}{৩০} = \frac{১}{৩০}$ অংশ

$\frac{১}{৩০}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ ঘন্টায় ∴ ১ বা সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হতে সময় লাগে $= ১ \times ৩০ = ৩০$ ঘন্টায়। উত্তর: ৩০ ঘন্টায়।

Shortcut
$\frac{১৫ \times ১০}{১৫ - ১০} = \frac{১৫ \times ১০}{৫} = ৩০$ঘন্টা।

প্রশ্নের মধ্যকার সংখ্যা এবং প্রশ্ন সমাধানের স্টাইল একই। কিন্তু প্রশ্নের ভাষায় ভিন্নতা থাকায় কনফিউশনে পরতে পারেন:

২০. একটি চৌবাচ্চা একটি নল দ্বারা ১০ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তাতে একটি ছিদ্র থাকায় পূর্ণ হতে ১৫ ঘন্টা লাগে। ছিদ্র দ্বারা চৌবাচ্চা খালি হতে কত সময় লাগবে? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (সহ: শ্রম অফিসার)-২০০৩]*
ক. ২০ ঘন্টা খ. ২৫ ঘন্টা গ. ৩০ ঘন্টা ঘ. ৩৫ ঘন্টা উত্তর: গ

সমাধান: (এই প্রশ্নে ছিদ্র থাকলে বিয়োগ করার এবং বিয়োগ করার পরের লাগা সময় থাকলে কিভাবে আবার বিয়োগ হয় তা শিখে রাখুন)
ধরুন, ৫-? = ২ । অর্থাৎ কিন্তু যদি বলা হয় ৫ থেকে কত বিয়োগ করলে ২ হয়। তখনো কিন্তু বিয়োগ করতে হয় এভাবে, ৫-২ = ? ।
এই বিষয়টাই এই ধরণের অংককে কাজে লাগাতে হয়। (পূর্ণ-খালি) = একত্রে পূর্ণ আবার (পূর্ণ - একত্রে পূর্ণ) = খালি একই বিষয়।

ধরি, ছিদ্র দিয়ে খালি হতে সময় লাগবে = x ঘন্টা। [বিয়োগ করার বিষয়টা যাতে কনফিউশন তৈরী না হয় তাই x ধরে দেখানো হলো]

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{১০} - \frac{১}{x} = \frac{১}{১৫}$ [সমীকরণ সাজানোর সময় ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয়]

$\Rightarrow \frac{১}{১০} - \frac{১}{১৫} = \frac{১}{x}$ [x না ধরে করার সময় সরাসরি এই লাইন থেকেই করা যায়]

$\Rightarrow \frac{৩-২}{৩০} = \frac{১}{x} \Rightarrow \frac{১}{x} = \frac{১}{৩০}$ ∴ x = ৩০ সুতরাং ছিদ্র দিয়ে খালি হতে সময় লাগবে = ৩০ ঘন্টা। উত্তর: ৩০ ঘন্টা।

Shortcut
$\frac{১৫ \times ১০}{১৫ - ১০} = \frac{১৫ \times ১০}{৫} = ৩০$ঘন্টা।

নিজে করুন:

২১. একটি পিপায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নলটি খুলে দিলে পিপাটি ২০ মিনিটে পূর্ণ হয়। দ্বিতীয় নলটি খুলে দিলে ৩০ মিনিটে পরিপূর্ণ পিপাটি খালি হয়। দুটি নল এক সংঙ্গে খুলে দিলে খালি পিপাটি কত সময়ে পূর্ণ হয়? *[২৪তম বিসিএস লিখিত]*
ক. ১৬ খ. ৪০ গ. ৩০ ঘ. ৬০ উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-০২ ঃ দু'য়ের অধিক নল থাকলে বা দু' জনের বেশী কাজ করলে

দুজনের থেকে অধিক মানুষ কাজ করলে অথবা দুটি নলের থেকে বেশি নল থাকলে উপরের দুটি নিয়মের মতই সমাধান করতে হয়। তবে এক্ষেত্রে শর্টকার্ট সুত্রের থেকে বুঝে বুঝে কম লিখে সমাধান করলেই সময় কম লাগবে।

Shortcut: তিনজন কাজ করলে $= \frac{ABC}{AB + BC + CA}$

২২. ১টি কাজ রিমি,সিমি ও মণি যথাক্রমে ২০, ৩০, ৬০ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?
ক. ১০ দিন খ. ১৫ দিন গ. ২০ দিন ঘ. ৩০ দিন উত্তর: ক

সমাধান: ৩ জন একত্রে ১ দিন করবে $= \frac{১}{২০} + \frac{১}{৩০} + \frac{১}{৬০} = \frac{৩+২+১}{৬০} = \frac{৬}{৬০} = \frac{১}{১০}$ অংশ।

এভাবে বের করে শেষে উল্টিয়ে দেয়ার কাজটি করতে হয়। অর্থাৎ $\frac{১}{১০}$ করতে লাগে ১ দিন ∴১ অংশ করতে লাগবে = ১০ দিন ।

বিকল্প সমাধান: ২০, ৩০ এবং ৬০ এর ল.সা.গু. = ৬০ একক ∴রিমি : মিমি : মনি = ৩ : ২ : ১

∴তারা ৩ জনে একত্রে করতে পারবে $= \frac{৬০}{৩+২+১} = \frac{৬০}{৬} = ১০$ দিন।

নিজে করুন:

২৩. মিনা, রাজু ও মিঠু একটি কাজ যথাক্রমে ১৫দিন, ১০ দিন ও ৬ দিনে সম্পন্ন করতে পারে। তারা একত্রে কাজ করলে ঐ কাজটি সম্পন্ন হতে মোট কতদিন সময় লাগবে? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*
ক. ২দিন খ. ৩দিন গ. ৪দিন ঘ. ৬দিন উত্তর: খ

[**Hints:** বিস্তারিত আগের নিয়মে, ☞ ল.সা.গু পদ্ধতিতে: ১৫, ১০ এবং ৬ এর ল.সা.গু = ৩০ ধরে মিনা : রাজু: মিঠু = ২ : ৩ : ৫ একসাথে করলে (২+৩+৫) = ১০ সুতরাং সময় লাগবে = (৩০÷১০) = ৩ দিন।]

২৪. ক যে কাজ ১২ দিনে করতে পারে, খ সে কাজ ১৫ দিনে এবং গ ২০ দিনে করতে পারলে তারা একত্রে কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে? *[BIWTA-2018]* উত্তর: ঘ

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫

২৫. একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দ্বারা যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটির অর্ধেক পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[গ্রাম:বিঃসহ:শিঃনিঃপরী:-১২]+[বিরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় উপপ পরিদর্শক-২০ ১৩]* উত্তর: ক

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫

[**Hints:** সম্পূর্ণ অংশ করতে যত সময় লাগে তা বের করে ২ দিয়ে ভাগ দিলেই উত্তর বের হবে]

২৬. দুইটি নল দিয়ে একটি ট্যাংক যথাক্রমে ১২ ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তৃতীয় একটি নল দ্বারা সেটি ২০ ঘন্টায় খালি হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দিলে ট্যাংকটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[BADC-(Store Keeper)-2017] + [তিতাস গ্যাস সহ: অফি:-২০১৮]* উত্তর: খ

ক. ১২ ঘন্টায় খ. ১০ ঘন্টায় গ. ৮ ঘন্টায় ঘ. ৭ ঘন্টায়

✍সমাধান: প্রথম নল দুটি ১ ঘন্টায় পূর্ণ করে যথাক্রমে = $\frac{১}{১২}$ অংশ এবং $\frac{১}{১৫}$ অংশ।

আবার ৩য় নল দ্বারা ১ ঘন্টায় খালি হয় = $\frac{১}{২০}$ অংশ।

সুতরাং তিনটি নল একসাথে চালু থাকলে ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয়

$= \frac{১}{১২} + \frac{১}{১৫} - \frac{১}{২০}$ (পূর্ণ করায় যোগ এবং খালি করায় বিয়োগ করা হয়েছে)

$= \frac{৫+৪-৩}{৬০} = \frac{৬}{৬০} = \frac{১}{১০}$ অংশ। (পূর্ণ হয়। যদি ভগ্নাংশটির আগে (-) বিয়োগ চিহ্ন আসতো তাহলে খালি হতো)

এখন, $\frac{১}{১০}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ ঘন্টায়

∴ সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় = ১×১০ = ১০ ঘন্টায়।

☞**পরীক্ষার হলে এক লাইনে সমাধান:** ১ ঘন্টায় পূর্ণ করে = $\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৫}-\frac{১}{২০}=\frac{৫+৪-৩}{৬০}=\frac{৬}{৬০}=\frac{১}{১০}$ = ১০ঘন্টা

☞**ল.সা.গু টেকনিক:** ১২, ১৫ এবং ২০ এর ল.সা.গু = ৬০।

১ম নল : ২য় নল : ৩য় নল = ৫ : ৪ : (- ৩) (খালি তাই বিয়োগ)

একত্রে পূর্ণ হতে সময় লাগবে = $\frac{৬০}{৫+৪-৩} = \frac{৬০}{৬}$ = ১০ ঘন্টা

২৭. একটি চৌবাচ্চায় তিনটি নল আছে। ১ম ও ২য় নল দ্বারা দ্বারা চৌবাচ্চাটি যথাক্রমে ১২ ও ১৮ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং ৩য় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি খালি হয়। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়ায় চৌবাচ্চাটি ৩৬ মিনিটে পূর্ণ হলো। ৩য় নল দ্বারা পূর্ণ চৌবাচ্চাটি কত সময়ে খালি হবে? *[৯ম-১০ম শ্রেণি (১৯৮৩ সংস্করণ)]*

✍সমাধান:

উভয় নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৮}=\frac{৩+২}{৩৬}=\frac{৫}{৩৬}$ অংশ

কিন্তু, ৩য় নল দ্বারা খালি হওয়ার ৩টি নল দ্বারা

১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\frac{১}{৩৬}$ অংশ

সুতরাং ১ মিনিটে ৩য় নল দ্বারা খালি হয় = $\frac{৫}{৩৬}-\frac{১}{৩৬}=\frac{৪}{৩৬}=\frac{১}{৯}$ অংশ

এখন, ৩য় নল দ্বারা $\frac{১}{৯}$ অংশ খালি হয় = ১ মিনিটে

∴৩য় " " ১ বা সম্পূর্ণ " " " = ৯ মিনিটে। **উত্তর: ৯মি.**

☞ x ধরে সমীকরণ দিয়ে খুব সহজে সমাধান:

ধরি, ৩য় নল দিয়ে চৌবাচ্চাটি খালি হয় = x মিনিটে

প্রশ্নমতে, $\frac{৩৬}{১২}+\frac{৩৬}{১৮}-\frac{৩৬}{x}=১$ অংশ।

[নিচে মোট সময় এবং উপরে যতক্ষণ চালু ছিল]

$\Rightarrow ৩+২-\frac{৩৬}{x}=১ \Rightarrow \frac{৩৬}{x}=৪ \therefore x = ৯$ (উত্তর)

সুতরাং ৩য় নল দিয়ে ৯মিনিটে চৌবাচ্চাটি খালি হবে।

[**Note:** ভগ্নাংশের হিসেব কম করতে চাইলে এই নিয়মে সমাধান করা সবথেকে সহজ। এরকম সমাধানগুলো দেখুন]

নিজে করুন:

২৮. নল 'ক' দ্বারা একটি ট্যাংক ২৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল 'খ' দ্বারা ট্যাংকটি ১৪ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল 'গ' দ্বারা ট্যাংকটি ৪২ মিনিটে খালি হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দেয়া হলে, ট্যাংকটি পূর্ণ হতে কত মিনিট লাগবে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফি:)-২০১৯]* উত্তর: গ

ক. ২১ খ. ১৮ গ. ১২ ঘ. ৯

[**Hints:** বিস্তারিত আগের নিয়মে, ☞ ল.সা.গু পদ্ধতিতে : মোট পানি = ২৮, ১৪ এবং ৪২ এর ল.সা.গু = ৮৪ লিটার।

১ম নল : ২য় নল : ৩য় নল = ৩ : ৬ : (- ২) অর্থাৎ একসাথে করলে পানি পূর্ণ করবে = ৩+৬-২ = ৭ লিটার।

সুতরাং সম্পূর্ণ ট্যাংক পূর্ণ হতে সময় লাগবে = ৮৪÷৭ = ১২ মিনিট]

পদ্ধতি- ০৩ঃ পূর্ণ অংশ না থেকে ভগ্নাংশ দেয়া থাকলে

☞ টিপস: যে ভগ্নাংশেরই কাজের সময় বের করতে বলা হোক না কেন, প্রথমে ১ অংশ কাজ করতে কত সময় লাগবে তা বের করার পর বাকী অংশের হিসেব করতে হবে। মনে রাখবেন, ১ অংশ কাজ করার সময় ×ভগ্নাংশ = ঐ ভগ্নাংশ কাজ করার সময়।

২৯. একজন শ্রমিক ২৫ দিনে একটি কাজের $\frac{৫}{১৬}$ অংশ শেষ করতে পারে। এই হারে কাজ করলে সম্পূর্ণ কাজ শেষ করতে তার অতিরিক্ত আর কত দিন লাগবে ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড(সহ: অফি)-২০১৮]* উত্তর: গ

ক. ৮০ দিন খ. ১২০ দিন গ. ৫৫ দিন ঘ. ৪৫ দিন

✍ বইয়ের ভাষায় সমাধান:

কাজ হয়ে গেছে $\frac{৫}{১৬}$ অংশ। সুতরাং কাজ অবশিষ্ট আছে = $(১ - \frac{৫}{১৬}) = \frac{১১}{১৬}$ অংশ

$\frac{৫}{১৬}$ অংশ কাজ করতে সময় লাগে = ২৫ দিন।

∴১ " " " " " = ২৫× $\frac{১৬}{৫}$ দিন (প্রথমবার ভগ্নাংশ উল্টিয়ে গুণ করতে হয়।)

∴ $\frac{১১}{১৬}$ " " " " " = ২৫× $\frac{১৬}{৫}$ × $\frac{১১}{১৬}$ দিন (২য় বার ভগ্নাংশ কে সরাসরি গুণ করতে হয়।)

= ৫৫ দিন।

উত্তর: ৫৫ দিন।

✍**বাস্তবে বুঝে করলে মুখে মুখে হবে:** ধরুন ১টি ১৬ তলা বিল্ডিংয়ের ৫ তলা বানাতে ২৫ দিন লেগেছে, তাহলে প্রতি তলা বানাতে লাগবে ২৫÷৫ = ৫ দিন। অবশিষ্ট (১৬-৫) = ১১ তলা বানতে সময় লাগবে, ১১×৫ = ৫৫ দিন।

নিজে করুন:

৩০. একটি চৌবাচ্চার $\frac{৩}{৫}$ ভাগ পূরণ হতে ৭ ঘন্টা লাগে। চৌবাচ্চাটির বাকি অংশ পূরণ হতে আর কত সময় লাগবে? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]* উত্তর: ঘ

ক. ৫ ঘন্টা: ৩০ মি. খ. ৪ ঘন্টা: ৩০ মি. গ. ৫ ঘন্টা: ৪০ মি. ঘ. ৪ ঘন্টা: ৪০ মি.

৩১. ক একটি কাজ ১০ দিনে এবং খ একটি কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৫ দিন কাজ করে বাকি অংশ গ এর জন্য রেখে দিল। গ কে ঐ কাজটির কত অংশ সম্পন্ন করতে হবে? *[বাংলাদেশ হাই-টেক পার্ক কতৃপক্ষ (স্টোর কিপার):২০২১]* উত্তর: গ

ক. $\frac{১}{২}$ অংশ খ. $\frac{১}{৪}$ অংশ গ. $\frac{১}{৬}$ অংশ ঘ. $\frac{১}{৮}$ অংশ

সমাধান: ∴ ক ও খ ১ দিনে করে $= \frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}=\frac{৩+২}{৩০}=\frac{৫}{৩০}=\frac{১}{৬}$ অংশ

∴ ক ও খ ৫ দিনে করে $= \frac{১}{৬}\times৫=\frac{৫}{৬}$ অংশ।

∴ গ কে করতে হবে = অবশিষ্ট অংশ $= (১-\frac{৫}{৬})$অংশ $= \frac{৬-৫}{৬}=\frac{১}{৬}$ অংশ

Shortcut (Ratio Table থেকে)
১০ ও ১৫ দিনে হলে পুরোটা করতে লাগে ৬ দিন। এখন ৫ দিনে করবে ৫/৬ ভাগ। তাহলে অবশিষ্ট থাকবে ১/৬ ভাগ।

৩২. সম্পূর্ণ খালি একটি চৌবাচ্চা একটি পাইপ দ্বারা ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। আবার দ্বিতীয় একটি পাইপ দ্বারা চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে ৩ ঘন্টা সময় লাগে। দুটি পাইপ একসাথে ছেড়ে দিলে চৌবাচ্চাটির $\frac{২}{৩}$ অংশ পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮] + [১৮তম বিসিএস]*

ক. $\frac{৫}{৪}$ খ. ৭ গ. $\frac{৫}{৬}$ ঘ. ৮ উত্তর: ক

সমাধান: ২টি নল একত্রে ১ ঘন্টায় পূর্ণ করে $= \frac{১}{৫}+\frac{১}{৩}=\frac{৩+৫}{১৫}=\frac{৮}{১৫}$ অংশ।

এখন, $\frac{৮}{১৫}$ অংশ পূর্ণ করতে সময় লাগে = ১ ঘন্টা।

∴ ১ অংশ " " " " $=\frac{১৫}{৮}$"

∴ $\frac{২}{৩}$ অংশ " " " " $=\frac{১৫}{৮}\times\frac{২}{৩}=\frac{৫}{৪}$ ঘন্টা। (শেষের লাইনে ভগ্নাংশ আসলে সরাসরি গুণ হয়)

মুখে মুখে: মাত্র ১০ সেকেন্ডে করার জন্য এভাবে সূত্র প্রয়োগ করে ভগ্নাংশ গুণ করতে হবে $\frac{৫\times৩}{৫+৩}\times\frac{২}{৩}=\frac{৫}{৪}$
[সূত্র প্রয়োগ করলে ১ অংশ× ভগ্নাংশ]

৩৩. একটি পানির ট্যাংক দুই - পঞ্চমাংশ পূর্ণ আছে। পাইপ A দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ১০মিনিটে পূর্ণ হয় আবার পাইপ B দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ৬মিনিটে খালি হয়। যদি দুটি পাইপ-ই একসাথে চালু করা হয়। কত সময় পর সম্পূর্ণ ট্যাংকটি পূর্ণ হবে অথবা খালি হবে? *[Janata Bank Ltd.(AEO) -2015]*

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৬ ঘ. ৮ উত্তর: গ

সমাধান: ১০মিনিটে পূর্ণ হয় এবং ৬ মিনিটে খালি হয়, অর্থাৎ খালি হতে কম সময় লাগে, তাহলে খালি হওয়ার পাইপটি মোটা এবং পূর্ণ হওয়ার পাইপটি চিকন। সুতরাং শেষে গিয়ে ট্যাংকটি অবশ্যই খালি- ই হবে।
এখানে, দুটি পাইপই একসাথে চালু থাকলে ১ মিনিটে খালি হয়

$\frac{১}{৬}-\frac{১}{১০}=\frac{৫-৩}{৩০}=\frac{২}{৩০}=\frac{১}{১৫}$ অংশ।

$\frac{১}{১৫}$ অংশ খালি হতে সময় লাগে = ১মিনিট।

∴১ " " " " " = ১৫মিনিট।

Shortcut (সরাসরি ভগ্নাংশ গুণ)
$\left(\frac{৬\times১০}{১০-৬}\right)\times\frac{২}{৫}=\frac{৬০}{৪}\times\frac{২}{৫}=৬$ মিনিট।

যেহেতু পাইপটি আগে থেকে দুই - পঞ্চমাংশ পূর্ণ আছে তাহলে = $\frac{২}{৫}$ খালি হতে সময় লাগবে = $১৫\times\frac{২}{৫}$ মি. বা ৬মিনিট।

পূর্ণ হবে নাকি খালি হবে? পানি ঢোকার থেকে বেশি বের হলে সবার শেষে ট্যাংকটি খালি হয়, তেমনি বের হওয়ার থেকে ঢোকার পরিমান বেশি হলে সবার শেষে ট্যাংকটি পূর্ণ হবে এবং **যার কম সময় লাগে সে ই বেশি পাওয়ারফুল।**

উপরের প্রশ্নটা ই A = ১০ মিনিটে পূর্ণ ও B = ৬ মিনিটে খালি এর পরিবর্তে **A = ৬ মিনিটে পূর্ণ ও B = ১০ মিনিটে খালি** দেয়া থাকলে এবং দুটি নল একসাথে চালু থাকলে এবার নলটি খালি হওয়ার পরিবর্তে পূর্ণ হবে। কারণ এবার পানি পূর্ণ করার পাইপটি কম সময়ে বেশি পানি প্রবেশ করাতে পারে। তাহলে ২/৫ অংশ পূর্ণ ট্যাংকের অবশিষ্ট ১-২/৫ = ৩/৫ অংশ পূর্ণ হবে।

৩৪. একটি পানির ট্যাংক দুই -পঞ্চমাংশ পূর্ণ আছে। পাইপ A দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ৬মিনিটে পূর্ণ হয় আবার পাইপ B দ্বারা সম্পূর্ণ ট্যাংকটি ১০ মিনিটে খালি হয়। যদি দুটি পাইপ-ই একসাথে চালু করা হয়। কতক্ষণ পর সম্পূর্ণ ট্যাংকটি পূর্ণ হবে বা খালি হবে?

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৯ ঘ. ৮ উত্তর: গ

সমাধান: (বিস্তারিত নিয়মে করার জন্য আগের সমাধানটি দেখুন। শেষে ২/৫ এর জায়গায় ৩/৫ গুণ হবে।)

১০ ও ৬ এর ল.সা.গু = ৩০ A : B = ৩ : (- ৫)

∴ দুই পঞ্চমাংশে পূর্ণ আছে = $৩০\times\frac{২}{৫}=১২$ একক।

বাকী (৩০-১২)= ১৮ একক পূর্ণ হতে সময় লাগবে = $\frac{১৮}{৫-৩}=\frac{১৮}{২}=৯$

Shortcut (সরাসরি ভগ্নাংশ গুণ)
$\left(\frac{৬\times১০}{১০-৬}\right)\times\frac{৩}{৫}=\frac{৬০}{৪}\times\frac{৩}{৫}=৯$ মিনিট।

৩৫. একটি নল দ্বারা একটি ড্রাম ৩২ মিনিটে পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা ড্রামটি ১৬ মিনিটে খালি হয়। যদি ড্রামটি অর্ধেক পূর্ণ থাকে, তাহলে দুটি নল একসাথে খুলে দিলে ড্রামটি:- *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ৮মিনিটে পূর্ণ হবে খ. ১৬মিনিটে পূর্ণ হবে গ. ১৬মিনিটে খালি হবে ঘ. ৩২মিনিটে খালি হবে উত্তর: গ

সমাধান: (এই প্রশ্নে একটা Logic শিখুন, তাহলে পূর্ণ হওয়া আর খালি হওয়া নিয়ে আর কখনো সমস্যা হবে না)
পূর্ণ হওয়া সংখ্যার আগে (+) চিহ্ন এবং খালি হওয়া সংখ্যার আগে (-) চিহ্ন দিয়ে অংক সাধারণ নিয়মে করলে দুটি নল দিয়ে প্রথম ১ মিনিটে. **[পূর্ণ নাকি খালি হয় তা শুরুতে জানা নেই, তবে শেষে বোঝা যাবে]**

$\frac{১}{৩২}+(-\frac{১}{১৬})$ এখন যোগফলের আগে যদি + আসে তাহলে শেষে পূর্ণ হবে আর (-) আসলে বুঝতে হবে খালি হবে।

$=\frac{১}{৩২}-\frac{১}{১৬}=\frac{১-২}{৩২}=\frac{-১}{৩২}$ [এখানে যেহেতু (-) চিহ্ন এসেছে তাই বুঝতে হবে ড্রামটি শেষে গিয়ে খালি হবে।]

$\frac{১}{৩২}$ অংশ খালি হয় = ১ মিনিটে [(-) চিহ্ন বাদ যাবে কারণ তা দেখে খালি হবে বোঝা গেছে তাই (−) এর কাজ শেষ]

∴ ১ অংশ খালি হয় = ৩২ মিনিটে। সুতরাং $\frac{১}{২}$ অংশ খালি হবে = $৩২\times\frac{১}{২}=১৬$ মিনিটে। **উত্তর: ১৬মিনিটে খালি হবে।**

শর্টকাট সমাধান:

৩২ ও ১৬ এর ল.সা.গু = ৩২ লিটার। ১ম নল : ২য় নল = ১ : (-২)
∴ অর্ধেক পূর্ণ থাকায় বর্তমানে পানি আছে = ১৬ লিটার।
যেহেতু ১ < -২। সুতরাং প্রতি মিনিটে খালি হবে ১-২ = -১ লিটার।
১৬ লিটার খালি হতে সময় লাগবে = ১৬÷১ = ১৬ মিনিটে।

Shortcut (সরাসরি ভগ্নাংশ গুণ)
$\left(\frac{৩২\times১৬}{৩২-১৬}\right)\times\frac{১}{২}=\frac{৩২\times১৬}{১৬}\times\frac{১}{২}=১৬$মি:

৩৬. একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দিয়ে যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চার অর্ধেক পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(গামা)-২০১৪]*

ক. ২ ঘন্টা খ. ৩ ঘন্টা গ. ৪ ঘন্টা ঘ. ৬ ঘন্টা উত্তর: ক

সমাধান: তিনটি নল দ্বারা ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয় $= \frac{১}{১০}+\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৫}=\frac{৬+৫+৪}{৬০}=\frac{১৫}{৬০}=\frac{১}{৪}$ অংশ

এখন, $\frac{১}{৪}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ ঘন্টায় ∴ $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ হয় = $৪\times\frac{১}{২}$ ঘন্টায় = ২ ঘন্টায়।

নিজে করুন:

৩৭. একটি বাড়ীর ছাদের ট্যাংটি একটি নল দ্বারা ২৫ মিনিটে পূর্ণ হয়। আবার বাড়ির ব্যবহারের জন্য ট্যাংটির যে নল আছে তা খুলে দিলে ৫০ মিনিটে সম্পূর্ণ খালি হয়ে যায়। ট্যাংটির অর্ধপূর্ণ থাকা অবস্থায় দুটি নল একসঙ্গে কাজ করলে ট্যাংটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? *(থানা শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯)*

ক. ২৫ মিনিট খ. ৩২ মিনিট গ. ৩৪ মিনিট ঘ. ২০ মিনিট উত্তর: ক

৩৮. একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দিয়ে যথাক্রমে ৮, ১২ ও ২৪ ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটির তিন চতুর্থাংশ পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[খাদ্য অধিদপ্তর (খাদ্য পরিদর্শক)-২০১১]* উত্তর: ক

ক. ৩ ঘন্টা খ. ৪ ঘন্টা গ. ৫ ঘন্টা ঘ. ৬ ঘন্টা

[**Hints:** ১ অংশের জন্য লাগা মোট সময় $\times \frac{৩}{৪}$]

পদ্ধতি-০৪ ঃ একটি নল বন্ধ হয়ে গেলে বা কাজ থেকে একজন চলে গেলে

"কে গেল আর কে থাকল তা ভালোভাবে লক্ষ্য করবেন"

এই নিয়মের অংকগুলো কয়েক ভাবে আসতে পারে,এখানে সবগুলো নিয়মের বিস্তারিত ও শর্টকাট সমাধান দেখানো হলো।

(৪.ক): যে নল চালু ছিল বা যে ব্যক্তি উপস্থিত ছিল তার কত সময় ?

টিপস: প্রথমে একত্রে কতটুকু কাজ করেছে তা বের করার পর মোট কাজ থেকে তা বিয়োগ করুন তাহলে যে কাজটি অবশিষ্ট থাকবে সে কাজটি-ই যে চলে যায় নি সে করতে কতদিন লাগবে তা বের করুন। এক্ষেত্রে প্রশ্নে প্রদত্ত ক্লু থেকে তার কাজের ক্ষমতা অনুযায়ী ঐকিক নিয়মে অংকটি সাজিয়ে তারপর করুন। যেমন:

৩৯. P ও Q -এর একটি কাজ একা সম্পন্ন করতে সময় লাগে যথাক্রমে ১৫ দিন ও ১০ দিন। তারা একত্রে কাজটি ৩ দিন করার পর P চলে যায়। অবশিষ্ট কাজ Q একা সম্পন্ন করে। সমগ্র কাজটি সমাপ্ত হতে কত সময় লাগল? *[Sonali Bank (SO)- 2014]* উত্তর: ঘ

ক.৩ খ.৪ গ.৫ ঘ.৮

সমাধান: P ও Q ১ দিনে করে $= \left(\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১০}\right)$ অংশ $= \frac{২+৩}{৩০} = \frac{৫}{৩০} = \frac{১}{৬}$ অংশ

$\therefore$ P ও Q ৩ দিনে করে $= \frac{১\times৩}{৬}$ অংশ $= \frac{১}{২}$ অংশ

মুখে মুখে: ১৫:১০ হিসেবে একসাথে করলে লাগবে ৬ দিন। তাহলে ৩ দিনে করেছে ১/২ অংশ। বাকী ১/২ করতে Q কে একা সময় লাগে = ৫ দিন। মোট ৩+৫ = ৮ দিন।

অবশিষ্ট কাজ $= ১-\frac{১}{২}=\frac{১}{২}$ অংশ

আবার, Q একাই ১ বা সম্পূর্ণ অংশ কাজ করে = ১০ দিনে

Q " $\frac{১}{২}$ " " " " $= \frac{১০\times১}{২}$ $\therefore$ সমগ্র কাজটি সমাপ্ত হতে সময় লাগবে = ৫ + ৩ = ৮ দিন ।

৪০. দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুটি খুলে দেওয়ার ৪ মিনিটে পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়ায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে আরও ৬ মিনিট লাগলো। নল দুটি দ্বারা আলাদাভাবে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে? *[BBS (অ্যাসিসট্যান্ট অফিসার)-২০১৪]* উত্তর: গ

ক. ১৮ ও ১২ মি. খ. ১৫ ও ১২ মি. গ. ২৪ ও ১২ মি. ঘ. ১০ ও ১৫ মি.

সমাধান: দুটি নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $= \frac{১}{৮}$ অংশ

$\therefore$ " " " ৪ " " " $= \frac{১\times৪}{৮}=\frac{১}{২}$ অংশ $\therefore$ অবশিষ্ট অংশ $= ১ - \frac{১}{২} = \frac{১}{২}$ অংশ

২য় নল দ্বারা অবশিষ্ট $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ হয় = ৬ মিনিটে $\therefore$ ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় $= (৬ \times ২) = ১২$ মিনিটে।

আবার, প্রথম নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $= \frac{১}{৮} - \frac{১}{১২}$ অংশ $= \frac{৩-২}{২৪} = \frac{১}{২৪}$ অংশ

প্রথম নল দ্বারা $\frac{১}{২৪}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ মিনিটে $\therefore$ ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় = ২৪ মিনিটে উত্তর: ২৪ মি. ও ১২ মি. ।

মুখে মুখে: একত্রে ৮ মিনিট লাগলে ৪ মিনিটে অর্ধেক হওয়ার পর বাকী অর্ধেকে একটি নলকে ৬ মিনিট লাগলে পুরোটা পূর্ণ করতে তাকে লাগবে **১২ মিনিট**। অর্থাৎ ১ নল একা ১২ মিনিট এবং ২টা মিলে ৮ মিনিট। তাই সূত্র দিয়ে $\frac{১২\times৮}{১২-৮}=\frac{৯৬}{৪}=$ ২৪ মি:

৪১. দুইটি নল দিয়ে একটি চৌবাচ্চা ৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুইটি খুলে দেয়ার ৬ মিনিট পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়ায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে আরও ৬ মিনিট লাগলো। দ্বিতীয় নলটি দিয়ে চৌবাচ্চাটি একক ভাবে পূর্ণ করতে কত মিনিট লাগবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ১২ খ. ১৬ গ. ২০ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: ১ম ও ২য় নল দিয়ে ৮ মিনিটে পূর্ণ হয় = ১ অংশ

$\therefore$ ১ম ও ২য় " " ১ " " " $= \frac{১}{৮}$ অংশ।

$\therefore$ ১ম ও ২য় " " ৬ " " " $= \frac{৬}{৮}=\frac{৩}{৪}$ অংশ

Shortcut: প্রথমে কাজ হয়ে গেছে
$\frac{৬}{৮}=\frac{৩}{৪}$ । অবশিষ্ট $\frac{১}{৪}$ অংশ পূর্ণ করতে লাগে = ৬ মিনিট।
সুতরাং ১ অংশ করতে লাগবে = ৪×৬ = ২৪ মিনিট।

তাহলে অবশিষ্ট থাকে $= (১ - \frac{৩}{৪}) = \frac{১}{৪}$ অংশ।

২য় নলটি দিয়ে অবশিষ্ট $\frac{১}{৪}$ অংশ পূর্ণ হয় = ৬ মিনিটে $\therefore$ ২য় নলটি দিয়ে সম্পূর্ণ অংশ পূর্ণ হয় = ৬×৪ = ২৪ মিনিটে(উত্তর)

৪২. সুজন একা একটি কাজ ৪ ঘন্টায় ও বিজন ঐ কাজটি একা ৫ ঘন্টায় করতে পারে। দুজনে মিলে একসাথে শুরু করে ২ ঘন্টা কাজ করার পর সুজন চলে গেলে, বিজনের কাজটি শেষ করতে কত সময় লাগবে? *[BGFCL (সাব- এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জিনিয়র-সিভিল)-২০২১]* উত্তর: গ

ক. ১ ঘন্টা খ. ৪৫ মিনিট গ. ৩০ মিনিট ঘ. ২০ মিনিট

সমাধান: উভয়ে একত্রে ১ ঘন্টায় করে কাজটির $= \frac{১}{৪}+\frac{১}{৫}$ অংশ $= \frac{৫+৪}{২০}=\frac{৯}{২০}$ অংশ

$\therefore$ ২ " " " $= \frac{৯\times২}{২০}=\frac{৯}{১০}$ অংশ

পরীক্ষার হলের স্টাইল: (ল.সা.গু টেকনিক)
ধরি মোট কাজ = ২০ একক। সুজন:বিজন = ৫:৪
২ ঘন্টায় করেছে ২×(৫+৪) = ১৮ একক।
অবশিষ্ট ২০-১৮ = ২ একক বিজন একা করবে =২/৪
= ১/২ ঘন্টা বা ৩০ মিনিটে।

অবশিষ্ট কাজ $= ১-\frac{৯}{১০}=\frac{১}{১০}$ অংশ

এখন, বিজন ১ অংশ কাজ করে = ৫ ঘন্টায়

" $\frac{১}{১০}$ " " " $= \frac{৫}{১০}$ ঘন্টায় $= \frac{৫\times৬০}{১০}$ মিনিট = ৩০ মিনিট ।

নিজে করুন:

৪৩. ক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে এবং খ ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৪ দিন কাজ করার পর ক চলে গেল। বাকি কাজ খ একা আর কত দিনে করতে পারবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়: (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬)* উত্তর: ঘ

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫

[**Hints:** Ratio Table থেকে ১০:১৫ হলে একত্রে ৬ দিন । একত্রে ৪ দিনে করে $= \frac{৪}{৬}=\frac{২}{৩}$ অবশিষ্ট $\frac{১}{৩}\times১৫(খ) =$ ৫ দিন]

এ ধরণের অংকের শেষের অংশটি দ্রুত করতে চাইলে **যার কাজের অংশ × তার কাজ করার মোট সময় = প্রয়োজনীয় সময়**

৪৪. ক একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে, খ ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে ৫ দিন কাজ করার পরে ক চলে গেল। বাকী কাজ খ একা কত দিনে করতে পারবে? *[উপজেলা ও থানা শিক্ষা অফিসার-২০০৫]*
ক. ৪ খ. ২.৫ গ. ৫ ঘ. ১২ উত্তর: খ

[**Hints:** Ratio বক্স থেকে ১০:১৫ হলে একত্রে ৬ দিন। একত্রে ৫ দিনে করে $\frac{৫}{৬}$ =অবশিষ্ট $\frac{১}{৬}\times ১৫(খ) = ২.৫$ দিন।]

৪৫. ক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে এবং খ কাজটি ৩০ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে ৮ দিনে করার পর ক চলে গেল। বাকি কাজ খ একা কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে? *[থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার:০৫]*
ক. ৯ খ. ১০ গ. ১১ ঘ. ১২ উত্তর: খ

[**Hints:** Ratio বক্স থেকে ২০:৩০ হলে একত্রে ১২ দিন। একত্রে ৮ দিনে করে $=\frac{৮}{১২}=\frac{২}{৩}$ অবশিষ্ট $\frac{১}{৩}\times ৩০(খ) = ১০$ দিন]

বিকল্প সমাধান: ২০ এবং ৩০ ল.সা.গু = ৬০ ক : খ = ৩ : ২ (ক+খ) ৮ দিনে করে = (৩+২) × ৮ = ৪০
অবশিষ্ট = (৬০ − ৪০) = ২০ একক ∴ খ একা করতে পারে =২০÷২ = ১০ দিনে।

(৪.খ) : যে ব্যক্তি চলে গেছে বা যে নল বন্ধ হয়ে গেছে কতক্ষণ একসাথে ছিল?

টিপস: এ অংকে যে যায়নি তার কাজের অংশ আগে বের করতে হবে। কেননা সে কাজের শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত উপস্থিত ছিল।

৪৬. ১টি কাজ ক ১২ দিনে, খ ২৪ দিনে করতে পারে। কাজটি শুরু করার কত দিন পর ক চলে গেলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট ১৫ দিন লাগবে?
ক. ২ খ. ৩ গ. ৪.৫ ঘ. ৫ উত্তর: গ

সমাধান : সম্পূর্ণ কাজটি ১৫ দিনে শেষ হয়েছে অর্থ যে কাজটা ছেড়ে যায় নাই সে একটানা ১৫ দিন কাজ করেছে। তাহলে যে কাজটা ছেড়ে চলে গেল সে কতদিন কাজ করেছে? এটা বের করার জন্য যে চলে যায় নি সে ১৫ দিনে কতটুকু কাজ করেছে সেটা বের করে অবশিষ্ট কাজটা ই অন্যজন করে চলে গেছে। এতটুকু ভালোভাবে বুঝলে খুব দ্রুত সমাধান করা যাবে

খ ১৫ দিনে করে $\frac{১৫}{২৪}=\frac{৫}{৮}$ অবশিষ্ট $\frac{৩}{৮}$ অংশ কাজ যেহেতু ক করে চলে গেছে তাই ক কে সময় লেগেছিল $=\frac{৩}{৮}\times ১২ = ৪.৫$

উপরের এই প্রশ্নটিই যদি নল চৌবাচ্চার অংকে আসে তাহলে নিচের মত করে আসবে:

৪৭. ২টি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ২০ ও ৩০ মিনিটে পূর্ণ করা যায়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুটি নলই একসাথে খুলে দেওয়া হলো। প্রথম নলটি কখন বন্ধ করলে মোট ১৮ মিনিটে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে? *[পুরাতন বোর্ড বই -৭ম শ্রেণী]-মিরপুর মডেল কলেজের অধীনে পুলিশ সহ: রাসায়নিক পরীক্ষক-২০০২]*
ক.৮ খ.১০ গ.১২ ঘ.১৫ উত্তর: ক

Turning Point: ১ম নলটি বন্ধ হওয়ার পর সম্পূর্ণ চৌবাচ্চা ১৮মিনিটে পূর্ণ হওয়া অর্থ হলো ২য় নলটি শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত ১৮ মিনিটই চালু ছিল। **অর্থাৎ কাজ ছেড়ে যে চলে যায় না সে শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত কাজ করে।**

সমাধান: ২য় নলটি মোট ১৮ মিনিট ই চালু ছিল তাই

২য় নলটি ৩০ মিনিটে পূর্ণ করে = ১ অংশ ∴ ১ মিনিটে পূর্ণ করে $=\frac{১}{৩০}$ অংশ ∴ ১৮মিনিটে পূর্ণ করে $=\frac{১৮}{৩০}=\frac{৩}{৫}$ অংশ

২য় নলটি $\frac{৩}{৫}$ অংশ পূর্ণ করায় অবশিষ্ট খালি অংশ = ১ (সম্পূর্ণ অংশ) - $\frac{৩}{৫}$ অংশ $=\frac{৫-৩}{৫}=\frac{২}{৫}$ অংশ

অর্থাৎ ১ম নলটি $\frac{২}{৫}$ অংশ পূর্ণ করার পর বন্ধ হয়েছে। এখন,

১ম নলটি ১ অংশ পূর্ণ করতে পারে = ২০ মিনিটে ∴ $\frac{২}{৫}$ অংশ পূর্ণ করতে পারে = ২০ × $\frac{২}{৫}$ মিনিটে = ৮ মিনিট (উত্তর)

Note: উভয় নলদ্বয় একসাথে ৮ মিনিট চলার পর প্রথম নলটি বন্ধ হয় এবং ২য় নলটি মোট ১৮ মিনিটে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চা পূর্ণ করে।

বিকল্প সমাধান: (ল.সা.গু টেকনিক) : ২০ এবং ৩০ এর ল.সা.গু = ৬০লিটর। ১ম নল : ২য় নল = ৩ : ২ । ২য় নল ১৮ মিনিটে পূর্ণ করে = ১৮×২ = ৩৬ তাহলে ১ম নল অবশিষ্ট ৬০-৩৬ = ২৪ অংশ পূর্ণ করে = ২৪÷৩ = ৮ মিনিটে।

বিকল্প সমাধান: (কাজ করতে করতে চলে যাওয়ার এই অংকগুলোতে x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান বুঝলে অনেক সহজ)
ধরি, ১ম নলটি বন্ধ করা হয়েছিল = x মিনিট পর। তাহলে প্রথম নল x মিনিট এবং ২য় নল ১৮ মিনিট কাজ করেছে।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{২০}+\frac{১৮}{৩০}=১ \Rightarrow \frac{x}{২০}+\frac{৩}{৫}=১ \Rightarrow \frac{x+১২}{২০}=১ \Rightarrow x+১২=২০ \therefore x=৮$

উপরের সমাধান করে দেয়া অংকটিই একটু ভিন্নভাবে আসতে পারে। যেমন:

৪৮. ২টি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ২০ ও ৩০ মিনিটে পূর্ণ করা যায়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুটি নলই একসাথে খুলে দেওয়া হলো। প্রথম নলটি ৮ মিনিট পর বন্ধ করলে মোট কত মিনিটে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে?
ক. ১৬ খ. ২২ গ. ২০ ঘ. ১৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়েছিল মোট = x মিনিটে [মোট সময় = ২য় নলটি চালু থাকার সময়]

প্রশ্নমতে, $\frac{৮}{২০}+\frac{x}{৩০}=১ \Rightarrow \frac{২}{৫}+\frac{x}{৩০}=১ \Rightarrow \frac{১২+x}{৩০}=১ \Rightarrow ১২+x=৩০ \therefore x=১৮$

বিকল্প সমাধান:

১ম নলটি ৮ মিনিটে পূর্ণ করে $=\frac{৮}{২০}=\frac{২}{৫}$ অংশ। ∴ অবশিষ্ট = ১- $\frac{২}{৫}=\frac{৩}{৫}$ অংশ ২য় নলটি পূর্ণ করে $=\frac{৩}{৫}\times ৩০ = ১৮$ মি.

নিজে করুন:

৪৯. দুটি নল A এবং B দিয়ে একটি ট্যাংক যথাক্রমে ২৪ ও ৩২ মিনিটে পূর্ণ হয়। যদি উভয় পাইপ একসাথে খুলে দেয়া হয় তাহলে কত সময় পর B কে বন্ধ করলে সম্পূর্ণ ট্যাংকটি মোট ১৮ মিনিটে পূর্ণ হবে?
ক. ১২ খ. ৬ গ. ১০ ঘ. ৮ উত্তর: ঘ

সমাধান:

A, পুরো ১৮ মিনিটে করে $=\frac{১৮}{২৪}=\frac{৩}{৪}$ অংশ, ∴ অবশিষ্ট ১ − $\frac{৩}{৪}=\frac{১}{৪}$ অংশ B করতে সময় নিয়েছিল, $\frac{১}{৪}\times ৩২ = ৮$মিনিট]

[**Note:** বড় বড় করে লিখে সমাধান করলেও এই সংখ্যাগুলোই থাকবে শুধু বামে বাংলা কথাগুলো লাগিয়ে দিতে হবে।]

বিকল্প সমাধান: ধরি, B চালু ছিল = x মিনিট।
তাহলে A এর ১৮ মিনিটে পূর্ণ করা অংশ + B এর x মিনিটে পূর্ণ করা অংশ = ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ ।

প্রশ্নমতে, $\frac{18}{24}+\frac{x}{32}=1 \Rightarrow \frac{72+3x}{96}=1 \Rightarrow 72+3x=96 \Rightarrow 3x=24 \therefore x=৮$ উত্তর: ৮ মিনিট।

কাজ শুরুর সময় এবং শেষের সময় দেয়া থাকলেও একই নিয়ম, শুধু হিসেব করে শেষে সময় যোগ করতে হবে।

৫০. **Asif can do a job in 15 hours, and Russel can do the same job in 9 hours. If they start doing the job together at 6am, and Russel stops working at. 9am, at what time will Asif finish the job?** (একটি কাজ আসিফ ১৫ ও রাসেল ৯ ঘন্টায় করতে পারে। তারা সকাল ৬ টায় একত্রে কাজ শুরু করার পর, সকাল ৯ টায় রাসেল কাজ বন্ধ করলে আসিফ কখন কাজটি শেষ করতে পারবে?) *[Exim Bank. (T.Off). -2014]*
ক. দুপুর ২.০০ টা খ. বিকেল ৪.০০ টা গ. বিকেল ৫.০০ টা ঘ. বিকেল ৬.০০ টা উত্তর: খ

সমাধান: আসিফ এবং রাসেল একত্রে কাজ করে (৯.০০ টা -৬.০০ টা) = ৩ ঘন্টা
ধরি, আসিফ করেছিল ৬টা থেকে মোট = x ঘন্টা। তাহলে রাসেলের ৩ ঘন্টার কাজ + আসিফের x ঘন্টার কাজ = ১ অংশ।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১৫}+\frac{৩}{৯}=১ \Rightarrow \frac{x}{১৫}+\frac{১}{৩}=১ \Rightarrow \frac{x+৫}{১৫}=১ \Rightarrow x+৫=১৫ \therefore x=১০$

সুতরাং কাজটি শেষ হবে = সকাল ৬টা + ১০ ঘন্টা = ১৬টা - ১২টা = বিকাল ৪টা। উত্তর: বিকাল ৪টা।

বিকল্প সমাধান: ১৫ এবং ৯ এর ল.সা.গু = ৪৫ একক
আসিফ: রাসেল = ৩ : ৫ প্রথম ৩ঘন্টায় কাজ হয়েছে = (৩+৫)×৩ = ২৪ অবশিষ্ট ৪৫-২৪ = ২১ একক কাজ
আসিফ একা করতে সময় লাগবে ২১ ÷৩ = ৭ ঘন্টা। সুতরাং কাজটি শেষ হবে ৯টা + ৭টা = ১৬টা-১২টা = বিকাল ৪টা।

শর্টকাট ঃ ৩ ঘন্টার কাজ $= \frac{৩}{১৫}+\frac{৩}{৯}=\frac{৮}{১৫}$
$\therefore$ অবশিষ্ট $\frac{৭}{১৫}\times১৫=৭$; তাহলে শেষ হবে ৯+৭ = ৪ টায়

(৪.গ): সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট কত সময় লাগবে তা বের করা:

৫১. হাবিবা ও হালিমা একটি কাজ একত্রে ২০ দিনে করতে পারে। হাবিবা ও হালিমা একত্রে ৮ দিন কাজ করার পর হাবিবা চলে গেল। হালিমা বাকি কাজ ২১ দিনে শেষ করল। সম্পূর্ণ কাজটি হালিমা কত দিনে করতে পারত? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.৩)]*
ক. ১৫ দিন খ. ২০ দিন গ. ৩০ দিন ঘ. ৩৫ দিন **উত্তর: ঘ**

সমাধান:
হাবিবা ও হালিমা ২০ দিনে করে = ১ অংশ
$\therefore$ " " ১ " " $=\frac{১}{২০}$ "
$\therefore$ " " ৮ " " $=\frac{১\times৮}{২০}=\frac{২}{৫}$ অংশ
অবশিষ্ট কাজ $=১-\frac{২}{৫}=\frac{৫-২}{৫}=\frac{৩}{৫}$ অংশ
এখন, হালিমা $\frac{৩}{৫}$ অংশ কাজ করে = ২১ দিনে
$\therefore$ " ১ " " " $=২১\times\frac{৫}{৩}$ দিনে = ৩৫ দিনে

বিকল্প সমাধান: (x ধরে সমীকরণ তৈরী করে সমাধান)
ধরি, হালিমা একা কাজটি করতে পারে = x দিনে
প্রশ্নমতে, $\frac{৮}{২০}+\frac{২১}{x}=১$
[২জনের ৮দিনের কাজ + হালিমার ২১দিনের কাজ = ১ অংশ]
$\Rightarrow \frac{২}{৫}+\frac{২১}{x}=১ \Rightarrow \frac{২১}{x}=১-\frac{২}{৫} \Rightarrow \frac{২১}{x}=\frac{৩}{৫} \therefore x=৩৫$
সুতরাং হালিমাকে একা কাজটি করতে লাগে = ৩৫ দিন।

Note: দুটো সমাধানই সহজ। প্রথম সমাধানটির শুধু ভগ্নাংশগুলো লিখে সমাধান করলে দ্রুত উত্তর বের হবে। তবে ভগ্নাংশের হিসেব জটিল মনে হলে সমীকরণে সমাধান উত্তম।

নিজে করুন:

৫২. A এবং B একত্রে একটি কাজ ৩০ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ২০দিন কাজ করার পর B চলে গেল। অবশিষ্ট কাজ A আরো ২০দিপন শেষ করলো। A একাকী সম্পূর্ণ কাজটি কতদিনে করতে পারবে?
ক. ৪০ খ. ৫০ গ. ৫৪ ঘ. ৬০ **উত্তর: ঘ**

[Hints: ২০ দিনে হয় $=\frac{২০}{৩০}=\frac{২}{৩}$ অংশ অবশিষ্ট $\frac{১}{৩}$ অংশ কাজ A করে ২০ দিনে সুতরাং মোট সময় =২০×৩ = ৬০ দিনে।]

৫৩. ক একটি কাজ ৯ দিনে এবং খ ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ আরম্ভ করার কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে যায়। বাকী কাজটুকু খ ৬দিনে শেষ করে। কাজটি মোট কতদিনে শেষ হয়েছিল? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*
ক. ১১ খ. ১৩ গ. ১০ ঘ. ১২ **উত্তর: গ**

সমাধান:
খ ১৮ দিনে করে = ১ অংশ, $\therefore$ ১ দিনে করে $\frac{১}{১৮}$ অংশ, $\therefore$ ৬ দিনে করে $\frac{৬}{১৮}=\frac{১}{৩}$ অংশ (সরাসরি $\frac{৬}{১৮}=\frac{১}{৩}$ লেখা যায়)
অবশিষ্ট কাজ $=১-\frac{১}{৩}=\frac{৩-১}{৩}=\frac{২}{৩}$ অংশ, [মুখে মুখেই $=\frac{২}{৩}$] [এই কাজটা (ক+খ) একত্রে করেছে তাই তাদের সময় দরকার]
(ক+খ) এর ১দিনের কাজ $=\frac{১}{৯}+\frac{১}{১৮}=\frac{২+১}{১৮}=\frac{৩}{১৮}=\frac{১}{৬}$ অংশ
এখন, (ক+খ) একত্রে $\frac{১}{৬}$ অংশ করে = ১ দিনে।
(ক+খ) " ১ অংশ করে = ৬ দিনে
সুতরাং (ক+খ) $\frac{২}{৩}$ অংশ একত্রে করে $=\frac{২}{৩}\times৬=৪$ দিন। সুতরাং মোট সময় লাগবে = ৬+৪ = ১০ দিন। **উত্তর: ১০ দিন**

শর্টকাট সমাধান: ল.সা.গু ১৮ ধরে ক : খ = ২ : ১। এখন শেষ ৬ দিন খ করে = ৬×১ = ৬একক। তাহলে অবশিষ্ট ১৮-৬ = ১২ (ক+খ) একত্রে করলে সময় লাগবে = ১২ ÷(২+১) = ৪ দিন। মোট সময় = ৪+৬ = ১০ দিন।

ভালোভাবে বোঝার জন্য চিত্রটি দেখতে পারেন।

খ এই $\frac{১}{৩}$ অংশ করেছে ৬দিনে।	$\frac{১}{৩}$
ক+খ ৪ দিনে করেছে এই $\frac{২}{৩}$ অংশ	$\frac{১}{৩}$
তাই মোট সময় = ৬+৪ = ১০ দিন।	$\frac{১}{৩}$

Note: এখানে যে ৩টি পার্ট দেখা যাচ্ছে তার উপরই তিন ধরণের প্রশ্ন হয়। যেমন: অবশিষ্ট অংশ করতে কত সময়? একসাথে কত সময় করেছে বা কতসময় করে চলে গেছে ? এবং সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে কত সময় লাগবে। উপরের ৪ নং পদ্ধতির (ক, খ ও গ) ৩টি ধাপে এটা বোঝানো হয়েছে।

বিকল্প সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজালে এই ধরণের প্রশ্নগুলো দ্রুত এবং সহজে উত্তর বের করা সম্ভব)
ধরি, সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হয়েছিল = x দিনে। সুতরাং খ করেছে মোট x দিন এবং ক করেছে (x-৬) দিন।
প্রশ্নমতে, $\frac{x-৬}{৯}+\frac{x}{১৮}=১$ [ক ৬ দিন আগে চেলে গেছে তাই ৬ দিন কম কাজ করেছে কিন্তু খ পুরো সময়টা ছিল]
$\Rightarrow \frac{২x-১২+x}{১৮}=১ \Rightarrow ৩x-১২=১৮ \Rightarrow ৩x=৩০ \therefore x=১০$
আবার যদি ধরার সময় এভাবে ধরা হতো, দুজনে একত্রে কাজ করেছে = x দিন।
তাহলে সমীকরণটা হতো, $\frac{x}{৯}+\frac{x+৬}{১৮}=১$ এবারে x = ৪ আসলে তার সাথে ৬ যোগ করে উত্তর ৪+৬ = ১০ দিন।

৫৪. মনির একটি কাজ ৬ দিনে এবং জহির ১২দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি শুরু করার কয়েকদিন পর কাজটি অসমাপ্ত রেখে মনির চলে যায়। বাকি কাজ জহির ৩ দিনে শেষ করে। মোট কত দিনে কাজটি সম্পূর্ণ হয়? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ে পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক):২০০৭+দূর্যোগ ও ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার)-২০২১]*
ক. ৬ দিন খ. ১০ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ৮ দিন **উত্তর: ক**

সমাধান: (উপরের নিয়মগুলো (সমীকরণ/ভগ্নাংশ) অনুসরণ করুন, এখানে ভিন্ন নিয়মে + কিছু হিন্টস দেয়া হলো)
জহির শেষ ৩ দিনে করে $=\frac{৩}{১২}=\frac{১}{৪}$ অংশ। অবশিষ্ট $=\frac{৩}{৪}$ অংশ। (এই কাজটি তারা দুজনে মিলে করেছে)
তাই তাদের দুজনে মিলে পাওয়ার কত তা বের করে গুণ করে দিলেই হয়ে যাবে। এখন $\frac{৬\times১২}{৬+১২}=৪$ দিন।
[এই জায়গায় ভগ্নাংশ সাজিয়ে লিখলে লিখিত সমাধান আর বুঝলে এই শর্টকাট সূত্র প্রয়োগ করে খুব দ্রুত উত্তর বের করা যায়।]

তাহলে দুজনে $\frac{৩}{৪}$ অংশ কাজ করেছে $\frac{৩}{৪} \times ৪ = ৩$ দিনে। কাজটি শেষ হতে মোট সময় লাগলো ৩+৩ = ৬দিনে।

Learning point from this question: যদি কখনো কোন কাজের অংশ ১ জনকে করতে হয় তাহলে প্রশ্নের শুরুতে তার কাজের যে পাওয়ার থাকে তা ঐ ভগ্নাংশের সাথে গুণ করলেই হয়ে যায়। তবে কখনো কোন কাজের অংশ ২ জন মিলে করতে হলে তাদের একত্রে পাওয়ার বের করার জন্য প্রথমের শর্টকাট সূত্র প্রয়োগ করা যায়।

ল.সা.গু টেকনিক: ৬ ও ১২ এর ল.সা.গু = ১২ মোট কাজ হলে, মনিরঃজহির = ২:১। শেষ ৩ দিন জহির করে ৩×১ = ৩। অবশিষ্ট ১২-৩ = ৯ একক দু জনে মিলে করতে সময় লাগবে = ৯ ÷ (২+১) = ৩ দিন। মোট সময় = ৩+৩ = ৬ দিন।

নিজে করুন:

৫৫. ক একটি কাজ ১২ দিনে এবং খ ২৪ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি শুরু করার কয়েকদিন পর ক চলে গেল। বাকি কাজ খ ৩ দিনে শেষ করল। মোট কত দিনে কাজটি সম্পূর্ণ হলো? *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটি:-(উপ: প্রকৌশলী)-২০২২]*

ক. ১১ খ. ১৩ গ. ১০ ঘ. ১২ উত্তর: গ

[Hints: প্রথমে খ এর ৩ দিনের কাজের অংশ বের করে অংক করে অবশিষ্ট কাজ × দুজনের পাওয়ার , শেষে উভয় সময় যোগ]

৫৬. দুটি পাইপ A এবং B একটি ট্যাংক যথাক্রমে ১৫ ও ২০ মিনিটে পূর্ণ করতে পারে।। দুটি পাইপ-ই একসাথে চালু করার ৪ মিনিট পর পাইপ A কে বন্ধ করা হলে, মোট কত সময়ে সম্পূর্ণ ট্যাংকটি পূর্ণ হবে? *[PKB (SEO)- 2014]*

ক. ১০ মি. ২০ সে. খ. ১১ মি. ৪৫ সে. গ. ১২ মি. ৩০ সে. ঘ. ১৪ মি. ৪০ সে. উত্তর: ঘ

সমাধান: পাইপ A ও B একত্রে ৪ মিনিটে পূর্ণ করে = $(\frac{৪}{১৫}+\frac{৪}{২০}) = \frac{৪}{১৫}+\frac{১}{৫} = \frac{৪+৩}{১৫} = \frac{৭}{১৫}$ অংশ

∴ অবশিষ্ট থাকে = $(১-\frac{৭}{১৫})$অংশ = $\frac{১৫-৭}{১৫} = \frac{৮}{১৫}$ অংশ

সমীকরন: মোট সময় = x হলে, $\frac{৪}{১৫}+\frac{x}{২০} = ১$

এখন যেহেতু পাইপ A চালু করার ৪ মিনিট পর বন্ধ করা হবে সেহেতু অবশিষ্ট $\frac{৮}{১৫}$ অংশ পাইপ B কেই পূরণ করতে হবে।

B কে ১ অংশ পূর্ণ করতে সময় লাগে = ২০ মিনিট

∴B '' $\frac{৮}{১৫}$ " " " " = ২০×$\frac{৮}{১৫}$ মিনিট = $\frac{৩২}{৩} = ১০\frac{২}{৩}$ =১০ মিনিট $\frac{২}{৩}$ ×৬০ = **১০ মিনিট ৪০ সেকেন্ড।**

∴ট্যাংকটি পূর্ণ হতে মোট সময় লাগবে (১০মি. ৪০সে. + ৪ মি.) = **১৪ মি. ৪০ সেকেন্ড** [∵ পূর্বে একত্রে ৪ মি. করেছে]

নিজে করুন:

৫৭. A একটি কাজ ২০ দিনে শেষ করতে পারে, B ঐ কাজটি ৩০দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ শুরু করল এবং কাজটি শেষ করার ১০দিন আগে A চলে গেল, কাজটি শেষ হতে মোট কত সময় লাগবে?

ক. ১৬ দিন খ. ২০ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ১৮ দিন উত্তর: ঘ

[Hints: A চলে গেছে, তাই শেষ ১০ দিনে B করেছে, $\frac{১০}{৩০} = \frac{১}{৩}$ বাকী $\frac{২}{৩}$ অংশ দু'জনে মিলে করেছে $\frac{২}{৩} \times \left(\frac{২০ \times ৩০}{২০+৩০}\right) = ৮$

তাহলে মোট সময় ১০+৮ = ১৮ দিন, ল.সা.গু টেকনিকে নিজে থেকে করার চেষ্টা করুন।]

(৪.ঘ): ৩ জন কাজ করা অবস্থায় কেউ চলে গেলে:

২ জনের স্থলে ৩/৪ জন কাজ করা অবস্থায় কেউ চলে গেলেও আগের নিয়মগুলোর মতই যতটুকু কাজ করে গেছে তা বের করে অবশিষ্ট অংশ বের করতে হয়। এরপর সেই অবশিষ্ট অংশ যে করছে তার মোট দিন গুণ করলেই উত্তর বের হবে।

৫৮. ক, খ ও গ একটি কাজ যথাক্রমে ২০, ২৪ ও ৩০ দিনে সম্পন্ন করতে পার। তারা একত্রে ৬ দিনে কাজ করার পর খ ও গ চলে গেল। বাকী কাজ ক একা আর কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে? *[নগর উন্নয়ন অধিদপ্তর (সহ: প্রকৌশলী)-২০০৫]*

ক. ২ দিন খ. ৩ দিন গ. ৪ দিন ঘ. ৫ দিন উত্তর: ঘ

সমাধান: ক,খ ও গ ৬ দিন করে = $\frac{৬}{২০}+\frac{৬}{২৪}+\frac{৬}{৩০} = \frac{৩}{১০}+\frac{১}{৪}+\frac{১}{৫} = \frac{১৮+১৫+১২}{৬০} = \frac{৪৫}{৬০} = \frac{৩}{৪}$ অংশ

∴অবশিষ্ট কাজ = ১ - $\frac{৩}{৪} = \frac{১}{৪}$ অংশ , যা ক একা করবে = $\frac{১}{৪}$ ×২০ = ৫ দিনে। উত্তর: ৫ দিন।

বিকল্প সমাধান: মোট কাজ ২০,২৪ এবং ৩০ এর ল.সা.গু = ১২০ একক। ক : খ : গ = ৬ : ৫ : ৪

৬ দিনে তারা করে = (৬+৫+৪)×৬ = ১৫×৬ = ৯০ একক।

তাহলে অবশিষ্ট = ১২০ − ৯০ = ৩০ একক ক করবে = ৩০÷৬ = ৫ দিনে।

বিকল্প সমাধান: (এই অংকগুলোও সমীকরণ তৈরী করে করা যায়)

ধরি, ক অবশিষ্ট কাজ করে = x দিনে।

প্রশ্নমতে, $\frac{x+৬}{২০}+\frac{৬}{২৪}+\frac{৬}{৩০} = ১$ অংশ [৩ জনের উপরে তারা যতদিন কাজ করেছে]। সুতরাং x = ৫ দিন।

নিজে করুন:

৫৯. A, B এবং C একটি কাজ যথাক্রমে ৫ দিন, ১০ দিন এবং ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ শুরু করার ২ দিন পর A এবং B কাজ ছেড়ে চলে গেলে অবশিষ্ট কাজ C একা কতদিনে করতে পারবে? *[ইসলামী ব্যাংক (প্রবেশনারী অফিসার)-২০১০]*

ক. ১ দিন খ. ৩ দিন গ. ৫ দিন ঘ. ৪ দিন উত্তর: ঘ

[Hints: A+B+ C, 2 দিনে করে = $\frac{২}{৫}+\frac{২}{১০}+\frac{২}{১৫} = \frac{২২}{৩০} = \frac{১১}{১৫}$ অবশিষ্ট $\frac{৪}{১৫}$ অংশ C একা করে $\frac{৪}{১৫}$ ×১৫= ৪ দিনে।

[Note: উপরের সহজ এই সমাধানটি কোন শর্টকাট সূত্রের সমাধান নয়। বরং লিখিত সমাধানের শর্ট স্টাইল। তাই অংক বুঝতে সময় দিন]

পদ্ধতি-০৫: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু নিয়মের প্রশ্ন

(৫.ক) চৌবাচ্চা বা ট্যাংকের ধারণ ক্ষমতা বের করা।

৬০. একটি নল ১২ মিনিটে একটি খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ করে । অপর একটি নল প্রতি মিনিটে ১৪ লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় নল দুটি খুলে দিলে ৯৬ মিনিটে উহা পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে। *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮] [মাধ্যমিক বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণী- অনু: ৩.৫ এর উদাহরণ ৩৭ হুবহু]+ [বাস্তবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ন বিভাগ (অফিস সহকারী কাম মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [CGDF-(Auditor)-2022]*

ক. ১৪৫ লিটার খ. ১৫৫ লিটার গ. ২০৮ লিটার ঘ. ১৯২ লিটার উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রথম নলটি ১ মিনিটে পূর্ণ করে = $\frac{১}{১২}$ অংশ।

২য় নলটি খুলে দিলে দুটি নল মিলে ১ মিনিটে পূর্ণ করে = $\frac{১}{৯৬}$ অংশ।

∴শুধু ২য় নলটি ১ মিনিটে খালি করে = $\frac{১}{১২}-\frac{১}{৯৬} = \frac{৮-১}{৯৬} = \frac{৭}{৯৬}$ অংশ।

শর্টকাট: $\frac{১২ \times ৯৬}{৯৬-১২} = \frac{১২ \times ৯৬}{৮৪} = \frac{৯৬}{৭}$ মি.

এরপর : $\frac{৯৬}{৭}$ ×১৪ (সময়×পরিমাণ)= ১৯২

এখন ২য় নল দিয়ে $\frac{৭}{৯৬}$ অংশ খালি হয় = ১ মিনিটে।

সুতরাং ২য় নল দিয়ে ১ অংশ বা সম্পূর্ণ অংশ খালি হয় $\frac{৯৬}{৭}$ মি.

এখন ১মিনিটে বের করে দেয় = ১৪ লিটার

$\frac{৯৬}{৭}$ মিনিটে বের করে দেয় = $১৪\times\frac{৯৬}{৭}$ = **১৯২ লিটার।**

> **জেনে রাখুন:** একটা বিষয় Seriously মনে রাখবেন। এ রকম লিটার যুক্ত কোন প্রশ্ন আসলে শুরুতেই লিটার নিয়ে না ভেবে আগে সময় নিয়ে সাধারণ নিয়মে করুন তারপর যে সময় বের হবে তার সাথে লিটার গুণ করে দিলেই উত্তর বের হবে।

উত্তর: ১৯২ লিটার।

বিকল্প সমাধান: ধরি, ২য় নল দিয়ে চৌবাচ্চাটি x মিনিটে খালি হয়। যেখানে, $x > ১২$ কারণ বেশি সময় লাগলে কম পানি বে করে এবং সর্বশেষে গিয়ে একটু একটু করে পানি জমে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়।

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{১২}-\frac{১}{x}=\frac{১}{৯৬}\Rightarrow\frac{x-১২}{১২x}=\frac{১}{৯৬}\Rightarrow\frac{x-১২}{x}=\frac{১}{৮}\Rightarrow ৮x-৯৬=x\Rightarrow ৭x=৯৬\ \therefore x=\frac{৯৬}{৭}$ মিনিট।

সুতরাং চৌবাচ্চাটি ২য় নল দিয়ে = $\frac{৯৬}{৭}$ মিনিটে খালি হয়।

সুতরাং প্রতি মিনিটে ১৪ লিটার হিসেবে = $\frac{৯৬}{৭}$ মিনিটে মোট পানি বের হবে = $\frac{৯৬}{৭}\times১৪$ = **১৯২ লিটার।** (উত্তর)

নিজে করুন:

৬১. একটি নল দ্বারা ১২ মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয় । অপর একটি নল দ্বারা ১ মিনিটে তা থেকে ১৫ লিটার পানি বের করে দেয় চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি ৪৮ মিনিটে পূর্ণ হয় । চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে ? *[৯ম-১০-শ্রেণী-(অনু-৩.৫)]*

[Hints: ধরি, ২য় নল দিয়ে চৌবাচ্চাটি খালি হয় = x মি. প্রশ্নমতে, $\frac{১}{১২}-\frac{১}{x}=\frac{১}{৪৮}$ থেকে $x = ১৬$ তারপর $১৬\times১৫ = ২৪০$]

শর্টকাট: ছিদ্র বা ফুটো থাকার কথা বলা থাকলেই বিয়োগের সুত্রটি প্রয়োগ করতে হয় = $\left(\frac{১২\times৪৮}{৪৮-১২}\right)\times১৫$ = **২৪০ লিটার।**

(৫.খ) কার্যক্ষমতায় একজন আরেকজনের থেকে বেশি দক্ষ হলে:

আগে Concept Clear করুন তারপর অংক শুরু করুন।

একজনের থেকে অন্যজনের কাজের গতি বেশি হলে যার গতি বেশি তার সময় লাগবে কম।

যেমন: ক ও খ এর কাজ করার দক্ষতার অনুপাত = ২:১ হলে একটি সমান কাজ দুজনে একাকি করতে লাগা সময়ের অনুপাত হবে ১:২। অর্থাৎ ক এর দক্ষতা বেশি বা দ্বিগুণ তাই তাকে অর্ধেক সময় লাগবে। তাহলে কোন কাজ করতে কাউকে সময় বেশি লাগা অর্থ সে কম দক্ষ।

৬২. P একটি কাজ ২৫ দিনে করে। Q, P – এর চাইতে ২৫% বেশী কর্মক্ষম। তাহলে Q কাজটি কত দিনে করতে পারবে? *[IBBL- (ATO)-2017]+ [আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯]*

ক. ২০ দিনে খ. ১৮.৭৫দিনে গ. ২২ দিনে ঘ. ১৫ দিনে **উত্তর: ক**

সমাধান: এখানে P এর কর্মক্ষমতা ১০০ হলে Q এর কর্মক্ষমতা ১২৫। অর্থাৎ তাদের কর্মক্ষমতার অনুপাত P:Q = ১০০:১২৫ বা ৪:৫

সুতরাং তাদের লাগা সময়ের অনুপাত হবে P:Q = ৫:৪

(কারণ কাজের ক্ষেত্রে যে বেশি কর্মক্ষম তার সময় লাগবে কম।)

অর্থাৎ কাজটি করতে P কে ৫ দিন লাগলে Q লাগবে ৪ দিন।

তাহলে P কে ২৫ দিন লাগলে Q কে লাগবে = $\frac{৪\times২৫}{৫}$ = **২০ দিন।**

Shortcut:

কাজের গতি: P:Q = ১০০ : ১২৫

কাজের সময় P:Q = ১২৫ : ১০০ [উল্টে গেল]

নতুন সময় P:Q = ২৫: ? {? = কত}

উপরের অনুপাত ঠিক রাখতে হলে ১২৫ এর ৫ গুণ কমে ২৫ হয়েছে তাই ১০০ ও ৫গুণ কমে ২০ হবে

৬৩. ক একটি কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। যদি খ, ক এর দ্বিগুণ কাজ করে, তবে ক এবং খ একত্রে ঐ কাজ শেষ করতে কতদিন লাগবে? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*

ক. ৫ খ. ১০ গ. ৩০ ঘ. ৪৫ **উত্তর: ক**

সমাধান: ধরি, কাজটি করতে খ কে লাগে = x দিন। (দ্বিগুণ কাজ করলে অর্ধেক দিন লাগে) ∴ ক কে লাগে = ২x দিন।

এখানে ক এর দিন ২x = ১৫ দিন। (এভাবে থাকলেও পরে ২x এর মান সরাসরি বসানো যাবে, x আনলে ভগ্নাংশ আসবে)

ক ও খ একত্রে ১ দিনে করে = $\frac{১}{x}+\frac{১}{২x}=\frac{২+১}{২x}=\frac{৩}{২x}=\frac{৩}{১৫}=\frac{১}{৫}$ অংশ। [২x = ১৫ বসিয়ে]

সুতরাং (ক ও খ) একত্রে $\frac{১}{৫}$ অংশ করে = ১ দিনে ∴ক ও খ একত্রে সম্পূর্ণ কাজটি করবে = ৫ দিনে। উত্তর: ৫ দিন।

> **কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:** খ দ্বিগুণ কাজ করলে তাকে অর্ধেক সময় ৭.৫ দিন লাগে। তাই উত্তর: = $\frac{১৫\times৭.৫}{১৫+৭.৫}$ = ৫ দিন

৬৪. ৩ জন শ্রমিক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে। শ্রমিকদের ২ জনই ৩য় জন অপেক্ষা দ্বিগুণ গতিতে কাজ করতে পারে। দ্রুত গতি সম্পন্নদের ১ জনের ঐ কাজ একা করতে কত সময় লাগবে ? *[ONE Bank (PO)-2008]*

ক. ৯০ দিন খ. ৬০ দিন গ. ৪০ দিন ঘ. ৫০ দিন **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

> **Seriously মনে রাখুন:** কাজের ক্ষেত্রে কে কত গতিতে কাজ করলো তা না ধরে কার কতটুকু সময় লাগে তা ধরে হিসেব করতে হয়। তাই সবসময় সময়কে গুরুত্ব দিতে হবে। গতিকে ধরা যাবে না তা নাহলে পরে সমীকরণ সাজানো যাবে না।

ধরি, দ্রুত গতির শ্রমিক ২ জন প্রত্যেকে আলাদাভাবে কাজটি x দিনে এবং কম গতির ৩য় জন কাজটি ২x দিনে করতে পারে। (দিন ধরতে হবে, কাজের ক্ষেত্রে যে বেশি গতিতে কাজ করে তার সময় লাগবে কম এবং যে ধীরগতির তার সময় বেশি লাগবে)

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{x}+\frac{১}{x}+\frac{১}{২x}=\frac{১}{২০}$ [এ ধরণের প্রশ্ন সমীকরণ সাজানো সময় অবশ্যই ভগ্নাংশ বানিয়ে সাজাতে হবে।]

$\Rightarrow\frac{২+২+১}{২x}=\frac{১}{২০}$

$\Rightarrow\frac{৫}{২x}=\frac{১}{২০}$

> **এভাবে ভগ্নাংশ না সাজিয়ে সমাধান করলে কি সমস্যা হবে??**
> ধরুন একজনকে একটি কাজ করতে ১০ দিন আরেকজনকে ১৫ দিন লাগে, তাহলে একসাথে কাজ করলে কি ১০+১৫ = ২৫ দিন লাগবে! অবশ্যই না। তাই ভগ্নাংশ বানিয়ে যোগ করলে ৬ দিন উত্তর আসবে। (অধ্যায়ের শুরুতে আলোচনা হয়েছে)
> একই ভাবে এই প্রশ্নে: x+x+2x = 20 লিখলে উপরের মত সমস্যা হবে।

$\Rightarrow 2x = ১০০\ \therefore x = ৫০$ দিন, সুতরাং দ্রুত গতি সম্পন্ন একজনকে ৫০ দিন সময় লাগবে। **উত্তর: ৫০ দিন।**

নিজে করুন:

৬৫. ৩ জন শ্রমিক একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। শ্রমিকদের ২ জনই ৩য় জন অপেক্ষা দ্বিগুণ গতিতে কাজ করতে পারে। দ্রুত গতি সম্পন্নদের ১ জনের ঐ কাজ একা করতে কত সময় লাগবে ? *[BB.Off: 2001]*

ক. ৩০ দিন খ. ৬০ দিন গ. ৪০ দিন ঘ. ৫০ দিন **উত্তর: ক**

৬৬. করিম একটি কাজ রহিমের চেয়ে ৬০দিন কম সময়ে করতে পারে। করিমের কাজের গতি যদি রহিমের কাজের গতির ৩ গুণ হয় তবে করিম একা ঐ কাজ কতদিনে শেষ করতে পারবে? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ১৫ খ. ২১ গ. ৩০ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর: গ**

সমাধান: ধরি, করিমকে লাগে = x দিন। তাহলে রহিমকে লাগবে ৩x দিন। (যার গতি কম তাকে বেশি দিন সময় লাগবে)

এখানে দিন না ধরে গতি ধরলে পরে অংকের হিসেব মেলানো কঠিন হবে তাই দিনকে ধরা উত্তম)

প্রশ্নমতে, ৩x-x = ৬০ (যেহেতু দুজনের লাগা সময়ের পার্থক্য = ৬০ দিন। এখানে ভগ্নাংশ আনার প্রয়োজন নেই)

$\Rightarrow 2x = ৬০\ \therefore x = ৩০$ দিন। তাহলে করিমকে সময় লাগবে: ৩০ দিন। **উত্তর: ৩০ দিন।**

৬৭. পুলক আবিরের চেয়ে দ্বিগুণ দক্ষ এবং একই কাজ আবিরের চেয়ে ৭৫ দিন কম সময়ে করতে পারে। তারা উভয়ে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে? *[সমাজসেবা অফিসার (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার টাইপিস্ট) - ২০১৮- (লিখিত)]*

সমাধান:

এখানে কাজের গতির ক্ষেত্রে : পুলক > আবির = ২ গুণ। তাহলে তাদের লাগা সময়ের ক্ষেত্রে আবির > পুলক = ২গুণ।

ধরি, কাজটিতে পুলককে সময় লাগে = x দিন (কাজের গতিকে না ধরে সময় কে ধরলে পরে হিসেব করা সহজ হবে।)

সুতরাং আবিরকে সময় লাগে = 2x দিন (যার গতি বেশি তাকে সময় কম লাগে।

প্রশ্নমতে, $2x - x = ৭৫$ (কারণ দু জনের লাগা সময়ে পার্থক্য = ৭৫ দিন।)

$\therefore x = ৭৫$ দিন। সুতরাং পুলক কে লাগে, ৭৫ দিন এবং আবিরকে লাগে ২×৭৫ = ১৫০ দিন।

পুলক ১ দিনে করে = $\frac{১}{৭৫}$ অংশ এবং আবির ১ দিনে করে = $\frac{১}{১৫০}$ অংশ

দুজনে মিলে ১ দিনে করে = $\frac{১}{৭৫}+\frac{১}{১৫০}=\frac{২+১}{১৫০}=\frac{৩}{১৫০}=\frac{১}{৫০}$ অংশ।

$\frac{১}{৫০}$ অংশ করতে সময় লাগে = ১ দিন।

সুতরাং ১ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ করতে সময় লাগে = ১×৫০ = ৫০ দিন।

Shortcut For MCQ

প্রথমে $2x-x = ৭৫ \therefore x = ৭৫$

এখন: $\frac{2x \times x}{2x+x}=\frac{2x}{৩}=\frac{২ \times ৭৫}{৩}=৫০$

উত্তর: ৫০ দিন।

নিজে করুন:

৬৮. পুলক আবিরের চেয়ে দ্বিগুণ দক্ষ এবং একই কাজ আবিরের চেয়ে ৬০ দিন কম সময়ে করতে পারে। তারা উভয়ে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে? *[আইসিবি-এ্যাসিস্টেন্ট প্রোগ্রামার - ২০১৯]*

ক. ৯০ খ. ৬০ গ. ৪০ ঘ. ৩০ উত্তর: গ

[**Hints:** হুবহু আগের অংকের মতই = $\frac{2x \times x}{2x+x}=\frac{2x}{৩}=\frac{২ \times ৬০}{৩}$ = ৪০ দিন।]

৬৯. দুটি পাইপ A এবং B একযোগে ১২ ঘন্টায় একটি ট্যাঙ্ক পূর্ণ করতে পারে। A পাইপ B পাইপের ১০ ঘন্টা পূর্বে ট্যাঙ্কটি পূর্ণ করতে পারে। B পাইপ দ্বারা ট্যাঙ্কটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে? *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*

ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩০ ঘ. ৩৫ উত্তর: গ

সমাধান: *(এই ধরণের অংক লিখিত পরীক্ষায় আসতে পারে)*

ধরি, B পাইপ ট্যাংকটি পূর্ণ করতে পারে = x ঘন্টায় $\therefore$ A পাইপ ট্যাংকটি পূর্ণ করতে পারে = (x-১০) ঘন্টায়

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{x-১০}+\frac{১}{x}=\frac{১}{১২}$ [দুজনের ১ ঘন্টার কাজের অংশের যোগফল = $\frac{১}{১২}$ অংশ]

$\Rightarrow \frac{x+x-১০}{x(x-১০)}=\frac{১}{১২}$

$\Rightarrow x^2 - ১০x = ২৪x - ১২০$

$\Rightarrow x^2 - ১০x - ২৪x + ১২০ = ০$

$\Rightarrow x^2 - ৩৪x + ১২০ = ০$

$\Rightarrow x^2 - ৩০x - ৪x + ১২০ = ০ \Rightarrow x(x-৩০) - ৪(x-৩০) = ০ \Rightarrow (x-৩০)(x-৪) = ০$

হয়, $x - ৩০ = ০$ অথবা, $x - ৪ = ০$

$\therefore x = ৩০$ অথবা, $x = ৪$ (গ্রহনযোগ্য নয় কারণ B কে ৪ দিন লাগলে A কে ৪-১০ = -৬ দিন লাগবে যা সঠিক নয়)

সুতরাং B কে লাগবে = ৩০ ঘন্টা।

উত্তর: ৩০ ঘন্টা।

মুখে মুখে: এই অধ্যায়ের শুরুর Ratio Table হতে: A ও B এর মধ্যে পার্থক্য ১০ আছে এমন সংখ্যা দুটি = ২০:৩০ হলে একত্রে A+B কে লাগবে = ১২ ঘন্টা। সুতরাং পার্থক্য ১০ ঘন্টা এবং একত্রে লাগা সময় ১২ ঘন্টা দুটি শর্ত মিলে যাওয়ায় B = ৩০ ঘন্টা ই উত্তর।

(৫.গ) : Alternative time এ কাজ করা বোঝালে:

টিপস: **Alternative time** হলো একই দিনে দুজনে একসাথে কাজ না করে, একজনের পর আরেকজন কাজ করা, অর্থাৎ দুজনে একসাথে কাজ করলে যে কাজটা ১দিনেই শেষ হতো সে কাজটা ভিন্ন ভিন্ন দিনে করায় দ্বিগুণ সময় লাগবে অর্থাৎ ২ দিন লাগবে। নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান দেখুন।

৭০. **Two pipes A and B can fill a tank in 6 hours and 4 hours respectively; If they are opened on alternative hours and if pipe A is opened first, in how many hours, the tank shall be full?** (A ও B দুটি পাইপ যথাক্রমে ৬ ও ৪ ঘন্টা একটি ট্যাংক পূর্ণ করতে পারে। যদি পাইপ দুটি একটার পর আরেকটা কাজ করে এবং শুরুতে পাইপ A কে চালু করা হয়, তাহলে কত ঘন্টায় ট্যাংকটি পূর্ণ হবে?) *[Janata bank (AEO)15]*

a. 4 b. 4.5 c. 5 d. 5.5 **Ans:** c

Solution:

(A+B) can fill in first (1+1) = 2 hours = $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{2+3}{12}=\frac{5}{12}$ part.

(A+B) can fill next 2 hours = $\frac{5}{12}$ part. [এভাবে ২ ঘন্টা করে ভেঙ্গে ভেঙ্গে সময় ধরে না আগালে ভুল হতে পারে]

So, In first 4 hours the tank fill = $\frac{5}{12}+\frac{5}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ part. (কারণ ৬ ঘন্টা নিলে $\frac{15}{12}$ ভাগ হয়ে যেত, আবার সরাসরি ৫ঘন্টা ধরে হিসেব করলে ৫ম ঘন্টায় দুজনে অর্ধেক করে কাজ করতো। কিন্তু ৫ঘন্টায় শুধু পাইপ A চালু থাকে।)

Remaining part = $1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$ part. In 5th hour A can fill $\frac{1}{6}$ part, So total time 4+1 = **5hours.**

বোঝার জন্য নিচের চিত্রটি দেখুন। আলাদা আলাদা করে ৫ ঘন্টা কাজ করলে কাজটি শেষ হবে।

প্রথম ঘন্টা	দ্বিতীয় ঘন্টা	তৃতীয় ঘন্টা	চতুর্থ ঘন্টা	পঞ্চম ঘন্টা
A	B	A	B	A

মনে রাখুন: ততদিন পর্যন্ত ধরতে হবে যত সময় ধরলে কাজের পরিমান ১অংশের সমান অথবা তার থেকে কম হবে।

৭১. দুইটি মেশিন ৪০০০ পিস সাবান যথাক্রমে ৪ ও ৬ ঘন্টায় তৈরি করতে পারে। একটি মেশিন প্রথম কাজ শুরু করল এবং ১ ঘন্টা পর তারা পালাক্রমে কাজ করতে লাগলো । এভাবে কাজ করে ৪০০০ পিস সাবান তৈরি করতে মোট কত সময় লাগেব? *[DESCO জুনিয়র এ্যাসিস্টেন্ট ম্যানেজার)- ২০১৯]*

ক. ৩ ঘন্টা খ. ৩ ঘন্টা ২০ মিনিট গ. ৪ ঘন্টা ২০ মিনিট ঘ. ৪ ঘন্টা ৪০ মিনিট উত্তর: ঘ

সমাধান:

প্রথম মেশিন ৪ ঘন্টায় সাবান তৈরি করতে পারে = ৪০০০ পিস

$\therefore$ " " ১ " " " " " $\frac{৪০০০}{৪}$ = ১০০০ পিস

আবার, ২য় মেশিন ৬ ঘন্টায় সাবান তৈরি করতে পারে = ৪০০০ পিস

$\therefore$ " " ১ " " " " " = $\frac{৪০০০}{৬}=\frac{২০০০}{৩}$ পিস

২ টি মেশিন ১ম (১+১) = ২ ঘন্টায় সাবান তৈরি করতে পারে = ১০০০ + $\frac{২০০০}{৩}$ পিস [পালাক্রমে বলায় ১+১ = ২ ঘন্টা]

$=\frac{৩০০০+২০০০}{৩}=\frac{৫০০০}{৩}$ পিস

প্রথম (২+২) = ৪ ঘন্টায় তৈরী করবে = $\left(\frac{৫০০০}{৩}+\frac{৫০০০}{৩}\right)=\frac{১০০০০}{৩}$ পিস [৬ ঘন্টা নিলে ৪০০০ এর বেশি হয়ে যাবে]

৪র্থ ঘন্টার পর অবশিষ্ট সাবান = ৪০০০-$\frac{১০০০০}{৩}=\frac{১২০০০-১০০০০}{৩}=\frac{২০০০}{৩}$

এখন ৫ম ঘন্টায় ১ম মেশিন ১০০০ পিস সাবান বানাতে পারে = ১ ঘন্টায়।

সুতরাং $\frac{২০০০}{৩}$ পিস সাবান বানাতে সময় লাগবে = $\frac{১}{১০০০}\times\frac{২০০০}{৩}=\frac{২}{৩}$ ঘন্টা $=\frac{২}{৩}\times৬০=৪০$ মিনিট।

সুতরাং মোট সময় = ৪ ঘন্টা + ৪০ মিনিট = ৪ ঘন্টা ৪০ মিনিট। **উত্তর: ৪ ঘন্টা ৪০ মিনিট।**

(৫.ঘ): জোড়ায় জোড়ায় কাজ করা বোঝালে :

❑ টিপস: প্রথমে সবার কাজ যোগ করলে ২ক+২খ+২গ এর ১ দিনের কাজ বের হবে। এরপর ২ কমন নিয়ে শুধু ক, খ ও গ এর ১দিনের কাজ বের করে বাম পাশের ২ টাকা ডানে নিচে গুণ করতে হবে। এরপর ভগ্নাংশটাকে উল্টিয়ে দিলেই উত্তর বের হবে।

৭২. A এবং B একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। B এবং C কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। A এবং C কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। যদি তারা সবাই একত্রে কাজ করে তাহলে কাজটি কতদিনে শেষ হবে? *[Sonali, Janata, Agr & Rup Bank Offi:-2008]*

ক. ২৫ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১০ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: (A+B) + (B+C) (A+C) এর ১ দিনের কাজ = $\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{২০}=\frac{১২}{৬০}=\frac{১}{৫}$

⇒২(A+B+C) এর একদিনের কাজ = $\frac{১}{৫}$

⇒ (A+B+C) এর একদিনের কাজ = $\frac{১}{৫\times২}=\frac{১}{১০}$

∴ (A+B+C) সম্পূর্ণ কাজটি করতে পারবে = ১০ দিনে।

ব্যাখ্যা: যখন তিন জোড়া বা ৬ জন বা A, B. C এরা প্রত্যেকে দ্বিগুণ কাজ করে তখন সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে ৫দিন লাগে। তাহলে তিনজন বা A, B. C কাজটি শেষ করবে ৫× ২ = ১০ দিনে।

বিকল্প সমাধান: ১২, ১৫, এবং ২০ এর ল.সা.গু = ৬০ সুতরাং (A + B) : (B + C) : (A + C) = ৫ : ৪ : ৩
এখন, A+B+B+C+A+C = ৫+৪+৩ ⇒ ২(A+B+C) = ১২ A+B+C = ৬ একত্রে সময় লাগবে =৬০÷৬ = ১০ দিন।

নিজে করুন:

৭৩. যদি A এবং B একত্রে একটি কাজ ১৮ দিনে শেষ করতে পারে, B এবং C শেষ করতে পারে ২৪ দিনে, এবং A ও C শেষ করতে পারে ৩৬ দিনে, তাহলে কতদিনে তিনজনে একত্রে কাজটি শেষ করতে পারবে?

ক. ১৬ খ. ১৫ গ. ১২ ঘ. ১০ **উত্তর: ক**

শিখে রাখুন: এভাবে সবার একত্রে কত সময় লাগবে তা না চেয়ে একজনের আলাদা আলাদা করে কত সময় লাগবে তা বের করতে বলা হলে, তিনজনের ১ দিনের করা কাজ থেকে যে কোন ২ জনের ১ দিনের করা কাজ বাদ দিলে ৩য় জনের একদিনর কাজ বের হবে। যেমন: এই প্রশ্নটিতে A কে সম্পূর্ণ কাজটি করতে সময় লাগবে (A+B+C)-(B+C) = $\frac{১}{১৬}-\frac{১}{২৪}=\frac{১}{৪৮}$ = ৪৮

৭৪. A + B একত্রে কাজ ৭২ দিনে করে। B + C একত্রে ঐ কাজটি ১২০ দিনে করে। A + C একত্রে ঐ কাজটি ৯০ দিনে করে। A একা কতদিনে ঐ কাজটি করতে পারবে? [Help: ৭২,১২০ এবং ৯০ এর ল.সা.গু = ৩৬০]

ক. ৮০ দিন খ. ১০০ দিন গ. ১২০ দিন ঘ. ১৫০ দিন **উত্তর: গ**

[Hints: (A+B+C) এর ১ দিনের কাজ - (B+C) এর ১ দিনের কাজ = A এর ১ দিনের কাজ। ভগ্নাংশ উল্টালে উত্তর।]

৭৫. অরিন একটি কাজ ২০ দিনে, ওয়াফি ৩০ দিনে এবং কফিল ৬০ দিনে করতে পারে। ওয়াফি ও কফিল একত্রে যদি প্রত্যেক তৃতীয় দিন অরিনকে সাহায্যে করে, তবে কত দিনে কাজটি সম্পন্ন হবে? *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]*

ক. ৮ দিন খ. ১০ দিন গ. ১৫ দিন ঘ. ২০ দিন **উত্তর: গ**

সমাধান: একত্রে ৩ দিন করে = $\left(\frac{৩}{২০}+\frac{১}{৩০}+\frac{১}{৬০}\right)=\left(\frac{৯+২+১}{৬০}\right)=\frac{১২}{৬০}=\frac{১}{৫}$ অংশ

একত্রে $\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ করতে লাগে = ৩ দিন

" ১ বা সম্পূর্ণ অংশ কাজ করতে লাগে = (৩×৫) = ১৫ দিন। **উত্তর: ১৫ দিন।**

Note: এই রকমের অংকগুলো সব এভাবে করা যাবে না। কারণ প্রতি ৩ দিন পর পর হিসেব করলে কাজের পরিমাণ সমান হবে। কিন্তু ৩দিনের পর ৪র্থ দিনের কাজ বা ৮ম দিনের কাজ এগুলো প্রথম ৩ দিনের গড় কাজের সমান হবে না। কেননা ৩ নম্বর দিনে সবাই কাজ করায় বেশি কাজ হয় কিন্তু অন্য দিনগুলোতে কাজ কম হয়। এখানে সরাসরি করা গেলো কারণ এখানে ৩ এর গুণিতক ১৫ ই উত্তর অর্থাৎ যে ৩ দিন সমান কাজ হয় এরকম ৫টা ৩দিন মিলে কাজটা শেষ হয়ে গেছে।]

৭৬. A ও B একটি কাজ একত্রে ১২ দিনে করতে পারে। এই কাজটি B এবং C একত্রে ১৬ দিনে করতে পারে। কাজটি A ৫ দিন করার পর B ৭দিন করে। অবশিষ্ট কাজ C ১৩ দিনে শেষ করে। C এর একাকী কাজটি করতে কতদিন সময় লাগবে? *[CGDF-(Auditor)-2022]*

ক. ১৬ দিন খ. ২৪ দিন গ. ৩৬ দিন ঘ. ৪৮ দিন **উত্তর: খ**

সমাধান:
এখানে, A এর ৫ দিনের কাজ+ B এর ৭ দিনের কাজ+C এর ১৩ দিনের কাজ = ১ অংশ
⇒ (A ও B) এর ৫ দিনের কাজ + (B ও C) এর ২ দিনের কাজ + C এর ১১ দিনের কাজ = ১ অংশ
[(A ও B) এর একসাথে কাজের সময় দেয়া আছে তাই A এর কাজের দিনকে B এর সাথে যুক্ত করলে মান বসানো যাবে]

⇒ $\frac{৫}{১২}+\frac{২}{১৬}$ + C এর ১১ দিনের কাজ = ১ অংশ

⇒ C এর ১১ দিনের কাজ = $১-\left(\frac{৫}{১২}+\frac{২}{১৬}\right)=১-\left(\frac{২০+৬}{৪৮}\right)=১-\frac{২৬}{৪৮}=১-\frac{১৩}{২৪}=\frac{১১}{২৪}$ অংশ

⇒ C এর ১ দিনের কাজ = $\frac{১১}{২৪\times১১}=\frac{১}{২৪}$ অংশ ∴ C একাই করতে পারে = ২৪ দিনে **উত্তর: ২৪ দিন।**

(৫.ঙ): পারিশ্রমিক বন্টন করা বোঝালে:

টিপস: কাজের পরে টাকা ভাগের প্রশ্ন আসলে প্রথমে যে বিষয়টি মনে রাখতে হবে যে, কে কতটুকু কাজ করেছে। যে যতটুকু কাজ করবে সর্বমোট টাকার তত অংশই সে পাবে। এক্ষেত্রে কে বেশি দক্ষ বা কম সময়ে কাজ করতে পারে এটা গুরুত্বপূর্ণ নয় বরং মোট কাজের যত অংশ সে করেছে সেটা হিসেবে টাকা পাবে।

৭৭. রিয়া একটি কাজ ২০ দিনে এবং লিয়া তা ৩০ দিনে করতে পারে। তারা একদিনে একত্রে কাজ করে ৩০০ টাকা পায়। রিয়া কত টাকা পাবে?

ক. ১০০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ১২০ টাকা ঘ. ১৮০ টাকা **উত্তর: ঘ**

সমাধান: এখানে রিয়া ও লিয়ার একদিনের কাজের অনুপাত = $\frac{১}{২০}:\frac{১}{৩০}=\frac{১}{২০}\times৬০:\frac{১}{৩০}\times৬০=৩:২$

[অর্থাৎ মোট কাজটি ৫ একক হলে রিয়া করবে ৩ একক এবং লিয়া করবে ২ একক। তাহলে টাকাও সেভাবে পাবে]

এখন, ৩০০ টাকাকে ৩:২ অংশে ভাগ করলে রিয়া পাবে, ৩০০ এর $\frac{৩}{৩+২}=৩০০\times\frac{৩}{৫}=১৮০$ টাকা।

লজিক: যে কম দিনে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করে সে যদি বেশি দিনে শেষ করতে পারা কারো সাথে একত্রে ১দিন কাজ করে তাহলে তার কাজের পরিমাণ বেশি হবে এবং সে বেশি টাকা পাবে।] [অংকগুলো ল.সা.গু টেকনিকেও করতে পারেন]

৭৮. P এবং Q একটি কাজ ৮০ দিনে ৬৪০০০ টাকা নির্মাণ করে দিবে বলে চুক্তি করল এবং ৫০দিন পর P চলে গেল। বাকি কাজ Q একাকী ৬০ দিনে শেষ করল। P মজুরি বাবদ কত টাকা পাবে? *[DPDC-এর (সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট:)-২০২১]*

ক. ৩৬,০০০ খ. ৩২,০০০ গ. ২৪,০০০ ঘ. ২০,০০০ উত্তর: ঘ

সমাধান: (P ও Q) ১ দিনে করে কাজের $= \frac{১}{৮০}$ অংশ

(P ও Q) ৫০ দিনে করে কাজের $= \frac{১\times৫০}{৮০} = \frac{৫}{৮}$ অংশ $\therefore$ অবশিষ্ট অংশ $= ১ - \frac{৫}{৮} = \frac{৩}{৮}$ অংশ

Q একাকী $\frac{৩}{৮}$ অংশ কাজ করতে পারে $= ৬০$ দিনে

$\therefore$ Q " ১ বা সম্পূর্ণ " " " $= ৬০ \times \frac{৮}{৩}$ দিনে $= ১৬০$ দিনে ।

Q মোট কাজ করেছে $= ৫০+৬০ = ১১০$ দিন।

সুতরাং Q, ১১০ দিনে করেছে $= \frac{১১০}{১৬০} = \frac{১১}{১৬}$ অংশ। (Q পাবে মোট টাকার $\frac{১১}{১৬}$ অংশ কারণ এতটুকু কাজ সে করেছে)

সুতরাং P করেছে $= ১-\frac{১১}{১৬} = \frac{৫}{১৬}$ অংশ। সুতরাং P পাবে $৬৪০০০\times\frac{৫}{১৬} = ২০,০০০$ টাকা।

৭৯. একটি কাজ A, ১০ দিনে এবং B , ১৫ দিনে করতে পারে, তারা দুজনে একটি কাজ ৫ দিন করার পর অবশিষ্ট কাজ C ২ দিনে শেষ করলো। যদি তারা মোট ৪৫০০ টাকা মুজুরি পায় । তাহলে কে কত টাকা পাবে?

সমাধান: A, এবং B প্রত্যেকে প্রথমে ৫ দিনে যত অংশ করে কাজ করেছে টাকা ভাগ করার সময় মোট টাকার ঠিক তত অংশই পাবে। A করেছে $\frac{৫}{১০} = \frac{১}{২}$ অংশ, B করেছে $\frac{৫}{১৫} = \frac{১}{৩}$ অংশ, সুতরাং C করেছে $= ১-(\frac{১}{২}+\frac{১}{৩}) = \frac{১}{৬}$ অংশ।

$\therefore$ A পাবে, ৪৫০০ এর $\frac{১}{২} = ২২৫০$, B পাবে, ৪৫০০ এর $\frac{১}{৩} = ১৫০০$ এবং C পাবে, ৪৫০০ এর $\frac{১}{৬} = ৭৫০$

উত্তর: A = ২২৫০, B = ১৫০০ এবং C = ৭৫০ টাকা।

[**পরামর্শ:** এখানে যারা উপরের সাধারণ অংকগুলোর মত শেষের ২ নিয়ে আগে ভাবা শুরু করবেন তাদের কাছে এলোমেলো হয়ে যাবে, কারণ শেষে C যে ২ দিন কাজ করেছে সেই ২ দিন সংখ্যাটা কোন কাজেই লাগলো না কারণ মোট কাজ থেকে A এবং B এর কাজের অংশ বাদ দিলে C এর কাজ কাজের অংশ বের হয় । তারপর কাজের হিসেবে সমান সমান টাকা ভাগ)

নিজে করুন:

৮০. A একটি কাজ ১০ দিনে এবং B ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একসাথে ৫দিন কাজ করে। অবশিষ্ট কাজ C, ২ দিনে শেষ করে। যদি তারা মোট ১৫০০ টাকা মজুরি পায় তাহলে B এর দৈনিক মজুরি কত?

ক. ১০০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ১২০ টাকা ঘ. ১৮০ টাকা উত্তর: ক

[**Hints:** অনুপাত বের করে টাকা ভাগ করে দিলে B যে টাকা পাবে তাকে ৫ দিয়ে ভাগ করলে দৈনিক মজুরী বের হবে]

Practice Part

১. দুই ব্যক্তি একত্রে একটি কাজ ১৬ দিনে করতে পারে। প্রথম ব্যক্তি কাজটি একাকি ২৪ দিনে করতে পারলে দ্বিতীয় ব্যক্তিকে কাজটি করতে কত দিন সময় লাগবে?

ক. ২৮ খ. ৩৮ গ. ৪৮ ঘ. ৫২

২. একটি চৌবাচ্চা দুটি নল আছে। প্রথম নল ৪০ সেকেন্ডে চৌবাচ্চাটি ভর্তি করে এবং অপর নল ৬০ সেকেন্ডে চৌবাচ্চাটি খালি করে। নল দুটি একত্রে খুলে দিলে কতক্ষণে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে?

ক. ১০০ সেকেন্ডে খ. ৩০ সেকেন্ডে গ. ৯০ সেকেন্ডে ঘ. ১২০ সেকেন্ডে

৩. একটি নল খালি চৌবাচ্চাকে ১৮ মিনিটে পূর্ণ করে ও অপর একটি নল ১২ মিনিটে খালি করে। অর্ধ পানিপূর্ণ অবস্থায় নল দুটি একসাথে খুলে দিলে কত সময়ে চৌবাচ্চাটি খালি হবে? *[প্রাক-প্রাথমিক (সহ: শিক্ষক) -২০১৩]*

ক. ৪৬ মিনিট খ. ৩৬ মিনিট গ. ২৪ মিনিট ঘ. ১৮ মিনিট

৪. A ও B নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চাকে যথাক্রমে ৬ মিনিটে ও ১২ মিনিটে ভর্তি করা যায় এবং C নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ৮ মিনিটে খালি হয়। তিনটি নল একসঙ্গে চালু করলে কতক্ষণে শূন্য চৌবাচ্চা পূর্ণ হবে?

ক. ২ খ. ৪ গ. ১২ ঘ. ৮

৫. একটি চৌবাচ্চা পানি ভর্তি হতে সময় লাগে ৮ ঘন্টা। কিন্তু চৌবাচ্চার তলায় ছিদ্র থাকার কারণে তা ভর্তি হতে আরো ২ ঘন্টা বেশি সময় লাগে। যদি চৌবাচ্চাটি ভর্তি থাকে তাহলে ওই ছিদ্র দিয়ে তা খালি হতে কত সময় লাগবে?

ক. ১৬ ঘন্টা খ. ২০ ঘন্টা গ. ৩২ ঘন্টা ঘ. ৪০ ঘন্টা

৬. A এবং B একত্রে একটি কাজ শেষ করতে পারে ১৫ দিনে, A হচ্ছে ৫০% বেশি দক্ষ B-এর চেয়ে। তাহলে A একক ভাবে কাজটি শেষ করতে পারবে কত দিনে?

ক. ২০ দিনে খ. ২১ দিনে গ. ২১.৪ দিনে ঘ. ২৫ দিনে

৭. A-এর একটি কাজ করতে B-এর দ্বিগুণ সময় লাগে এবং C-কে B-এর ৩গুণ সময় লাগে । তারা ৩ জন একত্রে ১২ দিনে কাজটি সম্পন্ন করে। তাহলে A-এর একা ঐ কাজটি করতে কতদিন সময় লাগবে?

ক. ২০ দিন খ. ২২ দিন গ. ৩৩ দিন ঘ. ৪৪ দিন

৮. পাইপ A একটি ট্যাঙ্ক ২০ মিনিটে পূর্ণ করতে পারে। পাইপ B, ৬০ মিনিটে ভর্তি করে ট্যাঙ্কটি; ১০ মিনিট ধরে A এবং B পাইপ চালিয়ে রাখার পর পাইপ A বন্ধ করা হল। তবে ট্যাঙ্কটি কত সময়ে পূর্ণ হবে?

ক. ১০ মিনিট খ. ৩০ মিনিট গ. ২০ মিনিট ঘ. ৪০ মিনিট

৯. A ও B একটি কাজ ১২ দিনে করে। B ও C কাজটি ২০ দিনে করে। C ও A কাজটি ৩০ দিনে করে। যদি A, B ও C একসঙ্গে কাজটি করে, তবে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে?

ক. ৫০ দিনে খ. ৭ দিন গ. ১২ দিন ঘ. ১৫ দিন

১০. একটি ট্যাংক দুটি নল দ্বারা যথাক্রমে ২০ ও ২৪ মিনিটে পূর্ণ হয়। এবং একটি পানি ব্যবহারের পাইপ দ্বারা প্রতি মিনিটে ৩ গ্যালন পানি বের হয়ে যায়। যদি তিনটি পাইপ ই একসাথে চালু থাকে তাহলে ট্যাংকটি ১৫ মিনিটে পূর্ণ হয়। ট্যাংকটির ধারণ ক্ষমতা কত?

ক. ১২০ লিটার খ. ২০০ লিটার গ. ২৪০লিটার ঘ. ৩০০লিটার

১১. A-একটি কাজ ২৬ দিনে করতে পারে, B ঐ কাজ ৩৯ দিনে করতে পারে। যদি তারা একত্রে কাজ করে, তাহলে প্রথম ব্যক্তির মজুরী দ্বিতীয় ব্যক্তির মজুরীর চেয়ে শতকরা কত বেশী হবে?

ক. ২৫% খ. ৩৫% গ. ১৫% ঘ. ৫০%

১২. A একটি কার্য ২ দিনে করতে পারে এবং B এ কাজ ৩ দিনে করতে পারে। তারা দুজনে একত্রে কাজ করে ৬০০০ টাকা মজুরী পায়, তাহলে A-এর মজুরীর ২০% কত হবে?

ক. ৭২০ টাকা খ. ৩৫০ টাকা গ. ৩২০ টাকা ঘ. ৪২০ টাকা

Only Answers

১.	গ	২.	ঘ	৩.	ঘ	৪.	ঘ	৫.	ঘ	৬.	ঘ
৭.	ঘ	৮.	খ	৯.	গ	১০.	ক	১১.	ঘ	১২.	ক

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: কাজটি করতে ২য় ব্যক্তির সময় লাগবে $= \left(\frac{১৬\times২৪}{২৪-১৬}\right) = \left(\frac{১৬\times২৪}{৮}\right) = ৪৮$ দিন।

২. সমাধান: $\left(\frac{৪০\times৬০}{৬০-৪০}\right) = \left(\frac{৪০\times৬০}{২০}\right) = ১২০$ সেকেন্ডে ।

৩. সমাধান: অর্ধপূর্ণ চৌবাচ্চাটি খালি করতে সময় লাগবে $= \left(\frac{১৮\times১২}{১৮-১২}\right)\times\frac{১}{২} = ১৮$ মিনিট।

৪. সমাধান: A, B ও C নল ৩টি দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $= \frac{১}{৬}+\frac{১}{১২}-\frac{১}{৮} = \frac{৪+২-৩}{২৪} = \frac{৩}{১২} = \frac{১}{৪}$ অংশ।

সুতরাং, $\frac{১}{৮}$ অংশ পূর্ণ হয় ১ মিনিটে ∴ শূন্য চৌবাচ্চা পূর্ণ হয় = ৮ মিনিটে। **উত্তর: ৮ মিনিট।**

৫. সমাধান: এক ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি খালি হয় $= \frac{১}{৮}-\frac{১}{১০} = \frac{৫-৪}{৪০} = \frac{১}{৪০}$ । ∴ছিদ্রটি চৌবাচ্চাটিকে খালি করে ৪০ ঘন্টায়।

৬. সমাধান:

A এবং B-এর ১ দিনের কাজের অনুপাত ১৫০:১০০= ৩:২ [যে বেশি দক্ষ সে বেশি কাজ করে এখানে A = ৩ ও B = ২]

A ও B একত্রে ১ দিনে করে $\frac{১}{১৫}$ ∴ A-এর একদিনের কাজ $= \frac{১}{১৫}\times\frac{৩}{৫} = \frac{১}{২৫}$ [মোট কাজ ৩+২ = ৫টির মধ্যে A= ৩]

সুতরাং A এককভাবে কাজটি শেষ করবে **২৫ দিনে।** **[ভগ্নাংশ আকারেও করা যায়। কিন্তু এভাবে বেশি সহজ।]**

৭. সমাধান: ধরি, B = x দিন। তাহলে A = ২x দিন। এবং C = ৩x দিন।

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{x}+\frac{১}{২x}+\frac{১}{৩x} = \frac{১}{১২} \Rightarrow \frac{৬+৩+২}{৬x} = \frac{১}{১২}$ $\Rightarrow ৬x = ১১\times১২$ ∴x = ২২ সুতরাং A = ২×২২ = ৪৪ দিন

৮. সমাধান: ১০ মিনিটে (A+B) পানি ভরে = $১০\times\left(\frac{১}{২০}+\frac{১}{৬০}\right)$ অংশ $= ১০\times\left(\frac{৩+১}{৬০}\right)$ অংশ $= \frac{১০}{১৫} = \frac{২}{৩}$ অংশ

B পাইপ পূর্ণ করে, বাকী = $১-\frac{২}{৩} = \frac{১}{৩}$ অংশ। ∴সময় লাগে = $৬০\times\frac{১}{৩} = ২০$ সুতরাং মোট সময় =২০+১০ = ৩০মিনিট।

৯. সমাধান: (A+B) + (B+C) (A+C) এর এক দিনের কাজ $= \frac{১}{১২}+\frac{১}{২০}+\frac{১}{৩০} = \frac{৫+৩+২}{৬০} = \frac{১০}{৬০} = \frac{১}{৬}$

$\Rightarrow$২(A+B+C) এর এক দিনের কাজ $= \frac{১}{৬}$ ∴(A+B+C) এর এক দিনের কাজ $= \frac{১}{১২}$ সুতরাং একত্রে লাগবে = ১২ দিন

১০. সমাধান: $\frac{১}{১৫}-\left(\frac{১}{২০}+\frac{১}{২৪}\right) = -\frac{১}{৪০}$ ∴খালি হবে ৪০ মিনিটে। প্রতি মিনিটে ৩ গ্যালন হিসেব ৪০×৩ = ১২০ গ্যালন

১১. সমাধান: A এবং B এর লাগা সময়ের অনুপাত = ২৬:৩৯ = ২:৩। সুতরাং তাদের দক্ষতার অনুপাত হবে ৩:২।
যেহেতু ১ম ব্যক্তি ২য় ব্যক্তির থেকে দেড়গুণ বা ১৫০% দক্ষ তাহলে প্রথম জন শতকরা বেশি মজুরী পাবে = ৫০% ।

১২. সমাধান: A এবং B এর লাগা সময়ের অনুপাত = ২:৩। সুতরাং তাদের দক্ষতরা অনুপাত হবে ৩:২।

তাহলে A এর প্রাপ্ত মজুরীর পরিমাণ হবে $= ৬০০০\times\frac{৩}{৩+২} = ৬০০০\times\frac{৩}{৫} = ৩৬০০$ টাকা।

সুতরাং A এর মজুরীর ২০% = ৩৬০০ এর ২০% = ৭২০ টাকা।

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. যদি কোন কাজ আলাদাভাবে সম্পন্ন করতে আজিজের ৪৫ মিনিট এবং সৌরভের ৩০ মিনিট সময় লাগে, তবে উভয়ের একত্রে কত মিনিট কাজটি করবে?
ক. ১৫ খ. ১২ গ. ১৮ ঘ. ১৪

২. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১০ দিনে শেষ করতে পারে। খ একা কাজটি ১৪ দিনে শেষ করতে পারলে ক একা কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?
ক. ৩৫দিনে খ. ৩৯দিনে গ. ২৫দিনে ঘ. ৩০দিনে

৩. একটি নল খালি চৌবাচ্চাকে ১৮ মিনিটে পূর্ণ করে, অপর একটি নল ১২ মিনিটে খালি করে। অর্ধপূর্ণ থাকা অবস্থায় নল দুটি একসাথে খুলে দিলে কত সময়ে চৌবাচ্চাটি খালি হবে?
ক. ১৬মি খ. ২০মি গ. ২৪মি ঘ. ১৮মি

৪. ক একটি কাজ ৯ দিনে এবং খ ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৪ দিন কাজ কারার পর "ক" চলে গেল । বাকী কাজ "খ" কতদিনে শেষ করতে পারবে?
ক. ১০দিনে খ. ৮দিনে গ. ৬দিনে ঘ. ৫দিনে

৫. ১টি চৌবাচ্চা ৬ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তলায় ছিদ্র থাকায় তা পূর্ণ হতে ২ ঘন্টা সময় বেশি লাগে। পূর্ণ চৌবাচ্চাটি ছিদ্র দিয়ে কতক্ষণে খালি হবে?
ক. ২৪ ঘন্টায় খ. ২০ ঘন্টায় গ. ২৬ ঘন্টায় ঘ. ২৭ ঘন্টায়

৬. একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দ্বারা যথাক্রমে ৫, ১০ ও ৩০ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। তিনটি নল একসাথে খুলে দিলে চৌবাচ্চাটির পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? *[প্রবাসী কল্যাণ ব্যাংক- (এসইও)-২০১৪]*
ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫

৭. সম্পূর্ণ খালি একটি চৌবাচ্চা একটি পাইপ দ্বারা ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। আবার দ্বিতীয় একটি পাইপ দ্বারা চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে ৩ ঘন্টা সময় লাগে। দুটি পাইপ একসাথে ছেড়ে দিলে চৌবাচ্চাটির $\frac{১}{৩}$ অংশ পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে?
ক. $\frac{৫}{৮}$ ঘন্টা খ. $\frac{৫}{৪}$ ঘন্টা গ. $\frac{৪}{৫}$ ঘন্টা ঘ. $\frac{৮}{৫}$ ঘন্টা

৮. ক একটি কাজ ২০ দিনে এবং খ ঐ কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে কাজ শুরু করার ৮ দিন পর ক চলে গেলো। বাকি কাজ খ একা কত দিনে শেষ করতে পারবে?
ক. ১২দিন খ. ৮দিন গ. ৪ দিন ঘ. ৬দিন

৯. একটি কার্য সম্পন্ন করতে B-এর চেয়ে A-এর ৫০% সময় বেশী লাগে। তারা দুজনে একত্রে কাজটি ১৮ দিনে সম্পন্ন করতে পারে। তাহলে B একা কতদিনে সম্পন্ন করবে?
ক. ৩০ দিন খ. ৩৫ দিন গ. ৪০ দিন ঘ. ৪৫ দিন

১০. A একটি কার্য ৩ দিনে করতে পারে, B ৪ দিনে ঐ কাজ করতে পারে। যদি তারা একত্রে কাজ করে ২৮০০ টাকা মজুরী পায়, তাহলে A কত পাবে?
ক. ১২০০ টাকা খ. ১৫০০ টাকা গ. ১৩০০ টাকা ঘ. ১৬০০ টাকা

Only Answers

১.	গ	২.	ক	৩.	ঘ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	খ	৭.	ক	৮.	গ	৯.	ক	১০.	ঘ

লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

১. 'ক' একটি কাজ ৪০ দিনে করতে পারে। সে ৫ দিন কাজ করার পর 'খ' বাকি কাজ ২১ দিনে শেষ করলো। প্রথম হতে দুজনে একত্রে কাজটি আরম্ভ করলে কত দিনে শেষ করতে পারত? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৮ (লিখিত)]*

সমাধান: ক ৪০ দিনে করে = ১ অংশ

ক ৫ দিনে করে = $\frac{১}{৪০}\times ৫ = \frac{১}{৮}$ অংশ। ∴ কাজ অবশিষ্ট রইল = $১-\frac{১}{৮}=\frac{৮-১}{৮}=\frac{৭}{৮}$ অংশ

এখন খ ২১ দিনে করে = $\frac{৭}{৮}$ অংশ ∴ খ ১ দিনে করে = $\frac{৭}{৮\times ২১}=\frac{১}{২৪}$ অংশ

ক ও খ ১ দিনে করে = $\frac{১}{৪০}+\frac{১}{২৪}$ অংশ = $\frac{৬+১০}{২৪০}=\frac{১৬}{২৪০}=\frac{১}{১৫}$ অংশ

∴ ক ও খ ১ম থেকে একত্রে কাজটি আরম্ভ করলে কাজটি শেষ করতে পারবে ১৫ দিনে। **উত্তর: ১৫ দিন।**

২. একটি পিপায় তিনটি নল আছে। প্রথম দুইটি দ্বারা যথাক্রমে ১০ মিনিটে ও ১৫ মিনিটে পিপাটি পূর্ণ হয় এবং তৃতীয়টি দ্বারা ২০ মিনিটে পরিপূর্ণ পিপা পানি শূন্য হয়। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে ৫ মিনিট পর তৃতীয় নলটি বন্ধ করা হলো। কত সময়ে পিপাটি পূর্ণ হবে? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৯ (লিখিত)]*

সমাধান: তিনটি নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\left(\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}-\frac{১}{২০}\right)=\frac{৬+৪-৩}{৬০}=\frac{৭}{৬০}$ অংশ

" " " ৫ " " " = $৫\times\frac{৭}{৬০}=\frac{৭}{১২}$ অংশ

∴ অবশিষ্ট কাজ = $\left(১-\frac{৭}{১২}\right)$ অংশ = $\frac{১২-৭}{১২}=\frac{৫}{১২}$ অংশ

আবার, প্রথম নল ২টি দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় = $\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}=\frac{৩+২}{৩০}=\frac{৫}{৩০}=\frac{১}{৬}$ অংশ

$\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ মিনিটে

∴ ১ " " " = ১ × ৬ "

∴ $\frac{৫}{১২}$ " " " = $\frac{৬\times ৫}{১২}$ " = $২\frac{১}{২}$ মিনিটে **উত্তর: $২\frac{১}{২}$ মিনিট।**

৩. করিম একটি কাজের $\frac{১}{৩}$ অংশ ৮ দিনে করে চলে গেল। এরপর রহিম কাজে যোগ দিল এবং সে ৫ দিন কাজ করে চলে গেল। বাকি কাজ করিম ১২ দিনে শেষ করলো। রহিম একা সম্পূর্ণ কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারতো? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৭ (লিখিত)]*

সমাধান: করিম মোট কাজ করে = ৮+১২ = ২০ দিন।

এখন করিম ৮ দিনে করে = $\frac{১}{৩}$ অংশ

∴ করিম ১ দিনে করে = $\frac{১}{৩\times ৮}$ অংশ

∴ করিম ২০ দিনে করে = $\frac{২০}{৩\times ৮}=\frac{৫}{৬}$ অংশ

এই কাজটি রহিম করে = ৫দিনে

১/৩ অংশ	? অংশ	করিমের ১২ দিনে করা অংশ

করিম করে =৮দিনে — ইহা করিম করে = ১২দিনে

এই কাজটুকু মোট কাজের কত অংশ?

অবশিষ্ট কাজ = $১-\frac{৫}{৬}$ অংশ = $\frac{১}{৬}$ অংশ। এই অবশিষ্ট কাজটিই রহিম ৫ দিনে করেছে। (চিত্রে দেখুন)

রহিম $\frac{১}{৬}$ অংশ করে = ৫দিনে

∴ " ১ " " = ৫×৬ = ৩০দিনে।

MCQ: শুধু ভগ্নাংশগুলো লিখে হিসেব করলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের হবে।

উত্তর: ৩০ দিন।

৪. সেন্টু ও সোহেল যথাক্রমে ২০ দিনে ও ৩০ দিনে একটি জমির ধান কাটতে পারে। তারা একত্রে ৭ দিনে কাজ করার পর উভয়েই চলে গেল। বাকি কাজ ফারুক ১০ দিনে শেষ করল। সম্পূর্ণ কাজটি একা করতে ফারুকের কত দিন লাগবে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০১৮ (লিখিত)]*

সমাধান:

সেন্টু ২০ দিনে কাটতে পারে = ১ অংশ জমির ধান

∴ " ১ " " " = $\frac{১}{২০}$ অংশ " "

একইভাবে,

সোহেল ৩০ দিনে কাটতে পারে = ১ অংশ জমির ধান

∴ " ১ " " " = $\frac{১}{৩০}$ অংশ " "

For MCQ: $\frac{৭}{২০}+\frac{৭}{৩০}=\frac{৭}{১২}$ অবশিষ্ট $\frac{৫}{১২}=১০$ দিন হলে পুরো কাজ = $\frac{১০\times ১২}{৫}=২৪$ দিন।

বিকল্প: ধরি ফারুক সম্পূর্ণ কাজটি করতে পারে = x দিনে

প্রশ্নমতে, $\frac{৭}{২০}+\frac{৭}{৩০}+\frac{১০}{x}=১$ ∴ x = ২৪ দিন।

এখন, সেন্টু ও সোহেল একত্রে ১ দিনে কাটতে পারে = $\frac{১}{২০}+\frac{১}{৩০}=\frac{৩+২}{৬০}=\frac{৫}{৬০}=\frac{১}{১২}$ অংশ

∴ সেন্টু ও সোহেল ৭ দিনে কাটতে পারে = $৭\times\frac{১}{১২}=\frac{৭}{১২}$ অংশ। সুতরাং অবশিষ্ট কাজ = $১-\frac{৭}{১২}=\frac{৫}{১২}$ অংশ

ফারুক $\frac{৫}{১২}$ অংশ জমির ধান কাটে = ১০ দিনে ∴ পুরো জমির ধান কাটে = $\frac{১০\times ১২}{৫}$ = ২৪ দিনে **উত্তর: ২৪ দিনে।**

নিজে করুন:

৫. ক একটি কাজ ৯ দিনে এবং খ ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে যায়। বাকি কাজটুকু খ ৬ দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল? *[২০তম বিসিএস লিখিত]* **উত্তর: ১০দিন**

৬. একটি চৌবাচ্চার দুটি নল দ্বারা পানি প্রবেশ করতে পারে। প্রথম নলটি ৯ ঘন্টায় এবং দ্বিতীয় নলটি ১২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে পারে। উভয় নল দ্বারা কয়েক ঘন্টা পানি প্রবেশ করার পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়া হয়। দ্বিতীয় নলটি পরবর্তী ২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করে। চৌবাচ্চাটি কত ঘন্টায় পূর্ণ হয়েছিল? *[পরিদর্শন ও নিরিক্ষা অধিদপ্তর (অডিটর)-২০২০ (লিখিত)]*

[Hints: ধরি মোট x ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়। প্রশ্নমতে, $\frac{x-২}{৯}+\frac{x}{১২}=১$ অংশ। সমাধান করে $x = ৬\frac{২}{৭}$ ঘন্টা **]**

৭. একটি চৌবাচ্চা দুইটি নল দ্বারা যথাক্রমে ১০ ঘন্টায় ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেয়ার কিছুক্ষণ পরে প্রথম নলটি বন্ধ করে দেওয়া হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটির বাকী অংশ ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। প্রথম নল কত সময় পরে বন্ধ করা হয়েছিল? *[৯ম-১০ম শ্রেণি ১৯৮৩ সংস্করণ]* **উত্তর: ৪ ঘন্টা**

৮. একটি কাজ ক ও খ ১০ দিনে, খ ও গ ১৫ দিনে এবং ক ও গ ১২ দিনে করতে পারে। ক, খ ও গ একত্রে কত দিনে কাজটি করতে পারে? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১৭ (লিখিত)]*

সমাধান: (ক+খ)+(খ+গ)+(ক+গ) ১ দিনে করবে $= \left(\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১২}\right)$ অংশ $= \frac{৬+৪+৫}{৬০} = \frac{১৫}{৬০} = \frac{১}{৪}$ অংশ

বা, ২(ক+খ+গ) ১ দিনে করবে $= \frac{১}{৪}$ অংশ বা, (ক+খ+গ) ১ দিনে করবে $= \frac{১}{৪\times২} = \frac{১}{৮}$ অংশ

এখন, ক, খ ও গ একত্রে $\frac{১}{৮}$ অংশ কাজ শেষ করে = ১ দিনে

∴ ক, খ ও গ সম্পূর্ণ বা ১ " " " " = ৮ দিনে। উত্তর: ৮দিন।

৯. ক একটি কাজ ৩০ দিনে, খ ১৫ দিনে এবং গ ১০ দিনে করতে পারে। প্রতি ২য় দিনে খ এবং প্রতি ৩য় দিনে গ, ক-কে সাহায্য করলে ঐ কাজটি কত দিনে শেষ হবে? *[বাংলাদেশ কৃষি ব্যাংক: সিনিয়র অফিসার-২০১৫]*

সমাধান: যেহেতু ক কে খ দুদিন পর পর এবং গ তিন দিন পর পর সাহায্য করে, তাহলে ২ ও ৩ এর ল.সা.গু বের করলে একটি নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে ক কে, কে কতদিন সাহায্য করবে তা সহজেই বোঝা যাবে। ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ৬।

সুতরাং কাজটির প্রথম ৬দিনে ক করে ৬দিন, খ সাহায্য করে = ৬÷২ = ৩দিন, এবং গ সাহায্য করে = ৬÷৩ = ২ দিন।

তাহলে প্রথম ৬ দিনে মোট কাজ হবে

তাহলে প্রথম ৬ দিনে মোট কাজ হবে $= \frac{৬}{৩০}+\frac{৩}{১৫}+\frac{২}{১০} = \frac{১}{৫}+\frac{১}{৫}+\frac{১}{৫} = \frac{১+১+১}{৫} = \frac{৩}{৫}$ অংশ।

অবশিষ্ট কাজ $= ১-\frac{৩}{৫} = \frac{২}{৫}$ অংশ। (এখন তাদের আবার ৬ দিনের কাজ বের না করে ৩ দিনে বের করতে হবে)

পরবর্তী ৩ দিনে মোট কাজ হয় $= \frac{৩}{৩০}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১০} = \frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}+\frac{১}{১০} = \frac{৮}{৩০} = \frac{৪}{১৫}$ অংশ।

এখন (৬+৩) = ৯ দিনে মোট কাজ হল $= \frac{৩}{৫}+\frac{৪}{১৫} = \frac{৯+৪}{১৫} = \frac{১৩}{১৫}$ অংশ।

১০ম দিনে ক করে ১দিন এবং ঐ দিনে খ এসে ক, কে সাহায্য করবে।

তাই ক ও খ এর ১ দিনের মোট কাজ। $\frac{১}{৩০}+\frac{১}{১৫}$ অংশ $= \frac{১+২}{৩০} = \frac{৩}{৩০} = \frac{১}{১০}$ অংশ।

এখন ১০ দিনে মোট কাজ হলো $= \frac{১৩}{১৫}+\frac{১}{১০} = \frac{২৬+৩}{৩০} = \frac{২৯}{৩০}$ তাহলে অবশিষ্টাংশ $= ১-\frac{২৯}{৩০} = \frac{১}{৩০}$ অংশ।

এখন আবার ক ১১ তম দিনে একাকী কাজ করলে কাজ হবে $\frac{১}{৩০}$ অংশ অর্থাৎ ১১ তম দিনে কাজটি শেষ হবে। উত্তর: ১১দিন।

নিজে করুন:

১০. একটি কাজ ক ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। প্রথম দিন হতে প্রতি তৃতীয় দিনে খ এবং প্রতি চতুর্থ দিনে গ, ক -কে সাহায্য করলে ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে? *[৩৪তম বিসিএস লিখিত]+ [পরিদর্শন ও নিরিক্ষা অধিদপ্তর (অডিটর)-২০২০ (লিখিত)]*

উত্তর: $১৫\frac{১}{২}$

১১. ক একটি কাজ ৩৬ দিনে, খ ১৮ দিনে এবং গ ১২ দিনে করতে পারে। প্রতি দ্বিতীয় দিনে খ এবং প্রতি তৃতীয় দিনে গ, ক কে সাহায্য করে। ঐ কাজটি কতদিনে সম্পন্ন হবে? *(২১তম বিসিএস লিখিত)*

উত্তর: ১২দিনে।

গড়

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	গড়ের সাধারণ কিছু প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	গড়ের হ্রাস-বৃদ্ধি
পদ্ধতি-০২	বিভিন্ন সংখ্যার গড়	পদ্ধতি-০৭	একজনের পরিবর্তে আরেকজন আসলে
পদ্ধতি-০৩	ধারাবাহিক সংখ্যার গড়	পদ্ধতি-০৮	বিবিধ গড়
পদ্ধতি-০৪	ক্রিকেটের গড় সংক্রান্ত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৯	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৫	বয়সের গড় সংক্রান্ত প্রশ্ন		
Practice Part		Model Test	
গড়ের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

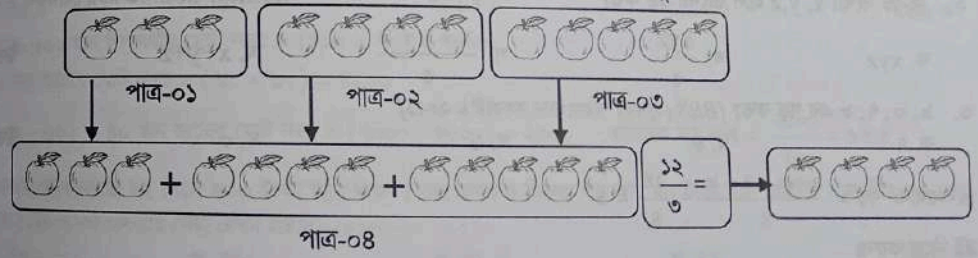
প্রাথমিক আলোচনা:

বিভিন্ন প্রতিযোগীতামূলক পরীক্ষায় গড় অধ্যায় থেকে বিভিন্ন প্রশ্ন প্রায়ই আসে। তাই গুরুত্ব সহকারে এই অধ্যায়ের সমাধান করে দেয়া প্রশ্নগুলো পড়ে বোঝার চেষ্টা করুন।

গড় কী?

একজাতীয় কিছু রাশির সমষ্টিকে উক্ত রাশিগুলোর মোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে ভাগফল পাওয়া যায়, তাকে ঐ রাশিগুলোর গড় বলে।

বিষয়টা খুব সহজে বোঝার জন্য নিচের চিত্রটি দেখুন:



ব্যাখ্যা: প্রথম ৩টি পাত্রে থাকা ফলের সংখ্যা অসমান। সেগুলো সব পাত্র-০৪ এ একত্রিত করে সমান হারে ভাগ করে সমান হারে ভাগ করে দিলে প্রতিটি পাত্রে গড়ে ৪টি করে ফল থাকবে। এই যোগ করে ভাগ করার কাজটা সরাসরি এভাবেও করা যেতো, যেহেতু ৩নং পাত্রে গড়ের থেকে ১টি বেশি এবং ১ নং পাত্রে ১টি কম আছে। তাহলে ৩ নং থেকে ১নং এ ১টি ফল দিয়ে দিলে সবগুলোতেই সমান হয়ে যেতো। এখন সমান করার পর যা হবে তা ই গড়। (এই লজিকটা পরে অনেক কাজে লাগবে)

সুতরাং এক লাইনে আরো সহজভাবে বলা যায় যে, গড় হচ্ছে কয়েকটি ছোট-বড় বা অসমান সংখ্যা বা রাশির মধ্যবিন্দু।

গড় এর প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী:

- গড় $= \frac{\text{রাশিগুলোর যোগফল}}{\text{মোট রাশির সংখ্যা}}$
- রাশির সংখ্যা $= \frac{\text{একই জাতীয় রাশির সমষ্টি}}{\text{গড়}}$
- রাশিগুলোর সমষ্টি = রাশির গড় × রাশির সংখ্যা
- ধারাবাহিক সংখ্যার গড় $= \frac{\text{শেষ সংখ্যা + প্রথম সংখ্যা}}{২}$

গড়ের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

ধরুন, আপনার বয়স ২৫ বছর এবং আপনার ছোট ভাইয়ের বয়স ১৫ বছর। তাহলে আপনার এবং আপনার ভাইয়ের বয়সের গড় হবে $\frac{২৫+১৫}{২}=\frac{৪০}{২}=২০$ বছর। আবার এই বিষয়টিই যদি উল্টোভাবে বলা হতো যে, আপনার এবং আপনার ভাইয়ের বয়সের গড় ২০ বছর হলে, আপনাদের মোট বয়স কত? তখন এই গড় বছর ২০ কে ২ দিয়ে গুণ দিলেই আপনাদের মোট বয়স বের হয়ে যেত। তখন ২০×২= ৪০ হতো।

পদ্ধতি-০১: গড়ের সাধারণ কিছু প্রশ্ন

১. **৩ টি বইয়ের দাম যথাক্রমে ২২ টাকা, ২৭ টাকা ও ২০ টাকা হলে বইগুলোর গড় দাম কত?** *[পল্লী উন্নয়ন বোর্ড এর (অফিস সহায়ক)-২০১৫]*

ক. ২৪ টাকা খ. ২৩ টাকা গ. ২৬ টাকা ঘ. ২৫ টাকা **উত্তর: খ**

সমাধান: ৩ টি বইয়ের মোট দাম = (২২+২৭+২০) = ৬৯ টাকা

সুতরাং বইগুলোর গড় দাম = $\frac{৬৯}{৩}$ = ২৩ টাকা।

নিজে করুন:

২. **তিনটি সংখ্যা x, y,z হলে তাদের গড় কত?** **[Hints:** সংখ্যা তিনটির যোগফল ÷ ৩]

ক. xyz খ. $\frac{xyz}{৩}$ গ. $\frac{x+y+z}{৩}$ ঘ. x+y+z **উত্তর: গ**

৩. **৯, ০, ৭, ৮ এর গড় কত?** *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*

ক. ৭ খ. ৮ গ. ৬ ঘ. ০ **উত্তর: গ**

সমাধান: গড় = $\frac{৯+০+৭+৮}{৪}=\frac{২৪}{৪}$ = ৬

নিজে করুন:

৪. **৪টি ঝুড়িতে যথাক্রমে ৩, ০, ৪ ও ৫ টি করে কমলা থাকলে প্রত্যেক ঝুড়িতে গড়ে কয়টি করে কমলা আছে?** *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট):২০২০]*

ক. ৩টি খ. ৪টি গ. ৬টি ঘ. ১২টি **উত্তর: ক**

৫. **ক, খ ও গ এর মাসিক গড় বেতন ৫০০ টাকা। খ, গ ও ঘ এর মাসিক গড় বেতন ৪৫০ টাকা। ক এর বেতন ৫৪০ টাকা হলে ঘ এর বেতন কত?** *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (জবা) : ২০১১]*

ক. ৩৭৫ টাকা খ. ৩৮০ টাকা গ. ৩৮৫ টাকা ঘ. ৩৯০ টাকা **উত্তর: ঘ**

সমাধান:

ক, খ ও গ এর মোট বেতন = ৫০০ × ৩ = ১৫০০ টাকা

খ ও গ এর মোট বেতন = (ক+খ+গ)-ক = (১৫০০-৫৪০) = ৯৬০ টাকা

খ ,গ ও ঘ এর মোট বেতন = (৪৫০ × ৩) = ১৩৫০ টাকা

∴ঘ এর বেতন = (খ,গ ও ঘ এর বেতন)-(খ ও গ এর বেতন) = ১৩৫০ - ৯৬০ = **৩৯০ টাকা**

অজানা রাশির মান বের করা:

টিপস: এক্ষেত্রে প্রথমে গড় টিকে মোট সংখ্যা দিয়ে গুণ করে তারপর প্রশ্নে প্রদত্ত সংখ্যা গুলো যোগ করতে হবে এবং তা সবগুলো সংখ্যার সমষ্টি থেকে বিয়োগ দিলেই অজানা সংখ্যাটির মান বের হয়ে যাবে।

৬. **৪, ৬, ৭ এবং x এর গড় মান ৫.৫ হলে x-এর মান কত?** *[প্রাথ: শিক্ষক -২০১৫]*

ক. ৬.৮ খ. ৬.৫ গ. ৫.০ ঘ. ৭.৫ **উত্তর: গ**

সমাধান: ৪টি সংখ্যার সমষ্টি = ৫.৫×৪ = ২২ তারপর প্রশ্নে প্রদত্ত তিনটি সংখ্যার সমষ্টি = (৪+৬+৭) = ১৭

সবগুলোর যোগফল থেকে প্রথম তিনটির যোগফল বিয়োগ করলে অজানা রাশির মান বের হবে।

∴৪র্থ সংখ্যাটি = (২২-১৭) = ৫ **উত্তর: ৫।**

৭. **তিনটি সংখ্যা 5, 6, k এর গড় 12 হলে k এর মান-** *[দূর্যোগ ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তরের (অফিস সহকারী কাম কম্পি: যুদ্মাক্ষরিক) -২০১৯]*

ক. 25 খ. 2 গ. -2 ঘ. 22 **উত্তর: ক**

সমাধান: $5+6+k=3\times12 \Rightarrow k=36-11 \quad \therefore k=25$ [বুঝলে অনেকভাবেই করা যায়]

নিজে করুন:

৮. **৮,১১ এবং x এর গড় ১২ হলে x এর মান কত?** *[MBA 88-89]* **[Hints:** ১২×৩ = ৩৬-(১১+৮) = ১৭]

ক. ১৫ খ. ১৭ গ. ১৮ ঘ. ২০ **উত্তর: খ**

৯. **৫, ৬, ৭ এবং w এর গড় (গাণিতিক গড়) ৮ হলে w এর মান কত?** *[৩৪ তম বিসিএস(মনস্তাত্ত্বিক)]*

ক. ৮ খ. ১২ গ. ১৪ ঘ. ১৬ **উত্তর: গ**

১০. **১০০ শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানের গড় নম্বর ৭০, এদের মধ্যে ৬০ জন ছাত্রীর গড় নম্বর ৭৫ হলে, ছাত্রদের গড় নম্বর কত ?** *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*

ক. ৫৫.৫ খ. ৬০.৫ গ. ৬৫.৫ ঘ. ৬২.৫ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ১০০ জন শিক্ষার্থীর মোট নম্বর = (১০০ × ৭০) = ৭০০০

৬০ জন ছাত্রীর মোট নম্বর = (৭৫ × ৬০) = ৪৫০০

(১০০ - ৬০) বা ৪০ জন ছাত্রের মোট নম্বর = (৭০০০ - ৪৫০০) = ২৫০০ ∴ছাত্রদের গড় নম্বর = $\frac{২৫০০}{৪০}$ = ৬২.৫

১১. **একজন দোকানদার ১২ দিনে ৫০০ টাকা আয় করল। তার প্রথম ৪ দিনের গড় আয় ৪০ টাকা হলে অবশিষ্ট দিনগুলির গড় আয় কত ?** *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮]*

ক. ৫০ খ. ৪৫ গ. ৪২.৫ ঘ. ৪২ **উত্তর: গ**

সমাধান:

এক লাইনে: ৫০০ - (৪০×৪) = ৩৪০ এরপর ৩৪০÷৮ = ৪২.৫ টাকা

১২ দিনের মোট আয় = ৫০০ টাকা।

১ম ৪ দিনের গড় আয় ৪০ টাকা হলে মোট আয় = (৪০×৪) = ১৬০ টাকা

এখন অবশিষ্ট (১২-৪) = ৮ দিনের মোট আয় = (৫০০-১৬০) = ৩৪০ টাকা

∴ ৮ দিনের গড় আয় = $\frac{৩৪০}{৮}$ টাকা = ৪২.৫ টাকা। **উত্তর: ৪২.৫ টাকা**

১২. **দুটি সংখ্যার গড় xy, একটি সংখ্যা x হলে অপরটি কত?** *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. y খ. $\frac{x(y+1)}{2}$ গ. $x(2y-1)$ ঘ. $x(y-2)$ **উত্তর: গ**

সমাধান: এখানে, দুটি সংখ্যার গড় = xy

∴ সংখ্যা দুটির সমষ্টি = 2xy [২টি সংখ্যা তাই গড়কে ২ দিয়ে গুণ]

একটি সংখ্যা x সুতরাং অপর সংখ্যাটি হবে = 2xy - x = **x(2y-1)**

১৩. x ও y এর মানের গড় ৯ এবং z = ১২ হলে, x,y এবং z এর মানের গড় কত হবে? *[এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
+[CGA (Auditor-2022)]
ক. ৯ খ. ১০ গ. ১৫ ঘ. ২৪ উত্তর: খ

সমাধান: x ও y এর সমষ্টি = (৯×২) = ১৮ দেয়া আছে, z = ১২।
সুতরাং x, y ও z এর সমষ্টি = ১৮+১২ = ৩০ সুতরাং x,y এবং z এর গড় গড় = ৩০÷৩ = ১০ ।

নিজে করুন:
১৪. x ও y এর মানের গড় ১০ এবং z = ১৩ হলে x, y, z এর মানের গড় কত হবে? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধি: প্রদর্শক-২০১৩]*
ক. ১১ খ. ৯ গ. ১৮ ঘ. ১২ উত্তর: ক

১৫. P ও Q এর যোগফল ৭২ এবং R = ৪২ হলে, P, Q, এবং R এর গড় কত? *[BB (AD)-2008]*
ক. ৩২ খ. ৩৪ গ. ৩৬ ঘ. ৩৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: (P+Q)+R = ৭২+৪২ = ১১৪। ∴ P, Q, এবং R এর গড় = ১১৪÷৩ = ৩৮

১৬. $3x + 3y + 3z = 90$ হলে x, y, z এর গড় মান কত? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]*
ক. 10 খ. 3 গ. 9 ঘ. 6 উত্তর: ক

সমাধান: $3x + 3y + 3z = 90 \Rightarrow 3(x + y + z) = 90 \Rightarrow x + y + z = 30 \therefore \frac{x+y+z}{3} = \frac{30}{3} = 10$

১৭. যদি x + y = z হয় তবে, x, y এবং z এর গড় কত? *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেশন): ২০২০]*
ক. $\frac{z}{3}$ খ. $\frac{2z}{3}$ গ. $\frac{z}{2}$ ঘ. $\frac{(x+y)}{z}$ উত্তর: খ

সমাধান: দেয়া আছে, x + y = z ∴x, y এবং z এর গড় = $\frac{x+y+z}{3} = \frac{z+z}{3} = \frac{2z}{3}$

১৮. ৯, ১৪, ক ও খ এর গড় ১৭ হলে, (ক+৮) ও (খ-৫) এর গড় কত? *[BGFCL-এর সাব এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জিনিয়ার (সিভিল)-২০২১]*
ক. ৩৪ খ. ২৪ গ. ২১ ঘ. ১৪ উত্তর: খ

সমাধান: ৯, ১৪, ক ও খ, ৪ টি সংখ্যার গড় ১৭ সুতরাং এদের যোগফল = (১৭×৪) = ৬৮
প্রশ্নমতে, ৯+১৪+ক+খ = ৬৮ ⇒ ক+খ = ৬৮-২৩ ∴ ক+খ = ৪৫
এখন, (ক+৮) ও (খ-৫) এর যোগফল = ক+৮+খ-৫ = ক+খ+৩ = ৪৫+৩ = ৪৮ [ক+খ = ৪৫ বসিয়ে)]
সুতরাং সংখ্যা দুটির গড় = $\frac{৪৮}{২}$ = ২৪। [২য় অংশের (ক+৮) ও (খ-৫) হলো দুটি সংখ্যা]

১৯. ৫, ৯, 'ক' এবং 'খ' এর গড় ১৪ হলে (ক + ৭) এবং (খ - ৩) এর গড় কত? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ২৩ খ. ২৮ গ. ৪৬ ঘ. ৫৬ উত্তর: ক

Special Technique: এই আইডিয়াটা গড়ের বিভিন্ন অংককে কাজে লাগাতে পারলে খুব দ্রুত উত্তর বের করা সম্ভব হবে

২০. তিনটি সংখ্যার গড় ২৪, তাদের মধ্যে ২টি সংখ্যা ২১ ও ২৩ হলে ৩য় সংখ্যাটি কত? *[উত্তরা ব্যাংক (অফিসার-২০১১)]*
ক. ২০ খ. ২২ গ. ২৪ ঘ. ২৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: এই অংকটিতে একটি গুরুত্বপূর্ণ শর্টকাট শখে রাখুন। তাহলে পরবর্তীতে অনেক অংক কয়েক সেকেন্ডে করতে পারবেন।
সাধারণ সমাধান: ৩টির সমষ্টি = (২৪×৩) = ৭২ এবং ২টির সমষ্টি (২১+২৩) = ৪৪ ∴ তৃতীয় সংখ্যাটি = ৭২-৪৪ = ২৮।

মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন:
যেহেতু তিনিটি সংখ্যার গড় ২৪ এবং সংখ্যাগুলোর মধ্যে একটি সংখ্যা ২১ ও আরেকটি ২৩ । এই সংখ্যা দুটিই ২৪ এর চেয়ে ছোট তাহলে অজানা সংখ্যাটি অবশ্যই ২৪ এর থেকে বড় হবে। কতটুকু বড় হবে?? প্রদত্ত সংখ্যা দুটি ২৪ থেকে যত ছোট ততটুকু বড় হবে। এখানে ২১ হলো গড়ের থেকে ৩ ছোট এবং ২৩ হলো ২৪ এর থেকে ১ ছোট। তাহলে মোট ঘাটতি হলো ৩+১ = ৪ । ∴অজানা সংখ্যাটি অবশ্যই গড় ২৪ এর থেকে ৪ বেশি হবে। তাহলে সংখ্যাটি হবে ২৪+৪ = ২৮। উত্তর: ২৮

নিজে করুন:
২১. তিনটি সংখ্যার গড় ২০। যদি দুটি সংখ্যা ১৬ এবং ২২ হয়, তবে তৃতীয় সংখ্যাটি -
ক. ১৮ খ. ২০ গ. ২২ ঘ. ২৪ উত্তর: গ

[Hints: ঘাটতি (৪-২) = ২ তাহলে উত্তর ২০+২ = ২২]

২২. ৩ ইনিংসের লিনির গড় রান ৮৮, চতুর্থ ইনিংসে কত রান করলে সব মিলিয়ে তার গড় রান ৯০ হবে।
ক. ৯২ খ. ৮৬ গ. ৯৬ ঘ. ৯৮ উত্তর: গ

সমাধান: ৩ ইনিংসের গড় ৮৮, সুতরাং ৩ ইনিংসের মোট রান ৮৮×৩ = ২৬৪ রান।
আবার ৪ ইনিংস শেষে গড় হবে ৯০ সুতরাং মোট হবে ৯০×৪ = ৩৬০ রান। ∴৪র্থ ইনিংসের রান = ৩৬০-২৬৪ = ৯৬ রান।

মুখে মুখে ৫ সেকেন্ডে করতে চাইলে এভাবে ভাবুন:
প্রথম ৩ ইনিংসের গড় রান ৮৮ অর্থাৎ ৩ ইনিংসের প্রতিটিতে ৮৮ রান করে করেছে। অবার ৪ ইনিংস শেষে গড় রান ৯০ হলে প্রতি ইনিংসে রান হতে হবে ৯০ করে। তাহলে প্রথম তিনটি ইনিংসের মধ্যে প্রতিটিতে ঘাটতি আছে ৯০-৮৮ = ২ রান করে মোট ২+২+২ = ৬ রান। অর্থাৎ ৪র্থ ইনিংসে নতুন গড় ৯০ রান করার পরও অতিরিক্ত ৬ রান করতে হবে আগের ঘাটতি পুরণের জন্য। উত্তর: ৯০+৬= ৯৬ রান।

আরেকটি দেখুন:
২৩. একজন ব্যাটসম্যান টি-২০ বিশ্বকাপে ৩ ইনিংসে ৩০, ৪৫ ও ৫৫ রান করেন। চতুর্থ ইনিংসে কত রান করলে তার রানের গড় ৫০ হবে? *[ফিরিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. ২০ খ. ৫০ গ. ৬০ ঘ. ৭০ উত্তর: ঘ

সমাধান:
৩ ইনিংসের মোট রান = (৩০+৪৫+৫৫) = ১৩০
৪ ইনিংসের গড় ৫০ হলে মোট রান হবে =(৫০×৪) = ২০০
সুতরাং চতুর্থ ইনিংসে রান করবে = (২০০-১৩০) = ৭০

মাত্র ১০ সেকেন্ডে: ৫০+২০ = ৭০ ই উত্তর। ৪টি তার গড় ৫০ এর সমান হতে হবে। এখন ৩টির মধ্যে ৫৫ তে ৫ বেশি আবার ৪৫ এ ৫ কম মিলে ৫০ এর সমান। এরপর ৩০ হলো ৫০ থেকে ২০ কম তাহলে ৪র্থ তে ৫০ থেকে ২০ বেশি হতে হবে।

নিজে করুন:
২৪. পরীক্ষায় 'ক' এর প্রাপ্ত নম্বর যথাক্রমে ৭০,৮৫ ও ৭৫। চতুর্থ পরীক্ষায় তাকে কত নম্বর পেতে হবে যেন তার গড় প্রাপ্ত নম্বর ৮০ হয় ? *[প্রাথমিক সহ:শি:নি:পরীক্ষা:-২০১৮ (সেট-৭২৭৭)]*
ক. ৮২ খ. ৮৮ গ. ৯০ ঘ. ৭৮ উত্তর: গ

মুখে মুখে: ৮৫ তে গড় ৮০ এর থেকে ৫ বেশি আবার ৭৫ এ ৫ কম তাহলে ৮৫ আর ৭৫ মিলে গড় ৮০ ই থাকবে। এখন ৭০ এ গড় ৮০ এর থেকে ১০ কম। সুতরাং ৪র্থ বিষয়ে গড় ৮০ এর থেকে ১০ নম্বর বেশি পেতে হবে।

২৫. একজন ব্যাটস্ম্যান প্রথম তিনটি T-20 খেলায় ৮২,৮৫ ও ৯২ রান করেন। চতুর্থ খেলায় কত রান করলে তার গড় রান ৮৭ হবে ? *[প্রাথমিক সহ:শি:নি:পরীক্ষা:-২০১৮ (সেট-৭২৭৭)]+ [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স লিমিটেড এর (কার্গো হেলপার)-২০২১]*
ক. ৮৯ খ. ৮৬ গ. ৮৭ ঘ. ৮৮ উত্তর: ক

২৬. তিন সদস্যের একটি বিতর্ক দলের সদস্যদের গড় বয়স ২৪ বছর। যদি কোন সদস্যের বয়স ই ২১ বছরের নিচে না হয় তাহলে তাদের কোন একজনের সর্বোচ্চ বয়স কত? *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*
ক. ২৫ খ. ২৮ গ. ৩০ ঘ. ৩৫ উত্তর: গ

সমাধান: ২ জনের সর্বনিম্ন বয়স = (২১×২) = ৪২ বছর
তিনজনের গড় বয়স ২৪ বছর হলে মোট বয়স হবে = (২৪×৩) = ৭২ বছর।
সুতরাং ১ জনের সর্বোচ্চ বয়স হতে পারে = (৭২-৪২) = ৩০ বছর।

মুখে মুখে: গড়ের থেকে দুজনের কম (২৪-২১) = ৩ করে ৬। তাহলে ৩য় জনের বয়স হবে ২৪+৬ = ৩০ বছর।

নিজে করুন:
২৭. তিনজন যুবকের গড় ওজন ৫৩ কেজি। কারো ওজন ৫১ কেজি এর কম না হলে একজনের ওজন সর্বোচ্চ কত কেজি হতে পারে? *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের সহ: পরিকল্পনা কর্মকর্তা-২০১২]*
ক. ৫৯ কেজি খ. ৫৫ কেজি গ. ৫৭ কেজি ঘ. ৬০ কেজি উত্তর: গ

পদ্ধতি-০২: বিভিন্ন সংখ্যার গড়

📖 **টিপস:** গড় এবং মোট যে মান দেয়া থাকবে তা কয়টি সংখ্যার গড় এবং মোট তা লক্ষ্য রাখবেন। গড়ের উপর প্রশ্ন হলে এই পদ্ধতি থেকে সবথেকে বেশি প্রশ্ন এসে থাকে।

২৮. ৩টি সংখ্যার গড় ৬ এবং ঐ ৩টি সহ মোট ৪ টি সংখ্যার গড় ৮ হলে চতুর্থ সংখ্যাটির অর্ধেকের মান কত? *[প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (১ম ধাপ) সেট: (৮৫৮৬)]*

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: গ

✍সমাধান: ৩টি সংখ্যার সমষ্টি = ৩×৬ = ১৮

আবার নতুন ১টি সহ মোট ৪টি সংখ্যার সমষ্টি = ৪×৮ =৩২

সুতরাং ৪র্থ সংখ্যাটি = ৩২-১৮ = ১৪ এবং ৪র্থ সংখ্যাটির অর্ধেক = ১৪÷২ = ৭।

২৯. ৩টি সংখ্যার গড় ৩৩, দুইটি সংখ্যা ২৪ ও ৪২ হলে অপর সংখ্যাটি কত? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]*

ক. ১১ খ. ২২ গ. ৩৩ ঘ. ৪২ উত্তর: গ

✍সমাধান: ৩টি সংখ্যার যোগফল = ৩ × ৩৬ = ৯৯ এবং ২টি সংখ্যার যোগফল = ২৪ + ৪২ = ৬৬

∴ অপর সংখ্যাটি = (৯৯-৬৬) = ৩৩

৩০. ৩০ এবং ৫০ এর মধ্যবর্তী মৌলিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৩৯ খ. ৩৮.৭ গ. ৩৭.৬ ঘ. ৩৯.৮ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ৩০ ও ৫০ এর মধ্যবর্তী মৌলিক সংখ্যা ৫টি । যথা: ৩১, ৩৭, ৪১, ৪৩ এবং ৪৭

∴ সুতরাং সংখ্যাগুলোর গড় = $\frac{৩১+৩৭+৪১+৪৩+৪৭}{২} = \frac{১৯৯}{৫} = ৩৯.৮$

নিজে করুন:

৩১. ৪০ হতে ১০০ এর মধ্যবর্তী বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যাদ্বয়ের গড় কত? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর)-২০২১]* [**Hints:** (৪১+৯৭)÷২ = ১৩৮÷২ = ৬৯]

ক. ৬১ খ. ৬৯ গ. ৭১ ঘ. ৭৩ উত্তর: খ

৩২. ৯টি সংখ্যার গড় ১২। এর মধ্যে প্রথম ৭টি সংখ্যার গড় ১০। বাকী সংখ্যা দুইটির গড় কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ১৭ খ. ১৮ গ. ১৯ ঘ. ২০ উত্তর: গ

✍সমাধান:

৯টি সংখ্যার সমষ্টি = ৯×১২ = ১০৮

৭টির সমষ্টি = ৭×১০ = ৭০

বাকী দুটির সমষ্টি = ১০৮-৭০ = ৩৮ সুতরাং সংখ্যা দুটির গড় = ৩৮÷২ = **১৯**

📝 **মুখে মুখে:** ৭টি সংখ্যায় কমে গেল ৭×২ = ১৪
এখন এই ১৪ অন্য দুটি সংখ্যায় ভাগ করে দিলে হবে ১২+৭ = ১৯

৩৩. ৫ টি সংখ্যার গড় ৪০। এর সাথে ৩টি সংখ্যা যোগ করা হলো, সংখ্যা তিনটির গড় ২২। সমষ্টিগতভাবে ৮ টি সংখ্যার গড় কত? *[১৫ তম বেসরকারি (প্রভাষক নিবন্ধন)-২০১৮]*

ক. ৩৩.২ খ. ৩৩.৫০ গ. ৩৩.২৫ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

✍সমাধান:

৫ টি সংখ্যার গড় ৪০ হলে এদের যোগফল = (৪০×৫) = ২০০

৩ টি সংখ্যার গড় ২২ হলে এদের যোগফল = (২২×৩) = ৬৬

সুতরাং ৮ টি সংখ্যার যোগফল = (২০০+৬৬) = ২৬৬

∴ ৮ টি সংখ্যার গড় = (২৬৬÷৮) = ৩৩.২৫।

৩৪. ১০ টি সংখ্যার যোগফল ৪৬২ এদের প্রথম ৪ টির গড় ৫২ এবং শেষের ৫ টির গড় ৩৮, পঞ্চম সংখ্যাটি কত ? *[যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]+ [আইসিবি-এ্যাসিস্টেন্ট প্রোগ্রামার - ২০১৯]+[আমদানি- রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহ): ২০১৯]*

ক. ৬০ খ. ৬৪ গ. ৬২ ঘ. ৫২ উত্তর: খ

✍সমাধান: ১ম ৪টি সংখ্যার গড় ৫২ ∴ ১ম ৪টি সংখ্যার সমষ্টি = ৫২ × ৪ = ২০৮

শেষ ৫টি সংখ্যার সমষ্টি = ৩৮× ৫ = ১৯০

∴ (৪+৫) = ৯টি সংখ্যার সমষ্টি = ২০৮ + ১৯০ = ৩৯৮

∴ ৫ম সংখ্যাটি = (৪৬২ - ৩৯৮) = ৬৪

⚡ **Shortcut:** ৪৬২ - (৫২×৪ + ৩৮×৫) = ৬৪

নিজে করুন:

৩৫. ১০টি সংখ্যার যোগফল ৪৬২। এদের প্রথম চারটির গড় ৫০ এবং শেষ পাঁচটির গড় ৪০ হলে পঞ্চম সংখ্যাটি কত? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯]* [**Hints:** ৪৬২ - (৫০×৪ + ৪০×৫) = ৬২]

ক. ৬৫ খ. ৬৪ গ. ৫৮ ঘ. ৬২ উত্তর: ঘ

৩৬. যদি x সংখ্যক সংখ্যার গড় a হয় এবং y সংখ্যক সংখ্যার গড় b হয় তবে (x+y) সংখ্যক সংখ্যার গড় কত? *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটিটিউট-(উপ: প্রকৌশলী)-২০২২]*

ক. $\frac{ax+by}{x+y}$ খ. $\frac{a+b}{x+y}$ গ. $\frac{ab+xy}{x+y}$ ঘ. ax+by উত্তর: ক

✍সমাধান: x সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি = x×a = ax এবং y সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি = y×b = by

∴(x+y) সংখ্যক সংখ্যার সমষ্টি = ax+ by সুতরাং (x+y) সংখ্যক সংখ্যার গড় = $\frac{ax+by}{x+y}$

নিজে করুন:

৩৭. P সংখ্যক সংখ্যার গড় x এবং Q সংখ্যক সংখ্যার গড় y হয় তবে মোট সংখ্যার গড় কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তি কর্ম)-২০১৯]*

ক. $\frac{Px+Qy}{PQ}$ খ. $\frac{Px+Qy}{P+Q}$ গ. $\frac{x+y}{P+Q}$ ঘ. $\frac{x+y}{PQ}$ উত্তর: খ

৩৮. M সংখ্যক সংখ্যার গড় A এবং N সংখ্যার গড় B হলে সবগুলো সংখ্যার গড় কত হবে? *[২৩তম বিসিএস]+ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. $\frac{A+B}{2}$ খ. $\frac{MM+BN}{2}$ গ. $\frac{AM+BN}{M+N}$ ঘ. $\frac{AM+BN}{A+B}$ উত্তর: গ

৩৯. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$ এবং ab= c হলে, a এবং b এর গড় কত? *[৪১তম বিসিএস লিখিত (মানসিক দক্ষতা)]*

ক. 1 খ. 2 গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. 3 উত্তর: গ

✍সমাধান: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c} \Rightarrow \frac{a+b}{ab}=\frac{1}{c} \Rightarrow \frac{a+b}{c}=\frac{1}{c}$ ∴a + b = 1 সুতরাং a এবং b এর গড় = $\frac{a+b}{2}=\frac{1}{2}$

৪০. দশটি সংখ্যার গড় x এবং এদের পাঁচটি সংখ্যার গড় y । যদি বাকি পাঁচটি সংখ্যার গড় z হয় তবে নিচের কোনটি সঠিক ? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. x = y + z খ. 2x =y + z গ. x = 2y + 2x ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

✍সমাধান:

১০ টি সংখ্যার সমষ্টি = ১০x, প্রথম পাঁচটি সংখ্যার সমষ্টি = ৫y এবং বাকি ৫ টি সংখ্যার সংখ্যার সমষ্টি = ৫z

প্রশ্নমতে, ১০x = ৫y+৫z [১০টির যোগফল = প্রথম ৫টির যোগফল+শেষ ৫টির যোগফল]

বা, ১০x = ৫(y+z) ⇒ 2x = y+z ∴**2x = y+z** অপশনগুলোর মধ্যেই একমাত্র এটিই সঠিক

Basic Math 6th Edition

একটু ভিন্ন:

৪১. সাতটি সংখ্যার গড় ৩। এদের মধ্যে প্রথম চারটির গড় ৪ এবং শেষের চারটির গড়ও ৪ হলে চতুর্থ সংখ্যাটি কত?
ক. ৮ খ. ৯ গ. ১০ ঘ. ১১ উত্তর: ঘ

টিপস:
এখানে দুই অংশেই যে সংখ্যাটি আছে তা দুবার যোগ করা হয়েছে। তাই দুটি অংশের যোগফল বের করার পর সকল সংখ্যার মোট যোগফলটি,তা থেকে বিয়োগ করে দিলে যে সংখ্যাটি দুবার ব্যবহৃত হয়েছে তা বের হবে।

সমাধান:
৪ নম্বর সংখ্যাটি দুই অংশেই ধরায় মনে হচ্ছে ৪+৪ = ৮ টি সংখ্যা কিন্তু আসলে এখানে মোট সংখ্যা আছে ৭টি। তাই প্রথমে ১ম ৪টির যোগফল ৪×৪= ১৬ বের করে ২য় ৪টির যোগফল ৪×৪ = ১৬ বের করতে হবে। এখন দুই অংশই যোগ করে পাই ১৬+১৬ =৩২ অর্থাৎ এই ৩২ এর মধ্যে চতুর্থ সংখ্যাটি দুবার যোগ হয়েছে। তাই মোট সাতটি সংখ্যার যোগফল ৭×৩ = ২১ এই ৩২ থেকে বিয়োগ করে দিলেই ৪র্থ সংখ্যাটি বের হয়ে যাবে। তাই উত্তর হবে ৩২-২১ = ১১ ।

৪২. ১১ টি সংখ্যার যোগফল ৩৯৬। তাদের প্রথম ৬ টি সংখ্যার গড় ২৮.৫ এবং শেষ ৬ টি সংখ্যার গড় ৪৩.৫ হলে, ষষ্ঠ সংখ্যাটি কত? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*
ক. ৩৫ খ. ৩৬ গ. ৩৯ ঘ. ৩৩ উত্তর: খ

সমাধান: প্রথম ৬ টি সংখ্যার গড় ২৮.৫ হলে এদের সমষ্টি = (২৮.৫×৬) = ১৭১
শেষ ৬ টি সংখ্যার গড় ৪৩.৫ সুতরাং এদের সমষ্টি = (৪৩.৫×৬) = ২৬১
এখানে মোট ১২ টি সংখ্যার সমষ্টি = (২৬১+১৭১) = ৪৩২
∴ ষষ্ঠ সংখ্যাটি = (৪৩২-৩৯৬) = ৩৬। [বিস্তারিত পূর্বের অংকে বুঝিয়ে দেয়া হয়েছে]

৪৩. তিনটি সংখ্যার গড় x। যদি প্রথম ২ টি সংখ্যার গড় y হয় এবং শেষ ২ টি সংখ্যার গড় z হয় , তবে দ্বিতীয় সংখ্যাটি কত? *[CGDF Auditor Exam-2017]*
ক. $2y - 2z + 3x$ খ. $3x - y - z$ গ. $2y + 2z - 3x$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: তিনটি সংখ্যার গড় x হলে সংখ্যা তিনটির যোগফল = 3x।
আবার প্রথম দুটি সংখ্যার গড় y হলে তাদের সমষ্টি = 2y এবং শেষের দুটি সংখ্যার গড় z হলে তাদের সমষ্টি হবে = 2z
সুতরাং দ্বিতীয় সংখ্যাটি = $2y + 2z - 3x$

[**Note:** এখানে দুটি + দুটি = ৪টি সংখ্যার যোগফল = $2y + 2z$ থেকে তিনটি সংখ্যার যোগফল $3x$ বিয়োগ করলে যে সংখ্যাটি দুবার ব্যবহৃত হয়েছে অর্থাৎ ২য় সংখ্যাটি বের হবে।]

নিজে করুন:

৪৪. ছয়টি সংখ্যার গড় ৩০। এদের মধ্যে প্রথম চারটির গড় ২৫ এবং শেষের তিনটির গড় ৩৫ হলে চতুর্থ সংখ্যাটি কত?
ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ উত্তর: ক

[**Hints:** {(২৫×৪)+(৩৫×৩)} -(৩০×৬) = ২০৫- ১৮০ = ২৫]

৪৫. ছয়টি সংখ্যার গড় ৬ । যদি প্রতিটি সংখ্যা থেকে ২ বিয়োগ করা হয় তবে নতুন সংখ্যাগুলোর গড় কত হবে ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব রক্ষণিক)-২০১৮]*
ক. ২ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬ উত্তর: খ

সমাধান: (লিখিত নিয়মে)
৬টি সংখ্যার গড় =৬ হলে ৬টি সংখ্যার সমষ্টি = ৬×৬ = ৩৬
প্রতিটি সংখ্যা থেকে ২ বিয়োগ করলে মোট কমে = ৬×২ = ১২
৬টি সংখ্যার বর্তমান সমষ্টি = ৩৬-১২ = ২৪
সুতরাং সংখ্যা ৬টির নতুন গড় = ২৪÷৬ = ৪।

শর্টকাট: ৫ সেকেন্ডে সমাধানের জন্য এভাবে ভাবুন প্রতিটি সংখ্যা থেকে ২ বিয়োগ করলে যেহেতু প্রতিটি সংখ্যাই ২ করে কমে যাবে তাই তাদের গড় ও ২ কমবে। সুতরাং নতুন গড় হবে ৬-২ = ৪।

নিজে করুন:

৪৬. ৮টি সংখ্যার গড় ৮। প্রত্যেকটি সংখ্যা থেকে ২ বিয়োগ করলে নতুন সংখ্যাগুলোর গড় কত হবে? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*
ক. ৬ খ. ৭ গ. ৮ ঘ. ১০ উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৩ ঃ ধারাবাহিক সংখ্যার গড়

মনে রাখুন:
- যে কোন ধারাবাহিক সংখ্যার মোট সংখ্যা বিজোড় হলে তাদের মাঝখানের রাশিটি-ই হচ্ছে তাদের গড়।

ধারাবাহিক সংখ্যার গড় বা মধ্য রাশি = $\frac{\text{শেষ সংখ্যা} + \text{প্রথম সংখ্যা}}{২}$

- আবার ধারাবাহিক সংখ্যার মোট সংখ্যা জোড় হলে তাদের প্রথম ও শেষ রাশির গড় ই হচ্ছে তাদের গড়।
- ধারাবাহিক সংখ্যার গড় দেয়া থাকলে তাকে মাঝখানে বসিয়ে দুপাশে সমান সংখ্যক সংখ্যা বসাতে হয়।

[**Note: বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পদ্ধতি-০২ এর ধারাবাহিক সংখ্যা অংশেও এ নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা পাবেন**]

৪৭. ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলোর গড় কত?
ক. ৮ খ. ৫ গ. ৪ ঘ. ৬ উত্তর: খ

সমাধান:
এক্ষেত্রে স্বাভাবিক নিয়মে করলে অনেক সময় লাগবে যেমন: ১+২+৩+৪+৫+৬+৭+৮+৯=৪৫ এবং গড় ৪৫÷৯=৫, কিন্তু খুব সহজে করতে চাইলে নিচের পদ্ধতিটি অনুসরন করুন।

উপরের অংকটির মোট সংখ্যা হলো ৯ টি তাই এই ধারাবাহিক সংখ্যার মাঝখানের সংখ্যাটি হলো (৯+১)÷২ = ৫ কেননা ১,২,৩,৪, ৫ ৬,৭,৮,৯ এখানে ৫ এর বামে ৪টি ডানেও ৪টি সংখ্যা আছে। তাহলে এই সংখ্যাগুলোর গড় হলো ৫।

৪৮. ১ থেকে ১১ পর্যন্ত ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গড় কত? *[বিবিচক(এরোড্রেন/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভাণ্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*
ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৭ উত্তর: গ

সমাধান: ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গড় = $\frac{১১+১}{২} = \frac{১২}{২} = ৬$

৪৯. ১ থেকে ৪৯ পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? *(পিএসসি সহ:পরি:-০৬) + [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]*
ক. ২০ খ. ২৭ গ. ২৯ ঘ. ২৫ উত্তর: ঘ

সমাধান:
১ থেকে ৪৯ পর্যন্তক্রমিক সংখ্যাগুলোর গড় হবে ১ ও ৪৯ এর মধ্যবর্তী সংখ্যাটি। আর এখানে যেহেতু ৪৯ টি সংখ্যা আছে তাই মাঝখানের সংখ্যাটির বামে ২৪ টি ও ডানে ২৪ টি সংখ্যা থাকবে । তাহলে মাঝের সংখ্যাটি হবে ২৫। কেননা ২৫ এর বামে ১ থেকে ২৪ পর্যন্ত ২৪ টি সংখ্যা আছে। তাই ২৫ হলো ১ থেকে ৪৯ পর্যন্তধারাবাহিক সংখ্যাগুলোর মধ্যক।

সহজে মধ্যম সংখ্যা = $\frac{\text{শেষ সংখ্যা} + \text{প্রথম সংখ্যা}}{২} = \frac{৪৯+১}{২} = \frac{৫০}{২} = ২৫$ উত্তর: ২৫

নিজে করুন:

৫০. ১ থেকে ২৫ পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যার গড় কত? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*
ক. ১৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ১৩ উত্তর: ঘ

৫১. ১ থেকে ৯৯ পর্যন্ত সংখ্যাসমূহের গড় কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]*
ক. ৪৯ খ. ৫০ গ. ৫১ ঘ. ৫০.৫ উত্তর: খ

৫২. পরপর সাজানো পাঁচটি সংখ্যার গাণিতিক গড় ১২ হলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা এবং বৃহত্তম সংখ্যার যোগফল কোনটি? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের অধীন শ্রম অধিদপ্তরের প্রভাষক-২০০৫]*
ক. ২৬ খ. ২৪ গ. ২২ ঘ. ১৮ উত্তর: খ

সমাধান: পাঁচটি সংখ্যার গড় = মধ্যম সংখ্যা = ১২
ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১ম সংখ্যা = ১২-২ = ১০ [পরপর ৫টি তাই মাঝের সংখ্যা থেকে প্রথম সংখ্যাটি ২ কম হবে]
বৃহত্তম সংখ্যা (৫ম সংখ্যা) = ১২+২ = ১৪ সুতরাং বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দুটির যোগফল = ১০+১৪ = ২৪

[**Shortcut:** ৫ সেকেন্ডে, ২×১২ = **২৪ ই উত্তর।** (প্রথম ও শেষ দুটি যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে = ১২ হয়)]

৫৩. ১ থেকে ১০০ অবধি বিজোড় সংখ্যাগুলোর গড় কত? *[দুর্গিকড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টোর কিপার): ২০২১]*
ক. ৫০ খ. ২০৫০ গ. ৪৯ ঘ. ৯৯ উত্তর: ক

সমাধান: ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যা ১, ৩, ৫ . . . . ৯৯ মোট বিজোড় সংখ্যা = **৫০ টি**

$\therefore$ বিজোড় সংখ্যাগুলোর গড় = $\frac{৯৯+১}{২} = \frac{১০০}{২} = ৫০$ টি।

৫৪. পাঁচটি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার সমষ্টি সংখ্যাগুলোর গড় অপেক্ষা ২৬০ বেশি। সংখ্যাগুলোর মধ্যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি কত?
[বাংলাদেশ কৃষি উন্নয়ন কর্পোরেশন (BADC)-এর সহকারী হিসাবরক্ষণ কর্মকর্তা-২০১৯]
ক. ৫১ খ. ৫৭ গ. ৬১ ঘ. ৬৫ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, পাঁচটি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যাগুলো যথাক্রমে = x, x+২, x+৪, x+৬, x+৮
সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = x+x+২+x+৪+x+৬+x+৮ = ৫x+২০

প্রশ্নমতে, $৫x+২০ = \frac{৫x+২০}{৫} + ২৬০ \Rightarrow ৫x = \frac{৫(x+৪)}{৫} + ২৪০ \Rightarrow ৫x = x+৪+২৪০ \Rightarrow ৪x = ২৪৪ \therefore x = ৬১$

৫৫. ৯টি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার পঞ্চম সংখ্যাটি হলো -১৫। সবগুলো সংখ্যার সমষ্টি কত? *[CGDF-(Auditor)-2019]*
ক. ১১৮ খ. ১২৫ গ. ১৩৫ ঘ. -১৩৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু মোট সংখ্যা ৯টি এবং এই ৯টির ঠিক মাঝামাঝি সংখ্যাটি হলো ৫ম সংখ্যা যার মান -১৫ দেয়া আছে। তাহলে
সংখ্যা ৯টির গড় ও হবে -১৫। সুতরাং সংখ্যাগুলোর যোগফল হবে = ৯×(-১৫) = -১৩৫।
এখানে সিরিজটি দেখতে এরকম, -৭, -৯, -১১, -১৩, **-১৫**, -১৭, -১৯, -২১, -২৩

নিজে করুন:

৫৬. ২ থেকে শুরু করে পর পর পাঁচটি জোড় সংখ্যার গড় কত হবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক (যমুনা) : ২০১২]*
ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৭ উত্তর: গ

মুখে মুখে: ২ থেকে ১০ পর্যন্ত ৫টি সংখ্যা লিখলে মাঝখানের সংখ্যাটি হলো ৬ । তাই মাঝের সংখ্যা ৬ ই গড়।

দুটি অংশের গড়ের তুলনা:

একটি অংশে কয়েকটি সংখ্যার গড় দেয়া থাকবে। এবং পরের অংশটির গড় ও একই হবে। পরের অংশের যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে না, তা বের করতে হবে। যেমন:

৫৭. ৬, ৮ ও ১০ এর গাণিতিক গড় ৭, ৯ ও x এর গাণিতিক গড়ের সমান হলে x এর মান কত? *[১৮ তম বিসিএস + ডাক বিভাগের (পোস্টাল সুপারভাইজার)-২০১৬] + [প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় ধাপ) সেট: (৩৬৯৭)]*
ক. ৪ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. ৯ উত্তর: গ

সমাধান: এখানে প্রথম অংশের গড় = ২য় অংশের গড় । সুতরাং, $\frac{৬+৮+১০}{৩} = \frac{৭+৯+x}{৩} \Rightarrow ২৪ = ১৬+x \quad \therefore x = ৮$

মুখে মুখে: এখানে, ৬+৮+১০=২৪÷৩=৮ আবার যেহেতু এগুলো ধারাবাহিক সংখ্যা তাই গড় মধ্যম সংখ্যাটি ৮। এখন পরের অংশের ও গড় হবে ৮ তাহলে যেহেতু প্রদত্ত সংখ্যা দুটি ৭, ও ৯ এর ৮ এর থেকে ১ কম ও বেশি আছে। সুতরাং অপর সংখ্যাটি হবে গড়ের সমান ৮ ই।

নিজে করুন:

৫৮. ছয়টি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার প্রথম তিনটির গড় ৮ হলে, শেষ তিনটির যোগফল- *[স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের সিনিয়র স্টাফ নার্স(বাতিলকৃত)-২০১৭]*
ক. ২৯ খ. ৩১ গ. ৩৩ ঘ. ৩৫ উত্তর: গ

[Hints: প্রথম ৩টির গড় ৮ হলে শেষ ৩টির গড় হবে (৮+৩) = ১১। সুতরাং শেষ ৩টির যোগফল হবে ৩×১১ = ৩৩]

৫৯. ৩, ৬, এবং ৯ এর গাণিতিক গড় ৫, ১০ এবং কোন সংখ্যার গাণিতিক গড়ের সমান? **[Hints:** ৩+৬+৯=৫+১০+x]
ক. ৬ খ. ৮ গ. ৩ ঘ. ১২ উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৪ ঃ ক্রিকেটের গড় সংক্রান্ত প্রশ্ন

মনে রাখবেন, এক ইনিংস বলতে বোঝায় একটি ম্যাচে একবার ব্যাটিং বা বোলিং করা।
ধরুন, একজন ব্যাটস্‌ম্যান ১টি ম্যাচে ৫০ রান এবং তার পরের ম্যাচে ৩০ রান করল। তাহলে তার দুই ম্যাচে বা দুই ইনিংসের গড় রান হলো = ৫০+৩০=৮০÷২=৪০ রান।
আবার বোলারের ক্ষেত্রে যদি কোন বোলার এক ম্যাচে ৩৬ রান দিয়ে ৪ উইকেট পায় তাহলে তার উইকেট প্রতি গড় রান খরচ হবে = ৩৬÷৪=৯রান

৬০. একজন ক্রিকেটারের ১০ ইনিংসের রানের গড় ৪৫.৫। ১১ তম ইনিংসের কত রান করে আউট হলে সব ইনিংস মিলিয়ে তার রানের গড় ৫০ হবে? *(উপ: সহ:কৃষি কর্মকর্তা -১১)+ [চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]+ [এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*
ক. ৫৫ রান খ. ৪৫ রান গ. ১৩০ রান ঘ. ৯৫ রান উত্তর: ঘ

সমাধান:
এক্ষেত্রে প্রথমে ১০ ইনিংসের মোট রান বের করতে হবে = ১০×৪৫.৫= ৪৫৫
তারপর পরের অংশের ১১ ইনিংসের মোট রান বের করতে হবে = ১১×৫০ = ৫৫০
এখন এদের পার্থক্য যা হবে সেই রান ই করতে হবে ১১ তম ইনিংসে। তাহলে উত্তর হবে = (৫৫০-৪৫৫) = ৯৫

৬১. একটি ক্রিকেট খেলায় প্রথম ১০ ওভারের গড় রান ৩.২ । ২৮২ রানের লক্ষ্যে পৌছানোর জন্য অবশিষ্ট ৪০ ওভারের গড় রান কত হতে হবে? *{Trust Bank Ltd. (MTO)-2016} &*
ক. ৬.২৫ খ. ৬.৫ গ. ৬.৭৫ ঘ. ৭ উত্তর: ক

সমাধান: ১০ ওভারে মোট রান = ৩.২ × ১০ = ৩২ রান
৪০ ওভারে রান করতে হবে = ২৮২ - ৩২ = ২৫০ রান

৪০ ওভারে গড় থাকতে হবে = $\frac{২৫০}{৪০} = ৬.২৫$ রান

নিজে করুন:

৬২. একজন ক্রিকেটারের ১৫ ইনিংসের রানের গড় ৩৫। ১৬ তম ইনিংসে কত রান করে আউট হলে সব ইনিংসে মিলিয়ে তার রানের গড় ৩৭ হবে? [**Hints:** {(১৬×৩৭) - (১৫×৩৫)} = ৬৭]
ক. ৬৬ খ. ৬৭ গ. ৬৮ ঘ. ৬৯ উত্তর: খ

[**মুখে মুখে:** ১৬ তম ইনিংসেও ৩৫ রান করার পর প্রতিটা ইনিংসে(৩৭-৩৫)=২ রান বেশি করে মোট ৩৫+(১৬×২) = ৬৭]

৬৩. একজন বোলার গড়ে ১৮ রান দিয়ে ১০ টি উইকেট পান। পরবর্তী ইনিংসে গড়ে ৪ রান দিয়ে ৪ টি উইকেট পান। তিনি উইকেট প্রতি গড়ে কত রান দিয়েছেন? *(প্রা:সহ:শি:১৪)*
ক. ১৪ খ. ১৩ গ. ১২ ঘ. ১১ উত্তর: ক

[Hints: এখানে প্রথমে প্রথম অংশের মোট রান তারপর ২য় অংশের মোট রান বের করে শেষে মোট রান ÷ মোট উইকেট দিলেই উত্তর বের হয়ে যাবে]

৬৪. একজন বোলার গড়ে ২০ রান দিয়ে ১২টি উইকেট পান। পরবর্তী খেলায় গড়ে ৪ রান দিয়ে ৪ টি উইকেট পান। এখন তার উইকেট প্রতি গড় রান কত? [Hints: {(২০×১২) + (৪×৪)}÷১৬ = ১৬] উত্তর: খ
ক. ১৪ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২০

৬৫. একজন বোলার গড়ে ১৪ রান দিয়ে ১২টি উইকেট পান। পরবর্তী খেলায় গড়ে ৬ রান দিয়ে ৪ টি উইকেট পান। এখন তার উইকেট প্রতি গড় রান কত? *(প্রাথমিক প্র: শি:-০৯ পদ)* [Hints: {(১৪×১২) + (৬×৪)}÷১৬ = ১২] উত্তর: ঘ
ক. ৯ খ. ১০ গ. ১১ ঘ. ১২

সমীকরণের সাহায্যে সমাধান:

৬৬. একজন ব্যাটসম্যান ১৭ তম ইনিংসে ৮৭ রান করায় ইনিংস প্রতি তার গড় ৩ রান বৃদ্ধি পায়। ১৭ তম ইনিংস শেষে তার গড় রান কত? উত্তর: খ
ক.৩৮ খ.৩৯ গ.৩৭ ঘ. ৪০

সমাধান: ধরি, ১৬ তম পর্যন্ত গড় রান = x (১৭ তম ইনিংসের পর গড় ৩ বৃদ্ধি পেয়েছে, তাই ১৭তম এর আগে ১৬তম ধরা হয়েছে)
১৬ তম পর্যন্ত মোট রান= ১৬x আবার, ১৭ তম পর্যন্ত গড় = x+৩ সুতরাং ১৭ তম পর্যন্ত মোট = ১৭(x+৩)
প্রশ্নমতে, ১৭(x+৩) -১৬x = ৮৭ (১৭তম পর্যন্ত এবং ১৬তম পর্যন্ত মোট রানের পার্থক্য ৮৭ তাই বিয়োগ করে ৮৭লিখা হয়েছে)
বা, ১৭x+৫১ - ১৬x = ৮৭
বা, ১৭x - ১৬x = ৮৭-৫১
বা, x = ৩৬ (১৬ তম পর্যন্ত গড় ৩৬)
∴ ১৭ তম ইনিংস শেষে তার গড় রান = ৩৬+৩ = ৩৯

মুখে মুখে: ৮৭ -(৩×১৬) = ৩৯ অর্থাৎ আগের প্রতিটি ইনিংসের ঘাটতি ৩ রান করে দেয়ার পর যা থাকলো তা-ই নতুন গড়

নিজে করুন:

৬৭. কোন ক্রিকেট খেলোয়াড় ১৭ তম ইনিংসে ৮৫ রান করায় তাঁর রানের গড় পূর্বের ১৬ ইনিংসের খেলায় রানের গড় অপেক্ষা ৩ বাড়ল। ১৭ ইনিংস খেলার আগে তাঁর রানের গড় কত ছিল? *[বাংলাদেশ কৃষি ব্যাংক-(অফিসার)-২০১১]* উত্তর: ঘ
ক. ৩১ খ. ৩৭ গ. ৪০ ঘ. ৩৪

সমাধান:
১৬ তম ইনিংস পর্যন্ত গড় x ধরে সমীকরণ সাজালে ১৭(x+৩) - ১৬x = ৮৫ [বাকীটা নিজে করুন।]
শর্টকাট: রানের গড় ৩ বেশী হওয়ায় ১৭তম ইনিংসে প্রথম ১৬ ইনিংসের রানের গড় অপেক্ষা ১৭×৩ = ৫১ রান বেশী করেছে
∴ প্রথম ১৬ ইনিংসের রানের গড় ছিল ৮৫ - ৫১ = ৩৪ সুতরাং ১৭ তম ইনিংস খেলার আগে তার রানে গড় ছিল = ৩৪।

৬৮. ৯ টি ইনিংসে একজন ক্রিকেটারের নির্দিষ্ট রানের গড় থাকে। ১০ম ইনিংসে ১০০ রান পাওয়ায় ইনিংস প্রতি তার গড় ৮ রান বেড়ে যায়। তার নতুন গড় কত ? *[আইসিবি-২০১১+রাজশাহী কৃষি উন্নয়ন ব্যাংক (সিনিয়র অফিসার)-২০১১]* উত্তর: গ
ক. ২০ খ. ২৪ গ. ২৮ ঘ. ৩২

সমাধান:
ধরি, ৯ টি ইনিংসে গড় রান = x ∴ ৯ টি ইনিংসে মোট রান = ৯x
আবার ১০ ইনিংসে গড় রান = x+৮ ∴ ১০ টি ইনিংসে মোট রান = ১০(x+৮) = ১০x+৮০
প্রশ্নমতে, ১০x+৮০-৯x = ১০০ ∴ x = ২০ সুতরাং নতুন গড় = x+৮ = ২০+৮ = **২৮ উত্তর: ২৮ রান।**

মুখে মুখে: ১০০ -(৯×৮) = ২৮

৬৯. একজন ব্যাটসম্যানের ১২ ইনিংসের একটি নির্দিষ্ট গড় আছে। ১৩ তম ইনিংসে সে ৯৬ রান করায় তার গড় রান ৫ বৃদ্ধি পায়। ১৩ তম ইনিংসের পূর্বে তার গড় রান কত ছিল? *[Combined 4 Bank (Officer-Cash)-2018]* উত্তর: ঘ
ক. ৩৬ রান খ. ৪৮ রান গ. ২৪ রান ঘ. ৩১ রান

[Hints: সমীকরণ = ১২x+৯৬ = ১৩(x+৫) আবার শর্টকাটে: ৯৬-(১৩×৫) = ৯৬-৬৫ = ৩১]
[এই প্রশ্নটাই ১৩ তম ইনিংসের পরে গড় কত বললে শর্টকাটে = ৯৬-(১৩×৫) = ৩১+৫ = ৩৬ অথবা ৯৬-(১২×৫) = ৩৬]

পদ্ধতি- ০৫ ঃ বয়সের গড় সংক্রান্ত প্রশ্ন

মনে রাখুন:
যত জন লোকই থাক: বিস্তারিত দেখুন বয়স অধ্যায়ে
- ৫ বছর পরের গড় বয়স হলে গড় ও ৫ বছর বেড়ে যাবে। তেমনি ৫বছর আগের গড় বয়সও ৫ বছর কম ছিল। অর্থাৎ বয়সের কম বেশির সাথে গড় বয়সের কম বেশি সমান হারে হয়।
- কিন্তু ৫ বছর পর সমষ্টি বলা হলে যতজনের কথা বলা হবে ততজনের ই ৫ করে বাড়বে। আবার পূর্বের বয়সের কথা বলা হলে সবারই ৫ বছর করে কমবে।

৭০. ৩ জনের বয়সের গড় ৩৫ বছর। তাদের বয়সের সমষ্টি কত? *[সিজিএ (অডিটর): ২০২১]* [Hints: ৩৫×৩ = ১০৫] উত্তর: ক
ক. ১০৫ বছর খ. ১০৭ বছর গ. ১০৮ বছর ঘ. কোনটিই নয়

সমাধান: ৩ জনের বয়সের গড় ৩৫ বছর হলে তাদের বয়সের সমষ্টি = ৩×৩৫ = ১০৫ বছর।

৭১. পিতা, মাতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৭ বছর, আবার পিতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৩ বছর, মাতার বয়স কত বছর? *[বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক):২০২১]* উত্তর: গ
ক. ৩৮ খ. ৪১ গ. ৪৫ ঘ. ৪৮

সমাধান:
পিতা, মাতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৭ হলে তাদের বয়সের সমষ্টি (৩৭×৩) = ১১১ বছর [পিতা,মাতা,পুত্র = ৩জন।]
পিতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৩ বছর হলে তাদের বয়সের সমষ্টি (৩৩×২) = ৬৬ বছর [পিতা ও পুত্র = ২জন।]
সুতরাং মাতার বয়স = (১১১-৬৬) = ৪৫ বছর [পিতা, মাতা ও পুত্র থেকে পিতা ও পুত্রের বয়স বাদ দিলে মাতার বয়স থাকে]

[দ্রুত করতে চাইলে, সরাসরি (৩৭×৩) - (৩৩×২) = ১১১-৬৬ = ৪৫ লিখবেন (তাহলে ১০ সেকেন্ডেই হয়ে যাবে)]

নিজে করুন:

৭২. পিতা, মাতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৭ বছর। আবার পিতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩৫ বছর। মাতার বয়স কত ? *(২৭তম বিসিএস) + [কমিউনিটি হেল্থ কেয়ার প্রোভাইডার -২০১৮]+[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]* উত্তর: গ
ক. ৩৮ বছর খ. ৩৭ বছর গ. ৪১ বছর ঘ. ৩৫ বছর

৭৩. ৩ ভাইয়ের বয়সের গড় ১৭ বছর। বাবাসহ তাদের বয়সের গড় ২৬ হলে পিতার বয়স কত? *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]* উত্তর: গ
ক. ৫২ খ. ৫১ গ. ৫৩ ঘ. ৬৮

৭৪. পিতা ও মাতার বয়সের গড় ৪৫ বছর। আবার পিতা, মাতা ও ১ পুত্রের বয়সের গড় ৩৬ বছর। পুত্রের বয়স কত? *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]* উত্তর: গ
ক. ৯ বছর খ. ১৫ বছর গ. ১৮ বছর ঘ. ১৪ বছর

৭৫. রহিম ও করিমের বয়সের গড় ৩৫ বছর। রহিম ও হামজার বয়সের গড় ২০ বছর। হামজার বয়স ১১ বছর হলে করিমের বয়স কত? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]* উত্তর: খ
ক. ৪০ বছর খ. ৪১ বছর গ. ৪২ বছর ঘ. ৪৩ বছর

সমাধান:
রহিম ও হামজার বয়সের গড় ২০ বছর হলে তাদের বয়সের সমষ্টি = (২০×২) = ৪০ বছর
এখন, হামজার বয়স ১১ বছর হলে রহিমের বয়স হবে = (৪০-১১) = ২৯ বছর।
রহিম ও করিমের বয়সের গড় ৩৫ হলে তাদের বয়সের সমষ্টি = (৩৫×২) = ৭০ বছর।
এখন রহিমের বয়স ২৯ বছর হলে করিমের বয়স হবে = (৭০-২৯) = **৪১ বছর।** **উত্তর: ৪১ বছর।**

৭৬. ১৫ জন লোকের গড় বয়স ২৯ বছর। তাদের মধ্যে আবার দুজনের গড় বয়স ৫৫ বছর। তাহলে বাকী ১৩ জনের গড় বয়স কত হবে? *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*

ক. ২৬ বছর খ. ২৫ বছর গ. ২৭ বছর ঘ. ২৯ বছর উত্তর: খ

সমাধান:

১৫ জন লোকের মোট বয়স = ১৫ × ২৯ = ৪৩৫ বছর

২ জন লোকের মোট বয়স = ২ × ৫৫ = ১১০ বছর

∴ ১৩ জন লোকের মোট বয়স = (৪৩৫-১১০) = ৩২৫ বছর

∴ ১৩ জন লোকের গড় বয়স = $\frac{৩২৫}{১৩}$ = ২৫ বছর

নিজে করুন:

৭৭. পিতা ও তার দুই সন্তানের বয়সের গড় ২৫ বছর। দুই সন্তানের বয়সের গড় ২২ বছর হলে, পিতার বয়স কত? *(৭তম প্রকা:নিব:ও প্রত্যা:পরি:-১১)* **[Hints:** ২৫×৩-২২×২ = ৩১**]**

ক. ২১ খ. ৩১ গ. ৪১ ঘ. ৫১ উত্তর: খ

৭৮. একটি ক্রিকেট দলে ১১ জন খেলোয়াড়ের বয়সের গড় ২৫ বছর। তাদের মধ্যে একজনের বয়স ৩৫ বছর হলে বাকি ১০ জনের বয়সের গড় কত বছর হবে? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ২৩ খ. ২৪ গ. ৩০ ঘ. ৪০ উত্তর: খ

এক দলের গড় অপেক্ষা আরেক দলের গড় বেশি বা কম হলে :

সূত্র :

- মাতার বয়স = পিতার বয়স - যত কম বা যত বেশী × যতজন (সাধারণত মাতা, পিতার থেকে ছোট হয় তাই বিয়োগ হবে)
- অথবা: পিতার বয়স = মাতার বয়স + যত কম বা যত বেশী × যতজন (সাধারনত পিতা, মাতার থেকে বড় হয় তাই যোগ হবে)

৭৯. পিতা ও তিন পুত্রের গড় বয়স অপেক্ষা মাতা ও তিন পুত্রের গড় বয়স ২ বছর কম । পিতার বয়স ৩২ বছর হলে মাতার বয়স কত? *(সহ:শিক্ষক ১০)*

ক. ২৪ খ. ২৫ গ. ২৬ ঘ. ২৭ উত্তর: ক

শর্টকাট: মাতার বয়স = ৩২- ২×৪ =৩২-৮ =২৪বছর। (এখানে ৪ জন হলো, পিতা ও তিন পুত্র)

ব্যাখ্যা: মাতা ও তিন পুত্র মিলে ৪ জনের বয়স গড়ে ২ করে কম হলে মোট কম হবে = ৪×২ = ৮ বছর

তাই মাতার বয়স = ৩২-৮ = ২৪। (আবার মায়ের বয়স দেয়া থাকলে পিতার বয়স বের করতে যোগ করতে হতো।)

লিখিত সমাধান:

এখানে, $\frac{\text{পিতা + ৩ পুত্র}}{৪} - \frac{\text{মাতা + ৩ পুত্র}}{৪} = ২$ [পিতা সহ ৪ জনের গড় ও মাতা সহ ৪ জনের গড় এর পার্থক্য ২ বছর।]

বা, $\frac{\text{পিতা + ৩ পুত্র - মাতা - ৩ পুত্র}}{৪} = ২$ বা, পিতা - মাতা = ৮ বা, ৩২-মাতা = ৮ ∴ মাতা = ৩২-৮ = ২৪ বছর।

৮০. মাতা ও তিন পুত্রের বয়সের গড় অপেক্ষা পিতা ও তিন পুত্রের বয়সের গড় ২ বছর বেশি। মাতার বয়স ৪২ বছর হলে পিতার বয়স কত ? *[BIWTA-2018]*

ক. ৫২ বছর খ. ৪৫ বছর গ. ৪৮ বছর ঘ. ৫০ বছর উত্তর: ঘ

সমাধান:

মাতা ও তিন পুত্র = ৪ জন আবার পিতা ও ৩ পুত্র = ৪ জনই ।

এখন ৪ জন গড়ে ২ বছর বেশি হলে সর্বমোট বেশি হবে ৪×২ = ৮ বছর।

যেহেতু উভয় দলেই ৩পুত্র একই ব্যক্তিদের বোঝায় তাই এই ৮ বেশি হবে পিতার বয়স। তাহলে পিতার বয়স ৮ বেশি হবে।

সুতরাং পিতার বয়স = ৪২+৮ = ৫০ বছর।

উত্তর: ৫০ বছর।

নিজে করুন:

৮১. পিতা ও দুই পুত্রের গড় বয়স অপেক্ষা মাতা ও উক্ত দুই পুত্রের গড় বয়স ৩ বছর কম। পিতার বয়স ৩২ বছর হলে মাতার বয়স কত? *(সহ:শিক্ষক ০৮)* **[Hints:** ৩২-(৩×৩) = ২৩**]**

ক. ২১ খ. ২২ গ. ২৩ ঘ. ২৪ উত্তর: গ

৮২. পিতা ও চার পুত্রের বয়সের গড়, মাতা ও চার পুত্রের বয়সের গড় অপেক্ষা ২ বছর বেশি। পিতার বয়স ৬০ বছর হলে মাতার বয়স কত? *(কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ:পরিচালক-০৭)* **[Hints:** ৬০ -(৫×২) = ৫০**]**

ক. ৫০ খ. ৪৯ গ. ৫৩ ঘ. ৫১ উত্তর: ক

৮৩. পিতা ও দুই পুত্রের বয়স অপেক্ষা মাতা ও উক্ত দুই পুত্রের বয়সের গড় ২ বছর কম। মাতার বয়স ২৫ বছর হলে, পিতার বয়স কত? *(প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-০৬)* **[Hints:** ২৫+ (৩×২) = ৩১**]**

ক.২৯ খ. ৩১ গ. ৩৩ ঘ. ৩৫ উত্তর: খ

৮৪. পিতা ও ৩ পুত্রের বয়স অপেক্ষা মাতা ও উক্ত ৩ পুত্রের বয়সের গড় ১$\frac{১}{২}$ বছর কম । মাতার বয়স ৩০ বছর হলে পিতার বয়স? **[Hints:** ৩০+ (৪×১.৫) = ৩৬**]**

ক. ৩৬ খ. ৩৪ গ. ৩২ ঘ. ৩০ উত্তর: ক

আগে বা পরের গড় বয়স বের করা:

এরূপ ক্ষেত্রে বুঝতে হবে যে দুজন এর ই বয়স বেড়েছে। অর্থাৎ যদি বলা হয় যে দুটি শিশুর বয়সের সমষ্টি ১০ বছর। ৩ বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি কত হবে। তখন ১০+৩ লেখা যাবে না। কেননা এক্ষেত্রে দুজনেরই বয়স বেড়েছে। তাই ৩ বছর পর তাদের মোট বয়স বাড়বে ৩+৩ = ৬ বছর। তাই, তখন তাদের মোট বয়স হবে ১০+৬ = ১৬ বছর। কিন্তু যদি বলা হয় গড় কত হয়েছে? তাহলে গড় হবে ১০+৩ = ১৩ বছর।

৮৫. পিতা ও দুই পুত্রের গড় বয়স ২৫ বছর। দুই বছর পূর্বে দুই পুত্রের বয়সের গড় ছিল ১২ বছর। পাঁচ বছর পর পিতার বয়স কত হবে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*

ক. ৫০ বছর খ. ৫২ বছর গ. ৫৫ বছর ঘ. ৬০ বছর উত্তর: খ

সমাধান: পিতা ও দুই পুত্রের গড় বয়স ২৫ বছর হলে তাদের বয়সের সমষ্টি = (২৫×৩) = ৭৫ বছর

দুই বছর পূর্বে,

দুই পুত্রের বয়সের গড় ১২ বছর থাকলে বর্তমানে = (১২+২)= ১৪ বছর এবং তাদের বয়সের সমষ্টি = (১৪×২) = ২৮ বছর

সুতরাং তাদের পিতার বর্তমান বয়স = (৭৫-২৮) = ৪৭ বছর এবং ৫ বছর পর হবে = (৪৭+৫) = ৫২ বছর।

৮৬. পিতা ও দুই পুত্রের বর্তমান গড় বয়স ২৩ বছর। ৩ বছর পর দুই পুত্রের গড় বয়স ১৩ বছর হলে, পিতার বর্তমান বয়স কত? *(প্রা:শি:১৪)*

ক. ৪০ খ. ৪৯ গ. ৫৩ ঘ. ৪৫ উত্তর: খ

সমাধান: প্রথমে তাদের তিনজনের বর্তমান মোট বয়স বের করি ২৩×৩=৬৯বছর। তারপর ৩ বছর পর পুত্রদের গড় বয়স ১৩ হলে বর্তমানে তাদের গড় বয়স = ১৩-৩ = ১০ এবং বর্তমানে দু পুত্রের মোট বয়স = ১০×২ = ২০ বছর।

তাদের পিতার বয়স = ৬৯-২০ = ৪৯।

৮৭. তিন বছর আগে দুই বোনের বয়সের গড় ছিল ২৪ বছর। বর্তমানে দুই বোন ও তাদের এক ভাইয়ের বয়সের গড় ২৫ বছর। ভাইয়ের বর্তমান বয়স কত? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ২৭ খ. ২৪ গ. ২১ ঘ. ১৮ উত্তর: গ

সমাধান:

তিন বছর আগে দুই বোনের গড় = ২৪ হলে বর্তমান গড় হবে (২৪+৩) = ২৭ এবং বর্তমানে সমষ্টি = (২৭×২) = ৫৪

বর্তমানে ২ বোন ও এক ভাইয়ের বয়সের গড় = ২৫ এবং বর্তমানে ৩ জনের সমষ্টি = (২৫×৩) = ৭৫ বছর।

সুতরাং ভাইয়ের বয়স = (৭৫-৫৪) = ২১ বছর।

উত্তর: ২১ বছর।

নিজে করুন:

৮৮. তিন বছর আগে রহিম ও করিমের বয়সের গড় ছিল ১৮ বছর। বর্তমানে আলম তাদের যোগদান করায় তাদের বয়সের গড় বেড়ে ২২ বছর হয়। আলমের বয়স কত? উত্তর: খ
ক. ২১বছর খ.২৪ বছর গ. ৩০বছর ঘ. ৩২বছর

সমাধান:
৩ বছর আগে গড় ১৮ হলে বর্তমানে গড় ২১ এবং বর্তমানে ঐ দুজনের সমষ্টি = ২১×২ = ৪২।
আলম যোগ দেয়ায় তিন জনের গড় ২২ বছর এবং সমষ্টি = ২২×৩ = ৬৬ বছর।
তাহলে আলমের বয়স = ৬৬-৪২ = ২৪ বছর।

৮৯. ৩ বছর আগে ৫ সদস্য বিশিষ্ট একটি পরিবারের গড় বয়স ছিল ১৭ বছর। ঐ পরিবারে একটি শিশু জন্মগ্রহন করার পরও তাদের সবার বর্তমান গড় বয়স একই আছে। বর্তমানে শিশুটির বয়স কত? *[Janata Bank (EO)-2017 (afternoon)]* উত্তর: গ
ক. ১ বছর খ. ১ বছর ৬ মাস গ. ২ বছর ঘ. ৩ বছর

সমাধান: ৩ বছর পূর্বে,
পরিবারটির ৫ সদস্যের বয়সের গড় ১৭ বছর হলে বর্তমানে গড় = (১৭+৩) = ২০ বছর;
∴ তাদের বয়সের সমষ্টি = (২০×৫) = ১০০ বছর
বর্তমানে ঐ পরিবারে একটি শিশু জন্মগ্রহণ করায় সদস্য সংখ্যা ৬ জন এবং তাদের মোট বয়স = (১৭×৬) = ১০২ বছর।
সুতরাং শিশুটির বয়স বর্তমানে = (১০২-১০০) = ২ বছর।

📖 **মনে রাখতে হবে:** শিশুটি সহ নতুন সদস্য সংখ্যা ৬ জন। অর্থাৎ বর্তমানের ৬ জনের গড় বয়স ৩ বছর পূর্বের ৫ জনের গড় বয়সের সমান। ৩ বছরে সকলের বয়স বৃদ্ধি হলেও শিশুটির বয়স দ্বারা সকলের গড় বয়স স্থিতিশীল রয়েছে।

✍ **Note:** ৩ বছর আগের থেকে বর্তমানে সবার বয়স ৩ বছর করে বেড়ে যাওয়ার কথা। কিন্তু শিশুটির বয়স কম হওয়ায় সবার বয়সের গড় অপরিবর্তিত আছে।

পদ্ধতি:-০৬ঃ গড়ের হ্রাস-বৃদ্ধি সংক্রান্ত প্রশ্ন

কোন গড়টি কত জনের তা ভালোভাবে লক্ষ্য রাখতে হবে । তাহলে ভুল হবার সম্ভাবনা কমে যাবে।
এছাড়াও কোনটি রাশির মান আর কোন সংখ্যাটি দিয়ে রাশির সংখ্যাকে বোঝাচ্ছে তা লক্ষ্য রাখবেন।

৯০. ৬ টি সংখ্যার গড় ৮.৫ । একটি সংখ্যা বাদ দিলে গড় হ্রাস পেয়ে ৭.২ হয়। বাদ দেওয়া সংখ্যাটি কত? *[CGA (Auditor-2022)]* উত্তর: খ
ক. ৭ খ. ১৫ গ. ১০ ঘ. ১২

সমাধান: ৬টি সংখ্যার গড় ৮.৫ হলে ৬টি সংখ্যার সমষ্টি = (৮.৫×৬) = ৫১
৫টি সংখ্যার গড় ৭.২ হলে ৫টি সংখ্যার সমষ্টি = (৭.২×৫) = ৩৬ ∴ বাদ দেওয়া সংখ্যাটি = (৫১-৩৬) = ১৫

৯১. ১১ জন বালকের গড় ওজন ৫০ কেজি। ৪০ কেজি ওজনের একজন চলে গেলে বাকিদের গড় ওজন কত হবে? *[PETROBANGLA – (UDA)-2017]* উত্তর: গ
ক. ৫৬ খ. ৪৯ গ. ৫১ ঘ. ৬০

সমাধান: ১১ জন বালকের মোট ওজন = (১১ x ৫০) কেজি = ৫৫০ কেজি
৪০ কেজি ওজনের একজন চলে গেলে বাকি ১০ জনের মোট ওজন = ৫৫০-৪০ = ৫১০ কেজি
এখন এদের গড় ওজন = (৫১০ ÷ ১০) কেজি = ৫১ কেজি। **উত্তর : ৫১ কেজি**

৯২. ৮ জন ছাত্রছাত্রীর গড় বয়স ৮ বছর। যদি এদের সাথে একজন শিক্ষকের বয়স যোগ করা হয় তাহলে তাদের বয়সের গড় ৭ বছর বাড়বে। শিক্ষকের বয়স কত? *[PKB- (EO) - 2017]* উত্তর: ক
ক. ৭১ খ. ৭৫ গ. ৮২ ঘ. ৮৫

সমাধান: ৮ জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট বয়স = ৮×৮ = ৬৪ বছর।
আবার শিক্ষকের বয়স যোগ করায় নতুন গড় = (৮+৭) = ১৫ বছর।
সুতরাং শিক্ষক ও ৮ জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট বয়স = ১৫×৯ = ১৩৫ বছর। সুতরাং শিক্ষকের বয়স = ১৩৫-৬৪ = ৭১ বছর।

৯৩. ৩০ জন ফুটবল খেলোয়ারের একটি দলে তাদের কোচের ওজন যোগ করলে তাদের গড় ওজন ১ কেজি বেড়ে যায়। কোচের ওজন কত হলে তাদের গড় ওজন ৩১ কেজি হয় তাহলে কোচের ওজন কত? ৬১ *(ইসলামী ব্যাংক প্রবেশ: অ: নায়ী-১২)* উত্তর: ক
ক. ৬১ খ. ৬০ গ. ৫১ ঘ. ১১

সমাধান: ১ কেজি ওজন বেড়ে যাওয়ার পর ৩১ কেজি হলে আগে ছিল ৩০ কেজি
৩০ জনের মোট ওজন = (৩০×৩০) = ৯০০
৩১ জনের মোট ওজন = (৩১×৩১) = ৯৬১ ∴ কোচের ওজন = ৯৬১-৯০০ = ৬১ কেজি। উত্তর: ৬১ কেজি।

৯৪. একটি ক্লাসের ছাত্রদের গণিতে প্রাপ্ত মোট নম্বর থেকে ১০০ বাদ দেয়ার পর ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বরের গড় ৫০ থেকে ৪৮ এ নেমে আসলো। ঐ ক্লাসে মোট ছাত্র সংখ্যা কত? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]* উত্তর: খ
ক. ৪০ খ. ৫০ গ. ৫৫ ঘ. ৬০

সমাধান: ধরি, ছাত্রদের সংখ্যা = x জন
শর্তমতে, (৫০x-৪৮x) = ১০০ [গড়ে ৫০ করে প্রাপ্ত মোট নম্বর এবং গড়ে ৪৮ করে প্রাপ্ত মোট নম্বরের পার্থক্য ১০০]
বা, ২x = ১০০ ∴ x = ৫০ জন।

মুখে মুখে: গড়ে কমে = ৫০-৪৮ = ২ করে। তাহলে ১০০ কমবে = ১০০÷২ = ৫০ জন হলে।

নিজে করুন:

৯৫. ৩০ জন ছাত্রের গড় বয়স ৯ বছর। তাদের শিক্ষকের বয়সও অর্ন্তরভূক্ত করা হলে বয়সের গড় হয় ১০ বছর। শিক্ষকের বয়স কত? উত্তর : গ
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৫০

[**Hints:** (৩১×১০) - (৩০×৯) = ৩১০-২৭০ = ৪০]

৯৬. কোন শ্রেণিতে ২৫ জন ছাত্রের বয়সের গড় ১০ বছর। শিক্ষকসহ তাদের বয়সের গড় ১২ বছর হলে, শিক্ষকের বয়স কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]* উত্তর: খ
ক. ৫৬ বছর খ. ৬২ বছর গ. ৬৪ বছর ঘ. ৬৫ বছর

৯৭. ১১ জন লোকের গড় ওজন ৭০ কেজি, ৯০ কেজি ওজনের একজন লোক চলে গেলে বাকিদের গড় ওজন কত হবে? উত্তর: ক
ক. ৬৮ খ. ৩৯ গ. ২৩ ঘ. ২৩

সমাধান: দেওয়া আছে, ১১জন লোকের গড় ওজন ৭০ কেজি
∴১১জন লোকের মোট ওজন= (৭০×১১) কেজি = ৭৭০ কেজি
৯০ কেজি ওজনের একজন চলে গেলে বাকী ১০ জনের ওজন (৭৭০–৯০) কেজি = ৬৮০ কেজি
∴১০ জন লোকের গড় ওজন = $\frac{৬৮০}{১০}$ কেজি = ৬৮ কেজি।

পদ্ধতি:-০৭ ঃ একটির জায়গায় আরেকটি আসলে

টিপস: পরিবর্তন করার কথা বললে মনে রাখবেন মোট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে। (কারন যে যায় তার পরিবর্তে নতুন একজন আসে) পরিবর্তনের ফলে গড়ে যা কমবে মোটের উপর যত কমবে, নতুন রাশিটি আগের থেকে তত ছোট হবে আবার বাড়লে নতুন রাশিটি তত বড় হবে।

৯৮. ৮ জনের একটি দলে ৬৫ কেজি ওজনের একজনের পরিবর্তে নতুন একজন যোগ দেয়ায় তাদের গড় ওজন ২.৫ কেজি বেড়ে যায়। নতুন ব্যক্তির ওজন কত কেজি ? *[BADC (AO)-2017]* উত্তর: ঘ
ক. ৪৫ খ. ৭৬ গ. ৮০ ঘ. ৮৫

সমাধান:
৮ জনের গড়ে ২.৫ কেজি করে বাড়লে মোট ওজন বাড়বে = ৮×২.৫ = ২০ কেজি।
তাহলে নতুন ব্যক্তির ওজন = আগের ৬৫ কেজি + বর্ধিত ২০ কেজি = ৮৫ কেজি।

৯৯. ৭ জনের গড় ওজন ৩ কেজি বৃদ্ধি পায়, যদি ৫০ কেজি ওজনের কোনো লোকের পরিবর্তে নতুন কোনো লোক আসে। তবে নতুন লোকটির ওজন কত?

ক. ৭০ কেজি খ. ৭৩ কেজি গ. ৭১ কেজি ঘ. ৭৫ কেজি উত্তর: গ

মুখে মুখে: নতুন লোকটির ওজন = ৫০+(৭×৩) = ৫০+২১=৭১

লিখিত সমাধান:
ধরি, ৭ জনের গড় ওজন = x কেজি
∴ ৭ জনের মোট ওজন = 7x কেজি
নতুন লোক আসায় তাদের মোট ওজন হয় = ৭(x+৩) কেজি
ধরি, নতুন লোকের ওজন =y কেজি
প্রশ্নানুসারে,
৭(x+৩) = 7x+y-৫০ [বর্তমান মোট ওজন = আগের ওজনের সাথে y যোগ করে ৫০ বিয়োগ]
⇒ 7x+২১ = 7x+y-৫০ ∴ y = ৭১ সুতরাং নতুন লোকটির ওজন = ৭১ কেজি।

১০০. ৭ জন লোকের গড় ওজন ৩ পাউন্ড কমে যায় যখন ১০ স্টোন ওজনের একজন লোকের পরিবর্তে নতুন একজন যোগদান করে। নতুন লোকটির ওজন কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক -২০০৮]*

ক. ৯ স্টোন খ. ৮ স্টোন গ. $৮\frac{১}{২}$ স্টোন ঘ. $৭\frac{১}{২}$ স্টোন উত্তর: গ

সমাধান: প্রতি জনের ৩ পাউন্ড হিসেবে ৭ জনের মোট ওজন কমে (৭×৩) = ২১ পাউন্ড = $১\frac{১}{২}$ স্টোন [১ স্টোন = ১৪ পাউন্ড]

∴ নতুন লোকের ওজন = (১০-১.৫) = $৮\frac{১}{২}$ স্টোন

১০১. সেট S ={0, 2, 4, 5, 9} এর মধ্য থেকে কোন সংখ্যাটি বাদ দিলেও সবগুলোর গড় অপরিবর্তিত থাকবে? *[BB (AD)-12]+[Combined 6Banks & 2FIs(SO)-2019]*

ক. 0 খ. 2 গ. 4 ঘ. 5 উত্তর: গ

সমাধান:
সেট S এর যোগফল = 0+2+4+5+9 = 20
∴ সেট S এর গড় = 20÷5= 4,
একটি সংখ্যা বাদ দিয়ে বাকি ৪টি সংখ্যার গড় = 4;
এবং এদের সমষ্টি = (4×4) = 16 ∴ বাদ দেয়া সংখ্যাটি = (20-16) = 4

Learning point : গড়ের সমান কেউ একজন বা ১০ জন চলে গেলে অথবা গড়ের সমান নতুন করে কেউ একজন বা একাধিক জন আসলেও গড় অপরিবর্তিত অর্থাৎ একই থাকে।

[Hints: সেটের ভেতরের সংখ্যাগুলোর গড় ৪ সুতরাং যদি ৪ সংখ্যাটিকে বাদ দেয়া হয় তাহলে গড় পরিবর্তিত হবে না]

১০২. ৯টি আমের গড় ওজন ২০ গ্রাম করে বৃদ্ধি পায় যদি তাদের মধ্য থেকে ১২০ গ্রাম ওজনের একটি আম অন্য একটি নতুন আম দ্বারা বদল করা হয়। নতুন আমের ওজন কত?

ক. ৩০০ গ্রাম খ. ২৪০ গ্রাম গ. ২২০ গ্রাম ঘ. ২০০ গ্রাম উত্তর: ক

সমাধান:
৯টি আমের ওজন গড়ে ২০ গ্রাম করে বৃদ্ধি পেলে মোট বৃদ্ধি পায় = ২০×৯ = ১৮০গ্রাম।
তাহলে নতুন আমটির ওজন হবে আগের আমটির থেকে ১৮০ গ্রাম বেশি।
সুতরাং নতুন আমের ওজন = ১২০+১৮০ = ৩০০ গ্রাম।

১০৩. ৮জন লোকের মধ্য থেকে ২৪ বছরের একজনকে অন্য একজন মহিলা দ্বারা পরিবর্তন করলে সবার বয়সের গড় ২ বছর বেড়ে যায়। মহিলার বয়স কত? *[Janata Bank (EO)-2017 (afternoon)]*

ক. ৩৫ খ. ২৮ গ. ৩২ ঘ. ৪০ উত্তর: ঘ

সমাধান:
৮ জনের বয়স ২ বছর করে বাড়লে মোটে বাড়বে = ৮×২ = ১৬ বছর।
অর্থাৎ নতুন আসা মহিলাটি চলে যাওয়ায় ২৪ বছর বয়সী লোকের চেয়ে ১৬ বছর বড়।
সুতরাং মহিলার বয়স = ২৪+১৬ = ৪০ বছর।

পদ্ধতি-০৮ ঃ বিবিধ গড়

১০৪. $\frac{১}{২}, \frac{৩}{৪}, \frac{৫}{৬}, \frac{৫}{১২}$ এদের গড় কত? *[টেক্সটাইল ইনস্টিটিউট ও টেক্সটাইল ইঞ্জিনিয়ারিং কলেজের ইনস্ট্রাক্টর (ডিটিআই) ২০১৮।+ [বেতিক(এরোড্রোম/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. $\frac{৫}{৪}$ খ. $\frac{৫}{২}$ গ. $\frac{৫}{৮}$ ঘ. $\frac{৫}{১৪}$ উত্তর: গ

সমাধান: ভগ্নাংশ গুলোর সমষ্টি $= \frac{১}{২}+\frac{৩}{৪}+\frac{৫}{৬}+\frac{৫}{১২} = \frac{৬+৯+১০+৫}{১২} = \frac{৩০}{১২} = \frac{৫}{২}$

সুতরাং ভগ্নাংশগুলোর গড় $= \frac{\frac{৫}{২}}{৪} = \frac{৫}{২}\times\frac{১}{৪} = \frac{৫}{৮}$

Learning Point: ভগ্নাংশের গড় বের করার জন্য নতুন কোন নিয়ম নেই বরং সাধারণ সংখ্যা যেভাবে যোগ করার পর রাশির সংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে হয় ঠিক একই নিয়মে ভগ্নাংশগুলোও যোগ করে মোট রাশি দিয়ে ভাগ করতে হয়।

১০৫. এক-দশমাংশ, এক-শতাংশ এবং এক-সহস্রাংশ এর গড় হবে- *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ০.০৩৭ খ. ০.১১১ গ. ০.০০৩ ঘ. ০.০১ উত্তর: ক

সমাধান: ভগ্নাংশগুলোর গড় $= \frac{\frac{১}{১০}+\frac{১}{১০০}+\frac{১}{১০০০}}{৩} = \frac{১০০+১০+১}{১০০০} = \frac{১১১}{১০০০}\times\frac{১}{৩} = ০.০৩৭$

নিজে করুন:

১০৬. এক-দশমাংশ এবং এক সহস্রাংশ এর গড় হবে? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের বিভিন্ন পদ-২০২১]*

ক. ০.০৫০৫ খ. ৫০৫ গ. ০.০০৫০৫ ঘ. ০.০৫০৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: গড় $= \frac{\frac{১}{১০}+\frac{১}{১০০০}}{২} = \frac{১০০+১}{১০০০} = \frac{১০১}{১০০০}\times\frac{১}{২} = \frac{১০১}{২০০০} = ০.০৫০৫$

১০৭. ৩ জন পুরুষ ও ৬ জন বালকের গড় আয় ১২ টাকা। ১ জন পুরুষের আয় ২ জন বালকের আয়ের সমান হলে ১জন পুরুষের আয় কত?

ক. ১৫ খ. ১৮ গ. ৩২ ঘ. ২২ উত্তর: খ

সমাধান: ৩জন পুরুষ ও ৬ জন বালকের গড় আয় ১২ টাকা হলে মোট আয় = ১২×৯ = ১০৮ টাকা।
এখন, ২ জন বালকের আয় = ১ জন পুরুষের আয় তাহলে ৬ জন বালকের আয় = ৩ জন পুরুষের আয়।

সুতরাং ৩ জন পুরুষ + ৬ জন বালক = ৩জন পুরুষ + ৩ জন পুরুষ = ৬ জন পুরুষের মোট আয় = ১০৮ টাকা।
সুতরাং ১ জন পুরুষে আয় = ১০৮÷৬ = ১৮ টাকা।

১০৮. এক ব্যক্তি প্রথম ৪ মাসের প্রতি মাসে গড়ে ১৮০০ টাকা খরচ করে এবং পরবর্তী ৮ মাসের প্রতি মাসে ২০০০ টাকা খরচ করে তার বার্ষিক সঞ্চয় ৫৬০০ টাকা হলে তার মাসিক গড় আয় কত টাকা?
ক. ১০০০টাকা খ. ১১০০টাকা গ. ১২০০টাকা ঘ. ২৪০০টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: বার্ষিক মোট ব্যায় = (৪×১৮০০)+(২০০০×৮) = ৭২০০+১৬০০০ = ২৩২০০
বার্ষিক মোট সঞ্চয় = ৫৬০০ হলে মোট আয় = ব্যায় + সঞ্চয় = ২৩২০০+৫৬০০ = ২৮৮০০
সুতরাং মাসিক গড় আয় = ২৮৮০০÷১২ = ২৪০০ টাকা।

১০৯. কোন শ্রেণীতে ১০ জন ছাত্রের গড় উচ্চতা ৫ ফুট ৬ ইঞ্চি। এর মধ্যে ৯ জন ছাত্রের উচ্চতা ৫ ফুট ৫ ইঞ্চি হলে, ১০ম ছাত্রের উচ্চতা কত ? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের সহকারী শিক্ষক-২০০৬]*
ক. ৫ ফুট ৭ ইঞ্চি খ. ৬ ফুট ৫ ইঞ্চি গ. ৬ ফুট ৩ ইঞ্চি ঘ. ৬ ফুট উত্তর: গ

সমাধান:
৯ জনের গড় উচ্চতা ৫ ফুট ৫ ইঞ্চি = (৫×১২)+৫ = ৬৫ ইঞ্চি [১ ফুট = ১২ ইঞ্চি
∴৯ জন ছাত্রের মোট উচ্চতা = (৬৫×৯) = ৫৮৫ ইঞ্চি
১০ জনের গড় উচ্চতা ৫ ফুট ৬ ইঞ্চি = (৫×১২) +৬ = ৬৬ ইঞ্চি
∴১০ জনের মোট উচ্চতা = (৬৬×১০) = ৬৬০ ইঞ্চি
সুতরাং ১০ম ছাত্রের উচ্চতা (৬৬০-৫৮৫) = ৭৫ ইঞ্চি বা ৭৫ ÷১২ = ৬ ফুট ৩ ইঞ্চি উত্তর: ৬ ফুট ৩ ইঞ্চি।

১১০. একজন শ্রমিক প্রতিদিন প্রথম ৮ ঘন্টা কাজ করার জন্য ঘন্টায় ১০ টাকা করে এবং পরবর্তী সময়ের জন্য ঘন্টায় ১৫ টাকা করে মজুরি পায়। দৈনিক ১০ ঘন্টা কাজ করলে তার ঘন্টা প্রতি গড় মজুরি কত ? *[২৪তম বিসিএস]*
ক. ১০ টাকা খ. ১১ টাকা গ. ১২টাকা ঘ. ১৩ টাকা উত্তর: খ

সমাধান:-
১০ ঘন্টা কাজ করলে প্রথম ৮ ঘন্টার জন্য ১০টাকা হারে = ৮×১০ = ৮০ এবং
পরের ২ ঘন্টা ১৫ টাকা হারে মোট = ১৫×২ = ৩০
মোট আয় = ৮০+৩০ = ১১০ টাকা। তাহলে ১০ ঘন্টায় গড় আয় = ১১০÷১০ = ১১ টাকা।

১১১. একজন শ্রমিক প্রথম ৮ ঘন্টায়, প্রতি ঘন্টা কাজ করার জন্য গড়ে ৪০ টাকা করে পায়। ওভারটাইম কাজ করলে প্রতি ঘন্টায় ৮০ টাকা করে পায়। একদিনে তার ঘন্টা প্রতি আয় ৬০ টাকা হলে সে কত ঘন্টা ওভার টাইম করেছিল ? *[CGDF-এর (জুনিয়র অডিটর)-২০১৩]*
ক. ২ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, সে ওভারটাইম করেছিল = x ঘন্টা
প্রশ্নমতে, (৪০×৮)+(x×৮০) = (৮+x)×৬০ [প্রথম ৮ ঘন্টার আয় + x ঘন্টার ওভার টাইমের আয় = সর্বমোট আয়]
⇒ ৩২০+৮০x = ৪৮০+৬০x ⇒ ২০x = ১৬০ ∴x = ৮ সুতরাং সে ওভারটাইম করেছিল x = ৮ ঘন্টা।

পদ্ধতি-০৯ঃ এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

১১২. তিনটি সংখ্যার গড় ৫৬। যদি ১ম সংখ্যাটি ২য় সংখ্যার দ্বিগুণ এবং ৩য় সংখ্যার অর্ধেক হয় তবে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*
ক. ১২ খ. ১৮ গ. ২০ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ২য় সংখ্যাটি x; ∴ ১ম সংখ্যাটি 2x এবং ৩য় সংখ্যাটি 8x
প্রশ্নমতে, x+2x+8x = ৩×৫৬ ⇒ ৭x = ১৬৮ ∴x = ২৪ ∴ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি x = ২৪

১১৩. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল তাদের যোগফলের ৫ গুণ, সংখ্যা তিনটির গড়? *[রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. ৫ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৮ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে, x, x+1 , x+2
প্রশ্নমতে, x(x+1)(x+2) = 5(x+x+1+x+2)
⇒ x(x+1)(x+2) = 5(3x+3)
⇒ x(x+1)(x+2) = 5×3(x+1)
⇒ x²+2x = 15 ⇒ x²+2x-15 = 0
⇒ x²+5x-3x-15 = 0 ⇒ x(x+5) - 3(x+5) = 0⇒ (x+5) (x-3) = 0 ∴x = 3 [ঋণাত্মক মান বাদ]

সুতরাং সংখ্যা ৩টি যথাক্রমে = ৩, ৪ এবং ৫। এবং তাদের গড় হলো মাঝের সংখ্যাটি অর্থাৎ ৪।

দ্রুত করার টেকনিক: অপশনগুলো টেস্ট করে, গড় ৪ হলে সংখ্যা ৩টি হবে ৩,৪,৫ যাদের গুণফল ৩×৪×৫ = ৬০ হলো যোগফল ৩+৪+৫ = ১২ এর থেকে ৫ গুণ। তাই উত্তর: ৪

নিজে করুন:
১১৪. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল তাদের যোগফলের ৮ গুণ । সংখ্যা তিনটির গড় কত ? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপসহকারী প্রকৌশলী)-২০১৬]*
ক. ৪ খ. ৮ গ. ৫ ঘ. ৭ উত্তর: গ
[Hints: আগেরটির নিয়মে লিখিত আকারে করুন অথবা অপশন টেস্ট করে দ্রুত করুন]

১১৫. ছয়টি ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যার গড়ের ছয়গুণ সবচেয়ে বড় সংখ্যাটির চারগুণ অপেক্ষা ১২ বেশি। ধারাবাহিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? *[কন্ট্রোলার জেনারেল ডিফেন্স ফাইন্যান্স (CGDF)-এর কার্যালয়ের (জুনিয়র অডিটর)-২০১৯]*
ক. ১৬ খ. ১৭ গ. ১৮ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ক্ষুদ্রতম বিজোড় সংখ্যাটি = x
সুতরাং ধারাবাহিক বিজোড় সংখ্যা ছয়টি = x, x+২, x+৪, x+৬, x+৮, x+১০

সংখ্যাগুলোর যোগফল = x+x+২+x+৪+x+৬+x+৮+x+১০ = ৬x+৩০ ∴ সংখ্যাগুলোর গড় = $\frac{৬x+৩০}{৬}$

প্রশ্নমতে, , ৬×$\left(\frac{৬x+৩০}{৬}\right)$ = ৪(x+১০)+১২ [গড়ের ৬গুণ = বৃহত্তম সংখ্যাটির ৪গুণের থেকে ১২ বেশি]

⇒ ৬x + ৩০ = ৪x+৪০+১২ ⇒ ৬x-৪x = ৫২-৩০ ⇒ ২x = ২২ ∴x = ১১

সুতরাং সংখ্যাগুলোর গড় = $\frac{৬x+৩০}{৬} = \frac{৬\times১১+৩০}{৬} = \frac{৯৬}{৬}$ = ১৬। উত্তর: ১৬

১১৬. তিনটি সংখ্যার একটি সেটে প্রথম দুটি সংখ্যার গড় ২, শেষ দুটি সংখ্যার গড় ৩ এবং প্রথম ও শেষ সংখ্যার গড় ৪ হলে সংখ্যা তিনটির গড় কত? *[BB (AD)-2012]*
ক. ৮ খ. ৬ গ. ১০ ঘ. ৩ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে, A, B এবং C
A ও B এর যোগফল = ২×২ = ৪ ; B ও C এর যোগফল = ৩×২ = ৬ এবং A ও C এর যোগফল = ৪×২ = ৮;
সুতরাং ২(A+B+C) = (৪+৬+৮) = ১৮ [উপরের লাইনের সবকটি যোগ করে]
∴ A+B+C = (১৮÷২) = ৯ এবং A,B এবং C এর গড় = (৯÷৩) = ৩

মনে রাখুন: এরকম তিনটি সংখ্যাকে ঘুরিয়ে ফিরিয়ে ৬টি সংখ্যা বলা হলে সবগুলোর সমষ্টি বের করার পর তা থেকে যে কোন দুটি বিয়োগ করলে অপর সংখ্যাটি বের হবে। নিচের উদাহরণ দেখুন

নিজে করুন:

১১৭. P ও Q এর মাসিক গড় আয় ৫০৫০ টাকা; Q ও R এর মাসিক গড় আয় ৬২৫০ টাকা এবং P ও R এর মাসিক গড় আয় ৫২০০ টাকা হলে P-এর মাসিক আয় কত?
ক. ৩৫০০ খ. ৪০০০ গ. ৪০৫০ ঘ. ৫০০০ উত্তর: খ

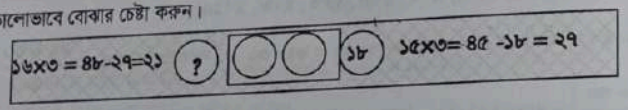
সমাধান: P + Q এর আয়ের সমষ্টি (৫০৫০ × ২) = ১০১০০ টাকা
Q + R এর আয়ের সমষ্টি (৬২৫০ × ২) = ১২৫০০ টাকা
P + R এর আয়ের সমষ্টি (৫২০০ × ২) = ১০৪০০ টাকা
∴ ২(P+Q+R) এর আয়ের সমষ্টি = ৩৩০০০ টাকা
∴ (P+Q+R) এর আয়ের সমষ্টি = (৩৩০০০÷২) = ১৬৫০০ টাকা
∴ P এর মাসিক আয় = (P+Q+R) − (Q + R) = (১৬৫০০-১২৫০০) = ৪০০০ টাকা।

১১৮. ক্রিকেট খেলায় ক, খ ও গ একত্রে ১০৮ রান করে, খ ও গ একত্রে ৯০ এবং ক ও গ একত্রে ৫১ রান করে। কে কত রান করেছিল?

সমাধান:
ক এর রান = (ক+খ+গ)-(খ+গ) = ১০৮-৯০ = ১৮ রান
খ এর রান = (ক+খ+গ)-(ক+গ) = ১০৮-৫১ = ৫৭ রান
গ এর রান = (ক+খ+গ)-(ক+খ) = ১০৮- (১৮+৫৭) = ১০৮-৭৫ = ৩৩ রান।
সুতরাং ক, খ ও গ এর রান যথাক্রমে ১৮, ৫৭ ও ৩৩ রান।

১১৯. চারটি সংখ্যার মধ্যে প্রথম তিনটির গড় ১৬ এবং শেষ তিনটির গড় ১৫। শেষ সংখ্যা ১৮ হলে প্রথম সংখ্যাটি কত?
ক. ১০টাকা খ. ১১টাকা গ. ২১টাকা ঘ. ১৩টাকা উত্তর: গ

সমাধান:
বক্সটি ভালোভাবে বোঝার চেষ্টা করুন।



ব্যাখ্যা:
প্রথম ৩টির গড় ১৬ হলে মোট = ১৬×৩= ৪৮, আবার শেষ তিনটির গড় ১৫ হলে মোট = ১৫×৩ = ৪৫।
এখন ১ম তিনটি এবং শেষ তিনটির সমষ্টির পার্থক্য = ৪৮-৪৫= ৩।
অর্থাৎ প্রথম সংখ্যাটি শেষ সংখ্যার থেকে ৩ বড় হবে। কেননা মাঝের দুটি সংখ্যা দুই অংশেই সমান ছিল।
তাহলে প্রথম সংখ্যাটি হবে = ১৮+৩ = ২১। উত্তর: ২১

নিজে করুন:

১২০. শনি রবি ও সোমবারের গড় তাপমাত্রা ৩৭ডিগ্রি আবার রবি সোম ও মঙ্গল বারের গড় তাপমাত্রা ৩৪ডিগ্রি, শনি বারের তাপমাত্রা ৪০ডিগ্রি হলে মঙ্গলবারের তাপমাত্রা কত ছিল?
ক. ৩১ডিগ্রি খ. ৩২ডিগ্রি গ. ৩৩ডিগ্রি ঘ. ৩৪ডিগ্রি উত্তর: ক

সমাধান:
(শনি+ রবি +সোম) - (রবি+সোম + মঙ্গল) = শনি- মঙ্গল [প্রথম ৩টিতেও রবি সোম আছে আবার পরের ৩টিতেও আছে]
⇒ (৩৭×৩) - (৩৪×৩) = শনি-মঙ্গল
⇒ ১১১-১০২ = শনি-মঙ্গল
⇒ ৯ = ৪০-মঙ্গল [যেহেতু শনিবারের তাপমাত্রা ৪০ ডিগ্রি প্রশ্নে দেয়া আছে]
⇒ মঙ্গলবার = ৪০-৯ ∴ মঙ্গলবার = ৩১ সুতরাং মঙ্গলবারের তাপমাত্রা = ৩১ ডিগ্রি।

১২১. কোন শ্রেণীতে ২০ জন ছাত্রীর গড় বয়স ১২ বছর। ৪ জন নতুন ছাত্রী ভর্তি হওয়ায় বয়সের গড় ৪ মাস কমে গেল। নতুন ৪ জন ছাত্রীর বয়সের গড় কত? [প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় ধাপ) সেট: (৩৬৯৭)]
ক. ১০বছর খ. ২০বছর গ. ২২বছর ঘ. ৫২বছর উত্তর: ক

সমাধান: (এভাবে বছরের সাথে মাস ও থাকলে একসাথে গুণ করে মাসগুলোকে বছর বানাতে হবে)
২০ জনের মোট বয়স = ২০×১২ = ২৪০ বছর।
নতুন ৪ জন সহ ২০+৪ = ২৪ জনের মোট বয়স = ২৪×(১১ বছর ৮ মাস) = ২৬৪ বছর ১৯২ মাস
বা, ২৬৪ বছর +১৬ বছর (১৯২ মাসে ১৬ বছর হয়) = ২৮০ বছর
তাহলে নতুন ৪ জনের বয়স = ২৮০-২৪০ = ৪০ বছর।
সুতরাং নতুন ৪ জনের গড় বয়স = ৪০÷৪ = ১০ বছর।

Practice Part

১. $\frac{১}{৪}, \frac{১}{২}, \frac{৩}{৪}$ এর গড় কোনটি? [ICB Bank (Cash)-2018]
ক. $\frac{৫}{৪}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{১}{২}$ ঘ. $\frac{৩}{৪}$

২. এক ব্যক্তি দুই মাসের আয় দিয়ে তিন মাসে ব্যয় করে। এতে তার ১৫০০ টাকা সঞ্চয় হলে তার মাসিক আয় কত?
ক. ১২০০ খ. ১২৫০ গ. ১৫০০ ঘ. ২০০০

৩. পাঁচ বছর আগে A ও B এর গড় বয়স ছিল ২০ বছর, বর্তমানে A, B ও C এর বয়স ৩০ বছর, গ এর বর্তমান বয়স কত?
ক. ৩৮ খ. ৪১ গ. ৩৯ ঘ. ৪০

৪. একটি পরীক্ষায় গণিতের তিনটি পত্রের মধ্যে প্রত্যেকটির নম্বর ১০০ করে। একজন ছাত্র প্রথম পত্রে ৬০%, দ্বিতীয় পত্রে ৭০% নম্বর পেল। তিন পত্রেই গড়ে ৭০% নম্বর পেতে হলে তৃতীয় পত্রে তাকে কত নম্বর পেতে হবে?
ক. ৬০ খ. ৭০ গ. ৮০ ঘ. ৯০

৫. ৫টি সংখ্যার গড় ৩১ এবং ৪টি সংখ্যার গড় ৪০ হলে সবগুলো সংখ্যার গড় কত?
ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ৩৫ ঘ. ৪১

৬. ৬ জন পুরুষ, ৮ জন স্ত্রীলোক ও ১ জন বালকের বয়সের গড় ৩৫ বছর। পুরুষদের বয়সের গড় ৪০ বছর এবং স্ত্রীদের বয়সের গড় ৩৪ বছর হলে বালকের বয়স কত?
ক. ১০ খ. ১১ গ. ১২ ঘ. ১৩

৭. এক দোকানদার ১২ দিনে ৫০৪ টাকা আয় করলেন। প্রথম ৪ দিনে গড় আয় ৪০ টাকা হলে বাকি দিনগুলোর গড় আয় কত?
ক. ১০ খ. ২০ গ. ৩০ ঘ. ৪৩

৮. কোন শ্রেণীতে ২০জন ছাত্রের বয়সের গড় ১০ বছর। শিক্ষক সহ তাদের বয়সের গড় ১২ বছর হলে শিক্ষকের বয়স কত?
ক. ১০বছর খ. ২০বছর গ. ২২বছর ঘ. ৫২বছর

৯. ছয়টি সংখ্যার গড় ৬। যদি প্রত্যেকটি সংখ্যা থেকে ৩ বিয়োগ করা হয় তবে নতুন সংখ্যাগুলোর গড় কত হবে? [একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (উপজেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]
ক. ১৮ খ. ১৫ গ. ৪ ঘ. ৩

১০. এক ব্যক্তির প্রথম ৪ দিনের গড় দৈনিক আয় ৪৫ টাকা এবং পরের ২ দিনের গড় আয় ৩৬ টাকা। যদি প্রথম ৭ দিনের গড় আয় ৪০ টাকা হয়, তবে তার সপ্তম দিনের আয় নির্ণয় কর।
ক. ৩০ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ২৮

১১. চারটি সন্তান ও তাদের পিতার বয়সের গড় অপেক্ষা ঐ ৪টি সন্তান ও তাদের মাতার বয়সের গড় ২ বছর কম। পিতার বয়স ৫৮ বছর হলে মাতার বয়স কত?
ক. ৪০ খ. ৪৮ গ. ৩৮ ঘ. ৪৫

১২. ৮ সদস্য বিশিষ্ট একটি কমিটির গড় বয়স ৪০ বছর। একজন সদস্য যার বয়স ৫৫ বছর, অবসর গ্রহন করার পর তার জায়গায় নতুন একজন আসলো যার বয়স ৩৯ বছর। বর্তমানে ঐ কমিটির গড় বয়স কত?
ক. ৩০ খ.৩২ গ. ৩৪ ঘ.৩৮

১৩. কোন শ্রেণীর ২৪ জন ছাত্রের মধ্য ১৭ বছর বয়স্ক একটি ছাত্র চলে গেল এবং একজন নতুন ছাত্র ভর্তি হল। এতে বয়সের গড় পূর্বাপেক্ষা ১ মাস কমে গেল। নতুন ছাত্রের বয়স কত?
ক. ১০ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ৪০

১৪. কোন শ্রেণীর ৩০ জন ছাত্রের বয়সের গড় ১০.৫ বছর এবং ঐ ৩০ জন ও শিক্ষকের বয়সের গড় ১১ বছর। শিক্ষকের বয়স কত?
ক. ২৫ খ. ২৬ গ. ৩৫ ঘ. ৩৬

উত্তরমালা

১.	গ	২.	গ	৩.	ঘ	৪.	গ	৫.	গ	৬.	ঘ	৭.	ঘ
৮.	ঘ	৯.	ঘ	১০.	ঘ	১১.	খ	১২.	ঘ	১৩.	গ	১৪.	খ

বিস্তারিত সমাধান

১. ✍সমাধান:

ভগ্নাংশ গুলোর সমষ্টি $= \frac{১}{৪}+\frac{১}{২}+\frac{৩}{৪} = \frac{১+২+৩}{৪} = \frac{৬}{৪} = \frac{৩}{২}$ সুতরাং ভগ্নাংশগুলোর গড় $= \frac{৩}{২} = \frac{৩}{২}\times\frac{১}{৩} = \frac{১}{২}$

২. ✍সমাধান:
ধরি, তার মাসিক আয় = x টাকা।
তাহলে, ২ মাসের আয় = ২x টাকা এবং ৩মাসের আয় = ৩x টাকা।
আবার ৩ মাসের ব্যয় যেহেতু ২ মাসের আয়ের সমান তাহলে ৩ মাসে ব্যয় = ২x টাকা।
প্রশ্নমতে, ৩x-২x = ১৫০০ [(৩ মাসের আয়০-৩ মাসের ব্যয় = সঞ্চয়) (যেহেতু ৩ মাসের সঞ্চয় ১৫০০ টাকা প্রশ্নে দেয়া আছে)]
∴ x = ১৫০০ টাকা। সুতরাং তার মাসিক আয় ১৫০০ টাকা । **উত্তর: ১৫০০ টাকা।**

৩. ✍সমাধান: ৫ বছর আগে A+B এর বয়সের সমষ্টি = ২×২০ = ৪০ বছর এবং
বর্তমানে, A+B+C এর বয়সের সমষ্টি = ৩×৩০ = ৯০ বছর ⇒ (৪০+৫+৫)+ C=৯০ বছর ∴C= ৯০-৫০ = ৪০ বছর

৪. ✍সমাধান: [(৭০×৩)- (৬০+৭০) = ৮০] **শর্টকাট:** ১ টাতে গড় ৭০ থেকে ১০ কম পেলে অন্যটাতে ১০ বেশি পেতে হবে।]

৫. ✍সমাধান: সংখ্যা গুলোর যোগফল = (৫ x ৩১)+ (৪ x ৪০) = ১৫৫ + ১৬০ = ৩১৫ সুতরাং গড় = ৩১৫÷৯ = ৩৫

৬. [Hints: {(৬+৮+১)×৩৫}- {(৬×৪০)+(৮×৩৪)}] = ৫২৫-৫১২ = ১৩ বছর]

৭. [Hints: {৫০৪-(৪×৪০)}÷৮]

৮. [Hints: (২১×১২) -(২০×১০) =২৫২-২০০ = ৫২ বছর]

৯. ✍সমাধান: ছয়টি সংখ্যার সমষ্টি = ৬×৬ = ৩৬
প্রত্যেক সংখ্যা থেকে ৩ বিয়োগ করা হলে সংখ্যা ছয়টির নতুন সমষ্টি = ৩৬-(৩×৬) = ১৮
∴ নতুন সংখ্যাগুলোর গড় = $\frac{১৮}{৬}$ = ৩।

১০. ✍সমাধান: সপ্তম দিনের আয় = (৪০×৭) - {(৪৫×৪)+ (৩৬×২)} = (২৮০-২৫২) = ২৮ টাকা।

১১. ✍সমাধান:
এখানে উভয় পক্ষেই লোকসংখ্যা মোট ৫ জন এবং প্রথম গড় অপেক্ষা দ্বিতীয় গড় ২ বছর কম হওয়ায় দ্বিতীয় পক্ষে মোট বয়স ৫×২ বা ১০ বছর কম। ∴ মাতার বয়স = ৫৮-১০= ৪৮ বছর।

১২. [Hints: মোট বয়স কমল ৫৫-৩৯= ১৬ তাহলে গড়ে কমবে১৬÷৮ = ২ বছর করে। নতুন গড় বয়স ৪০-২ = ৩৮]

১৩. ✍সমাধান: মোট কমে গেল ১×২৪ = ২৪ মাস বা ২ বছর ∴ নতুন ছাত্রটির বয়স = ১৭ - ২ = ১৫ বছর।

১৪. [Hints: (৩১×১১) - (৩০×১০.৫) = ৩৪১-৩১৫= ২৬]

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. ১০টি সংখ্যার যোগফল ৩৮০। এদের প্রথম ৪টির গড় ৫০ এবং শেষ ৫টির গড় ৩২। পঞ্চম সংখ্যাটি কত?
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৫০

২. ২৫ টি পরীক্ষার ফলাফলের গড় ১৩। প্রথম ১২ টির গড় ১৪ এবং শেষের ১২ টির গড় ১১ হলে ১৩ তম ফলাফল হবে-
ক. ১৫ খ. ১৮ গ. ২০ ঘ. ২৫

৩. ৩টি সংখ্যার গড় ৬ এবং ঐ ৩টি সহ মোট ৪ টি সংখ্যার গড় ৮ হলে চতুর্থ সংখ্যাটির অর্ধেকের মান কত?
ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮

৪. ৩ বন্ধুর গড় ওজন ৩৩ কেজি এবং কারো ওজন ৩১ কেজির কম নয়। যে কোন একজনের ওজন সর্বোচ্চ কত কেজি হতে পারে?
ক. ৩৮ খ. ৩৬ গ. ৩৭ ঘ. ১১

৫. ৭টি বিষয়ে সোহেলের প্রাপ্ত গড় নম্বর ৭৫। গণিত বাদে বাকী ৬টিতে তার গড় নম্বর ৭২ হলে সে গণিতে কত নম্বর পেয়েছে?
ক. ৯৩ খ. ৯৫ গ. ৯৮ ঘ. ৮৭

৬. পিতা ও দুই সন্তানের বয়সের গড় ১৭ বছর। দুই সন্তানের বয়সের গড় ২ বছর হলে পিতার বয়স কত?
ক. ৪৭ খ. ৪৯ গ. ৫৬ ঘ. ৪৬

৭. ৩০ টাকা দরের ২সের সোয়াবিন তেলের সাথে ১৮টাকা সের দরের ১সের পামওয়েল মেশালে মিশ্রিত তেলের ১সেরের দাম কত?
ক. ২৭ খ. ২৬ গ. ২৫ ঘ. ২৩

৮. তিন ভাই-বোনের বয়সের গড় ১৬ বছর। পিতা সহ ভাই-বোনের বয়সের গড় ২৫ বছর। পিতার বয়স কত?
ক. ৫২ খ. ৫৫ গ. ৪২ ঘ. ৩২

৯. ৩০ জনের ছাত্রের গড় বয়স ৯বছর। তাদের শিক্ষকের বয়স অন্তর্ভুক্ত করা হলে বয়সের গড় হয় ১০বৎসর। শিক্ষকের বয়স কত?
ক. ৩০ খ. ৩২ গ. ৩৬ ঘ. ৪০

১০. ২০ জন বালক ও ১৫ জন বালিকার গড় বয়স ১৫ বছর। বালকদের গড় বয়স ১৫ বছর ৬ মাস বছর হলে, বালিকাদের গড় বয়স কত?
ক. ১৪ বছর ৪মাস খ. ১২ বছর ৪মাস গ. ১৩ বছর ৪মাস ঘ. ১৪ বছর ৫মাস

উত্তরমালা

১.	ক	২.	ঘ	৩.	গ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	ক	৭.	খ	৮.	ক	৯.	ঘ	১০.	ক

লিখিত প্রশ্ন এবং সমাধান

১. যদি ৫ টি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার গড় ৫৫ হয় তবে শেষ দুটি সংখ্যার গড় কত? *[প্রাথমিক ও গণশিক্ষা মন্ত্রণালয় (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর) – ২০১৭]*

সমাধান: ধরি, ক্ষুদ্রতম বিজোড় সংখ্যাটি = x

সুতরাং সংখ্যা ৫টি = x, x+২, x+৪, x+৬ এবং x+৮ [x = ৫ বা বিজোড় হলে x + ২ ও বিজোড়। ২ দেখে জোড় মনে করা যাবে না]

প্রশ্নমতে, $x + x + ২ + x + ৪ + x + ৬ + x + ৮ = ৫৫ \times ৫$

$\Rightarrow ৫x + ২০ = ২৭৫ \quad \Rightarrow ৫x = ২৫৫ \quad \therefore x = \frac{২৫৫}{৫} = ৫১$

সুতরাং শেষ সংখ্যা দুটি যথাক্রমে $x + ৬ = ৫১ + ৬ = ৫৭$ এবং এবং $x + ৮ = ৫১ + ৮ = ৫৯$

সুতরাং শেষ দুটি সংখ্যার গড় = $\frac{৫৭ + ৫৯}{২} = \frac{১১৬}{২} = ৫৮$

২. একটি দোকানে কলমের মূল্য নিম্নরূপ : প্রথমটির মূল্য ১০টাকা; দ্বিতীয়টির মূল্য ৫ টাকা এবং পরবর্তী প্রত্যেকটির মূল্য ৩ টাকা। তপু ঐ দোকান থেকে কিছু কলম কিনে হিসাব করে দেখল যে কলমের গড় মূল্য ৩.৬ টাকা। সে কয়টি কলম ক্রয় করেছিল? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের (উচ্চমান সহকারী)-২০১৭]*

সমাধান: ধরি, তপু ৩ টাকা মূল্যের x টি কলম ক্রয় করে

প্রশ্নমতে, $\frac{১০ + ৫ + ৩x}{১ + ১ + x} = ৩.৬$ $\left[\frac{\text{কলমের সর্বমোট মূল্য}}{\text{কলমের মোট সংখ্যা}}\right]$

$\Rightarrow \frac{৩x + ১৫}{২ + x} = ৩.৬ \quad \Rightarrow ৩x + ১৫ = ৭.২ + ৩.৬x \Rightarrow ৩.৬x - ৩x = ১৫ - ৭.২ \Rightarrow ০.৬x = ৭.৮ \Rightarrow x = \frac{৭.৮}{০.৬} = ১৩$

সুতরাং মোট কলমের সংখ্যা = (১৩+১+১)টি = ১৫টি

৩. যুদ্ধ তহবিলে ১২ জন লোক চাঁদা দিল। ১০ জনের প্রত্যেক ৮০ টাকা করে দিল এবং ১২ জনের প্রত্যেক গড়ে যে চাঁদা দিল অবশিষ্ট দুই জনের একজন তাহা অপেক্ষা ৮০ টাকা ও অন্যজন ১২০ টাকা বেশি দিল। শেষের দুই জনের চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় করুন। *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন বাংলাদেশ টেলিভিশনের চিত্র গ্রাহক- ২০১৮ (লিখিত)]*

সমাধান:

প্রথম ১০ জনের দেয়া চাঁদার পরিমাণ = (৮০ × ১০) টাকা = ৮০০ টাকা

ধরি, ১২ জন লোকের গড় চাঁদা = x টাকা

∴ ১২ " " মোট চাঁদা = ১২x টাকা

সুতরাং ১০ জন বাদে ২ জন লোকের ১জন দেয় x+৮০ এবং অন্যজন দেয় x+১২০ টাকা।

প্রশ্নমতে, $৮০০ + (x + ৮০) + (x + ১২০) = ১২x$ [১০+১+১ = ১২ জনের দেয়া মোট চাঁদা = ১২x]

বা, $২x + ১০০০ = ১২x$ বা, $১০x = ১০০০ \quad \therefore x = ১০০$

সুতরাং শেষ দুইজনের ১জন চাঁদা দেয় = x + ৮০ = ১০০ + ৮০ = ১৮০ টাকা

এবং ২য় জন চাঁদা দেয় = x + ১২০ = ১০০ + ১২০ = ২২০ টাকা ।

উত্তর: ১৮০ টাকা এবং ২২০ টাকা।

৪. কোন হোস্টেলে ৩৫ জন ছাত্র আছে। ৭ জন নতুন ছাত্র ভর্তির ফলে মেসের ব্যয় ৪২ টাকা বেড়ে গেল। কিন্তু গড় ব্যয় ১ টাকা হ্রাস পেল। মেসের প্রকৃত ব্যয় কত টাকা ছিল?

সমাধান: [লিখিত অংকের জন্য সমীকরণ তৈরী করতে পারা খুবই গুরুত্বপূর্ণ এই প্রশ্নে লজিকগুলো দেখুন]

ধরি, ৩৫ জনের গড় ব্যয় ছিল = x (যে কোন গড়ের হ্রাস বৃদ্ধির আগে কত ছিল তা ধরে করতে হয়)

∴ ৩৫ জনের মোট ব্যয় ছিল = ৩৫x টাকা

নতুন ৭ জন আসায় নতুন মোট ছাত্র সংখ্যা = ৩৫+৭= ৪২ জন যাদের গড় ব্যয় = x-১ *(আগের থেকে গড় ১ কমেছে)*

৪২ জনের মোট খরচ = ৪২(x-১)

প্রশ্নমতে, ৪২(x-১) - ৩৫x = ৪২ *(আগের ব্যয় ও বর্তমান ব্যয়ের মধ্যে পার্থক্য ৪২ টাকা, তাই দুই ব্যয়ের বিয়োগফল = ৪২)*

$\Rightarrow ৪২x - ৪২ - ৩৫x = ৪২ \quad \Rightarrow ৭x = ৮৪ \quad \Rightarrow x = ৮৪ \div ৭ \therefore x = ১২ \quad \therefore$ ৩৫ জনের গড় খরচ = ১২ টাকা

সুতরাং ৩৫ জনের মোট খরচ = ৩৫×১২ = ৪২০ টাকা।

উত্তর: ৪২০ টাকা।

নিজে করুন:

৫. একটি আবাসিকে ৩০ জন ছাত্র ছিল। আরও ৫ জন ছাত্র যোগ দিলে আবাসিক খরচ ৪০ টাকা বাড়বে কিন্তু মাথাপিছু খরচ ২ টাকা করে কমলে ঐ আবাসিকে আসল খরচ কত ছিল?

[Hints: ৩০ জনের গড় খরচ = x ধরে প্রশ্নমতে, ৩৫(x-২)-৩০x = ৪০ ∴ x = ২২ সুতরাং খরচ ছিল = ৩০×২২ = ৬৬০]

৬. ৯ জন ব্যক্তি কোন দোকানে খাবার খেতে গেল। তাদের মধ্যে ৮ জন প্রত্যেকে ১২ টাকা করে খরচ করল এবং নবম ব্যক্তি গড় খরচের চেয়ে ৮ টাকা বেশি খরচ করল। তারা মোট কত টাকা খরচ করল?

সমাধান: ধরি, ৯ জনের গড় খরচ = x টাকা।

সুতরাং ৯ জনের মোট খরচ = ৯x টাকা, আবার ৯ম ব্যক্তির খরচ = x+৮ টাকা

প্রশ্নমতে, ৯x = ৮×১২+ x+৮ (৯ জনের মোট খরচ = ৮ জনের মোট খরচ + ৯ম ব্যক্তির খরচ)

বা, ৯x = x+১০৪ বা, ৯x-x = ১০৪ বা, ৮x = ১০৪ বা, x = ১০৪÷৮ ∴ x = ১৩ ∴৯ জনের গড় খরচ ১৩ টাকা করে

সুতরাং ৯ জনের মোট খরচ = ৯×১৩ = ১১৭

উত্তর: ১১৭ টাকা।

৭. ৫ জন বালকের বয়সের গড় ১০ বছর। ঐ দলে আরও ২ জন বালক যোগ দিল । তাদের সকলের বয়সের গড় হয় ১২ বছর। যোগদানকারী বালক দুটি যদি সবময়সী হয় তবে তাদের প্রত্যেকের বয়স কত ? *[পুলিশ সাব-ইন্সপেক্টর (নিরস্ত্র) – ২০১২]*

সমাধান: ৫ জন বালকের গড় বয়স = ১০ বছর

৫ জন বালকের মোট বয়স = ১০ × ৫ = ৫০ বছর ।

আবার, (৫ + ২) = ৭ জন বালকের গড় বয়স = ১২ বছর

∴ ৭ জন বালকের মোট বয়স = ১২ × ৭ = ৮৪

তাহলে নতুন ২ জন বালকের মোট বয়স = ৮৪ – ৫০ = ৩৪ বছর

২ জন বালক সমবয়সী হওয়ায় তাদের বয়সের গড় ই হবে তাদের প্রত্যেকের বয়স।

∴ তাদের প্রত্যেকের বয়স = $\frac{৩৪}{২}$ = ১৭ বছর

উত্তর: ১৭ বছর।

৮. পিতা ও তার চার সন্তানের বয়সের গড় ২২ বছর ৫ মাস । মাতা ও তার ঐ চার সন্তানের বয়সের গড় ২১ বছর ২ মাস । পিতার বয়স ৪৫ বছর হলে, মাতার বয়স কত? *[নিম্ন মাধ্যমিক গণিত বোর্ড বই -১৯৯৬]*

সমাধান:

পিতা ও চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি = (২২ বছর ৫ মাস) × ৫ = ১১০ বছর ২৫ মাস = ১১২ বছর ১ মাস

∴ চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি = (১১২ বছর ১ মাস – ৪৫ বছর) = ৬৭ বছর ১ মাস

আবার, মাতা ও চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি = (২১ বছর ২ মাস) × ৫ = ১০৫ বছর ১০ মাস

∴ মাতার বয়স = (মাতা ও চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি) – (চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি)

= (১০৫ বছর ১০ মাস - ৬৭ বছর ১ মাস) = ৩৮ বছর ৯ মাস

উত্তর: ৩৮ বছর ৯ মাস

নিজে করুন:

৯. কোন বিদ্যালয়ের একটি শ্রেণির ২৫ জন ছাত্রের বয়সের গড় ১২ বছর। ঐ শ্রেণিতে ১৪, ১৫ ও ২১ বছর বয়সের ৩ জন নতুন ছাত্র ভর্তি হল। ঐ শ্রেণিতে বর্তমানে ছাত্রদের বয়সের গড় কত? *[নিম্ন মাধ্যমিক গণিত (বোর্ড বই) -১৯৯৬]* **উত্তর: ১২.৫ বছর।**

১০. ২০ জন ছাত্র গণিত পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করল। তাদের মধ্যে দুই জন গড়ে ৬০ নম্বর, ১৩ জন গড়ে ৬৫ নম্বর ও অবশিষ্ট সকলে গড়ে ৫৫ নম্বর পেল। ছাত্ররা গড়ে কত নম্বর পেল? *[২ধতম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান:

২ জনের গড় নম্বর = ৬০ ∴ ২ জনের মোট নম্বর = ৬০ × ২ = ১২০

১৩ জনের গড় নম্বর = ৬৫ ∴ ১৩ জনের মোট নম্বর = ৬৫ × ১৩ = ৮৪৫

এবং অবশিষ্ট (২০ -২- ১৩) = ৫ জনের গড় নম্বর = ৫৫

∴ ৫ জনের মোট নম্বর = ৫৫ × ৫ = ২৭৫

সুতরাং ২০ জনের মোট নম্বর = (১২০ + ৮৪৫ + ২৭৫) = ১২৪০ ∴ ২০ জনের গড় নম্বর = ১২৪০ ÷ ২০ = ৬২ **উত্তর: ৬২**

১১. **ক ও খ - এর গড় আয় ৫০৫ টাকা, খ ও গ এর গড় আয় ৫৩৫টাকা এবং ক ও গ - এর গড় আয় ৫২০ টাকা। ক, খ, ও গ এর প্রত্যেকের আয় কত?** *[কারিগর শিক্ষা অধিদপ্তরের অধীনে চীফ ইন্সট্রাক্টর : ২০০৩]*

টিপস: এ ধরনের অংকে প্রথমেই প্রতি দুজনের মোট আয় বের করার পর ওখান থেকে তিন জনেরই মোট আয় বের করতে হয়, এবং শেষে ৩ জনের মোট আয় থেকে দুজনের আয় বাদ দিলে ৩য় জনের আয় বের হয়ে যায়।

সমাধান:

ক + খ- এর আয়ের সমষ্টি = (৫০৫ × ২) টাকা = ১০১০ টাকা

খ + গ- এর আয়ের সমষ্টি = (৫৩৫ × ২) টাকা = ১০৭০ টাকা

ক + গ- এর আয়ের সমষ্টি = (৫২০ × ২০) টাকা = ১০৪০ টাকা

২(ক + খ + গ) এর আয়ের সমষ্টি = ৩১২০ টাকা

ক + খ + গ এর আয়ের সমষ্টি = ১৫৬০ টাকা

খ + গ- এর আয়ের সমষ্টি = ১০৭০ টাকা

∴ ক-এর আয় = (১৫৬০-১০৭০) = ৪৯০ টাকা

ক + খ-এর আয়ের সমষ্টি = ১০১০ টাকা

ক-এর আয় (-) = ৪৯০ টাকা

খ-এর আয় = ৫২০ টাকা

খ + গ-এর আয়ের সমষ্টি = ১০৭০ টাকা

খ-এর আয় (-) = ৫২০ টাকা

গ-এর আয় = ৫৫০ টাকা **উত্তর: ক এর আয় ৪৯০টাকা, খ এর আয় ৫২০ টাকা এবং গ এর আয় ৫৫০ টাকা**

নিজে করুন:

১২. **ক ও খ এর মাসিক আয়ের গড় ৩০০ টাকা, খ ও গ এর মাসিক আয়ের গড় ৩৫০ টাকা এবং ক ও গ এর মাসিক আয়ের গড় ৩২৫ টাকা। ক এর মাসিক আয় কত?** *[পুলিশ-(এসআই)-১৯৯৯]* **উত্তর: ক এর মাসিক আয় ২৭৫ টাকা।**

শতকরা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-১	শতকরার উপর সাধারণ কিছু প্রশ্ন	পদ্ধতি-৮	হ্রাস-বৃদ্ধির শতকরা
পদ্ধতি-২	শতকরার মান, হার এবং মোট বের করা	পদ্ধতি-৯	কমিশন সংক্রান্ত প্রশ্নের শতকরা
পদ্ধতি-৩	শতকরা হার বের করা	পদ্ধতি-১০	ভোট এবং জনসংখ্যার শতকরা
পদ্ধতি-৪	শতকরা বা % থেকে হিসেব	পদ্ধতি-১১	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
পদ্ধতি-৫	শতকরার শতকরা বা দুই বার শতকরা	পদ্ধতি-১২	পাশ ফেলের শতকরা
পদ্ধতি-৬	শতকরার কম/বেশি বা ছোট/বড়	পদ্ধতি-১৩	দুটি ভিন্ন অংশের শতকরা একত্রে হিসেব
পদ্ধতি-৭	মূল্য এবং খরচ সম্পর্কিত	পদ্ধতি-১৪	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
Practice Part		**Model Test**	

শতকরার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

প্রাথমিক আলোচনা:

শতকরা বিষয়টি খুবই গুরুত্বপূর্ণ কেননা অধ্যায়টি ভালোভাবে করতে পারলে লাভ - ক্ষতি ও সুদকষার অংকগুলোও ভালোভাবে পারা যাবে। এই তিনটি অধ্যায় থেকে প্রশ্ন আসেই এছাড়াও যে কোন চাকুরীর পরীক্ষার লিখিত অংকের সাথে এই অধ্যায়ের সংযোগ থাকবেই। তাই এই অধ্যায়টি থেকে ভালোভাবে বুঝে বুঝে করার চেষ্টা করুন।

শতকরা এমন একটি ভগ্নাংশ যার হর সবসময় ১০০ হয়। যাকে সহজে প্রকাশ করার জন্য % চিহ্ন ব্যবহার করা হয়।

অর্থাৎ $\% = \frac{১}{১০০}$। সুতরাং $৫\% = ৫ \times \frac{১}{১০০}$ বা $\frac{৫}{১০০}$ বা $\frac{১}{২০}$।

ধরুন, আপনার মাসিক আয় ৫০০০ টাকা এবং আপনার মাসিক ব্যয় ৪০০০ টাকা, এখন যদি আপনাকে বলা হয় যে আপনার মাসিক ব্যয় আপনার মাসিক আয়ের শতকরা কত অংশ? তাহলে আপনাকে বুঝতে হবে যে *শতকরা কত অংশ জানতে চাওয়া অর্থ আপনার মাসিক আয় যদি ৫০০০ টাকার পরিবর্তে ১০০ টাকা হতো তাহলে আপনার মাসিক ব্যয় কত টাকা হতো?*

তখন যা করতে হবে তা হলো,

আয় ৫০০০ টাকা হলে ব্যয় = ৪০০০ টাকা

∴ " ১ " " " $= \frac{৪০০০}{৫০০০}$ টাকা

∴ " ১০০ " " " $= \frac{৪০০০ \times ১০০}{৫০০০}$ টাকা

= ৮০ টাকা বা ৮০% । **উত্তর: ৮০%**

এই অংকটি খুব দ্রুত করতে চাইলে নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করুন, যে কোন অংকের % বের করতে হলে,

$$\text{শতকরা হার বা } \% = \frac{\text{মোটের যত} \times ১০০}{\text{মোট}} \%$$

সুতরাং সূত্রানুযায়ী $= \frac{৪০০০ \times ১০০}{৫০০০} = ৮০\%$

গুরুত্বপূর্ণ ব্যাসিক আলোচনা:

কোন বইয়ের দাম ২০% বৃদ্ধি পাওয়ার অর্থ ১০০ টাকার বইয়ের বর্তমান দাম = ১০০+২০ = ১২০ টাকা।
কিন্তু ৫০ টাকার বইয়ের দাম ২০% বৃদ্ধি পেলে বইটির দাম = (৫০+২০) = ৭০ টাকা হয় না। ২০% আর ২০ এক না।
বরং ৫০ এর ২০% এর মান $৫০\times\frac{২০}{১০০}$ = ১০টাকা এরপর ৫০ টাকার সাথে যোগ করে = (৫০+১০) = ৬০টাকা

এই অংকটিই খুব দ্রুত করতে চাইলে সরাসরি ৫০ এর ১২০% (১০০%+২০%) = $৫০\times\frac{১২০}{১০০}$ = ৬০ টাকা হবে।

১. **ঢাকা থেকে গাজীপুরের ভাড়া ৮০ টাকা। ভাড়া ২৫% বেড়ে গেলে নতুন ভাড়া কত টাকা?** উত্তর: গ
ক. ৯৬টাকা খ. ১২০ টাকা গ. ১০০টাকা ঘ. ৬০টাকা

✍ সমাধান: বৃদ্ধির পূর্বে যে ভাড়া ছিল তা ১০০%। এখন ২৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় মোট ভাড়া = আগের ১০০% + নতুন ২৫% = ১২৫%
তাহলে সরাসরি লেখা যায় নতুন ভাড়া = ৮০ টাকার ১২৫% = $৮০\times\frac{১২৫}{১০০}$ = ১০০ টাকা।

২. **গোশতের কেজি ২৭০ টাকা, গোশতের দাম ২০% কমে গেল, বর্তমান দাম কত?** উত্তর: খ
ক. ২১০টাকা খ. ২১৬টাকা গ. ২৩০টাকা ঘ. ২৬০টাকা

✍ সমাধান: এক্ষেত্রে ১০০% থেকে ২০% বিয়োগ করতে হবে, (কমে গেছে তাই বিয়োগ হচ্ছে)
অতএব সরাসরি লেখা যায় ২৭০ এর ৮০% = $২৭০\times\frac{৮০}{১০০}$ = ২১৬ টাকা।

৩. **২০% ছাড়ে একটি কম্পিউটার ৭২০০ টাকায় বিক্রি করা হলে তার আসল দাম কত?** উত্তর: ক
ক. ৯০০০ টাকা খ. ১০০০০ টাকা গ. ১১০০০ টাকা ঘ. ১২০০০ টাকা

✍ সমাধান: শুরুতে দাম ১০০ % ছিল। তা থেকে ২০% কম নিলে কম্পিউটারের দাম দাঁড়াবে (১০০-২০)% = ৮০%।
প্রশ্নে দেয়া ৭২০০ টাকা হলো ৮০% এর মান। সুতরাং লেখা যায়
৮০% = ৭২০০ টাকা। ∴১% = $\frac{৭২০০}{৮০}$ সুতরাং শুরুতে কম্পিউটারের দাম ১০০% = $\frac{৭২০০\times১০০}{৮০}$ = ৯০০০ টাকা।

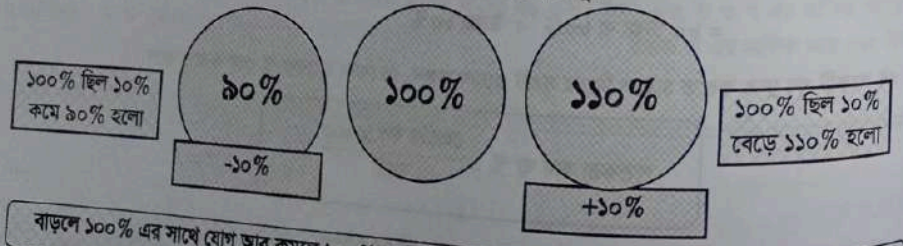
শতকরার অংকে ১০০% বিষয়টা কি?

১০০ % এর বিষয়টা এখান থেকে ভালোভাবে বুঝে নিন কেননা পরবর্তীতে শত শত অংকে এই ১০০% কথাটি বার বার আসবে।

Note: যখন বাড়েও না, কমেও না তখন তা ১০০% হয়, অর্থাৎ যে কোন কিছুর প্রাথমিক মানই হলো তার ১০০% এর সমান

সিরিয়াসলি পড়ুন,আপনার বর্তমান ওজন ১০০ কেজি তাহলে আপনার ওজন ১০০% আছে কিন্তু আপনার ওজন ১০ কেজি বেড়ে গেলে তখন আপনার বর্তমান ওজন আপনার আগের ওজনের তুলনায় ১০০+১০=১১০% হয়ে গেছে। তেমনিভাবে যদি ১০ কেজি ওজন কমে যায় তাহলে আপনার ওজন হবে আগের ওজনের তুলনায় ১০০-১০=৯০%

আরো ভালোভাবে বোঝার জন্য নিচের চিত্র দেখুন:



বাড়লে ১০০% এর সাথে যোগ আর কমলে ১০০% থেকে বিয়োগ, আর বাড়া কমা না বোঝালে ১০০% ই থাকবে।

Magic Table

শতকরা এবং ভগ্নাংশের সম্পর্কের এই টেবিলটির প্রয়োগ স্মার্টলি করতে পারলে অনেক অংক অর্ধেক সময়ে হবে

মনে রাখুন:	ভগ্নাংশ	%	ভগ্নাংশ	%	ভগ্নাংশ	%	ভগ্নাংশ	%
ভগ্নাংশ থেকে শতকরার এই অসাধারণ টেবিলটি বিপরীত দিকে শতকরা থেকে ভগ্নাংশ আকারেও মনে রাখার চেষ্টা করুন। যেমন: কোন সংখ্যার $\frac{১}{৮}$ অংশ অর্থ ঐ সংখ্যার ১২.৫% । ঠিক তেমনি, ঐ সংখ্যার ১২.৫% বের করা অর্থ $\frac{১}{৮}$ অংশ বের করা ।	$\frac{১}{১}$	১০০%	$\frac{১}{২}$	৫০%	$\frac{১}{৪}$	২৫%	$\frac{৩}{৪}$	৭৫%
	$\frac{১}{৮}$	১২.৫%	$\frac{৩}{৮}$	$৩৭\frac{১}{২}$%	$\frac{৫}{৮}$	$৬২\frac{১}{২}$%	$\frac{১}{১৬}$	৬.২৫%
	$\frac{১}{৩}$	$৩৩\frac{১}{৩}$%	$\frac{২}{৩}$	$৬৬\frac{২}{৩}$%	$\frac{১}{৬}$	$১৬\frac{২}{৩}$%	$\frac{১}{৯}$	$১১\frac{১}{৯}$%
	$\frac{১}{৫}$	২০%	$\frac{২}{৫}$	৪০%	$\frac{৩}{৫}$	৬০%	$\frac{৪}{৫}$	৮০%
	$\frac{১}{১০}$	১০%	$\frac{৩}{১০}$	৩০%	$\frac{৭}{১০}$	৭০%	$\frac{৯}{১০}$	৯০%
	$\frac{১}{২০}$	৫%	$\frac{৩}{২০}$	১৫%	$\frac{১}{২৪}$	$৪\frac{১}{৬}$%	$\frac{১}{২৫}$	৪%
	প্রতিটি ভগ্নাংশের লবের সাথে ১০০ গুণ করলেই শতকরা মান বের হয়।							

ভগ্নাংশের সাথে শতকরার সম্পর্কের উপরের টেবিলটির অসাধারণ প্রয়োগ

উপরের টেবিলটিকে কাজে লাগিয়ে শতকরা-লাভক্ষতি-সুদকষার শত শত অংক কিভাবে দ্রুত সমাধান করা যায় তার ম্যাজিকাল টেকনিকের কিছু উদাহরণ এখানে দেখে নিন:

শতকরার অংকে: (এখানে শুধু টেকনিকগুলোকে বেশি গুরুত্ব দিয়ে দেখানো হলো। বিস্তারিত পুরো অধ্যায়ে)

৪. **রাসেল ৮০০ নম্বরের একটি পরীক্ষায় ৬০০ নম্বর পেলে রাসেল শতকরা কত নম্বর পেয়েছে?** উত্তর: ঘ
ক. ২০% খ. ৪০% গ. ৬০% ঘ. ৭৫%

সাধারণ সমাধান:	ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করে মুখে মুখে উত্তর:
৮০০ এর মধ্যে ৬০০ = $\frac{৬০০}{৮০০}\times১০০$ = ৭৫%	৮০০ এবং ৬০০ এর মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে ৪ ভাগের ৩ ভাগ অর্থাৎ ৩/৪ । তাই সরাসরি উত্তর: ৭৫%

৫. **১২০ জন ছাত্রের মধ্যে ৩০ জন ছাত্র ফেল করলে পাশের হার কত?** *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা-২০১৫]* উত্তর: ঘ
ক. ৪০% খ. ২৫% গ. ৮০% ঘ. ৭৫%

সাধারণ সমাধান:	ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করে মুখে মুখে উত্তর:
৩০ জন ফেল করলে পাশ ১২০-৩০ = ৯০ ১২০ জনে পাশ করে = ৯০ জন	৩০ হলো ১২০ এর ১/৪ অংশ বা ২৫% তাহলে পাশের হার = (১০০%-২৫%) = ৭৫%।
∴১০০ " " " = $\frac{৯০\times১০০}{১২০}$ " = ৭৫ = ৭৫%	বোঝার জন্য লিখে দেখানো হলো, বুঝে গেলে খাতাকলম ছাড়াই শুধু মাথা দিয়ে চিন্তা করেই উত্তর বের করতে পারবেন

নিজে করুন:

৬. **একজন ছাত্র ৮০০ নম্বরের মধ্যে ২০০ নম্বর পেলে সে শতকরা কত নম্বর পেল?** *[বি,আর,সি অফি-১৯৯৭]* **[Hints: ১/৪ = ২৫%]** উত্তর: ক
ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫%

৭. একজন ছাত্র ৮০০ নম্বরের মধ্যে ৬০০ নম্বর পেল। সে শতকরা কত নম্বর কম পেল? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি:(উপ-পরিদর্শক)-২০১৯]*
ক. ৬০% খ. ৩০% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: খ

৮. চালের মূল্য বৃদ্ধি পাওয়ায় পূর্বের ১০০০ টাকার চালের বর্তমান মূল্য ১২৫০ টাকা হলো। চালের মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি পেল? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (ইছামতি) : ২০১০]* [Hints: ১০০০ এর বেড়েছে ২৫০ টাকা বা ৪ ভাগের ১ ভাগ বা ২৫%]
ক. ২৫% খ. ২১.৫% গ. ২.৫% ঘ. ১.২৫% উত্তর: ক

৯. বেলাল সাহেবের বেতন ৪০০০ টাকা থেকে বৃদ্ধি পেয়ে ৪৫০০ টাকা হয়েছে। তাঁর বেতন বৃদ্ধির হার কত? [১/৮ = ১২.৫%]
ক. ১০% খ. ১২.৫% গ.১৪% ঘ. ১৬% উত্তর: খ

১০. একটি পরীক্ষায় ৭৫টি প্রশ্ন ছিল। আসাদ ৬০টি প্রশ্নের শুদ্ধ উত্তর দিয়েছে। সে শতকরা কতটি প্রশ্নের শুদ্ধ উত্তর দিয়েছে ? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (করোতোয়া) : ২০১০]* + *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(শীতলক্ষ্যা)-২০১৩]*
ক. ৭০% খ. ৭৫% গ. ৮০% ঘ. ৮৫% উত্তর: গ

সাধারণ সমাধান:	ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করে মুখে মুখে উত্তর:
৭৫ টি প্রশ্নের মধ্যে শুদ্ধ উত্তর দিয়েছে = ৬০ টি ∴১০০ " " " " " = $\frac{৬০\times১০০}{৭৫}$ = ৮০ = ৮০%	৬০ হলো ৭৫ এর ৫ ভাগের ৪ ভাগ, অর্থাৎ ৪/৫ = ৮০% লেখা যায়।

১১. ৯০ কোন সংখ্যার ৭৫% ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা(মুক্তিযোদ্ধা)-২০১৮]* + *[CGA (Auditor-2022)]*
ক. ১২০ খ. ১২৫ গ. ১৫০ ঘ. ১৭৫ উত্তর: ক

সাধারণ সমাধান:	ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করে মুখে মুখে উত্তর:
ধরি, সংখ্যাটি x প্রশ্নমতে, x এর ৭৫% = ৯০ ⇒ x×$\frac{৭৫}{১০০}$ = ৯০ ⇒ x = ৯০×$\frac{১০০}{৭৫}$ ∴x = ১২০	৭৫% = ৩/৪ । এখন ৪ ভাগের ৩ ভাগ = ৯০ হলে ১ ভাগ = ৩০ এবং পুরো সংখ্যাটি ৪ ভাগ = ১২০।

১২. ৮৮ এর ১২$\frac{১}{২}$% = কত? *[পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা (প্রশিক্ষণার্থী)-২০১৫]+[অর্থ মন্ত্রণালয়ের (অফিস সহকারী)-২০১১]*
ক. ১০ খ. ১১ গ. ১২ ঘ. ১৪ উত্তর: খ

সমাধান: ৮৮×$\frac{১}{৮}$ = ১১ [১২.৫% = $\frac{১}{৮}$ এটা প্রয়োগ করলে যত দ্রুত উত্তর বের হবে, প্রয়োগ না পারলে সময় লাগবে]

১৩. যদি রিক্সাভাড়া ৬০% বৃদ্ধি পায় তবে রিক্সায় যাতায়াত শতকরা কতভাগ কমালে ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৬]*
ক. ৩৭.৫% খ. ৪০% গ. ৬০% ঘ. ৬০.৫% উত্তর: ক

সমাধান: ৬০% = $\frac{৩}{৫}$ অর্থাৎ ৫ ভাগের ৩ ভাগ বেড়ে ৫+৩ = ৮ ভাগ হলে কমানোর সময় কমাতে হবে ৮ভাগের ৩ভাগ।

এখন $\frac{১}{৮}$ = ১২.৫% সুতরাং = $\frac{৩}{৮}$ = ৩৭.৫% [ভগ্নাংশের বিষয়টা যত বেশি ভালো বুঝবেন তত দ্রুত উত্তর বের করা যাবে]

১৪. কলার দাম ১৬.৬৭% কমে যাওয়ায় ৭৫ টাকায় আগের চেয়ে ৫টি কলা বেশি পাওয়া যায়। প্রতি ডজন কলার বর্তমান দাম কত? *[বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ড কোম্পানী (সহ-ব্যবস্থাপক)-২০১১]*
ক. ৪৫ টাকা খ. ৫০ টাকা গ. ৩০ টাকা ঘ. ৬০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: (% এর সাথে ভগ্নাংশের সম্পর্কের বিষয়টা খুব ভালোভাবে বুঝলে এরকম অংকগুলো কয়েক সেকেন্ডে করা যায়।)

এখানে ৭৫×$\frac{১}{৬}$×$\frac{১}{৫}$ ×১২ = ৩০ টাকা ই উত্তর।

ব্যাখ্যা: ১৬.৬৭% বা, ১৬$\frac{২}{৩}$% = $\frac{১}{৬}$ অংশ । তাই ৭৫ এর সাথে $\frac{১}{৬}$ গুণ করলে কতটাকা কম লাগে তা বের হয়। এখন ৫টির দাম থেকে ১টির দাম বের করার জন্য ৫ দিয়ে ভাগ বা $\frac{১}{৫}$ দিয়ে গুণ। আবার ১ ডজনের দাম বের করতে হবে তাই ১২ দিয়ে গুণ।

১৫. রহিমকে মূল বেতনের ৭$\frac{১}{২}$% বাড়ি ভাড়া দিতে হয়। বাড়ি ভাড়া কাটার পর রহিম প্রতি মাসে ৩৭,০০ টাকা বেতন বাবদ পায়। তার মাসিক বেতন কত? *[যোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের(রোড ট্রান্সপোর্ট)-২০০৫]*
ক. ৪,৫০০ টাকা খ. ৪,০০০ টাকা গ. ৪,২০০ টাকা ঘ. ৩,৯০০ টাকা উত্তর: খ

সাধারণ সমাধান:	ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করে মুখে মুখে উত্তর:
ধরি, মাসিক বেতন = x, প্রশ্নমতে, x এর (১০০-৭.৫)% =৩৭০০ বা,x×$\frac{৯২.৫}{১০০}$ =৩৭০০ ∴ x=৩৭০০×$\frac{১০০}{৯২.৫}$ = ৪০০০ [এ ধরণের ভগ্নাংশের কাটাকাটি করতে সময় লাগবে]	৭$\frac{১}{২}$% = $\frac{১৫}{২}$% = $\frac{১৫}{২}$×$\frac{১}{১০০}$ = $\frac{৩}{৪০}$ অর্থাৎ ৪০ টাকা বেতন হলে ৩ টাকা বাড়ী ভাড়া এবং ভাড়া কাটার পর পাবে = (৪০-৩) = ৩৭ ভাগ। এখানে ৩৭ অংশ = ৩৭০০ টাকা (১০০গুণ) সুতরাং মাসিক বেতন ৪০ ভাগ = ৪০০০ টাকা। (১০০গুণ)

লাভ-ক্ষতির অংকে : (ভাবনা কিন্তু একটা ই, % কে ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করতে পারা)

১৬. একটি পণ্যের বিক্রয়মূল্য তার ক্রয়মূল্যের $\frac{৪}{৩}$ অংশ হলে লাভের হার কত? *[BB (AD) – 2016]*
ক. ১৬$\frac{২}{৩}$% খ. ২০$\frac{১}{২}$% গ. ২৫$\frac{১}{২}$% ঘ. ৩৩$\frac{১}{৩}$% উত্তর: ঘ

সমাধান: বিক্রয়মূল্য তার ক্রয়মূল্যের $\frac{৪}{৩}$ অংশ অর্থাৎ ক্রয়মূল্য ৩ হলে বিক্রয়মূল্য ৪ হলে লাভ ৩টাকায় ১ = $\frac{১}{৩}$ অংশ = ৩৩$\frac{১}{৩}$%

১৭. একটি কলম ৪৮ টাকায় বিক্রি করায় ২০% লাভ হলে কলমটির ক্রয়মূল্য কত? *[BKB (officer) – 2017]*
ক. ৩২ টাকা খ. ৪০ টাকা গ. ৪৮ টাকা ঘ. ৫৭.৬ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ২০% লাভ অর্থ ৫ভাগের ১ ভাগ । বিক্রয়মূল্য (৫+১) = ৬ ভাগ = ৪৮ হলে ১ ভাগ = ৮ এবং ক্রয়মূল্য ৫ ভাগ = ৪০

১৮. ৪০০ টাকায় বিক্রি করায় একটি বইয়ে ২৫% লাভ হলো। বইটি বিক্রি করে মোট কত টাকা লাভ হলো?
ক. ৪০ টাকা খ. ৫০ টাকা গ. ১০০ টাকা ঘ. ৮০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ২৫ % লাভ = $\frac{১}{৪}$ অংশ লাভ। এখন ৪ ভাগে ১ ভাগ লাভ অর্থ বিক্রয়মূল্য = ৪+১ = ৫ ভাগ।
এখানে ৫ ভাগ = ৪০০ টাকা হলে লাভ ১ ভাগ = ৮০ টাকা (উত্তর) । (ক্রয়মূল্য বের করতে বললে ৪ ভাগ = ৩২০ টাকা)

[Note: আপনি যদি ৪০০ এর ২৫% = ১০০টাকা বের করার লেভেলে থাকেন তাহলে আপনার আরো অনেক কিছু শেখার আছে]

সুদকষার অংকে :

সুদকষার অংক শুনলেই আমরা অনেকেই মূখস্থ সূত্রে চলে যাই, অথচ ভগ্নাংশ আকারে অনেক অংকই সূত্রের অনেক আগে উত্তর বের করে দিবে। যা অন্য কোন নিয়মে সম্ভব নয়। নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধানের পদ্ধতি দেখুন।

১৯. ৬$\frac{১}{৪}$% হার সুদে কত সময়ে ৯৬ টাকার সুদ ১৮ টাকা হবে? *[১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন+CAAB এর (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০২১]*
ক. ২ বছর খ. ২$\frac{১}{২}$ বছর গ. ৩ বছর ঘ. ৪ বছর উত্তর: গ

সমাধান: $৬\frac{১}{৪}\% = \frac{১}{১৬}$ অর্থাৎ যত টাকা ই বিনিয়োগ করা হোক না কেনো ১ বছরে তার ১৬ ভাগের ১ ভাগ হবে মোট সুদ।

এখানে ৯৬ এর ১৬ ভাগের ১ ভাগ = ৬ টাকা সুদ হতে ১ বছর লাগলে ১৮ টাকা হতে লাগবে = ১৮÷৬ = ৩ বছর।

২০. বার্ষিক ১২.৫% সরল সুদে কত বছরে সুদ আসলের সমান হবে? *[CAAB- উপ-সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০২১]*

ক. ৪ খ. ৮ গ. ৭ ঘ. ৫ উত্তর: খ

সমাধান: $১২.৫\% = \frac{১}{৮}$ অর্থাৎ ১২.৫×৮ = ১০০ উত্তর: ৮ বছর। কারণ ১০০টাকা বা যত টাকাই বিনিয়োগ করা হোক না কেনো তার ৮ ভাগের ১ ভাগ সুদ হিসেবে আবার ১০০ টাকা হতে ৮ বছর সময় লাগবে।

২১. শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সরল সুদে ৬৪০ টাকার ২ বছর ৬ মাসের সুদ কত? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশনের (সহকারী পরিচালক)-২০০৩+খাদ্য অধিদপ্তরের (খাদ্য পরিদর্শক)-২০০০]*

ক. ৬০ টাকা খ. ১৬০ টাকা গ. ৬৪ টাকা ঘ. ৮০ টাকা উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান:	ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করে মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে :
আমরা জানি, $I = \frac{Pnr}{১০০}$ (২বছর ৬ মাস = ২.৫ বছর ধরে)	শুধুমাত্র ৬৪০×$\frac{১}{৮}$ = ৮০টাকা । এভাবে ৫ সেকেন্ডেই উত্তর।
$= \frac{৬৪০ \times ৫ \times ২.৫}{১০০} = \frac{৬৪০ \times ৫ \times ২৫}{১০০ \times ১০} =$ ৮০ টাকা।	ব্যাখ্যা: ৫% অর্থ প্রতি বছর ৫ টাকা তাহলে ২.৫ বছরে ৫×২.৫ = ১২.৫% যার ভগ্নাংশ করলে ৮ ভাগের ১ ভাগ হয়।

[**Hints:** ১০০÷৮ = ১২.৫ বছর]

২২. বার্ষিক ৮% সরল সুদে কত বছরে সুদ আসলের সমান হবে?

ক. ৭.৫ বছর খ. ১২.৫ বছর গ. ১০ বছর ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

২৩. জাওয়াদ সাহেব ৫০০ টাকা ৩ বছরের জন্য ব্যাংকে জমা রাখলেন। ৮$\frac{১}{৩}$% হারে তিনি কত টাকা সরল মুনাফা পাবেন? *[১৫ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়)-২০১৮]*

ক. ১০০ টাকা খ. ১২৫ টাকা গ. ৫২৫ টাকা ঘ. ৬২৫ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ৮$\frac{১}{৩}\% = \frac{১}{১২}$ অংশ। অর্থাৎ যত টাকাই রাখা হোক ১ বছরে সুদ আসলের $\frac{১}{১২}$ অংশ হবে। ৩ বছরে হবে $\frac{৩}{১২} = \frac{১}{৪}$ অংশ অর্থাৎ আসলের ৪ ভাগের ১ ভাগ সুদ। এখানে আসল ৫০০ টাকার ৪ ভাগের ১ ভাগ = ৫০০ কে দু বার অর্ধেক = ১২৫।

২৪. কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে, মুনাফার হার নির্ণয় করুন। *[৮ম শ্রেণী, অনু:২১ এর উদা: ৬]+[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]+[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]*

ক. ১২.৫০ % খ. ১২.৫০ % গ. ১২ % ঘ. ১৩ % উত্তর: খ

সমাধান: ৩ বছরের মুনাফা আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে ১ বছরে হবে = $\frac{৩}{৮ \times ৩} = \frac{১}{৮}$ এখন $\frac{১}{৮} = ১২.৫\%$ ই উত্তর।

ব্যাখ্যা: আসল ৫৫৫০ অথবা ১১০ অথবা ১১০০ যা ই হোক ১ বছরে সুদ আসলের যে অংশ হবে তার % ই উত্তর।

২৫. কোন আসল ৫ বছরে সুদসহ ৩০৬ টাকা এবং সুদ আসলের $\frac{৯}{২৫}$ অংশ। সুদের হার নির্ণয় করুন? *[বাংলাদেশ পল্লী উন্নয়ন বোর্ডের অধীন উপজেলা (পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা)-২০০৯]*

ক. ৭% খ. ৮% গ. ৭.৫% ঘ. ৭.২% উত্তর: ঘ

সমাধান: সুদ আসলে $\frac{৯}{২৫}$ অংশ = $\frac{৯}{২৫}$ ×১০০ = মোট ৩৬%। এখন ৫ বছরে ৩৬% হলে ১ বছরে = ৩৬% ÷৫ = ৭.২%

শতকরার বিভিন্ন প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: শতকরার উপর সাধারণ কিছু প্রশ্ন

এই পদ্ধতির বিভিন্ন অংকগুলো খুব ছোট ছোট হলেও বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রচুর পরিমানে আসে, বিশেষ করে বিসিএস এর মানসিক দক্ষতা অংশে তাৎক্ষণিক উত্তর জানার জন্য বিভিন্ন ধরনের ছোট ছোট শতকরা নির্ণয় প্রশ্ন আসতে পারে। তাই প্রতিটি নিয়মের শুরুতে প্রদত্ত টিপস অনুসারে একই নিয়মের অন্য প্রশ্নগুলো সমাধান করার চেষ্টা করুন।

(১.ক) ভগ্নাংশ থেকে শতকরা :

একটি ভগ্নাংশ দেয়া থাকবে তার শতকরা মান কত তা বের করতে হবে।

টিপস: এরকম ভগ্নাংশ থেকে শতকরা বানানোর ক্ষেত্রে সবসময় লবের সাথে ১০০ গুণ করে দিয়ে কাটাকাটি করে যা অবশিষ্ট থাকবে তাই উত্তর লিখতে হবে

যেমন: $\frac{১}{৫}$ ভগ্নাংশটিকে শতকরায় প্রকাশ করলে উত্তর হবে = $\frac{১}{৫} \times ১০০ = ২০\%$

অনুরূপভাবে $\frac{৩}{৭}$ ভগ্নাংশটিকে শতকরায় প্রকাশ করলে তার মান বের হবে = $\frac{৩ \times ১০০}{৭} = \frac{৩০০}{৭} = ৪২\frac{৬}{৭}\%$

২৬. $\frac{৬}{১৫}$ কে শতকরায় প্রকাশ করলে কত হয়? *[খাদ্য অধিদপ্তরের (উপ-খাদ্য পরিদর্শক)-২০০৯]*

ক. ৩৬% খ. ৩০% গ. ৪০% ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{৬}{১৫} = \frac{২}{৫} \times ১০০ = ৪০\%$

২৭. কোন গ্রামের $\frac{১৮}{২৫}$ অংশ লোক শিক্ষিত । গ্রামের শতকরা কতজন লোক অশিক্ষিত? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]*

ক. ১৮% খ. ২৮% গ. ৭২% ঘ. ৯৩% উত্তর: খ

সমাধান: মোট শিক্ষিত লোক = $(\frac{১৮}{২৫} \times ১০০)\%$ = ৭২% । তাহলে ঐ গ্রামে অশিক্ষিতি লোক = (১০০-৭২) = ২৮%

২৮. $\frac{৭}{৮}$ কে শতকরায় প্রকাশ কর? *[বন অধিদপ্তরের বন প্রহরী-২০১৫]*

ক. $\frac{১৭৫}{২}\%$ খ. $\frac{১৮৫}{২}\%$ গ. $\frac{১৯৫}{২}\%$ ঘ. $\frac{১০৫}{২}\%$ উত্তর: ক

২৯. শতকরায় প্রকাশ করুন: (নিজে করুন)

প্রশ্ন: ক) $\frac{১}{৪}$ = ? খ) $\frac{৩}{৪}$ = ? গ) $\frac{৫}{১২}$ = ? ঘ) ৬$\frac{১}{৪}$ = ? ঙ) ১২$\frac{১}{২}$ = ?

উত্তর: ক) ২৫% খ) ৭৫% গ) ৪১.৬৬% ঘ) ৬২৫% ঙ) ১২৫০%

(১.খ) শতকরা থেকে ভগ্নাংশ:

অর্থাৎ % সহ একটি সংখ্যা দেয়া থাকবে তাকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করতে হবে।

📖 **টিপস:** এরকম অংকের ক্ষেত্রে % কে তুলে দিয়ে ঐ সংখ্যাটির নিচে ১০০ লিখে কাটাকাটি করলেই উত্তর বের হয়ে যাবে।

যেমন: $৭৫\% = \frac{৭৫}{১০০} = \frac{৩}{৪}$ অনুরুপভাবে $৩০\% = \frac{৩০}{১০০} = \frac{৩}{১০}$

আবার মিশ্র ভগ্নাংশ থাকলে তাকে প্রথমে প্রকৃত ভগ্নাংশ বানিয়ে নিয়ে তারপর হরের সাথে ১০০ গুণ করে কাটাকাটি করতে হয়।

যেমন: $৩৩\frac{১}{৩}\% =$ কত? প্রথমে $৩৩\frac{১}{৩}\% = \frac{১০০}{৩}\% = \frac{১০০}{৩ \times ১০০} = \frac{১}{৩}$

৩০. ২% এর ভগ্নাংশ কত? *[PKB- (EO) - 2017]*

ক. $\frac{১}{৫}$ খ. $\frac{৩}{৪}$ গ. $\frac{১}{৪০}$ ঘ. $\frac{১}{৫০}$ **উত্তর:** ঘ

সমাধান: $২\% = \frac{২}{১০০} = \frac{১}{৫০}$ **উত্তর :** $\frac{১}{৫০}$

৩১. $১২\frac{১}{২}\%$ এর সমান ভগ্নাংশ কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (খুলনা বিভাগ) : ২০০৫]*

ক. $\frac{১}{১৬}$ খ. $\frac{১}{৮}$ গ. $\frac{৩}{৫}$ ঘ. $\frac{৭}{১২}$ **উত্তর:** খ

সমাধান: $১২\frac{১}{২}\% = \frac{২৫}{২} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১}{৮}$ [📝 **মুখে মুখে:** $২৫\% = \frac{১}{৪}$ হলে $১২.৫\% = \frac{১}{৮}$ (% এ অর্ধেক হলে ভগ্নাংশেও অর্ধেক হবে)]

৩২. $১৩\frac{৩}{৪}\%$ এর সমান কোনটি? *[৩০তম বিসিএস] +[বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১]*

ক. $\frac{২৩}{৩০}$ খ. $\frac{১১}{৮৩}$ গ. $\frac{১৩}{৮০}$ ঘ. $\frac{১১}{৮০}$ **উত্তর:** ঘ

সমাধান: $১৩\frac{৩}{৪}\% = \frac{৫৫}{৪}\% = \frac{৫৫}{৪} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১১}{৮০}$

৩৩. $৬৬\frac{২}{৩}\%$ = কত? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]*

ক. $\frac{২}{৩}$ খ. $\frac{১}{৩}$ গ. $\frac{১}{৮}$ ঘ. $\frac{৪}{৫}$ **উত্তর:** ক

সমাধান: $৬৬\frac{২}{৩}\% = \frac{২০০}{৩}\% = \frac{২০০}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{২}{৩}$

৩৪. সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন: (নিজে করুন)

প্রশ্ন: ক) ২৫% =? খ) ১২৫% = ? *[মাধ্যমবিদ্যা:সহ:শি:০৬]* গ) ১২% = ? ঘ) ৩৫% = ? ঙ) $৩৭\frac{১}{২}\% = ?$

উত্তর: ক) $\frac{১}{৪}$ খ) $\frac{৫}{৪}$ গ) $\frac{৩}{২৫}$ ঘ) $\frac{৭}{২০}$ ঙ) $\frac{৩}{৮}$

(১.গ) শতকরা থেকে দশমিক:

অর্থাৎ একটি সংখ্যা % সহ দেয়া থাকবে সেই সংখ্যাটির দশমিক মান বের করতে হবে।

📖 **টিপস:** এরকম অংকের ক্ষেত্রে প্রথমে % কে ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হবে এবং শেষে ঐ ভগ্নাংশটির লবকে হর দিয়ে ভাগ করে দিলেই % এর দশমিক মান বের হবে। যেমন: ২৫% এর দশমিক মান $= \frac{২৫}{১০০} = ০.২৫$ অনুরুপভাবে $১৬\% = \frac{১৬}{১০০} = ০.১৬$।

(এরকম অংকগুলো আসলে প্রথমে ভগ্নাংশের শতকরা বের করে শেষে শুধু ভাগ করে দিলেই হয়ে যাবে। ১০০ দিয়ে ভাগ করলে দু'ঘর আগে দশমিক এবং ১০ দিয়ে ভাগ করলে ১ ঘর আগে দশমিক বসাতে হয়। ১০ এবং ১০০ আসলে কাটাকাটি করবেন না)

কিন্তু যদি মিশ্র ভগ্নাংশ আসে তাহলে প্রথমে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বানিয়ে তারপর হরের সাথে ১০০ গুণ করে কাটাকাটি করতে হবে, এবং শেষে লবকে হর দিয়ে ভাগ করে দিলেই দশমিক মান বের হবে। যেমন: $১২\frac{১}{২}\%$ কে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

$১২\frac{১}{২}\% = \frac{২৫}{২}\% = \frac{২৫}{২} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১}{৮} = .১২৫$ অর্থাৎ দশমিক সংখ্যায় আনতে হবে। **উত্তর:** ০.১২৫

> 📝 **মুখে মুখে:** খুব সহজে করতে চাইলে প্রশ্নে দেয়া সংখ্যাটির দুই ঘর বামে দশমিক বসাতে হবে। যেমন: ৩৭% = ০.৩৭, ২২২% = ২.২২কিন্তু একটি সংখ্যা থাকলে সংখ্যাটির পূর্বে একটি ০ দিয়ে তার আগে দশমিক বসাতে হবে। যেমন: ২% = .০২ আবার ৭% = .০৭

সুতরাং ১২.৫% কে ভগ্নাংশ আকারে লিখলে, নিচে ১০০ দিলে উপরের দশমিক ২ ঘর বামে আসলে সরাসরি উত্তর হবে ০.১২৫

৩৫. ৩৫% কে দশমিকে প্রকাশ করুন ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ডের(অফিস সহায়ক)-২০১৫]*

ক. ০.০৩৫ খ. ০.৩৫ গ. ৩.০৫ ঘ. ৩.৫ **উত্তর:** খ

সমাধান: $৩৫\% = \frac{৩৫}{১০০} = ০.৩৫$।

৩৬. ০.১% কে দশমিকে প্রকাশ করুন। *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ০.০১ খ. ০.০০১ গ. ০.১ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** খ

সমাধান: $০.১\% = \frac{০.১}{১০০} = ০.০০১$।

৩৭. $১\frac{১}{২}\%$ কে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে কত হবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-১৯৯০]*

ক. ০.১৫ খ. ১.৫ গ. ০.০১৫ ঘ. ০.০০১৫ **উত্তর:** গ

সমাধান: $১\frac{১}{২}\% = ১.৫\% = \frac{১.৫}{১০০} = ০.০১৫$।

৩৮. $\frac{২}{৫}$ এর ২৫% কত? *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]+ [বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. ০.১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ৪ **উত্তর:** ক

সমাধান: $\frac{২}{৫}$ এর $২৫\% = \frac{২}{৫} \times \frac{২৫}{১০০} = \frac{১}{১০} = ০.১$ [$\frac{২}{৫} = ৪০\%$ সুতরাং $\frac{২}{৫}$ এর $২৫\% = ৪০\%$ এর $২৫\% = ১০\% = ০.১$]

৩৯. ০.০৭ এর ৩% কত? *[CAAB-(এরোড্রাম কর্মকর্তা)-উপ-সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০২১]*

ক. ২১% খ. ০.২১% গ. ০.০২১% ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** খ

সমাধান: ০.০৭ এর ৩% = ০.০৭ × $\frac{৩}{১০০} = \frac{০.২১}{১০০} = ০.২১ \times \frac{১}{১০০} = ০.২১\%$ [অপশনে % না থাকলে উত্তর হতো ০.০০২১]

৪০. ১.৫৫৫৫৫ এর ৫% = ? [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]
ক. ০.০৭৭৭৭৭৫ খ. ০.০৭৫৫৫ গ. ০.০৭৫৫৫৫ ঘ. ০.০৭৭৭৫ উত্তর: ক

সমাধান: ১.৫৫৫৫৫৫ × $\frac{৫}{১০০} = \frac{৭.৭৭৭৭৫}{১০০} = ০.০৭৭৭৭৭৫$

নিজে করুন:

৪১. ০.১৭ এর ৩% = কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৯]
ক. ০.০২১ খ. ০.০০৫১ গ. ০.০৫১ ঘ. ০.৫১ উত্তর: খ

৪২. ১৫.৬ এর ৮% কত? [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের বিভিন্ন পদ-২০২১]
ক. ১ খ. ১.২৫ গ. ১.২৪৮ ঘ. ১.৩০৫ উত্তর: গ

৪৩. দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন: (নিজে করুন)

প্রশ্ন: ক) ২০% =? খ) ১৮% = ? গ) ৬৬২% = ? ঘ) ২২৬% = ? ঙ) $\frac{১}{২}\%$ = ? চ) $৮\frac{১}{৪}\%$

উত্তর: ক) ০.২০ খ) ০.১৮ গ) ৬.৬২ ঘ) ২.২৬ ঙ) ০.০০৫ (.৫% ধরে) চ) ০.০৮২৫ (৮.২৫% ধরে)

(১.ঘ) দশমিক থেকে শতকরা:

অর্থাৎ একটি দশমিক সংখ্যা দেয়া থাকবে তার শতকরা মান কত তা বের করতে হবে। যেমন: ০.২৫ এর শতকরা মান কত?

টিপস: এরকম অংক করার ক্ষেত্রে দশমিকের পরে ০(শূন্য) বাদে দুটি সংখ্যা থাকলে দশমিক তুলে দিয়ে ঐ সংখ্যাটির পরে % বসিয়ে দিলেই হয়ে যাবে। যেমন: .২৫= কত %? উত্তর: ২৫%।

আবার দশমিকের পরে একটি সংখ্যা থাকলে সংখ্যাটির পর একটি ০ (শূন্য) ধরে নিয়ে তারপর দশমিক তুলে শেষে % বসিয়ে দিতে হবে। যেমন: ক)০.২ = কত %? ০.২= ২০%, খ) ০.৯=কত%? ০.৯=৯০% কিন্তু ০.০৭ বা ০.০২ বা ০.০৬ এভাবে দশমিকের পরে আগে একটি শূন্য থাকলে, দশমিকের পরে একটি সংখ্যা ধরে মোট দুটি সংখ্যা ভেবে দশমিক তুলে শেষে % বসাতে হবে। তাই এদের উত্তর হবে:০.০৭=০৭% বা ৭% ০.০২=০২% বা ২% এবং ০.০৬=০৬% বা ৬%।

মুখে মুখে: সবথেকে সহজ পদ্ধতি হলো যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে তার সাথে ১০০ গুণ করে যা আসবে তাই উত্তর।
যেমন: ০.৫= ০.৫×১০০=৫০%, ০.০২= ০.০২×১০০=২%, ৫.৫×১০০=৫৫০%

৪৪. ০.৪ -কে শতকরায় প্রকাশ করলে কত হবে? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কপোতাক্ষ) : ২০১০]
ক. ৮০% খ. ৬০% গ. ২০% ঘ. ৪০% উত্তর: ঘ

সমাধান: ০.৪ = $\frac{৪}{১০} = \frac{৪ \times ১০}{১০ \times ১০} = \frac{৪০}{১০০} = ৪০ \times \frac{১}{১০০} = ৪০\%$ [শতকরা বের করতে বলায় হরকে ১০০ করতে হবে।]

[মুখে মুখে শর্টকাট: ০.৪ ×১০০ = ৪০%]

৪৫. নীচের কোনটি ০.৪৫ এর সমান ? [CGA (Auditor-2022)]
ক. ০.০৪৫% খ. ০.৪৫% গ. ৪.৫% ঘ. ৪৫% উত্তর: ঘ

সমাধান: ০.৪৫ = $\frac{৪৫}{১০০} = ৪৫ \times \frac{১}{১০০} = ৪৫\%$ অথবা সরাসরি, ০.৪৫ = ০.৪৫×১০০% = ৪৫%

৪৬. শতকরায় প্রকাশ করুন: (নিজে করুন)

প্রশ্ন: ক) ০.৩ = ? খ) ১.৫ =? গ) ০.২৩ =? ঘ) ০.০৫ =? ঙ) ১২.৫ = ?
উত্তর: ক) ৩০% খ) ১৫০% গ) ২৩% ঘ) ৫% ঙ) ১২৫০%

(১.ঙ) অনুপাত থেকে শতকরা:

যদি a:b = b:c হয়,তাহলে আমরা লিখতে পারি যে $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ অর্থাৎ অনুপাতের পূর্বপদ বা প্রথম সংখ্যাটি লব এবং পরের সংখ্যাটিকে হর বানিয়ে অংকটি করতে হয়। অনুপাতকে ভগ্নাংশে পরিবর্তন করার পর ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশের নিয়মের মতই লবের সাথে ১০০ গুণ করে দিয়ে কাটাকাটি করার পর যা থাকবে তাই অনুপাতের শতকরা মান।

৪৭. ১ : ৫ কে শতকরায় প্রকাশ করলে হয়? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের অধীন আইডিইএ প্রকল্প (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর):২০২১]
ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৫% ঘ. ১৭% উত্তর: খ

সমাধান: ১ : ৫ = $\frac{১}{৫} \times ১০০ = ২০\%$ (উত্তর) [অনুপাতের আরেক নাম ভগ্নাংশ। যার প্রথম রাশি লব, দ্বিতীয় রাশি হর]

মুখে মুখে: ৫ ভাগের ১ ভাগ অর্থ হলো ২০%। তাই বলে ৫:১ কেও ২০% বলা যাবে না। বরং ৫০০% বলতে হবে। কারণ অনুপাতের ক্ষেত্রে পূর্ব রাশিটা লব এবং পরের রাশিটি হর হয়। ১:৫ হলে হর ৫ কিন্তু ৫:১ হলে হর ১।

৪৮. একটি দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত ৫ : ৪ হলে বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্যের শতকরা কত অংশ?
ক. ১২০% খ. ১২৫% গ. ৩০% ঘ. ৪০% উত্তর: খ

সমাধান: বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্যের = $\frac{৫}{৪} \times ১০০ = ১২৫\%$

নিজে করুন:

৪৯. ৩ : ৫ কে শতকরায় প্রকাশ করলে কত হয় ? [খাদ্য অধিদপ্তরের খাদ্য পরিদর্শক/উপ-খাদ্য পরিদর্শক:২০১৪]
ক. ৭০% খ. ৬০% গ. ৩০% ঘ. ৫০% উত্তর: খ

সমাধান: ৩ : ৫ = $\frac{৩}{৫} \times ১০০ = ৬০\%$ (উত্তর) [অনুপাতের আরেক নাম ভগ্নাংশ। যার প্রথম রাশি লব, দ্বিতীয় রাশি হর]

৫০. জনির আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ২০ : ১৫ হলে তার মাসিক সঞ্চয় আয়ের শতকরা কত ভাগ? [ডেসকো-(সহ:অফিসার)-২০১৯] + [রেলপথ মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]
ক. ২৫% খ. ২০% গ. ১৫% ঘ. ৩০% উত্তর: ক

সমাধান: সঞ্চয় = ২০-১৫ = ৫ টাকা যা আয় ২০ এর ৪ ভাগের ১ ভাগ হওয়ায় শতকরায় হবে ২৫%।

(১.চ) শতকরা থেকে অনুপাত:

উপরের নিয়মটিরই বিপরীত প্রয়োগ। অর্থাৎ প্রথমে % টির নিচে ১০০ দিয়ে কাটাকাটি করার পর যা থাকবে তার লবটি প্রথমে এবং হরটি পরে বসিয়ে তাদের অনুপাত বের করুন। যেমন: ১০% = $\frac{১০}{১০০} = \frac{১}{১০} = ১ : ১০$

একটি রাশি আরেকটি রাশির শতকরা কত % তা দেয়া হলো:

৫১. একটি রাশি অপর একটি রাশির $১১৩\frac{১}{৩}\%$ হলে রাশিদ্বয়ের অনুপাত - [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২২]
ক. ১৫:১৭ খ. ১৭:১৫ গ. ১৭:১৯ ঘ. ১৯:১৭ উত্তর: খ

সমাধান: অপর রাশিটি ১০০ হলে প্রথম রাশিটি = $১১৩\frac{১}{৩}$ ∴প্রথম রাশি: অপর রাশি = $১১৩\frac{১}{৩} : ১০০ = \frac{৩৪০}{৩} \times ৩ : ১০০ \times ৩ : = ১৭:১৫$

৫২. নিচের সংখ্যাগুলোর শতকরা মান থেকে তাদের অনুপাত বের করুন-
প্রশ্ন: ক) ১৫% খ) ৪৮% গ) ৬৬% ঘ) ১২৫%
উত্তর: ক) ৩ : ২০ খ) ১২ : ২৫ গ) ৩৩ : ৫০ ঘ) ৫ : ৪

Basic Math with Tricks

(১.ছ) শতকরায় অনুপাতের চমৎকার ব্যবহার :

এই নিয়মটা খুব ভালোভাবে শিখলে % এর তুলনা করা যায় এমন যে কোন বড় বড় প্রশ্নও অনুপাত বানিয়ে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর দেয়া যাবে। তাই গুরুত্ব সহকারে ভালোভাবে মূল পয়েন্টগুলো ক্লিয়ার করে নিন।

৫৩. একটি অফিসের ম্যানেজারের বেতনের ২০% ঐ অফিসের পিয়নের বেতনের ৫০% এর সমান। তাদের আয়ের অনুপাত?
ক. ২ : ৫ খ. ১০ : ২ গ. ৫ : ২ ঘ. কোনটিই নয়। উত্তর: গ

সমাধান:
এই ধরনের প্রশ্নে অনেকেই ভুল করে ২০% : ৫০% ভেবে ২ : ৫ উত্তর দিতে পারেন যা আসলে ভুল। কারণ এই ধরনের % এর অংশের অনুপাতকে ব্যাস্তানুপাত বানিয়ে উত্তর লিখতে হয়। এক্ষেত্রে স্বাভাবিক অনুপাতটির বিপরীত অনুপাতটিই উত্তর হয়। যেমন এখানে ২০% : ৫০% = ২ : ৫ যার ব্যাস্তানুপাত হবে ৫ : ২। কেন এরকম হয় একটু বিস্তারিত পড়ে বোঝার চেষ্টা করুন:

ব্যাখ্যা: উত্তর বের করতে হবে, ম্যানেজারের বেতন:পিয়নের বেতন, এখন কেউ যদি উত্তর ২ : ৫ দেন তাহলে ম্যানেজারের থেকে পিয়নের বেতন বেশি হয়ে যাবে। ধরি, একজন ম্যানেজারের বেতন ২০,০০০ টাকা যার ২০% এর মান হলো ৪০০০ টাকা। আবার এই ৪০০০ টাকার সমান করতে হলে পিয়নের বেতনের ৫০% ধরতে হবে। তাহলে পিয়নের বেতন হবে ৮০০০ টাকা। এখন স্বাভাবিক ভাবেই তাদের বেতনের অনুপাত হবে ৫ : ২। এই কাজটাই

Key Point: মনে রাখবেন, দুজনের % এর তুলনা করার সময় যার % বেশি অনুপাতে তার অংশ ই কম হয়।

৫৪. x এর ১০% যদি y এর ২০% এর সমান হয় তবে x:y = কত? *[এনএসআই (ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯] + [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*
ক. ১ : ১ খ. ১ : ২ গ. ২ : ১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সাধারণ সমাধান: x এর ১০% = y এর ২০% $\Rightarrow \frac{১০x}{১০০} = \frac{২০y}{১০০} \Rightarrow \frac{x}{১০} = \frac{y}{৫} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{১০}{৫} = \frac{২}{১} \quad \therefore x:y = ২:১$

মুখে মুখে: ১০% = ২০% এভাবে শতকরা সমান হলে আগে অনুপাত বের করুন এভাবে:
১০% : ২০% = ১:২। এরপর অনুপাতকে উল্টিয়ে দিলেই উত্তর: ২:১। **অর্থাৎ** x:y = ২ : ১

৫৫. তানিয়ার আয়ের ৩৫%, নুরিয়ার আয়ের ২৫% এর সমান হলে তাদের আয়ের অনুপাত কত? *[BB-(Cash)-2011]*
ক. ৭ : ৫ খ. ৫ : ৭ গ. ২ : ১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ
[Hints: ৩৫% : ২৫% = ৭ : ৫ কে বিপরীত করণ করে উত্তর: ৫ : ৭]

নিজে করুন:

৫৬. দুটি সংখ্যা A ও B । A এর ২০% যদি B এর ৩০% এর সমান হয় তাহলে A ও B এর অনুপাত কত?
ক. ২ : ৩ খ. ৩ : ২ গ. ৬ : ১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

৫৭. দুইজন শ্রমিকের মাসিক বেতনের যোগফল ২০,০০০ টাকা। একজন শ্রমিকের বেতন ১০% হ্রাস পেলে যত টাকা হয় অপর শ্রমিকের বেতন ১০% বৃদ্ধি পেলে সমপরিমাণ টাকা হয়। শ্রমিক দুজনের বেতন মাসিক কত টাকা তা নির্ণয় করুন। *[৪০ অ বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: অনুপাত আকারে চিন্তা করলে কত দ্রুত উত্তর বের করা যায় এখানে দেখুন: (লিখিত সমাধান এই অধ্যায়ের শেষে পাবেন)

ধরি, একজনের বেতন x টাকা এবং অপরজনের বেতন y টাকা।

প্রশ্নমতে, x এর ৯০% = y এর ১১০% [% যার কমবে তার ১০০% থেকে ৯০% এবং যার ১০% বাড়বে তার ১১০% পরস্পর সমান]

সুতরাং x:y = ১১০:৯০ = ১১:৯ [% দুটি উল্টে গিয়ে অনুপাত হয়] এখানে অনুপাতের যোগফল = ১১+৯ = ২০

তাহলে এখন সাধারণ অনুপাত আকারে ভাগ করলে x এর বেতন = $২০০০০ \times \frac{১১}{২০}$ = ১১০০০ টাকা।

এবং y এর বেতন = = $২০০০০ \times \frac{৯}{২০}$ = ৯০০০ টাকা। **উত্তর: ১১০০০ টাকা এবং ৯০০০ টাকা।**

শুদ্ধি পরীক্ষা: ১১০০০ এর ৯০% = ৯৯০০০ এবং ৯০০০ এর ১১০% = ৯৯০০ সমান সমান হবে।

৫৮. A এবং B-এর মোট বেতন ৪০০০০ টাকা। A তার বেতনের ৯৫% এবং B তার বেতনের ৮৫% খরচ করে। তাদের সঞ্চয় সমান হলে A-এর বেতন কত?
ক. ৩২০০০ খ. ৩৫০০০ গ. ৩৩০০০ ঘ. ৩০০০০ উত্তর: ঘ

সমাধান: A এর সঞ্চয় = (১০০-৯৫) = ৫% আবার B এর সঞ্চয় = (১০০-৮৫) = ১৫%

প্রশ্নমতে, A এর ৫% = B এর ১৫% $\Rightarrow A \times \frac{৫}{১০০} = B \times \frac{১৫}{১০০} \Rightarrow \frac{A}{২০} = \frac{৩B}{২০} \quad \therefore A:B = ৩:১$

$\therefore$ A এর বেতন = $(৪০০০০ \times \frac{৩}{৪})$ = ৩০০০০ টাকা । [যেহেতু A এবং B ১০০% তাই A এর মান = A এর মোট বেতন]

৫৯. যদি একটি সংখ্যা 'ক' এর ১২০% অপর একটি সংখ্যা 'খ' এর ৮০% হয় তাহলে (ক+খ) এর মান কত? *[NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*
ক. ১.৫ক খ. ২ক গ. ২.৫ক ঘ. ৩ক উত্তর: গ

সমাধান: ক এর ১২০% = খ এর ৮০%

$\Rightarrow ক \times \frac{১২০}{১০০} = খ \times \frac{৮০}{১০০} \Rightarrow ৩ক = ২খ \quad \therefore খ = ১.৫ক$ [অপশনে শুধু ক থাকায় ক এর সাপেক্ষে খ এর মান বের করা হলো]

সুতরাং ক+খ = = ক + ১.৫ক = ২.৫ক

৬০. A ও B দুটি সংখ্যা। A এর ৫% এবং B এর ৪% এর যোগফল, A এর ৬% ও B এর ৮% এর যোগফলের $\frac{২}{৩}$ অংশ হলে, A ও B এর অনুপাত কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো(পরিসংখ্যান সহকারী(এসএ)-২০২১]*
ক. ৪:৩ খ. ২:৩ গ. ৩:৪ ঘ. ৪:৫ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, A এর ৫% + B এর ৪% = (A এর ৬% + B এর ৮%)$\times \frac{২}{৩}$

$\Rightarrow \left(\frac{৫A}{১০০} + \frac{৪B}{১০০}\right) \times ৩ = \left(\frac{৬A}{১০০} + \frac{৮B}{১০০}\right) \times ২$

$\Rightarrow (৫A+৪B) \times ৩ = (৬A+৮B) \times ২$ [১০০ দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow ১৫A+১২B = ১২A+১৬B \quad \Rightarrow ৩A = ৪B \quad \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{৪}{৩} \quad \therefore A:B = ৪:৩$

পদ্ধতি-০২: শতকরার মান, হার এবং মোট বের করা

এখানে মূলত ছোট অংকগুলো আলোচনা করা হয়েছে। একই নিয়মে লিখিত আকারে কিছু বড় অংক এর পরের পদ্ধতিতে আলোচনা করা হয়েছে। ধাপে ধাপে একটা পদ্ধতির পর আরেকটা করলে বুঝতে সহজ হবে।

(২.ক) শতকরার হার বের করা:

% বা শতকরা হার বের করতে বলা হলে সরাসরি সূত্রের প্রয়োগ।

$$\text{শতকরা হার বা } \% = \frac{\text{মোটের যত} \times ১০০}{\text{মোট}}\%$$

মনে রাখবেন, যার সাথে তুলনা করা হয় সে বড় বা ছোট সংখ্যা যা ই হোক তাকে নিচে এবং যাকে তুলনা করা হয় তাকে উপরে লিখতে হয়।

৬১. ৫ এর কত শতাংশ ৭ হবে? [৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] +[CGA (Auditor)-2022]
ক. ৪০ খ. ১৪০ গ. ৯০ ঘ. ১৬৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: ৫ এর শতকরা ৭ = $\frac{৭}{৫} \times ১০০ = ১৪০\%$

নিজে করুন: [Hints: ১৮ হলো ১২ এর ১.৫গুণ তাই ১৫০%]

৬২. ১২ এর কত শতাংশ ১৮ হবে? [৩৫তম বিসিএস]
ক. ১১০ খ. ১২৫ গ. ১৫০ ঘ. ১৬০ উত্তর: গ

৬৩. ৩০, ৫০ এর শতকরা কত অংশ? [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা প্রশিক্ষণার্থী)-২০১৩]
ক. ৩০% খ. ৫০% গ. ৫৫% ঘ. ৬০% উত্তর: ঘ

৬৪. ৩০ টাকা ৭৫ টাকার শতকরা কত? [ন্যাশনাল এগ্রিকালচারাল টেকনোলজি প্রোগ্রাম-২০১৯]
ক. ৪০% খ. ৩৫% গ. ২৫% ঘ. ৩০% উত্তর: ক

৬৫. ২৫০ টাকার শতকরা কত সমান ১০ টাকা? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]
ক. ৫% খ. ৪% গ. ৩% ঘ. ৮% উত্তর: ঘ

৬৬. ২০০ এর $\frac{১}{২}$ % এর সাথে ১০০ যোগ করলে সংখ্যাটি কত হবে? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(সহকারী সাইবার কর্মকর্তা)-২০১৭]
ক. ১০১ খ. ১০৫ গ. ২০০ ঘ. ২০১ উত্তর: ক

সমাধান: ২০০ এর ১% = ২ হলে ০.৫% হবে ১। তাহলে ১ এর সাথে ১০০ যোগ করলে উত্তর হবে ১+১০০ = ১০১।

৬৭. $\frac{১}{২}$ এর শতকরা কত $\frac{৩}{৪}$ হবে? [২৩তম বিসিএস]+ [পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব)-২০১৮]+ [মাদকদ্রব: (ওয়্যারলেস অপা:)-২০২১]
ক. ১৫০% খ. ১১০% গ. ৩০০% ঘ. ৪০০% উত্তর: ক

সমাধান: (যার সাথে তুলনা করা হয় তাকে নিচে এবং যাকে তুলনা করা হয় সেই সংখ্যাটিকে উপরে)

এখন প্রশ্নে প্রদত্ত ভগ্নাংশদ্বয় শতকরার নিয়মে সাজালে, $\frac{\frac{৩}{৪} \times ১০০}{\frac{১}{২}} = ৭৫ \times ২ = ১৫০\%$

Note: এরকম ভগ্নাংশের ঝামেলা আসলেও মুল নিয়মটা একই। তাই অন্য কিছু ভাবা যাবে না। উপরের নিয়মেই করতে হবে।

বিকল্প সমাধান ঃ $\frac{১}{২}$ এর x% = $\frac{৩}{৪}$ অর্থাৎ $\frac{১}{২} \times \frac{x}{১০০} = \frac{৩}{৪}$ $\Rightarrow x = \frac{৩ \times ১০০ \times ২}{৪} = ১৫০$ $\therefore x = ১৫০\%$

৬৮. $\frac{১}{৩}$ এর কত শতাংশ $\frac{১}{২}$? [পূবালী ব্যাংক লিমিটেড(টিও)-২০১৭]
ক. ৫০% খ. ১৫০% গ. ২৫০% ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

(২.খ) শতকরার মান বের করা:

যে কোন সংখ্যার একটি নির্দিষ্ট % এর মান বের করতে হবে।

টিপস: এরকম অংক করতে হলে প্রথমে মূল সংখ্যাটি লিখে তারপর × চিহ্ন দিয়ে % যুক্ত সংখ্যাটি উপরে লিখে তার নিচে ১০০ লিখতে হবে। তারপর কাটাকাটি করে যা আসবে তাই উত্তর। যেমন: ৫০টাকার ১০% = $৫০ \times \frac{১০}{১০০}$ = ৫টাকা।

অনুরুপ ভাবে, ৫০০০ টাকার ৩০% হলো $৫০০০ \times \frac{৩০}{১০০}$ = ১৫০০টাকা।

অবার ভগ্নাংশ থাকলে হরের সাথে ১০০ গুণ করে কাটাকাটি অথবা ভগ্নাংশটির পাশে × চিহ্ন দিয়ে % = $\frac{১}{১০০}$ লিখে কাটাকাটি করতে হবে। যেমন: ৫০ এর $\frac{১}{২}$% = কত? এখানে $৫০ \times \frac{১}{২} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১}{৪} = ০.২৫$।

৬৯. ২০ এর ২০% = কত? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]
ক. ৪ খ. ৬ গ. ৬০ ঘ. ৪০ উত্তর: ক

সমাধান: ২০ এর ২০% = $২০ \times \frac{২০}{১০০} = ৪\%$

৭০. ৪০০ এর ৪৯% = কত? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]
ক. ৪৯ খ. ৯৮ গ. ১৪৯ ঘ. ১৯৬ উত্তর: ঘ

সমাধান: ৪০০ এর ৪৯% = $৪০০ \times \frac{৪৯}{১০০} = ১৯৬$।

৭১. ১২৫ এর ১২৫% = কত? [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]
ক. ১২৫ খ. ১৫০ গ. ১৫৬.২৫ ঘ. ১৭৫.২৫ উত্তর: গ

সমাধান: ১২৫ এর ১২৫% = $১২৫ \times \frac{১২৫}{১০০} = \frac{৬২৫}{৪}$ ১৫৬.২৫।

৭২. $\frac{৫}{১৩}$ এর ১৫৬% = ? [বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]
ক. ১৫% খ. ৬৮% গ. ৩৫% ঘ. ৬০% উত্তর: ঘ

সমাধান: $\frac{৫}{১৩}$ এর ১৫৬% = $\frac{৫}{১৩} \times ১৫৬ \times \frac{১}{১০০} = ৬০\%$ [অপশনগুলোর মধ্যেও % থাকায় শেষে % এর জন্য $\frac{১}{১০০}$ রেখে দিতে হবে]

নিজে করুন:

৭৩. ৫০ এর ৬% = কত? [বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]
ক. ৩ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬ উত্তর: ক

৭৪. ১০০০ টাকার ১২% কত টাকা? [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]
ক. ১২০ খ. ১২ গ. ১২০০ ঘ. ১২০০০ উত্তর: ক

নিজে প্রাকটিস করুন: (বিভিন্ন চাকুরীর পরীক্ষায় আসা কিছু প্রশ্ন)

৭৫. ৪৫০ এর ২২% কত? [৬ষ্ঠ শিক্ষক নিব:-১০] উ: ৯৯

৭৬. ১০০ টাকার $\frac{১}{২}$% কত? [আবহাওয়াবিদ-৯৫] উ: .৫০

৭৭. ৯০ এর $\frac{২}{৩}$% কত? [সহ:মাধ্য:শি:-০৮) উ: $\frac{৩}{৫}$

৭৮. ১৫ টাকার শতকরা ৭ অংশ কত?[শ্রম অধি -৯৫] উ:১.০৫

৭৯. ১৫০ এর ৮% কত? [বন ও পরিবেশ মন্ত্রণা:-৮৮] উ: ১২

৮০. ৫৫০ টাকার ১২% কত? [বন ও পরিবেশ মন্ত্রণা:-৯০] উ: ৬৬

৮১. ১০.৪ এর ২.৫% কত? [প্রাথ:বি: সহ:শি-০৮] উ: .২৬

৮২. ১২.৫ এর ১.৩% কত?[প্রাথ:বি: সহ:শি-০৮] উ: ০.১৬২৫

(২.গ) শতকরা থেকে ১০০% বা মূল সংখ্যা বের করা:

অর্থাৎ যে কোন একটি সংখ্যা বা যে কোন কিছুর নির্দিষ্ট একটি % এর মান দেয়া থাকবে। মূল সংখ্যাটি বা ১০০% এর মান বের করতে হবে।

৮৩. কোন সংখ্যার ৭৫% = ১৫? [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]
ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩০ ঘ. ৪০ উত্তর: ক

সাধারণ নিয়মে সমাধান:	একলাইন লিখেই উত্তর:
ধরি সংখ্যাটি x প্রশ্নমতে, x এর ৭৫% = ১৫ বা, $x \times \frac{৭৫}{১০০} = ১৫$ $\therefore x = ১৫ \times \frac{১০০}{৭৫} = ২০$ (বামের ভগ্নাংশটি ডানে উল্টে গুণ)	৭৫% = ১৫, ১% = $\frac{১৫}{৭৫}$ $\therefore ১০০\% = \frac{১৫}{৭৫} \times ১০০ = ২০$ মুখে মুখে: ৭৫% অর্থ ৩/৪ অংশ এখানে, ৩ অংশ = ১৫ হলে ৪ অংশ = ২০ হবে।

যে নিয়মটা পরে অনেক অংকে সবথেকে বেশি কাজে লাগবে: এরকম % এর মান থেকে ১০০% বের করার জন্য ঐ মানটিকে লিখে % টিকে উল্টিয়ে গুণ দিলে দ্রুত উত্তর বের হয়: এখানে, সরাসরি $১৫ \times \frac{১০০}{৭৫} = ২০$ [x এর নিয়মের শেষাংশ]

Confusion Clear: (কখন সরাসরি লিখে গুণ আর কখন ঘুরিয়ে লিখে গুণ করতে হবে?)

যখন প্রথম সংখ্যাটি অর্থাৎ ১০০% এর মান দেয়া থাকবে তখন সরাসরি লিখতে হবে। যেমন: ২০ এর ৭৫% = $২০ \times \frac{৭৫}{১০০}$ = কিন্তু যখন ১০০% এর মান দেয়া থাকবে না বরং অন্য % এর মান দেয়া থাকবে তা থেকে ১০০% এর মান বের করতে বলবে তখন উল্টিয়ে গুণ। যেমন: কোন সংখ্যার ৭৫% = ১৫। এখানে $১৫ \times \frac{১০০}{৭৫} = ২০$। **এই বিষয়টা খুব কাজে লাগবে।**

৮৪. কোন সংখ্যার ৫% হয় ১৫? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. ১৫০ খ. ২৫০ গ. ৩০০ ঘ. ৫৫০ উত্তর: গ

সমাধান: সরাসরি, $১৫ \times \frac{১০০}{৫} = ৩০$ মুখে মুখে: ৫% এর মান যা ই হোক ১০০% এর মান ২০গুণ হবে। তাই ১৫×২০ = ৩০০

৮৫. ২.৫ কোন সংখ্যার ০.৫% ? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯] +[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]+ [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]* **[Hints:** $২.৫ \times \frac{১০০}{০.৫} = ৫০০$]
ক. ২৫০ খ. ১২৫ গ. ৫০০ ঘ. ২২৫ উত্তর: গ

নিজে করুন:

৮৬. ১৪৪ কোন সংখ্যার ৪০% ? *[স্থানীয় সরকার,পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয়ের (সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৭]*
ক. ১৬০ খ. ২৬০ গ. ৩৭০ ঘ. ৩৬০ উত্তর: ঘ

৮৭. ১৮ নিচের কোন সংখ্যার ৮% এর সমান? *[১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৭]*
ক. ৪৪.৪ খ. ১.৪৪ গ. ১৮০ ঘ. ২২৫ উত্তর: ঘ

৮৮. ৫১ কোন সংখ্যার ৬০%? *[রেলপথ মন্ত্রণালয়ের(উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৭]* **[Hints:** ৬০% = ৩/৫ এখানে,৩ = ৫১ $\therefore$ ৫=৮৫]
ক. ৮০ খ. ৮২ গ. ৮৪ ঘ. ৮৫ উত্তর: ঘ

৮৯. ৪৮ কোন সংখ্যার ৬০%? *[ঘরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-২০১০+জাতীয় রাজস্ব বোর্ড-২০১০]*
ক. ৫০ খ. ৬০ গ. ৭০ ঘ. ৮০ উত্তর: ঘ

৯০. ২৪ সংখ্যাটি কোন সংখ্যার ৩২% এর সমান? *[১১তম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন-২০১৪]*
ক. ৬০ খ. ৬৫ গ. ৭০ ঘ. ৭৫ উত্তর: ঘ

৯১. ৭৫ সংখ্যাটি কোন সংখ্যার ২৫%? *[১১তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৪]* **[Hints:** ২৫% = ৭৫ (৩গুণ) ১০০% = ৩০০ (৩ গুণ)]
ক. ২০০ খ. ৩০০ গ. ১০০ ঘ. ৪০০ উত্তর: খ

বিভিন্ন অংকে উপরের এই টেকনিকটির প্রয়োগ: (আগে ধরতে হবে যে মান দেয়া আছে তা কত % এর মান)

৯২. একটি সংখ্যার ১২% নিলে ৯৬ পাওয়া যায়, সংখ্যাটি কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা) নিয়োগ-২০১৮]*
ক. ৮০০ খ. ৭২০ গ. ৯৬০ ঘ. ১২০০ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x প্রশ্নমতে, $x \times \frac{১২}{১০০} = ৯৬$ $\therefore x = ৯৬ \times \frac{১০০}{১২} = ৮০০$
মুখে মুখে: ১২% = ৯৬ (৮গুণ বড়) হলে সংখ্যাটি হবে ১০০% = ৮০০ (১০০ এর ৮ গুণ)

৯৩. কোন সংখ্যা ঐ সংখ্যার ২৫% অপেক্ষা ৬০ বেশি। সংখ্যাটি কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*
ক. ৭২ খ. ৮০ গ. ১০০ ঘ. ১২০ উত্তর: খ

সমাধান: সংখ্যাটি ও তার ২৫% এর মধ্যে পার্থক্য (১০০% - ২৫%) = ৭৫% [৬০ দেয়া আছে তা কত % এর মান?]
এখানে, ৭৫%= ৬০ হলে, $১০০\% = ৬০ \times \frac{১০০}{৭৫} = ৮০$

৯৪. একটি সংখ্যার ৭৫% এর সাথে ৭৫ যোগ করলে সংখ্যাটির সমান হয়। সংখ্যাটি কত? *[Pubali Bank Ltd (SO)-2017]*
ক. ৫০ খ. ৬০ গ. ৩০০ ঘ. ৪০০ উত্তর: গ

সাধারণ নিয়মে সমাধান:	কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
ধরি, সংখ্যাটি = x প্রশ্নমতে, $x \times ৭৫\% + ৭৫ = x$ $\Rightarrow \frac{৭৫x}{১০০} + ৭৫ = x \Rightarrow ৭৫ = x - \frac{৭৫x}{১০০}$ $\Rightarrow ৭৫ = x - \frac{৩x}{৪} \Rightarrow ৭৫ = \frac{x}{৪}$ $\therefore x = ৩০০$	ভাবনার শুরু এভাবে: প্রশ্নে দেয়া ৭৫ সংখ্যাটি কত % এর মান? এখানে ৭৫% এর সাথে অর্থ হলো সংখ্যাটি শুরুতে ১০০% ছিল তার ২৫% বাদ দিয়ে ৭৫% নেয়ায় ২৫% ঘাটতি হয়ে গেল এবং পরবর্তীতে ৭৫ যোগ করায় সেই ২৫% এর ঘাটতি পূর্ণ হওয়ায় লেখা যায় ২৫% = ৭৫ হলে $১০০\% = ৭৫ \times \frac{১০০}{২৫} = ৩০০$
মুখে মুখে: ২৫% = ৭৫ (৩গুণ) সুতরাং ১০০% = ৩০০ (৩গুণ)	

নিজে করুন:

৯৫. কোনো সংখ্যার ৪০% এর সাথে ৪২ যোগ করলে ফলাফল হবে ঐ সংখ্যাটির কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*
ক. ৯০ খ. ৮০ গ. ৭৫ ঘ. ৭০ উত্তর: ঘ

[Hints: সংখ্যাটির ৪০%+৪২ = সংখ্যাটির ১০০% সুতরাং সংখ্যাটির ৬০% = ৪২ $\therefore$ সংখ্যাটি = $৪২ \times \frac{১০০}{৬০} = ৭০$]

৯৬. কোন সংখ্যার ২০% এর সাথে ২৪ যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যাটি হয়। সংখ্যাটি কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্র: (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*
ক. ৪০ খ. ৪৮ গ. ৩০ ঘ. ৩৬ উত্তর: গ

[Hints: এখানে ৮০% = ২৪ হলে ১০% = ৩ (৮গুণ কম) হবে এবং ১০০% = ৩০ ই উত্তর।]

৯৭. কোন সংখ্যার ৬০% থেকে ৬০ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৬০ হয়। সংখ্যাটি কত? *[ডেসকো-[অফিস সহ:)-২০১৯]]*
ক. ৫০০ খ. ৬০ গ. ২০০ ঘ. ৪০০ উত্তর: গ

সাধারণ নিয়মে সমাধান:	কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
ধরি ধরি, সংখ্যাটি = x প্রশ্নমতে, x এর ৬০% - ৬০ = ৬০ $\Rightarrow$ x এর ৬০% = ১২০ $\therefore x = ১২০ \times \frac{১০০}{৬০} = ২০০$	৬০% থেকে ৬০ বিয়োগ করলে ৬০ হয় তাহলে বিয়োগ না করলে অবশ্যই ৬০+৬০ = ১২০ থাকতো । এখন ৬০% = ১২০ হলে (৬০% এর থেকে দ্বিগুণ) তাহলে মূল সংখ্যাটি ১০০% = ২০০ (১০০% এর দ্বিগুণ) হবে।

নিজে করুন:

৯৮. একটি সংখ্যা থেকে সংখ্যাটির ৪০% বিয়োগ করলে ৩০ থাকে। সংখ্যাটি কত? *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*
ক. ৪৫ খ. ৫৬ গ. ৬০ ঘ. ৫০ উত্তর: ঘ

[Hints: ১০০%-৪০% = ৬০% এর মান ৩০ (অর্ধেক) তাই সংখ্যাটি ১০০% = ৫০ (অর্ধেক)]

৯৯. কোনো সংখ্যার ৭০% থেকে ৭০ বিয়োগ করলে ফলাফল হয় ৭০। তবে সংখ্যাটি কত? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পরিদর্শক)-২০২১]*
ক. ৩০০ খ. ২০০ গ. ১০০ ঘ.১৮০ উত্তর: খ

[**Hints:** এরকম যত % থেকে তত % বিয়োগ করে বিয়োগফল তত হলে সাধারণত উত্তর ২০০ হয়]

১০০. কোন সংখ্যার ৩৯% হতে ৩৯ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩৯ হবে? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*
ক. ২০০ খ. ১৫৬ গ. ৭৮ ঘ. ১০০ উত্তর: ক

১০১. কোন সংখ্যার ৩৭% থেকে ৩৭ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩৭ হবে? *[CAAB- (সিনিয়র অফিসার)-২০২১]*
ক. ৭৪ খ. ১১১ গ. ১৪৮ ঘ. ২০০ উত্তর: ঘ

(২.ঘ) একটি অংশের সাথে অপর অংশের তুলনা:

১০২. ৩০০০ এর শতকরা ৫ ভাগ অপেক্ষা ৩০০০ এর শতকরা ১০ ভাগ কত বেশি? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*
ক. ১৭৫ খ. ১৬০ গ. ১৫০ ঘ. ১০০ উত্তর: গ

সমাধান: যেহেতু উভয়ক্ষেত্রে মূল সংখ্যা ৩০০০ একই। তাই সরাসরি, ৩০০০ এর $(১০-৫)\% = ৩০০০ \times \frac{৫}{১০০} = ১৫০$ ই উত্তর।

১০৩. ২৫০ টাকার $\frac{১}{২}\%$ এর সাথে ১০০ টাকা যোগ করলে কত টাকা হবে? *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃ: (নিরাপত্তা অপা:)-২০২১]*
ক. ১০১. খ. ১০১.২৫ গ. ১০১.৫০ ঘ. ২২৫ উত্তর: খ

সমাধান: $(২৫০ \times \frac{১}{২} \times \frac{১}{১০০}) + ১০০$ টাকা $= \frac{৪০৫}{৪} = ১০১\frac{১}{৪} = ১০১.২৫$ টাকা

১০৪. ১৪০ এর ৩০%, ৮৪০ এর শতকরা কত?
ক. ৫ খ. ১৫ গ. ২৪ ঘ. ৬০ উত্তর: ক

সমাধান: প্রথম অংশে সরাসরি ১৪০ এর ৩০% = ৪২ এরপর % বের করার সূত্রানুযায়ী $= \frac{৪২}{৮৪০} \times ১০০ = ৫\%$

মুখে মুখে: ৮৪০ হলো ১৪০ এর থেকে ৬গুণ। মূল সংখ্যা ৬ গুণ বাড়লে % এর পরিমাণ ৬ গুণ কমলেও পরিমাণ সমান হবে।
তাই উত্তর ৩০% ÷ ৬ = ৫%

১০৫. একটি সংখ্যার ৩০% যদি ১৩৫ হয়, তবে সংখ্যাটির ১৫০% কত হবে? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]+ [সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক):২০২১]*
ক. ৪০৫ খ. ৪৫০ গ. ৬০০ ঘ. ৬৭৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: সংখ্যাটির ৩০% = ১৩৫ ∴সংখ্যাটির $১\% = \frac{১৩৫}{৩০}$ ∴সংখ্যাটির $১৫০\% = \frac{১৩৫ \times ১৫০}{৩০} = ৬৭৫$

মুখে মুখে: ৩০% এর মান যা ই হোক ১৫০% এর মান তার থেকে ৫ গুণ হবে তাই সরাসরি উত্তর: ১৩৫×৫ = ৬৭৫

১০৬. ১০ এর ৩০% কোন সংখ্যার ১০%? *[২৮ তম বিসিএস]*
ক. ১০ খ. ২০ গ. ৩০ ঘ. ৪০ উত্তর: গ

সমাধান: এভাবে দুটি অংশ থাকলে যে অংশে দুটি মান ই দেয়া থাকে তার কাজ আগে করতে হয়।
এখানে ১০ এর ৩০% = ৩ এখন এই ৩ হল অজানা একটি সংখ্যা ১০% এর মান অর্থাৎ সংখ্যাটি ১০০% ছিল।
তাহলে সরাসরি $৩ \times \frac{১০০}{১০} = ৩০$। উত্তর: ৩০।

Nice Point: এরকম দু অংশে একই সংখ্যা ও % থাকলে: x এর y% = y এর x% দু পাশেই সমান সমান মান হয়। অর্থাৎ xy = xy তাই বাম পাশে যে দুটি সংখ্যা থাকবে ডান পাশেও সে দুটি সংখ্যা মেলাতে হবে।

১০৭. ২০ এর কত শতাংশ ১ এর ২০ শতাংশের সমান হবে? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*
ক. ২০% খ. ১% গ. ০.১% ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: এখানে ১ এর ২০ শতাংশের মান $= ১ \times \frac{২০}{১০০} = ০.২০$। এরপর $\frac{০.২০}{২০} \times ১০০\% = ১\%$ উত্তর ১%।

১০৮. যদি ২২০ এর ১৫% = x এর ৬% হয়, তবে x এর মান কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের (উচ্চমান সহকারী)-২০১৭]*
ক. ১০০০ খ. ৫৫০ গ. ৪৪০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: ২২০ এর ১৫% = x এর ৬% $\Rightarrow ২২০ \times \frac{১৫}{১০০} = x \times \frac{৬}{১০০}$ (নিচের ১০০ বাদ দিয়ে কাটাকাটি) ∴ x = ৫৫০

১০৯. ৪০ এর ১৫% হলো অপর একটি সংখ্যার ২৫% থেকে ২ বড়। অপর সংখ্যাটি কত? -- *(RAKUB Senior off:-2015)*
ক. ১৬ খ. ১২ গ. ২০ ঘ. ২৪ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x
প্রশ্নমতে, (৪০ এর ১৫ % - x এর ২৫%) = ২ $\Rightarrow$ ৬ - x এর ২৫% = ২ $\Rightarrow$ x এর ২৫% = ৪ ∴ x = ১৬

মুখে মুখে: x না ধরে আরো সহজে, ৪০ এর ১৫% হল ৬, এই ৬ হল অজানা একটি সংখ্যার ২৫% থেকে ২ বড়। সুতরাং ঐ সংখ্যাটির ২৫% হল ৬-২ = ৪। এখন সংখ্যাটির ২৫% = ৪ হলে সংখ্যাটির ১০০% বা সংখ্যাটি হবে ৪ গুণ বড় অর্থাৎ ১৬।

পদ্ধতি-০৩: শতকরা হার বের করা

প্রশ্নে শতকরা দেয়া থাকবে না। শুধু বিভিন্ন সংখ্যা দেয়া থাকবে, শতকরা মান বের করতে হবে।

(৩.ক) যার মান দেয়া থাকবে তারই % বের করা:

টিপস: এরকম শতকরা বা % বের করতে হলে নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করবেন, তাহলে খুব দ্রুত অংক হয়ে যাবে। কাটাকাটি করে যা অবশিষ্ট থাকবে তার সাথে % লাগিয়ে দিলেই উত্তর বের হয়ে যাবে।

$$\text{শতকরা হার বের করার সূত্র} = \frac{\text{মোটের যত অংশ বা পরিমাণ}}{\text{মোট সংখ্যা বা পরিমাণ}} \times ১০০$$ ← এই সূত্রটি খুবই গুরুত্বপূর্ণ

১১০. কাবেরের কাছে ২৪০ টাকা আছে তা থেকে সে ৪৮ টাকা ফারুককে দিল। কাবের তার টাকার শতকরা কত টাকা ফারুককে দিল?
ক. ১০% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ৩০% উত্তর: খ

সমাধান: সূত্রানুযায়ী আমরা লিখতে পারি $= \frac{৪৮}{২৪০} \times ১০০ = ২০\%$ [২৪০ হচ্ছে মোট টাকা এবং দিয়েছে ৪৮ টাকা]

নিজে করুন:

১১১. কোন গ্রামের ২৫,০০০ জনসংখ্যার মধ্যে ১৫০০ জন শিক্ষিত। ঐ গ্রামে শিক্ষিতের হার কত? *(ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের অধীনে টেলিফোন বোর্ডের সহ:পরি: ১৯৯৫)* [**Hints:** ২৫,০০০ জনে ১৫০০ হলে ১০০ তে =?]
ক. ৩ জন খ. ৪ জন গ. ৫ জন ঘ. ৬ জন উত্তর: ঘ

১১২. ৪৮০ জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে ২৮৮ জন পাস করলে শতকরা কতজন পাস করল? *(স্বাস্থ্য মন্ত্রণা:অধী:সহ:পরি:-৯১)*
ক. ৪০% খ. ৫০% গ. ৬০% ঘ. ৮০% উত্তর: গ

(৩.খ) একটির মান দেয়া থাকবে অন্যটির % বের করা:

একটির মান দেয়া আছে অন্যটির হার বের করতে বলা হলে:

১১৩.কোনো ক্লাসের ৪০ জন ছাত্রের মধ্যে ২৪ জন ছাত্র পাশ করলো। ঐ ক্লাসের শতকরা কতজন ছাত্র ফেল করল? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪০% খ. ৪৮% গ. ৫০% ঘ. ৬০% উত্তর: ক

সমাধান: ক্লাসে ফেল করা ছাত্রের সংখ্যা = ৪০-২৪ = ১৬ জন

∴ শতকরা ফেল করা ছাত্রের সংখ্যা = $\frac{১৬}{৪০} \times ১০০ = ৪০\%$

১১৪. ৬০ জন ছাত্রের মধ্যে ৪২ জন ফেল করলে পাশের হার কত? *(সহকারী জজ-১১) (বাতিলকৃত ২৪তম বিসিএস)+ [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]*

ক. ১০% খ. ১২% গ. ১৪% ঘ. ৩০% উত্তর: ঘ

সমাধান: পাশ করা ছাত্রের সংখ্যা = ৬৪-৪২ = ১৮ জন ∴ শতকরা পাস = $\frac{১৮}{৬০} \times ১০০ = ৩০\%$

নিজে করুন:

১১৫.একটি বিদ্যালয়ের দ্বিতীয় শ্রেণিতে মোট ৪০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১২ জন ছাত্রী । মোট শিক্ষার্থীর কত শতাংশ ছাত্র? [Hints: ৪০ এ (৪০-১২) = ২৮ হলে ১০০ তে ৭০ = ৭০%] *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ৭০ ঘ. ৭২ উত্তর: গ

১১৬. ৪০ জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে ১৬ জন অনুত্তীর্ণ হলে, উত্তীর্ণ পরীক্ষার্থীর শতকরা হার কত? *(সরাকারি প্রাথ:বিদ্যা:১২)*

ক. ৩০% খ. ৪০% গ. ৫০% ঘ. ৬০% উত্তর: ঘ

১১৭. যদি ১২ সদস্যবিশিষ্ট কোন কমিটির সদস্যদের মধ্যে ৯ জন মহিলা হয়, তাহলে সদস্যদের কতভাগ পুরুষ? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]* [Hints: ১২ তে ৩ বা ৪ ভাগের ১ ভাগ = ২৫%]

ক. ২৫% খ. ৪০% গ. ৫০% ঘ. ৬০% উত্তর: ক

১১৮.একটি স্কুলে মোট ৫০০ জন শিক্ষার্থীদের মধ্যে ২০% ছাত্রী। কোনো এক বুধবারে ৪০ জন ছাত্র অনুপস্থিত ছিল। ঐ দিন শতকরা কতজন ছাত্র উপস্থিত ছিল? *[উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা-২০১৪]*

ক. ৯০% খ. ৮০% গ. ৭৫% ঘ. ৫০% উত্তর: ক

সমাধান: ঐ স্কুলে মোট ছাত্র সংখ্যা = ৫০০ এর (১০০-২০)% = ৫০০ এর ৮০% = ৪০০ জন।

এখন মোট ৪০০ জন ছাত্রের মধ্যে ৪০ জন ছাত্র অনুপস্থিত থাকলে অনুপস্থিতির হার = $\frac{৪০}{৪০০} \times ১০০ = ১০\%$

সুতরাং উপস্থিত ছাত্রদের শতকরা হার = (১০০ -১০) % = ৯০% । [এরকম একটু মাথা ঘুরানো অংক আসতেই পারে]

Note: আগে উপস্থিত (৪০০-৪০) = ৩৬০ জন বের করার পর সরাসরি শতকরায় ৯০% ও বের করা যেতো। কিন্তু ৪০ সংখ্যাটি ৪০০ এর সাথে তুলনা করা সহজ মুখে মুখেই বলা যাবে ১০% তারপর মোট ১০০% থেকে অনুপস্থিত ছাত্র ১০% বাদ দিলেই উপস্থিত ছাত্র ৯০% বের হবে। এখানে একটু ঘুরিয়ে করলেও দ্রুত করা যাবে। **ছোট্ট এই বিষয়টা মাথায় রাখুন।**

নিজে করুন:

১১৯.একটি স্কুলে মোট ৫৪০ জন ছাত্রের মধ্যে কোনো এক বুধবারে ২৭ জন অনুপস্থিত ছিল। ঐ দিন শতকরা কতজন ছাত্র উপস্থিত ছিল? *[বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ড কোম্পানী (সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০১১]*

ক. ৯৫% খ. ৫% গ. ৯২% ঘ. ৫০% উত্তর: ক

১২০.বাজার থেকে ২৫০টি আম কিনে আনার পর তার মধ্যে ১৫টি আম পঁচা পাওয়া গেল। শতকরা কতটি আম ভাল ছিল? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড এর (অফিস সহায়ক)-২০১৫]*

ক. ৯১% খ. ৯২% গ. ৯৩% ঘ. ৯৪% উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-০৪: শতকরা বা % থেকে হিসেব

(৪.ক) যার % দেয়া থাকবে তার ই মান বের করা:

টিপস: যার % দেয়া থাকবে যদি তারই মোট সংখ্যা জানতে চাওয়া হয় তাহলে সরাসরি মোট সংখ্যাটি লিখে "এর" চিহ্ন দিয়ে ঐ % টি লিখে কাটাকাটি করে যা থাকবে তাই উত্তর । যেমন:

১২১.এক ব্যক্তি তার মাসিক বেতনের শতকরা ১০ অংশ মহার্ঘ ভাতা পায়। তার মাসিক বেতন ৪২০০ টাকা হলে মহার্ঘ ভাতা কত? *[পরিকল্পনা মন্ত্রণালয়ের (ডাটা প্রসেসিং অপারেটর)-২০০২]*

ক. ২৫০ টাকা খ. ৩০০ টাকা গ. ৩৫০ টাকা ঘ. ৪২০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ৪২০০ টাকার ১০% = ৪২০০× $\frac{১০}{১০০}$ = ৪২০ টাকা।

১২২.একটি গ্রামের লোকসংখ্যা ৫০০০। মোট লোকসংখ্যার ২৫% মহিলা হলে ঐ গ্রামে কতজন মহিলা আছে? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]*

ক. ১২৫০ খ. ১৩০০ গ. ১২০০ ঘ. কোনটিই না উত্তর: ক

সমাধান: গ্রামে মহিলার সংখ্যা = ৫০০০ এর ২৫% = ৫০০০× $\frac{২৫}{১০০}$ = ১২৫০ জন

নিজে করুন:

১২৩. একটি স্কুলে ৪৫০ জন শিক্ষার্থী আছে এবং তার মধ্যে ১৮% ছাত্রী । ঐ স্কুলে কতজন ছাত্রী আছে? *[পার্সপোর্ট অধিদপ্তর পরি: ১১]*

ক. ১৮০ খ. ৮১ গ. ৮৫ ঘ. ১১০ উত্তর: খ

১২৪.৩৫০ টাকা দরে ৩ কেজি মিষ্টি কিনে ৪ টাকা হারে ভ্যাট দিলে মোট কত ভ্যাট দিতে হবে? *[৩৬তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ১৪ টাকা খ. ৪২ গ. ১২ ঘ. ১০৫ উত্তর: খ

সমাধান: ৩৫০ টাকা দরে ৩ কেজি মিষ্টি কিনতে মোট খরচ = ৩৫০×৩ = ১০৫০ টাকা ।

৪ টাকা হারে ১০৫০ টাকার মোট ভ্যাট দিতে হবে = ১০৫০ এর ৪% = ১০৫০× $\frac{৪}{১০০}$ = ৪২ টাকা।

মুখে মুখে এভাবে শতকরা ৪ টাকা ভ্যাট হলে ৩০০ টাকায় ভ্যাট ১২ এবং ৫০ টাকায় ২ টাকা। তাহলে ১ কেজি তে মোট ভ্যাট ১৪ টাকা। ∴ ৩ কেজিতে মোট ভ্যাট ১৪×৩ = ৪২ টাকা ।

১২৫.মিষ্টি বিক্রয়ের ওপর মূল্য সংযোজন কর (ভ্যাট) ১৫%। একজন মিষ্টি বিক্রেতা ভ্যাটসহ ৪,৬০০ টাকার মিষ্টি বিক্রি করলে, তার ভ্যাটের পরিমাণ কত? *[জাতীয় সংসদ সচিবালয়ের (সহকারী পরিচালক)-২০০৬]*

ক. ৫০০ টাকা খ. ৬০০ টাকা গ. ৫৫০ টাকা ঘ. ৬৫০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: এখানে শুধু ভ্যাটের পরিমাণ বের করতে হবে। তাই ১১৫% = ৪৬০০ হলে ১৫% = ৬০০ (১০০% বের করলে ভুল হবে)

নিজে করুন:

১২৬. নাবিল মিষ্টি দোকান থেকে প্রতি কেজি ২৫০ টাকা হিসেবে ২ কেজি সন্দেশ ক্রয় করলো। ভ্যাটের হার ৪ টাকা হলে, সন্দেশ ক্রয় বাবদ সে দোকানিকে কত টাকা দেবে? *[অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]*

ক. ৫০০ টাকা খ. ৫২০ টাকা গ. ৫৫০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা উত্তর: খ

১২৭.তমা শাড়ির দোকানে গিয়ে ১২০০ টাকায় একটি সিল্কের শাড়ি ও ১৮০০ টাকার একটি থ্রিপিস ক্রয় করল। ভ্যাটের হার ৪ টাকা হলে, সে দোকানিকে কত টাকা দেবে? *[এনএসআই(ফিল্ড স্টাফ)-২০২১]*

ক. ৩১২০ টাকা খ. ৩০০০ টাকা গ. ৩১৫০ টাকা ঘ. ২৮৮০ টাকা উত্তর: ক

✍সমাধান: ১টি সিল্কের শাড়ী এবং ১টি থ্রিপিসের একত্রে মোট দাম = ১২০০+১৮০০ = ৩০০০ টাকা

∴ মোট ভ্যাটের পরিমাণ = ৩০০০ এর ৪% = ৩০০০× $\frac{৪}{১০০}$ =১২০ টাকা

সুতরাং দোকানিকে পরিশোধ করতে হবে = ৩০০০+১২০ = ৩১২০ টাকা অথবা সরাসরি, ৩০০০ এর ১০৪% = ৩১২০

নিজে করুন:

১২৮. চাউলের মূল্য ১২% বৃদ্ধি পেলে ১০০০ টাকার চাউলের বর্তমান মূল্য কত? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]* **[Hints:** ১০০০ এর ১১২% = ১১২০ টাকা।]

ক. ৮৮০ টাকা খ. ১১২০ টাকা গ. ১২৪০ টাকা ঘ. ১০২০ টাকা **উত্তর:** খ

১২৯. কোনো স্কুলের ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ছিল ১৮০০ জন। কিছুদিন পরে ৪% ছাত্র চলে গেল , আর ৫% নতুন ছাত্রী ভর্তি হলো। এর ফলে ঐ স্কুলের মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ২% বেড়ে গেল। বর্তমানে ঐ স্কুলে মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত ? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ১৮৫০ খ. ১৮৭২ গ. ১৮৩৬ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** গ

✍সমাধান: ১৮০০ ছাত্র - ছাত্রীর মধ্যে ২% বাড়া অর্থ হলো = ১৮০০ এর ২% = ৩৬ বৃদ্ধি পাওয়া।

তাহলে বৃদ্ধি পাওয়ার পর হবে ১৮০০+৩৬ = ১৮৩৬ জন।

[**Note:** মাঝের ৪% ও ৫% অংকের উপর কোন প্রভাব ফেলতে পারছে না বলে এগুলো নিয়ে ভাবলে শুধু সময় নষ্ট হবে।]

(৪.খ) একটির % থেকে অন্যটির মান বের করা:

১৩০. একটি ক্লাসে ৬৪০ জন ছাত্রছাত্রী আছে যার মধ্যে ৪০% ছাত্র। সেই ক্লাসে ছাত্রীর সংখ্যা কত? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (সেটোরম্যান): ২০২১]+ [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০২১]+ [CGA (Auditor-2022)]*

ক. ২৫৬ জন খ. ৩৮৪ জন গ. ৪২০ জন ঘ. ৪৮৬ জন **উত্তর:** খ

✍**সমাধান:** ক্লাসে ছাত্রসংখ্যা = ৬৪০ এর ৪০% = ৬৪০× $\frac{৪০}{১০০}$ = ২৫৬ জন ∴ক্লাসে ছাত্রীসংখ্যা = (৬৪০-২৫৬) জন = ৩৮৪ জন

✍**বিকল্প সমাধান: সরাসরি :** ছাত্রী সংখ্যা = ৬৪০ এর (১০০-৪০)% = ৬৪০× $\frac{৬০}{১০০}$ = **৩৮৪ জন [দুটা নিয়মই সহজ]**

১৩১. একটি বিদ্যালয়ে ৪৫০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ৪৮% ছাত্রী। ঐ বিদ্যালয়ের ছাত্র সংখ্যা কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]*

ক. ২১৬ জন খ. ২২৪ জন গ. ২৩২ জন ঘ. ২৩৪ জন **উত্তর:** ঘ

✍সমাধান: (এভাবে করলে সময় বেশি লাগবে)

ছাত্রের সংখ্যা = (১০০-৪৮) = ৫২%

মোট শিক্ষার্থী ১০০ জন হলে ছাত্র = ৫২ জন

এত ছোট প্রশ্নকে এভাবে ছোট ক্লাসের মত টেনে টেনে বড় করা যাবে না।

দ্রুত করুন এভাবে: ৪৫০ এর (১০০-৪৮)% = ৪৫০× $\frac{৫২}{১০০}$ = ২৩৪

∴ " " ৪৫০ " " " = $\frac{৫২ \times ৪৫০}{১০০}$ = ২৩৪ জন

নিজে করুন:

১৩২. একটি শ্রেণীতে ৫০০ জন শিক্ষার্থী আছে, তাদের মধ্যে ৩০% ছাত্রী। ঐ শ্রেণীতে ছাত্র সংখ্যা কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ২৫০ খ. ২৮০ গ. ৩০০ ঘ. ৩৫০ **উত্তর:** ঘ

১৩৩. কোন স্কুলে মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা ১২০০ জন। যদি শিক্ষার্থীদের মধ্যে ৫৫% ছাত্র হয়, তাহলে ঐ স্কুলে মোট ছাত্রী সংখ্যা কত?

ক. ৩০০ খ. ৪২০ গ. ৫৪০ ঘ. ৬৬০ **উত্তর:** গ

[Hints: ১২০০ এর ৪৫% = ৫৪০জন।]

১৩৪. ২০ টি কমলার ২০% পঁচা হলে, ভাল কমলার সংখ্যা কত? **[Hints:**২০ এর ৮০% = ১৬।]

ক. ১৪টি খ. ১৬টি গ. ১৮টি ঘ. ২০টি **উত্তর:** খ

১৩৫. যদি ১৫ টি পোশাকের মধ্যে শতকরা ৪০ ভাগ পোশাক শার্ট হয় তবে ১৫ টি পোশাকের মধ্যে কতটি শার্ট নয়? *[২৫তম বিসিএস]*

ক. ৯টি খ. ১২টি গ. ৮টি ঘ. ৬টি **উত্তর:** ক

(৪.গ) যে কোন একটির % থেকে ১০০% বা মোট বের করা:

একটি অংশের % এর মান দেয়া থাকবে, এবং ঐ % এর মান কত তাও দেয়া থাকবে । মোট কত তা বের করতে বলা হবে।

মনে রাখবেন, এই নিয়মের প্রচুর প্রশ্ন বিভিন্ন পরীক্ষায় সব সময় এসে থাকে। তাই গুরুত্ব দিন।

১৩৬. কোনো পরীক্ষায় শতকরা ৮৫ জন ইংরেজিতে পাস করেছে। ইংরেজিতে ফেলের মোট সংখ্যা ৭৫ জন হলে। পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত? *[গ্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(বুড়িগঙ্গা)-২০১৩]+ [গ্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(করতোয়া)-২০১৩]*

ক. ৩৫০ জন খ. ৪০০ জন গ. ৪৫০ জন ঘ. ৫০০ জন **উত্তর:** ঘ

✍সমাধান:

মোট পরীক্ষার্থী ১০০ জন হলে ফেল করে =১০০- ৮৫ = ১৫ জন (ফেল করার % = ১৫% এবং মোট ফেল = ৭৫)

১৫ জন ইংরেজিতে ফেল করলে পরীক্ষার্থী = ১০০ জন

∴ ১ " " " " " = $\frac{১০০}{১৫}$ "

∴৭৫ " " " " " = $\frac{১০০ \times ৭৫}{১৫}$ = ৫০০ জন

সুতরাং মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ৫০০ জন।

মুখে মুখে: ১৫% = ৭৫ জন হলে (৫গুণ)
∴১০০% = ৫×১০০ = ৫০০ জন (৫গুণ)

১৩৭. একজন ফল বিক্রেতা ৩০% আপেল বিক্রি করল এবং তার নিকট আরও ৬৩০ টি আপেল আছে। সে সর্বমোট কতগুলো আপেল কিনেছিল? *[কৃষি ব্যাংক(সিনিয়র অফিসার)-২০১১]*

ক. ৩০০ খ. ৪০০ গ. ৫০০ ঘ. ৯০০ **উত্তর:** ঘ

✍সাধারণ সমাধান:	% এর যে মান থাকবে তার সাথে % উল্টিয়ে গুণ
ধরি, সর্বমোট আপেল ছিল = ১০০% । ৩০% আপেল বিক্রয় করলে অবশিষ্ট = (১০০-৩০%) = ৭০% ৭০% = ৬৩০ ∴১% = $\frac{৬৩০}{৭০}$ ∴১০০% = $\frac{৬৩০ \times ১০০}{৭০}$ = ৯০০	সরাসরি, ৬৩০× $\frac{১০০}{৭০}$ = ৯০০ টি। উপরের টেকনিকটা আসলো এভাবে: x এর ৭০% = ৬৩০ হলে x = বামের ভগ্নাংশ ডানে উল্টিয়ে গুণ হয়।
মুখে মুখে: % এবং মান এর তুলনা করে খাতা কলম ছাড়াই: ৭০% = ৬৩০ (৯গুণ) সুতরাং ১০০% এর ৯ গুণ = ৯০০টি।	

নিজে করুন:

১৩৮. একজন আম বিক্রেতা তার নিকট যে আম ছিল তার ৪০% বিক্রয় করার পরে দেখল এখনও তার নিকট ১২০ কেজি আম আছে। তার নিকট প্রথমে কত কেজি আম ছিল? *[পোষ্ট মাষ্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল, চট্টগ্রাম)-এর কার্যালয়ের পোষ্টাল অপারেটর ২০১৬]*

ক. ১৬০ খ. ৪৮০ গ. ২০০ ঘ. ৭২০ **উত্তর:** গ

১৩৯. একটি বাক্সে যতগুলো মার্বেল আছে তার ৩০% কালো এবং বাকিগুলো লাল। যদি ঐ বাক্সে ২১০ টি লাল মার্বেল থাকে, তবে ঐ বাক্সে মোট কতটি মার্বেল আছে? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তরের (সহকারী কৃষি কর্মকর্তা)-২০১৬]*

ক. ২৮০ খ. ৩০০ গ. ৩৫০ ঘ. কোনটিই নয় **উত্তর:** খ

১৪০. ২০ টি পুরস্কার মোট প্রতিযোগীর শতকরা ৫ ভাগকে দেয়া হয় যদি কেউই একটির বেশি পুরস্কার না পেয়ে থাকে তাহলে মোট প্রতিযোগীর সংখ্যা কত? *(রাষ্ট্রায়ত্ত্ব ব্যাংক (সিনি: অফি:)-২০০০]* **[Hints:** ৫% = ২০জন(৪গুণ), ১০০% = ৪০০]

ক. ১০০জন খ. ১৫০জন গ. ২৫০জন ঘ. ৪০০জন **উত্তর:** ঘ

১৪১. করিম সাহেব মাসিক বেতন থেকে প্রভিডেন্ট ফান্ডের জন্য শতকরা ১০ ভাগ কাটার পর তিনি ২৭০০ টাকা পান; তাঁর মাসিক বেতন কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

ক. ৩০০০ খ. ২৯৭০ গ. ৩০৭০ ঘ. ৩১৭০ উত্তর: ক

সমাধান: ভগ্নাংশ লিখে কাটাকাটি করা ছাড়াই মুখে মুখে উত্তর বের করার জন্য এভাবে ভাবা সহজ: এভাবে লজিক স্ট্রং হলে খাতা কলম ও লাগবে না।

৯০% = ২৭০০ (৩০ গুণ) হলে মোট বেতন ১০০% = ৩০০০ (৩০গুণ)

১৪২. একজন কর্মচারীর বেতন ২০% বৃদ্ধির পর সাপ্তাহিক ১৮০ টাকা পেল। তার আগে সাপ্তাহিক বেতন কত ছিল? *[BSC-Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*

ক. ১৪৪ টাকা খ. ১৫০ টাকা গ. ১৬০ টাকা ঘ. ১৬৪ টাকা উত্তর: খ

সমাধান:

২০% বৃদ্ধি পাওয়ার আগে ছিল ১০০% এবং বর্তমানে হয়েছে = ১০০+২০ = ১২০%

তাহলে, ১২০% = ১৮০ (দেড়গুণ) $\therefore 1\% = \frac{১৮০}{১২০}$ $\therefore ১০০\% = \frac{১৮০ \times ১০০}{১২০}$ = ১৫০ টাকা। (দেড়গুণ)

কিন্তু প্রতিবারে এভাবে ৩ ধাপে না লিখে এক ধাপেই উত্তর বের করতে চাইলে সরাসরি = $১৮০ \times \frac{১০০}{১২০}$ = ১৫০ টাকা।

নিজে করুন:

১৪৩. রহিমের বেতন ৩০% বৃদ্ধি পাওয়ায় বর্তমানে ১১০৫০ টাকা পায়। পূর্বে তার বেতন কত ছিল? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

[Hints: $১১০৫০ \times \frac{১০০}{১৩০}$ = ৮৫০০ টাকা]

ক. ৮৫০০ খ. ৮০০০ গ. ৫৮০০ ঘ. ৮৩০০ উত্তর: ক

১৪৪. এক ব্যক্তির বেতন ২০% হারে বৃদ্ধি পেয়ে বর্তমানে ৬০০০ টাকা হয়েছে। বৃদ্ধি পাওয়ার পূর্বে তার বেতন কত ছিল? *(সহকারী জজ -২০১০)*

[Hints: ১২০% = ৬০০০ (৫০গুণ) সুতরাং ১০০% = ৫০০০]

ক. ৪০০০ খ. ৫০০০ গ. ৫৫০০ ঘ. ৬০০০ উত্তর: খ

প্রশ্নের ভাষা না বুঝে শুধু মুখস্থ করলে কখনো একটু ব্যতিক্রম প্রশ্ন দিলে উত্তর বের করতে ভুল করবেন। এই প্রশ্নটি দেখুন:

১৪৫. আহসানের বেতন ৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় তার বেতন ৬০০০ টাকা বৃদ্ধি পেল। আহসানের বেতন আগে কত ছিল? *[জুনিয়র অডিটর-২০১৪+সহকারী জজ-২০১০]*

ক. ১২০০০০ টাকা খ. ১২০০০ টাকা গ. ১৩০০০০ টাকা ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, ৬০০০ টাকা হলো বৃদ্ধি। আবার বৃদ্ধির শতকরা হার = ৫%। সুতরাং এখানে ১০০+৫ = ১০৫% লেখা যাবে না।

বরং শুধু বৃদ্ধি ৫% = ৬০০০ (১২০ গুণ) হলে, আগের বেতন ১০০% = ১২০×১০০ = ১২০০০ টাকা।

১৪৬. একটি প্রতিযোগীতা মূলক পরীক্ষায় ৬০% পরীক্ষার্থী পাস করেছে। যারা পাস করেনি তাদের ১৫ জন বিদেশে চলে গেল এবং ৪৫ জন ব্যবসা শুরু করল। কতজন পরীক্ষার্থী পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করেছে? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.নি.পরীক্ষা:-২০১৮ (সেট-৯৫৭৩)]*

ক. ২০০ জন খ. ২৫০ জন গ. ১০০ জন ঘ. ১৫০ জন উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে, ৪০% = (১৫+৪৫) = ৬০ জন। (কারণ ৬০% পাস করলে ফেল করেছে ৪০% এবং ফেল করাদের ১৫ জন বিদেশে গেছে এবং ৪৫ জন ব্যবসা শুরু করেছে অর্থ হলো ফেল করা মোট পরীক্ষার্থী = (১৫+৪৫) = ৬০ জন।)

$\therefore 1\% = \frac{৬০}{৪০}$ $\therefore$ সর্বমোট ১০০% = $\frac{৬০ \times ১০০}{৪০}$ = ১৫০ জন

[**Note:** এগুলোকে ঐকিক নিয়মে গল্পের মতও লেখা যায় তবে তাতে সময় নষ্ট হবে। তার থেকে বরং এভাবে বুঝতে সময় দিন।]

নিজে করুন:

১৪৭. একটি কম্পিউটার বিজ্ঞান পরীক্ষায় ৩০% পরীক্ষার্থী পাস করেছে। যারা পাস করতে পারেনি তাদের ১২ জন কম্পিউটার বিজ্ঞান কোর্সে অংশগ্রহণ করেছে এবং ৩০ জন উক্ত কোর্সে অংশগ্রহণ করেনি। কতজন পরীক্ষার্থী পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করেছে? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(রাইন)-২০১৩]*

ক. ৬০ জন খ. ৮০ জন গ. ১০০ জন ঘ. ১২০ জন উত্তর: ক

[Hints: ফেল = (১০০ - ৩০)% =৭০% এর মান = (১২+৩০) = ৪২ জন সুতরাং মোট ১০০% =৪২ × $\frac{১০০}{৭০}$ = ৬০ জন]

১৪৮. একটি পরীক্ষায় পাশ নম্বর ৪২%। আদিব সে পরীক্ষায় ১৩৩ নম্বর পায় এবং ৩৫ নম্বর কম পেয়ে ফেল করে। মোট কত নম্বরের পরীক্ষা হয়েছিল ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ৫০০ খ. ৪০০ গ. ৩০০ ঘ. ২০০ উত্তর: খ

সমাধান: ১৩৩ নম্বর পেয়েও ৩৫ নম্বরের জন্য ফেল করলে মোট পাশ নম্বর = ১৩৩+৩৫ = ১৬৮

যেহেতু পাশ নম্বর ৪২% তাই ৪২% = ১৬৮, $\therefore 1\% = \frac{১৬৮}{৪২}$ $\therefore ১০০\% = \frac{১৬৮ \times ১০০}{৪২}$ = ৪০০।

১৪৯. এক ছাত্র ৩০% নম্বর পেয়ে ৬ নম্বরের জন্য ফেল করে অপর ছাত্র ৪০% নম্বর পেয়ে পাশ নম্বর থেকে ৬ নম্বর বেশি পেল। পরীক্ষায় সর্বোচ্চ নম্বর কত?

ক. ১৫০ খ. ১২০ গ. ১০০ ঘ. ১৮০ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, মোট নম্বর = x

প্রশ্নমতে, (x এর ৩০%) + ৬ = (x এর ৪০%) - ৬ $\Rightarrow$ x এর ১০% = ১২ $\therefore x = ১২ \times \frac{১০০}{১০}$ = ১২০

নিজে করুন:

১৫০. পরীক্ষায় একজন ছাত্র ৪৬% নম্বর পেয়ে ৫৫ নম্বরের জন্য ফেল করে এবং অপর একজন ৮১% নম্বর পেয়ে পাশ নম্বর অপেক্ষা ১৫ নম্বর বেশি পায় , তবে পরীক্ষায় মোট কত নম্বর ছিল?

ক. ৩৫০ খ. ১০০ গ. ১৫০ ঘ. ২০০ উত্তর: ঘ

[Hints: (৮১% - ৪৬%) = ৫৫ + ১৫ $\Rightarrow$ ৩৫% = ৭০ $\therefore$ ১০০% = ২০০]

১৫১. মিঃ রেজা তাঁর সম্পদের ১২% স্ত্রীকে, ৫৮% ছেলেকে এবং অবশিষ্ট ৭,২০,০০০ টাকা মেয়েকে দিলেন। তাঁর সম্পদের মোট মূল্য কত? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*

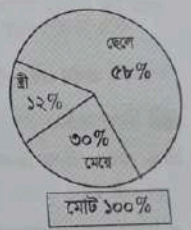
ক. ২৪,০০,০০০টাকা খ. ২০,০০,০০০ টাকা গ. ১৬,০০,০০০ টাকা ঘ. ১২,০০,০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: স্ত্রী পায় = ১২%, ছেলে পায় = ৫৮% সুতরাং মেয়ে পায় = ১০০% -(১২ + ৫৮)% = ৩০%

মিঃ রেজার সম্পদের ৩০% = ৭,২০,০০০ টাকা

$\therefore$ " " ১% = $\frac{৭২০০০০}{৩০}$ "

$\therefore$ " " ১০০% = $\frac{৭২০০০০ \times ১০০}{৩০}$ " = ২৪,০০,০০০ টাকা



নিজে করুন: (এই ধরণের প্রশ্নগুলো অনেক লিখিত পরীক্ষাতেও আসতে পারে)

১৫২. একরাম আলী মাতবর তার সম্পদের ১২% স্ত্রীকে, ২০% ছেলেকে এবং অবশিষ্ট ৮,১৬,০০০ টাকা মেয়েকে দিলেন । তার সম্পদের মোট মূল্য কত ছিল *[খাদ্য অধিদপ্তর (খাদ্য পরিদর্শক)- ২০০৯]*

ক. ১২,২০,০০০ টাকা খ. ১০,২২,০০০ টাকা গ. ১২,০০,০০০ টাকা ঘ. ১১,২১,০০০ টাকা উত্তর: গ

১৫৩. একজন ব্যক্তি তার সম্পদের ১২% স্ত্রীকে, ৫৮% পুত্রকে ও অবশিষ্ট ৪৮০০০০ টাকা কন্যাকে দান করেন। পুত্রের সম্পদের মূল্যমান কত? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]*

ক. ৯২৮০০০ টাকা খ. ৯৮২০০০ টাকা গ. ৯৬৮০০০ টাকা ঘ. ৯৮৮০০০ টাকা উত্তর: ক

[Hints: ১০০% -(১২ + ৫৮)% = ৩০% এর মান ৪৮০০০০ (১৬০০০গুণ) হলে পুত্র ৫৮% = ৯২৮০০০ টাকা।]

পদ্ধতি-০৫: শতকরার শতকরা বা দুই বা ততোধিক বার শতকরা

এই পদ্ধতির প্রশ্নগুলোতে বিভিন্ন লেজুড় লাগিয়ে জটিল বানানোর সুযোগ থাকে। এছাড়াও দেখতে বড় কিন্তু সহজ অনেক প্রশ্নের উত্তর খুব সহজে বের করা যাবে যদি কিছু টেকনিক অবলম্বন করেন। আলোচনা + সাইডনোট + সমাধানের টেকনিকগুলো দেখুন।

(৫.ক) সরাসরি % এর % থাকলে:

📖 **টিপস:** যে কোন সংখ্যার % এর % এর মান বের করার জন্য মূল সংখ্যা দেয়া থাকলে সেই মূল সংখ্যাটি লিখে ঐ % গুলো গুণ করে কাটাকাটি করলেই উত্তর বের হবে। এক্ষেত্রে যতগুলো % থাকবে সবগুলোই গুণ হবে নিচের সমাধান গুলো দেখুন।

১৫৪. ৮০-এর ৭৫% এর ২৫% = কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-১)-২০১৯]*

ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ২৫ উত্তর: খ

✍সমাধান: ৮০ এর ৭৫% এর ২৫% = $৮০\times\frac{৭৫}{১০০}\times\frac{২৫}{১০০}=১৫$ [এভাবে শুরুর সংখ্যা দেয়া থাকলে সমাধান করা সহজ]

📖 দু'টা ব্যাসিক টেকনিক: এখন থেকে জেনে রাখুন:
☞টেকনিক-০১ : একটা বিষয় মাথায় রাখুন, যখন এভাবে % এর গুণ হয় তখন যে কোনটা আগে পরে লিখলেও সমস্যা হয় না। এখানে ৮০ এর ৭৫% এর ২৫% কে ৮০ এর ২৫% এর ৭৫% = $৮০\times\frac{২৫}{১০০}\times\frac{৭৫}{১০০}=১৫$ উত্তর একই আসবে।
☞টেকনিক-০২ : % গুলোকে ভগ্নাংশ আকারে চিন্তা করা গেলে মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাববেন: যেমন: ৮০-এর ৭৫% বা ৩/৪ অংশ = ৬০ আবার ৬০ এর ২৫% বা ১/৪ অংশ = ১৫। (বুঝে গেলে মুখে মুখে হবে।)

১৫৫. ৭০০ এর ৩০% এর ১০% = কত?

ক. ১১ খ. ১৫ গ. ২১ ঘ. ২১০ উত্তর: গ

📖 টিপস : যত বেশি সংখ্যক % থাকবে এদেরকে কম % এ কনভার্ট করে সমাধান করলে কম কথায় এমনকি মুখে মুখে উত্তর বের করার লজিক ডেভেলপ হবে। উপরের অংকটি এভাবে করা যায় = $৭০০\times\frac{৩০}{১০০}\times\frac{১০}{১০০}=২১$। কিন্তু ভাবনাটাকে আরো সামারী করে আনলে এভাবেও ভাবা যায় কোন সংখ্যার ৩০% এর ১০% অর্থ ঐ সংখ্যার (৩×১) = ৩% এর সমান।

☞ **এখন এই ৩% এর মান কিন্তু মুখে মুখে বের করা যাবে। ৭০০ এর ৩% = ২১ ।**

নিজে করুন:

১৫৬. ৩২০ এর ৭৫% এর ৫% = কত?

ক. ১২ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ২৪ উত্তর: ক

(৫.খ) বিপরীতপাশে % এর % এর হিসেব:

📖 **টিপস:** যে কোন সংখ্যার % এর % এর মান দেয়া থাকলে এবং মূল সংখ্যাটি দেয়া না থাকলে মূল সংখ্যাটিকে x ধরে ঐ % গুলো গুণ করে = মান বসিয়ে দ্রুত উত্তর বের করা যায়। একবার বুঝে গেলে পরে সরাসরি ভগ্নাংশগুলো উল্টিয়ে গুণ করলে হবে।

☞**Reminder:** এই নিয়মের অংকগুলো ভালোভাবে এবং স্মার্টলি সমাধান করা শিখলে লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ে ২/৩ বার লাভ করার পর বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে বিপরীত দিক থেকে শুরুর ক্রয়মূল্য বের করার অংকগুলোও খুব দ্রুত উত্তর বের করা সম্ভব হবে।

১৫৭. একটি সংখ্যার ৩০% এর ১৫% এর মান ১৮ হলে সংখ্যাটি কত? *[Pubali bank-2011]*

ক. ২০০ খ. ১৫০ গ. ২৫০ ঘ. ৪০০ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: এখানে মূল সংখ্যা ১৮ নয় তাই ধরি, সংখ্যাটি x ∴x এর ৩০% এর ১৫% = ১৮ ∴$x=১৮\times\frac{১০০}{৩০}\times\frac{১০০}{১৫}=৪০০$]

✍বিকল্প টেকনিক: এখানে ৩০% এর ১৫% = একসাথে ৪.৫% এর সমান। অর্থাৎ ৪.৫% = ১৮ (৪গুণ) হলে ১০০% = ৪০০।

১৫৮. **একই বিদ্যালয়ে ৫০% শিক্ষার্থী ছাত্রাবাসে অবস্থান করে। ছাত্রাবাসে সৌভাগ্যবান ৬০% শিক্ষার্থী একক কক্ষ পায়। যদি সৌভাগ্যবান শিক্ষার্থীর সংখ্যা ১৩৫০ হয় তবে বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থী সংখ্যা কত?** *[বাংলাদেশ সিকিউরিটি এক্সচেঞ্জ কমিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৪৫০০ খ. ৪০০০ গ. ৩৬০০ ঘ. ৩৪০০ উত্তর: ক

✍সাধারণ সমাধান:	বিকল্প সহজ সমাধান বুঝলে মুখে মুখে উত্তর বের করা যাবে:
ধরি, ঐ বিদ্যালয়ের মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা = x জন। প্রশ্নমতে, x এর ৫০% এর ৬০% = ১৩৫০ $\Rightarrow x\times\frac{৫০}{১০০}\times\frac{৬০}{১০০}=১৩৫০$ $\Rightarrow\therefore x=১৩৫০\times\frac{১০০}{৫০}\times\frac{১০০}{৬০}=৪৫০০$ জন।	৫০% এর ৬০% = ৩০% যার মান = ১৩৫০ (৪৫গুণ) হলে মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা = ১০০% = ৪৫০০ জন (৪৫গুণ) সুতরাং ঐ বিদ্যালয়ের মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা হলো = ৪৫০০ জন।
	📖 **Note:** এভাবে দুটি % কে একটি % এ পরিণত করলে মুখে মুখে করার চিন্তা মাথায় খেলবে এবং দ্রুত উত্তর বের হবে।

নিজে করুন:

১৫৯. **কোন বিশ্ববিদ্যালয়ে ৮০% শিক্ষার্থী আবাসিক হলে অবস্থান করে এবং হলের সৌভাগ্যবান ৬০% শিক্ষার্থী একক কক্ষ পায়। যদি সৌভাগ্যবান শিক্ষার্থীর সংখ্যা ১২০০ জন হয় তবে ঐ বিশ্ববিদ্যালয়ে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?**

ক. ২০০০জন খ. ২৫০০জন গ. ১২৫০জন ঘ. ২৪০০জন উত্তর: খ

[**Hints:** ৮০% এর পর ৬০% হলে মোটের (৮×৬)= ৪৮% , এখানে ৪৮% = ১২০০ (২৫গুণ) ∴১০০% = ২৫০০ জন]

☞ **কম বুঝলে আগে বিস্তারিত:** ধরি, মোট শিক্ষার্থী = x জন।

প্রশ্নমতে, x এর ৮০% এর ৬০% = ১২০০ $\Rightarrow x\times\frac{৮০}{১০০}\times\frac{৬০}{১০০}=১২০০$ ∴$x=১২০০\times\frac{১০০}{৮০}\times\frac{১০০}{৬০}=২৫০০$ জন।

১৬০. **একটি গাছের উচ্চতা প্রতিবছর ২০% বৃদ্ধি পায়। যদি বর্তমানে গাছটির উচ্চতা ১০৮০ সে.মি. হয়ে থাকে তাহলে দুই বছর আগে গাছটির উচ্চতা কত ছিল ?** *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*

ক. ৬৭৫ সে.মি খ. ৭৫০ সে.মি গ. ৭৭৫ সে.মি ঘ. ৮০০ সে.মি. উত্তর: খ

✍সাধারণ সমাধান:	বিকল্প সহজ সমাধান: (টেকনিকগুলো বুঝলে কাজে লাগবে)
ধরি, ২ বছর আগে উচ্চতা ছিল = x প্রশ্নমতে, x এর ১২০% এর ১২০% = ১০৮০ [আগের ১০০% + বর্ধিত ২০%] ∴$x=১০৮০\times\frac{১০০}{১২০}\times\frac{১০০}{১২০}$ = **৭৫০ সে.মি.**	যেহেতু ২০% = ১/৫ ভাগ। অর্থাৎ ৫ ভাগ থাকলে ১ বেড়ে হবে ৬ ভাগ। দুবার বাড়লে দুবার ই হবে ৬/৫ । কিন্তু এখানে শুরুর মান না থাকায় উল্টিয়ে সরাসরি গুণ = $১০৮০\times\frac{৫}{৬}\times\frac{৫}{৬}$ = ৭৫০ সে.মি.
	একলাইনে: দুবার ২০% বৃদ্ধি অর্থ একবারে ৪৪% বৃদ্ধি পাওয়া। এখানে: ১৪৪% = ১০৮০ সুতরাং ১০০% = ৭৫০ সে.মি.
🖳 **Confusion Clear:** x এর ২০% এর ২০% না লিখে x এর ১২০% এর ১২০% লিখলাম কেনো? অথবা ৪৪% = ১০৮০ না লিখে ১৪৪% = ১০৮০ লেখা হলো কেনো?	

Note: এখানে, গাছটি প্রথমে ৭৫০ সে.মি. থেকে ২০% বা ১/৫ অংশ বৃদ্ধি পেলে ১৫০ সে.মি. বেড়ে নতুন উচ্চতা হবে = ৭৫০+১৫০ = ৯০০ সে.মি.। এখন ২য় বছর বৃদ্ধি পাওয়ার সময় শুধু বর্ধিত ১৫০ সে.মি. থেকে বাড়বে? নাকি সম্পূর্ণ উচ্চতা ৯০০ সে.মি. থেকে বাড়বে? অবশ্যই পুরো গাছটির উচ্চতা ৯০০ সে.মি. থেকে বাড়বে। অর্থাৎ শুরুর ৭৫০ ছিল ১০০ % এর মান।

এরপর ২০% বা ১৫০ সে.মি. বেড়ে হয়েছে ১২০% বা ৯০০। এখন ২য় বছর এই ৯০০ বা ১২০% এর উপর আবার ২০% বাড়বে। কিন্তু প্রশ্নে শুধু বাড়া নয় বরং বাড়ার পর কত হবে তা অর্থাৎ ১০৮০ দেয়া আছে। তাই ১২০% এর ১২০% লিখতে হবে।

১৬১.২৪০ টাকা মূল্যের একটি পণ্যের উপর দুবার যথাক্রমে ১৫% এবং ২৫% হারে মূল্য হ্রাস হলে পণ্যটির চূড়ান্ত মূল্য কত?
[বাংলাদেশ প্রতিযোগিতা কমিশন (ব্যক্তিগত সহকারী)-২০১৯]

ক. ১৬০ টাকা খ. ১৫৬ টাকা গ. ১৫৩ টাকা ঘ. ১৬৪ টাকা **উত্তর: গ**

সমাধান: ২৪০ $\times \frac{৮৫}{১০০} \times \frac{৭৫}{১০০}$ = ১৫৩ টাকা [সবসময় এভাবে গতানুগতিক ভাবে করা বেটার। সহজ % দিলে তখন ম্যাজিক দেখাবেন। কিন্তু যেখানে সেখানে ম্যাজিক দেখাতে গেলে উল্টা বেশি সময় নষ্ট হতে পারে। তাই ভেবে চিন্তে কাজ করবেন।]

(৫.গ) বিভিন্ন অধ্যায়ে শতকরার শতকরার চমৎকার ব্যবহার :

১৬২. জামালের কাছে ৫০০ টাকা আছে। তিনি তার ভাই কামালকে ৪০% টাকা দিলেন। কামাল তার বোন রানুকে ১০% টাকা দিলেন। রানু কত টাকা পাবে? [Hints: ৫০০ এর ৪০% এর ১০% অথবা ৫০০ এর ৪% = ২০]

ক. ৫০ টাকা খ. ৪০ টাকা গ. ৩০ টাকা ঘ. ২০ টাকা **উত্তর: ঘ**

১৬৩. একটি পণ্যের উৎপাদন খরচ ৪০০ টাকা। পণ্য উৎপাদনকারী প্রতিষ্ঠান ১০% লাভে পাইকারী বিক্রেতার কাছে বিক্রয় করেন এবং পাইকারী বিক্রেতা খুচরা বিক্রেতার নিকট ২০% লাভে বিক্রয় করেন। খুচরা বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য কত?

ক. ৫০০ টাকা খ. ৫২০ টাকা গ. ৫২৮ টাকা ঘ. ৫৪০ টাকা **উত্তর: গ**

[Hints: ৪০০ এর ১১০% এর ১২০% = ৫২৮(লাভের সময় পুরো মূল্যের উপর লাভ তাই ৪০০ এর ১০% এর ২০% লিখলে ভুল হবে)]

১৬৪.এক ব্যক্তি একটি শার্ট কিছু টাকায় কিনে ২০% লাভে বিক্রয় করল। ক্রেতা ঐ শার্ট ১০% ক্ষতিতে তৃতীয় এক ব্যক্তির কাছে বিক্রয় করল। এতে তার মোটের উপর ৬৪ টাকা লাভ হলে তার ক্রয়মূল্য কত?

ক. ৮০০ টাকা খ. ৮৫০ টাকা গ. ৮৬৪ টাকা ঘ. ৯০০ টাকা **উত্তর: ক**

[Hints: ২০% লাভের পর ১০% ক্ষতি হলে মোটের উপর ৮% লাভ হয়। এখানে ৮% = ৬৪ হলে ক্রয়মূল্য ১০০% = ৮০০]

১৬৫. একটি শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ১৪৪০ জন । ১ম বছর ১০% লোক মারা যায়, ২য় বছর ২০% লোক মারা যায়। ২ বছর আগে আগে ঐ শহরের জনসংখ্যা কত ছিল?

ক. ১৮০০ জন খ. ২০০০ জন গ. ২৫০০ জন ঘ. ৩০০০ জন **উত্তর: খ**

[Hints: ১০% কমার পর ২০% কমা অর্থ মোটের উপর ২৮% কমে অবশিষ্ট থাকে ৭২% । এখানে ৭২% =১৪৪০ ∴১০০% = ?]

১৬৬. শতকরা বার্ষিক ১০% হার সুদে ৪০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদাসল কত?

ক. ৪৮০ টাকা খ. ৮৪০ টাকা গ. ৪৮৪ টাকা ঘ. ৪২০ টাকা **উত্তর: গ**

[Hints: ৪০০ এর ১১০% এর ১১০% =৪৮৪ অথবা আরো সহজে, দুবার ১০% অর্থ একসাথে ২১% এখানে ৪০০ এর ২১% = ৮৪। সুতরাং সুদাসল = ৪০০+৮৪ = ৪৮৪।]

(৫.ঘ) মোট পরিমাণ দেয়া না থাকলে এবং % এর মান বের করতে বলা হলে:

Learning point: প্রশ্নের কোন অংকে শুধু % দেয়া থাকলে কিন্তু মোট সংখ্যা বা পরিমাণ দেয়া না থাকলে এবং % এর পরিমাণ বের করতে বলা হলে ঐ অংকটি ১০০ ধরে করতে হয়।

১৬৭.যদি একটি কারখানার ৪০% কর্মকর্তা গ্রাজুয়েট এবং তাদের মধ্যে ১৫% পুরুষ হলে কর্মকর্তাদের মধ্যে শতকরা কতজন পুরুষ এবং গ্রাজুয়েট?

ক. ৫% খ. ৬% গ. ৮% ঘ. ১০% **উত্তর: খ**

সমাধান:
ধরি, মোট কর্মকর্তা = ১০০ জন । যাদের মধ্যে গ্রাজুয়েট ৪০% অর্থাৎ গ্রাজুয়েট কর্মকর্তা = ১০০ এর ৪০% = ৪০ জন।
আবার এই ৪০ জনের মধ্যে পুরুষ ১৫% । সুতরাং পুরুষ গ্রাজুয়েট কর্মকর্তার সংখ্যা = ৪০ এর ১৫% = ৪০ $\times \frac{১৫}{১০০}$ = ৬ জন।
যেহেতু মোট সংখ্যা ধরা হয়েছে ১০০ জন তাই এই ৬ জনকে সরাসরি ৬% বলা যায়। (x ধরে এভাবে সরাসরি বলা যেতো না)
এক লাইনে করতে এভাবে লিখুন = ১০০ $\times \frac{৪০}{১০০} \times \frac{১৫}{১০০}$ = ৬% [অথবা সরাসরি, ৪০% এর ১৫% = ৪×১.৫ = ৬%]

Turning Point: মোটের ২০% আর অবশিষ্টের ২০% এক বিষয় না। যেমন: আপনার কাছে ১০০ টাকা আছে যা থেকে আপনি আপনার ভাইকে ৫০% দিলেন এবং বোনকে ৫০% দিলেন। দু জন ই ৫০ টাকা করে পেল। কিন্তু আপনি আপনার ভাইকে ৫০% টাকা দেয়ার পর আপনার বোনকে অবশিষ্ট ৫০ টাকার ৫০% দিলে আপনার বোন ২৫টাকা পাবে।

১৬৮. রিয়াজ তার আয়ের ২০% ট্যাক্স দেয়, এবং অবশিষ্ট টাকার ২০% বাড়ী ভাড়া দেয়। সে তার আয়ের শতকরা কত অংশ বাড়ী ভাড়া দেয়?

ক. ১৫% খ. ১৬% গ. ১৮% ঘ. ১০% **উত্তর: খ**

সমাধান:
বেতন ১০০ টাকা হলে প্রথমে ট্যাক্স দেয় ২০টাকা এবং অবশিষ্ট (১০০-২০) = ৮০ টাকা থেকে বাড়ী ভাড়া = ৮০ এর ২০% = ১৬ টাকা যেহেতু তার বেতন ১০০ এবং বাড়ী ভাড়া ১০০টাকার মধ্যে ১৬ টাকা। তাহলে বলা যায় বাড়ী ভাড়া বেতনের ১৬%।

পদ্ধতি-০৬: শতকরার কম/বেশি বা ছোট/বড়

আগে ব্যসিক ক্লিয়ার করে নিন, তারপর দ্রুত এমনকি খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে উত্তর বের করতে পারবেন।

১৬৯. আজিজের মাসিক আয় ৪০০০ টাকা এবং ব্যয় ৩০০০ টাকা তার মাসিক ব্যয় মাসিক আয়ের শতকরা কত টাকা?

ক. ৭০% খ. ৫০% গ. ৭৫% ঘ. ৬০% **উত্তর: গ**

টিপস: আমরা ভগ্নাংশ অধ্যায়ে শিখেছি, যার সাথে "র, এর " যুক্ত থাকে তা নিচে লিখে অন্য অংশটি উপরে লিখতে হয়। আর এখানে যেহেতু শতকরা কত তা বের করতে বলেছে তাই ঐ ভগ্নাংশের সাথে ১০০ গুণ করতে হবে।

সমাধান: এখানে, $\frac{৩০০০ \times ১০০}{৪০০০}$ = ৭৫% [মুখে মুখে: ৪ ভাগের ৩ ভাগ = ৭৫%]

এখানে যদি বলা হতো আজিজের সঞ্চয় কত তাহলে উত্তর ২৫% ।
একই কথাটাকে ঘুরিয়ে বলা যায় আজিজের ব্যায় তার আয়ের থেকে শতকরা কত কম?
তখনও (৪০০০-৩০০০) = ১০০০ টাকা কম । যেহেতু ব্যয় আয়ের ৪০০০ এ ১০০০ কম তাই ৪ এ ১ হিসেবে উত্তর: ২৫%।
কিন্তু যদি বলা হয় আজিজের আয় তার ব্যয়ের থেকে শতকরা কত বেশি?
তখন কিন্তু ২৫% বেশি বলা যাবে না। কারণ আয় বেশি (৪০০০-৩০০০) = ১০০০ কিন্তু এবারের এই ১০০০ বেশি হলো ৩০০০ এ। কারণ এবার ৩০০০ এর সাথে তুলনা করা হয়েছে। এখানে ৩০০০ এ ১০০০ অর্থ ৩ ভাগের ১ ভাগ বা ৩৩.৩৩% বেশি।

Important Point: কম বেশি বা বড় ছোট বা হ্রাস বৃদ্ধির হাজার হাজার অংকের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ পয়েন্ট হলো কখন কার উপর হিসেব হবে সেটা প্রশ্নের ভাষা অনুসারে ধরতে পারা। উপরের প্রশ্নটিতে কম বললে ৪০০০ এ ১০০০ কম তাই ৪০০০ এর উপর হিসেব এবং উত্তর ২৫% কিন্তু বেশি বললে ৩০০০ এ ১০০০ বেশি তাই ৩০০০ এর উপর হিসেব এবং উত্তর ৩৩.৩৩% । ছোট্ট এই বিষয়টা ক্লিয়ার হলে সব অংক দ্রুত করতে পারবেন।

১৭০. আজিজের আয় সুজনের আয় অপেক্ষা ২৫% বেশি। সুজনের আয় আজিজের আয় অপেক্ষা শতকরা কত কম?
ক. ৪০% খ. ২০% গ. ৩৫% ঘ. ৬০% উত্তর: খ

📖 **টিপস:** এরকম অংক করার সময় আপনাকে সবার আগে, কে বড় আর, কে ছোট তা ভালোভাবে লক্ষ্য রাখতে হবে। তারপর নিচের নিয়মে অংক করতে হবে। কিছু সহজ সংখ্যা মুখস্ত করে রাখতে পারেন। কিন্তু নিয়মটা আগে শিখবেন তারপর মুখস্ত।

✍সমাধান: ধরি, সুজন = ১০০ এবং আজিজ = ১২৫
এখানে দেখেই বোঝা যাচ্ছে পার্থক্য ২৫। এখন বেশি বললে ১০০ তে ২৫ বেশি তাই ২৫% কিন্তু কম বললে ২৫ কম হলেও ১০০ তে ২৫ কম নয় বরং ১২৫ এ ২৫ কম এখানে ২৫% বলা যাবে না।

শতকরা হার বের করার সূত্রানুসারে = $\frac{২৫}{১২৫} \times ১০০\ \% = ২০\%$। [মুখে মুখে: ৫ ভাগের ১ ভাগ কম হলে ২০%]

📖 নিজে করুন:

১৭১. ক এর বেতন খ এর বেতন অপেক্ষা শতকরা ২৫ টাকা বেশি হলে খ এর বেতন ক এর বেতন অপেক্ষা কত টাকা কম? *[বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]* [Hints: ১২৫ এ কম ২৫ তাহলে ১০০ তে কত?]
ক. ১৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: খ

১৭২. A-এর বেতন B-এর বেতনের থেকে ২০% বেশি। B-এর বেতন A-এর বেতনের থেকে শতকরা কত কম?
ক. $৯\frac{২}{৩}\%$ খ. $১৬\frac{২}{৩}\%$ গ. $১২\frac{২}{৩}\%$ ঘ. $১৬\frac{২}{৩}\%$ উত্তর: ঘ

[Hints: ১২০ এ ২০ কম অর্থ ৬ ভাগের ১ ভাগ কম যা শতকরায় $১৬\frac{২}{৩}\%$ (২০% দেখলেই মুখস্থ ২৫% দেয়া যাবে না)]

১৭৩. A-এর মান B-এর থেকে ২৫% কম। B-এর মান A অপেক্ষা শতকরা কত বেশি?
ক. $৪৪\frac{১}{৪}\%$ খ. $৩৩\frac{১}{৩}\%$ গ. $২২\frac{১}{২}\%$ ঘ. $৪৪\frac{১}{৫}\%$ উত্তর: খ

[Hints: ২৫% কম অর্থ ১০০ থেকে ৭৫ তাহলে ৭৫ এ বাড়াতে হবে ২৫, অর্থাৎ ৩ এ বেশি = ১ হলে শতকরায় $৩৩\frac{১}{৩}\%$]

১৭৪. এক ব্যক্তি তার স্ত্রীর বয়সের ১০% বড়। স্ত্রী তার চেয়ে x% ছোট। x এর মান কত? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০০১]*
ক. $৯\frac{১}{১২}\%$ খ. $৯\frac{৯}{১০}\%$ গ. $৯\frac{১}{৯}\%$ ঘ. $৯\frac{১}{১১}\%$ উত্তর: ঘ

[Hints: ১১০ এ ১০ কম অর্থ ১১ ভাগের ১ ভাগ কম যা শতকরায় $৯\frac{১}{১১}\%$]

১৭৫. যদি ১৫০ এর ৬০% বৃদ্ধি পেয়ে এবং x% কমে ১৯২ হয়। তাহলে x এর মান কত? *[ইসলামী ব্যাংক বাংলাদেশ লিমিটেড(প্রবেশনারী অফিসার)-২০১৭]*
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ২৫ উত্তর: গ

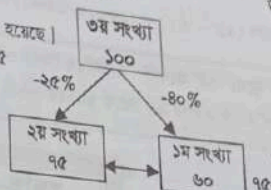
✍সমাধান: (বুঝে গেলে এরকম প্রশ্ন জটিল মনে হবে না।)
৬০% বৃদ্ধি পাওয়ার পর হয় ১৫০ + ১৫০ এর ৬০% = ১৫০+৯০ = ২৪০।
এরপর x % হ্রাস পেয়ে হয় = ১৯২ । সুতরাং মোট হ্রাস পেলো = ২৪০-১৯২ = ৪৮। (২৪০ থেকে কমবে ৪৮)
তাহলে হ্রাস পাওয়ার শতকরা হার $x\% = \frac{৪৮}{২৪০} \times ১০০\ \% = ২০\%$।

১৭৬. আরিফের বেতন ৬০ টাকা বাড়ালে তার বেতন বাবুর বেতনের ৫০% হবে। যদি বাবুর বেতন ২০০০ টাকা হয়, তবে আরিফের বর্তমান বেতন কত? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তরের (সহকারী কৃষি কর্মকর্তা)-২০১৬]*
ক. ৮৪০ খ. ৯০০ গ. ৯৪০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

✍সমাধান: (সব জায়গায় সমীকরণ আনার প্রয়োজন নেই। যেখানে সবথেকে সহজে করা যায় সেখানে না প্যাচানোই বেটার)
আরিফের বেতন + ৬০টাকা = বাবুর বেতন ২০০০ এর ৫০% =১০০০টাকা। ∴ আরিফের বেতন = (১০০০ - ৬০) = ৯৪০

১৭৭. দুইটি সংখ্যা তৃতীয় একটি সংখ্যা থেকে যথাক্রমে ৪০% ও ২৫% কম। প্রথম সংখ্যাটি দ্বিতীয় সংখ্যাটির তুলনায় শতকরা কত ছোট? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব রক্ষণিক)-২০১৮]*
ক. ১৫% খ. ১৮% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: গ

✍সমাধান:
ধরি, তৃতীয় সংখ্যাটি = ১০০ [কারণ তৃতীয় সংখ্যার সাথেই অন্য দুটির তুলনা করা হয়েছে।
সুতরাং ১ম সংখ্যাটি = ১০০-৪০ = ৬০, এবং ২য় সংখ্যাটি = ১০০-২৫ = ৭৫
প্রথম সংখ্যাটি ছোট = ৭৫-৬০ = ১৫



∴১ম টি ২য়টির তুলনায় শতকরা ছোট = $\frac{১৫ \times ১০০}{৭৫} = ২০\%$

📖 নিজে করুন:

১৭৮. দুটি সংখ্যা, তৃতীয় সংখ্যা অপেক্ষা যথাক্রমে ৩০% এবং ৩৭% কম। তবে দ্বিতীয় সংখ্যাটি, প্রথম সংখ্যাটির কত শতাংশ?
ক. ১০% খ. ৯০% গ. ১৫% ঘ. ৮০% উত্তর: খ

[Hints: ৩য় সংখ্যাটি ১০০ ধরলে ১ম ও ২য় সংখ্যাটি যথাক্রমে, ৭০ এবং ৬৩ । তাহলে ৭০ এ ৬৩ হলে শতকরায় ৯০% হবে।]

📖 **Be Careful: যেভাবে ভাবলে ভুল হবে:** এখানে কিন্তু ৭০-৬৩ = ৭ কম বা ৭০ এ ৭ কম হিসেবে ১০% ছোট বের করলে ভুল হবে। কারণ প্রশ্নে সংখ্যার সাথে সংখ্যার তুলনা করা হয়েছে। প্রশ্নে কি চেয়েছে তা না দেখে দ্রুত উত্তর দিতে গেলে ভুল হবে আবার সেই ভুল উত্তরটিও প্রশ্নের অপশনে থাকবে। পরীক্ষার হলে ধরতে পারবেন না কিন্তু বাসায় এসে বুঝবেন। তাই সাবধান ।

১৭৯. দুটি দ্রব্যের মূল্য তৃতীয় দ্রব্যের মূল্য অপেক্ষা যথাক্রমে ৬০% এবং ২০% বেশি। তবে দ্বিতীয় দ্রব্যটি প্রথম দ্রব্যের কত শতাংশ?
ক. ৭০% খ. ৮০% গ. ৬৫% ঘ. ৭৫% উত্তর: ঘ

[Hints: ৩য় দ্রব্যের মূল্য ১০০ হলে ১মটি = ১৬০ এবং ২য়টি ১২০। এখন ১৬০ এর ৩/৪ অংশ বা ৭৫% হলো ১২০]

১৮০. করিমের বার্ষিক আয় রহিমের চেয়ে ১০% বেশী, অন্যদিকে রহিমের বার্ষিক আয় খালেকের আয়ের চেয়ে ২০% বেশী। খালেকের মাসিক আয় ২০০০ টাকা হলে ৩ জনের মোট আয় কত? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*
ক. ৬৮৭২ টাকা খ. ৭০৪৬ টাকা গ. ৭৭৭২ টাকা ঘ. ৭০৪০ টাকা উত্তর: ঘ

✍সমাধান:
খালেকের আয়=২০০০, রহিমের আয় = ২০০০ এর ১২০% = ২৪০০ সুতরাং করিমের আয় = ২৪০০ এর ১১০% = ২৬৪০
সুতরাং খালেক + রহিম + করিমের মোট আয় = (২০০০+২৪০০+২৬৪০) টাকা = ৭০৪০ টাকা।

১৮১. ছোটনের বেতন গত মাসে ৯% বৃদ্ধি পাওয়ার পর সে দেখল যদি তার বেতন ৯% না বেড়ে ১১% বৃদ্ধি পেত তাহলে তার মাসিক বেতন ৭২,১৫০ টাকা হত। ছোটনের বর্তমান মাসিক বেতন কত ? *[CGDF-(Auditor)-2019]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. ৬৬,১৯৩ টাকা খ. ৬৫,০০০ টাকা গ. ৭০,৮৫০ টাকা ঘ. ৭২,২০০ টাকা উত্তর: গ

✍সমাধান: ধরি, ছোটনের বেতন শুরুতে ছিল = ১০০%
৯% বৃদ্ধি পাওয়ার পর বর্তমান বেতন = ১০০+৯ = ১০৯% আবার ১১% বৃদ্ধি পেলে হতো = ১০০+১১ = ১১১%
এখানে, ১১১% = ৭২১৫০ ∴ ১ % = $\frac{৭২১৫০}{১১১}$ সুতরাং বর্তমান বেতন ১০৯% = $\frac{৭২১৫০ \times ১০৯}{১১১}$ = ৭০৮৫০ টাকা

📖 নিজে করুন:

১৮২. আবুলের সাপ্তাহিক বেতন ১৬ শতাংশ বৃদ্ধি পেলে, তিনি প্রতি মাসে ৮১২ টাকা উপার্জন করতে পারেন। যদি তার সাপ্তাহিক বেতন ১০ শতাংশ বৃদ্ধি পেত, তিনি প্রতি মাসে কত টাকা উপার্জন করতেন? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*
ক. ৬৫০ টাকা খ. ৭৫০ টাকা গ. ৭৭০ টাকা ঘ. ৭৮০ টাকা উত্তর: গ

[Hints: ১১৬% = ৮১২ হলে ১% = ৭ এবং ১০% বৃদ্ধি পেলে বেতন ১১০% = ৭৭০টাকা]

১৮৩. যদি w, x এর থেকে ১০% ছোট এবং y, z এর থেকে ৩০% ছোট হয় তাহলে wy, xz এর থেকে শতকরা কত কম? *[Sonali Bank –(SO)-2018]*

ক. ১০% খ. ২০% গ. ৩৭% ঘ. ৪০% উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, $x = ১০০$ তাহলে $w = ৯০$ আবার $z = ১০০$ হলে $y = ৭০$ (প্রথম দুটির সাথে সরাসরি এদের কোন সম্পর্ক নেই)

সুতরাং $xz = ১০০ \times ১০০ = ১০০০০$ এবং $wy = ৯০ \times ৭০ = ৬৩০০$

তাহলে $(xz - wy) = (১০০০০ - ৬৩০০) = ৩৭০০$ তাহলে শতকরা কম $= \frac{৩৭০০ \times ১০০}{১০০০০} = ৩৭\%$

মুখে মুখে: এই অংকটি জ্যামিতির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মত চিন্তা করলে ক্ষেত্রফল কম কত বের করতে হবে। প্রথম ১০০ থেকে ১০% কমে ৯০ এরপর ৯০ থেকে ৯০ এর ৩০% = ২৭ কম হলে মোটের উপর কম হবে = (১০+২৭) = ৩৭ বা ৩৭%।

পদ্ধতি-০৭: মূল্য এবং খরচ সম্পর্কিত শতকরা

(৭.ক) মূল্য বৃদ্ধি পেলে খরচ কমানো:

১৮৪.যদি তেলের/চিনির মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায় তবে তেলের/চিনির ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল/চিনি বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না? *[৩৬তম বিসিএস] +[খাদ্য মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর): ২০২০]]+ [CGA (Auditor-2022)]*

ক. ১৬% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ২৪% উত্তর: খ

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
২৫% বৃদ্ধিতে, তেলের পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য = ১২৫ টাকা এখন, ১২৫ টাকার তেলে ব্যবহার কমাতে হবে = ২৫ টাকা ∴ ১ " " " " " $= \frac{২৫}{১২৫}$ " ∴ ১০০ " " " " " $= \frac{২৫ \times ১০০}{১২৫} = ২০\%$	২৫% বেড়ে ১০০ থেকে হবে ১২৫ এখন খরচ বৃদ্ধি না করার জন্য ১০০ টাকার খরচ করতে হবে। অর্থাৎ খরচ কমাতে হবে ২৫ টাকা। ১২৫ টাকায় কমাতে হবে ২৫টাকা বা ৫ ভাগের ১ ভাগ অর্থাৎ ১০০ তে ২০ বা ২০%। [Note: কমার সময় কমাতে হবে ১২৫ থেকে।]

Turning point: বাড়ার সময় ১০০ থেকে ২৫ বাড়ছে কিন্তু কমার সময় ১০০ থেকে নয় বরং ১২৫ থেকে ২৫ কমছে। অর্থাৎ ২য় বার বর্ধিত দাম থেকে হিসেব করতে হবে। তাহলে আমরা বলতে পারি বাড়া বা কমা বোঝালে ২য়বার ঐ বর্ধিত বা হ্রাসকৃত মূল্যের উপর হিসেব হয়।

১৮৫. যদি ডালের মূল্য ১২.৫% বৃদ্ধি পায় , তবে ডালের ব্যবহার শতকরা কত কমালে ডাল বাবদ কোন খরচ বৃদ্ধি পাবে না? *[ট্যাক্সেস আপিলাত ট্রাইবুনাল (অফিস সহায়ক)-২০২২]*

ক. ৮% খ. $৮\frac{১}{৩}\%$ গ. ১০% ঘ. $১১\frac{১}{৯}\%$ উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
ধরি, পূর্ব মূল্য = ১০০ টাকা ∴ বর্তমান মূল্য = ১১২.৫ টাকা ১১২.৫০ টাকায় কমাতে হবে = ১২.৫ টাকা। ∴ ১ " " " $= \frac{১২.৫}{১১২.৫}$ " ∴ ১০০ " " " $= \frac{১২.৫ \times ১০০}{১১২.৫} = ১১\frac{১}{৯}\%$।	১২.৫% বৃদ্ধি অর্থ ৮ ভাগের ১ ভাগ বৃদ্ধি । তাহলে নতুন দাম হবে ৮+১ = ৯ ভাগ। আগের খরচ ৮ ভাগে ফিরতে হলে কমাতে হবে ৯-৮ = ১ ভাগ। এখন ৯ ভাগে ১ ভাগ কমানোর শতকরা হার $= \frac{১}{৯} \times ১০০\% = ১১\frac{১}{৯}\%$। Note: এখানেও দেখুন: বৃদ্ধির পর হওয়া ৯ থেকে ১ কমবে

দেখার আছে অনেক কিছুই:

১৮৬. চিনির মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় একটি পরিবার চিনি বাবদ তাদের খরচ এমন ভাবে হ্রাস করলো যাতে চিনি বাবদ তাদের খরচ মোটের উপর মাত্র ১০% বৃদ্ধি পায়। ঐ পরিবার শতকরা কতটুকু কম চিনি ব্যবহার করছে?

ক. ১০% খ. ১৫% গ. ১২% ঘ. ১৬% উত্তর: গ

সমাধান: আগের দাম = ১০০ ,নতুন দাম ১০০+২৫ = ১২৫ কিন্তু শুধু ১০% বৃদ্ধিতে সামর্থ হওয়ায় নতুন খরচ = ১০০+১০ = ১১০ খরচ কমাতে হবে ১২৫-১১০ = ১৫টাকা। সুতরাং ব্যবহার শতকরা হ্রাস করতে হবে $= \frac{১৫ \times ১০০}{১২৫} = ১২\%$

Think Practically: অনেক বেশি দাম বাড়লে কেউ পুরোটা দিতে না পেরে যখন খরচ অপরিবর্তিত রাখায় তখন আগের খরচ আর নতুন খরচ ১০০ ই অর্থাৎ বেশি দামে খাওয়ার সামর্থ নেই। কিন্তু ২৫% বাড়ার ফলে যদি কোন পরিবার বলে আমরা অত বেশি (২৫%) খরচ বাড়াতে পারবো না কিন্তু ১০% পর্যন্ত বাড়াতে পারবো তাহলে তাদের বর্তমান খরচ হবে ১০০+১০ = ১১০ এবং ১২৫ টাকায় কম খেতে হবে ১২৫-১১০ = ১৫টাকার চিনি। তাহলে ১০০ তে ১২ বা ১২%

১৮৭. তেলের দাম ৪০% বৃদ্ধি পাওয়ায় একটি পরিবার তেলের ব্যবহার কমিয়ে দিলে, এতে তাদের তেল বাবদ খরচ অতিরিক্ত ২৬% বৃদ্ধি পেল। যদি দাম বাড়ার পূর্বে তাদের প্রতি মাসে ১০ কেজি তেল লাগতো তাহলে বর্তমানে কী পরিমাণ তেল ব্যবহার করছে? *[বাখরাবাদ গ্যাস ডিস্ট্রিবিউশন কোম্পানী লিমিটেড(এসিস্ট্যান্ট ম্যানেজার জেনারেল)-২০১৭]*

ক. ৮ খ. ৮.৫০ গ. ৯ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: (প্রথমে আগের অংকটির মত % এ হিসেব বের করার পর তা কেজির সাথে হিসেব করলেই হবে)

ধরি, শুরুত তেলের দাম = ১০০ টাকা ৪০% বৃদ্ধিতে নতুন দাম = ১৪০টাকা ।

কিন্তু ঐ পরিবারের তেল বাবদ খরচ বৃদ্ধি পেয়ে নতুন খরচ = ১০০+২৬ = ১২৬টাকা।

সুতরাং তেল খাওয়া কমাতে হবে = ১৪০-১২৬ = ১৪ টাকা। ∴ শতকরা কমাতে হবে $= \frac{১৪ \times ১০০}{১৪০} = ১০\%$

সুতরাং আগে প্রতি মাসে ১০ কেজি তেল খরচ হলে এখন খরচ করতে হবে = ১০% কমে ১০ কেজির ৯০% = ৯ কেজি।

(৭.খ) মূল্য হ্রাস পেলে ব্যবহার বাড়ানো:

১৮৮. চা পাতার দাম ২০% কমে গেল। পূর্বের খরচ ঠিক রাখার জন্য চা পাতার ব্যবহার শতকরা কত বাড়াতে হবে?

ক. ২৫% খ. ৫০% গ. ৫৫% ঘ. ৬০% উত্তর: ক

সমাধান:

২০% কমায় ১০০ টাকার চা পাতার বর্তমান মূল্য = ১০০-২০=৮০, পূর্বের খরচ একই রাখার জন্য ব্যবহার বাড়াতে হবে ২০ টাকা তাহলে খাওয়া বাড়বে এবং টাকা আগের মত ১০০ টাকা ই লাগবে।

তাই এবার ৮০ টাকায় বাড়াতে হবে = ২০ টাকা.(১০০টাকায় ২০ টাকা ভাবলে ভুল হবে)

১০০ টাকায় বাড়াতে হবে ২৫ টাকা= ২৫% [মুখে মুখে ৮০ তে ২০ বা ৪ ভাগের ১ ভাগ হলে ২৫%]

১৮৯. চিনির মূল্য ১০% কমে যাওয়ায় চিনির ব্যবহার শতকরা কত ভাগ বাড়ালে চিনি বাবদ খরচ একই থাকবে? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. ৮% খ. $৮\frac{১}{৩}\%$ গ. ১০% ঘ. $১১\frac{১}{৯}\%$ উত্তর: ঘ

সমাধান: ১০% কমে, পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে, বর্তমান মূল্য = (১০০ - ১০) = ৯০ টাকা

চিনি বাবদ খরচ একই রাখার জন্য নতুন খরচ আগের মতই = ১০০টাকা

তাহলে খরচ বাড়াতে হবে = (১০০- ৯০) = ১০টাকার ।

সুতরাং ৯০টাকায় বাড়াতে হবে = ১০টাকা (দেখুন ১০% কমার পর যে ৯০ হয়েছে বাড়ার সময় সেই ৯০ থেকেই বাড়ছে)

∴১০০ টাকায় বাড়াতে হবে $= \frac{১০ \times ১০০}{৯০} = \frac{১০০}{৯} = ১১\frac{১}{৯}\%$ উত্তর: $= ১১\frac{১}{৯}\%$

১৯০. চা পাতার মূল্য ১০% কমে গেলো চা পাতার বিক্রি শতকরা কত বৃদ্ধি পেলে চা পাতা বাবদ সরকার শতকরা ৮টাকা বেশি কর পাবে? [বোর্ড বই]
ক. ৮% খ. ১০% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: গ

সমাধান: শুরুতে চা পাতার মূল্য = ১০০টাকা হলে সরকার কর পেতো এই ১০০ টাকার উপর। (এতে সরকারের প্রাপ্ত করের পরিমাণও ১০% কমে যাবে)
এখন মূল্য ১০% কমে গেলে নতুন মূল্য = ১০০-১০ = ৯০ টাকা। সুতরাং সরকারকে অতিরিক্ত ৮% কর পেতে হলে চা পাতা বিক্রি হতে হবে = (১০০+৮) = ১০৮টাকার।
∴ বিক্রি বৃদ্ধি পেতে হবে = ১০৮-৯০ = ১৮ টাকার। সুতরাং বিক্রি বৃদ্ধির শতকরা হার = $\frac{১৮}{৯০} \times ১০০ = ২০\%$ উত্তর: ২০%

নিজে করুন:

১৯১. দুধের মূল্য ২০% বৃদ্ধি পাওয়ায় কোনো পরিবারের দুধের ব্যবহার এমনভাবে কমানো হল যে দুধের জন্য ব্যয় পূর্বাপেক্ষা ৪% কম হল। ঐ পরিবারের দুধের ব্যবহার শতকরা কত কমানো হয়েছিল?
ক. ২০% খ. ৩০% গ. ২৫% ঘ. ৪০% উত্তর: ক

সমাধান: শুরুতে ১০০ হলে ২০% বেড়ে ১২০। এখন মোটের উপর ৪% কমা অর্থ সর্বশেষ ১০০-৪ = ৯৬ টাকা হওয়া। সুতরাং ২০% বাড়ানোর পর কমাতে হবে = ১২০-৯৬ = ২৪ টাকার খরচ। ১২০ এ ২৪ কমা অর্থ ৫ ভাগের ১ ভাগ বা ২০% কমানো।

(৭.গ) মূল্য হ্রাস পাওয়ায় অতিরিক্ত পণ্য পাওয়া গেলে:

এরকম প্রশ্নের ক্ষেত্রে মনে রাখবেন, অতিরিক্ত পণ্যের দাম = আগের দাম থেকে যত টাকা কম লাগে।

১৯২. গমের মূল্য ১৫% কমে যাওয়ায় ৬০০০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১ কুইন্টাল গম বেশি পাওয়া যায়। ১ কেজির বর্তমান মূল্য কত? [পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় বিভাগ(উপ আঞ্চলিক ব্যবস্থাপক)-২০১৩] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার)-২০২১]
ক. ১২ টাকা খ. ১৫ টাকা গ. ৯ টাকা ঘ. ১০ টাকা উত্তর: গ

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
১০০ টাকায় কমে = ১৫ টাকা ∴ ৬০০০ " " = $\frac{১৫ \times ৬০০০}{১০০}$ = ৯০০ টাকা আমরা জানি, ১ কুইন্টাল = ১০০ কেজি ১০০ কেজি এর মূল্য = ৯০০ টাকা ∴ ১ কেজি চালের দাম = $\frac{৯০০}{১০০}$ = ৯ টাকা।	১৫% দাম কমায় মোট টাকা সেভ হয় = ৬০০০ এর ১৫% = ৯০০ টাকা। সুতরাং প্রতি কেজির মূল্য = $\frac{৯০০}{১০০}$ = ৯ টাকা। এরকম প্রশ্নের ক্ষেত্রে মনে রাখবেন, দম কমার জন্য যে টাকা সেভ হয় সেই টাকা টা দিয়েই অতিরিক্ত পণ্য গুলো পাওয়া যায়।

নিজে করুন:

১৯৩. চালের মূল্য ১২% কমে যাওয়ায় ৬,০০০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১ কুইন্টাল চাল বেশি পাওয়া যায়। ১ কুইন্টাল চালের বর্তমান দাম কত?
ক. ৪০০ খ. ৫০০ গ. ৫৫০ ঘ. ৭২০ উত্তর: ঘ

১৯৪. কলমের দাম ১০ % হ্রাস পাওয়ায় ৫৪০ টাকায় পূর্বের তুলনায় ৯টি কলম বেশি পাওয়া যায়। প্রতিটি কলমের বর্তমান মূল্য কত? [Microcredit Regulatory Authority (AD)-2021]
ক. ৬ খ. ৬০ গ. ৪৫ ঘ. ৬ উত্তর: ঘ
[Hints: ৫৪০ এর ১০% = ৫৪÷ ৯ = ৬ টাকা]

১৯৫. আমের মূল্য ২০% কমে যাওয়ায় বর্তমানে ১২ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ২টি আম বেশি পাওয়া যায় । ৫০ টি আমের বর্তমান মূল্য কত? [সোনালী ব্যাংক লিমিটেড(অফিসার)-২০১৮]
ক. ৪০টাকা খ. ৫০টাকা গ. ৬০টাকা ঘ. ৯০টাকা উত্তর: গ
[Hints: ১২ এর ২০% = ২.৪ ÷ ২ = ১.২টাকা এরপর ৫০টির বর্তমান মূল্য = ১.২ টাকা × ৫০টি = ৬০ টাকা।]

১৯৬. কমলার মূল্য ২০% কমে যাওয়ায় বর্তমানে ৭৫ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ৫টি কমলা বেশি পাওয়া যায়। ১ ডজন কমলার বর্তমান মূল্য কত? [আইএফআইসি ব্যাংক(এমটিও)-২০১৭]
ক. ২৪ খ. ৩০ গ. ৩৬ ঘ. ৩২ উত্তর: গ

[Hints: ১টির বর্তমান মূল্য = ৭৫ এর ২০% = ১৫÷৫ = ৩টাকা এরপর ১ ডজনের মূল্য = ৩টাকা ×১২টি = ৩৬টাকা।]

১৯৭. চা পাতার উপর ১০% কমালে ২৫০০ টাকার পূর্বাপেক্ষা ৫০ কেজি চা পাতার কর বেশি দেয়া যায় । চা পাতার কর কত টাকা কমেছে? [বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ড (সহকারি ব্যবস্থাপক)- ২০১১]
ক. ১৮৫ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: খ
[Hints: এখানে কিন্তু প্রতি কেজির দাম বের করতে বলে নাই, বরং শুধু কর কত টাকা কমেছে? উত্তর: ২৫০০ এর ১০%=২৫০]

১৯৮. কমলার দাম ২৫% হ্রাস পাওয়ায় ৪৮০ টাকায় পূর্বের তুলনায় ২০টি কমলা বেশি পাওয়া যায়। প্রতিটি কমলার বর্তমান মূল্য এবং পূর্বমূল্য কত?
ক. ৬ এবং ৮ খ. ৬০ এবং ৮০ গ. ৪৫ এবং ৬০ ঘ. ৬ এবং ৪.৫ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
টাকা কম লাগে = ৪৮০ এর ২৫% = ১২০ টাকা। তাহলে ২০টির দাম ১২০ টাকা হলে ১টির দাম = ১২০÷২০ = ৬ টাকা এখন, ২৫ % হ্রাসে বর্তমান মূল্য ৭৫ টাকা হলে পূর্ব মূল্য = ১০০টাকা বর্তমান মূল্য ৬ টাকা হলে পূর্ব মূল্য = $\frac{১০০ \times ৬}{৭৫}$ = ৮ টাকা	৪৮০ এর ২৫% = ১২০ ÷২০ = ৬টাকা ৭৫% = ৬টাকা হলে ১০০% = ৮টাকা। উত্তর: ৬ টাকা এবং ৮টাকা। **Note:** শুরুতে থাকা মূল্য বা পূর্ব মূল্য =১০০% ছিল। ২৫% কমার পর নতুন মূল্য বা বর্তমান মূল্য = ৭৫%।

১৯৯. কলার দাম ২০% কমে যাওয়ায় ১২ টাকায় পূর্ব অপেক্ষা ২টি কলা বেশি পাওয়া গেলে বর্তমানে একটি কলার দাম কত টাকা? [৩৫তম বিসিএস] + [বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]+[রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] +[বাংলাদেশ পরমাণু কৃষি গবেষণা ইন্সটিটিউট (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর): ২০২১]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]
ক. ১.১০ টাকা খ. ১.২০ টাকা গ. ১.২৫ টাকা ঘ. ১.৫০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ১২ টাকা কলার দাম ২০% কমে যাওয়ায় টাকা সেভ হয় = ১২ এর ২০% = ১২× $\frac{২০}{১০০}$ = ২.৪ টাকা।
তাহলে এই সেভ হওয়া টাকা দিয়েই অতিরিক্ত ২টি কলা পাওয়া যায়, সুতরাং দুটি কলার বর্তমান দাম = ২.৪ টাকা।
তাহলে একটি কলার বর্তমান দাম হবে = (২.৪ ÷ ২) = ১.২ টাকা।
[**Note:** পূর্বমূল্য বের করতে বলা হলে ৮০% = ১.২ হলে কমার আগের ১০০% = ১.৫ টাকা হতো।]

নিজে করুন:

২০০. কাপড়ের দাম ১৫% কমে যাওয়ায় একজন লোক ১৩৬০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ৩ গজ কাপড় বেশি কিনতে পারে। প্রতিগজ কাপড়ের পূর্ব দাম ও বর্তমান দাম কত?
ক. ৪০, ২০ টাকা খ. ৫০, ৩০টাকা গ. ৮০, ৬৮টাকা ঘ. ২০, ৫০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: ১৫% কমে যাওয়ায় টাকা সেভ হয় বা কম লাগে = ১৩৬০ এর ১৫% = ১৩৬০× $\frac{১৫}{১০০}$ = ২০৪ টাকা।
যা দিয়ে অতিরিক্ত ৩ গজ কাপড় পাওয়া যায়। তাহলে ১ গজ কাপড়ের বর্তমান দাম হবে = ২০৪÷৩ = ৬৮ টাকা।
আবার ১ গজ কাপড়ের পূর্ব দাম বেশি ছিল, যা বর্তমানে ১৫% কমে ৬৮ টাকা। তাই আমরা লিখতে পারি
৮৫% = ৬৮ ∴১% = $\frac{৬৮}{৮৫}$ ∴ পূর্বমূল্য ১০০% = $\frac{৬৮ \times ১০০}{৮৫}$ = ৮০ টাকা। ∴পূর্বদাম ৮০ ও বর্তমান দাম ৬৮ টাকা।

নিজে করুন:

২০১.পেট্রোলের দাম ৪০% কমে যাওয়ায় বর্তমানে ১০০টাকায় পূর্বাপেক্ষা ৫ লিটার পেট্রোল বেশি পাওয়া যায়। প্রতি লিটার পেট্রোলের বর্তমান মূল্য এবং পূর্ব্য মূল্য কত? [১০ম বিসিএস(লিখিত)] উত্তর: প্রতি লিটারের বর্তমান মূল্য ৮টাকা ও পূর্বমূল্য ১৩$\frac{১}{৩}$ টাকা।

(৭.ঘ) মূল্য বৃদ্ধি পাওয়ায় পণ্য কম পাওয়া গেলে:

আগের নিয়মের মতই মূল্য কমে গেলে যত টাকা কম লাগে তা দিয়ে যেমন অতিরিক্ত পণ্য পাওয়া যায় তেমনি মূল্য বৃদ্ধির ফলে যত টাকা অতিরিক্ত লাগে তার কারণেই পণ্য কম পাওয়া যায়। তাই কম পাওয়া পণ্যের বর্তমান দাম ঐ অতিরিক্ত টাকা।

২০২. চালের মূল্য ২০% বৃদ্ধি পাওয়াতে ৭৫০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ৫ কেজি চাল কম পাওয়া গেল। ১ কেজি চালের পূর্বমূল্য কত ছিল? *[ঝাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]+[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ৪৫ খ. ৫০ গ. ২৫ ঘ. ৩৫ উত্তর: গ

বিস্তারিত সমাধান: (শুধু লিখিত পরীক্ষায় আসলে এভাবে করবেন)

২০% দাম বাড়ায় ৭৫০ টাকার চালের দাম বৃদ্ধি পেয়েছে = ৭৫০ এর ২০% বা ৫ ভাগের ১ ভাগ = ১৫০টাকা।
এখন এই ১৫০ টাকার জন্য ৫ কেজি চাল কম পাওয়া যায় তাই
৫ কেজি চালের মূল্য = ১৫০ হলে ১ কেজির মূল্য= ১৫০÷৫ = ৩০টাকা
২০% মূল্য বৃদ্ধি পাওয়ার পর
বর্তমান মূল্য ১২০ হলে পূর্ব মূল্য = ১০০ টাকা।
∴ " " ১ " " " = $\frac{১০০}{১২০}$
∴ " " ৩০ " " " = $\frac{১০০ \times ৩০}{১২০}$ = ২৫ টাকা।

মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:

৭৫০ এর ২০% = ১৫০ টাকা।
৫ কেজির বর্তমান মূল্য = ১৫০টাকা হলে ১ কেজির বর্তমান মূল্য = ১৫০÷৫ = ৩০
এরপর: ২০% বাড়ায় ১২০% = ৩০টাকা হলে বৃদ্ধি পাওয়ার আগে ছিল ১০০% = $\frac{৩০ \times ১০০}{১২০}$ = ২৫ টাকা
সুতরাং ১ কেজির বর্তমান মূল্য = ২৫ টাকা।

Note: মনে রাখুন, দাম ২০% বৃদ্ধি পেয়েছে অর্থ পূর্বমূল্য কম ছিল এবং বর্তমানে নতুন মূল্য বেশি

প্রমাণ: পূর্বমূল্য ২৫ টাকা কেজি দরে ৭৫০ টাকায় চাল পাওয়া যেত ৭৫০÷২৫ = ৩০ কেজি। ২০% দাম বেড়ে প্রতি কেজির বর্তমান মূল্য ২৫ টাকার ১২০% = ৩০ টাকা হওয়ায় ৭৫০ টাকায় পাওয়া যায় ৭৫০÷৩০ = ২৫ কেজি চাল। যা আগের ৩০ কেজি চালের থেকে ৫ কেজি কম।

নিজে করুন:

২০৩. চিনির মূল্য ৬% বেড়ে যাওয়ায় ১০৬০ টাকায় পূর্বে যত কেজি চিনি কেনা যেত, এখন তার চেয়ে ৩ কেজি চিনি কম কেনা যায়। চিনির বর্তমান মূল্য কেজি প্রতি কত? পূর্বে চিনির মূল্য কেজি প্রতি কত ছিল?

ক. ২১.২০ এবং ২০ খ. ২২ এবং ২১ গ. ১৯ এবং ২০ ঘ. ২২ এবং ২৩ উত্তর: ক

[Hints: মোট বেশি লাগে = ১০৬০ এর ৬% = ৬৩.৬ টাকা । যা ৩ কেজি অতিরিক্ত চিনির বর্তমান দাম, তাহলে ১ কেজির বর্তমান দাম = ৬৩.৬ ÷৩ = **২১.২ টাকা**। আবার: ১০৬% = ২১.২ হলে বৃদ্ধির আগের ১০০% = ২০টাকা। বাস্তবে ভাবুন এভাবে, বর্ধিত দাম ৬৩.৬ টাকা দিয়ে দিলে ৩ কেজি চিনি দিয়ে দিবে। যার অর্থ ঐ ৩ কেজির বর্তমান দাম ৬৩.৬]

২০৪. চিনির মূল্য ৬% বেড়ে যাওয়ায় ৭৯৫ টাকায় পূর্বে যত কেজি চিনি পাওয়া যেত, বর্তমানে তার চেয়ে ৩ কেজি চিনি কম পাওয়া যায়, চিনির বর্তমান দর প্রতি কেজি কত? *[মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহকারি শিক্ষক)- ২০০০]*

ক. ১৫ টাকা খ. ১৬ টাকা গ. ১৮ টাকা ঘ. ১৫.৯০ টাকা উত্তর: ঘ

[Hints: মোট বেশি লাগে = ৭৯৫ এর ৬% = ৪৭.৭ । যা ৩ কেজি অতিরিক্ত চিনির দাম, তাহলে ১ কেজি = ৪৭.৭÷৩ = **১৫.৯**]

পদ্ধতি-০৮: হ্রাস-বৃদ্ধির শতকরা

এ ধরণের প্রশ্নগুলো সমাধান করার জন্য নিম্নোক্ত সূত্রটি প্রয়োগ করা যায়।

[Increase – decrease = Shortcut Formula: $\left[+I - D + \frac{(+I)\times(-D)}{100}\right]$

[এখানে I দিয়ে Increase এবং বৃদ্ধি পেলে (+) আর D দিয়ে Decrease, হ্রাস পেলে (-) বোঝানো হয়েছে এবং শেষের উত্তরে (+) চিহ্ন আসলে বৃদ্ধি এবং (-) চিহ্ন আসলে হ্রাস বোঝাবে।]

(৮.ক) প্রথমে বৃদ্ধি পরেও বৃদ্ধি:

২০৫. ফেব্রুয়ারিতে একটি পণ্যের মূল্য জানুয়ারির মূল্যের চেয়ে ২০% বাড়ানো হলো। মার্চে ঐ পণ্যের মূল্য ফেব্রুয়ারির মূল্যের চেয়ে আরো ১৫% বাড়ানো হলো। মার্চে ঐ পণ্যের মূল্যের তুলনায় শতকরা কত বৃদ্ধি পেলো? *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০২০]*

ক. ৩৫% খ. ৩৮% গ. ৪২% ঘ. ৪৫% উত্তর: খ

সূত্র দিয়ে সমাধান: $+x+y+\frac{(+x)\times(+y)}{100}\% = ২০+১৫+\frac{(+২০)\times(+১৫)}{100}\% = (৩৫+৩)\% = +৩৮\%$ **(সব ধণাত্মক)**
সুতরাং জানুয়ারীর তুলনায় মার্চে ৩৮% মূল্য বৃদ্ধি পেয়েছে।

১০০ ধরে সমাধান: ধরি, জানুয়ারিতে পণ্যটির মূল্য ছিল = ১০০ টাকা
২০% বাড়ালে ফেব্রুয়ারিতে পণ্যটির নতুন মূল্য হবে = ১০০ এর ১২০% = ১২০ টাকা
আবার, ফেব্রুয়ারির মূল্যের চেয়ে মার্চের মূল্য আরও ১৫% বাড়ালে পণ্যটির সর্বশেষ মূল্য = ১২০ এর ১১৫% = ১৩৮ টাকা
∴ মার্চে ঐ পণ্যের মূল্য জানুয়ারির মূল্যের তুলনায় শতকরা বৃদ্ধি পাবে = (১৩৮ - ১০০) = ৩৮%

এখানে মূল পয়েন্ট টা হচ্ছে: প্রথমে ১০০ থেকে বেড়ে ১২০ হওয়ার পর ২য় বার ১৫% বাড়ছে আগের বর্ধিত ১২০ এর উপর।

২০৬. P = a×b হলে এবং a ও b উভয়কে একত্রে ১০% বৃদ্ধি করা হলে, P - এর মান শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[১৬ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯] + [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরোর (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*

ক. ১৫% খ. ২০% গ. ২১% ঘ. ২৫% উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, a = ১০ এবং b = ১০ ∴ P = a×b = ১০×১০ = ১০০
১০% বৃদ্ধিতে, a = ১০+ (১০ এর ১০%) = ১০+১ = ১১ এবং b = ১০+ (১০ এর ১০%) = ১০+১ = ১১
∴a×b = ১১×১১ = ১২১ সুতরাং P এর মান শতকরা বৃদ্ধি পাবে =(১২১-১০০) = **২১%**

আরো দ্রুত এ ধরণের দুবার বৃদ্ধি প্রাপ্ত যে কোন কিছুর সর্বশেষ মান বের করার জন্য নিচের টেবিলটি দেখুন।

সমপরিমাণে দু বার বৃদ্ধি পেলে		
প্রথম লাভ বা বৃদ্ধি	দ্বিতীয় লাভ বা বৃদ্ধি	মোট লাভ বা বৃদ্ধি
১০%	১০%	**২১%**
২০%	২০%	**৪৪%**
৩০%	৩০%	**৬৯%**
৪০%	৪০%	**৯৬%**
৫০%	৫০%	**১২৫%**

২০৭. আপনার মোবাইল ফোনের মাসিক বিল এসেছে ৪২০ টাকা। যদি ১ বছর পর ১০% বৃদ্ধি পায় এবং আরো ৬ মাস পর ২০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ১৮ মাস পর আপনার বিল কত হবে? *[৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*

ক. ৫৬০.২০ টাকা খ. ৫৫৪.৪০ টাকা গ. ৬২০.৬০ টাকা ঘ. ৭৩০.৮০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ১ বছর পর বিল = ৪২০ এর ১১০% = ৪২০ × $\frac{১১০}{১০০}$ = ৪৬২

পরের ৬ মাসের বিল ২০% বৃদ্ধি পেলে ১২+৬ = ১৮ মাস পর মোট বিল হবে ৪৬২ এর ১২০% = ৪৬২ × $\frac{১২০}{১০০}$ = **৫৫৪.৪০ টাকা**

Confusion Clear: সুদকষার অংকের মত ১২ মাসের সুদ ১০% এবং পরের ৬ মাসের সুদ ২০% এর অর্ধেক ১০% ধরে হিসেব হবে। এভাবে ভাবলে ভুল হবে। কারণ এখানে সুদের কথা না বলায় যান্ত্রিক বিষয়টি না ভেবে সরাসরি সাধারণ নিয়মে সমাধান হবে।

নিজে করুন: (ভিন্ন স্টাইলে দেখানো হলো)

২০৮. একজন ব্যবসায়ী তার প্রতি একক পণ্যের দাম ১৮% বৃদ্ধি করে এবং পুনরায় ২৫% বৃদ্ধি করে। তার মোট বৃদ্ধিকৃত দাম মূল দামের শতকরা কত অংশ? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]*

ক. ৩৩% খ. ৪৩% গ. ৪৭.৫% ঘ. ১৩৩% উত্তর : গ

[**Hints:** দুবার ই বৃদ্ধি তাই মোট বৃদ্ধি = ১৮ + (১১৮ এর ২৫%) [৪ ভাগের ১ ভাগ] = (১৮+২৯.৫)% = ৪৭.৫%]

(৮.খ) প্রথমে হ্রাস পরেও হ্রাস:

২০৯. একটি DVD এর দামের উপর ১০% বাট্টা দেওয়া হয় এবং পরবর্তী হ্রাসকৃত দামের উপর পুনরায় ১০% বাট্টা দেয়া হয়। মূল দামের উপর মোট বাট্টার পরিমাণ হলো-? *[ডাক বিভাগের (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৬]*

ক. ২০% খ. ১৯% গ. ১৮% ঘ. ১১% উত্তর: খ

সমাধান: প্রথমের মূল্য ১০০ হলে তা থেকে ১০ কমে ৯০ হয়। এরপর যে ১০% কমে তা এই হ্রাসকৃত ৯০ এর ১০% অর্থাৎ ৯ কমে তাহলে মোট কমলো = ১০+৯ = ১৯ বা ১৯% [এখানে ৯০-৯ = ৮১ বের করে আবার ১০০-৮১ = ১৯% করলেও একই উত্তর]

সমপরিমানে দুবার হ্রাস পেলে বা ক্ষতি হলে		
প্রথম হ্রাস বা ক্ষতি	দ্বিতীয় হ্রাস বা ক্ষতি	মোট হ্রাস বা ক্ষতি
১০%	১০%	১৯%
২০%	২০%	৩৬%
৩০%	৩০%	৫১%
৫০%	৫০%	৭৫%

২১০. একটি পণ্যের উপর ২০% করে দুবার ছাড় একেবারে শতকরা কত ছাড়ের সমান?

ক. ৪০% খ. ২৪% গ. ৪৪% ঘ. ৩৬% উত্তর: ঘ

সমাধান:

২০% করে দুবার দেখলেই মুখস্থ ৪৪% বলা যাবে না। কারণ দু'বার বৃদ্ধি পেলে ৪৪% হয়। কিন্তু এখানে ছাড়ের ক্ষেত্রে ৪৪% হবে না বরং কম হবে। কারণ হলো যখন প্রথমবার ১০০ থেকে ২০% ছাড় দিয়ে ১০০-২০ = ৮০ হয় ২য় বার ছাড় দেয়ার সময় এই ৮০ এর ২০% = ১৬ ছাড় দেয়া হয়। তাই মোট ছাড়ের পরিমাণ = ২০+১৬ = ৩৬% । আবার যদি বলতো ছাড় দিয়ে কত টাকা মূল্য দাঁড়ায়। তখন ১০০- ৩৬ = ৬৪ টাকা হতো। কখন কোনটা হবে মাথা খাঁটাতে পারতে হবে।

২১১. একটি পণ্যের দাম ২০% ছাড় দেয়া হল। পুণরায় হ্রাসকৃত মুল্যের ৫% ছাড় দেয়া হলে মোটের উপর কত ছাড় দেয়া হলো? *[RAKUB (SO)- 2010]*

ক. ২৫% খ. ২৪% গ. ২৪.৫% ঘ. ২৩.৫% উত্তর: খ

সমাধান: সূত্রানুযায়ী: $-I - D + \frac{(-I)\times(-D)}{১০০} = -২০-৫+\frac{(-২০)\times(-৫)}{১০০} = -২৫+১ = -২৪\%$ [ঋণাত্মক তাই হ্রাস পাবে]

মুখে মুখে: প্রথমে ২০ ছাড় দিয়ে ৮০ হলে পরে ৮০ এর ৫% = ৪ ছাড় দেয়। তাহলে মোট ছাড় = ২০+৪ = ২৪%।

২১২. একটি বইয়ের মূল্য ১০০ টাকা। বিক্রয়ের সুবিধার্থে বইটির মূল্য ১০% হ্রাস করা হলো। তিন মাস পর বইটির নতুন মূল্যের উপর আরো ৬% ছাড় দিয়ে বইটি বিক্রয় করা হলো। বইটি কত টাকায় বিক্রয় হলো? *[দূর্নীতি দমন কমিশনের (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০১০]*

ক. ৮৪.৫ খ. ৮৪.৬ গ. ৮৪ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: (এখানে কিন্তু মোট ছাড় চায় নি, বরাং ছাড় দেয়ার পর বিক্রয়মূল্য জানতে চাওয়া হয়েছে)

১০০ থেকে ১০% হ্রাস করার পর মূল্য = ৯০ টাকা এবং এরপর এই ৯০ এর ৬% বা ৫.৪ টাকা ছাড় দিলে বইটির বিক্রয়মূল্য হবে = ৯০- ৫.৪ = ৮৪.৬ টাকা। [মোট ছাড় = ১০+৫.৪ = ১৫.৪ বের করে ১০০-১৫.৪ = ৮৪.৬ করলেও একই

নিজে করুন:

২১৩. প্রথমে ২০% ছাড় দেয়ার পর ২৫% ছাড় দিলে একেবারে শতকরা কত ছাড়ের সমান?

ক. ৪৫% খ. ৪০% গ. ৩৬% ঘ. ৩০% উত্তর: খ

[**Hints:** ২০ + (৮০ এর ২৫%) = ২০+ ২০ = ৪০%]

২১৪. ৩০% ছাড় দেয়ার পর আবার ১০% ছাড় দিলে একেবারে শতকরা কত % ছাড়ের সমান হবে?

ক. ৩০% খ .৩৩% গ. ৩৫% ঘ. ৩৭% উত্তর: ঘ

[**Hints:** ৩০ + (৭০ এর ১০%) = ৩০+৭ = ৩৭% । ভুল করে আবার ৩০ + (৩০ এর ১০%) = ৩০+৩ = ৩৩% বের করে থ উত্তর দিয়েন না। কারণ প্রথম বার ছাড় দেয়ার পর যে টাকা থাকে তার উপর ২য় বার ছাড় হয়। ছাড় দেয়া টাকায় ছাড় হয় না]

(৮.গ) প্রথমে হ্রাস এরপর বৃদ্ধি:

২১৫. একজন ব্যক্তির বেতন ৫% কমেছে । কিন্তু এক বছর পর তা আবার ৫% বেড়েছে। মোটের উপর তার বেতন শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পেয়েছে? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি: (মানসিক দক্ষতা)]*

(ক) ০.৫% বেড়েছে (খ) ০.২৫% বেড়েছে (গ) ০.২৫% কমেছে (ঘ) ০.৫% কমেছে উত্তর: গ

সূত্র দিয়ে সমাধান:	সূত্র থেকেই শর্টকাট
$+x-y+\frac{(+x)\times(-y)}{১০০}\% = ৫-৫+\frac{(+৫)\times(-৫)}{১০০}\% = \frac{-২৫}{১০০}\% = -০.২৫\%$ সুতরাং তার বেতন **০.২৫% কমবে।**	পাশের সূত্র থেকেই সুপার শর্টকাট: +৫-৫- (০.৫×০.৫) = -০.২৫% কমে।
মুখে মুখে: ধরি, প্রথমে ছিল ১০০ এরপর ৫% কমে হয়েছে ৯৫ এরপর এই ৯৫ এর ৫% = ৪.৭৫ বাড়লে হবে ৯৫+৪.৭৫ = ৯৯.৭৫ । তাহলে মোটের উপর কমলো: (১০০-৯৯.৭৫) = ০.২৫%। উত্তর : ০.২৫% কমবে। [**Note:** এই নিয়মটা প্রয়োগ করা সহজ এবং দ্রুত উত্তর বের করার ক্ষেত্রে অনেক বেশি কার্যকরী।]	

২১৬. ২৫% দাম কমার পর ২০% দাম বাড়লে মোটের উপর শতকরা পরিবর্তন কত হবে? *[UC Bank MTO-2011]*

ক. ২০ খ. ১০ গ. ৩০ ঘ. ২০ উত্তর: খ

[**Hints:** ২৫% কমালে হবে ৭৫ তারপর ৭৫ থেকে ২০% বাড়ালে বাড়বে ১৫। কমার সময় কমলো ২৫ কিন্তু বাড়ার সময় বাড়লো ১৫ । তাহলে মোটের উপর কমবে = (২৫-১৫) % = ১০%]

২১৭. কোন এক কারখানায় কর্মীদের জনপ্রতি দৈনিক মজুরি ছিল ১০০ টাকা। মন্দার কারণে তাদের দৈনিক মজুরি ৫০% কমানো হয়েছিল। সম্প্রতি দৈনিক মজুরি ৬০% বাড়ানো হয়েছে। বর্তমানে জনপ্রতি দৈনিক মজুরি কত ? *[BADC (AO)-2017]*

ক. ১৬০ খ. ১১০ গ. ৮০ ঘ. ৬০ উত্তর: গ

সমাধান:

১০০ টাকা থেকে ৫০% মজুরি কমালে নতুন মজুরি = ১০০-৫০ = ৫০ টাকা।

এখন এই ৫০ টাকার ৬০% বা ৩০ টাকা বাড়লে নতুন মজুরি হবে = (৫০+৩০) = ৮০ টাকা।

নিজে করুন:

২১৮. একটি পণ্যের মূল্য ২০% কমার পর ২০% বৃদ্ধি পেলে মোটের উপর শতকরা কত কমবে বা বাড়বে?

ক. ৪% বাড়বে খ. ৪% কমবে গ. ৪৪ % বাড়বে ঘ. একই থাকবে উত্তর: খ

[**Hints:** ১০০ থেকে ১০০-২০ = ৮০ এরপর ৮০ থেকে ৮০ এর ২০% = ১৬ টাকা বৃদ্ধি পেলে নতুন দাম = ৮০+১৬ = ৯৬টাকা। তাহলে মোটের উপর কমবে = ১০০-৯৬ = ৪ টাকা বা ৪%। **এক লাইনে:** -২০+(৮০ এর ২০%) = -৪%

২১৯. একটি পণ্যের মূল্য ২০% কমার পর ১০% বৃদ্ধি পেলে মোটের উপর শতকরা কত কমবে বা বাড়বে?

ক. ১০% বাড়বে খ. ১০% কমবে গ. ১২% বাড়বে ঘ. ১২% কমবে উত্তর: ঘ

[**Hints:** এক লাইনে: -২০+(৮০ এর ১০%) =-২০+৮ = -১২% অর্থাৎ ১২% কমবে।]

(৮.ঘ) প্রথমে বৃদ্ধি এরপর হ্রাস :

এই নিয়মের প্রশ্নগুলো সবথেকে বেশি আসে। কিন্তু নিয়ম বা অংক কমন পাওয়ার জন্য নয় বরং সামগ্রিক বিষয়টা বুঝতে হবে।

২২০. কোন কর্মকর্তার বেতন একমাসে ১০% বৃদ্ধি পেল, আবার পরবর্তী মাসে তার বেতন ১০% কমে গেল। এতে ওই কর্মকর্তার মূল বেতনের কি পরিবর্তন হলো? *[BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০২০]+[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ১% কমলো খ. ১% বাড়লো গ. ১০% বাড়লো ঘ. পরিবর্তন হবে না উত্তর: ক

সূত্র দিয়ে সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে:
$+x-y\pm\frac{(+x)\times(-y)}{১০০}\%=১০-১০\pm\frac{(১০)\times(-১০)}{১০০}\%=-১\%$ সুতরাং ১% কমবে। অন্য অংকগুলোতে এই সূত্র নিজে প্রয়োগ করুন	১০-(১১০ এর ১০%) = ১০-১১ = -১ % অর্থাৎ ১ % কমবে। নিচের শর্টকাটি ই কম কথায় এভাবে দ্রুত উত্তর বের করা যায়।

মুখে মুখে: ধরি, প্রথমে বেতন ছিল ১০০টাকা। এরপর ১০% বৃদ্ধি পেয়ে নতুন বেতন = ১০০+১০ = ১১০ টাকা।
এখন শেষে ১০% কমার সময় সর্বশেষ ১১০ এর ১০% = ১১টাকা কমে হবে = ১১০-১১ = ৯৯টাকা।
যা প্রথমের ১০০ টাকার থেকে কম = ১০০-৯৯ = ১টাকা বা ১% কম।

২২১.একজন ব্যাবসায়ী তার পণ্যের দাম ২০% বাড়িয়ে দিলেন, এতে তার বিক্রি কমে যাওয়ায় তিনি ২০% দাম কমিয়ে দিলেন। এতে তার প্রথম মূল্যের তুলনায় দাম কতটুকু কমলো বা বাড়লো?

ক. ৪% খ. ৫% গ. ৭% ঘ. ৯% উত্তর: ক

সমাধান:

ভুল ভাবনা: ২০% বাড়ার পর ২০% কমালে, দাম ঠিকই থাকবে,বাড়বেও না কমবেও না। এভাবে ভাবলে ভুল হবে।

লক্ষ্য করুন, যখন প্রথমবার ২০% দাম বাড়ানো হয়েছে তখন ১০০ টাকার পণ্যের দাম ১২০ টাকা হয়েছে। কিন্তু দ্বিতীয়বার যখন কমানো হয়েছে তখন ২০ টাকা কমানো হয় নি বরং ২০% কমানো হয়েছে, আর এই ২০% হলো ১২০ এর ২০%। এখানে ১২০ এর ২০% এর মান হলো= ২৪ তাই ১২০ থেকে ২৪ টাকা কমালে বর্তমান দাম হয়ে যাবে ১২০-২৪ = ৯৬ । যা প্রথম দাম ১০০ টাকার থেকে ৪ টাকা কম। তাই উত্তর হবে ৪% কমলো।

Shortcut: ২০ - (১২০ এর ২০%) = ২০-২৪ = -৪% অর্থাৎ ৪% কমবে। (প্রথমের ২০ বাড়ার পর ১২০ থেকে ২০% কমে)
Super Shortcut: প্রথমে x% হারে বাড়ার পর x% হারে কমলে মোটের উপর x এর x% কমবে।
তাই এখানে মোটের উপর কমবে = ২০ এর ২০% = ৪%

২২২. বাসের ভাড়া ২৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় যাত্রীসংখ্যা ২৫% কমে গেল। এর ফলে বাস মালিকের আয়ের শতকরা পরিবর্তন কত হবে?

ক. ৬.৩৫% খ. ৫.২৫% গ. ৬.২৫% ঘ. ৬.২৩% উত্তর: গ

সমাধান:

শুরুতে জনপ্রতি ভাড়া = ১০০টাকা এবং যাত্রী সংখ্যা = ১০০ জন। হলে মোট আয় = ১০০×১০০ = ১০০০০ টাকা।
এখন জনপ্রতি নতুন ভাড়া = ১২৫ টাকা এবং যাত্রী সংখ্যা = ৭৫জন । সুতরাং মোট আয় = ১২৫×৭৫ = ৯৩৭৫টাকা

আয় কমলো = ১০০০০-৯৩৭৫ = ৬২৫ টাকা। শতকরা কমলো = $\frac{৬২৫\times১০০}{১০০০০}\%=৬.২৫\%$

মুখে মুখে: ১০০ থেকে ২৫% বেড়ে ১২৫ এরপর সেই ১২৫ এর ২৫% = ৩১.২৫ কমলে নতুন আয় = ১২৫-৩১.২৫ = ৯৩.৭৫
সুতরাং মোটের উপর কমবে = (১০০-৯৩.৭৫) = ৬.২৫ টাকা বা ৬.২৫%
সুপার শর্টকাট: +২৫-২৫- (২৫ এর ২৫%) = -৬.২৫% অর্থাৎ ৬.২৫% কমবে। **[হ্রাস বৃদ্ধির সূত্র কম কথায়]**

নিজে করুন:

২২৩. পানির উপর ৩০% কর বাড়ানো হলে একটি পরিবার এর ব্যবহার ৩০% কমিয়ে দিল। ঐ পরিবারের জন্য পানির খরচ শতকরা কত কমল বা বাড়ল? *[NSI-(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ৯% বাড়লো খ. ৭.৭৫% কমলো গ. ৯% কমলো ঘ. ৮.২৫%বাড়লো উত্তর: গ

সমাধান: ৩০% - ৩০% + $\frac{(৩০\%)\times(-৩০\%)}{১০০\%}=-৯\%$ ∴৯ % কমলো। সুপার শর্টকাট: ৩০ এর ৩০% = ৯% কমবে।

২২৪. ১ বছর পর একটি শহরের জনসংখ্যার ২০% বৃদ্ধি পায় এবং পরবর্তী বছরে ১০% হ্রাস পায়। দুই বছরে মোট জনসংখ্যার কত % বৃদ্ধি পায়? *[DBBL -2015]*

ক. ৮ খ. ১০ গ. ১৫ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: সূত্র ছাড়াই এভাবে ভাবুন, প্রথমে ২০% বাড়ার অর্থ ১০০ থেকে ১২০ হয়েছে, এখন পরবর্তী বছরে ১২০ থেকে ১০% কমেছে অর্থাৎ এই ১২০ এর ১০% = ১২ কমেছে তাহলে বর্তমানে হল ১২০-১২ = ১০৮ এই ১০৮ হল প্রথম বছরের ১০০ থেকে ১০৮-১০০ = ৮ বেশি। তাই মোটের উপর ৮% বেড়েছে।

নিজে করুন:

২২৫. একটি পণ্যের দাম প্রথমে ৪০% বাড়ানো হলো; তারপর ১০% কমানো হলে মোটের উপর কত % বাড়লো? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ২৫% খ. ২৬% গ. ২৭% ঘ. ২৮% উত্তর: খ

(৮.ঙ) হ্রাস-বৃদ্ধি থেকে অনুপাত:

২২৬. জ্বালানী তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পাওয়ায় বাসের টিকিটের মূল্যও একই হারে বৃদ্ধি পেল। পুরোনো ও নতুন বাস ভাড়ার অনুপাত কত? *[মহাহিসাব নিরীক্ষক নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ের অধীন (অডিটিং পরীক্ষা)-২০১৫]*

ক. ৪:১ খ. ৫:২ গ. ২:৫ ঘ. ৪:৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে পূর্বমূল্য: বর্তমান মূল্য = ১০০ : (১০০+২৫) = ১০০:১২৫ = ৪ : ৫। [মোটের উপর বৃদ্ধির কোন কথা বলা নেই]

২২৭. তেলের মূল্য ২০% হ্রাস পাওয়ায় এক পরিবারে তেলের ব্যবহার ২০% বৃদ্ধি পায়। নতুন খরচ ও পূর্বের খরচের অনুপাত কত?

ক. ২৩:২৫ খ. ২৪:৪৫ গ. ২৪:২৩ ঘ. ২৪:২৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: শুরুর খরচ = ১০০ হলে ২০% হ্রাস পেয়ে ৮০ এবং আবার ২০% বৃদ্ধি পেলে ৮০ + ৮০ এর ২০% = ৮০+১৬ = ৯৬ হবে। সুতরাং নতুন খরচ এবং পূর্বের খরচের অনুপাত হবে = ৯৬:১০০ = ২৪ :২৫।

[**Be Careful:** মুখস্থ ১০০:৯৬ = ২৫:২৪ বের করবেন তো আপনি প্রশ্নটা মনযোগ দিয়ে রিডিং পড়েন ই না।]

(৮.চ) জ্যামিতি সম্পর্কিত শতকরার হ্রাস-বৃদ্ধি:

২২৮. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গমিটার। এই ক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু ১০% বৃদ্ধি করা হলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত ভাগ বৃদ্ধি পাবে? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণা: (কারা তত্ত্বাবধায়ক)- ২০১০]*

ক. ২১% খ. ২২% গ. ২৫% ঘ. ২৬% উত্তর: ক

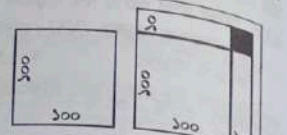
লিখিত সমাধান: (প্রথমেই বলে রাখি, এত সহজ প্রশ্ন সাধারণত কোন লিখিত পরীক্ষায় আসে না।)
তবুও বোঝার সুবিধার্থে লিখিত সমাধান দেয়া হল। একটি সমাধান ভালোভাবে বুঝে অন্যগুলো নিজে করার চেষ্টা করুন।
ধরি, বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ১০০ সে.মি তাহলে বর্গ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০,০০০ বর্গ সে.মি
আবার ১০% বৃদ্ধি পাওয়ার পর বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য হবে ১১০ এবং নতুন ক্ষেত্রফল = ১১০×১১০ = ১২১০০

নতুন ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেয়েছে = (১২১০০- ১০০০০) = ২১০০, সুতরাং শতকরা বৃদ্ধির হার = $\frac{২১০০\times১০০}{১০০০০}\%=২১\%$

জ্যামিতির ক্ষেত্রে % এর হ্রাস-বৃদ্ধির লজিক: সাধারণত বর্গ, আয়ত ও বৃত্তের এক বাহু অথবা ব্যাস/ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি বা হ্রাস পেলে তার ক্ষেত্রফলের উপর প্রভাব হিসেব করতে গেলে দুবার হ্রাস বৃদ্ধির মতই হিসেব করতে হয়। কারণ বর্গ বা আয়ত বা বৃত্তের ক্ষেত্রফল বের করার ক্ষেত্রে (বাহু)^২ বা দুবার গুণের সম্পর্ক। এক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ উভয় ১০০ ধরে হিসেব করলে সঠিক উত্তর আসবে।

বিষয়টা প্রাকটিকালি বুঝুন:

প্রথম চিত্রটিতে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুটিই ১০০ করে।
কিন্তু ২য় চিত্রে উপরে সেই ১০০ এর ১০% = ১০ এবং পাশে ১০০ এর ১০% = ১০
করে মোট ১০+১০ = ২০ বেড়েছে। কিন্তু কালো অংশটি কি?
কালো অংশটি হলো, প্রথমে যে কোন একপাশে যে ১০ বেড়েছে তারই ১০% বা ১।
তাহলে মোটের উপর বাড়বে = ১০+১০ + (১০ এর ১০%) = ১০+১০+১ = ২১%



মুখে মুখে: যেহেতু বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেকটি বাহুই সমান। তাই বর্গক্ষেত্রের সময় দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আলাদাভাবে না বলে একবারই এক বাহু বলা হয়েছে। কিন্তু আমাদের অংক করার সুবিধার্থে দু বাহু ধরে অংকটি সমাধান করতে হবে।

সূত্রানুযায়ী সমাধান: $+১০+১০+\frac{(+১০)(+১০)}{১০০}$ (এক বাহু ১০% বৃদ্ধি অর্থ দৈর্ঘ্য-প্রস্থ উভয়ে ১০% করে বৃদ্ধি, তাই কোন (-) নেই)

$= ২০+১ = ২১\%$ উত্তর: ২১% অর্থাৎ মোটের উপর ক্ষেত্রফল ২১% বৃদ্ধি পাবে।

একই প্রশ্ন একটু ভিন্নভাবে:

২২৯. একটি বর্গাকার জমির এক পার্শ্ব মাপার সময় ভুলে দৈর্ঘ্যে ১০ শতাংশ বেশি মাপা হয়। ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রে ভুলের পরিমাণ কত শতাংশ? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ১০% খ. ১০.২৫% গ. ২১% ঘ. ২৫% উত্তর: গ

২৩০. একটি বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪০% করে বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কতটুকু বৃদ্ধি পাবে? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ৯৬% খ. ৮০% গ. ৬৯% ঘ. ৪০% উত্তর: ক

[Hints: প্রথমে ১০০ থেকে ৪০ বাড়ালে হয় ১৪০ এরপর ১৪০ এর ৪০% বা ৫৬ বাড়ালে মোট বাড়বে = ৪০+৫৬ = ৯৬%]

নিজে করুন:

২৩১. একটি বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৪০% ও ৩০% বৃদ্ধি করা হলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

ক. ৪২% খ. ৩২% গ. ৬৫% ঘ. ৮২% উত্তর: ঘ

[Hints: ৪০+৩০+ (৪০ এর ৩০%) = ৪০+৩০+১২ = ৮২%]

২৩২. একটি বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৩০% ও ২০% বাড়ানো হল। নতুন তৈরি আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল, মূল বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল থেকে শতকরা কত বেশি? *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*

ক. ৭২% খ. ৬০% গ. ৫৬% ঘ. ৪৪% উত্তর: গ

[Hints: প্রথমে ৩০% বাড়ালে ১০০+৩০ = ১৩০ হয় এরপর ১৩০ এর ২০% = ২৬ বাড়ালে মোটে বাড়বে ৩০+২৬ = ৫৬%]

২৩৩. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধি ও প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হলে, ক্ষেত্রফলের শতকরা কত পরিবর্তন হবে? *[পল্লী উন্নয়ন সমবিভা (উপ আঞ্চলিক ব্যব)-২০১৩]*

ক. ৮%বৃদ্ধি খ. ৬%বৃদ্ধি গ. ৯%বৃদ্ধি ঘ. কোনটাই না উত্তর: ক

Note: আয়তক্ষেত্র বলায় দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বড় ছোট করা দরকার মনে হলেও ১০০ ও ৫০ ধরে হিসেব করলে যে উত্তর আসবে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ১০০ ধরে করলেও একই উত্তর আসবে। যেহেতু এরকম প্রশ্নগুলোতে ১০০ ধরে করলে মুখে মুখে উত্তর বের করা যায় তাই ১০০ ধরে করাই উত্তম।

মুখে মুখে সমাধান: যেহেতু এই অংকে কোন মোট সংখ্যা দেয়া নেই। তাই প্রথমে ধরি, আয়তের দৈর্ঘ্য ১০০ ছিল তা থেকে প্রথমে ২০% বৃদ্ধি পেয়ে হল ১২০ এখন এই ১২০ থেকে ১০% কমে যাওয়ার অর্থ মোট ১২ কমে যাওয়া। তাহলে বাড়ার সময় বাড়লো ২০ এবং কমার সময় ১২ কমলো তাহলে মোটে বাড়লো = ২০-১২ = ৮%।

বর্গ আর বৃত্তের নিয়ম একই: কারণ বর্গের ক্ষেত্রফল = (বাহু)^২ আবার বৃত্তের ক্ষেত্রফল = (ব্যাসার্ধ)^২ হয়।

২৩৪. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ শতকরা ১০% বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব করণিক)-২০১৮]*

ক. ১০% খ. ১৬.৫% গ. ২১% ঘ. ৫% উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, প্রথমে ছোট বৃত্তের বাসার্ধ = ১০০

∴ ছোট বৃত্তটির ক্ষেত্রফল = $\pi(১০০)^২ = ১০০০০\pi$

১০% বৃদ্ধির পর নতুন ব্যাসার্ধ = ১০০+১০ = ১১০

নতুন বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi(১১০)^২ = ১২১০০\pi$

সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেয়েছে = = ১২১০০π - ১০০০০π = ২১০০π ∴ বৃদ্ধির শতকরা হার = $\frac{২১০০\pi \times ১০০}{১০০০০\pi}$ = ২১%

মুখে মুখে: বৃত্তের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ কমা বা বাড়ার কথা বলা হলে তা বর্গের মত হয়। অর্থাৎ ১ বার বাড়া অর্থই ২ বার বাড়া। তাহলে এখানে প্রথমে ১০% বাড়লে ১০০ থেকে হবে ১০০+১০ = ১১০ এবং পরবর্তীতে ১১০ এর উপর ১০% বাড়লে হবে ১১০+(১১০ এর ১০%) = ১১০+১১ = ১২১। মোটের উপর বাড়লো ১২১-১০০ = ২১%।

নিজে করুন:

২৩৫. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ শতকরা ৫০% বৃদ্ধি করলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

ক. ১১০% খ. ১১১% গ. ১২২% ঘ. ১২৫% উত্তর: ঘ

২৩৬. কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি ২০% কমে, তবে উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত % কমবে? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ১০% খ. ২০% গ. ৩৬% ঘ. ৪০% উত্তর: গ

সমাধান : প্রথমবার ২০% কমলে ১০০ থেকে ৮০ হয়ে যাবে। আবার ২য় বার ৮০ এর ২০% কমলে কমবে ৮০ এর ২০% বা ১৬।
তাহলে মোটের উপর কমবে ২০+১৬ = ৩৬%

ঘুরিয়ে আসলে:

২৩৭. একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২১% বৃদ্ধি পেলে তার এক বাহুর দৈর্ঘ্য শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

ক. ৭% খ. ১০% গ. ১৪% ঘ. ২১% উত্তর: খ

সমাধান: হুবহু আগের প্রশ্নেরই বিপরীত। তাই করতেও হবে বিপরীত দিক থেকে যেমন:

ধরি, এক বাহু = ১০০ সুতরাং ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০,০০০।

এখন যেহেতু ক্ষেত্রফল ২১% বৃদ্ধি পেয়েছে তাই বৃদ্ধিপ্রাপ্ত নতুন ক্ষেত্রফল ১০০০০ + ১০০০০এর ২১% = ১২১০০,

নতুন ক্ষেত্রফল ১২১০০ হলে এক বাহুর দৈর্ঘ্য হবে = $\sqrt{১২১০০}$ = ১১০,

আগের দৈর্ঘ্য ১০০ ছিল তাই নতুন ক্ষেত্রফলের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়েছে ১১০-১০০ = ১০ উত্তর: ১০%

নিজে করুন:

২৩৮. একটি বর্গের ক্ষেত্রফল ৬৯% বৃদ্ধি করলে বাহু শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

ক. ১৩% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৯% উত্তর: গ

[Hints: প্রথমে এক বাহু ১০ করে হলে ক্ষেত্রফল = ১০০ এবং নতুন ক্ষেত্রফল = ১৬৯ নতুন বাহু = $\sqrt{১৬৯}$ = ১৩
বাহু বৃদ্ধি ১৩-১০ = ৩ যা শতকরায় ১০ এ ৩ হলে ১০০ তে = ৩০% বৃদ্ধি]

(৮. ছ) শতকরার হ্রাস-বৃদ্ধির চমৎকার ব্যবহার:

২৩৯. একজন পাইকারী ব্যবসায়ী ও খুচরা বিক্রেতা উভয়ে ২০% লাভে পণ্য বিক্রি করে। একটি শার্ট যার প্রাথমিক মূল্য ছিল ৪০০ টাকা, একজন ক্রেতা তা কত টাকায় কিনতে পারবে?

ক. ৪০০ খ. ৫৭৬ গ. ৫৫৫ ঘ. ৬০৮ উত্তর: খ

প্রথমে ৪০০ এর ২০% = ৮০ টাকা লাভে বিক্রয়মূল্য = ৪০০+৮০ = ৪৮০ টাকা। পরে, ৪৮০ এর ২০% = ৯৬ টাকা লাভে বিক্রয়মূল্য = ৪৮০+৯৬ = ৫৭৬টাকা।	অথবা, সরাসরি এক লাইনে, $৪০০ \times \frac{১২০}{১০০} \times \frac{১২০}{১০০} = ৫৭৬$

আরো শর্ট করে করার জন্য টেবিলের নিয়ম অনুযায়ী দুবার ২০% করে বাড়লে মোটে ৪৪% বাড়ে।
এখন সরাসরি, ৪০০ এর ১৪৪% = ৫৭৬। [এভাবে করতে থাকলে সময় সেভ হবে অনেক]

২৪৯. একটি বইয়ের মূল্য ২৫ টাকা। যা প্রকৃত মূল্যের ৮০%। বাকি মূল্য সরকারকে ভর্তুকি দিলে এর পরিমাণ কত ? *[PKB-(EO) - 2017]*

ক. ৪০ টাকা খ. ৪ টাকা গ. ৬.২৫ টাকা ঘ. ১০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: এখানে ৮০% = ২৫ টাকা হলে ১% = $\frac{২৫}{৮০}$ সুতরাং প্রকৃত মূল্য বা ১০০% = $\frac{২৫\times১০০}{৮০}$ = ৩১.২৫ টাকা।

সুতরাং সরকারকে ভর্তুকি দেয় = ৩১.২৫ - ২৫ = ৬.২৫ টাকা। (১০০% এর মানের বদলে সরাসরি ২০% = ৬.২৫ হয়।)

২৫০. একটি বইয়ের মূল্য ২৪ টাকা। এ মূল্য প্রকৃত মূল্যর ৮০%। বাকি মূল্য সরকার ভর্তুকি দিয়ে থাকেন। সরকার প্রতি বইয়ে কত টাকা ভর্তুকি দিয়ে থাকেন। *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯]*

ক. ৬.০০ টাকা খ. ১০.০০ টাকা গ. ১৫.০০ টাকা ঘ. ৩.০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: ৮০% মূল্য = ২৪ টাকা ∴ ভর্তুকির ২০% = ৬ টাকা। [প্রকৃত মূল্য ১০০% = ৩০টাকা বের করার প্রয়োজন নেই]

একটু ভিন্ন,

২৫১. একটি বই ৫% কমিশনে খরিদ করলে যত টাকা বই এর মূল্য হিসেবে দিতে হয়, ৬% কমিশনে খরিদ করলে বই এর মূল্য হিসেবে ১৫ টাকা আরো কম দিতে হয়। বইটির প্রকৃত মূল্য কত?

ক. ১০০০ খ. ১০০২ গ. ১০০৫ ঘ. ১৫০০ উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে ৫% কমিশন যখন ৬% হলো তখন কমিশনের হার বাড়লো ৬-৫=১%,

আবার এই ১% কমিশন বাড়ায় টাকা কম দিতে হয় ১৫ টাকা। তাহলে আমারা লিখতে পারি যে,

১% = ১৫ টাকা ∴১০০% = ১৫×১০০= ১৫০০টাকা। **উত্তর: ১৫০০টাকা**

নিজে করুন:

২৫২. একটি গণিতের বই প্রকৃত মূল্যের শতকরা ৮০ ভাগ মূল্যে ৬৪ টাকায় বিক্রয় হলে। বইটির প্রকৃত মূল্য কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহ)-২০২১]* **[Hints:** ৮০% = ৬৪ ∴১০০% =৮০]

ক. ৭২ খ. ৯৬ গ. ৮০ ঘ. ৯০ উত্তর: গ

২৫৩. একটি গণিত বই প্রকৃত মূল্যের শতকরা ৯০ ভাগ মূল্যে ৭২ টাকায় বিক্রয় হলো বইটিরর প্রকৃত মূল্য কত? *[প্রাথ: শিক্ষক -১৫]*

ক. ৭২ খ. ৯৬ গ. ৮০ ঘ. ৯০ উত্তর: গ

পদ্ধতি-১০: ভোট এবং জনসংখ্যার শতকরা

(১০.ক) ভোট সংক্রান্ত প্রশ্ন সমূহ:

ব্যাসিক বিষয়গুলো মনে রাখুন:

- মোট ভোটকে ১০০% দিয়ে প্রকাশ করা হয়।
- ভোটার লিস্টের ১০০% আর উপস্থিত ভোটের ১০০% একই বিষয় নয়।
- ভোট বাতিল হলে সেগুলো বাদ দিয়ে জয়ী-পরাজিত প্রার্থীর ভোট হিসেব করতে হবে।
- ভোটের ব্যবধান দেয়া থাকলে শতকরায় তাদের ব্যবধান বের করে হিসেব করা বেটার।

২৫৪. একটি ক্লাবের নির্বাচনে সব সদস্যই ভোট দিল। সুমন ২৫%, ফারুক ৩৫% এবং বাবু অবশিষ্ট ২০০ ভোট পেল। সুমন কত সংখ্যক ভোট পেল? *[খাদ্য অধিদপ্তর (খাদ্য পরিদর্শক)- ২০০৯]*

ক. ১২৫ খ. ১৩৫ গ. ১৫৫ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান:

মোট ভোট = ১০০% যা থেকে সুমন ও ফারুক মিলে পেয়েছে = (২৫+৩৫) % = ৬০%।

তাহলে বাবু পেয়েছে = (১০০-৬০) = ৪০% এখন ৪০% = ২০০ (৫গুণ) হলে সুমনের ২৫% = ১২৫ (৫গুণ)

২৫৫. একটি ভোটকেন্দ্রে উপস্থিত ভোটারদের ৫৫% ভোট পেয়ে একজন প্রার্থী নির্বাচিত হয়েছেন। তিনি তাঁর একমাত্র প্রতিদ্বন্দ্বী অপেক্ষা ১০,০০০ ভোট বেশি পেয়েছেন। ভোটকেন্দ্রে কতজন ভোটার উপস্থিত ছিল।

ক. ১০০০০০ খ. ২০০০০০ গ. ১৫০০০০ ঘ. ১৪২০০০ উত্তর: ক

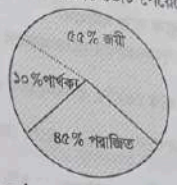
সমাধান: ("একমাত্র প্রতিদ্বন্দ্বী" যা থেকে বোঝা যায় যে ঐ ভোটকেন্দ্রে শুধু দুজন প্রার্থী ছিল।)

এখানে দুজনের মধ্যে জয়ী প্রার্থী পেয়েছে ৫৫% ভোট,তাহলে পরাজিত প্রার্থী অবশ্যই= ১০০% - ৫৫% =৪৫% ভোট পেয়েছে।

এখন জয়ী ও পরাজিত প্রার্থীর ভোটের ব্যবধান % এ হলো = ৫৫% - ৪৫% = ১০%

এখানে, ১০% = ১০,০০০ ∴১% = $\frac{১০০০০}{১০}$

∴১০০% = $\frac{১০০০০\times১০০}{১০}$ = ১,০০,০০০ (এক লক্ষ)



মুখে মুখে: শুধু প্রথমে % টা দেখেই পার্থক্যটা বুঝে নিবেন ১০%। তারপর যেহেতু ১০% = ১০,০০০ তাহলে ১০০% এর মান ১০ গুণ বেশী হবে, সেক্ষেত্রে ১০,০০০ এর পরে শুধু একটি অতিরিক্ত ০(শূন্য) লাগিয়ে দিলেই ১,০০,০০০ হবে।

২৫৬. একটি নির্বাচনে দুইজন প্রার্থী জামান এবং নোমান প্রতিদ্বন্দ্বিতা করল। জামান নির্বাচনে প্রদত্ত ভোটের ৪০% ভোট পেল। নোমান জামানের চেয়ে ২৯৮ ভোট বেশী পেয়ে নির্বাচনে জয়লাভ করলো। ঐ নির্বাচনে কতজন ভোট দিয়েছিল? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ১৪৯০ খ. ১৫২০ গ. ১৫৪০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: নির্বাচনে মোট ভোট = ১০০%।

জামান ৪০% পেলে নোমান পায় = (১০০-৪০)% = ৬০% এবং তাদের ভোটের পার্থক্য = (৬০-৪০)% = ২০%।

এখন ২০% = ২৯৮ হলে (উভয়েই ভোটের ব্যাবধান)

১০০% এর মান হবে ৫ গুণ বেশি। অর্থৎ ২৯৮×৫ = ১৪৯০ (৩০০ এর ৫ গুণ ১৫০০ থেকে (২×৫)= ১০ কম হবে।)

নিজে করুন:

২৫৭. একটি ভোট কেন্দ্রে উপস্থিত ভোটারদের ৬০% ভোট পেয়ে একজন প্রার্থী নির্বাচিত হয়েছেন। তিনি একমাত্র প্রতিদ্বন্দ্বী অপেক্ষা ৭৫০০ ভোট বেশি পেয়েছেন। ভোট কেন্দ্রে কতজন ভোটার উপস্থিত ছিল? *[ডিপ-সহ পরিচালক (দুদক)-২০১০]+ [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহশিক্ষক-২০১৪]*

ক. ২৫০০০ খ. ৩৭৫০০ গ. ৪২০০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

[Hints: (৬০-৪০) = ২০% = ৭৫০০ সুতরাং মোট উপস্থিত ভোটার ১০০% (২০% এর ৫গুণ) = ৭৫০০×৫ = ৩৭৫০০]

২৫৮. একটি নির্বাচনে একজন প্রার্থী ৮৪% ভোট পেয়ে ৪৭৬ টি অতিরিক্ত ভোটে নির্বাচিত হল। মোট ভোটের পরিমাণ কত? *[Janata Bank (EO)-2017 (Morning)]*

ক. ৬৭২ খ. ৭৪৯ গ. ৭০০ ঘ. ৮৪৮ উত্তর: গ

[Hints: পার্থক্য (৮৪-১৬) = ৬৮% এর মান = ৪৭৬ সুতরাং মোট ভোট ১০০% = ৭০০]

২৫৯. একটি নির্বাচনে A পেয়েছে মোট ভোটের ৩০% এবং B পেয়েছে অবশিষ্ট ভোটের ৬০%। অবশিষ্টরা ভোট দেয় নি। যদি A এর প্রাপ্ত ভোট এবং অনুপস্থিত ভোটারদের ভোটের ব্যাবধান ১২০০ জন হয়, তাহলে মোট ভোটার কত জন? *[Janata Bank (EO)-2017]*

ক. ১০,০০০ খ. ৪৫,০০০ গ. ৬০,০০০ ঘ. ৭২,০০০ উত্তর: গ

সমাধান:

প্রতিদ্বন্দী A পেয়েছে = ৩০%, সুতরাং অবশিষ্ট ভোট = (১০০-৩০) = ৭০%

প্রতিদ্বন্দী B পেয়েছে = (৭০ এর ৬০%) = ৪২%, সুতরাং ভোটার ভোট দেয়নি = (৭০-৪২)% = ২৮%

প্রতিদ্বন্দী A এবং ভোট না দেয়ার ব্যবধান = (৩০-২৮) % = ২%

এখন, ২% = ১২০০ হলে ১% = ৬০০। তাহলে ১০০% = ৬০০×১০০ = ৬০,০০০। **উত্তর: ৬০০০০ জন।**

২৬০. কোনো এক নির্বাচন কেন্দ্রে ভোট দাতাদের ৯৫% উপস্থিত ছিল। দুজন প্রার্থীর একজন উপস্থিত ভোটারের ৫৪% ভোট পাওয়ায় দেখা গেল যে, সে অপর প্রার্থী অপেক্ষা ১৫২ ভোট বেশি পেয়েছে। মোট ভোটার কত?

ক. ২০০০ খ. ৩০০০ গ. ৫০০০ ঘ. ৬০০০ উত্তর: ক

লক্ষ্য করুন: এখানে যে ৯৫% ভোটারের কথা বলা হয়েছে তা ছাড়াও ঐ কেন্দ্রে আরো ৫% ভোটার আছে। তাই প্রথমে উপস্থিত ভোটারের সংখ্যা বের করার পর মোট ভোটারের সংখ্যা বের করতে শতকরার শতকরার মত দু'বার হিসেব করতে হবে।

বুঝে বুঝে সমাধান:

দুজন প্রার্থীর মধ্যে একজন ৫৪% ভোট পাওয়ায় অন্যজন পেয়েছে = (১০০%-৫৪%) = ৪৬%

প্রাপ্ত ভোটের ব্যবধান হবে = ৫৪-৪৬ =৮% এখন ৮% = ১৫২টি $\therefore ১\% = \frac{১৫২}{৮}$ $\therefore ১০০\% = \frac{১৫২ \times ১০০}{৮} = ১৯০০$

এখানে এই ১৯০০ হলো মোট উপস্থিত ভোটার। যা মোট ভোটের ৯৫% তাহলে আমরা লিখতে পারি

৯৫% = ১৯০০ $\therefore ১\% = \frac{১৯০০}{৯৫}$ $\therefore ১০০\% = \frac{১৯০০ \times ১০০}{৯৫} = ২০০০$ ভোট। উত্তর: মোট ভোটার ২০০০ জন।

Shortcut: ধরি, মোট ভোটার = x জন

প্রশ্নমতে, x এর ৯৫% এর ৮% = ১৫২ তাহলে $x = ১৫২ \times \frac{১০০}{৯৫} \times \frac{১০০}{৮}$ $\therefore x = ২০০০$ জন।

২৬১. একটি নির্বাচনী এলাকায় মোট ভোটারের ৭৫% উপস্থিত ছিল। দুইজন প্রার্থীর একজন, উপস্থিত ভোটারদের ৫৫% ভোট পাওয়ায় দেখা গেল যে অপর প্রার্থী অপেক্ষা তিনি ৭৫,০০০ ভোট বেশী পেয়েছেন। ভোটারদের মোট সংখ্যা কত?

ক. ১ লক্ষ খ. ৬ লক্ষ গ. ৮ লক্ষ ঘ. ১০ লক্ষ উত্তর: ঘ

সমাধান: (আগের অংকটা থেকে শেখা গেছে যে ভেঙ্গে ভেঙ্গে বেশি লেখার থেকে x ধরে সমাধান করা সহজ)

ধরি, মোট ভোটারের সংখ্যা = x জন।

প্রশ্নমতে, x এর ৭৫% এর (৫৫-৪৫)% = ৭৫০০০ [১০০% থেকে উপস্থিত ৭৫% এরপর উপস্থিত ১০০% এ পার্থক্য ১০%]

$\Rightarrow x \times \frac{৭৫}{১০০} \times \frac{১০}{১০০} = ৭৫০০০$ $\therefore x = ৭৫০০০ \times \frac{১০০}{৭৫} \times \frac{১০০}{১০} = ১০,০০,০০০ = ১০$ লক্ষ।

নিজে করুন:

২৬২. একটি ভোট কেন্দ্রে ৪% ভোটার ভোটদান বিরত থাকেন। প্রার্থী দুইজনের মধ্যে যিনি মোট ভোটের ৫৫% পান, তিনি পরাজিত প্রার্থীর চেয়ে ৫৭৬ ভোট বেশী পান। কতজন ভোটার ভোট দিয়েছেন?

ক. ৪০০০ জন খ. ৪৫০০ জন গ. ৫০০০ জন ঘ. ৬০০০ জন উত্তর: ঘ

[Hints: মোট ভোটার x জন হলে, x এর ৯৬% এর ১০% = ৫৭৬ (এখানে ব্যবধান = ৫৫-৪৫ = ১০%)]

(১০.খ) জনসংখ্যা সংক্রান্ত প্রশ্ন :

২৬৩. একটি দেশের জনসংখ্যা ১৯৮০ হতে ২০১০ সালের মধ্যে প্রতি ১০ বছরে দ্বিগুণ হলে ঐ সময়ে জনসংখ্যা বৃদ্ধির শতকরা হার কত? [এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]

ক. ৩০০% খ. ৭০০% গ. ৮০০% ঘ. ১০০০% ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: মনে করি, ১৯৮০ সালে জনসংখ্যা ছিল x জন, তাহলে,

১৯৮০	১৯৯০	২০০০	২০১০
x	২x	৪x	৮x

$\therefore$ জনসংখ্যা বৃদ্ধি = ৮x - x = ৭x $\therefore$ জনসংখ্যা বৃদ্ধির শতকরা হার = $\frac{৭x}{x} \times ১০০\% = ৭০০\%$

২৬৪. কোন শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার শতকরা ২৫ জন হলে, ২ বছর পর শহরের জনসংখ্যা কত হবে? [BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]

ক. ৬২৫০০০ খ. ৬৫০০০০ গ. ৫৫০০০০ ঘ. ৫২০০০ উত্তর: ক

সমাধান:

১ বছর পর জনসংখ্যা = ৪০০০০০+ (৪০০০০০ এর ২৫%) = (৪০০০০০+১০০০০০) = ৫০০০০০ জন।

আবার ২য় বছর শেষে জনসংখ্যা = ৫০০০০০ + (৫০০০০০ এর ২৫%) = ৫০০০০০+১২৫০০০ = ৬২৫০০০ জন।

বিকল্প সমাধান: উপরের এই ২ লাইনের সমাধান এক লাইনে করা যায় এভাবে: [২-৩ বছরের জন্য এই নিয়মটা সহজ]

৪০০০০০ এর ১১০% এর ১১০% = $৪০০০০০ \times \frac{১১০}{১০০} \times \frac{১১০}{১০০} = ৬২৫০০০$ জন। [দু বছর তাই দু'বার গুণ]

বিকল্প সমাধান: উপরের এই ১ লাইনের সমাধানকে সূত্রাকারে লিখেও সমাধান করা যায় এভাবে (চক্রবৃদ্ধি সুদকষার সূত্রটিই)

বর্তমান জনসংখ্যা$\times(১+\frac{\text{হার}}{১০০})^{\text{বছর}}$, এখন সূত্রানুসারে $৪০০০০০ \times (১+\frac{১০}{১০০})^২ = ৪০০০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} = ৬২৫০০০$ জন।

মুখে মুখে: ২৫% অর্থ ৪ ভাগের ১ভাগ এখন ১ম বছর ৪ লক্ষ এর ৪ ভাগের ১ ভাগ ১ লক্ষ বাড়ার পর ২য় বছর ৪+১ = ৫ লক্ষ এর ৪ ভাগের ১ ভাগ ১ লক্ষ ২৫ হাজার বাড়বে। তাহলে মোট হবে = ৬ লক্ষ ২৫ হাজার।

২৬৫. কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৬৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন হলে, ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে? [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]

ক. ৬৭,২৪,০০০ জন খ. ৬৮,০০,০০০ জন গ. ৬৭,০০,০০০ জন ঘ. ৬৭,০০,২৪০ জন উত্তর: ক

সমাধান: জনসংখ্যা ১০০০ জনে ২৫ জন বৃদ্ধি পেলে ১০০ জনে বৃদ্ধি পাবে = $\frac{২৫ \times ১০০}{১০০০} = ২.৫$ জন বা ২.৫%।

এরপর আগের মতই ২ বছর পর জনসংখ্যা = ৬৪,০০,০০০ এর ১০২.৫% এর ১০২.৫% = ৬৭২৪০০০ জন।

নিজে করুন:

২৬৬. একটি গ্রামে বর্তমান জনসংখ্যা ২৫০০ জন। যদি প্রতি বছর জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার ১০% হয় তাহলে ২ বছর পর ঐ গ্রামের জনসংখ্যা কত হবে? [Hints: ২৫০০ এর ১১০% এর ১১০% = ?]

ক. ২৭৭৫ খ. ৩৭৭৫ গ. ৩০২৫ ঘ. ৩০০০ উত্তর: গ

২৬৭. একটি শহরে বর্তমানে ৩০০০০ জন লোক আছে। যদি প্রতি বছরে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার ৫% হয়, তাহলে ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে? [Hints: ৩০০০০ এর ১০৫% এর ১০৫% = ৩৩০৭৫ জন।]

ক. ৩৩০৭৫ খ. ৩৪০৭৫ গ. ৩৫০৭৬ ঘ. ৩৭০৭৫ উত্তর: ক

২৬৮. কোন গ্রামের জনসংখ্যা ৮% বৃদ্ধি পাওয়ায় ২১৬০০ জন হল। পূর্বে ঐ গ্রামের জনসংখ্যা কত ছিল?

ক. ১০,০০০ খ. ২০,০০০ গ. ৩০,০০০ ঘ. ৪০,০০০ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে ৮% বৃদ্ধি পাওয়ায় আগের যে ১০০% জনসংখ্যা ছিল তার সাথে এই অতিরিক্ত ৮% যোগ হয়ে ১০৮% হবে।

সুতরাং ১০৮% = ২১৬০০ জন। তাহলে পূর্বের জনসংখ্যা ১০০% = $\frac{২১৬০০ \times ১০০}{১০৮} = ২০০০০$ জন।

২৬৯. কোনো এক স্থানের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার ৫% এবং বর্তমান জনসংখ্যা ৩২৫৫ জন হলে এক বছর আগে ঐ স্থানের জনসংখ্যা কত ছিল? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]

ক. ২১০০ জন খ. ৩২০০ জন গ. ৩১০০ জন ঘ. ২৫০০ জন উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ১ বছর আগের জনসংখ্যা = x জন।

প্রশ্নমতে, x এর ১০৫% = ৩২৫৫ $\therefore x = \frac{৩২৫৫ \times ১০০}{১০৫} = ৩১০০$ জন। [২/৩ বছর হলেও এভাবেই সমীকরণ হবে]

নিজে করুন:

২৭০. একটি মহল্লার জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার ৫%। মহল্লার বর্তমান জনসংখ্যা ২২০৫ জন হলে এক বছর আগে জনসংখ্যা কত ছিল? [Hints: ১০৫% = ২২০৫]
(ডরমেট্রি মালিক/কারা তত্ত্বা:-১০)
ক. ১০০০জন খ. ২০০০জন গ. ২১০০জন ঘ.৩০০০জন উত্তর:গ

২৭১. একটি গ্রামের লোকসংখ্যা ১০% হারে বর্ধিত হয়ে ১৬৫০ জন হলে পূর্বের লোকসংখ্যা কত ছিল? [Hints: ১১০% = ১৬৫০]
ক. ১০০০জন খ. ১৫০০জন গ. ২১০০জন ঘ. ২২০০জন উত্তর: খ

২৭২.প্রতি বছর কোন শহরের লোকসংখ্যার ৭% জন্মগ্রহণ করে এবং ৩% মারা যায়। এক বছরে ঐ শহরে ৪০০ লোক বাড়লে ঐ শহরে মোট লোকসংখ্যা কত?
ক. ১০০০০জন খ. ২০০০০জন গ. ২৫০০০জন ঘ. ৩০০০০জন উত্তর: ক

[Hints: ৭% জন্মে ও ৩% মারা যায় অর্থাৎ প্রতি বছর ৪% বৃদ্ধি পায়, এই ৪% = ৪০০ কারণ ৪০০ জন বারে। এখন ১০০% = ?]

পদ্ধতি-১১ : সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

২৭৩. জুন মাসে প্রতি কেজি ফজলি ও প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম একই ছিল। জুলাই মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম ৪০% বৃদ্ধি পেল এবং প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম ২০% হ্রাস পেল। যদি জুলাই মাসে সমান পরিমাণ ফজলি ও ল্যাংড়া আমের মিশ্রণের প্রতি কেজির দাম ৭৭ টাকা হয়, জুন মাসে এক কেজি ল্যাংড়া আমের দাম কত টাকা ছিল? *[CGDF-(Auditor)-19]*
ক. ৭৭ খ. ৭৫ গ. ৭০ ঘ. ৬৬ উত্তর : গ

সমাধান: ধরি,
জুন মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম x টাকা সুতরাং প্রতিকেজি ল্যাংড়া আমের দামও x টাকা। (১০০ ধরেও করা যায়)
জুলাই মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম = x এর ১৪০% = ১.৪x
আবার জুলাই মাসে প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম = x এর ৮০% = ০.৮x টাকা
সুতরাং জুলাই মাজে (১কেজি ফজলি + ১ কেজি ল্যাংড়া আম) = ২কেজির মোট মূল্য = ১.৪x+০.৮x = ২.২x টাকা।
∴১ কেজির মূল্য গড়ে = ২.২x÷২ = ১.১x টাকা। (কারণ প্রশ্নে দেয়া ৭৭ হলো ১ কেজির মূল্য)
প্রশ্নমতে, ১.১x = ৭৭ [এখানে উভয় পাশেই ফজলি ও ল্যাংড়া আমের মিশ্রণ করে ১কেজির দাম যত হয় তা লেখা হয়েছে]
$\therefore x = \frac{৭৭}{১.১} = \frac{৭৭ \times ১০}{১১}$ = ৭০টাকা। সুতরাং জুন মাসে ১ কেজির ল্যাংড়া আমের দাম ছিল = ৭০ টাকা।

শুদ্ধি পরীক্ষা: (৭০ এর ১৪০% = ৯৮) + (৭০ এর ৮০% = ৫৬) = ১৫৪ তাহলে ১ কেজি = ১৫৪÷২ = ৭৭ টাকা।

২৭৪.একটি ক্লাসের n সংখ্যক ছাত্রের ৫০% বাংলা বিষয়ে পাশ করেছে। অন্য একটি ক্লাসের ১০০ জন ছাত্রের ৬০% বাংলা বিষয়ে পাশ করেছে। দুই ক্লাসের মোট ৫৫% ছাত্র বাংলা বিষয়ে পাশ করলে, দুই ক্লাসের মোট ছাত্র সংখ্যা কত? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*
ক. ৫০ খ. ১০০ গ. ১৫০ ঘ. ২০০ উত্তর: ঘ

সমাধান:
প্রশ্নমতে, n এর ৫০% + ১০০ এর ৬০% =(n+১০০) এর ৫৫% [দুটি ভিন্ন ক্লাসের বাংলায় পাশের যোগফল = বাংলায় মোট পাশ]
$\Rightarrow \frac{৫০n}{১০০} + ১০০ \times \frac{৬০}{১০০} = (n+১০০) \times \frac{৫৫}{১০০}$
$\Rightarrow ৫০n + ৬০০০ = ৫৫n + ৫৫০০$ [উভয়পক্ষকে ১০০ দ্বারা গুণ করে]
$\Rightarrow -৫n = -৫০০ \quad \therefore n = ১০০$ সুতরাং দুই ক্লাসের মোট ছাত্র = n+১০০ = ১০০+১০০ = ২০০ জন

মুখে মুখে: যেহেতু প্রথম ক্লাসের ৫০% এবং ২য় ক্লাসের ৬০% এর গড় ৫৫% । আবার দু ক্লাসের মিলে মোট পাশ ৫৫% তাই দু ক্লাসের ছাত্র সংখ্যা সমান হবে। এক ক্লাসে ১০০ থাকলে উভয় ক্লাস মিলে মোট ছাত্র = ২০০ জন।

২৭৫. কোন পরীক্ষায় একজন ছাত্র n সংখ্যক প্রশ্নের প্রথম ২০ টির মধ্যে ১৫টি প্রশ্নের শুদ্ধ উত্তর দেয়। বাকি প্রশ্নগুলোর $\frac{১}{৩}$ অংশের শুদ্ধ উত্তর দেয়। এভাবে যদি সে ৫০% প্রশ্নের শুদ্ধ উত্তর দিয়ে থাকে, তবে ঐ পরীক্ষায় প্রশ্নের সংখ্যা কত? *[১৩তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক) ২০ টি খ) ৩০ টি গ) ৪০ টি ঘ) ৫০টি উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রথম ২০ টির মধ্যে সে ১৫ টি শুদ্ধ উত্তর দেয় প্রথম ২০ টি বাদে অবশিষ্ট প্রশ্ন (n - ২০) টি
প্রশ্নমতে, $১৫ + \frac{১}{৩}(n-২০) = n$ এর ৫০% [প্রথম ২০টির মধ্যে ১৫টি + অবশিষ্টগুলোর মধ্যে ১/৩ শুদ্ধ = মোটের ৫০%]
$\Rightarrow ১৫ + \frac{n}{৩} - \frac{২০}{৩} = \frac{n}{২} \Rightarrow ১৫ - \frac{২০}{৩} = \frac{n}{২} - \frac{n}{৩} \Rightarrow \frac{৪৫-২০}{৩} = \frac{৩n-২n}{৬} \quad \therefore n = \frac{২৫ \times ৬}{৩} = ৫০$

নিজে করুন:

২৭৬. বার্ষিক পরীক্ষায় একটি ছাত্র মোট ক সংখ্যক প্রশ্নের প্রথম ২০টি মধ্যে ১৫টি নির্ভুল উত্তর দিল। বাকী যা প্রশ্ন রইল তার $\frac{১}{৩}$ অংশ সে নির্ভুল উত্তর দিল। সমস্ত প্রশ্নের মান সমান । যদি ছাত্রটি শতকরা ৭৫ ভাগ নম্বর পায় তবে প্রশ্নের সংখ্যা কত ছিল? *[১২তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক) ১৫টি খ) ২০টি গ) ২৫টি ঘ) ১৮টি উত্তর: খ

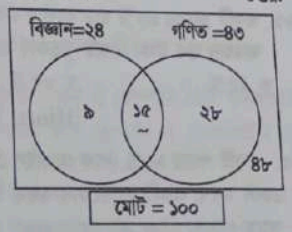
[Hints: মোট প্রশ্ন ক টি তাই প্রশ্নমতে, $১৫ + \frac{১}{৩}(ক-২০) = ক$ এর ৭৫% এরপর ক এর মান ই উত্তর]

পদ্ধতি-১২ : পাশ - ফেলের শতকরা

শতকরার পাশ-ফেলের নিম্নোক্ত অংকগুলোর Basic নিয়মগুলো বীজগণিতের সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের সাথে মিল থাকায় বিস্তারিত আলোচনা ভেনচিত্র অধ্যায়ে করা হয়েছে। তবে এখানে শতকরার সাথে সম্পর্কিত সাম্প্রতিক গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন নিয়ে আলোচনা করা হলো।

২৭৭. একটি পরীক্ষায় ২৪% ছাত্রছাত্রী বিজ্ঞানে অকৃতকার্য হয় এবং ৪৩% ছাত্রছাত্রী গণিতে অকৃতকার্য হয়। যদি ১৫% ছাত্রছাত্রী উভয় বিষয়ে অকৃতকার্য হয়ে থাকে, তাহলে শতকরা কতজন ছাত্রছাত্রী উভয় বিষয়ে পাস করেছে ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*
ক. ৫২% খ. ৬৭% গ. ৩৩% ঘ. ৪৮% উত্তর: ঘ

সমাধান: (পাশের চিত্রটি দেখুন)
উভয় বিষয়ে অকৃতকার্য = ১৫%
শুধু বিজ্ঞানে অকৃতকার্য = ২৪% - ১৫% = ৯%
শুধু গণিতে অকৃতকার্য = ৪৩-১৫ = ২৮%
সুতরাং মোট অকৃতকার্য: = (১৫+৯+২৮)% = ৫২%
তাহলে উভয় বিষয়ে পাস করেছে = (১০০-৫২)% = ৪৮% **উত্তর: ৪৮%**



নিজে করুন:

২৭৮. কোন পরীক্ষায় ৮০% গণিতে ও ৭০% বাংলায় পাশ করল। উভয় বিষয়ে পাশ করল ৬০%। উভয় বিষয়ে শতকরা কতজন ফেল করল? *[BADC (AC)-2017]*
ক. ৫% খ.১০% গ.১৫% ঘ.২০% উত্তর: খ

[Hints: উভয় বিষয়ে ফেল = [১০০- (৮০+৭০- ৬০)]% = ১০%]

২৭৯. একটি কলেজে ৭০% পরিক্ষার্থী ইংরেজীতেও ৮০% পরিক্ষার্থী বাংলায় পাস করেছে। কিন্তু ১০% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩০০ জন পরিক্ষার্থী পাস করে থাকে, তবে ঐ কলেজে কত জন পরিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৩০০ খ. ৪০০ গ. ৫০০ ঘ. ৫৫০ উত্তর: গ

সমাধান:

প্রথমে একটি বিষয়ে ফেলের হার বের করুন, কেননা উভয় বিষয়ে ফেলের হার দেয়া আছে ১০%।

তাই শুধু ইংরেজী ফেল = ১০০-৭০ = ৩০% এবং শুধু বাংলায় ফেল = ১০০-৮০=২০%

মোট ফেল = (৩০+২০ -১০) = ৪০%, এই ৪০% কি? এটি হলো মোট ফেল (হয় এক বিষয়ে অথবা উভয় বিষয়ে ফেল) তাহলে উভয় বিষয়ে পাশ = (১০০-৪০)% = ৬০% । এখন এই ৬০% = ৩০০ জন কেননা ৩০০ জন হল

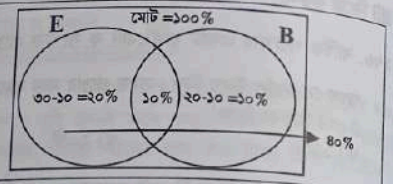
উভয় বিষয়ে মোট পাশ করা শিক্ষার্থীর সংখ্যা। এখন ১০০% এর মান হবে = $৩০০ \times \frac{১০০}{৬০} = ৫০০$ জন

বিকল্প সমাধান:

পাশের চিত্রটি বুঝলে এবং উপরের ব্যাখ্যা বুঝে কম কথায় লিখে এক লাইনে এভাবে সমাধান করা যায়।

{১০০% - (৩০+২০-১০)} = ৬০%

এরপর ৬০% = ৩০০ হলে ১০০% = ৫০০



২৮০. বার্ষিক পরীক্ষায় একটি শ্রেণীর ৮০% ছাত্র-ছাত্রী ইংরেজীতে পাস করে, ৮৫% ছাত্র-ছাত্রী গণিতে পাস করে, এবং ৭৫% ছাত্র-ছাত্রী উভয় বিষয়ে পাস করে, যদি মোট ৪০ জন উভয় বিষয়ে ফেল করে থাকে, তাহলে ঐ শ্রেণীতে মোট ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা কত? *[IBBL- (ATO)-2017]*

ক. ৫০০ খ. ৪৫০ গ. ৪০০ ঘ. ৪২০ উত্তর: গ

সমাধান: শুধু ইংরেজীতে পাশ = ৮০-৭৫ = ৫%

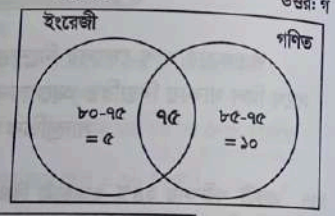
শুধু গণিতে পাশ = ৮৫-৭৫ = ১০%

উভয় বিষয়ে পাশ = ৭৫%

সুতরাং অন্তত একটি বিষয়ে পাশ = ৫+১০+৭৫ = ৯০%

সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = ১০০-৯০ = ১০%।

প্রশ্নমতে, ১০% = ৪০ হলে ১% = ৪ এবং ১০০% = ৪০০ জন। উত্তর:



শর্টকাট: ১০০ - (৮৫+৮০-৭৫) = ১০% তারপর শেষ লাইনের মত।

নিজে করুন:

২৮১. একটি ক্লাসের ৪০% ছাত্র বাংলায় এবং ২৫% ছাত্র অংকে এবং ১০% ছাত্র উভয় বিষয়ে অকৃতকার্য হয়েছে। ঐ ক্লাসের শতকরা কতজন ছাত্র উভয় বিষয়ে কৃতকার্য হয়েছে? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ২৫% খ. ৩৫% গ. ৪৫% ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

[Hints: উভয় বিষয়ে কৃতকার্য = [১০০- {(৪০+২৫)- ১০}]% = ৪৫%]

২৮২. একটি শহরে ৯০% লোক মোবাইল ফোন ব্যবহার করে ও ১৫% লোক ল্যান্ডফোন ব্যবহার করে। প্রত্যেকেরই একটি মোবাইল ফোন অথবা একটি ল্যান্ডফোন অথবা উভয়টিই আছে। যাদের ল্যান্ডফোন আছে তাদের শতকরা কত অংশের মোবাইল ফোন আছে ? *[NSI (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২০% খ. ৪৫% গ. ৩৩.৩৩% ঘ. ৫০% উত্তর: গ

সমাধান: উভয়টি ব্যবহার করে = (৯০%+১৫%) - ১০০% = ৫%

তাহলে প্রশ্ন অনুসারে বলা যায় ল্যান্ডফোন আছে যে ১৫ জনের তাদের মধ্যে ৫ জনের মোবাইল ফোনও আছে।

সুতরাং শতকরা পরিমাণ = $\frac{৫ \times ১০০\%}{১৫} = ৩৩.৩৩\%$ ।

২৮৩. কোন পরীক্ষায় ৩৫% ছাত্র এক বিষয়ে, ৪২% ছাত্র অন্য বিষয়ে ফেল করে এবং ১৫% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করে । যদি মোট পরীক্ষার্থী ২৫০০ জন হয় কত জন ছাত্র শুধুমাত্র একটি বিষয়ে পাশ করেছে? *[DAE-(Store Keeper)-2017]+ [CGDF-(Auditor)-2022]*

ক. ৩২৫ খ. ১৩২৫ গ. ১১৭৫ ঘ. ২১২৫ উত্তর: গ

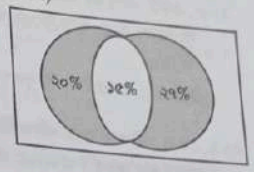
সমাধান: শুধু এক বিষয়ে ফেল = ৩৫% -১৫% = ২০% (শুধু এক বিষয়ে ফেল অর্থ অন্য বিষয়ে পাশ)

শুধু অন্য বিষয়ে ফেল = ৪২% - ১৫% = ২৭%।

∴ শুধু এক বিষয়ে ফেল বা পাশ করা ছাত্র = ২০%+২৭% = ৪৭% (চিত্রে কালো অংশ)

যে কোন এক বিষয়ে ফেল করা ছাত্রের সংখ্যা = ২৫০০ এর ৪৭% = ১১৭৫ জন।

(উল্লেখ্য যে, যারা শুধু এক বিষয়ে ফেল তারাই শুধু এক বিষয়ে পাশ। কারণ দুটি বিষয়ের মধ্যে শুধু একটি বিষয়ে ফেল করা অর্থ অন্য বিষয়টিতে পাশ।)



২৮৪. একটি স্কুলের ৭০% ছাত্র ফুটবল, ৭৫% হকি এবং ৮০% ছাত্র ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে ঐ স্কুলের শতকরা কত জন ছাত্র তিনটি খেলাই খেলতে পছন্দ করে ? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ২৫% খ. ৩০% গ. ৩৫% ঘ. কোনটি নয় উত্তর: ক

সমাধান: ফুটবল পছন্দ করে না = ১০০-৭০% = ৩০%

হকি পছন্দ করে না = ১০০-৭৫% = ২৫%

ক্রিকেট পছন্দ করে না = ১০০-৮০% = ২০%

∴ কোন খেলাই খেলতে পছন্দ করে না =(৩০+২৫+২০)% = ৭৫%

সুতরাং তিনটি খেলাই পছন্দ করে = (১০০-৭৫)% = ২৫%

পদ্ধতি- ১৩: দুটি ভিন্ন অংশের শতকরার একত্রে হিসেব

এই অংকগুলো থেকে যে টেকনিকটা অন্য অংকগুলোতে খুব কাজে দিবে তা হলো ২০ এর ১০% = (২×১) = ২ (দুটা শূন্য বাদ দিলেই হবে) একই ভাবে ৩০ এর ২০% = (৩×২)= ৬ (কারণ % এর কারণে নিচের ১০০ এর জন্য দুটা শূন্য ই বাদ যাবে)

২৮৫. একটি স্কুলের ৪০% ছাত্র । ছাত্রদের ৩০% এবং ছাত্রীদের ২০% বিতর্ক ক্লাবে যোগ দিলে মোট ছাত্র ছাত্রীর কত শতাংশ বিতর্ক ক্লাবে যোগ দিল? *[NSI (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১২% খ. ২৪% গ. ২৬% ঘ. ৫০% উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = ১০০ জন। তাহলে ছাত্র = ১০০ এর ৪০% = ৪০ জন এবং ছাত্রী = ১০০-৪০ = ৬০ জন।

এখন, বিতর্ক ক্লাবে যোগ দেয়া ছাত্র = ৪০ এর ৩০% = ১২ জন এবং ছাত্রী = ৬০ এর ২০% = ১২ জন।

সুতরাং বিতর্ক ক্লাবে যোগ দেয়া মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = ১২+১২ = ২৪ জন বা **২৪%** (যেহেতু মোট ১০০ ধরা হয়েছে)

২৮৬. একটি কোম্পানির পুরুষ কর্মকর্তাদের ৩০% এবং মহিলা কর্মকর্তাদের ৫০% বিবাহিত । যদি ঐ কোম্পানি মোট কর্মকর্তাদের ৪০% মহিলা হয়, তবে ঐ কোম্পানির শতকরা কতজন কর্মকর্তা অবিবাহিত? *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেশন): ২০২০]*

ক. ৩৮ খ. ৫২ গ. ৫৪ ঘ. ৬২ উত্তর: ঘ

সমাধান: এই প্রশ্নটির শেষাংশে দেয়া কর্মকর্তাদের মধ্যে মহিলা ৪০% নিয়ে আগে কাজ করতে হবে। তাহলে সহজ হবে।

ধরি, মোট কর্মকর্তা = ১০০ জন ∴ মহিলা কর্মকর্তা = ১০০ এর ৪০% = ৪০ জন সুতরাং পুরুষ = ১০০ - ৪০ = ৬০ জন

বিবাহিত পুরুষ কর্মকর্তার সংখ্যা = ৬০ এর ৩০% = (৬×৩) = ১৮ জন।

বিবাহিত মহিলা কর্মকর্তার সংখ্যা = ৪০ এর ৫০% = (৪×৫) = ২০ জন

সুতরাং মোট বিবাহিত কর্মকর্তার সংখ্যা = (১৮+২০) = ৩৮ জন।

তাহলে অবিবাহিত কর্মকর্তার সংখ্যা = (১০০ - ৩৮) = ৬২ জন বা ৬২% উত্তর: ৬২ %

নিজে করুন:

২৮৭. একটি শ্রেণীর ২০জন ছাত্রী এবং ৩০ জন ছাত্র একটি বনভোজনের আয়োজন করলো। ৩০% ছাত্রী এবং ৪০% ছাত্র বনভোজনে অংশগ্রহণ করল। শতকরা কতজন ছাত্র-ছাত্রী বনভোজনে অংশগ্রহণ করল? *[অগ্রণী ব্যাংক (অফিসার)-২০০৮]*

ক. ৩৬% খ. ৩৮% গ. ৪০% ঘ. ৪২% উত্তর: ক

২৮৮. একটি ব্যাংকের একটি ব্রাঞ্চের ৬০% কর্মচারী পুরুষ। যদি কর্মচারীদের মধ্যে ৭০% পুরুষ এবং ৯০% মহিলা বনভোজনে অংশগ্রহণ করে, তবে ব্রাঞ্চের কর্মচারীর কত শতাংশ বনভোজনে অংশগ্রহণ করে? *[Sonali Bank (SO)-2014]*

ক. ৮০ খ. ৭৮ গ. ৭৬ ঘ. ৭২ উত্তর: খ

[Hints: অংশগ্রহণকারী পুরুষ+ মহিলা = (৬×৭)+(৪×৯) = ৪২+৩৬ = ৭৮% (ঠিক এভাবেই পরীক্ষার হলে করা বেটার)।

২৮৯. কোন পরীক্ষায় মোট পরীক্ষার্থীদের ৪০% ছাত্রী । পরীক্ষায় ছাত্রীদের পাসের হার ৪০% এবং ছাত্রদের পাসের ৬০% হলে মোট পাসের হার কত? *[আবহাওয়া অধিদপ্তর (সহ: আবহাওয়াবিদ)-২০০০]*

ক. ৩৬% খ. ৪২% গ. ৪৮% ঘ. ৫২% উত্তর: ঘ

২৯০. একটি ফুলের ঝুড়ির দুই-পঞ্চমাংশ আম পরীক্ষা করার পর ৪ টিতে ত্রুটি পাওয়া গেল এবং বাকি ৩৬ টি ত্রুটিমুক্ত পাওয়া গেল। শতকরা ৮১% আম ত্রুটিমুক্ত পেতে হলে অবশিষ্ট আমের মধ্যে কতটি ত্রুটিমুক্ত আম পেতে হবে? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯(আইবিএ)] + [বাংলাদেশ লোক প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের বিভিন্ন পদ - ২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ১৫ খ. ২৭ গ. ৩৯ ঘ. ৪৫ উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি, মোট আমের সংখ্যা = x টি।

আম পরীক্ষা করা হয়েছে = $x\times\frac{২}{৫}=\frac{২x}{৫}$

Confusion Clear: এই প্রশ্নটিতে ১০০ ধরে করলেও কাকতালীয়ভাবে উত্তর মিলে যাবে। কিন্তু ভগ্নাংশ ২/৫ অংশ পরিবর্তন করে অন্য কোন ভগ্নাংশ দিলে ১০০ ধরে করলে মিলবে না। তাই শেষের ৮১% দেখে ১০০ ধরতে বিভ্রান্ত হবেন না।

প্রশ্নমতে, $\frac{২x}{৫}=(৪+৩৬)$ $\therefore x=৪০\times\frac{৫}{২}=১০০$ টি।

এখন মোট ১০০টির মধ্যে ৮১% ত্রুটিমুক্ত আম পেতে হলে মোট ত্রুটি মুক্ত আম পেতে হবে ৮১টি।

আগে থেকে ত্রুটিমুক্ত পাওয়া গেছে = ৩৬টি। সুতরাং আরো ত্রুটিমুক্ত পেতে হবে = ৮১- ৩৬ = ৪৫টি। **উত্তর: ৪৫টি।**

২৯১. একটি বাক্সের দুই-তৃতীয়াংশ শার্ট পরীক্ষা করার পর ৪টি ত্রুটিযুক্ত এবং বাকি ৩৬টি ত্রুটিমুক্ত পাওয়া গেল। ৮৫% শার্ট ত্রুটিমুক্ত পেতে হলে অবশিষ্ট শার্টের মধ্যে কতটি ত্রুটিমুক্ত শার্ট পেতে হবে? *[পানি উন্নয়ন বোর্ডের (সাব এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জিনিয়ার)-২০১৯]*

ক. ১৫ টি খ. ১৭ টি গ. ১৯ টি ঘ. ৫১ টি উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{২}{৩}$ অংশ শার্ট = (৪ + ৩৬) বা ৪০ টি $\therefore$ ১ অংশ শার্ট = $৪০\times\frac{৩}{২}=৬০$ টি

এখন, সবগুলোর শার্টের মধ্যে ত্রুটিমুক্ত শার্টের সংখ্যা = ৬০ এর ৮৫% = $৬০\times\frac{৮৫}{১০০}=৫১$টি

অবশিষ্ট শার্টগুলোর মধ্যে ত্রুটিমুক্ত শার্ট হবে = ৫১ - ৩৬ = **১৫টি**।

২৯২. এক ব্যবসায়ী তার আমদানিকৃত ২৪০ টি বাইকের মধ্যে ১৫% বাইকে ত্রুটি খুঁজে পেল। পরবর্তীতে আমদানিকৃত ১৬০ টি বাইকের ৫% বাইকে ত্রুটি খুজে পেল। দুবারে সে শতকরা কতগুলো ত্রুটিযুক্ত বাইক পেল ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি-২০১৮]*

ক. ২০% খ. ১৫% গ. ১১% ঘ. ১০% উত্তর: গ

সমাধান:

মোট ২৪০+১৬০ = ৪০০টি বাইকের মধ্যে ত্রুটিপূর্ণ বাইকের সংখ্যা = (২৪০ এর ১৫% + ১৬০ এর ৫%) = ৩৬+৮ = ৪৪টি।

সুতরাং ত্রুটিপূর্ণ বাইকের শতকরা হার = $\frac{৪৪\times১০০}{৪০০}=১১\%$ **উত্তর: ১১%**

পদ্ধতি - ১৪ : এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

২৯৩. কফির আয়ের ১২% শফির আয়ের ১৯% এর সমান। আবার শফির আয়ের ১৯% রফির আয়ের ৩০% এর সমান। শফি ও রফির মোট আয় ৯৮০০ টাকা হলে কফির মোট আয় কত টাকা? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]*

ক. ৭৮০০ খ. ৯০০০ গ. ১০৫০০ ঘ. ৯৫০০ উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে, কফির আয়ের ১২% = শফির আয়ের ১৯% সুতরাং কফি : শফি = (১৯ : ১২)×৫ = ৯৫ : ৬০

আবার শফির আয়ের ১৯% = রফির আয়ের ৩০ % সুতরাং শফি: রফি = (৩০ : ১৯)×২ = ৬০ : ৩৮

তাহলে কফি : শফি : রফি = ৯৫ : ৬০ : ৩৮ [দুটি অনুপাতেই শফির মান ৬০ সমান করার জন্য ৫ ও ২ দিয়ে গুণ]

প্রশ্নমতে, (৬০+৩৮) বা ৯৮ অংশ = ৯৮০০ সুতরাং কফির ৯৫ অংশ = ৯৫০০ টাকা।

২৯৪. কলার দাম ১৪$\frac{২}{৭}$% কমে যাওয়ায় ৪২০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১০টি কলা বেশি পাওয়া যায়। প্রতি ডজন কলার বর্তমান মূল্য কত? *[ষষ্ঠ শ্রেণী, অনু: ২.২ এর ১৩]*

ক. ৬০ খ. ৭০ গ. ৭২ ঘ. ৮০ উত্তর ঃ গ

সমাধান:

৪২০ টাকার কলার দাম ১৪$\frac{২}{৭}$% কমে যাওয়ায় আগের থেকে কম লাগে = ৪২০ ×১৪$\frac{২}{৭}$% = ৪২০ ×$\frac{১০০}{৭}\times\frac{১}{১০০}$ = ৬০ টাকা

এই ৬০টাকা দিয়েই অতিরিক্ত =১০ টি কলা পাওয়া যায়।

সুতরাং ১০টি কলার বর্তমান দাম = ৬০টাকা $\therefore$ ১টি কলার দাম = ৬০÷১০= ৬টাকা এবং ১২টির দাম = ৬×১২ = ৭২ টাকা।

২৯৫. কবির তার মাসিক আয়ের ৮০% খরচ করে। যদি তার আয় ৫০% বৃদ্ধি পায় এবং সেই সাথে খরচ ২৫% বৃদ্ধি পায় তাহলে তার সঞ্চয় কত? *[Bangladesh Shipping Cor. (Upper As)-2018]*

ক. ৫০% বৃদ্ধি পাবে খ. ৭৫% বৃদ্ধি পাবে গ. ১০০% বৃদ্ধি পাবে ঘ. ১৫০% বৃদ্ধি পাবে উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি, তার আয় = ১০০ টাকা সুতরাং ব্যয় = ৮০ টাকা এবং সঞ্চয় = ১০০-৮০ = ২০ টাকা।

৫০% বৃদ্ধি পাওয়ায় নতুন আয় = ১০০+৫০ = ১৫০, আবার ২৫% বৃদ্ধি পেয়ে নতুন ব্যয় = ৮০ এর ১২৫% = ১০০ টাকা।

তাহলে নতুন সঞ্চয় = (নতুন আয় - নতুন ব্যয়) = ১৫০-১০০ = ৫০ টাকা।

সঞ্চয় বৃদ্ধি = (নতুন সঞ্চয় - আগের সঞ্চয়) = ৫০-২০ = ৩০ টাকা। সুতরাং সঞ্চয় বৃদ্ধির হার = $\frac{৩০\times১০০}{২০}$ = **১৫০%**

২৯৬. খায়ের তার আয়ের শতকরা ৬০% খরচ করে। তার আয় ৩২% বৃদ্ধি পাওয়াতে সে তার খরচ আরও ২০% বাড়িয়ে দিল। এতে তার সঞ্চয় শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে বা কমবে ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব করণিক)-২০১৮]*

ক. ৩২% বৃদ্ধি পাবে খ. ৫০% বৃদ্ধি পাবে গ. ৩২% কমবে ঘ. ৫০% কমবে উত্তর: খ

সমাধান:

(এখানে নতুন সঞ্চয়ের হার না চেয়ে বরং সঞ্চয় বৃদ্ধির হার চেয়েছে। তাই কতটুকু বেড়েছে তা আগে বের করতে হবে)

ধরি, খায়েরের বর্তমান আয় = ১০০ টাকা, সুতরাং ব্যয় = ৬০ টাকা এবং সঞ্চয় = ১০০-৬০ = ৪০ টাকা।

৩২% বৃদ্ধিতে নতুন আয় = ১০০+৩২ = ১৩২। নতুন ব্যয় = ৬০ এর ১২০% = ৭২ টাকা।

তাহলে নতুন সঞ্চয় = ১৩২-৭২ = ৬০ টাকা। তার সঞ্চয় বাড়লো ৬০-৪০ = ২০ টাকা

সঞ্চয় বৃদ্ধির শতকরা হার = $\frac{২০\times১০০}{৪০}$ = ৫০% (৪০ টাকায় ২০ টাকা বাড়লে ১০০ তে বাড়লে ৫০টাকা বা ৫০%)

২৯৭. একটি গ্রামের মোট লোকসংখ্যার $\frac{৫}{৮}$ ভাগ লোক পুরুষ। যদি পুরুষদের ৪০% বিবাহিত হয় তাহলে মোট জনসংখ্যার শতকরা কতজন মহিলা বিবাহিত? *[কিঅভিসি'র নিয়োগ পরীক্ষা -২০১৭]*

ক. ৭০% খ. ৪০% গ. ২৫% ঘ. ২০%

উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, মোট জনসংখ্যা = x

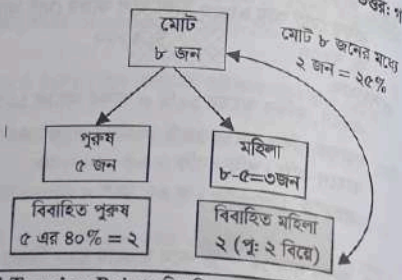
$\therefore$ পুরুষ = $\frac{৫x}{৮}$ এবং নারী = $x-\frac{৫x}{৮}=\frac{৩x}{৮}$

এখন বিবাহিত পুরুষ = $\frac{৫x}{৮}\times\frac{৪০}{১০০}=\frac{x}{৪}$ এরাই বিবাহিত মহিলা।

তাহলে x জনের মধ্যে বিবাহিত মহিলা = $\frac{x}{৪}$ জন

$\therefore$ ১০০ " " " " = $\frac{x\times১০০}{৪\times x}$ = ২৫ জন

সুতরাং ঐ গ্রামে মোট জনসংখ্যার ২৫% মহিলা বিবাহিত।



Turning Point: বিবাহিত পুরুষ ২ জনের সাথে যে ২ মহিলার বিয়ে হয়েছে তারাই ঐ গ্রামের বিবাহিত মহিলা।

২৯৮. একটি প্রতিষ্ঠানের ৪০% কর্মচারী আন্ডার গ্রাজুয়েট, অবশিষ্ট কর্মচারীদের ৫০% গ্রাজুয়েট এবং অবশিষ্ট ১৮০ জন পোস্ট গ্রাজুয়েট। প্রতিষ্ঠানটির কতজন কর্মচারী গ্রাজুয়েট? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি: (মানসিক দক্ষতা)]*

ক. ১৮০ খ. ২৪০ গ. ৩০০ ঘ. ৩৬০

উত্তর: ক

সমাধান:

ধরি, মোট কর্মচারী = ১০০ জন , সুতরাং আন্ডার গ্রাজুয়েট = ৪০ জন, এবং অন্যান্য = (১০০-৪০) = ৬০ জন।

এখন, গ্রাজুয়েট ৬০ জনের ৫০% = ৩০ জন। তাহলে পোস্ট গ্রাজুয়েট = ৬০-৩০ = ৩০ জন।

এখন এই ৩০ জন বা ৩০% পোস্ট গ্রাজুয়েট = ১৮০ জন হলে শুধু গ্রাজুয়েট ৩০% = ১৮০ জনই হবে। **উত্তর: ১৮০ জন।**

সহজ ব্যাখ্যা:

আন্ডার গ্রাজুয়েট	গ্রাজুয়েট	পোস্ট গ্রাজুয়েট	মোট কর্মচারীর ১০০ জনের মধ্যে সরাসরি ৪০% আন্ডার গ্রাজুয়েট। এরপর অবশিষ্ট ৬০ জনের ৫০% গ্রাজুয়েট অর্থ মোট ১০০ জনের ৩০% । তাহলে ১০০% পূর্ণ করতে অবশিষ্ট ৩০% ই হলো পোস্ট গ্রাজুয়েট।
৪০%	৩০%	৩০%	
২০	১৮০ জন	১৮০ জন	

যেহেতু শেষ ৩০% পোস্ট গ্রাজুয়েট এর মান ১৮০ তাই মাঝের ৩০ % গ্রাজুয়েটের মান ও ১৮০ ই হবে। এটাই উত্তর।

২৯৯. একটি ক্লাবের ৮০% সদস্য পুরুষ । পুরুষ সদস্যদের ৫০% পেশায় ডাক্তার , ৩০% পেশায় ইঞ্জিনিয়ার এবং বাকি ৪০ জন ব্যবসায়ী । ঐ ক্লাবের মোট সদস্য সংখ্যা কত? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ১০০ খ. ২০০ গ. ২৫০ ঘ. কোনটি নয়

উত্তর: গ

সমাধান:

মনে করি, ক্লাবের মোট সদস্য সংখ্যা = ১০০ জন ।

এর মধ্যে পুরুষ = ৮০, এই পুরুষদেরকে ৩ দলে ভাগ করা হয়েছে (৫০% ডাক্তার, ৩০% ইঞ্জিনিয়ার এবং ৪০ জন ব্যবসায়ী)

এখন, পুরুষদের মধ্যে ডাক্তার = ৮০ এর ৫০% = ৪০ জন। এবং ইঞ্জিনিয়ার = ৮০%এর ৩০% = ২৪ জন।

তাহলে ডাক্তার + ইঞ্জিনিয়ার = ৪০+২৪ = ৬৪ জন। অবশিষ্ট থাকবে = ৮০-৬৪ = ১৬ জন বা ১৬% হচ্ছে ব্যবসায়ী।

তাহলে ১৬% = ৪০ জন হলে ১% = $\frac{৪০}{১৬}$ জন $\therefore$ ১০০% = $\frac{৪০\times১০০}{১৬}$ = ২৫০ জন। $\therefore$ ক্লাবের মোট সদস্য = ২৫০ জন।

৩০০. একটি ব্যাংকের কর্মচারীদের ৭০% নারী ও ৬০% বিবাহিত। পুরুষের ২/৩ অংশ যদি অবিবাহিত হন, নারীদের কত ভাগ বিবাহিত? *[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*

ক. ৫/৭ খ. ৭/১০ গ. ১/৩ ঘ. ৫/১৬

উত্তর: ক

সমাধান: (বিস্তারিত দেয়া হলো বুঝলে কাজে লাগবে)

ধরি, মোট কর্মচারী = ১০০ জন

নারী ৭০% হলে পুরুষ = ১০০-৭০ = ৩০ জন।

এখন

৩০ জন পুরুষের মাঝে অবিবাহিত ২/৩ অংশ =২০ জন

তাহলে বিবাহিত পুরুষ = ৩০-২০ = ১০ জন।

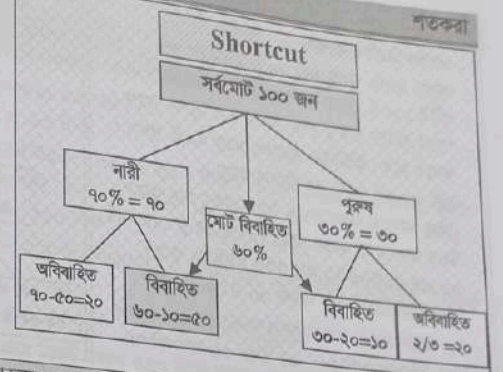
যেহেতু মোট বিবাহিত = ৬০% বা ৬০ জন

যেখানে পুরুষ বিবাহিত = ১০

তাহলে মহিলা বিবাহিত = ৬০-১০ = ৫০ জন।

সুতরাং ৭০ জন মহিলার মধ্যে বিবাহিত = ৫০ জন।

ভগ্নাংশ হবে = $\frac{৫০}{৭০}=\frac{৫}{৭}$ উত্তর: $\frac{৫}{৭}$



এই অংকটি থেকে একটা ব্যসিক ক্লিয়ার করে নিন: তাহলে এ ধরণের প্রশ্নগুলোতে এলোমেলো মনে হবে না ।:

প্রশ্নটা সমাধান দেখার পর যতটা সহজ মনে হচ্ছে নতুন একটা করতে গেলে এত সহজে হবে না। কারণ কি? কারণ হলো অনেকেই এই কাজটা করবেন, ৭০% এর ৬০% = ৪২% এটা কি? বিবাহিত নারী? তারপর কি? আর মাথা কাজ করবে না। **কোথায় কিভাবে ভুল হচ্ছে ভালোভাবে বুঝে নিন।**

ধরুন, একটা স্কুলে ১০০ জন ছাত্র-ছাত্রী আছে যাদের মধ্যে ৬০% ছাত্র। স্কুলের একটি পরীক্ষায় মোট পাশের হার ৫০%। এখন এই দুটি % কে একসাথে গুলিয়ে ফেলা যাবে না কারণ দুটি ই মোট ছাত্র-ছাত্রী ১০০ থেকে এসেছে। তাই শুধু ছাত্র ৬০ এর ৫০% = ৩০ বললে ভুল হবে। কেননা এমনও হতে পারে যে মোট ১০০ জনের মধ্যে ফেল করা ৫০ জন সবাই ছাত্র ।

এখানেই সবাই একটিকে আরেকটির ভিতর ঢুকিয়ে দেয়ায় ভুল করেন। কারণ সেরকম ও অনেক অংক আছে। কিন্তু উপরের গুলো না। নিচের উদাহারণ দুটি দেখুন।

১. বাংলাদেশের মোট জনসংখ্যার ৫৫% পুরুষ, পুরুষদের ১০% বৃদ্ধ। এখানে ঐ ৫৫ এর ই ১০% = ৫.৫ বৃদ্ধ বলা যাবে।

কিন্তু

২. বাংলাদেশের মোট জনসংখ্যর ৫৫% পুরুষ, ১০% বৃদ্ধ। এখানে ১০% পুরুষ যে বৃদ্ধ বলা নেই। অর্থাৎ এই ১০% হলো মোট ১০০ এর ১০% যেখানে পুরুষ মহিলা দুটিই আছে। **(এটাকেও অনেকে আগের নিয়মে করতে গিয়ে ঝামেলা করেন)**

সবথেকে সহজ সমাধান: নিচের চার্ট টা আগে ফাকা আর্ট করার পর প্রশ্ন থেকে সংখ্যাগুলো বসালেই উত্তর দেখতে পাবেন।

	নারী	পুরুষ	মোট
বিবাহিত	৫০	১০	৬০
অবিবাহিত	২০	২০	৪০
সর্বমোট	৭০	৩০	১০০

যেহেতু মোট মহিলা = ৭০ জন এবং বিবাহিত মহিলার সংখ্যা = ৫০ জন। সুতরাং নারীদের মধ্যে বিবাহিত নারীর অংশ = $\frac{৫০}{৭০}=\frac{৫}{৭}$

৩০১. একটি কোম্পানির ৪৬% কর্মচারী পুরুষ। যদি ৬০% কর্মচারি ইউনিয়ন করে এবং এর মধ্যে ৭০% কর্মচারি পুরুষ হয়, তাহলে শতকরা কতজন মহিলা কর্মচারি ইউনিয়ন করে না ? ? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*

ক. ৯৬% খ. ৮৭.৫ % গ. ৫০% ঘ. ৩৬%

উত্তর: ঘ

সমাধান:

প্রথমেই ৪৬% কর্মচারী পুরুষ হলে মহিলার কর্মচারীর সংখ্যা = ১০০-৪৬ = ৫৪ জন।

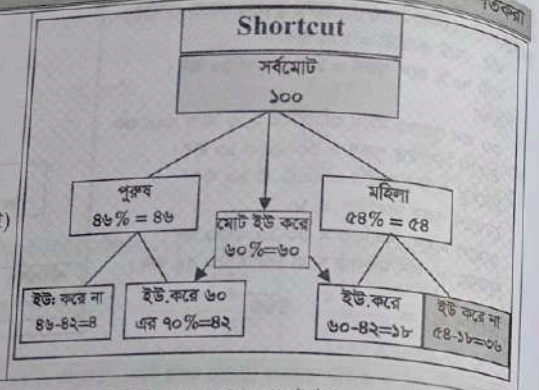
আবার মোট কর্মচারীর ৬০% ইউনিয়ন করে যাদের মধ্যে ৭০% পুরুষ।

তাহলে ইউনিয়ন করা পুরুষের সংখ্যা = ৬০ এর ৭০% = ৪২ জন।

সুতরাং ইউনিয়ন করা মহিলার সংখ্যা = ৬০-৪২ = ১৮ জন। (মোট ইউনিয়ন করে - পুরুষ ইউনিয়ন করে = মহিলা করে।)

এখন শুরুর মোট ৫৪ জন মহিলার মধ্যে ১৮ জন ইউনিয়ন করলে ইউনিয়ন করে না এমন মহিলার সংখ্যা = ৫৪-১৮ =৩৬%

পাশের চিত্রটির ব্যাখ্যা:
প্রশ্নের ৪৬% পুরুষ এবং ৬০% ইউনিয়ন করে দুটিই ১০০% থেকে এসেছে। তাই এদের মধ্যে পরের লাইনে যার ক্রু দেয়া আছে তার হিসেব আগে করতে হবে। ইউনিয়ন করাদের মাঝে ৭০% পুরুষ। তাই ৬০ এর ৭০% এর হিসেব আগে।
(কিন্তু অনেকে শুরুর ৪৬% নিয়ে ভাবনা শুরু করলে উত্তর আসবে না কারণ পরের লাইনে এর ক্রু দেয়া নাই)
৬০ এর ৭০% = ৪২ জন পুরুষ ইউনিয়ন করে।
তাহলে ইউনিয়ন করা মহিলা ৬০-৪২ = ১৮ জন।
∴ ইউনিয়ন না করা মহিলার সংখ্যা ৫৪-১৮ = ৩৬ জন। যেহেতু মোট ১০০ এর উপর ৩৬ জন মহিলা করে না তাই উত্তর: ৩৬%



সবথেকে সহজ সমাধান: নিচের চার্ট টা আগে ফাকা আর্ট করার পর প্রশ্ন থেকে সংখ্যাগুলো বসালেই উত্তর দেখতে পাবেন।

	পুরুষ	নারী	মোট
ইউনিয়ন করে	৪২	১৮	৬০
ইউনিয়ন করে না	৪	৩৬	৪০
সর্বমোট	৪৬	৫৪	১০০

এখানে যেহেতু মোট ১০০ জনের উপর হিসেব হবে তাই যে মহিলারা ইউনিয়ন না তাদেরকে মোট ১০০ এর ভিত্তিতে হিসেব করলে দেখা যাচ্ছে উত্তর: ৩৬%

৩০২. একটি কোম্পানির ৪৬ শতাংশ কর্মকর্তা পুরুষ। যদি ৬০ শতাংশ কর্মকর্তা লেবার ইউনিয়ন করে এবং তাদের মধ্যে ৭০ শতাংশ পুরুষ হয়, ইউনিয়ন করে না এমন কর্মকর্তাদের মধ্যে শতকরা কত জন মহিলা? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধি: (অফি:সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*
ক. ৯০ খ. ৮৭.৫ গ.৮০ ঘ.৭৫ উত্তর: ক

সমাধান: লিখে লিখে বিস্তারিত সমাধান নিজে থেকে করার চেষ্টা করুন:
আগের অংকটার সাথে পার্থক্য হলো আন্ডারলাইন করা অংশটি। যেখানে বলাই আছে **ইউনিয়ন করে না** এমন কর্মকর্তাদের মধ্যে অর্থাৎ এবং মোট ১০০ এর উপর হিসেব না করে ৪০ জনের উপর হিসেব করতে হবে।

সবথেকে সহজ সমাধান: নিচের চার্ট টা আগে ফাকা আর্ট করার পর প্রশ্ন থেকে সংখ্যাগুলো বসালেই উত্তর দেখতে পাবেন।

	পুরুষ	নারী	মোট
ইউনিয়ন করে	৪২	১৮	৬০
ইউনিয়ন করে না	৪	৩৬	৪০
সর্বমোট	৪৬	৫৪	১০০

এখানে ইউনিয়ন করে না মোট ৪০ জন। তাদের মধ্যে ৩৬ জন মহিলা হওয়ায়
শতকরা হার $= \frac{৩৬}{৪০} \times ১০০\% = ৯০\%$

নিজে করুন:
৩০৩. ঢাকা-সিলেট মহাসড়কে, ৫% চালককে গাড়ীর গতিবেগের সীমা অতিক্রম করায় জরিমানা করা হয়। আবার গাড়ীর গতিসীমা অতিক্রম করা ৮০% চালককে জরিমানা করা হয় নি। ঐ মহাসড়কে গাড়ীর গতিসীমা অতিক্রম করা চালকের সংখ্যা শতকরা কত? *[বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ড (এ্যাসিস্টেন্ট ম্যানেজার)-২০২১]*
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ২৫ উত্তর: ঘ

পাশের চিত্রটি দেখে বোঝার চেষ্টা করুন।
প্রথম ৫% হলো শুরুর মোট ১০০ % চালকের।
কিন্তু পরের ৮০% হলো গতি অতিক্রম করা ১০০% এর।
এবং এই দুই ১০০ এক না। বরং একটার অধীনে অন্যটা।
এখানে, ২০% = ৫ জন সুতরাং ১০০% = ২৫ জন।

Practice Part

০১. ১০৫০ টাকার ৮% নিচের কোনটি? *(৮ম শ্রেণী, অনু: ২.২ এর ০১ নম্বর অংক)*
ক. ৮০ টাকা খ. ৮২ টাকা গ. ৮৪ টাকা ঘ. ৮৬ টাকা

০২. মহিশা প্রতি মিটার ২০ টাকা দরে ১৫ মিটার লাল ফিতা ক্রয় করলো। ভ্যাটের হার ৪ টাকা। সে দোকানিকে ৫০০ টাকার একটি নোট দিল। দোকানি তাকে কত টাকা ফেরত দেবেন? *(৭ম শ্রেণী, অনু- ২.২, প্রশ্ন নং- ১৩)*
ক. ১৯০ টাকা খ. ১৮৮ টাকা গ. ২১০ টাকা ঘ. ২১২ টাকা

০৩. একটি গ্রামে প্রতি বছর ৪৮০ জন লোক মারা যায়। যদি মারা যাওয়া লোকগুলো ঐ গ্রামের মোট জনসংখ্যার ১৬% হয়, তাহলে ঐ গ্রামের মোট জনসংখ্যা কত?
ক. ১০০০জন খ. ৩০০০জন গ. ২৫০০জন ঘ. ৪০০০জন

০৪. রফিক কেয়াকে তার মোট টাকার ৩০% দিয়ে দেখে যে তার নিকট আরও ৩৫০ টাকা আছে। সে কেয়াকে কত টাকা দিল? *[ডাক বিভাগের (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৬]*
ক. ৩৫ খ. ১০৫ গ. ১৫০ ঘ. ৭০

০৫. একদিন তোমাদের ক্লাসে দেখা দেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যার অনুপাত ১ ঃ ৪, অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যাকে মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১.১)]*
ক. ১০% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৪০%

০৬. করিম সাহেব তার মাসিক বেতন ৫০০০ টাকা হতে প্রতি মাসে ২৪% সঞ্চয় করেন। তিনি এক বছরে কত টাকা সঞ্চয়করেন। *[ট্রেসকো-(সহ:অফিসার)-২০১৯]*
ক. ১৪৪,০০০ খ. ১২,০০০ গ. ১৫,০০০ ঘ. ১৪,০০০

০৭. ক্রেতাকে একটি নির্দিষ্ট দ্রব্যের মূল্য ছাড়াও ৪% যুক্ত কর (Vat) দিতে হয়। দ্রব্যটির জন্য ক্রেতাকে মোট ১৩০০ টাকা দিতে হলে দ্রব্যটির মূল্য কত?
ক. ১১৫০ টাকা খ. ১২৫০ টাকা গ. ১২০০ টাকা ঘ. ১৩৫০ টাকা

০৮. কোনো এক পরীক্ষায় সমগ্র ছাত্রের ৬৫% অংশ পাশ করল। যদি অকৃতকার্য ছাত্রের সংখ্যা ৪২০ হয়, তবে সমগ্র পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?
ক. ১০০০ জন খ. ১২০০ জন গ. ১৩০০ জন ঘ. ১৪০০ জন

০৯. একটি পাঠ্যবই প্রকৃত মূল্যের শতকরা ৯০ ভাগ মূল্যে ৭২ টাকায় বিক্রয় করা হলো। বইটির প্রকৃতমূল্য কত? *(সরাকারি প্রাথ: বিদ্যা: ২০১২]*
ক. ৪৮ খ. ৭০ গ. ৮০ ঘ. ৯৬

১০. কোন বিদ্যালয়ের ৬০০ জন ছাত্র-ছাত্রীর ৪৫% বালক এবং অবশিষ্ট বালিকা। যদি বালকদের ২০% এবং অবশিষ্ট বালিকাদের ৩০% চশমা ব্যবহার করে তবে মোট ছাত্র-ছাত্রীর কত শতাংশ চশমা ব্যবহার করে?
ক. ২৫.৫% খ. ২৩.৫% গ. ২২.৫% ঘ. ২১.৫%

১১. P-এর আয় Q-এর আয় থেকে ২৫% বেশী। Q-এর আয় R-এর আয় থেকে ২০% বেশী। P-এর আয় R-এর আয় থেকে কত বেশী?
ক. ২০% খ. ১০% গ. ৪০% ঘ. ৫০%

১২. চিনির দাম ২০% কমে যাওয়ায় এক ব্যক্তি ৯০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১ কিলোগ্রাম চিনি বেশি ক্রয় করতে পারেন। প্রতি কিলোগ্রাম চিনির বর্তমান ও পূর্বমূল্য নির্ণয় করুন।
ক. বর্তমান মূল্যে ১৮ টাকা, পূর্বমূল্য ২২.৫০ টাকা খ. বর্তমান মূল্যে ২০ টাকা, পূর্বমূল্য ২২.৫০ টাকা
গ. বর্তমান মূল্যে ১৯ টাকা, পূর্বমূল্য ২২.৫০ টাকা ঘ. বর্তমান মূল্যে ১০ টাকা, পূর্বমূল্য ২২.৫০ টাকা

১৩. একটি গ্রামের বর্তমান লোকসংখ্যা ১০০০০ জন। ঐ গ্রামে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার ৩% হলে ২ বছর পর ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা কত হবে?
ক. ১০৬৫০ খ. ১১৬০৯ গ. ১০৬০৯ ঘ. ১৩৬০৯

📖 অতিরিক্ত অনুশীলনের জন্য : (প্রতিটি প্রশ্নের উত্তর শেষে দেয়া হয়েছে)

১৪. যদি x এর ৬৫% = y এর ১৩% হয় এবং y = ২০০০ হলে x এর মান কত?
ক. ২০০ খ. ৩০০ গ. ৪০০ ঘ. ৫০০

১৫. আপেলের দাম ২০% হ্রাস পেলে এক ব্যক্তি ১৬ কেজি বেশি আপেল কেনেন ৪০০০ টাকায়। তাহলে হ্রাস পাবার পর প্রতি কেজি আপেলের দাম কত?
ক. ৬৪ খ. ৬০ গ. ৫০ ঘ. ৪০

১৬. ৪০-এর ১৫% একটি সংখ্যার ২৫%-এর চেয়ে ২ বেশী। সংখ্যাটি কত?
ক. ১২ খ. ১৬ গ. ২৪ ঘ. ৩২

১৭. একটি ছাত্রকে পাশ করার জন্য ৩৩% নম্বর পেতে হয়। একজন ছাত্র ১২৫ নম্বর পেয়েও ৪০ নম্বরের জন্য ফেল করল। পরীক্ষায় সর্বোচ্চ নম্বর কত?
ক. ৩০০ খ. ৫০০ গ. ৮০০ ঘ. ১০০০

১৮. প্রথমবার ১০০০ টাকার ৪০% ছাড় এবং দ্বিতীয়বার ঐ টাকায় পরপর ৩০% এবং ১০% ছাড় দেওয়ার পর দুবার ছাড়ের পার্থক্য কত?
ক. ০ টাকা খ. ২০ টাকা গ. ৩০ টাকা ঘ. ৪০ টাকা

উত্তরমালা:

১.	গ	২.	খ	৩.	খ	৪.	গ	৫.	খ	৬.	ক	৭.	খ	৮.	খ	৯.	গ
১০.	ক	১১.	ঘ	১২.	খ	১৩.	গ	১৪.	গ	১৫.	গ	১৬.	খ	১৭.	ঘ	১৮	গ

বিস্তারিত সমাধান

০১. ✍সমাধান: ১০৫০ এর ৮% = $১০৫০ \times \frac{৮}{১০০}$ = ৮৪ টাকা।

০২. [Hints: ৫০০- (৩০০+৩০০ এর ৪%) = ৫০০-৩১২ = ১৮৮]

০৩. [Hints: ১৬% = ৪৮০ (৩০গুণ) হলে ১০০% = ৩০০০(৩০গুণ)]

০৪. [Hints: ৭০% = ৩৫০ (৫গুণ) হলে ১০০% = ৫×১০০ = ৫০০]

০৫. ✍সমাধান: ১+৪ = ৫ জনে অনুপস্থিত ১ জন হলে শতকরা হার হবে ২০%।

০৬. ✍সমাধান: [Hints: ৫০০০ এর ২৪%×১২ = ১৪৪০০]

০৭. ✍সমাধান: [Hints:১০৪% = ১৩০০ সুতরাং ১০০% = ১২৫০]

০৮. সমাধান: [Hints: ৬৫% = ৪২০ সুতরাং ১০০% = ১২০০]

০৯. [Hints: ৯০% = ৭২ সুতরাং ১০০% = ৮০]

১০. ✍সমাধান: চশমা পরা বালকদের সংখ্যা = ৬০০ এর ৪৫% এর ২০% = ৫৪ জন।
চশমা পরা বালিকাদের সংখ্যা = ৬০০ এর ৫৫% এর ৩০% = ৯৯ জন।
মোট চশমা পড়া ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = (৫৪+৯৯) = ১৫৩ জন। শতকরা হার = $\left(\frac{৫৪+৯৯}{৬০০} \times ১০০\right)$ % = ২৫.৫%

১১. ✍সমাধান: ধরি, R এর আয় ১০০ হলে Q এর আয় = ১২০ টাকা। তাহলে P এর আয় হবে ১২০ এর ১২৫% = ১৫০ টাকা।
∴ P এর আয় R এর তুলনায় (১৫০-১০০) = ৫০% বেশী।

১২. ✍সমাধান: ১ কিলোগ্রাম চিনির হ্রাসপ্রাপ্ত বর্তমান মূল্য = ৯০ টাকার ২০% টাকা = ১৮ টাকা।
এখন পূর্ব মূল্য বের করার জন্য = ৮০% = ১৮ টাকা হলে ১০০% = ২২.৫ টাকা। উত্তর: ১৮ টাকা ও ২২.৫ টাকা।

১৩. ✍সমাধান: ১০০০০ এর ১০৩% এর ১০৩% = ১০৬০৯ জন। অথবা চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের করার শর্টকাট নিয়মে করুন।

Model Test-01

পূর্ণমান : ১০ সময় : ১০ মিনিট

১. ২৪ কিমি কত কিলোমিটারের ৩০%?
ক. ৬০কিমি খ. ৮০কিমি গ. ১০৫কিমি ঘ. ৫৬কিমি

২. কোনো সংখ্যার ১৪% এর মান ৬ হলে, সে সংখ্যার ৪০% কত হবে? (ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, আরডিএস ২০১০)
ক. ৮ খ. ১০ গ. ১৫ ঘ. কোনটিই নয়

৩. চা পাতার দাম ২০% কমে যাওয়ায় করিম ৪৫০০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১৫ কেজি চা পাতা বেশি কিনতে পারে। প্রতি কেজি চা পাতার বর্তমান মূল্য কত?
ক. ৬০ খ. ৫৫ গ. ৫০ ঘ. ৪৫

৪. ১২.৫% এর ভগ্নাংশ কত? (ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, আরডিএস ২০১০)
ক. $\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{২}{৯}$ গ. $\frac{১}{৫}$ ঘ. $\frac{১}{৮}$

৫. কোন পরীক্ষায় মোট পরীক্ষার্থীদের ৪০% ছাত্রী। পরীক্ষায় ছাত্রীদের পাসের হার ৪০% এবং ছাত্রদের পাসের হার ৬০% হলে, মোট পাসের হার কত?
ক. ৫৩ খ. ৫২ গ. ৫৪ ঘ. ৫৫

৬. যদি ১৫টি পোশাকের মধ্যে ৪০% পোশাক শার্ট হয়, তবে ১৫টি পোশাকের মধ্যে শার্ট নয়?
ক. ৬ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১০

৭. একটি গণিতের বই প্রকৃত মূল্যের শতকরা ৮৫ ভাগ মূল্যে ৬৮ টাকা টাকায় বিক্রয় করলে বইটির প্রকৃত মূল্য কত?
ক. ৪৮ খ. ৭০ গ. ৮০ ঘ. ৯৬

৮. 'ক'-এর বেতন 'খ'-এর বেতনের ১২৫%। 'গ'- এর বেতন 'খ'-এর বেতনের ৮০%। ক, খ ও গ-এর বেতনের যোগফল ৬১০০০ টাকা হলে গ-এর বেতন কত? (ইসলামী ব্যাংক প্রবেশনারী অফিসার ২০০৩)
ক. ১৬,০০০ খ. ২৫,০০০ গ. ১৯,০০০ ঘ. ২০,০০০

৯. এক ব্যক্তি ৫০০ টাকায় একটি শাড়ি ক্রয় করে ৬ মাস পরে ৫৫০ টাকায় বিক্রি করল। তার বাৎসরিক শতকরা কত টাকা লাভ হলো? (ইসলামী ব্যাংক সহকারী অফিসার ২০০৮)
ক. ১০% খ. ১৫% গ. ২০% ঘ. ৩০%

১০. কোন স্কুলের মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ৯০০ জন। যদি বছরের শুরুতে ৪% ছাত্র চলে যায় এবং ৫% ছাত্রী নতুন ভর্তি হয় তাহলে ঐ স্কুলের ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যার কোন পরিবর্তন হয় না। বর্তমানে ঐ স্কুলে ছাত্র সংখ্যা কত জন?
ক. ৫২০ খ. ৩৮০ গ. ৪৮০ ঘ. ৪২০

উত্তরমালা:

১.	খ	২.	ঘ	৩.	ক	৪.	ঘ	৫.	খ
৬.	খ	৭.	গ	৮.	ক	৯.	গ	১০.	গ

Model Test-02

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. $৩৭\frac{১}{২}$ % কে সামান্য ও দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। *[৬ষ্ঠ শ্রেণী বোর্ড বই (অনু:২.)২]*

ক. $\frac{৩}{৪}$ ও ০.৩৭ খ. $\frac{৩}{৪}$ ও ০.৭৪ গ. $\frac{৪}{৩}$ ও ০.৩৭৫ ঘ. $\frac{৩}{৮}$ ও ০.৩৭৫

২. ৭২ কোন সংখ্যার ৪০%?

ক. ১৭০ খ. ১৮০ গ. ১৯০ ঘ. ১৯৫

৩. রাকিব সাহেব তার মাসিক বেতনের ২০% তার দুই ছেলেকে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন, এতে প্রত্যেক ছেলে ১৫২০টাকা করে পেলে রাকিব সাহেবের মাসিক বেতন কত?

ক. ১৫,০০০ টাকা খ. ১৫০২০ টাকা গ. ১৫২০০ টাকা ঘ. ১৪০২০ টাকা

৪. রাবির ২৮০০০ ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে ৪০% ইন্টারনেট ব্যবহার করে। এদের মধ্যে ১২% মোবাইলে ইন্টারনেট ব্যবহার করলে মোবাইলে ইন্টারনেট ব্যবহারকারী ছাত্র-ছাত্রীদের সংখ্যা কত?

ক. ১৩৪৪ জন খ. ১৫৪০ জন গ. ১৪৮০ জন ঘ. ১৪৪৪ জন

৫. একটি ট্রেনের মোট যাত্রীর ৪০% মহিলা, যদি ৭০% মহিলা সিটে বসে যায় এবং ঐ ট্রেনে মোট ৩৫০জন মহিলা সিটে বসে যায় তাহলে ঐ ট্রেনের মোট যাত্রী সংখ্যা কত?

ক. ১২০০জন খ. ১৩০০জন গ. ১২৫০জন ঘ. ১৩৫০জন

৬. যদি কোন বাজারে মোট দোকানের ৪০% দোকান পাকা হয় এবং মোট ৩০টি দোকান কাঁচা থাকে তাহলে ঐ বাজারে মোট কতটি দোকান আছে?

ক. ১০০টি খ. ৫০টি গ. ৬০টি ঘ. ৪০টি

৭. একটি গ্রামের মোট জনসংখ্যার $\frac{২}{৫}$ ভাগ অশিক্ষিত হয়,তাহলে ঐ গ্রামে শিক্ষার হার কত?

ক. ৪০% খ. ৪৫% গ. ৬০% ঘ. ৬৫%

৮. একজন বিক্রেতা তার পণ্যের দাম ২০% বাড়ানোর পর দেখলেন যে তার পণ্যের বিক্রি কমে গেছে তাই সে পুনরায় তার পণ্যের দাম ১০% কমিয়ে দিল এতে মোটের উপর তার পণ্যের দাম কত% কমলো বা বাড়লো?

ক. ৪% বাড়লো খ. ৮% বাড়লো গ. ৪% কমলো ঘ. ৮% কমলো

৯. একটি বইয়ের লিখিত মূলের উপর ১৫% ছাড় দেয়া হলো। যদি বইটির গায়ে ২৪০টাকা লিখা থাকে তাহলে বইটি কিনতে কত টাকা লাগবে?

ক. ২০২ টাকা খ. ২০৪ টাকা গ. ২৩৬ টাকা ঘ. ২৭৮ টাকা

১০. একটি নির্দিষ্ট দাম দিয়ে একটি পণ্য ক্রয় করা হলো, যদি পণ্যটির দাম প্রথমে ২০% কমানো ও পরে ১০% বাড়ানো হয় তাহলে সর্বশেষ মূল্য ২৬৪০ টাকা হয়। শুরুতে ঐ পণ্যের মূল্য কত ছিল? ,

ক. ৩০০০ টাকা খ. ২৫০০ টাকা গ. ৩২০০ টাকা ঘ. ২৬০০ টাকা

উত্তরমালা:

১.	ঘ	২.	খ	৩.	গ	৪.	ক	৫.	গ
৬.	খ	৭.	গ	৮.	খ	৯.	খ	১০.	ক

লিখিত অংশ

১. একটি ভোট কেন্দ্রে উপস্থিত ভোটারদের ৫৫% ভোট পেয়ে একজন প্রার্থী বিজয়ী হয়েছেন? তিনি তার একমাত্র প্রতিদ্বন্দ্বী অপেক্ষা ১১,০০০ ভোট বেশি পেয়েছেন। ভোট কেন্দ্রে কতজন ভোটার উপস্থিত ছিলেন? *[৪১তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: পরাজিত ব্যক্তি পেয়েছে শতকরা = ১০০-৫৫ = ৪৫% ভোট

বিজয়ী এবং পরাজিত ব্যক্তির ভোটের ব্যবধান শতকরা = ৫৫-৪৫ = ১০%

সুতরাং ১০% = ১১০০০ ∴ $১০০\% = \frac{১০০ \times ১১০০০}{১০} = ১১০০০০$

∴ ভোটকেন্দ্রে মোট ভোটার উপস্থিত ছিল = ১১০০০০ জন।

উত্তর: ১১০০০০ জন

২. দুইজন শ্রমিকের মাসিক বেতনের যোগফল ২০,০০০ টাকা। একজন শ্রমিকের বেতন ১০% হ্রাস পেলে যত টাকা হয় অপর শ্রমিকের বেতন ১০% বৃদ্ধি পেলে সমপরিমাণ টাকা হয়। শ্রমিক দুজনের বেতন মাসিক কত টাকা তা নির্ণয় করুন। *[৪০ তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: ধরি, শ্রমিক দুজনের মধ্যে প্রথম শ্রমিকের মাসিক বেতন = x টাকা।

সুতরাং ২য় শ্রমিকের মাসিক বেতন = (২০০০০-x) টাকা।

১০% হ্রাসে, প্রথম শ্রমিকের বেতন = x এর (১০০-১০)% = x ×৯০% = $\frac{৯০x}{১০০} = \frac{৯x}{১০}$ টাকা।

১০% বৃদ্ধিতে, দ্বিতীয় শ্রমিকের বেতন = (২০০০০-x) এর (১০০+১০)% = (২০০০০-x)×$\frac{১১০}{১০০} = \frac{(২০০০০ - x) \times ১১}{১০}$

প্রশ্নমতে, $\frac{৯x}{১০} = \frac{(২০০০০ - x) \times ১১}{১০}$

⇒ ৯x = ২০০০০×১১- ১১x ⇒২০x = ২০০০০×১১ ∴ x = ১১,০০০

সুতরাং প্রথম শ্রমিকের বেতন = ১১,০০০ টাকা এবং ২য় শ্রমিকের বেতন = ২০০০০-১১০০০ = ৯০০০ টাকা।

উত্তর: শ্রমিকদের আয় যথাক্রমে ১১,০০০ টাকা ও ৯,০০০ টাকা।

৩. যন্ত্রাংশে ৪০%, দালানে ২৫%, কাঁচামালে ১৫% এবং আসবাবপত্রে ৫% টাকা খরচ করার পর হাসানের হাতে ১৩০৫ টাকা থাকে। তার কাছে কত টাকা ছিল ? *[কৃষি মন্ত্রণালয়ের (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০১৯]+ [কর্ম সংস্থান ব্যাংক-(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১৮-(লিখিত)]*

সমাধান: মনে করি, প্রথমে হাসানের কাছে ছিল = ১০০ টাকা।

তার মোট খরচ = ৪০+২৫+১৫+৫=৮৫ টাকা। অবশিষ্ট থাকে = ১০০-৮৫ = ১৫টাকা

হাসানের কাছে বর্তমানে ১৫ টাকা থাকলে প্রথমে ছিল = ১০০ টাকা

∴ " " " ১ " " " " = $\frac{১০০}{১৫}$ টাকা

∴ " " " ১৩০৫ " " " " = $\frac{১০০ \times ১৩০৫}{১৫}$ টাকা = ৮৭০০ টাকা উত্তর: ৮৭০০ টাকা

৪. একটি স্টিল মিলে মাসে ১৮০ টন রড উৎপাদন করে। প্রতি টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরিদ মূল্য ১২,০০০ টাকা। ঐ মিলের আনুষঙ্গিক খরচ ৯০,০০০ টাকা। প্রতি টন উৎপাদিত রড কত দামে বিক্রয় করলে শতকরা ১০ টাকা লাভ থাকবে? *[৩৪তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান: প্রতি টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরচ = ১২০০০ টাকা

প্রতি টন মাসিক আনুষঙ্গিক খরচ ৯০০০০ ÷ ১৮০ বা ৫০০ টাকা

∴প্রতি টন রডের মোট উৎপাদন খরচ = ১২৫০০ টাকা
১০% লাভে,
উৎপাদন খরচ ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ১১০ টাকা
উৎপাদন খরচ ১২৫০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = $\frac{১১০ \times ১২৫০০}{১০০}$ = ১৩,৭৫০ টাকা । উত্তর: ১৩,৭৫০ টাকা

৫. কোনো শহরের লোকসংখ্যা ১০ লক্ষ। যদি পুরুষের সংখ্যা ১০% বৃদ্ধি পায় এবং স্ত্রীলোকের সংখ্যা ৬% কমে যায়, তবে শহরের লোকসংখ্যা কোনো পরিবর্তন হয় না। ঐ শহরে পুরুষ ও স্ত্রীলোকের সংখ্যা কত? *[৩২তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান: ধরি, পুরুষের সংখ্যা x জন
∴স্ত্রীলোকের সংখ্যা = (১০০০০০০ - x) জন
শর্তমতে, x এর ১০% = (১০০০০০০ - x) এর ৬% (কারণ বৃদ্ধিপ্রাপ্ত পুরুষ এবং কমে যাওয়া মহিলার সংখ্যা সমান)
বা, x এর $\frac{১০}{১০০}$ = (১০০০০০০ - x) এর $\frac{৬}{১০০}$
বা, ১০x = ৬০০০০০০ - ৬x বা, ১৬x = ৬০০০০০০ ∴x = ৩৭৫০০০ জন
স্ত্রীলোকের সংখ্যা = ১০০০০০০ - ৩৭৫০০০ = ৬২৫০০০ জন
সুতরাং পুরুষের সংখ্যা ৩৭৫০০০ জন এবং স্ত্রীলোকের সংখ্যা ৬২৫০০০ জন।
উত্তর: পুরুষের সংখ্যা ৩,৭৫,০০০ জন এবং স্ত্রীলোকের সংখ্যা ৬,২৫,০০০ জন।

৬. একটি পরীক্ষায় ১২০০ বালক পরীক্ষার্থী ছিল। যদি ৫০% বালক ও ৪০% বালিকা পরীক্ষায় পাস করে, বালিকা পরীক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় করুন। যেখানে মোট ৪৬% পরীক্ষার্থী পাস করেছে। *[২২তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: ধরি, বালিকা পরীক্ষার্থীর সংখ্যা = x জন। যেহেতু বালক ১২০০ জন ∴ মোট পরীক্ষার্থী = (১২০০ + x) জন
প্রশ্নমতে, (x এর ৪০% + (১২০০ এর ৫০%) = (১২০০ + x) এর ৪৬%
বা, $x \times \frac{৪০}{১০০} + ১২০০ \times \frac{৫০}{১০০} = (১২০০ + x) \times \frac{৪৬}{১০০}$
বা, ৪০x − ৬০০০০ = ৫৫২০০ + ৪৬x
বা, ৪৬x - ৪০x = ৬০০০০- ৫৫২০০ বা, ৬x = ৪৮০০ ∴ x = ৮০০ সুতরাং মেয়ে পরীক্ষার্থী = ৮০০ জন। (উত্তর)

৭. একটি স্কুল পরীক্ষায় ৭০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৮০% পরীক্ষার্থী বাংলায় পাস করে। কিন্তু ১০% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করে। যদি ৩৬০ জন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাস করে, তাহলে কতজন পরীক্ষার্থী পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করেছিল? *[৩২তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান, গণিতে ফেল করে = ১০০% - ৭০% = ৩০% *(উভয় বিষয়ে ফেল ১০% দেয়া আছে তাই ফেল বের করার পর করতে হবে)*
বাংলায় ফেল করে = ১০০% - ৮০% = ২০%
শুধু গণিতে ফেল করে = ৩০% - ১০% = ২০% আবার, শুধু বাংলায় ফেল করে = ২০% - ১০% = ১০%
প্রতি এক বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে মিলে মোট ফেল = ২০% + ১০% + ১০% = ৪০%
উভয় বিষয়ে পাশ করে = ১০০% - ৪০% = ৬০%
এখন, উভয় বিষয়ে ৬০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী ১০০ জন
উভয় বিষয়ে ১ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী = $\frac{১০০}{৬০}$ জন
উভয় বিষয়ে ৩৬০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী = $\frac{১০০ \times ৩৬০}{৬০}$ = ৬০০ জন
অতএব, নির্ণেয় পরিক্ষার্থীর সংখ্যা ৬০০ জন।
উত্তর: ৬০০ জন।

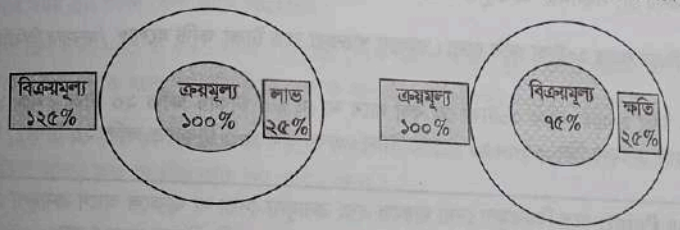
লাভ-ক্ষতি

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সাধারণ লাভ বা ক্ষতির প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৮	দুই ধাপে লাভ বা ক্ষতি হলে
পদ্ধতি-০২	লাভ বা ক্ষতির শতকরা হার বের করা	পদ্ধতি-০৯	কমিশন বা ছাড় দিয়ে বিক্রি
পদ্ধতি-০৩	লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ বের করা	পদ্ধতি-১০	সংখ্যা জাতীয় প্রশ্নের লাভ-ক্ষতি
পদ্ধতি-০৪	ক্রয়মূল্য বা বিক্রয়মূল্য বের করা	পদ্ধতি-১১	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
পদ্ধতি-০৫	বিক্রয়মূল্য আরো কিছু বেশি হলে ক্রয়মূল্য	পদ্ধতি-১২	লাভ ক্ষতির বিবিধ
পদ্ধতি-০৬	অনুপাত এবং ভগ্নাংশ আকারে লাভ-ক্ষতি	পদ্ধতি-১৩	এই অধ্যায়ের উপর গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৭	লাভ-ক্ষতির হ্রাস-বৃদ্ধি		
Practice Part		**Model Test**	
লাভ-ক্ষতির উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

কোন দ্রব্যে ২৫% লাভ হলে, ক্রয়মূল্য ১০০% এবং লাভের ২৫% ক্রয়মূল্যের সাথে যুক্ত হয়ে তা বিক্রয়মূল্য হয়ে যায়। এক্ষেত্রে বিক্রয়মূল্য = (১০০+২৫)% = ১২৫%।
আবার, ২৫% ক্ষতি হলে, বিক্রয়মূল্য = (১০০-২৫)% = ৭৫% হয় কিন্তু ক্রয়মূল্য ১০০% ই থাকে।



লাভ-ক্ষতির অংকে ক্রয়মূল্য সব সময় ১০০%

৫০ টাকার একটি পণ্য ৬০ টাকায় বিক্রি করলে ১০ টাকা লাভ হয়। আবার যদি বলা হয় ৪০ টাকায় একটি পণ্য বিক্রি করায় ১০ টাকা ক্ষতি হয়েছে তাহলে বলা যাবে না যে ৪০ টাকায় ১০ টাকা ক্ষতি হয়েছে কেননা যে কোন পণ্যের ক্রয়মূল্য ধরে লাভ ক্ষতি বের করতে হয়। তাই সেই পণ্যের ক্রয়মূল্য ছিল ৪০+১০= ৫০, এবং অংক করার সময় লিখতে হবে ৫০টাকায় ক্ষতি হয়েছে ১০ টাকা।

এখন থেকে আমরা সূত্র বানাতে পারি যে

লাভের ক্ষেত্রে:
(১) লাভ = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য (২) বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য + লাভ এবং (৩) ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য - লাভ

ক্ষতির ক্ষেত্রে:
(১) ক্ষতি = ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য (২) ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি এবং (৩) বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য - ক্ষতি (উপরোক্ত সূত্রগুলি ছাড়াই বাস্তবে চিন্তা করুন এবং সে অনুযায়ী অংক করার চেষ্টা করুন। তাহলে সূত্র মনে রাখার মতো অতিরিক্ত ঝামেলা করতে হবে না, কেননা পরীক্ষার হলে সময়ের স্বল্পতার টেনশনে সব এলোমেলো হয়ে যেতে পারে কিন্তু বাস্তব শিক্ষা কখনোই হারাবে না। তাই বাস্তবতা আগে)

লাভ থাকলেই যোগ আর ক্ষতি থাকলেই বিয়োগ নাও হতে পারে। যেমন: ১০ টাকায় একটি কলম বিক্রি করায় ৩ টাকা লাভ হলে ক্রয়মূল্য কত? সূত্র ধরে করলে উত্তর আসবে, ১০+৩ = ১৩ যা ভুল। কিন্তু বাস্তবে ভাবলে ১০ টাকায় বিক্রয় করায় লাভ হয়েছে তাই ক্রয়মূল্য কম ছিল। ক্রয়মূল্য হবে = ১০- ৩ = ৭। যা কখনোই ভুল হবে না।

পরামর্শ: সূত্র খোঁজার আগে বাস্তবে ভাবুন।

১. ক্রয়মূল্য C টাকা এবং বিক্রয়মূল্য P টাকা হলে মুনাফা নিচের কোনটি? *[NSI (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*

ক. C+P খ. P-C গ. $\frac{P}{C}$ ঘ. CP উত্তর: খ

সমাধান: ক্রয় মূল্য = C টাকা এবং বিক্রয়মূল্য = P টাকা

∴ মুনাফা = P – C [মুনাফা = বিক্রয়মূল - ক্রয়মূল্য]

অথবা এভাবে ভাবতে পারেন। লাভে বিক্রয়মূল্য হলে সেখানে ক্রয়মূল্য এবং লাভ দুটোই যুক্ত আছে। তাই বিক্রয়মূল্য থেকে ক্রয়মূল্য বাদ দিলেই লাভ বের হবে।

ভুল থেকে শিখুন: একটা সাধারণ ভুল যা অনেকেই করে থাকে তা থেকে গুরুত্বপূর্ণ একটি বিষয় শিখে নিন।

২. ১০০ টাকায় একটি দ্রব্য বিক্রয় করায় ২৫ টাকা ক্ষতি হলো। শতকরা ক্ষতির হার কত? সঠিক উত্তর: ২০%

এই অংকটি করতে গিয়ে অনেকে ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় ২৫ টাকা লিখে রাখে যা একটি মারাত্মক ভুল । কেননা এখানে ১০০ তো বিক্রয়মূল্য! আর ২৫ টাকা ক্ষতি অর্থ ঐ দ্রব্যটি = ১০০+২৫=১২৫ টাকায় কেনা হয়েছিল। তাই লিখতে হবে ১২৫ টকায় ক্ষতি হয়েছে ২৫ টাকা । ক্ষতির হার = $\frac{২৫}{১২৫} \times ১০০ = ২০\%$ । কিন্তু ১০০ টাকায় ক্ষতি হয়েছে ২৫লিখলে ভুল হবে।

এখান থেকে আমরা শিখলাম যে, **সবসময় ক্রয়মূল্য থেকে লাভ বা ক্ষতি বের করতে হয়**

৩. একটি দ্রব্য ৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ২০টাকা ক্ষতি হলো। তাহলে শতকরা কত টাকা ক্ষতি হলো? *[আনসার ভিডিপি-২০১৮]*

সমাধান:

এখানে বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হওয়ায় ক্ষতির ২০টাকা কে বলা যাবে না যে ৮০ টাকায় ক্ষতি ২০ টাকা। বরং ৮০ টাকায় বিক্রি করায় ২০ টাকা ক্ষতি হলে ক্রয়মূল্য ছিল = ৮০+২০ = ১০০ টাকা। এখন এই ১০০ টাকাতে ক্ষতি ২০ টাকা **উত্তর: ২০%**

Learning Point: প্রশ্নে বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে এবং ক্রয়মূল্য দেয়া না থাকলে আগে ক্রয়মূল্য বের করে তার পর হিসেব করতে হবে। কারণ ক্রয়মূল্যের উপর লাভ ক্ষতি হিসেব করতে হয়।

এই বিষয়টি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। কেননা এই অধ্যায়ের বিভিন্ন অংকে এই বিষয়টি বার বার আসবে এবং অনেকেই ভুল করে থাকেন। তাই এখান থেকে ভালোভাবে বুঝে নিন।

৪. একটি বই ১২০ টাকায় কিনে, ১০০ টাকায় বিক্রি করে দিলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ? *[এনএসআই(জুনি ফিল্ড অফি)-২০২১]*

ক. ১৬.৩৩ টাকা লাভ হবে খ. ১৬.৬৭ টাকা ক্ষতি হবে

গ. ১৭.৩৩ টাকা ক্ষতি হবে ঘ. ১৮.৬৭ টাকা ক্ষতি হবে উত্তর: খ

সমাধান: ক্ষতির পরিমাণ = (১২০ -১০০) টাকা = ২০ টাকা (এখানে বলা যাবে না ১০০ টাকায় ক্ষতি ২০টাকা)

বরং ক্রয়মূল্য ১২০ টাকার উপর ক্ষতি হয়েছে ২০ টাকা। ∴ শতকরা ক্ষতি = $\frac{২০}{১২০} \times ১০০ = ১৬.৬৭$ টাকা ক্ষতি হবে।

মনে রাখতে হবে: একটা ব্যবসায় দিন শেষে কত টাকা পেলাম তার উপর লাভ-ক্ষতি হিসেব হয় না। বরং ব্যবসার শুরুতে যত টাকা বিনিয়োগ করা হয়েছিল তার উপর লাভক্ষতি হিসেব হয়। এখানে বিনিয়োগ= ক্রয়মূল্য।

লাভ-ক্ষতির বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি -০১ : সাধারণ লাভ বা ক্ষতির প্রশ্ন

১. একবার স্ট্রবেরি ২৭৫০ টাকায় বিক্রয় করায় ৪৫০ টাকা ক্ষতি হলো। ঐ স্ট্রবেরি ৩৬০০ টাকায় বিক্রয় করলে কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হবে? *[এনএসআই(ফিল্ড স্টাফ)-২০২১]*

ক. ক্ষতি = ৭০০ টাকা খ. লাভ = ৪০০ টাকা গ. ক্ষতি = ৪০০ টাকা ঘ. লাভ = ৭০০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান:

ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি = (২৭৫০ + ৪৫০) = ৩২০০ টাকা

∴লাভ = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য = (৩৬০০ - ৩২০০) = ৪০০ টাকা

২. একটি প্যান্ট ৫৪০ টাকায় বিক্রি করাতে ৫০ টাকা ক্ষতি হলো। প্যান্টটি কত টাকায় বিক্রি করলে ৮০ টাকা লাভ হতো?

ক. ৬৭০টাকা খ. ৬০০টাকা গ. ৬০৫টাকা ঘ. ৫৯০টাকা উত্তর: ক

সমাধান :

(বাস্তবে ভাবলে অংককে অংক মনে না হয়ে খেলা মনে হবে)

এখানে বিক্রয়মূল্য ৫৪০ এবং ক্ষতি ৫০ টাকা ∴ক্রয়মূল্য= বিক্রয়মূল্য+ক্ষতি = ৫৪০+৫০ = ৫৯০ টাকা

এভাবে ভাবা বেশি সহজ: ৫৪০ টাকায় বিক্রি করায় ৫০ টাকা ক্ষতি হয়েছে তাহলে কেনার সময় ৫০ টাকা বেশী দামে কিনেছিল।

তাই ক্রয়মূল্য ছিল ৫৪০+৫০ = ৫৯০ টাকা। (সূত্রের থেকে বাস্তবে ভাবলে ভুল হওয়ার সম্ভাবনা কম)

এখন ৮০ টাকা লাভ করতে হলে প্যান্টটি বিক্রি করতে হবে = (৫৯০+৮০) = ৬৭০ টাকায়

৩. প্রতি মিটার ১২৫ টাকা দরে কাপড় ক্রয় করে ১৫০ টাকা দরে বিক্রয় করলে দোকানদারের ২০০০ টাকা লাভ হয়। দোকানদার মোট কত মিটার কাপড় ক্রয় করেছিলেন? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.২)]*

ক. ৫০ খ. ৭৫ গ. ৮০ ঘ. ১২৫ উত্তর: গ

সমাধান: ১ মিটার কাপড়ে লাভ হয় = ১৫০ - ১২৫ = ২৫ টাকা [বিক্রয়মূল্য বেশি হওয়ায় লাভ]

২৫ টাকা লাভ হয় = ১ মিটারে

∴২০০০" " " = $\frac{১ \times ২০০০}{২৫}$ " = ৮০, সুতরাং দোকানদার মোট কাপড় ক্রয় করেছিলেন ৮০ মিটার ।

নিজে করুন:

৪. একজন চা ব্যবসায়ী এক বাক্স চা পাতা কেজি প্রতি ৮০ টাকা হিসাবে ক্রয় করেন। সব চা পাতা কেজি প্রতি ৭৫ টাকা দরে বিক্রয় করায় ৫০০ টাকা ক্ষতি হয়। তিনি কত কেজি চা পাতা ক্রয় করেছিলেন? *[প্রাক- প্রাবিসহশিনি:-২০১৩]+ [৭ম শ্রেণী অনু: ২.২]*

ক. ৫০কেজি খ. ৬০কেজি গ. ৭০কেজি ঘ. ১০০কেজি উত্তর: ঘ

সমাধান: ১ কেজিতে ক্ষতি = ৮০-৭৫ = ৫টাকা। [এখানে বিক্রয়মূল্য কম হওয়ায় ক্ষতি]

এখন, ৫ টাকা ক্ষতি হয় = ১ কেজিতে

∴ ৫০০ " " " = $\frac{১ \times ৫০০}{৫}$ = ১০০ কেজিতে সুতরাং চা পাতা ক্রয় করেছিলেন ১০০ কেজি **উত্তর: ১০০ কেজি।**

(১.ক) যত তত লাভ বা ক্ষতি :

৯. একটি জিনিস ৩৬ টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হয় ৭২ টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হয়। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: স্টেশন মাষ্টার)-২০১৮] + [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮] + [৩৬ তম বিসিএস লিখিত] + [কৃষি মন্ত্রণালয় (ডাটা কন্ট্রোল অপারেটর):২০২১] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪৫ টাকা খ. ৪৪ টাকা গ. ৪২ টাকা ঘ. ৪৮ টাকা উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (লাভ বা ক্ষতির পরিমাণকে x ধরে)	বিকল্প সমাধান: (সরাসরি ক্রয়মূল্যকে x ধরে)
ধরি, প্রথম বার ক্ষতি হয় = x টাকা। ∴২য় বার লাভ হয় = ২x প্রশ্নমতে, ৩৬+x = ৭২-২x (উভয়পাশে ক্রয়মূল্য সমান সমান) ⇒ ৩x = ৭২-৩৬ = ৩৬ ∴ x = ১২ টাকা। অর্থাৎ ক্ষতি হয় = ১২ টাকা। তাহলে ক্রয়মূল্য = (৩৬+১২) = ৪৮ টাকা।	ধরি, ক্রয়মূল্য = x টাকা। প্রশ্নমতে, ২(x-৩৬) = ৭২-x (২×ক্ষতি = লাভ,সমান হবে) ⇒ ২x-৭২ = ৭২-x ⇒ ৩x =১৪৪ ∴ x= ৪৮ সুতরাং ক্রয়মূল্য = ৪৮ টাকা

মুখে মুখে: একগুণের মান = $\frac{\text{দুই বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য}}{\text{যতগুণ} + ১}$ [এরপর ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি = ক্রয়মূল্য বের করা যাবে খুব সহজে]

এখানে $\frac{৭২ - ৩৬}{২ + ১} = \frac{৩৬}{৩} = ১২$ হচ্ছে একগুণের মান। এখন ক্রয়মূল্য = ৩৬+১২ = ৪৮ টাকা।

১০. একটি দ্রব্য ৩৭৮ টাকায় বিক্রয় করলে যত ক্ষতি হয় ৪৫০ টাকায় বিক্রয় করলে তার তিন গুণ লাভ হয়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় করুন। *[সমবায় অধিদপ্তর (সহ: পরিদর্শক)-২০২১-লিখিত]*

ক. ৩৮৩ টাকা খ. ৩৯৬ টাকা গ. ৪১৬ টাকা ঘ. ৪২০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = x টাকা

প্রশ্নমতে, $৩(x - ৩৭৮) = ৪৫০ - x \Rightarrow ৩x - ১১৩৪ = ৪৫০ - x \Rightarrow ৪x = (৪৫০ + ১১৩৪) = ১৫৮৪ \therefore x = ৩৯৬$

সুতরাং দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = ৩৯৬ টাকা।

মুখে মুখে: এখানে একগুণের মান = $\frac{৪৫০ - ৩৭৮}{৩ + ১} = \frac{৭২}{৪} = ১৮$। এখন ক্রয়মূল্য = ৩৭৮+১৮ = ৩৯৬ টাকা

নিজে করুন:

১১. একটি টুপি ৭০টাকায় বিক্রয় করায় যত লাভ হয় ৩০টাকায় বিক্রয় করলে তার তিনগুণ ক্ষতি হয়। টুপিটির ক্রয়মূল্য কত?

ক. ৫০টাকা খ. ৬০টাকা গ. ৭০টাকা ঘ. ৭৫টাকা উত্তর: খ

মুখে মুখে: একগুণের মান = $\frac{৭০ - ৩০}{৩ + ১} = \frac{৪০}{৪} = ১০$। এখন ক্রয়মূল্য = ১গুণ লাভে বিক্রয়মূল্য - লাভ = ৭০-১০ = ৬০ টাকা

১২. শামসু ৬০ টাকায় একটি দ্রব্য বিক্রি করায় কিছু টাকা ক্ষতি হয়। যদি সে দ্রব্যটি ১৪৭ টাকায় বিক্রি করে তাহলে তাঁর পূর্বের ক্ষতির দ্বিগুণ লাভ হয়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত টাকা? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ৮৯ খ. ৯০ গ. ৮৫ ঘ. ৯২ উত্তর: ক

১৩. ১টি ছাগল ৩৬০০ টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হয়, ৭২০০ টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, ছাগলটির ক্রয়মূল্য কত? *[ঢাকা সিটি কর্পোরেশন-(ব্যক্তিগত সহকারী)-২০২২ (লিখিত)]*

উত্তর: ৪৮০০ টাকা।

পদ্ধতি-০২: লাভ বা ক্ষতির শতকরা হার বের করা

লাভ বা ক্ষতির হার = $\frac{\text{লাভ/ক্ষতির পরিমাণ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times ১০০\%$ [নিচে সবসময় ক্রয়মূল্য বসবে কারণ ক্রয়মূল্যের উপর লাভ/ক্ষতির হিসেব হয়।]

(২.ক) লাভের হার বের করা:

১৪. এক ব্যক্তি ৪০০ টাকায় আম ক্রয় করে ৫০০ টাকায় বিক্রি করলো। তার শতকরা কত লাভ হলো? *[গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ২০% খ. ২৫% গ. ১৬% ঘ. ২৪% উত্তর: খ

সমাধান: লাভ = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য = (৫০০ - ৪০০) = ১০০ টাকা সুতরাং শতকরা লাভ = $\frac{১০০}{৪০০} \times ১০০ = ২৫\%$।

মুখে মুখে: ৪০০ টাকায় ১০০ টাকা লাভ অর্থ ৪ ভাগের ১ ভাগ লাভ বা ১/৪ অংশ হিসেবে সরাসরি = ২৫%।

১৫. একটি সাইকেল ৫০০০ টাকায় ক্রয় করে ৫৯০০ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? *[বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৯% খ. ১৫.২৫% গ. ১৮% ঘ. ৮.২৫% উত্তর: গ

সমাধান: লাভের পরিমাণ = (৫৯০০ − ৫০০০) = ৯০০ টাকা সুতরাং শতকরা লাভ = $\frac{৯০০}{৫০০০} \times ১০০ = ১৮\%$।

নিজে করুন:

১৬. একটি কলম ৫০ টাকায় ক্রয় করে ৫৬ টাকায় বিক্রয় করা হলো। এতে শতকরা কত লাভ হলো? *[সহকারী জজ প্রা: পরীক্ষা-১১]*

ক. ১০% খ. ১২% গ. ২০% ঘ. ২৪% উত্তর: খ

[Hints: ৫০ টাকায় ৬ টাকা লাভ হলে ১০০ তে ১২ বা ১২%]

১৭. একজন দোকানদার একটি দিয়াশালাই বক্স ১.৫০ টাকা ক্রয় করে ২.০০ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. .৫০% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৩.৩৩% উত্তর: ঘ

[Hints: লাভ = (২.০০- ১.৫০) = ০.৫০ টাকা, এখন ১.৫ এ ০.৫ লাভ অর্থ ৩ ভাগের ১ ভাগ বা ৩৩.৩৩%]

১৮. একটি পেন্সিল ১.২৫ টাকায় কিনে ১.৩০ টাকায় বিক্রয় করলে, শতকরা কত লাভ হবে? *[প্রাক- প্রা:বি:সহ:শি:নি:-১৩]*

ক. ১.২% খ. ১.৫% গ. ৪% ঘ. ২.৫% উত্তর: গ

[Hints: লাভ = (১.৩০ − ১.২৫) = .০৫, তারপর ১.২৫ টাকায় লাভ .০৫, ২৫ ভাগের ১ ভাগ বা ৪%]

১৯. এক দোকানদার ১ ডজন বলপেন ৬০ টাকায় ক্রয় করে ৭২ টাকায় বিক্রয় করলে তার শতকরা লাভ কত? *[প্রাক-প্রা:বি:সহ:শি:-১৩]*

ক. ১০% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৫০% উত্তর: খ

[Hints: এখানে ডজনকে হিসেবে ধরতে হবে না। ৬০ টাকায় ১২টাকা লাভ বা ১/৫ অংশ = ২০%]

(২.খ) ক্ষতির হার বের করা:

২০. একটি দ্রব্য ২৫ টাকায় ক্রয় করে ২০ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত টাকা ক্ষতি হবে? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১(লিখিত)]*

ক. ৫ টাকা খ. ১০ টাকা গ. ১৫ টাকা ঘ. ২০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে ক্ষতির পরিমাণ = (২৫-২০) = ৫ টাকা।
ক্রয়মূল্য ২৫ টাকা হলে ক্ষতি = ৫ টাকা।
∴ " ১ " " " = $\frac{৫}{২৫}$ "
∴ " ১০০ " " " = $\frac{৫\times১০০}{২৫}$ = ২০ টাকা।

শর্টকাট: ২৫ টাকায় ক্ষতি (২৫-২০) = ৫ টাকা
৫ হলো ২৫ এর ১/৫ অংশ বা ২০%

নিজে করুন:

২১. একটি শার্ট ৬০০ টাকায় ক্রয় করে ৫৫২ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত ক্ষতি হবে? [এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]
ক. ৮% খ. ১২% গ. ১৬% ঘ. ১৮% উত্তর: ক
[Hints: ক্ষতি = ৬০০-৫৫২ = ৪৮। ৬০০ টাকায় ৪৮ টাকা হলে ১০০ টাকায় হবে ৬ গুণ কম অর্থাৎ ৪৮÷৬ = ৮%]

২২. একটি দ্রব্য ২০০ টাকায় ক্রয় করে ১৮০ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা ক্ষতি কত? [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা(অফিস সহায়ক)-২০২১]
ক. ২০% খ. ১০% গ. ৩০% ঘ. ৪০% উত্তর: খ

২৩. একটি দ্রব্য ৩৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ২০ টাকা ক্ষতি হলো। শতকরা ক্ষতির হার কত? (প্রাক- প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-১৩)
ক. ৮% খ. ১০% গ. ৬০% ঘ. ৫% উত্তর: ঘ

সমাধান:
এ ধরনের অংকে অনেকেই ভুল করে ৩৮০ টাকায় ক্ষতি হয়েছে ২০ টাকা লিখে রাখতে পারেন তাতে ভুল হবে।
কেননা ৩৮০ টাকায় বিক্রি করাতে ২০ টাকা ক্ষতি হলে দ্রব্যটি কিনতে মোট খরচ হয়েছিল = (৩৮০+২০) = ৪০০ টাকা।
৪০০ টাকায় ক্ষতি হয়েছিল ২০ টাকা। সুতরাং শতকরা ক্ষতির হার = $\frac{২০}{৪০০}\times১০০ = ৫\%$ উত্তর: ৫%

Mistake Alert: বার বার একটি বিষয় স্মরণ করিয়ে দেয়া হচ্ছে যে, বিক্রয়মূল্য থাকলে সরাসরি হিসেব না করে আগে ক্রয়মূল্য বের করে তারপর হিসেব করতে হবে। এরকম অনেক প্রশ্ন আসে এবং অনেকেই ভুল করতে পারেন।

নিজে করুন:

২৪. একটি ঘড়ি ২৭০ টাকায় বিক্রি করায় ৩০ টাকা ক্ষতি হলে শতকরা ক্ষতির হার কত?
ক. ১০% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ১১.১১% উত্তর: ক
[Hints: ক্রয়মূল্য = ২৭০+৩০ = ৩০০ টাকায় ক্ষতি ৩০ টাকা হলে শতকরা হার হবে ১/১০ অংশ হিসেবে = ১০%]

একটু ভিন্ন:

২৫. একজন মাছ বিক্রেতা প্রতি হালি ইলিশ মাছ ১৬০০ টাকায় কিনে প্রতিটি ৩৫০ টাকায় বিক্রয় করলেন। তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর):২০২১]
ক. ১০% খ. ১২% গ. ১২.৫% ঘ. ১৫% উত্তর: গ

সমাধান: ৪ টি ইলিশের ক্রয়মূল্য = ১৬০০ টাকা
১ টি " " = (১৬০০ ÷ ৪) = ৪০০ টাকা
∴ ক্ষতি = (৪০০-৩৫০) = ৫০ টাকা ∴ শতকরা ক্ষতি = $\frac{৫০}{৪০০}\times১০০ = ১২.৫\%$ ($\frac{১}{৮}$ অংশ = ১২.৫%) উত্তর: ১২.৫০%

নিজে করুন:

২৬. একজন মাছ বিক্রেতা প্রতি হালি রুই মাছ ২৪০০ টাকায় কিনে প্রতিটি মাছ ৫৫০ টাকা করে বিক্রয় করলেন। তার শতকরা কত লাভ/ক্ষতি হলো? [এনএসআই(ফিল্ড স্টাফ)-২০২১]
ক. ৩$\frac{১}{৮}$ লাভ খ. ১২$\frac{১}{২}$ লাভ গ. ১$\frac{৩}{৮}$ ক্ষতি ঘ. ৮$\frac{১}{৩}$ ক্ষতি উত্তর: ঘ
[Hints: (২৪০০÷৪) = ৬০০ টাকায় ক্ষতি = (৬০০-৫৫০) = ৫০ টাকা। বাকীটা নিজে করুন।]

২৭. এক ব্যক্তি ৯০০ টাকায় একটি জিনিস ক্রয় করে ৪ মাস পর ৯৬৩ টাকায় বিক্রয় করল। তার বার্ষিক শতকরা কত লাভ হলো? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
ক. ২১ টাকা খ. ২০ টাকা গ. ১৮ টাকা ঘ. ২৩ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:
৯০০ টাকায় ৪ মাসে লাভ = (৯৬৩ - ৯০০) = ৬৩ টাকা
∴ ১ " " " = $\frac{৬৩}{৯০০\times৪}$ "
∴ ১০০" ১২ " " = $\frac{৬৩\times১০০\times১২}{৯০০\times৪}$ = ২১ টাকা উত্তর: ২১ টাকা

শর্টকাট: ৯০০ তে ৬৩ হলে ১০০ তে = ৬৩ ÷৯ = ৭
৪ মাসে ৭ টাকা হলে ১২ মাসে = ৭×৩ = ২১ টাকা।

নিজে করুন:

২৮. যদি ১০০০ টাকার উপর ৬ মাসে লাভ হয় ৬৫ টাকা তবে লাভের শতকরা বার্ষিক হার কত? [PKB- (EO) - 2017]
ক. ৮% খ. ১৫% গ. ১৩% ঘ. ১২% উত্তর: গ

সমাধান: ৬ মাসের লাভ ৬৫ টাকা হলে বাৎসরিক লাভ বা ১ বছরে লাভ হবে ৬৫ এর দ্বিগুণ = ১৩০ টাকা।
এখন ১০০০ টাকায় ১৩০ টাকা লাভ হলে ১০০ টাকায় লাভ হবে তার ১০ ভাগের ১ ভাগ অর্থাৎ $\frac{১৩০\times১০০}{১০০০}$ = ১৩%

২৯. ক একটি জিনিস খ এর নিকট ২০% লাভে বিক্রি করে খ জিনিসটি গ এর নিকট ক এর ক্রয়মূল্যে বিক্রি করে। খ এর শতকরা কত ক্ষতি হয়? [প্রাক- প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-১৩] +[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]
ক. ১৬$\frac{২}{৩}$% খ. ৬$\frac{২}{৩}$% গ. ১৬$\frac{১}{৩}$% ঘ. ৬$\frac{১}{৩}$% উত্তর: ক

সমাধান:- ধরি, ক এর ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা সুতরাং ২০% লাভে ক এর বিক্রয় মূল্য = (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা
এখন খ এর ক্রয়মূল্য = ১২০ টাকা [ক বিক্রয়মূল্যটাই খ এর ক্রয়মূল্য]
আবার, খ এর বিক্রয়মূল্য = গ এর ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা [যেহেতু খ, গ এর নিকট 'ক' এর ক্রয়মূল্যে বিক্রয় করে)
তাহলে খ এর ক্ষতি = (ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য) = (১২০ – ১০০) টাকা = ২০ টাকা
∴ শতকরা ক্ষতি = $\frac{২০}{১২০}\times১০০\% = ১৬\frac{২}{৩}\%$

শর্টকাটের লজিক: ২০% দাম বাড়িয়ে আবার ২০% কমালে কত কমে? অংকটা ঠিক এরকমই ।

বিষয়টা দেখতে ঠিক এমন: ১০০ ⇒ ১২০ ⇒ ১০০ (প্রথমে ১০০ থেকে ২০% বেড়ে ১২০, পরে ১২০ থেকে কমে ১০০)
[এখন ১২০ এ ২০ কমানোর অর্থ ১৬.৬৭% কমবে।]

পদ্ধতি-০৩: লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ বের করা

৩০. ৩০০ টাকায় ১৫% লাভ হলে কত টাকা লাভ হবে? [বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]
ক. ৪৫ টাকা খ. ৪৭টাকা গ. ৫০ টাকা ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: ৩০০ টাকায় ১৫% লাভ = (৩০০× $\frac{১৫}{১০০}$) = ৪৫ টাকা

৩১. একটি লোক একটি বই ৭৫০ টাকায় কিনে ৪% লাভে বিক্রি করে। প্রতি বই বিক্রি করে তার লাভের পরিমাণ কত টাকা?
ক. ৫০ টাকা খ. ২০ টাকা গ. ৩০ টাকা ঘ. ৪০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: মোট লাভ (৭.৫ ×৪) = ৩০ টাকা। (% এর কারণে নিচের ১০০ দিয়ে ৭৫০ কে ভাগ = ৭.৫ ই হবে)

কখন শুধু x এর ২০%, কখন x এর ১২০% আর ১২০% = x

নিচের প্রশ্নটি থেকে এই কনফিউশনটি ক্লিয়ার করে নিলে পরবর্তীতে শত শত অংক খুব দ্রুত উত্তর বের করা যাবে:

৩২. ৫০০০ টাকায় একটি ছাগল কিনে ২০% লাভে বিক্রি করলে মোট কত টাকা লাভ হবে?
ক. ১০৫০ খ. ৫০০ গ. ২৫০০ ঘ. ১০০০ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে ক্রয়মূল্য ১০০% দেয়া থাকায় সরাসরি ৫০০০ এর ২০% = ১০০০ টাকা ই উত্তর। অর্থাৎ যখন শুধু লাভ বা ক্ষতির % এবং ক্রয়মূল্য দেয়া থাকবে তখন লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ জানার জন্য শুধু % এর মান গুণ করে দিতে হবে।

৩৩. ৫০০০ টাকায় একটি ছাগল কিনে ২০% লাভে বিক্রি করলে বিক্রয়মূল্য কত টাকা?
ক. ৫২০০ খ. ৫৫০০ গ. ৬০০০ ঘ. ৬২০০ উত্তর: গ

সমাধান: এখানে বিক্রয়মূল্য বের করতে বলা হয়েছে। যেহেতু ক্রয়মূল্য ১০০% দেয়া আছে এবং লাভ ২০%। সুতরাং বিক্রয়মূল্যটি হবে = (১০০+ ২০)% = ১২০%।

এখন ক্রয়মূল্য থেকে সরাসরি বিক্রয়মূল্য বের করতে ৫০০০ এর ১২০% = ৬০০০ টাকা লেখা যায়। । এভাবে সরাসরি আসবে। আবার আগে লাভ ৫০০০ এর ২০% = ১০০০ টাকা। তারপর বিক্রয়মূল্য = ৫০০০+১০০০ = ৬০০০ এভাবেও করা যায়।

[এই প্রশ্নগুলোতে এটা দেখানো হলো যে, ক্রয়মূল্য থাকলে সরাসরি ক্রয়মূল্য লিখে পরে এর লিখে % যুক্ত সংখ্যা লিখা যায়। কিন্তু যদি ক্রয়মূল্য না দিয়ে বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকে তাহলে এভাবে সরাসরি এর দিয়ে লেখা যাবে না। নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন।]

কিন্তু বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে তখন ভিন্ন নিয়মে করতে হবে, যেমন:

৩৪. ৬০০০ টাকায় একটি ছাগল বিক্রয় করায় ২০% লাভ হলো, মোট কত টাকা লাভ হলো?
ক. ১৫০০ খ. ১০০০ গ. ১৭০০ ঘ. ১৭০০ উত্তর: খ

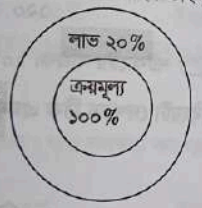
সমাধান: এখানে ৬০০০ এর ২০% লিখে অংক করলে অংকটি ভুল হবে। (এটাই টার্নিং পয়েন্ট)

কেননা লাভ-ক্ষতি হিসেব করতে হয় ক্রয়মূলের উপর। কিন্তু প্রশ্নে প্রদত্ত ৬০০০ টাকা হলো বিক্রয়মূল্য। এখানে মোট লাভের পরিমাণ বের করতে বলা হয়েছে, অর্থাৎ ২০% এর মান বের করতে হবে। তাহলে অংকটিতে যে ক্লু গুলো দেয়া আছে তা থেকেই অংকটি করতে হবে। এখানে ৬০০০ টাকার মধ্যে ক্রয়মূল্য ১০০% এবং লাভ ২০% সহ ১২০% এর মান দেয়া আছে। তাই আমরা লিখতে পারি, (চিত্র দেখুন)

১২০% = ৬০০০ টাকা। (বিক্রয়মূল্য ও % থাকলে এভাবে লিখতে হবে)

$\therefore$ ১% = $\frac{৬০০০}{১২০}$ টাকা।

$\therefore$ ২০% = $\frac{৬০০০ \times ২০}{১২০}$ = ১০০০ টাকা।



Be Careful: সবসময় মুখস্ত ক্রয়মূল্য ১০০% এর মান বের করা যাবে না। প্রশ্নের যেভাবে চাইবে সেভাবে কাজ করতে হবে এই প্রশ্নে ক্রয়মূল্যের মান বের করতে বলা হলে ১০০% এর মান বের করা হতো। কিন্তু শুধু লাভ বলায় শুধু ২০%।

উপরের প্রশ্নটাই যদি এভাবে সমাধান করা হতো, ধরি ক্রয়মূল্য = x তাহলে বিক্রয়মূল্য = x এর ১২০% অর্থাৎ এখানে একসাথে লেখা গেলো। কারণ এখানে x টা ক্রয়মূল্য। কিন্তু বিক্রয়মূল্য = x হলে তখন ১২০% = x এভাবে।

মোট কথা: শুধু লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ বের করার জন্য শুধু %। ক্রয়মূল্য থেকে বিক্রয়মূল্য বের করতে ১০০% এর সাথে লাভ ক্ষতির % যোগ। আর বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে % = মান এভাবে লিখতে হবে।

নিজে করুন:

৩৫. ৫৬০ টাকার একটি শার্ট বিক্রি করায় ১২% লাভ হলে মোট লাভের পরিমাণ কত? [Hints: ১১২% = ৫৬০ $\therefore$ ১২% = ৬০]
ক. ৫৪টাকা খ. ৬০টাকা গ. ৬৫টাকা ঘ. ৭০টাকা উত্তর: খ

৩৬. ২৭০০ টাকায় একটি মোবাইল বিক্রি করায় ১০% ক্ষতি হলে মোট ক্ষতি কত টাকা? [Hints: ৯০% = ২৭০০ $\therefore$ ১০% = ৩০০]
ক. ৩০০০টাকা খ. ২৭০টাকা গ. ২৯০টাকা ঘ. ৩০০টাকা উত্তর: ঘ

৩৭. একটি দ্রব্য ৪২০ টাকায় ক্রয় করে ১৫% লাভে বিক্রয় করা হল। বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য অপেক্ষা কত টাকা বেশি? [BADC (AC)-2017]
ক. ৪২ টাকা খ. ২১টাকা গ. ৮৪টাকা ঘ. ৬৩টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ক্রয়মূল্য = ৪২০ টাকা;
$\therefore$ বিক্রয়মূল্য = ৪২০+ (৪২০ এর ১৫%) = ৪২০+৬৩ = ৪৮৩ টাকা [৪২০এর ১০% = ৪২) + (৪২০ এর ৫% = ২১) = ৬৩]
$\therefore$ বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (৪৮৩-৪২০) = ৬৩ টাকা। [বুঝলে এত কিছু লিখতে হবে না: লাভের ৬৩ টাকা ই পার্থক্য]

৩৮. একটি দ্রব্য ১০০০ টাকায় ক্রয় করে ১৫% লাভে বিক্রয় করা হল। দ্রব্যটির মূল্য ১০% কম হলে কত টাকা লাভ হত ? *[আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯]*
ক. ২০০ খ. ৩৫০ গ. ৩০০ ঘ. ২৫০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ১০০০ টাকার দ্রব্যে ১৫% লাভে বিক্রয়মূল্য = ১০০০ এর ১১৫% = ১১৫০টাকা।
১০% কমে ক্রয়মূল্য = (১০০০ এর ৯০%) = ৯০০টাকা।
সুতরাং নতুন করে মোট লাভ = (১১৫০-৯০০) = ২৫০ টাকা।
উত্তর: ২৫০।

[Tricks: (১৫% + ১০%) দুটোই যেহেতু ১০০০ এর উপর হিসেব হচ্ছে তাই একলাইনে: ১০০০ এর ২৫% = ২৫০]

৩৯. একটি কোম্পানি দিনে প্রথম ১০০০ টাকা বিক্রির উপর ৫% লাভ করে এবং ১০০০ টাকার অতিরিক্ত বিক্রয়ের উপর ৪% লাভ করে। দিনে মোট ৬০০০ টাকার জিনিস বিক্রি হলে, কোম্পানি সর্বমোট কত টাকা লাভ করে? *[প্রা:বি:প্র:শি:নি:-১২]*
ক. ২৮০টাকা খ. ২৫০টাকা গ. ২৯০টাকা ঘ. ৩০০টাকা উত্তর: খ

সমাধান: মোট বিক্রি যেহেতু ৬০০০ টাকা। তাহলে প্রথম ১০০০ টাকায় লাভ হলো = ১০০০ এর ৫% = ৫০টাকা।
আবার পরবর্তী ৫০০০ টাকায় লাভ = ৫০০০ এর ৪% = ২০০ টাকা। তাহলে মোট লাভ হলো ৫০+২০০= ২৫০টাকা।

নিজে করুন:

৪০. একটি দ্রব্য ৫০০ টাকায় ক্রয় করে ১০% লাভে বিক্রয় করা হলো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০% কম হলে কত লাভ হত? *(প্রা:বি:প্র:শি:নি:-১২) + [বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
ক. ১০৫ টাকা খ. ১১০ টাকা গ. ১০০ টাকা ঘ. ১২০ টাকা উত্তর: গ

[Hints: ১০% লাভে বিক্রয়মূল্য= ৫৫০, আবার ক্রয়মূল্য ১০% কম হলে ক্রয়মূল্য = ৪৫০ $\therefore$ লাভ = (৫৫০-৪৫০)= ১০০ টাকা]

পদ্ধতি- ০৪ : ক্রয়মূল্য বা বিক্রয়মূল্য বের করা

(৪.ক) বিক্রয়মূল্য বের করা:

ক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে বিক্রয়মূল্য বের করার সময় লাভের হার ১০০% এর সাথে যোগ করে অথবা ক্ষতির হার ১০০% থেকে বিয়োগ করে সরাসরি খুব সহজেই হিসেব করা যায়।

৪১. একটি কলমের ক্রয়মূল্য ১০ টাকা, ২০% লাভে এর বিক্রয়মূল্য কত হবে? *[সহকারী জজ প্রা: পরীক্ষা-১১]*
ক. ১২ টাকা খ. ২২টাকা গ. ১৯টাকা ঘ. ১০টাকা উত্তর: ক

টিপস: এই অংকগুলো খুব দ্রুত পারার জন্য শতকরা অধ্যায়ের প্রথম অংশটি খুব ভালোভাবে পড়ে আসুন।

প্রসমাধান:
১০ টাকার ২০% এর মান = ২ টাকা বের করার পর তা ১০ এর সাথে যোগ করে উত্তর আসবে ১০+২=১২ টাকা, এই অংকটিই এক লাইনে করতে চাইলে সরাসরি এভাবে করুন, ১০ এর ১২০% = ১২টাকা। (ক্রয়মূল ১০০% + ২০% লাভ = ১২০%)

৪২. ফারহান ৩০০ টাকা দিয়ে একটি ঘড়ি কিনে ২৫% লোকসানে বিক্রয় করল। ঘড়িটি সে কত দামে বিক্রয় করল? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ১৭২ খ. ১৪৪ গ. ২২৫ ঘ. ৩৬০ উত্তর: গ

✍সমাধান: ২৫% লোকসান অর্থ ক্রয়মূল্য ১০০% থেকে ২৫% টাকা কম পায় অর্থাৎ (১০০-২৫)% = ৭৫% টাকা পায়

সুতরাং বিক্রয়মূল্য = ৩০০ এর ৭৫% = $৩০০ \times \frac{৭৫}{১০০} = ২২৫$ টাকা

৪৩. একটি চালের গুদামে ৪০০ কেজি চাল মজুদ আছে। মালিক ২০ টাকা কেজি দরে ৮০% চাল বিক্রয় করেন। তার মোট বিক্রয়মূল্য কত? *[উপজেলা পোস্টমাস্টার-২০১৬]*

ক. ৫৪০০ খ. ৬৪০০ গ. ৩০০০ ঘ. ৩৩০০ উত্তর: খ

✍সমাধান: বিক্রয় করা চালের পরিমাণ = ৪০০ এর ৮০% = $৪০০ \times \frac{৮০}{১০০} = ৩২০$কেজি

প্রতি কেজি ২০ টাকা দরে ৩২০ কেজি চালের বিক্রয়মূল্য = (২০×৩২০) = ৬৪০০ টাকা

৪৪. একটি দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য এবং ক্রয়মূল্যের পার্থক্য ১২০ টাকা । একজন যদি ২০% হরে লাভ করতে চান তবে দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য কত হতে হবে? *[বাস্তবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ন বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০১৯]*

ক. ৭০০ টাকা খ. ৬৮০ টাকা গ. ৭২০ টাকা ঘ. ৮০০ টাকা উত্তর: গ

✍সমাধান: এখানে পার্থক্য ১২০ টাকা ই হলো লাভ ২০% এর মান। তাহলে বিক্রয়মূল্য হবে = (১০০+২০)% = ১২০%

প্রশ্নমতে, ২০% = ১২০টাকা (৬গুণ) ১২০% = ৬×১২০ = ৭২০ টাকা।

নিজে করুন:

৪৫. এক ব্যক্তি ৪০০ টাকায় একটি ঘড়ি ক্রয় করলো এবং ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভে বিক্রয় করল। ঘড়িটির বিক্রয়মূল্য কত টাকা? *[কৃষি মন্ত্রণালয়ের (সার্ট-মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর ও বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]* [Hints: ৪০০ এর ১২০%]

ক. ৪৫০ টাকা খ. ৪৮০ টাকা গ. ৫৫০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা উত্তর: খ

৪৬. ৫৬০ টাকায় একটি চেয়ার কিনে কত টাকায় বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হবে? *[প্রাথমিক:শি:-১২]* [Hints:৫৬০ এর ১২৫%]

ক. ৭০০ খ. ৭৫০ গ. ৭৫৫ ঘ. ৮০০ উত্তর: ক

৪৭. ১৫০ টাকায় একটি জিনিস ক্রয় করে কত দামে বিক্রয় করলে ৩০% লাভ হবে? *[প্রা:সহ:শি:নি:-১২]* [Hints: ১৫০ এর ১৩০%]

ক. ১৬০টাকা খ. ১৬৫টাকা গ. ১৭০টাকা ঘ. ১৯৫টাকা উত্তর: ঘ

(৪.খ) ক্রয়মূল্য বের করা:

এক্ষেত্রে প্রশ্নে যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে তা কত % এর মান তা আগে বুঝতে হবে।
তারপর ক্রয়মূল্য বের করার জন্য ১০০% এর মান বের করতে হভে।

মনে রাখবেন, ক্রয়মূল্য সব সময় ১০০%

লাভের ক্ষেত্রে :

৪৮. একটি পুতুল ২৫% লাভে ৩৭৫ টাকা বিক্রি করা হলো পুতুলটির ক্রয় মূল্য কত ছিল? *[বাংলাদেশ সিকিউরিটি এক্সচেঞ্জ কমিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৩০০ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ১৭৫ টাকা ঘ. ১৫০ টাকা উত্তর: ক

✍লিখিত সমাধান: (যেহেতু এত সহজ প্রশ্নগুলো লিখিত পরীক্ষায় তেমন আসে না, তাই প্রথমটি বোঝার পর শর্টকাটে করুন)

২৫% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০+২৫) = ১২৫ টাকা

এখন বিক্রয়মূল্য ১২৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{১২৫}$ "

∴ " ৩৭৫ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৭৫}{১২৫}$ = ৩০০ টাকা সুতরাং পুতুলটির ক্রয়মূল্য = ৩০০ টাকা।

মুখে মুখে: ১০ সেকেন্ডে উত্তর বের করার শর্টকাট:
ক্রয়মূল্য ১০০% হলে ২৫% লাভে বিক্রয়মূল্য
১২৫% = ৩৭৫ (৩গুণ) সুতরাং ১০০% = ৩০০টাকা

এ আরেকটি দেখুন, কিভাবে শার্টলি লিখিত এবং এমসিকিউ এর দ্রুত সমাধান একভাবেই করা যায় এখানে দেখুন:

৪৯. একটি কলম ১১ টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হয় । কলমটির ক্রয়মূল্য কত ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*

ক. ৮ খ. ১২ গ. ৯ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ

✍লিখিত সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য = x টাকা।

প্রশ্নমতে, $x \times \frac{১১০}{১০০} = ১১$ ∴ $x = ১১ \times \frac{১০০}{১১০} = ১০$টাকা। [বামের ভগ্নাংশ ডানে আসায় উল্টিয়ে গুণ]

⚡শর্টকাট: ক্রয়মূল্য সরাসরি = $১১ \times \frac{১০০}{১১০} = ১০$টাকা (লিখিত এর শেষের অংশটি থেকে : ১১০% কে ১১ এর সাথে উল্টিয়ে গুণ)]

নিজে করুন:

৫০. একটি দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য ৯২ টাকা, এতে বিক্রেতার লাভ হয় ১৫%। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? *[বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ (অফিস সহায়ক): ২০২১]*

ক. ৭০ টাকা খ. ৭৬ টাকা গ. ৮০ টাকা ঘ. ৮৫ টাকা উত্তর: গ

[Hints: ১৫% লাভ = ১১৫% এরপর $৯২ \times \frac{১০০}{১১৫}$ = ৮০ টাকা] জটিল মনে হলে ১১৫% = ৯২ ∴ ১০০% = ৮০ এভাবে করুন]

৫১. একজন দোকানদার ৮% লাভে একটি জিনিস ৫৪ টাকায় বিক্রি করেন। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? *(প্রা:বি:সহ:শি:নি:-২০১২)*

ক. ২০ টাকা খ. ২২ টাকা গ. ৫০ টাকা ঘ. ৭০ টাকা উত্তর: গ

[Hints: ১০৮% = ৫৪ তাই ক্রয়মূল্য ১০০% = ৫০]

৫২. একটি জিনিস ৫৬০ টাকায় বিক্রয় করায় ১২% লাভ হল। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? *[রে:বেসর:প্রা:শি:নি:পরী:-২০১১]*

ক. ২০০টাকা খ. ২২০টাকা গ. ৫০০টাকা ঘ. ৪২০টাকা উত্তর: গ

[Hints: ৫৬০ × $\frac{১০০}{১১২}$ = ৫০০ অথবা, ১১২% = ৫৬০ হলে ক্রয়মূল্য ১০০% = ৫০০ টাকা।]

৫৩. একটি জিনিস ২৫ টাকায় বিক্রি করায় ২৫% লাভ হল, জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১৫ টাকা খ. ২০ টাকা গ. ১৭.৫০ টাকা ঘ. ১৮ টাকা উত্তর: খ

[Hints:২৫% লাভে ১/৪ অংশ লাভে ৫ ভাগ =২৫ হলে ৪ ভাগ = ২০]

৫৪. ২৫% লাভে কোনো জিনিস ১৫ টাকায় বিক্রয় করলে বিক্রেতার কত টাকা লাভ হবে? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: খ

ক্ষতির ক্ষেত্রে :

৫৫. একটি দ্রব্য ১৮০ টাকায় বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হল। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ? *[৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১৬২ টাকা খ. ১৯৮ টাকা গ. ২০০ টাকা ঘ. ২১০ টাকা উত্তর: গ

✍লিখিত সমাধান:

১০% ক্ষতিতে, বিক্রয় মূল্য = (১০০-১০) = ৯০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে ক্রয় মূল্য ছিল = ১০০ টাকা

∴ " ১ টাকা " " " " = $\frac{১০০}{৯০}$ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১৮০ টাকা হলে ক্রয় মূল্য ছিল = $\frac{১০০ \times ১৮০}{৯০}$ টাকা

শর্টকাট: ১০ সেকেন্ডে উত্তর: ক্রয়মূল্য ১০০% হলে ১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য হবে ৯০% = ১৮০ (২গুণ) সুতরাং ১০০% = ২০০

উত্তর: ২০০ টাকা

আরেকটি দেখুন।

৫৬. একটি কলম ১৯০ টাকায় বিক্রি করাতে ৫% ক্ষতি হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত? (প্রাক-প্রাবিসহশিনি:-১৩)

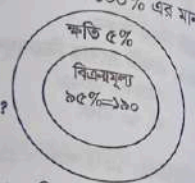
ক. ২০০টাকা খ. ২২০টাকা গ. ৯০০টাকা ঘ. ১০০টাকা উত্তর: ক

সমাধান:

এখানে কেউ ১৯০ এর ৫% বের করে সমাধান করলে উত্তর আসবে না। কেননা, ১৯০ হলো বিক্রয়মূল্য, তাই এই ধরনের অংক সমাধান করার নিয়ম হলো, ৫% যেহেতু ক্ষতি হয়েছে, তাহলে কলমটি বিক্রি হয়েছে = ১০০% - ৫% = ৯৫% দামে। যার মূল্য হলো ১৯০ টাকা। তাহলে আমরা সরাসরি লিখবো

$৯৫\% = ১৯০, \quad \therefore ১\% = \frac{১৯০}{৯৫}, \quad \therefore ১০০\% = \frac{১৯০ \times ১০০}{৯৫}$ (ক্রয়মূল্য বের করতে হলে সবসময় ১০০% এর মান বের করতে হবে) = ২০০ । চিত্রটি দেখে বোঝার চেষ্টা করুন:

[আরো দ্রুত করতে চাইলে x এর ৯৫% = ১৯০ হলে $x = ১৯০ \times \frac{১০০}{৯৫} = ২০০$]



নিজে করুন:

৫৭. একটি দ্রব্য ৫৭ টাকায় বিক্রয় করাতে ৫% ক্ষতি হয়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ৬০ টাকা খ. ৬২ টাকা গ. ৫৪ টাকা ঘ. ৫২ টাকা উত্তর: ক

[**Hints:** ৯৫% = ৫৭ টাকা হলে ১০০% = ৬০টাকা।]

৫৮. একটি পণ্য ৫৫২ টাকায় বিক্রয় করায় ২০% ক্ষতি হলে পণ্যটির ক্রয়মূল্য কত? *[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*

ক. ৬৭০ টাকা খ. ৬০০ টাকা গ. ৬৫০ টাকা ঘ. ৬৯০ টাকা উত্তর: ঘ

[**Hints:** ২০% = ১/৫ অংশ বা ৫ ভাগের ১ ভাগ ক্ষতি অর্থ ৪ ভাগ = ৫৫২ হলে ১ ভাগ = ১৩৮, ∴ ক্রয়মূল্য ৫ ভাগ = ৬৯০।]

৫৯. একটি কলম ২৭০ টাকায় বিক্রয় করাতে ১০% ক্ষতি হয়; কলমটির ক্রয়মূল্য কত? *[থানা শিক্ষা অফিসার-২০১০+প্রাক-প্রাবিসহশিনি:-২০১৩]*

ক. ২০০টাকা খ. ২২০টাকা গ. ৩০০টাকা ঘ. ১০০টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** ৯০% = ২৭০ তাহলে ১০০% = ৩০০ অথবা ২৭০ × ৯০% উল্টিয়ে গুণ। অর্থাৎ $২৭০ \times \frac{১০০}{৯০} = ৩০০$ টাকা]

৬০. একটি বই ১৫০ টকায় বিক্রয় করায় ২৫% ক্ষতি হয়। বইটির ক্রয়মূল্য কত টাকা ছিল? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ২০০ খ. ১৭৫ গ. ২৫০ ঘ. ৩০০ উত্তর: ক

[**Hints:** ৭৫% = ১৫০ (দ্বিগুণ) ∴ তাহলে ১০০% = ২০০ অথবা, ২৫% = ১/৪ ক্ষতিতে ৩ ভাগ = ১৫০ হলে ৪ ভাগ = ২০০]

ব্যতিক্রমী প্রশ্ন:

৬১. একটি ঘড়ি ১৫০ টাকায় বিক্রয় করায় কমপক্ষে শতকরা ২০ টাকা ক্ষতি হয়। নিচের কোনটি ঘড়িটির ক্রয়মূল্য হতে পারে না? *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. ২০০ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ১৮০ টাকা ঘ. ১৯০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: ২০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০-২০)% = ৮০%

এখানে, ৮০% = ১৫০ টাকা হলে ১০০% (ক্রয়মূল্য) $= \frac{১০০ \times ১৫০}{৮০} = \frac{৩৭৫}{২} = ১৮৭.৫০$ টাকা।

অর্থাৎ ক্রয়মূল্য ১৮৭.৫ হলে ২০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য ১৫০ টাকা হবে। ২০% এর থেকে বেশি ক্ষতি হলে এবং বিক্রয়মূল্য ১৫০ ফিক্সড থাকলে ক্রয়মূল্য আরো বেশি হতে হবে। এজন্য অপশনগুলোর মধ্যে শুধুমাত্র গ তে প্রদত্ত ১৮০ টাকা ঘড়িটির বিক্রয়মূল্য হতে পারবে না। কারণ তখন ক্ষতির পরিমাণ ২০% এর থেকে কম হয়ে যাবে। উত্তর: গ

৬২. একটি জিনিস বিক্রি করে বিক্রেতা ক্রয়মূল্যের ৩৫% লাভ করেন। মোট ২৮০ টাকা লাভ হলে, জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত ছিল? *[প্রাথ:বি: প্রধান শি: ০৯]*

ক. ২০০টাকা খ. ২২০টাকা গ. ৮০০টাকা ঘ. ১০০টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** এখানে ৩৫%(লাভ) = ২৮০(লাভ) তাই ১০০% = ৮০০]

(৪.গ) দুটি ভিন্ন দাম দেয়া থাকলে ক্রয়মূল্য বা বিক্রয়মূল্য বের করা:

৬৩. কোন বই ৪০ টাকায় বিক্রি করলে ২০% ক্ষতি হয়। কত টাকায় বিক্রি করলে ৪০% লাভ হবে? *[প্রাথমিক সহ: শিক্ষক নিয়োগ:-২০১০ (কপোতাক্ষ)]*

ক. ৫০ খ. ৬০ গ. ৬৫ ঘ. ৭০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:	বিকল্প সমাধান:
ধরি, ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা, তাহলে ২০% ক্ষতিতে প্রথম বিক্রয়মূল্য = ১০০-২০ = ৮০টাকা। আবার ৪০% লাভে ২য় বিক্রয়মূল্য = ১০০+৪০ = ১৪০ টাকা। (উভয় ক্ষেত্রে পণ্য একটি ই তাই ১০০ এর উপরই হিসেব) এখন, ১ম বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হলে ২য় বিক্রয়মূল্য = ১৪০ টাকা। ∴ " " ১ " " " " $= \frac{১৪০}{৮০}$ টাকা ∴ " " ৪০ " " " " $= \frac{১৪০ \times ৪০}{৮০} = ৭০$	$৪০ \times \frac{১০০}{৮০} \times \frac{১৪০}{১০০} = ৭০$ টাকা। ব্যাখ্যা: ৪০টাকা বিক্রির আগের ক্রয়মূল্য বেশি ছিল তাই ৮০% এর লব বড় সংখ্যা হিসেবে ১০০ উপরে। আবার ৪০% লাভে বিক্রয়মূল্য আরো বড় হবে তাই ১৪০% এর ১৪০ উপরে দিয়ে গুণ। মুখে মুখে: ১০ সেকেন্ডে সমাধান: ৮০% = ৪০ ∴ ১৪০% = ৭০ টাকা। উত্তর: ৭০ টাকা (% এর থেকে তার মান অর্ধেক)

৬৪. ২৫৫ টাকায় একটি বই বিক্রি করায় ১৫% ক্ষতি হলে, বইটি কত টাকায় বিক্রি করলে ১৫% লাভ হতো?

ক. ৩৫০ খ. ৩৪৫ গ. ৩২০ ঘ. ৩০০ উত্তর: খ

সমাধান: ১৫% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০-১৫) = ৮৫% আবার ১৫% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০+১৫) = ১১৫%

এখানে, ৮৫% = ২৫৫ টাকা, $\therefore ১\% = \frac{২৫৫}{৮৫}$ টাকা $\quad \therefore ১১৫\% = \frac{২৫৫ \times ১১৫}{৮৫}$ টাকা = ৩৪৫টাকা

নিজে করুন:

৬৫. ৫৩৫ টাকায় একটি জামা বিক্রি করলে শতকরা ৭ ভাগ লাভ হয়; জামাটি কত টাকায় বিক্রি করলে শতকরা ২০ ভাগ ক্ষতি হবে? *(প্রাথ: শিক্ষক পরীক্ষা: ২০০০)*

ক. ২০০ খ. ২৫০ গ. ৩০০ ঘ. ৪০০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** ১০৭% = ৫৩৫ (৫গুণ) ∴ ৮০% = ৮০×৫= ৪০০]

৬৬. ১০% ক্ষতিতে একটি চেয়ারের বিক্রয়মূল্য ৫৪০ টাকা । কত টাকায় বিক্রি করলে ২০% লাভ হবে? । *[BB (Cash)- 2011]*

ক. ৬০০ খ. ৬২০ গ. ৬৩০ ঘ. ৭২০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** ৯০% =৫৪০ (৬গুণ) সুতরাং ১২০% = ৬×১২০ = ৭২০]

৬৭. একটি বই ৬৫ টাকায় বিক্রয় করায় ৩০% লাভ হয়, তাহলে বইটি কত টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে? *[Uttara Bank (Cash)- 2011]*

ক. ৫৫ টাকা খ. ৬০ টাকা গ. ৭০ টাকা ঘ. ৭৫ টাকা উত্তর: ক

[**Hints:** ১৩০%= ৬৫ (০ বাদে ৫গুণ), ১১০%= ১১×৫ = ৫৫]

৬৮. ৬১২ টাকায় একটি ব্যাগ বিক্রয় করায় ১৫% ক্ষতি হয়। ব্যাগটি কত টাকায় বিক্রি করলে ১০% লাভ হবে?

ক. ৭৯২ খ. ৭০০ গ. ৬০০ ঘ. ৭২০ উত্তর:ক

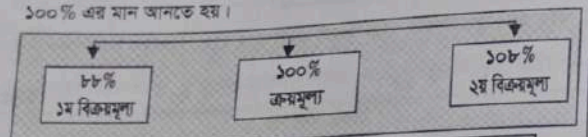
পদ্ধতি-০৫: বিক্রয়মূল্য আরো কিছু বেশি হলে ক্রয়মূল্য বের করা

কিছু % ক্ষতি হয়েছে, বিক্রয়মূল্য আরো কিছু বেশী হলে কিছু % লাভ হতো এরকম প্রশ্নগুলো প্রথমে % এর ব্যবধান বের করে ঐ % এর মান প্রশ্নে প্রদত্ত সংখ্যার সমান লিখে ১০০% এর মান বের করলে ক্রয়মূল্য বের হবে।

৬৯. একটি মটর সাইকেল ১২% ক্ষতিতে বিক্রি করা হল। যদি বিক্রয়মূল্য ১২০০ টাকা বেশি হতো, তাহলে ৮ % লাভ হতো। মটর সাইকেলের ক্রয়মূল্য *(৮ম শ্রেণী, অনু:২.১ এর উদা: ২ সদৃশ) + [৪০তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ৬০০০ টাকা খ. ৫০০০ টাকা গ. ৪০০০ টাকা ঘ. ৮০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:
এ ধরনের অংকের ক্ষেত্রে প্রথমেই % এর মোট ব্যবধান বের করে তা = ব্যবধানের মোট টাকা (যা প্রশ্নে দেয়া থাকবে তা) দিয়ে ১০০% এর মান আনতে হয়।



দুই বিক্রয়মূল্যের ব্যাবধান % এ (১০৮-৮৮) = ২০%
আবার টাকায় ব্যবধান = ১২০০, প্রশ্নানুযায়ী এই ২০% = ১২০০ টাকা।

২০% = ১২০০ টাকা (২০×৬০গুণ)
$\therefore ১\% = \frac{১২০০}{২০}$
$\therefore ১০০\% = \frac{১২০০ \times ১০০}{২০} = ৬০০০$

৭০. একটি টেবিল ১০% ক্ষতিতে বিক্রি করা হল, বিক্রয়মূল্য ৬০ টাকা বেশি হলে ৫% লাভ হত, টেবিলটির ক্রয় মূল্য কত? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ(অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*
ক. ২০০ টাকা খ. ৩০০ টাকা গ. ৪০০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (এই নিয়মের সবগুলো প্রশ্ন এভাবে লিখিত আকারে করতে পারেন, আবার x ধরেও করা যায়।)
ধরি, টেবিলটির ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা
১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা আবার, ৫% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৫) = ১০৫ টাকা
∴ দুই বিক্রয়মূল্যের ব্যবধান = (১০৫ − ৯০) = ১৫ টাকা
∴ বিক্রয়মূল্য ১৫ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা
" ৬০ " " " " $= \frac{১০০ \times ৬০}{১৫} = ৪০০$ টাকা।

মুখে মুখে:
% এ পার্থক্য = (১০+৫)% = ১৫%
এখন ১৫% = ৬০ (৪গুণ)
∴ ১০০% = ৪×১০০ = ৪০০ টাকা

বিকল্প লিখিত সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য = x টাকা।
প্রশ্নমতে, (x এর ১০৫% - x এর ৯০%) = ৬০ টাকা ⇒ x এর ১৫% = ৬০ টাকা। $\therefore x = ৬০ \times \frac{১০০}{১৫} = ৪০০$ টাকা।

নিজে করুন: (এ নিয়মে প্রচুর প্রশ্ন আসে তাই মুখে মুখে সবগুলো একবার প্রাকটিস করে ফেলুন এবং ব্যতিক্রম গুলো দেখুন)

৭১. একটি ঘড়ি ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। ঘড়িটি আরো ৩০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রি হলে ৫% লাভ হত। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত? *[PETROBANGLA – (UDA)-2017]* **[Hints:১৫% = ৩০ (২গুণ), ∴১০০%=২×১০০ = ২০০]**
ক. ৩০০ খ. ৪৬০ গ. ২০০ ঘ. ১৫০ উত্তর: গ

৭২. একটি টেবিল ১০% ক্ষতিতে বিক্রি করা হল। বিক্রয়মূল্য ৫১ টাকা বেশি হলে ৭% লাভ হত। টেবিলটির ক্রয়মূল্য কত টাকা? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব করণিক)-২০১৮]* **[Hints: ১৭% = ৫১ (৩গুণ) ∴১০০% = ৩×১০০]**
ক. ১০০ খ. ২০০ গ. ৩০০ ঘ. ৪৫০ উত্তর: গ

৭৩. এক ঝুড়ি আম ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। বিক্রয়মূল্য ৪৫ টাকা বেশি হলে ৫% লাভ হতো। এক ঝুড়ি আমের দাম কত? *(ইসলামী ব্যাংকের সহ: অফিসার গ্রেড-৩ পরীক্ষা -২০০৫)* **[Hints: ১৫% = ৪৫ (৩গুণ).∴১০০% = ?]**
ক. ১০০ খ. ১৫০টাকা গ. ২০০টাকা ঘ. ৩০০টাকা উত্তর: ঘ

৭৪. রুহেল ২৫% ক্ষতিতে একটি ঘড়ি বিক্রয় করে। যদি ঘড়িটি ৩৫০ টাকা বেশি দামে বিক্রয় করা যেত তাহলে তার ১০% লাভ হত। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত ছিল ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]* **[Hints: ৩৫% = ৩৫০ (১০গুণ) ∴১০০%=?]**
ক. ৪০০ টাকা খ. ৫০০টাকা গ. ১০০০ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: গ

৭৫. একজন ব্যবসায়ী ১৪% ক্ষতিতে একটি পণ্য বিক্রয় করে। যদি সে পণ্যটি ২২১ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করত, তাহলে তার ১২% লাভ হতো। পণ্যটির ক্রয়মূল্য কত টাকা। *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*
ক. ১৭০ খ. ১২৮০ গ. ৮৫০ ঘ. ৫৮০ উত্তর: গ

[Hints: দুই বিক্রয়মূল্যের ব্যবধান: ১৪% +১২% = ২৬% = ২২১ সুতরাং ১০০% $= \frac{১০০ \times ২২১}{২৬} = ৮৫০$ টাকা।**]**

৭৬. কোন দোকানদার ১২.৫% ক্ষতিতে একটি দ্রব্য বিক্রি করেন। যে মূল্য দিয়ে তিনি দ্রব্যটি বিক্রি করলেন তার চাইতে ৩০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ক্রয় মূল্যের উপর ২৫% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? *[DSCC (উপ-কর কর্মকর্তা): ২০২১]*
ক. ৬০ খ. ৭২ গ. ৮০ ঘ. ১০০ উত্তর: গ

[Hints: ৩৭.৫% = ৩০ টাকা ∴১০০% $= \frac{৩০}{৩৭.৫} \times ১০০ = ৮০$, মুখে মুখে: ৩৭.৫% $= \frac{৩}{৮}$ (কেননা $= \frac{১}{৮} = ১২.৫\%$)
এখন ৩ ভাগ = ৩০টাকা হলে ৮ভাগ = ৮০টাকা (শতকরার শুরুর **Magic Table** এ বিস্তারিত আলোচনা আছে) **]**

৭৭. যাতেন ২৩% ক্ষতিতে একটি চেয়ার বিক্রি করে। চেয়ারটি ৩২৪ টাকা বেশি দামে বিক্রি করলে তার ১৩% লাভ হয়। চেয়ারটির ক্রয়মূল্য কত টাকা? *[বিএডিসি (সহকারি হিসাবরক্ষণ ও সহকারি নিরীক্ষণ কর্মকর্তা)-২০১৯(আইবিএ)]*
ক. ৭০০ খ. ৭৫০ গ. ৮৫০ ঘ. ৯০০ উত্তর: ঘ

৭৮. এক জোড়া জুতা ৪৮০ টাকায় বিক্রি করায় দোকানদারের ৪% ক্ষতি হলো। যদি ঐ দোকানদার জুতা জোড়া ৫১৫ টাকায় বিক্রি করতো তাহলে তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হতো? *(DBBL Trainee Off: 2010)*
ক. ২% খ. ৩% গ. ৪% ঘ. ৫% উত্তর: খ

[Hints: টাকা থেকেও % বের করা যায় এভাবে, ৪৮০টাকা = ৯৬% হলে ৫১৫ টাকা = ১০৩% ∴লাভ (১০৩-১০০)% = ৩%**]**

পদ্ধতি-০৬: অনুপাত এবং ভগ্নাংশ আকারে লাভ-ক্ষতি

৭৯. ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ৮ : ১০ লাভের পরিমাণ কত? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*
ক. ২৫% খ. ১৬% গ. ১০% ঘ. ৮% উত্তর: ক

সমাধান: লাভ = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য = (১০ − ৮) = ২ টাকা [ক্রয়মূল্য = ৮x এবং বিক্রয় মূল্য = ১০x ধরেও করা যায়]
$\therefore$ শতকরা লাভ $= \frac{২}{৮} \times ১০০ = ২৫\%$

নিজে করুন:

৮০. ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ৫ : ৬, লাভ কত? *[জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের (প্রশা: কর্মকর্তা)-২০১৬]* + *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*
অথবা: ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের $\frac{৫}{৬}$ অংশ হলে শতকরা লাভ কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রক অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২০]*
ক. ১০% খ. ১৫% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: গ

[Hints: ৫টাকায় লাভ হয় = (৬-৫)= ১টাকা তাহলে ১০০ টাকায় লাভ হবে ২০%।**]**

৮১. একজন ব্যবসায়ী ৮০ টাকার একটি পণ্য বিক্রি করে ২৫% লাভ করে। ব্যয় ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত? *[BSC-Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*
ক. ৩ : ৪ খ. ৪ : ৫ গ. ৫ : ৬ ঘ. ২ : ৩ উত্তর: খ

সমাধান: ২৫% লাভে বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হওয়ায়
১২৫% = ৮০, $\therefore ১\% = \frac{৮০}{১২৫}$ $\therefore ১০০\% = \frac{৮০ \times ১০০}{১২৫} = ৬৪$
সুতরাং ব্যয় : বিক্রিয়মূল্য = ৬৪ : ৮০ = ৪ : ৫ ।

শর্টকাট: ২৫% লাভ = ৪ ভাগের ১ ভাগ লাভ। অর্থাৎ ক্রয়মূল্য ৪ হলে বিক্রয়মূল্য ৪+১ = ৫। অনুপাত = ৪:৫। **ট্রিকস:** বিক্রয়মূল্য বা ক্রয়মূল্যের কোন প্রয়োজন নেই। এখানে ৮০ এর দরকার নেই।

৮২. একটি কলম ১০% লাভে বিক্রয় করলে বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত? *[বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১+১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*
ক. ১১ : ১০ খ. ১০ : ১১ গ. ১০ : ৯ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা, তাহলে ১০% লাভে বিক্রয়মূল্য = ১০০+১০ = ১১০ টাকা
সুতরাং বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত = বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = ১১০ : ১০০ = ১১ : ১০

নিজে করুন:

৮৩. একটি দ্রব্য ক্রয় করে ২৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলে বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]* [**Hints:** বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = ৭২ : ১০০ = ১৮ : ২৫]

ক. ৪ : ৭ খ. ৫ : ৮ গ. ৭ : ১২ ঘ. ১৮ : ২৫ উত্তর: ঘ

৮৪. একটি দ্রব্য ২৫% লাভে বিক্রয় করলে উহার ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত কত হবে? *[উপজেলা পোস্ট মাস্টার: ২০১০]*

ক. ৫:৪ খ. ৪:৫ গ. ৫:৬ ঘ. ৫:৭ উত্তর: খ

৮৫. একটি জিনিস ১২০টাকায় ক্রয় করে ১৪৪ টাকায় বিক্রি করলে ক্রয়মূল্য ও লাভের অনুপাত কত হবে? *[প্রাক- প্রা:শি:নি:-১৩]*

ক. ৫:১ খ. ৫:২ গ. ১:৫ ঘ. ৫:৩ উত্তর: ক

৮৬. একটি ল্যাপটপের বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্যের $\frac{১}{৪}$ অংশের সমান হলে, শতকরা কত ক্ষতি হবে? *[সহকারী জজ প্রা: পরী:-২০১১]*

ক. ৭৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ.৩৫% উত্তর: ক

টিপস: এ রকম অংক করার ক্ষেত্রে ভগ্নাংশের পূর্বের শব্দ খুব ভালোভাবে লক্ষ্য রাখবেন তাহলে ভগ্নাংশের লব ও হর দ্বারা কি বোঝাচ্ছে তা সহজে বোঝা যাবে। আমরা ভগ্নাংশ অধ্যায়ে শিখেছি যে, যার সাথে র, এর থাকে তা নিচে বসে।

সমাধান: বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্যের $\frac{১}{৪}$ অংশ অর্থ হর = ক্রয়মূল্য = ৪ টাকা এবং লব = বিক্রয়মূল্য = ১টাকা। ক্ষতি = ৪-১ = ৩টাকা

সুতরাং ক্ষতির হার = $\frac{৩}{৪} \times ১০০\% = ৭৫\%$

৮৭. ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের $\frac{৫}{৮}$ হলে শতকরা লাভ কত? *[১৪ তম বিজেএস (সহকারী জজ)-২০২১]*

ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৬০ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে ক্রয়মূল্য ৫ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ৮ টাকা

∴ লাভ = (৮-৫) = ৩ টাকা। সুতরাং লাভের হার = $\frac{৩}{৫} \times ১০০ = ৬০\%$

৮৮. একটি গরু ৪৫০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ক্রয়মূল্যের $\frac{১}{৮}$ অংশ লাভ হল। গরুটির ক্রয়মূল্য কত? *[প্রা:বি:প্র:শি:নি:-২০১২]*

সমাধান: (প্রশ্নে প্রদত্ত ৪৫০ টাকা কি? বিক্রয়মূল্য যেহেতু লাভে বিক্রয়মূল্য তাই ভগ্নাংশ থেকে ক্রয়মূল্য ও লাভ বের করতে হবে)

ক্রয়মূল্য ৮ হলে লাভ = ১ সুতরাং বিক্রয়মূল্য = ৮+১ = ৯ । এখান ৯ ভাগ = ৪৫০ হলে ক্রয়মূল্য ৮ ভাগ = ৪০০ টাকা।

নিজে করুন:

৮৯. একখানা বাড়ির বিক্রয়মূল্য তার ক্রয়মূল্যের $\frac{৩}{৪}$ অংশের সমান। শতকরা লাভ বা ক্ষতির কত হবে? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০১৪]* [**Hints:** ক্রয়মূল্য = ৪ এবং বিক্রয়মূল্য = ৩ হলে ক্ষতি = ৪-৩ = ১। ১/৪ = ২৫%]

ক. ২৫% ক্ষতি খ. ২৫% লাভ গ. ২০% ক্ষতি ঘ. ২০% লাভ উত্তর: ক

৯০. একটি গাড়ির বিক্রয়মূল্য গাড়িটির ক্রয়মূল্যের $\frac{৪}{৫}$ অংশের সমান হলে ক্ষতি হবে- *[স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয়ের উপ: প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১৬ +(৭ম শ্রেণী, অনু: ২.২ এর ১০]*

ক. ২০% খ. ২৫% গ. ৮০% ঘ. ৭০% উত্তর: ক

[**Hints:** ৫টাকায় কিনে ৪ টাকায় বিক্রি করে ১ টাকা ক্ষতি, ৫টাকায় ১টাকা ক্ষতি হলে ১০০ টাকায় ক্ষতি ২০ টাকা বা ২০%]

৯১. কোন জিনিসের ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের $\frac{৪}{৫}$ অংশ হলে শতকরা লাভের হার কত? *[জাতীয় সঞ্চয় পরিদপ্তরের সহ:পরি:০৯]*

ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: ক

[**Hints:** উপরের অংকটিই উল্টোদিকে ৫ টাকায় ১ টাকা লাভ ভাবলে ভুল হবে, কারণ ৫ হচ্ছে বিক্রয়মূল্য, তাই ৪ টাকায় লাভ ১টাকা]

৯২. একজন খুচরা বিক্রেতা পাইকারী বিক্রেতা থেকে ৭৫ টাকায় একটি জিনিস কিনেন। এর সাথে $\frac{১}{৩}$ মূল্য যোগ করে জিনিসটির মোট মূল্য নির্ধারণ করেন এবং পরে ২০% ডিসকাউন্টে জিনিসটি বিক্রি করেন। তিনি মোট কত লাভ করেন? *(প্রা:বি:প্র:শি:০৯)*

ক. ৫ টাকা খ. ১০ টাকা গ. ১৫ টাকা ঘ. ২০ টাকা উত্তর: ক

[**Hints:** ৭৫ এর $\frac{১}{৩} = ২৫$ এখন ৭৫+২৫ = ১০০ - ২০ = ৮০ টাকা যাতে লাভ ৮০-৭৫ = ৫]

পদ্ধতি-০৭ : লাভ-ক্ষতির হ্রাস-বৃদ্ধি

এই অংকগুলো শতকরা অধ্যায়ের শতকরার হ্রাস-বৃদ্ধির নিয়মের মতই। তাই শতকরার হ্রাস-বৃদ্ধি অংশটি দেখে এগুলো করুন।

৯৩. প্রতিষ্ঠানের মালিক আরমান দোকানের পণ্যের মূল্য ১০% বৃদ্ধি করল। কিন্তু করোনার কারণে পরবর্তী মাসে মূল্য ১০% হ্রাস করা হলো। এতে আরমানের শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো? *[এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১% ক্ষতি খ. ১% লাভ গ. ৫% ক্ষতি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

লিখিত সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

পণ্যের দাম ১০% বাড়ালে বিক্রয়মূল্য = ১০০+১০ = ১১০ টাকা

আবার, এই বৃদ্ধিকৃত মূল্য ১১০ টাকা থেকে ১০% কমালে

সর্বশেষ বিক্রয়মূল্য = ১১০ এর ৯০% = $১১০ \times \frac{৯০}{১০০} = ৯৯$

∴ সর্বশেষ মূল্য সর্বপ্রথম মূল্য থেকে শতকরা কম = (১০০-৯৯) = ১%

মুখে মুখে: ১০% বাড়ালে ১০০ থেকে হয় ১১০ আবার এই ১১০ এর ১০% হ্রাস করলে কমবে = ১১। সুতরাং বাড়ার সময় বাড়লো ১০ কিন্তু কমার সময় কমলো = ১১ । তাহলে মোটের উপর কমলো = ১১-১০ = ১%

শর্টকাট: $+I-D+\frac{(+I)\times(-D)}{100} = 10-10+\frac{10\times(-10)}{100} = \frac{-100}{100} = -1$ ∴(-) হওয়ায় শতকরা কম = 1%

৯৪. একজন দোকানদার তার দোকানের পণ্যের দাম ২০% বাড়িয়ে দিলেন এতে তার দোকানের বিক্রি ১৫% কমে গেল। মোটের উপর তার বিক্রয় শতকরা কত বাড়লো বা কমলো?

ক. ২% বাড়লো খ. ২% কমলো গ. ৩% বাড়লো ঘ. ৩% কমলো উত্তর: ক

লিখিত সমাধান: ধরি, পণ্যের দাম = ১০০ টাকা এবং পণ্যের সংখ্যা ১০০ টি।

তাহলে দাম বাড়ার পূর্বে বিক্রি হয় = ১০০×১০০ = ১০,০০০ টাকা।

আবার, ২০% দাম বাড়ায় নতুন দাম ১২০টাকা এবং ১৫% বিক্রি কমায় নতুন বিক্রি ৮৫টি।

তাহলে দাম বাড়ার পর বিক্রি হবে = ১২০×৮৫ =১০২০০টাকা, এখন বিক্রয় বেড়েছে = ১০২০০-১০০০০ = ২০০ টাকা।

১০০০০ টাকায় বিক্রি ২০০ টাকা বাড়লে ১০০ টাকায় বাড়বে = $\frac{২০০}{১০০০০} \times ১০০\% = ২\%$।

মুখে মুখে: ২০% বাড়ালে ১০০ থেকে হয় = ১০০+২০ = ১২০, আবার ১৫% কমানোর সময় ১২০ এর ১৫% = ১৮ কমে। তাহলে বাড়ার সময় বাড়লো ২০ কিন্তু পরে কমলো ১৮ তাহলে মোটের উপর বাড়লো = (২০-১৮) = ২% ।

নিজে করুন:

৯৫. একটি বইয়ের দাম ২০% কমিয়ে দেয়ায় বিক্রির সংখ্যা ৪০% বৃদ্ধি পেল। টাকার হিসেবে বিক্রির উপর কিরুপ প্রভাব পড়ল?

ক. ১২% বাড়লো খ. ২১% কমলো গ. ১৩% বাড়লো ঘ. ৩১% কমলো উত্তর: ক

[**Hints:** ১০০ থেকে ২০% কমে ৮০ হয়। এরপর ৮০ এর ৪০% বেড়ে হবে ৮০+৩২ = ১১২ মোটে বেড়েছে = ১১২-১০০ = ১২

৯৬. কোন মোবাইলের দাম ৩০% বৃদ্ধি করায় মোবাইলের বিক্রি ৩০% কমে গেল। এতে দোকানদারের বিক্রি শতকরা কত বাড়ল বা কমলো? [Hints:৩০% বাড়লে ১০০ থেকে ১৩০ এরপর কমলো = ১৩০ এর ৩০% = ৩৯ ∴ ক্ষতি = (৩৯-৩০) = ৯%]

ক. ২% বাড়লো খ. ২% কমলো গ. ৬% বাড়লো ঘ. ৯% কমলো উত্তর: ঘ

৯৭. কোন রেডিও দোকানের মূল্য তালিকায় প্রত্যেকটি রেডিওর মূল্য ৩০% বাড়িয়ে লেখা হয় এবং লিখিত মূল্য থেকে ১০% কমে বিক্রয় করা হয়। এতে শতকরা কত লাভ হয়। (সংসদ সচিবালয়ে সহ:সচিব পরীক্ষা:-১৯৯৬)

ক. ২৫% খ. ৩২% গ. ৪২% ঘ. ১৭% উত্তর: ঘ

[Hints:৩০% বেড়ে ১৩০ হয়,এবং পরে এই ১৩০ এর ১০% অর্থাৎ ১৩ টাকা কমে বিক্রি হয় ১৩০-১৩=১১৭,মোট লাভ ১৭%]

৯৮. এক ব্যবসায়ী একটি পণ্যের মূল্য ২৫% বাড়ালে, অতঃপর বর্ধিত মূল্য থেকে ২৫% কমালে, সর্বশেষ মূল্য সর্বপ্রথম মূল্যের তুলনায় কত বাড়লো বা কমলো? (২৭তম বিসিএস) + [CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]

ক. ৪.৫% কম খ. ৬.২৫% বাড়ানো গ. ৫% বাড়ানো ঘ. ৬.২৫% কমানো উত্তর: ঘ

সমাধান: সূত্র প্রয়োগে সমাধান: $২৫-২৫+\frac{(+২৫)(-২৫)}{১০০} = -৬.২৫\%$ (ঋণাত্মক উত্তর অর্থ ৬.২৫% কমেছে)

[মুখে মুখে করার জন্য শেষের অংশটি করুন: ২৫ এর ২৫% = ৬.২৫% কমবে। সামান হারে বাড়ার পর কমলে মোটে কমে]

মোটের উপর বাড়া অথবা কমা অর্থ হল সর্ব প্রথমে যত ছিল তার তুলনায় কতটুকু বেড়েছে বা কমেছে তা বের করা।

৯৯. মিজান একটি ঘড়ি কিনতে গিয়ে দেখল যে এটা খুব দামী। ৭ দিন পর ঘড়িটির দাম ১৮% কমে গেল। কিন্তু তার ২ দিন পর ঘড়িটির দাম আবার ২৫% বেড়ে গেল এবং মিজান ঘড়িটি কিনতে পারল না। যদি ঘড়িটির দাম ১৮% কমার পর ৪১০০ টাকা হয়ে থাকে ঘড়িটির মূল দাম ও বর্তমান দামের পার্থক্য কত টাকা? [CGDF-(Auditor)-2019]

ক. ১২৫ খ. ১৩২ গ. ২০৫ ঘ. ৫১২.৫ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, শুরুতে ঘড়িটির মূল দাম ছিল = ১০০%

১৮% কমার পর ঘড়িটির নতুন দাম = ১০০-১৮ = ৮২%

এখানে, ৮২% = ৪১০০ ∴১% = $\frac{৪১০০}{৮২}$ ∴শুরুতে মূল দাম ১০০% = $\frac{৪১০০ \times ১০০}{৮২}$ = ৫০০০ টাকা।

আবার, ১৮% দাম কমার পর ৪১০০ টাকা থেকে ২৫% বাড়লে নতুন দাম হবে = ৪১০০ এর ১২৫% = ৫১২৫ টাকা।

সুতরাং বর্তমান দাম ও শুরুর মূল দামের মধ্যে পার্থক্য = (৫১২৫-৫০০০) = **১২৫ টাকা**।

১০০. একজন টিভি বিক্রেতা তার প্রতিটি টিভির দাম x% বৃদ্ধি করল। এতে তার বিক্রিত টিভির সংখ্যা y% কমে গেল। কিন্তু এতেও তার মোট বিক্রয়মূল্য অপরিবর্তিত থাকল। নিচের কোন সমীকরণটি y এর সাপেক্ষে x এর সঠিক প্রকাশ? [CGDF-(Auditor)-2019]

ক. $\frac{y}{(১-x)}$ খ. $\frac{১০০y}{(১০০-y)}$ গ. $\frac{১০০}{(১০০-y)}$ ঘ. $\frac{১০০y}{(১০০-x)}$ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, প্রতিটি টিভির দাম ১০০ টাকা এবং মোট টিভির পরিমাণ = ১০০

তাহলে প্রথমে মোট বিক্রয়মূল্য = ১০০×১০০ = ১০০০০ টাকা।

আবার, দাম x% বৃদ্ধিতে নতুন মূল্য = ১০০+x এবং বিক্রয় সংখ্যা y% কমায় নতুন বিক্রির সংখ্যা = ১০০-y

প্রশ্নমতে, (১০০+x)×(১০০-y) = ১০০০০ [যেহেতু আগের বিক্রয়মূল্য এবং নতুন বিক্রয়মূল্য অপরিবর্তিত বা সমান সমান]

$\Rightarrow ১০০+x = \frac{১০০০০}{১০০-y}$ [যেহেতু y এর সাপেক্ষে x এর মান বের করতে হবে তাই x কে বাম পাশে রাখা হলো।]

$\therefore x = \frac{১০০০০}{১০০-y} - ১০০ = \frac{১০০০০ - ১০০০০ + ১০০y}{১০০-y} = \frac{১০০y}{১০০-y}$

১০১. যদি কোন দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য থেকে প্রথমে ৩০% ক্ষতি ও পরে দু'দফায় ২০% ও ১০% ক্ষতির পার্থক্যের মোট পরিমাণ ৭২ টাকা হয়, তাহলে দ্রব্যটির নির্দিষ্ট মূল্য কত টাকা ছিল?

ক. ৩৬০০ খ. ৩০০০ গ. ২৫০০ ঘ. ২৪০০ উত্তর: ক

সমাধান: ক্রয়মূল্য ১০০ ধরলে শুরুতে ক্ষতি = ৩০টাকা। আবার ২০% ক্ষতি হয়ে ৮০টাকার পর আবার ১০% ক্ষতি হলে ক্ষতি = ৮০ এর ১০% = ৮টাকা, মোট ক্ষতি = ২০+৮ = ২৮

দুই ক্ষতির পার্থক্য =৩০-২৮ = ২টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা। ∴ পার্থক্য ৭২ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = $\frac{১০০ \times ৭২}{২}$ = ৩৬০০

পদ্ধতি-০৮: দুই ধাপে লাভ বা ক্ষতি হলে

(৮.ক) শুরুর ক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে :

ক্রয়মূল্য লিখে % যোগ/বিয়োগ করে নতুন বিক্রয়মূল্য গুলো গুণ করলেই সর্বশেষ বিক্রয়মূল্য বের হবে।

১০২. কোন একটি জিনিস নির্মাতা ২০% লাভে এবং খুচরা বিক্রেতা ২০% লাভে বিক্রয় করে। যদি ঐ জিনিসের নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা হয় তবে তার খুচরা মূল্য কত টাকা? [প্রা:বি:সহ:শি:নি:-২০১২+PETROBANGLA – (UDA)-2017]

ক. ১৪৬ খ. ১২৫ গ. ১৪৪ ঘ. ১৫৪ উত্তর: গ

সমাধান:

২০% লাভে নির্মাতার বিক্রয়মূল্য = (১০০+২০) = ১২০ টাকা

∴ ২০% " খুচরা বিক্রেতার " = $(১২০+১২০\times\frac{২০}{১০০})$ " = ১৪৪ টাকা

উত্তর: ১৪৪ টাকা।

বোঝার জন্য বিকল্প নিয়মে:

মনে রাখবেন নির্মাতা ১০০ টাকায় কিনে ২০% লাভে বিক্রি করে, ১২০ টাকা। কিন্তু পরবর্তীতে, খুচরা বিক্রেতা যে ২০% লাভ করে তা ১২০ টাকার ২০%। যার মান হলো ২৪ টাকা। অর্থাৎ দুটি % সমান হলেও তাদের মান সমান নয়। এক লাইনে উত্তর বের করতে চাইলে এভাবে এক লাইনে লিখুন , ১০০ এর ১২০% এর ১২০% = $১০০\times\frac{১২০}{১০০}\times\frac{১২০}{১০০}$ = ১৪৪ টাকা

১০৩. নির্মাতা ও খুচরা বিক্রেতা উভয় ২০% লাভে একটি জিনিস বিক্রয় করে, যদি ঐ জিনিসের নির্মাণ খরচ ২০০ টাকা হয় তবে খুচরামূল্য কত? [প্রাথ: শিক্ষক-২০১৫] [Hints: ২০০ এর ১২০% এর ১২০% = ২৮৮]

ক. ২৮৮ খ. ৩০০ গ. ১২০ ঘ. ১৪৪ উত্তর: ক

১০৪. একটি বইয়ের উৎপাদন খরচ ৭০ টাকা। উৎপাদনকারী ২০% লাভে বইটি খুচরা বিক্রেতার নিকট বিক্রি করে। খুচরা বিক্রেতা যদি ২৫% লাভে বইটি বিক্রি করতে চায় তাহলে তার বিক্রয়মূল্য কত টাকা হবে? [Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]

ক. ৮৪ খ. ১০১ গ. ১০৪ ঘ. ১০৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: ৭০ এর ১২০% এর ১২৫% = $৭০\times\frac{১২০}{১০০}\times\frac{১২৫}{১০০}$ = ১০৫ টাকা। (কাটাকাটি করতে সময় বেশি লাগলে পরের নিয়ম)

ভেঙ্গে ভেঙ্গে ভগ্নাংশ আকারে : ৭০ এর ২০% = ৫ ভাগের ১ ভাগ = ১৪ টাকা লাভ হলে বিক্রয় = ৭০+১৪ = ৮৪। আবার ৮৪ এর ২৫% = ৪ ভাগের ১ ভাগ ২১ টাকা লাভ হলে সর্বশেষ বিক্রয়মূল্য = ৮৪+২১ = ১০৫ টাকা।

নিজে করুন:

১০৫. এক ব্যক্তি একটি দ্রব্য ১২০০ টাকায় কিনে ১৫% লাভে বিক্রয় করল, ক্রেতা ঐ দ্রব্য তৃতীয় এক ব্যক্তির কাছে ৫% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। শেষ বিক্রয়মূল্য কত ছিল? (২৪তম বিসিএস) [Hints: ১২০০ এর ১১৫% এর ৯৫% = ১৩১১]

ক. ২০০০ খ. ১৫০০ গ. ১৩১১ ঘ. ১৪০০ উত্তর: গ

১০৬. একটি বাই সাইকেলের মূল্য ১০,০০০ টাকা। উহা ১০% বাট্টায় (ছাড়ে) ক্রয় করা হলো। তিন মাস ব্যবহারের পর ক্রয়মূল্যের উপর ১৫% বাট্টায় বিক্রি করলে বিক্রয়মূল্য কত টাকা ছিল? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহঃ পরি : - ২০১৮]*

ক. ৮৫০০ টাকা খ. ৭৬৫০ টাকা গ. ৭৫০০ টাকা ঘ. ৮০০০টাকা উত্তরঃ খ

সমাধান: ১০% বাট্টায় ১০০০০ টাকার পণ্যের ক্রয়মূল্য = ১০০০০ - (১০০০০ এর ১০%) = ১০০০০-১০০০ = ৯০০০

পুনরায় ১৫% বাট্টায় ৯০০০ টাকার পণ্যের বিক্রয়মূল্য = ৯০০০ - (৯০০০ এর ১৫%) = ৯০০০-১৩৫০ = ৭৬৫০টাকা।

একলাইনে: ১০০০০ এর ৯০% এর ৮৫% = $১০০০০ \times \frac{৯০}{১০০} \times \frac{৮৫}{১০০}$ = ৭৬৫০ টাকা।

(৮.খ) দুবার বিক্রয় করে সর্বশেষ বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে :

এই ধরনের প্রশ্ন অর্থাৎ দুবার % হিসাব করে শেষের সংখ্যাটি দেয়া থাকলে শুরুর সংখ্যা বা দাম বের করার জন্য ক্রয়মূল্যটিকে x ধরে আগের নিয়মের অংকগুলোর মত লিখে সমীকরণ সাজাতে পারেন। আর শর্টকাটে করার জন্য প্রদত্ত % দুটিকে একত্রে মোটের উপর সামগ্রিক হার বের করে হিসেব করতে পারেন। **[এই নিয়মটা খুব ভালোভাবে বুঝলে অনেক কঠিন অংক সহজ মনে হবে]**

১০৭. এক ঘড়ি নির্মাতা ২০% লাভে দোকানদারের নিকট ঘড়ি বিক্রয় করেন এবং দোকানদার ১০% লাভের ক্রেতার নিকট ঘড়ি বিক্রয় করেন। ক্রেতা যে ঘড়িটি ৩৯৬ টাকায় ক্রয় করলেন, সেই ঘড়িটির নির্মাণ খরচ কত? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই (১৯৮৩ সংস্করণ)]*

ক. ৩০০ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ৩৫০ টাকা ঘ. ৪০০ টাকা উত্তরঃ ক

লিখিত সমাধান:

দোকানদারের বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

" " ১ " " " = $\frac{১০০}{১১০}$

" " ৩৯৬ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৯৬}{১১০}$ = ৩৬০ টাকা

নির্মাতার বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে নির্মাণ মূল্য = ১০০ টাকা

" " ১ " " " " = $\frac{১০০}{১২০}$ "

" " ৩৬০ " " " " = $\frac{১০০ \times ৩৬০}{১২০}$ = ৩০০ টাকা।

শর্টকাট সমাধান:

ধরি, ঘড়িটির নির্মাণ খরচ = x টাকা।

প্রশ্নমতে, x এর ১২০% এর ১১০% = ৩৯৬ টাকা।

বা, $x \times \frac{১২০}{১০০} \times \frac{১১০}{১০০}$ = ৩৯৬

বা, $x = ৩৯৬ \times \frac{১০০}{১২০} \times \frac{১০০}{১১০}$ = ৩০০ টাকা।

সুপার শর্টকাট :

২০% লাভের পর ১০% লাভ হলে মোটের উপর ৩২% লাভ হয়। ∴ সর্বশেষ বিক্রয়মূল্যটি হবে = (১০০+৩২) = ১৩২%

এখানে ১৩২% = ৩৯৬(৩গুণ)

সুতরাং ১০০% = ৩×১০০ = ৩০০ টাকা। (উত্তর)

অবশ্যই মনে রাখতে হবে: যত বার ই লাভ বা ক্ষতি হোক তা সর্বশেষ পুরো মূল্যের উপর হয়। এক্ষেত্রে শুধু লাভ বা ক্ষতির ১০ %/২০ % ধরে হিসেব করলে হবে না। বরং লাভ/ক্ষতির % টি ১০০% এর সাথে যোগ বা বিয়োগ করে হিসেব করতে হবে।

নিজে করুন:

১০৮. একজন উৎপাদনকারী পাইকারী বিক্রেতার কাছে একটি পণ্য ২০% লাভে বিক্রি করলেন। পাইকারী বিক্রেতা আবার ১০% লাভে ঐ পণ্যটি খুচরা বিক্রেতার নিকট বিক্রি করলেন। ঐ পণ্যটি যদি খুচরা বিক্রেতা মোট ২৬৪ টাকায় ক্রয় করে থাকে তাহলে শুরুতে উৎপাদন খরচ কত ছিল? *(Agrani Bank Ltd. Off:2010)*

ক. ২০০ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ২৪০ টাকা ঘ. ২৪৪ টাকা উত্তরঃ ক

[Hints: আগের অংকটির মতই ২০% লাভ ও ১০% লাভ অর্থ শেষ বিক্রয়মূল্য ১৩২% = ২৬৪, হলে শুরুর দাম ১০০%= ২০০]

১০৯. একটি পণ্য বিক্রি করে পাইকারী বিক্রেতা ২০% এবং খুচরা বিক্রেতা ২০% লাভ করে। যদি দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য ৫৭৬ টাকা হয় তবে শুরুতে তার ক্রয়মূল্য কত ছিল? *[আইসিবি-এ্যাসিস্টেন্ট প্রোগ্রামার - ২০১৯]*

ক. ৭৫০ খ. ৬০০ গ. ৪০০ ঘ. ৪৮০ উত্তরঃ গ

সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য = x, প্রশ্নমতে, x এর ১২০% এর ১২০% = ৫৭৬ তাহলে $x = ৫৭৬ \times \frac{১০০}{১২০} \times \frac{১০০}{১২০}$ = ৪০০ টাকা।

Note: যত বার ই লাভ ক্ষতি হোক শেষের দাম থেকে শুরুর দাম বের করার জন্য এই নিয়মটা সবসময় মনে রাখার জন্য সহজ।

তবে দ্রুত উত্তর বের করতে চাইলে এভাবে ভাবা আরো সহজ: দুবার ২০% করে লাভ অর্থ একসাথে ৪৪% লাভের সমান।

তাহলে ১৪৪% = ৫৭৬ হলে ১০০% = ৪০০ টাকা।

১১০. রতন, মিজানের নিকট একটি টেপরেকর্ডার ১০% ক্ষতিতে, মিজান ঐ টেপরেকর্ডারটি শিহাবের নিকট ২০% ক্ষতিতে বিক্রি করে। যদি শিহাব ১৪৪০ টাকা প্রদান করে তাহলে রতন কত টাকা দিয়ে টেপরেকর্ডারটি ক্রয় করে ছিল? *[Social Islami Bank Prob: off: 2011]*

ক. ২০০০ টাকা খ. ২০৫০ টাকা গ. ২৫০০ টাকা ঘ. ২০০৫ টাকা উত্তরঃ ক

সমাধান: ধরি, প্রথম জনের (রতনের) ক্রয়মূল্য = x

তাহলে প্রশ্ন মতে, x এর ৯০% এর ৮০% = ১৪৪০ বা $x = ১৪৪০ \times \frac{১০০}{৯০} \times \frac{১০০}{৮০}$ = ২০০০ টাকা।

Super Shortcut : ১০% ক্ষতির পর ২০% ক্ষতি হলে মোটের উপর ২৮% ক্ষতি হয়।

তাহলে ক্ষতির পর সর্বশেষ বিক্রয়মূল্য = (১০০-২৮) % = ৭২% যার মান = ১৪৪০ (২০গুণ) সুতরাং ১০০% = ২০০০ টাকা।

নিজে করুন:

১১১. A, একটি সাইকেল ২০% লাভে B এর কাছে বিক্রি করলো। আবার B ২৫% লাভে সাইকেলটি C এর কাছে বিক্রি করলো। যদি C ২২৫ টাকায় সাইকেলটি ক্রয় করে তাহলে A সাইকেলটি কত টাকায় ক্রয় করেছিল?

ক. ১১০ টাকা খ. ১২০ টাকা গ. ১২৫ টাকা ঘ. ১৫০ টাকা উত্তরঃ ঘ

সমাধান: x এর ১২০% এর ১২৫% = ২২৫। সুতরাং $x = ২২৫ \times \frac{১০০}{১২৫} \times \frac{১০০}{১২০}$ = ১৫০

বিকল্প: ২০% লাভের পর আবার ২৫% লাভ অর্থ মোটের উপর ৫০% লাভ। তাহলে ১৫০% = ২২৫ হলে ১০০% = ১৫০ টাকা।

একটু ব্যতিক্রম : (সবসময় শেষ থেকে শুরুর জনেরটা না চেয়ে কখনো মাঝের জনের ক্রয় বা বিক্রয়মূল্য চাইতে পারে)

১১২. A একটি দ্রব্য ১২০ টাকা খরচে তৈরি করে ২৫% লাভে B এর কাছে বিক্রি করে । B আবার দ্রব্যটি C এর কাছে বিক্রি করে যা C ১০% লাভে ১৯৮ টাকায় বিক্রি করে। B শতকরা কত লাভ করে ? *[জনতা ব্যাংক (অফিসার)-২০১৭]*

ক. ২৫% খ. ২০% গ. ১৬.৬৬% ঘ. ১৫% উত্তরঃ খ

সমাধান:

এখানে, ২৫% বা (১/৪ অংশ) লাভে A এর বিক্রয়মূল্য = ১২০ এর ১২৫% = ১৫০ টাকা। (এটা B এর ক্রয়মূল্যও)

এখন ধরি, C এর ক্রয়মূল্য = x টাকা। সুতরাং ১০% লাভে C এর বিক্রয়মূল্য = x এর ১১০%

প্রশ্নমতে, $x \times \frac{১১০}{১০০} = ১৯৮$ ∴ $x = ১৯৮ \times \frac{১০০}{১১০}$ = ১৮০ টাকা। (বুঝলে x ছাড়াই % এরভ গ্লাংশ উল্টিয়ে গুণ করলেই হবে)

সুতরাং C এর ক্রয়মূল্য = ১৮০ টাকা যা একই সাথে B এর বিক্রয়মূল্য।

দ্রব্যটি B, ১৫০ টাকায় কিনে ১৮০ টাকায় বিক্রি করায় লাভ = (১৮০-১৫০) = ৩০ টাকা। লাভের হার = $\frac{৩০}{১৫০} \times ১০০ = ২০\%$

দু'এর অধিকবার লাভ-ক্ষতির কথা বলা হলেও নিয়ম একই:

১১৩. উৎপাদনকারী ১০%, পাইকারী বিক্রেতা ১৫%, এবং খুচরা বিক্রেতা ২৫% লাভ করে, যদি একটি টেবিলের খুচরা মূল্য ১২৬৫ টাকা হয় তাহলে তার উৎপাদন খরচ কত তা বের করুন?

ক. ৬০০ টাকা খ. ৮০০ টাকা গ. ১০০০ টাকা ঘ. ৭৫০ টাকা উত্তরঃ খ

সমাধান: ধরি, উৎপাদন খরচ = x তাহলে প্রশ্নমতে, x এর ১১০% এর ১১৫% এর ১২৫% = ১২৬৫

∴ $x = ১২৬৫ \times \frac{১০০}{১১০} \times \frac{১০০}{১১৫} \times \frac{১০০}{১২৫}$ = ৮০০ টাকা। (এভাবেই করাই সবথেকে সহজ) উত্তরঃ ৮০০ টাকা।

(৮.গ) বিক্রয়মূল্য সমান এবং লাভ ও ক্ষতির হারও সমান হলে:

একই দামে দুটি দ্রব্য বিক্রি করায় একটিতে লাভ আরেকটিতে ক্ষতির শতকরা হার সমান হলে মোটের উপর সব সময় ক্ষতি ই হয়।

শর্টকাট সূত্র: ক্ষতির হার $= \left(\frac{\text{সমান সমান লাভ বা ক্ষতির হার}}{১০}\right)^{২}\%$

কেন ক্ষতি হয়? তার যুক্তি:

১১৪. ৪৮০টাকা করে দুটি শার্ট বিক্রি করায় একটিতে ২০% লাভ আরেকটিতে ২০% ক্ষতি হলে মোটের উপর লাভ নাকি ক্ষতি হবে?

যৌক্তিক ব্যাখ্যা:

এখানে ৪৮০ টাকা কিন্তু ক্রয়মূল্য নয় বরং বিক্রয়মূল্য। তাই বলা যাবে না ৪৮০ এর ২০% । এখন যে শার্টটি ৪৮০টাকায় বিক্রি করায় ২০% লাভ হয়েছে সেই শার্টটি অবশ্যই ৪৮০ টাকার থেকে কম দামে কেনা হয়েছে তাহলে লাভের এই ২০% হচ্ছে সেই ৪৮০ এর থেকে কম টাকার ২০%। কিন্তু অন্য শার্টটি ৪৮০টাকা বিক্রি করায় ২০% ক্ষতি হলে তা ৪৮০ এর থেকে বেশি টাকায় কেনা হয়েছে এবং ক্ষতির এই ২০% হলো ৪৮০ এর থেকে বড় সেই অজানা বেশি টাকার ২০% তাহলে বোঝা যাচ্ছে লাভের সময় কম টাকার ২০% কিন্তু ক্ষতির সময় বেশি টাকার ২০% ক্ষতি হওয়ায় একসাথে হিসাব করলে ক্ষতি ই হবে।

ভুল হতে পারে যেখানে: ৪৮০ এর ২০% = ৯৬ টাকা লাভ এবং ৪৮০ এর ২০% = ৯৬ টাকা ক্ষতি। লাভ আর ক্ষতি যেহেতু সমান তাহলে লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না। এরকম সহজ ভাবে যারা ভাববেন তারাই কনফিডেন্টলি ভুল উত্তর দিয়ে আসবেন। এই অধ্যায়ের শুরু থেকেই বার বার বলা হলো বিক্রয়মূল্যের উপর % এর হিসেব হয় না। এখানে ৪৮০ টাকা তো বিক্রয়মূল্য। তাহলে সেই বিক্রয়মূল্যের উপর ২০% ধরে হিসাব করলে ভুল হবে। কিন্তু অপশনে আপনার সেই ভুল উত্তরটিও দেয়া থাকায় মনে হবে আপনি সঠিক। কিন্তু আপনি কোথায় ভুল করছেন নিচের প্রশ্নগুলো দেখলেই বুঝতে পারবেন।

১১৫. ১৫০০ টাকা করে দুটি ছাগল বিক্রি করায় একটিতে ২০% লাভ অন্যটিতে ২০% ক্ষতি হল। মোটের উপর শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো?

ক. ৪% ক্ষতি খ. ৫% ক্ষতি গ. ৬% লাভ ঘ. ৪% লাভ উত্তর: ক

টিপস: মনে রাখবেন এরকম একই দামে দুটি পণ্য বিক্রয় করায় একই হারে লাভ বা ক্ষতি হলে, মোটের উপর সবসময় ক্ষতি হয়। কতটুকু ক্ষতি হয় তা বের করার জন্য নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করুন:

এখন সূত্রানুযায়ী অংকটি করি, $\left(\frac{২০}{১০}\right)^{২}\% = ২^{২}\% = ৪\%$ ক্ষতি (নিচে সবসময় সুত্রের ১০)

Learn from joke : (এখান থেকে প্রাপ্ত শিক্ষাটা এই অংকগুলো সহ বিভিন্ন অংকে কাজে লাগবে)

১০০% বড় নাকি ১% বড়?

এক কলেজের ২ জন পরীক্ষার্থীর সবাই পাশ অর্থাৎ ১০০%ই পাশ। কিন্তু অন্য এক কলেজের ১০০০ জনের ১% পাশ তাহলে ১০ জন পাশ। এখানে কোনটি বড়? (নির্ভর করে কোন সংখ্যার % তার উপর তা চোখের দেখায় ভুল করা যাবে না।) তেমনি ভাবে ২০% = ২০% সমান নাকি অসমান? এটা কোন সংখ্যার ২০% তা না দেখে বলা যাবে না।

নিজে করুন:

১১৬. একজন ব্যবসায়ী দুটি টেলিভিশনের প্রত্যেকটি ৯৯০ টাকা করে বিক্রয় করল। একটিতে সে ১০% লাভ এবং অপরটিতে ১০% ক্ষতি হলে ব্যবসায়ীর শতকরা লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত? [Hints:সূত্র প্রয়োগ করে ৫সেকেন্ডে করে ফেলুন]

ক. ১% ক্ষতি খ. ১% লাভ গ. ২%ক্ষতি ঘ. ৪% লাভ উত্তর: ক

১১৭. একজন ব্যবসায়ী একই দামে দুইটি কম্পিউটার বিক্রি করল। একটির উপর সে ১৫% লাভ করলো, কিন্তু অপরটিতে তার ১৫% ক্ষতি হলো। তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো? *[৩১ তম বিসিএস]*

ক. ২.২৫% খ. ৩.২৫% গ. ৪.২৫% ঘ. ৫.২৫% উত্তর: ক

১১৮. একজন বিক্রেতা ৫৯৪ টাকা করে দুটি শার্ট বিক্রয় করেন। প্রথমটিতে ১০% লাভ করেন কিন্তু পরেরটি বিক্রয় করে ১০% লোকসান দেন। মোটের উপর তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো? *[জনতা ব্যাংক (ক্যাশ)-২০২০ (লিখিত)]*

ক. ১১% ক্ষতি খ. ৪% লাভ গ. ২১% ক্ষতি ঘ. ১% ক্ষতি উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

১০% লাভে	১০% ক্ষতিতে
ধরি, ১ম শার্টটির ক্রয়মূল্য = x টাকা তাহলে x এর ১১০% = ৫৯৪ টাকা। $\therefore x = ৫৯৪ \times \frac{১০০}{১১০} = ৫৪০$ টাকা।	ধরি, ২য় শার্টটির ক্রয়মূল্য = y টাকা তাহলে, y এর ৯০% = ৫৯৪ টাকা। $\therefore y = ৫৯৪ \times \frac{১০০}{৯০} = ৬৬০$ টাকা।

সুতরাং শার্ট দু'টির মোট ক্রয়মূল্য = (৫৪০+৬৬০) টাকা = ১২০০ টাকা।

আবার প্রতিটি ৫৯৪ টাকা হিসেবে ২টির বিক্রয়মূল্য = ২× ৫৯৪ = ১১৮৮ টাকা।

সুতরাং শার্ট দুটি বিক্রি করলে মোট ক্ষতি = (১২০০ - ১১৮৮) = ১২ টাকা। (এই ক্ষতি ক্রয়মূল্য ১২০০ এর উপর)

সুতরাং ক্ষতির হার $= \frac{১২}{১২০০} \times ১০০\% = ১\%$ উত্তর: ১% ক্ষতি।

শর্টকাট: এমসিকিউ এর জন্য মাত্র কয়েক সেকেন্ডে ক্ষতির হার $= \left(\frac{১০}{১০}\right)^{২}\% = ১^{২}\% = ১\%$ ক্ষতি।

১১৯. একজন দোকানী একই মূল্যে দুইটি জামা বিক্রয় করেন। একটি জামায় তিনি ১০% লাভ করেন এং অন্যটিতে ১০% লোকসান দেন। তার শতকরা লাভ বা ক্ষতি কত ? *[৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]*

সমাধান: ধরি, প্রত্যেক জামার বিক্রয়মূল্য = x টাকা।

১০% লাভে	১০% ক্ষতিতে
১ম শার্টটির ক্রয়মূল্যের ১১০% = x টাকা $\therefore$ ১ম শার্টটির ক্রয়মূল্য = $x \times \frac{১০০}{১১০} = \frac{১০x}{১১}$	২য় শার্টটির ক্রয়মূল্যের ৯০% = x টাকা $\therefore$ ২য় শার্টটির ক্রয়মূল্য = $x \times \frac{১০০}{৯০} = \frac{১০x}{৯}$

সুতরাং শার্ট দু'টির মোট ক্রয়মূল্য = $\left(\frac{১০x}{১১} + \frac{১০x}{৯}\right) = \frac{৯০x + ১০০x}{৯৯} = \frac{২০০x}{৯৯}$ টাকা।

আবার প্রতিটি x টাকা হিসেবে ২টির বিক্রয়মূল্য = ২ × x = 2x টাকা।

সুতরাং শার্ট দুটি বিক্রি করলে মোট ক্ষতি = $\frac{২০০x}{৯৯} - ২x = \frac{২০০x - ১৯৮x}{৯৯} = \frac{২x}{৯৯}$

= $\frac{২০০x}{৯৯}$ টাকায় ক্ষতি = $\frac{২x}{৯৯}$ টাকা।

$\therefore$ ১০০ " " = $\frac{২x}{৯৯} \times \frac{৯৯}{২০০x} \times ১০০\% = ১\%$ উত্তর: ১% ক্ষতি।

১২০.প্রতিটি ৩৬০০ টাকা করে দুটি টেবিল বিক্রয় করা হল। একটি ২০% লাভে এবং অন্যটি ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। সর্বমোট কত লাভ বা ক্ষতি হয়েছে? *[BADC-(Store Keeper)-2017] + [১৮তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ২০০টাকা লাভ খ. ৩০০টাকা লাভ গ. ৬০০টাকা ক্ষতি ঘ. ৩০০টাকা ক্ষতি উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

২০% লাভের ক্ষেত্রে ,
২০% লাভে ১০০ টাকার চেয়ারের দাম = ১২০ টাকা।
এখন বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা ।
∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{১২০}$
∴ " ৩৬০০ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৬০০}{১২০}$ = ৩০০০ টাকা।

আবার, ক্ষতির ক্ষেত্রে,
২০% ক্ষতিতে ১০০ টাকার চেয়ারের বিক্রয়মূল্য = ৮০ টাকা
এখন বিক্রয়মূল্য ৮০টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা
∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{৮০}$
∴ " ৩৬০০ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৬০০}{৮০}$ = ৪৫০০ টাকা।

এখন মোট ক্রয়মূল্য = (৩০০০+৪৫০০) = ৭৫০০ এবং মোট বিক্রয়মূল্য = ২×৩৬০০ = ৭২০০ ∴ মোট ক্ষতি ৭৫০০-৭২০০ = **৩০০টাকা**। অথবা এভাবেও ভাবা যায়: লাভের সময় ৬০০ লাভ কিন্তু ক্ষতির সময় ৯০০ ∴ মোটে ক্ষতি ৯০০-৬০০=৩০০টাকা

বিকল্প সমাধান: এমসিকিউ পরীক্ষার জন্য উপরের অংকটি দ্রুত সমাধান করা যায় এভাবে,

আগে সূত্র প্রয়োগ করে ক্ষতির হার বের করা যায় = $\left(\frac{\text{সমান সমান লাভ বা ক্ষতির হার}}{১০}\right)^২ \% = \left(\frac{২০}{১০}\right)^২ \% = ৪\%$

এখন ৩৬০০ টাকা করে ২টি ৭২০০ টাকায় বিক্রি করায় ৪% ক্ষতি হলে মোট ক্ষতি হবে = ৪% এর সমান।

বিক্রয়মূল্য ৯৬% = ৭২০০ ∴১% = $\frac{৭২০০}{৯৬}$ ∴ ক্ষতি ৪% = $\frac{৭২০০ \times ৪}{৯৬}$ = ৩০০ টাকা [যেহেতু মোট ক্ষতি ৪%]

নিজে করুন:

১২১. দুটি পণ্য x এবং y প্রতিটি ৩০,০০ টাকা করে বিক্রি করায় একটিতে ২০% লাভ এবং অন্যটিতে ২০% ক্ষতি হলো। উভয় পণ্য বিক্রি করে মোটের উপর কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হয়েছে?
ক. ২৫০ টাকা লাভ খ. ২৫০ টাকা ক্ষতি গ. ২০০ টাকা ক্ষতি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ
[**Hints:** সূত্র প্রয়োগে ৪% ক্ষতি। তাই ৯৬% = ৬০০০ (বিক্রয়মূল্য) থেকে শুধু ক্ষতি = ৪% = ২৫০ টাকা।]
[**Be Careful:** এখানে ৩০০০ এর ২০% বা ৬০০০ এর ৪% ধরে ভুলভাবে সমাধান করতে গেলে উত্তর মিলবে না]

১২২. প্রতিটি ৯১০০ টাকা করে দুটি সাইকেল বিক্রি করায় একটিতে ৩০% লাভ অন্যটিতে ৩০% ক্ষতি হলো। সাইকেল দুটি বিক্রি করে মোটের উপর কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হলো?
ক. ৩০০ টাকা ক্ষতি খ. ৯০০ টাকা ক্ষতি গ. ১৮০০ টাকা ক্ষতি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ
[**Hints:** সূত্র প্রয়োগে ৯% ক্ষতি। তাই ৯১% = (২×৯১০০) (বিক্রয়মূল্য) থেকে শুধু ক্ষতি = ৯% = ১৮০০ টাকা।]

আবার ভিন্ন ভিন্ন % এ লাভ বা ক্ষতি হলেও নিয়ম একই,

১২৩. একজন দালাল দুটি পুরোনো গাড়ী প্রত্যেকটি ৩৯,১০০ টাকায় বিক্রয় করেন। প্রথমটিতে তার ১৫% লাভ হয় কিন্তু দ্বিতীয়টিতে ৭.৫% ক্ষতি হয়। মোটের উপর তার কত টাকা লাভ হয়? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (প্রধান শিক্ষক)-২০১২]*
ক. ২০০০ টাকা খ. ১৯০০ টাকা গ. ১৯২৯.৭৩ টাকা ঘ. ১২০০ টাকা উত্তর: গ
সমাধান: ১৫% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০+১৫) = ১১৫ টাকা
বিক্রয়মূল্য ১১৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা
∴ " ৩৯১০০ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৯১০০}{১১৫}$ = ৩৪০০০ টাকা।
আবার, ৭.৫% ক্ষতিতে, বিক্রয়মূল্য (১০০-৭.৫) = ৯২.৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৯২.৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা
∴ " ৩৯১০০ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৯১০০}{৯২.৫}$ " = ৪২২৭০.২৭ টাকা।
গাড়ী দুটির মোট ক্রয়মূল্য = (৩৪০০০+৪২২৭০.২৭) = ৭৬২৭০.২৭ টাকা এবং মোট বিক্রয়মূল্য =(২×৩৯১০০)= ৭৮২০০ টাকা
∴ মোটের উপর লাভ = (৭৮২০০-৭৬২৭০.২৭) = ১৯২৯.৭৩ টাকা।

(৮.ঘ) দুটি ভিন্ন পণ্য থেকে লাভ বা ক্ষতি :

১২৪.সালেহ তার একটি গণিত বই ৩৬০ টাকায় ও বাংলা বই ৯৬ টাকায় বিক্রি করল। সে বাংলা বইয়ে ২০% লাভ করল কিন্তু গণিত বইয়ে ১০% লোকসান করল তার লাভ/ক্ষতির পরিমাণ কত? *[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*
ক. ১৯ টাকা লাভ খ. ২৪ টাকা ক্ষতি গ. ৩২০ টাকা লাভ ঘ. ৬০ টাকা ক্ষতি উত্তর: খ
সমাধান: (এখানে ছোট ছোট দুটি প্রশ্ন একসাথে সংযুক্ত করে দেয়া হয়েছে।)

গণিত বইয়ের ক্ষেত্রে ১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = ৩৬০ টাকা। তাই ৯০% = ৩৬০ ∴ ১০০% = $\frac{৩৬০ \times ১০০}{৯০}$ = ৪০০

বাংলা বইয়ের ক্ষেত্রে ২০% লাভে বিক্রয়মূল্য = ৯৬ টাকা। তাই ১২০% = ৯৬ ∴১০০% = $\frac{৯৬ \times ১০০}{১২০}$ = ৮০ টাকা

তাহলে মোট ক্রয়মূল্য = (৪০০+৮০) = ৪৮০ এবং মোট বিক্রয়মূল্য = (৩৬০+৯৬) = ৪৫৬ টাকা।
মোট ক্ষতির পরিমান: = (৪৮০-৪৫৬) = ২৪ টাকা।

পরামর্শ: উপরের প্রশ্নগুলোতে যদি বিক্রয়মূল্য গুলো দেয়া না থেকে ক্রয়মূল্য গুলো দেয়া থাকতো তাহলে ক্রয়মূল্যের সাথে % এর মান যুক্ত করে খুব সহজেই হিসেব করা যেত। কিন্তু পরীক্ষায় শুধু সহজ গুলোই আসবে এভাবে না ভেবে পরীক্ষায় যেগুলো আসে সেগুলো কিভাবে সহজে করা যায় তা শেখা বেটার ।

নিজে করুন:

১২৫.জালাল তার হাতঘড়িটি ১৬০ টাকায় এবং চেয়্যারটি ৯৬ টাকায় বিক্রয় করলো। হাতঘড়িতে ১০% ক্ষতি এবং চেয়ারে ২০% লাভ হয়েছে। তার মোট লাভ-ক্ষতির পরিমাণ কত? *[BRDB (সহকারী পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা)-২০০৬]*
ক. ১.৭৮ টাকা ক্ষতি খ. ১.৫০ টাকা ক্ষতি গ. ৩.২০ টাকা লাভ ঘ. ৭.৫৩ টাকা লাভ উত্তর: ক
সমাধান: এখানে মোট বিক্রয়মূল্য = ১৬০+৯৬ = ২৫৬ টাকা

হাতঘড়ির ক্রয়মূল্য x ধরে, x এর ৯০% = ১৬০ টাকা হলে x = ১৬০×$\frac{১০০}{৯০}$ = ১৭৭.৭৮ টাকা।

আবার চেয়ারের ক্রয়মূল্য y ধরে y এর ১২০% = ৯৬ হলে y = ৯৬×$\frac{১০০}{১২০}$ = ৮০ টাকা = ২৫৭.৭৮

সুতরাং মোট ক্রয়মূল্য = (১৭৭.৭৮+৮০) = ২৫৭.৭৮ টাকা। ∴ ক্ষতি = (২৫৭.৭৮-২৫৬) = **১.৭৮ টাকা (প্রায়)**

পরামর্শ: ভগ্নাংশ উল্টিয়ে সরাসরি গুণ করলে মোট ক্রয়মূল্য = একলাইনে এভাবে = (১৬০×$\frac{১০০}{৯০}$)+ (৯৬×$\frac{১০০}{১২০}$) লেখা যায়

পদ্ধতি-৯: কমিশন বা ছাড় দিয়ে বিক্রি

যখন কমিশন দেয়া হয় তখন যে মূল্য থেকে কমিশন দেয়া হয় (লিখিত মূল্য/তালিকা মূল্য) সে মূল্যটা ই ১০০%। এবং ছাড় দেয়ার পর যে কমিশনকৃত মূল্য দাঁড়ায় তা বিক্রয়মূল্য। কিন্তু এরসাথে ক্রয়মূল্য আসলে তখন ক্রয়মূল্যের ১০০% এর সাথে লিখিত মূল্যের ১০০% এর সমন্বয় করতে হয়। ধাপে ধাপে সবগুলো আলোচনা পড়ুন।

(৯.ক) কমিশন দেয়ার সধারণ প্রশ্ন :

১২৬. ১৬০ টাকার একটি দ্রব্য ক্রয় করলে যদি ১৫% কমিশন পাওয়া যায়, তবে উক্ত দ্রব্যটি ক্রয় করতে কত টাকা লাগবে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের (উপপরিদর্শক)-২০১৩+জাতীয় রাজস্ব বোর্ডের (সহকারী রাজস্ব কর্মকর্তা)-২০১২]*

ক. ১৪০ টাকা খ. ১৩৬ টাকা গ. ১৩৫ টাকা ঘ. ১৩০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: মোট কমিশন দিতে হবে = ১৬০ এর ১৫% = $১৬০ \times \frac{১৫}{১০০}$ = ২৪ টাকা।

সুতরাং কমিশন দেয়ার পর দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য = (১৬০-২৪) = ১৩৬ টাকা।

শর্টকাট: এক লাইনে লেখা যায় : = ১৬০ এর ৮৫% = ১৩৬ টাকা।

নিজে করুন:

১২৭. একজন বিক্রেতা শার্টের গায়ে লিখিত মূল্যে ৯০ টাকার উপর ১৫% ছাড় দেন। শার্টটির বিক্রয়মূল্য কত টাকা? *(প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক বরিশাল)* পরীক্ষা -২০০৯)

ক. ৭০টাকা খ. ৭৫টাকা গ. ৭৫.৫টাকা ঘ. ৭৬.৫টাকা উত্তর: ঘ

[**Hints:** ৯০ এর ৮৫% বের করলেই সরাসরি উত্তর]

১২৮. ২০% ছাড়ে একটি কলমের দাম ১৪৪ টাকা হলে কলমটির প্রকৃত দাম কত ছিল? *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*

ক. ১৮০ খ. ১৬০ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ১২০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: ২০% ছাড়ে, প্রকৃত মূল্য ১০০ টাকা হলে কমলাটির দাম = (১০০ − ২০) = ৮০ টাকা

কলমটির দাম ৮০ টাকা প্রকৃতমূল্য = ১০০ টাকা

∴ " " ১৪৪ " " = $\frac{১০০ \times ১৪৪}{৮০}$ = ১৮০ টাকা

শর্টকাট: ২০% = ১/৫ অংশ ছাড়
৪ অংশ = ১৪৪ সুতরাং ৫ অংশ = ১৮০

১২৯. এক ব্যক্তি ক্রয়মুল্যের উপর ৫০% বেশি হিসেব করে বিক্রয়মূল্য নির্ধারণ করে। সে নির্ধারিত বিক্রয়মূল্যের উপর ১০% কমিশন দিয়ে জিনিস বিক্রয় করে। তার মোটের উপর শতকরা কত লাভ হয়? *(প্রা:সহ:শি:নি:-১২)*

ক. ২২টাকা খ. ৩৫টাকা গ. ৪৫টাকা ঘ. ৫২টাকা উত্তর: খ

সমাধান: *(হ্রাস-বৃদ্ধির সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান করা যায় অথবা বুঝে বুঝে)*

মোট টাকা দেয়া নেই, তাই ১০০ টাকার পণ্যের নির্ধারিত দাম ১৫০ টাকা।

আবার ১৫০ টাকার পণ্যে ১০% ছাড় দেয়ায় মোট ছাড় ১৫ টাকা।

∴ বিক্রয়মূল্য = ১৫০-১৫ = ১৩৫ টাকা। ∴ লাভ = ১৩৫-১০০ = ৩৫টাকা

১০০% লিখিত মূল্য = ১৫০% বিক্রয়মূল্য
∴ ৯০% " " = ১৩৫ "
∴ লাভ = (১৩৫ − ১০০) = ৩৫ টাকা

নিজে করুন:

১৩০. একজন ব্যবসায়ী প্রথমে তার পণ্যের দাম ৫০% বেশি লিখে রাখার পর সে তার পণ্যের দাম বাজার মূল্য থেকে সর্বোচ্চ কত % ছাড় দিলে তার কোন লাভ বা ক্ষতি হবে না?

ক. ২২.২২% খ. ৩৩.৩৩% গ. ৪৪.৪৪% ঘ. ৫৫.৫৫% উত্তর: খ

[**Hints:** ১৫০ টাকায় ছাড় দিতে হবে ৫০ ∴ ৩ ভাগের ১ ভাগ = ৩৩.৩৩%]

১৩১. একটি ঘড়ি বিক্রয়ে একজন দোকানদার ৫% ছাড় দেয়। যদি ৭% ছাড় দেয়, তবে সে ১৫ টাকা কম লাভ করে। ঘড়িটির তালিকা মূল্য কত?

ক. ২২২টাকা খ. ৫৩৫টাকা গ. ৭৪৫টাকা ঘ. ৭৫০টাকা উত্তর: ঘ

[**Hints:** ২% ছাড় (কম) = ১৫টাকা ∴ ১% এর মান ৭.৫ এবং ১০০% = ৭৫০]

১৩২. ১০%, ২০% ও ৪০% এর তিনটি ধারাবহিক ডিসকাউন্ট নিচের কোনটি একক ডিসকাউন্টের সমান? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ভ্যারেন্সেস অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৫০% খ. ৫৬.৮% গ. ৬০% ঘ. ৭০.২৮% উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, প্রথমে মূল্য = ১০০ টাকা।

প্রথমে ১০% ডিসকাউন্ট দেয়ার পর বিক্রয়মূল্য = ৯০ টাকা

এরপর ৯০ টাকার থেকে ২০% ডিসকাউন্ট দিলে নতুন বিক্রয়মূল্য = ৯০ এর ৮০% = $৯০ \times \frac{৮০}{১০০}$ = ৭২ টাকা

পুনরায় ৭২ টাকা থেকে ৪০% ডিসকাউন্ট দিলে নতুন বিক্রয়মূল্য হবে = ৭২ এর ৬০% = $৭২ \times \frac{৬০}{১০০} = \frac{৪৩২}{১০}$ = ৪৩.২ টাকা

সুতরাং সর্বমোট ডিসকাউন্ট দেয়া হয়েছে = (১০০-৪৩.২) = ৫৬.৮ টাকা বা ৫৬.৮%

উত্তর: ৫৬.৮%

Be Careful: প্রথম ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা ধরে ১০০ এর ১০% এর ২০% এর ৪০% এভাবে কখনোই ভাবা যাবে না। তাহলে ছাড় দেয়া টাকার উপর আবার ছাড় তারপর আবার ছাড় বের হবে। কারণটা হলো, এই প্রশ্নে একবার ছাড় দেয়ার পর যে টাকা ছাড় দেয়া হয়ে তার উপর নতুন করে ছাড় নয় বরং ছাড় দেয়ার পর নতুন যে দাম থাকে তার উপর ছাড় দেয়া হয়। এজন্য প্রথমবার ১০০ থেকে ১০ টাকা ছাড় দেয়ার পর পরের বার ৯০ এর উপর হিসেব হয়েছে। (১০ এর উপর করলেই ভুল)

(৯.খ) কমিশন বা ছাড় দেয়ার পরও লাভ বা ক্ষতি :

এই অংকগুলোতে দু'পাশে দু'বার হিসেব করতে হয় বিধায় অনেকের কাছে একটু কঠিন লাগে। তাই এখানে অনেকগুলো প্রশ্ন আলোচনা করা হলো এবং একই প্রশ্নের একাধিক সমাধান দিয়ে বিষয়টাকে সহজে বোঝানো হলো।

ক্রয়মূল্য	বিক্রয়মূল্য	লিখিত মূল্য
ক্রয় করতে যা খরচ হয়	ছাড় দেয়ার পর যে দাম হয় বা লাভ/ ক্ষতি করে যে দামে বিক্রি করা হয়।	পণ্যের গায়ে যা লেখা থাকে
লাভ-ক্ষতি এই ক্রয়মূল্যের উপর হিসেব করতে হবে।	লাভে বা ক্ষতিতে বিক্রি করলে তা ক্রয়মূল্যের সাথে হিসেব করে বিক্রয়মূল্য বের করতে হবে। **বিক্রয়মূল্যের সাথে কোন % এর হিসেব হয় না**	ছাড় দেয়ার হিসেব এই মূল্যের উপর করতে হবে। আবার ছাড় দিয়ে দেয়ার পর বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে তা থেকে লিখিত মূল্য বের করতে হবে।
৪০ টাকায় কিনে	৬০টাকায় বিক্রি	লিখিত মুল ৮০ টাকা
লাভ ৫০% (৪০ এ ২০)	দু দিকেই ব্যবধান ২০ হলেও % ভিন্ন হওয়ার কারণ হলো একটা লিখিত মূল্যের সাথে হিসেব হবে আরেকটা ক্রয়মূল্যের সাথে।	কিন্তু ছাড় ২৫% (৮০ তে ২০)

মনে রাখবেন:

- এ ধরণের প্রশ্নে ৩টি মূল্য নিয়ে হিসেব করতে হয়। লিখিত মূল্য, ছাড় দিয়ে বিক্রয়মূল্য এবং পণ্যটির ক্রয়মূল্য।
- লিখিত মূল্যের উপর ছাড় দিয়ে যে মূল্য হয় তা বিক্রয়মূল্য আবার ক্রয়মূল্যের উপর লাভে বিক্রি করলে যে বিক্রয়মূল্য তা একই মূল্যকে বোঝায় (এই লজিকটা দিয়েই অধিকাংশ অংকের উত্তর বের হবে)
- ছাড় দেয়া হয় লিখিত মূল্যের উপর তাই ছাড়ের ক্ষেত্রে লিখিত মূল্যই ১০০%।
- কিন্তু লাভ বা ক্ষতি হয় ক্রয়মূল্যের উপর। তাই লাভ ক্ষতির হার ক্রয়মূল্যের ১০০% ধরে হিসেব হবে।

বিসিএস+ব্যাংক+আইবিএ কতৃক নেয়া যে কোন পরীক্ষার জন্য এই নিয়মের অংকগুলো অনেক বেশি গুরুত্বপূর্ণ।

প্রশ্নে ক্রয়মূল্য দেয়া থাকলে:

ক্রয়মূল্য থাকলে আগে ক্রয়মূল্য থেকে লাভ/ক্ষতির হিসেব বের করতে হবে। তারপর লিখিত মূল্য বের করা সহজ হবে

১৩৩. একটি পণ্যের লিখিত মূল্যের উপর এমনভাবে ছাড় দেয়া হলো যে, ১০% ছাড় দিয়েও ঐ পণ্যে ২০% লাভ হয়। পণ্যটির ক্রয়মূল্য ৩০টাকা হলে পণ্যটির গায়ে কত টাকা লিখে রাখা হয়েছিল?

ক. ৫০ টাকা খ. ৫৫ টাকা গ. ৬০ টাকা ঘ. ৪০ টাকা উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান: (সমীকরণ সাজানোর লজিক দেখুন)	সমীকরণ ছাড়া দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক:
ধরি, লিখিত মূল্য = x টাকা। (যেহেতু ক্রয়মূল্য দেয়াই আছে) ১০% ছাড় দিয়ে বিক্রয়মূল্য = x এর ৯০% আবার ২০% লাভে বিক্রয়মূল্য= ৩০ এর ১২০% প্রশ্নমতে, x এর ৯০% = ৩০ এর ১২০% [একই পণ্যের বিক্রয়মূল্য সমান এই লজিক দিয়ে সব অংকই হবে] ∴ $x = ৩০ \times \frac{১২০}{১০০} \times \frac{১০০}{৯০} = ৪০$ টাকা। **উত্তর: ৪০টাকা।**	২০% লাভে ৩০টাকার পণ্যের বিক্রয়মূল্য = ৩০ এর ১২০% = ৩৬ টাকা। এখন লিখিত মূল্যের উপর ১০% ছাড় দিয়ে বিক্রয়মূল্য = ৯০% এখানে ৯০% = ৩৬ টাকা ∴ লিখিত মূল্য ১০০% = ৪০টাকা। **মনে রাখবেন,** ছাড় দেয়ার সময় লিখিত মূল্যই ১০০% আবার লাভ বা ক্ষতির সময় ক্রয়মূল্য = ১০০% হয়।

Ratio Method: অনুপাত আকারে ভাবার মাধ্যমে সবথেকে দ্রুত সময়ে এরকম যে কোন প্রশ্নের উত্তর বের করা যায়।

১০% ছাড়ে লিখিত মূল্য ১০০ হলে বিক্রয়মূল্য = ৯০
আবার ২০% লাভে ক্রয়মূল্য ১০০ হলে বিক্রয়মূল্য = ১২০
এখানে, লিখিত মূল্য : বিক্রয় মূল্য = ১০০ : ৯০ = (১০ : ৯) ×২ = ২০ : ১৮
আবার, ক্রয়মূল্য : বিক্রয় মূল্য = ১০০ : ১২০ = (৫ : ৬) × ৩ = ১৫ : ১৮
সুতরাং লিখিত মূল্য: বিক্রয়মূল্য: ক্রয়মূল্য = ২০ : ১৮ : ১৫
ক্রয়মূল্য ১৫টাকা হলে লিখিত মূল্য =২০টাকা ∴ ৩০ টাকা হলে লিখিত মূল্য = **৪০ টাকা**

ব্যাখ্যা: উভয় অনুপাতে বিক্রয়মূল্যের মান ৬ ও ৯ এর ল.সা.গু ১৮ করার জন্য ২ এবং ৩ দিয়ে গুণ করা হয়েছে।

সবসময় উভয় অনুপাতের কমন রাশি বিক্রয়মূল্যকে সমান করতে হবে।

আরেকটি দেখুন:

১৩৪.একজন বিক্রেতা একটি বই এর বিক্রয় মূল্যের উপর ৫% ছাড় দিয়ে ক্রয়মূল্যের উপর ২৫% লাভ করলো। যদি ঐ বই এর ক্রয় মূল্য ৩৮০ টাকা হয়ে থাকে তবে ঐ বই এর বিক্রয় মূল্য কত লেখা ছিল? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ৪০০ টাকা খ. ৪৫০ টাকা গ. ৫০০ টাকা ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সাধারণ সমাধান: (সমীকরণের মাধ্যমে সমাধান)	সমীকরণ ছাড়া দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক:
ধরি, তালিকা মূল্য = x টাকা। (প্রশ্নে ক্রয়মূল্য দেয়াই আছে) প্রশ্নমতে, x এর ৯৫% = ৩৮০ এর ১২৫% [৫% ছাড়ে বিক্রয়মূল্য = ২৫% লাভে বিক্রয়মূল্য] ∴ $x = ৩৮০ \times \frac{১২৫}{১০০} \times \frac{১০০}{৯৫} = ৫০০$টাকা **উত্তর: ৫০০টাকা** **বুঝে গেলে শুধু শেষের ভগ্নাংশগুলো লিখে কাটাকাটি করলেই উত্তর।**	২৫% লাভে ৩৮০ টাকার পণ্যের বিক্রয়মূল্য = ৩৮০ এর ১২৫% = ৪৭৫ টাকা। এখন লিখিত মূল্যের উপর ৫% ছাড় দিয়ে বিক্রয়মূল্য = ৯৫% এখানে লিখিত মূল্যের ৯৫% = ৪৭৫ টাকা ∴ সি লখিত মূল্যের ১০০% = ৫০০ টাকা।

Ratio Method: অনুপাত আকারে করতে থাকলে আরো অনেক অংক খুব দ্রুত উত্তর বের করা যাবে।

এখানে, লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৯৫ = (২০ : ১৯)×৫ = ১০০ : ৯৫
আবার, ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ১২৫ = (৪ : ৫)×১৯ = ৭৬ : ৯৫
সুতরাং লিখিত মূল্য: বিক্রয়মূল্য: ক্রয়মূল্য = ১০০ : ৯৫ : ৭৬
ক্রয়মূল্য ৭৬ টাকা হলে লিখিত মূল্য = ১০০ টাকা
∴ ক্রয়মূল্য ৩৮০ টাকা হলে লিখিত মূল্য = $\frac{১০০ \times ৩৮০}{৭৬}$ = ৫০০ টাকা।

ব্যাখ্যা: উভয় অনুপাতে বিক্রয়মূল্যের সমান করার জন্য ২য় অংশের ৪:৫ কে ১৯ দিয়ে গুণ করে দিলেই প্রথম অনুপাতের সমান হবে। এখানে ৭৬ এর ৫গুণ = ৩৮০ সুতরাং ১০০ এর ৫ গুণ = **৫০০টাকা**

নিজে করুন:

১৩৫. একজন কাপড় ব্যবসায়ী তার তালিকার মূল্যের উপর ২৫% ডিসকাউন্ট দিয়ে একটি শার্ট বিক্রয় করার পর তার ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ করলো। ঐ শার্টের ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা হলে তার তালিকা মূল্য কত টাকা? *[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*

ক. ২৪০ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ২৮০ টাকা ঘ. ৩২০ টাকা উত্তর: ঘ

Ratio Method: (লিখিত সমাধান করার জন্য আগের প্রশ্নগুলো দেখুন:)

এখানে, লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৭৫ = (৪ : ৩)×২ = ৮ : ৬
আবার, ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ১২০ = ৫ : ৬
সুতরাং **লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = ৮ : ৬ : ৫**

এখানে ক্রয়মূল্য ৫টাকা হলে লিখিত মূল্য = ৮টাকা
∴ " ২০০ টাকা হলে লিখিত মূল্য = ৩২০ টাকা

১৩৬. এক ব্যক্তি কোনো দ্রব্যের ধার্যমূল্যের ৮% কমিশন দিয়েও ১৫% লাভ করে, যে দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ২৮০ টাকা, তার ধার্যমূল্য কত? *(বিএসটি আই পরীক্ষক (রসায়ন) নিয়োগ- ২০১০) +[মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ১১৫ টাকা খ. ২১৫ টাকা গ. ২০০ টাকা ঘ. ৩৫০ টাকা উত্তর: ঘ

Ratio Method:

এখনে, লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৯২ = ২৫ : ২৩
আবার, ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ১১৫ = ২০ : ২৩
সুতরাং লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = ২৫ : ২৩ : ২০

এখানে ক্রয়মূল্যের ২০ অংশ = ২৮০ (২০ এর ১৪গুণ)।
∴ লিখিত মূল্য ২৫ অংশ = ২৫×১৪ = ৩৫০ টাকা
(এভাবে তুলনা করে হিসেব করলে মুখে মুখে উত্তর বের হবে)

প্রশ্নে লিখিত মূল্য দেয়া থাকলে:

লিখিতমূল্য থাকলে আগে লিখিতমূল্য থেকে ছাড়ের হিসেব বের করতে হবে। তারপর ক্রয়মূল্য বের করা সহজ হবে।

১৩৭.একজন ব্যবসায়ী একটি বইয়ের গায়ে ৮০ টাকা দাম লিখে রাখে। ঐ দাম থেকে সে ২৫ % ছাড় দিয়ে প্রতিটি বই বিক্রি করে। ১টি বই বিক্রি করে যদি তার ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ হয় তাহলে ঐ বইয়ের ক্রয়মূল্য কত? *[Uttara Bank (PO)-2009]*

ক. ৫০ টাকা খ. ৫৫ টাকা গ. ৬০ টাকা ঘ. ৭০ টাকা উত্তর: ক

সাধারণ সমাধান: (সমীকরণের মাধ্যমে ক্রয়মূল্যকে x ধরে)	সমীকরণ ছাড়া দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক:
ধরি, ক্রয়মূল্য = x টাকা। (ক্রয়মূল্য বের করতে হবে তাই) প্রশ্নমতে, x এর ১২০% = ৮০ এর ৭৫% [২০% লাভে বিক্রয়মূল্য = ২৫% ছাড়ে বিক্রয়মূল্য] ∴ $x = ৮০ \times \frac{৭৫}{১০০} \times \frac{১০০}{১২০} = ৫০$টাকা **উত্তর: ৫০টাকা**	২৫% ছাড় দিয়ে বিক্রয়মূল্য = ৮০ এর ৭৫% = ৬০ টাকা। এখন ২০% লাভ করায় ক্রয়মূল্যের ১২০% = ৬০টাকা। সুতরাং ক্রয়মূল্য ১০০% = **৫০ টাকা।** **উত্তর: ৫০টাকা** বুঝলে শুধু = $৮০ \times \frac{৭৫}{১০০} \times \frac{১০০}{১২০} = ৫০$টাকা লিখেই উত্তর।

Ratio Method:

লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৭৫ = (৪ : ৩)×২ = ৮ : ৬
ক্রয়মূল্য : বিক্রয় মূল্য = ১০০ : ১২০ = ৫ : ৬ = ৫ : ৬
সুতরাং লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = ৮ : ৬ : ৫

এখানে, লিখিত মূল্য ৮ অংশ = ৮০টাকা হলে
ক্রয়মূল্য ৫ অংশ = ৫০ টাকা। **উত্তর: ৫০ টাকা।**

এমসিকিউতে বস হতে **Ratio Mathod** কে গুরুত্ব দিন

নিজে করুন:

১৩৮. একজন উৎপাদনকারী একটি পণ্যের মূল্য ৫০ টাকা নির্ধারণ করে এবং ২০% ছাড় দিয়ে সেটি বিক্রি করে। তার ২৫% লাভ হলে, পণ্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

ক. ৩০ টাকা খ. ৭২ টাকা গ. ৪০ টাকা ঘ. ৩২ টাকা উত্তর: ঘ

Hints: লিখিত মূল্য দেয়া থাকলে আগে ছাড়কৃত মূল্য তারপর লাভের % উল্টিয়ে গুণ = $৫০ \times \frac{৮০}{১০০} \times \frac{১০০}{১২৫} = ৩২$টাকা]

ছাড়ের পরিমাণ কম বেশি হলে:

১৩৯. একজন ব্যবসায়ী ক্রয়মূল্যের চেয়ে ২০% বেশি দাম লিখে রাখে। যদি সে লিখিত মূল্যের উপর ১০% ছাড় দেয় তবে তার শতকরা কত লাভ থাকে?

ক. ৮% খ. ১০% গ. ১৫% ঘ. ২০% উত্তর: ক

সাধারণ সমাধান:

ধরি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা। ∴ লিখিত মূল্য = ১২০ টাকা।
এখন লিখিত মূল্য ১২০ টাকা থেকে ১০% ছাড় দিলে বিক্রয়মূল্য = ১২০-(১২০ এর ১০%) = ১২০-১২ = ১০৮ টাকা।
সুতরা লাভ = (১০৮-১০০) = ৮ টাকা বা ৮%

মুখে মুখে সমাধান:

ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা ধরে।
ক্রয়মূল্যের ১২০% এর ৯০% কে সরাসরি লেখা যায় ক্রয়মূল্যের ১০৮% (১২×৯ = ১০৮)। সুতরাং লাভ হবে ক্রয়মূল্য ১০০% এর উপরে বর্ধিত ৮% । উত্তর: ৮%

১৪০. একজন দোকানদার ক্রয়মূল্যের থেকে ৩৫% বেশি মূল্য নির্ধারন করেন। ৮% লাভ করতে চাইলে তিনি শতকরা কত কমিশন দিতে পারবেন?

ক. ২০% খ. ২৭% গ. ৩১% ঘ. ৪৩% উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা। তাহলে লিখিত মূল্য = ১০০+৩৫ = ১৩৫ টাকা।
৮% লাভ করতে চাইলে বিক্রয়মূল্য = ১০০+৮ = ১০৮ টাকা। তাহলে কমিশন দিতে পারবেন = (১৩৫-১০৮) = ২৭ টাকা।
এখন, ১৩৫ টাকায় কমিশন দিতে পারবেন = ২৭ টাকা সুতরাং ১০০ টাকায় কমিশন দিতে পারবেন = $\frac{২৭ \times ১০০}{১৩৫} = ২০\%$

নিজে করুন:

১৪১. ৩০০ টাকায় একটি বই বিক্রয় করে বিক্রেতা ২০% লাভ করে। বিক্রেতা বইটি যদি ১০% ছাড়ে বিক্রয় করে তবে তার শতকরা কত লাভ হবে?

ক. ৭% খ. ৭.৫% গ. ৮% ঘ. ৯% উত্তর: গ

১৪২. একটি বইয়ের তালিকামূল্য ৪৮০ টাকা । দোকানদার বইয়ে ১০% ডিসকাউন্ট দেয় এবং ৮% লাভ করে। যদি কোনো ডিসকাউন্ট না দেওয়া হত তবে লাভের শতকরা হার কত?

ক. ১০% খ. ১৫% গ. ১৮% ঘ. ২০% উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান: (সমীকরণের মাধ্যমে ক্রয়মূল্যকে x ধরে)

ধরি, ক্রয়মূল্য = x টাকা। (প্রশ্নে লিখিত মূল্য দেয়াই আছে)
প্রশ্নমতে, x এর ১০৮% = ৪৮০ এর ৯০%
[৮% লাভে বিক্রয়মূল্য = ১০% ছাড়ে বিক্রয়মূল্য]

$\therefore x = ৪৮০ \times \frac{৯০}{১০০} \times \frac{১০০}{১০৮} = ৪০০$টাকা **(ক্রয়মূল্য)**

৪৮০ টাকা থেকে ছাড় না দিলে লাভ = (৪৮০-৪০০) = ৮০

সুতরাং লাভের হার = $\frac{৮০}{৪০০} \times ১০০\% = ২০\%$

সমীকরণ ছাড়া দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক:

বিক্রয়মূল্য = ৪৮০ এর ৯০% = ৪৩২ টাকা।
এরপর ক্রয়মূল্যের ১০৮% = ৪৩২ টাকা হলে
ক্রয়মূল্য = $৪৩২ \times \frac{১০০}{১০৮} = ৪০০$। লাভ = $\frac{৮০ \times ১০০}{৪০০} = ২০\%$

লিখিত মূল্যের ৯০%= ক্রয়মূল্যের ১০৮% (Super Shrotcut)
লিখিত মূল্যের ১০০% = ক্রয়মূল্যের $\frac{১০৮}{৯০} \times ১০০ = ১২০\%$
ক্রয়মূল্যের বাড়তি = (১২০-১০০)% = **২০% ই লাভ।**

Ratio Method:

এখানে, লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৯০ = (১০ : ৯)×১২ = ১২০ : ১০৮
আবার, ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ১০৮
সুতরাং লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = **১২০ : ১০৮ : ১০০**
লিখিত মূল্য ১২০ হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা।
সুতরাং লিখিত মূল্য ৪৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ৪০০ টাকা।
ছাড় না দিলে লাভ = ৪৮০-৪০০ = ৮০ টাকা ∴ লাভের হার = $\frac{৮০ \times ১০০}{৪০০} = ২০\%$

আরো দ্রুত হবে: নতুন করে লাভ ক্ষতির কথা বললে, ক্রয়মূল্যকে ১০০ রেখেই অনুপাত সাজালে সহজে হবে।
লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য
১২০ : ১০৮ : ১০০ থেকে সরাসরি দেখা যাচ্ছে ১০০টাকা কিনে ১২০ টাকা লিখে রেখে কোন ছাড় না দিলে ২০% লাভ

১৪৩. একজন বিক্রেতা একটি পণ্য ৩০% মূল্য ছাড় দিয়ে বিক্রয় করায় তার ১৬% লোকসান হলো। পণ্যটি ১০% মূল্য ছাড়ে বিক্রি করলে তার কত ক্ষতি বা লাভ হতো? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ৫% লাভ খ. ৮% লাভ গ. ৫% ক্ষতি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সাধারণ সমাধান: (সমীকরণের মাধ্যমে ক্রয়মূল্যকে x ধরে)

ধরি, লিখিত মূল্য = x টাকা এবং ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা।
প্রশ্নমতে, x এর ৭০% = ১০০ এর ৮৪% [বিক্রয়মূল্য ২টি সমান]

$\therefore x = ১০০ \times \frac{৮৪}{১০০} \times \frac{১০০}{৭০} = ১২০$ টাকা (লিখিত মূল্য)

লিখিত মূল্য ১২০ টাকা থেকে নতুন করে ১০% ছাড় দিলে নতুন বিক্রয়মূল্য = ১২০ এর ৯০% = ১০৮ টাকা ।
তাহলে নতুন করে লাভ = (১০৮-১০০) = ৮ %

বিকল্প সমাধান:

১৬% ক্ষতিতে ১০০ টাকার বিক্রয়মূল্য = ১০০-১৬ = ৮৪।
আবার ৩০% ছাড় দেয়ার পর বিক্রয়মূল্য = ৭০% এখানে,
৭০% = ৮৪ ∴ লিখিত মূল্য ১০০% = $\frac{৮৪ \times ১০০}{৭০}$ =১২০
সুতরাং লিখিত মূল্য = ১২০
১২০ টাকার উপর ১০% ছাড় দিলে নতুন বিক্রয়মূল্য হবে
১২০ এর ৯০% = ১০৮। ∴ লাভ হবে ১০৮-১০০ = ৮%।

Ratio Method:

লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৭০ = (১০ : ৭)×১২ = ১২০:৮৪
আবার, ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৮৪ (ক্রয়মূল্য ১০০ ই থাকলে সহজ)
∴ লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = **১২০ : ৮৪ : ১০০**
এখন লিখিত মূল্য ১২০ টাকা থেকে নতুন করে ১০% ছাড় দিলে নতুন বিক্রয়মূল্য = ১২০ এর ৯০% = ১০৮ । ∴লাভ = (১০৮-১০০) = ৮%

কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
লিখিত মূল্যের ৭০% = ক্রয়মূল্যের ৮৪%
লিখিত মূল্যের ১% = ক্রয়মূল্যের ১.২% (÷৭০)
লিখিত মূল্যের ৯০% = ক্রয়মূল্যের ১০৮% (×৯০)
∴লাভ = (১০৮-১০০) = ৮% (ক্রয়মূল্য ১০০%)

১৪৪. একজন খুচরা বিক্রেতা তার পণ্যের লিখিত মূল্যের উপর ১০% কমিশন দেয়ায় তার ১২.৫% লাভ হয়। লিখিত মূল্যের উপর ২০% কমিশন দিলে তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ১০% ক্ষতি খ. ১২% ক্ষতি গ. ১২% লাভ ঘ. লাভ/ক্ষতি কিছুই হবে না উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (লিখিত মূল্য ও ক্রয়মূল্য দুটাকেই ধরতে হবে)

ধরি, লিখিত মূল্য = x টাকা এবং ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা।
প্রশ্নমতে, x এর ৯০% = ১০০ এর ১১২.৫%
[১০% ছাড়ে বিক্রয়মূল্য = ১২.৫% লাভে বিক্রয়মূল্য]

$\therefore x = ১০০ \times \frac{১১২.৫}{১০০} \times \frac{১০০}{৯০} = ১২৫$ (এটা লিখিত মূল্য)

লিখিত মূল্য ১২৫ টাকা থেকে ২০% ছাড় দিলে নতুন বিক্রয়মূল্য = ১২৫ এর ৮০% = ১০০ টাকা যা ক্রয়মূল্যের সমান।
সুতরাং ২০% ছাড় দিলে লাভ ক্ষতি কিছু ই হবে না।

বিকল্প সমাধান:

ধরি, ধরি ক্রয়মূল্য = x টাকা এবং লিখিত মূল্য = ১০০টাকা।
প্রশ্নমতে, x এর ১১২.৫% = ১০০ এর ৯০%
[উভয় পাশে একই পণ্যের বিক্রয়মূল্য অবশ্যই সমান সমান হবে]

$\therefore x = ১০০ \times \frac{৯০}{১০০} \times \frac{১০০}{১১২.৫} =$ **৮০টাকা** (এটা ক্রয়মূল্য)

এখন লিখিত মূল্য ১০০ টাকা থেকে ২০% ছাড় দিলে নতুন বিক্রয়মূল্যও হবে ৮০ টাকা। **যেহেতু ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য সমান তাই লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না।**

Ratio Method:

এখানে, লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ৯০ = ১০ : ৯
আবার, ক্রয়মূল্য : বিক্রয়মূল্য = ১০০ : ১১২.৫ = ৮ : ৯ (১২.৫ দিয়ে ভাগ)
∴ লিখিত মূল্য : বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = **১০ : ৯ : ৮**
সুতরাং লিখিত মূল্য ১০ টাকা থেকে ২০% ছাড় দিলে বিক্রয়মূল্য = ৮টাকা যা ক্রয়মূল্য ৮ এর সমান হওয়ায় লাভ ক্ষতি কিছু হবে না।

মুখে মুখে উত্তর: ১২.৫% লাভ অর্থ ১/৮ ভাগ লাভ
অর্থাৎ ক্রয়মূল্য ৮ হলে বিক্রয়মূল্য = ৯
১০% ছাড়ে লিখিত মূল্য ১০ হলে বিক্রয়মূল্য = ৯
এখন লিখিত মূল্য ১০ থেকে ২০% ছাড় দিলে তা ক্রয়মূল্য ৮ এর সমান হলে লাভ ক্ষতি কিছু হবে না।

Note: ১১২.৫% এর ভগ্নাংশ লিখে কাটাকাটির থেকে ১২.৫% লাভ = ১/৮ অংশ লাভ, এভাবে ভাবা অনেক সহজ।

নিজে করুন:

১৪৫. একটি দ্রব্যের লিখিত মূল্যের ওপর ১০% কমিশন দিয়ে ২০% লাভ হলে কমিশন বৃদ্ধি করে ২৫% করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? [**Hints:** লি:বি:ক্র = ১০০ : ৯০ : ৭৫ সুতরাং ২৫% ছাড় দিলে কোন লাভ বা ক্ষতি হবে না]

ক. ৫% ক্ষতি খ. ৮% ক্ষতি গ. ৬% লাভ ঘ. লাভ/ক্ষতি কিছুই হবে না উত্তর: ঘ

১৪৬. আবু সাঈদ তালিকা মূল্যের উপর ২৫% কমিশনে একটি দ্রব্য কিনে । সে দ্রব্যটি ৬৬০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ১০% লাভ হয়। দ্রব্যটির তালিকামূল্য কত টাকা ছিল?

ক. ৮৮০ খ. ৯০০ গ. ৫৯৪ ঘ. ৮০০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** ১১০% = ৬৬০ তাই ১০০% = ৬০০ টাকা এই ৬০০ টাকা হলো গায়ে লেখা দামের ৭৫% এর মান (কারণ সে ২৫% ছাড় পেয়েছে। নিজে ছাড় দেই নাই) এখন লিখিত মূল্যের ৭৫% = ৬০০ টাকা হলে ১০০% = ৮০০ টাকা ।]

Note: এখানে আবু সাঈদ যখন বিক্রি করতে যাচ্ছে তখনকার তালিকা মূল্য যা তা কিন্তু বের করতে বলে নি। বরং আবু সাঈদ যখন ক্রয় করতে গেছে তখন গায়ে কত টাকা লেখা ছিল তা বের করতে বলেছে। পাইকারী ও খুচরা দু'জনের লেখা তালিকামূল্য কিন্তু এক না। এজন্য আগের অংকগুলোর মত করে **Ratio Method** ভাবলে উত্তর ভুল বের হবে।

পদ্ধতি -১০ : সংখ্যা জাতীয় প্রশ্নের লাভ-ক্ষতি

ব্যাসিক আলোচনা

এমসিকিউ ও লিখিত উভয় পরীক্ষাতেই এই ধরনের সংখ্যা যুক্ত অংকগুলো খুবই গুরুত্বপূর্ণ। তাই গুরুত্ব সহকারে বিস্তারিত আলোচনা করা হলো, সময় বেশি লাগলেও বুঝে বুঝে পড়ুন আর সমাধান করুন, একবার বুঝলে খুব দ্রুত করতে পারবেন।

মনে রাখুন:

- সংখ্যাবাচক প্রশ্নগুলোতে ফলের সংখ্যার উপর লাভ-ক্ষতি হিসেব হয় না বরং টাকার উপর হয়।
- **ক্রয় সংখ্যা এবং বিক্রয় সংখ্যা সমান না করে লাভ-ক্ষতি হিসেব করা যাবে না।**
- ক্রয় এবং বিক্রয় সংখ্যা যখন সমান সমান হবে, তখন শুধু টাকা ধরেই হিসেব করা যাবে।
- কম কিনে বেশি দিতে হলে ক্ষতি এবং বেশি কিনে কম দিতে হলে লাভ হয়।
- লিখিত আকারে সমাধান করতে যে প্রশ্নগুলোতে অনেক বেশি সময় লাগে সেগুলো শর্টকাটে করতে হবে। কিন্তু প্রথমে নিয়মগুলো বুঝতে হবে। কারণ লিখিত পরীক্ষায় শর্টকার্ট চলবে না।।

১৪৭. এক হালি ডিম, ২৪ টাকায় ক্রয় করে ২টি ডিম ১৫ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

ক. ২০% লাভ খ. ২০% ক্ষতি গ. ২৫% ক্ষতি ঘ. ২৫% লাভ উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে অবশ্যই যতটি ক্রয় করবে ঠিক ততটি ধরে হিসেব করতে হবে। কম বেশি ধরে করলে ভুল হবে।

ক্রয় ৪টি = বিক্রয় ৪ টি ধরে হিসেব	ক্রয় ২টি = বিক্রয় ২টি ধরে হিসেব	ক্রয় ১টি = বিক্রয় ১টি ধরে হিসেব
৪টির ক্রয়মূল্য = ২৪ টাকা ২টি = ১৫টাকা হিসেবে ৪টির বিক্রয়মূল্য = ৩০ টাকা। তাহলে লাভ = (৩০-২৪) = ৬টাকা ২৪ টাকায় ৬ টাকা লাভ হলে লাভের শতকরা হার = **২৫%**	এক হালির ক্রয়মূল্য = ২৪টাকা হলে ২টির ক্রয়মূল্য = ১২টাকা। যেহেতু ২টির বিক্রয়মূল্য = ১৫টাকা। সুতরাং ২টিতে লাভ = ১৫-১২ = ৩টাকা। ১২টাকায় ৩টাকা লাভ হলে % এ = **২৫%**	হালি ২৪টাকা হিসেবে ১টির ক্রয়মূল্য = ৬টাকা আবার ২টি = ১৫টাকা হিসেবে ১টির বিক্রয়মূল্য = ৭.৫টাকা। ∴ ৬টাকায় লাভ = (৭.৫-৬) = ১.৫টাকা এখন ৬টাকায় = ১.৫ টাকা লাভ হলে শতকরা লাভের হার = **২৫%**
দেখা যাচ্ছে, ৪টি/২টি/১টি যেভাবেই হিসেব করেন উত্তর কিন্তু ২৫% ই থাকছে। **নিচের কৌতুক এর থিমে সব জংক হবে**		

Learn from joke: একজন দোকানদার ছুটির দিনে তার দোকানে মাত্র ১টি কলম বিক্রি করে ১০% লাভ করলো। কিন্তু পরের দিন তার ছেলে দোকানে বসে ১০০টি কলম বিক্রি করলো। বাবা এসে ছেলেকে বললো আজকে দোকানে কত % লাভ হয়েছে। ছেলে উত্তর দিলো আজকেও ১০% ই লাভ হয়েছে। সে সত্যি বলেছে? উত্তর: হ্যাঁ। কারণ লাভের টাকার পরিমাণ অনেক হলেও কলম ১০টি বিক্রি করলেও ১০% লাভ ১০০টি করলেও ১০% ই হবে। কারণ সবগুলোর ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য সমান।

১৪৮. এক বিক্রেতা ১০ টাকায় ৪টি করে বল ক্রয় করে ৬ টাকায় ২টি করে বল বিক্রয় করলো । সে শতকরা কত টাকা লাভ করলো?

ক. ১২.৫% খ. ২৫ % গ. ২০% ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

[**Hints:** ৪টি = ৪টি ধরে ক্রয়মূল্য ১০টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ১২টাকা, অথবা, ২টি = ২টি ধরে ক্রয়মূল্য ৫টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ৬টাকা অথবা ১টি = ১টি ধরে, ক্রয়মূল্য ২.৫টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ৩টাকা যেকোন ভাবে হিসেব করলেও উত্তর: ২০% হবে।]

১৪৯. একজন দোকানদার প্রতি হালি ডিম ২৫টাকা দরে ক্রয় করে প্রতি ২ হালি ৫৬টাকা দরে বিক্রি করলে তার শতকরা কত লাভ হবে? *[প্রাক- প্রাবিঃসহঃশিঃনিঃ-২০১৩]*

ক. ১০% খ. ১২% গ. ১৫% ঘ. ১৮% উত্তর: খ

সমাধান:

যেহেতু বিক্রি করবে ২ হালি ৫৬ টাকায়। তাহলে প্রতি হালি ২৫টাকা দরে ২ হালি কিনতে খরচ হয়েছিল = ২×২৫ = ৫০টাকা।
এখন ৫০ টাকাতে লাভ = (৫৬-৫০) = ৬টাকা তাহলে ১০০ টাকাতে লাভ হবে ১২ টাকা বা ১২%

Note: ১হালি ধরে ২৫টাকা ও ২৮টাকা বের করে ২৫ এ লাভ (২৮-২৫) = ৩টাকা হিসেব করলেও উত্তর ১২% ই আসবে।

১৫০. কবির ৩০০ টি কলা কিনলো ৭৫০ টাকা দিয়ে। সে ১৩৫০ টাকায় সবগুলো কলা বিক্রয় করে দিলো। সে ক্রয়মূল্যের উপর শতকরা কত টাকা লাভ করলো? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর-(উপ-সহ: কৃষি কর্মকর্তা)-২০১৪]*

ক. ৪০ % খ. ৫০% গ. ৬০% ঘ. ৮০% উত্তর: ঘ

সমাধান: (এখানে ৩০০টি কলা সমান করেই দেয়া আছে তাই ৩০০টি কলার হিসেব করার কোন প্রয়োজন নেই।)
লাভ = ১৩৫০-৭৫০ = ৬০০ টাকা। ৭৫০টাকায় ৬০০ টাকা লাভ হলে ৫ ভাগের ৪ ভাগ = ৮০% লাভ।

১৫১. ৭৫ টাকায় ১৫টি বলপেন কিনে ৯০ টাকায় বিক্রি করলে কত লাভ হবে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ১৬% খ. ১৭% গ. ১৮% ঘ. ২০% উত্তর: ঘ

সমাধান: (এখানে ১৫টি বলপেনের কোন কাজ নেই। কারণ কেনার সময় যতটি কিনেছে বিক্রি করার সময় ও ততটিই বিক্রি করেছে। এই লজিকটাকেই পরে অনেক অংকে কাজে লাগানো হবে, সংখ্যা সমান করার পর শুধু টাকা ধরে হিসেব করলেই হবে)

৭৫ টাকায় লাভ = (৯০-৭৫) = ১৫টাকা। ∴ লাভের হার = $\frac{১৫}{৭৫} \times ১০০ = ২০\%$ **মুখে মুখে:** ৫ ভাগের ১ ভাগ = ২০%

একই লজিকে করুন এবং পরের অংকগুলো করার সময় লজিকটা মাথায় রাখুন :

১৫২. ৪টি কমলা ২০ টাকায় কিনে ৩০ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হয়? *[উপজেলা পোস্ট মাস্টার-২০১০], [কর্মসংস্থান ব্যাংক অ্যাসিসটেন্ট: ২০০১]*

ক. ১০% খ. ৫০% গ. ২৫% ঘ. ৩০% উত্তর: খ

(১০.ক) লাভ-ক্ষতির হিসেব :

১৫৩. ৩টির ক্রয়মূল্য এবং ২টির বিক্রয়মূল্য সমান হলে লাভের হার কত? *[ডাক অধিদপ্তরের উপজেলা পোষ্টমাষ্টার -২০১৬+২৬তম বিসিএস+ ৩৫তম বিসিএস - মানসিক দক্ষতা]*

ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৫০% উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি, ৩টির ক্রয়মূল্য = ৩টাকা তাহলে ২টির বিক্রয়মূল্য ও হবে ৩টাকা (৩টির ক্রয়মূল্য = ২টির বিক্রয়মূল্য)
তাহলে যে দুটি ৩টাকায় বিক্রি হয়েছে তার ক্রয়মূল্য ২ টাকা (কারণ ৩টির ক্রয় ৩টাকা।
এখন লাভ = ৩-২ = ১ টাকা।

কত টাকাতে ১টাকা লাভ? অবশ্যই ক্রয়মূল্য ২টাকাতে লাভ ১টাকা তাহলে লাভের হার = ৫০% হবে।
এখানে থেকে শেখা গেল? **সংখ্যার প্রশ্নগুলোতে যেটা বিক্রয়সংখ্যা সেটাই বিপরীত দিক থেকে ক্রয়মূল্য ।**

(এই নিয়মের অনেক প্রশ্নে বিক্রয় সংখ্যার উপর হিসেব করতে সংকোচ মনে হলেও তা সঠিক কারণ বিক্রয়সংখ্যা = ক্রয়মূল্য)

☞ টাকা সমান হয়ে গেলে কিভাবে বিক্রয় সংখ্যা টিই ক্রয়মূল্য হয়ে যায়?

১৫৪. টাকায় ৫টি কিনে টাকায় ৪টি বিক্রি করল কত টাকা লাভ হবে?

ধরুন: ৫টির ক্রয়মূল্য ৫টাকা ∴ ১টি কেনা হয়েছিল ৫÷৫ = ১টাকায়

আবার, ৪টির বিক্রয়মূল্যও = ৫ টাকাই (প্রশ্নে বলা হয়েছে)

তাহলে যে ৪টি ৫টাকায় বিক্রি করা হলো সেই ৪টি ক্রয় করা হয়েছিল ৪×১ = ৪ টাকায়।

অর্থাৎ ৪টাকায় ৪টি কিনে সেই ৪টি ৫টাকায় বিক্রি করায় ১ টাকা লাভ হলে ৪টাকায় লাভ ১টাকা বা ৪ভাগের ১ভাগ লাভ

∴ শতকরা লাভের হার হবে ১০০÷৪ =২৫%। এক্ষেত্রে সমান সমান টাকার পরিমাণ দেয়া থাকলেই একই নিয়মে হবে।

✍এখানে কয়েকটি নমুনা প্রশ্ন থেকে গুরুত্বপূর্ণ পয়েন্টগুলো শিখে রাখুন তাহলে সবগুলো পানির মত সহজ হয়ে যাবে:

যখন লাভ হয়	যখন ক্ষতি হয়।
১৫৫. টাকায় ৩টি ক্রয় করে টাকায় ২টি বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? অথবা, ৩টির ক্রয়মূল্য এবং ২টির বিক্রয়মূল্য সমান হলে লাভের হার কত? *(ডাক অধি: পোষ্টমাষ্টার১৬)+(২৬তম+৩৫তম বিসিএস (লি.)*	১৫৬. টাকায় ২টি ক্রয় করে টাকায় ৩টি বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? অথবা, ২টির ক্রয়মূল্য এবং ৩টির বিক্রয়মূল্য সমান হলে লাভের হার কত?
এখানে বেশি সংখ্যক কিনে কম বিক্রি করায় যে কয়টি অতিরিক্ত থেকে গেছে সেগুলো ই লাভ । অর্থাৎ ৩-২ = ১টি লাভ।	এখানে কম কিনে বেশি বিক্রি করায় যেগুলো হাতে ছিল সেগুলো দেয়ার পরও অতিরিক্ত দিতে হয়েছে অর্থাৎ জরিমানা লেগেছে অর্থ ক্ষতি হয়েছে। ৩-২ = ১টি বেশি তাই ১টি ক্ষতি
এখানে লাভের সময় বিক্রয়সংখ্যা ২টিতে ১টি লাভ হয়েছে। তাই উত্তর হবে = ৫০%	এখানে ক্ষতির সময় বিক্রয়সংখ্যা ৩টিতে একটি ক্ষতি হয়েছে তাই ক্ষতির হার হবে ৩৩.৩৩%
১৫৭.টাকায় ৫টি কিনে টাকায় ৪টি বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? অথবা, ৪টির বিক্রয়মূল্য ও ৫টির ক্রয়মূল্য সমান হলে লাভের হার কত?	১৫৮. টাকায় ৪টি কিনে টাকায় ৫টি বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? অথবা, ৪টির ক্রয়মূল্য ও ৫টির বিক্রয়মূল্য সমান হলে লাভ/ ক্ষতির হার কত?
যেখানে, ভুল হতে পারে,৫ পরে দেয়া আছে মনে করে ৫টির উপর হিসেব করলে। এখানে ৫ কিন্তু ক্রয়মূল্য। তাই ৫ নয় বরং বিক্রয়সংখ্যা ৪টির উপরে হিসেব করতে হবে। আগে পরে বিষয় না	যেখানে ভুল হতে পারে, ৫টিতে লাভ (৫-৪) = ১টি ধরে ২০% বের করলে। কারণ এখানে তো লাভ ই হবে না। কারণ কম কিনে বেশি বিক্রি করলে লাভ নয় বরং ক্ষতি হয়। সবদিকে ভাবতে হবে
বিক্রয়সংখ্যা = ৪টিতে লাভ (৫-৪) = ১টি। ১/৪ অংশ = ২৫%	বিক্রয়সংখ্যা = ৫টিতে ক্ষতি (৫-৪) = ১টি। ১/৫ অংশ = ২০%

নিচের টেবিল দুটি দেখলে বুঝবেন এই প্রশ্নগুলো মূলত নিম্নোক্ত সংখ্যাগুলোর উপর ই বার বার প্রশ্ন হয়ে থাকে।

(লাভের ক্ষেত্রে ক্রয়মূল্য ১টাকা হোক বা ১কোটি, নিচের সংখ্যাগুলো মিললে ২৫% আর ২০% ই হবে)

Magic Table for Profit

প্রথম টেবিল			দ্বিতীয় টেবিল		
ক্রয়সংখ্যা	বিক্রয় সংখ্যা	লাভের হার	ক্রয়সংখ্যা	বিক্রয় সংখ্যা	লাভের হার
৫	৪	২৫%	৬	৫	২০%
১০	৮	২৫%	১২	১০	২০%
১৫	১২	২৫%	১৮	১৫	২০%
২০	১৬	২৫%	২৪	২০	২০%
২৫	২০	২৫%	৩০	২৫	২০%

এভাবে ৫: ৪ বা ৬ : ৫ আনুপাতিক হারে যত সংখ্যাই বাড়ুক না কেনো লাভের হার ২৫% ও ২০% ই হবে।

এগুলো থেকেই অনেকভাবে প্রশ্ন বানানো যায়: যেমন: টাকায় ২০টি কিনে টাকায় কতটি বিক্রি করলে ২৫% লাভ হবে?

আবার টাকায় ২৫টি বিক্রি করায় ২০% লাভ হলে টাকায় কতটি ক্রয় করা হয়েছিল?

টেবিলটির আরো বহুরূপী ব্যবহার দেখুন:-

১৫৯. ৪ টাকায় ১টি কিনে ২৪ টাকায় কয়টি বিক্রি করলে ২০% লাভ হবে? *[থ্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক (লিখিত)-২০১৪]*

ক. ৬টি খ. ৪টি গ. ৩টি ঘ. ৫টি উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান:	টেবিলের টেকনিকের মাধ্যমে ৫ সেকেন্ডে উত্তর:
৪টাকার পণ্য বিক্রি করতে হবে = ৪ এর ১২০% = ৪.৮টাকা। ৪.৮টাকায় বিক্রি করতে হবে = ১টি। সুতরাং ২৪টাকায় বিক্রি করতে হবে = ২৪÷৪.৮ = ৫টি।	৪টাকায় ১টি কিনলে ২৪টাকায় কিনবে ৬টি। এখন ৬ : ৫ অনুপাত অনুসারে ২০% লাভের জন্য ৫টি বিক্রি করতে হবে।

একটা চমৎকার উদারণ দেখুন:

১৬০. একজন লেবু বিক্রেতা ১ টাকায় ২টি লেবু কিনে ৩ টাকায় ৫টি দরে বিক্রয় করল। তার লাভের হার কত?

ক. ১০% খ. ২০% গ. ১৫% ঘ. ২৫% উত্তর: খ

✍সমাধান: (লেবুর সংখ্যা সমান করে হিসেব)

২টির ক্রয়মূল্য = ১ টাকা হলে ১টির ক্রয়মূল্য = ১÷২ = ০.৫ টাকা।

আবার ৫টির বিক্রয়মূল্য = ৩টাকা হলে ১টির বিক্রয়মূল্য = ৩ ÷৫ = ০.৬ টাকা।

তাহলে লাভ = ০.৬-০.৫ = ০.১ টাকা। এখন ০.৫ টাকায় ০.১ টাকা লাভ অর্থ ৫ ভাগের ১ ভাগ = ২০% লাভ।

✍বিকল্প সমাধান: (লেবুর সংখ্যা কোথায় যায় যাক, টাকার পরিমাণ দুটা সমান করে হিসেব)

৩টাকায় যেহেতু বিক্রি করেছে = ৫টি আবার ১টাকায় কিনেছে = ২টি । তাহলে ৩টাকায় কিনেছে = ২×৩ = ৬টি।

এখন টাকা সমান সমান হওয়ায় টাকার কথা ভুলে গিয়ে = বিক্রয়সংখ্যা ৫টিতে লাভ = (৬-৫) = ১টি। বা ১/৫ অংশ = ২০%।

১৬১. ১০০ টাকায় ১০টি ডিম কিনে ১০০ টাকায় ৮টি ডিম বিক্রয় করলে শতকরা লাভ কত হবে? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. ১৬% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ২৮% উত্তর: গ

✍লিখিত সমাধান: (এই প্রশ্নটির সমাধানগুলো নিয়ে ভালোভাবে চিন্তা করতে পারলে এরকম সব প্রশ্নের উত্তর ১ লাইনে পারবেন)

1st Style: (ক্রয় সংখ্যা ১০টি = বিক্রয়সংখ্যা ১০টি সমান করে)

১০টার ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

আবার ৮ টির বিক্রয়মূল্য = ১০০টাকা।

তাহলে ১ টির বিক্রয় মূল্য = ১০০ ÷ ৮ = ১২.৫ টাকা।

সুতরাং ১০ টির বিক্রয়মূল্য = ১২.৫×১০ = ১২৫ টাকা।

তাহলে লাভ = ১২৫ - ১০০ = ২৫ বা ২৫%

(সরাসরি এটাই উত্তর কারণ এখানে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা)

2nd Style: (বিক্রয় সংখ্যা ৮টি = ক্রয়সংখ্যা ৮টি সমান করে)

৮টার বিক্রয় মূল্য = ১০০টাকা

আবার ১০ টির ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা

∴১ " " = ১০০÷১০ = ১০টাকা।

সুতরাং ৮টির ক্রয়মূল্য = ১০×৮ = ৮০ টাকা।

এখন লাভ হলো = ১০০-৮০ = ২০টাকা।

(**Note:** এখানে ২০% লাভ বলা যাবে না কারণ এবার ক্রয়মূল্য ১০০ নয় বরং ৮০ টাকা। অনেকেই ভুল করতে পারেন।)

সুতরাং লাভের হার = $\frac{২০ \times ১০০}{৮০}$ = ২৫%

☞ যে বিষয়টা অবশ্যই মনে রাখতে হবে: ক্রয় সংখ্যা এবং বিক্রয়সংখ্যা যখন সমান হবে তখন টাকা ধরে হিসেব করা যাবে, আবার টাকা সমান হলে ক্রয়সংখ্যা ও বিক্রয় সংখ্যা ধরে হিসেব করা যাবে। অর্থাৎ যে সমান তাকে বাদ দিয়ে অন্যটি নিয়ে ভাবতে হবে।

3rd Style: (ক্রয় ও বিক্রয় সংখ্যা থেকে ১টি করে নিয়ে সমান করা) (এই নিয়মটি লিখিত পরীক্ষায় অধিক ব্যবহৃত)

১০টার ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা (১০টি কিনতে মোট খরচ)

∴১ " " = ১০০÷১০ = ১০ টাকা।

আবার ৮টির বিক্রয়মূল্য = ১০০টাকা।

∴১ " " = ১০০÷৮ = ১২.৫ টাকা।

তাহলে ১টিতে লাভ = (১২.৫-১০) = ২.৫টাকা। সুতরাং লাভের হার = $\frac{২.৫ \times ১০০}{১০}$ = ২৫%

☞ মুখে মুখে: উপরের কোন কিছুই লিখতে হবে না: যদি এভাবে ভাবেন, টাকার পরিমাণ দু ক্ষেত্রেই সমান তাই ১০টি কিনে ৮টি করে বিক্রি করলে ৮টিতে ২টি লাভ বা ৪ ভাগের ১ ভাগ লাভ। তাহলে লাভের শতকরা হার হবে ২৫%।

নিজে করুন:

১৬২. ১০০ টাকায় ২৫টি আম ক্রয় করে ১০০ টাকায় ২০টি আম বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. ২৫% খ. ১৫% গ. ১০% ঘ. ২২% উত্তর: ক

[**Hints:** লাভ = (২৫টা-২০টা) = ৫টা। এখন বিক্রয়সংখ্যা ২০টাতে লাভ ৫টা, বা ৪ ভাগের ১ ভাগ = ২৫%।]

১৬৩. ১০০ টাকায় ১৫ টি কমলা ক্রয় করে, ১০০ টাকায় ১২ টি কমলা বিক্রয় করলে, শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *[প্রা:বি:প্র:শি:নি:-১৩]*

ক. ১০% খ. ১৫% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: ঘ

[**Hints:** ১২টিতে লাভ ৩টি, শতকরা লাভের হার ২৫% (কারণ ৪ ভাগের ১ ভাগ লাভ)]

১৬৪. ৮টি আপেল ১০০ টাকায় কিনে ৫টি আপেল ১০০ টাকয় বিক্রি করলে শতকরা লাভ/ক্ষতি কত? *[Janata Bank (Off) 2009]*

ক. ৮২.৫% খ. ৭৫% গ. ৭২% ঘ. ৬০% উত্তর: ঘ

[**Hints:** ৫টাতে ৩টা লাভ হলে ৬০% (প্রশ্ন ঘুরিয়ে বললেও লজিক হারিয়ে ফেলা যাবে না)]

নিয়ম কিন্তু একটাই : উপরের ক্রয়মূল্য ১০০টাকা ও বিক্রয়মূল্যও ১০০টাকা দেয়া আছে সেখানে যদি ক্রয়মূল্য ১০টাকা = বিক্রয়মূল্য ১০টাকা অথবা ক্রয়মূল্য ১টাকা = বিক্রয়মূল্য ১টাকা অথবা ক্রয়মূল্য ১ কোটি টাকা = বিক্রয়মূল্য ১ কোটি টাকা ও থাকে তবুও নিয়ম একই।

১৬৫. ১০ টাকায় ১২ টি দরে কোন জিনিস ক্রয় করে ১০ টাকায় ৮ টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *(৮ম শ্রেণি অনু: ২.৩)+[সিনিয়র একাউন্ট ক্লার্ক - ২০১৪]*

ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৫০% উত্তর: ঘ

[**Hints :** ৮ টাতে ৪ টা লাভ অর্থ অর্ধেক লাভ = ৫০%]

১৬৬. ৫ টাকায় ৮ টি আমলকি ক্রয় করে ৫ টাকায় ৬ টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ? *[কমিউনিটি হেলথ কেয়ার প্রোভাইডার -২০১৮(লি.) + [পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮] +[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.২)]*

ক. ৩৫ $\frac{১}{২}$ % লাভ খ. ৩৩ $\frac{১}{৩}$ % লাভ গ. ৩০% লাভ ঘ. ৩৩ $\frac{১}{২}$ % ক্ষতি উত্তর: খ

[**Hints :** লাভ = ৮-৬ = ২টি। ৬টি তে লাভ ২টি হলে লাভের হার হবে ৩ ভাগের ১ ভাগ বা ৩৩ $\frac{১}{৩}$ %।]

১৬৭. ১০ টাকায় ৫টি আপেল ক্রয় করে ১০ টাকায় ৪টি করে আপেল বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *[সমন্বিত ৭ ব্যাংক (অফিসার) -২০২২]*

ক. ১৬% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ২৮% উত্তর: গ

[**Hints :** ৪ টাতে লাভ ১টা = ২৫%]

(১০.খ) টাকায় কয়েকটি কিনে টাকায় কয়েকটি বিক্রি করলে:

উপরের এই লজিক গুলোকেই কতভাবে কাজে লাগানো যায় দেখে নিন:

প্রশ্নগুলোর যেখানে ১০০টাকা = ১০০ টাকা অথবা ১০টাকা = ১০ টাকা আছে।
সেখানে ১টাকা = ১টাকা থাকলেও উত্তর বের করার স্টাইল একই । যেমন:

লাভের ক্ষেত্রে:

সমান টাকায়, বেশি সংখ্যক কিনে কম সংখ্যক বিক্রি করলে অবশ্যই লাভ হয়। দ্রুত করার জন্য বিক্রয় সংখ্যার উপর হিসেব করা যায়

১৬৮. টাকায় ৫টি দরে কমলা ক্রয় করে টাকায় ৪টা দরে বিক্রয় করলে শতকরা লাভ হবে- *[দুর্যোগ ব্যবস্থাপনা ও ত্রান মন্ত্রণালয়(অফিস সহায়ক)-২০১৯]*

ক. ২৫% খ. ২০% গ. ১৫% ঘ. ১২% উত্তর: ক

[**Hints:** বিক্রয় সংখ্যা ৪টিতে লাভ (৫-৪)= ১টি, অর্থাৎ ১/৪ অংশ হিসেবে = ২৫% লাভ]

১৬৯. টাকায় ১০ টি করে লেবু ক্রয় করে টাকায় ৪ টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? *(প্রা:বি:প্র:শি:নি:-০৬)*

ক. ১৬০% খ. ৫০% গ. ১৫০% ঘ. ৪০% উত্তর: গ

[**Hints:** ৪ টায় লাভ (১০-৪)= ৬টি, অর্থাৎ দেড়গুণ লাভ হলে শতকরা হার হবে ১৫০%]

ক্ষতির ক্ষেত্রে:

সমান টাকায়, কম কিনে বেশি বিক্রি করলে ক্ষতি হয়। ক্ষতি হলেও কিন্তু নিয়ম একটাই। যা ক্ষতি হবে তা বিক্রয় সংখ্যার উপর হবে:

১৭০. টাকায় ৪ টি করে লিচু কিনে ৫ টি করে বিক্রয় করলে শতকরা কত ক্ষতি হবে? *[প্রা:বি:প্র:শি:নি:-১১]*

ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: খ

প্রদর্শিত সমাধান: (লিখিত পরীক্ষার জন্য ১টির ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য বের করে হিসেব করতে হবে। কিন্তু এমসিকিউতে শর্টকাট)

৪ টির ক্রয়মূল্য = ১ টাকা

∴১টির " = $\frac{১}{৪}$

∴৫ টির বিক্রয়মূল্য = ১টাকা

∴১ টির " = $\frac{১}{৫}$ টাকা

শর্টকাট % = $\frac{\text{ক্রয়সংখ্যা ও বিক্রয়সংখ্যার পার্থক্য}}{\text{বিক্রয়সংখ্যা}} \times ১০০\% = \frac{১}{৫} \times ১০০\% = ২০\%$

মুখে মুখে: বিক্রয়সংখ্যা ৫টাতে ক্ষতি = (৫-৪) = ১টি। ৫/১ অংশ = ২০%

সুতরাং ক্ষতি = $\frac{১}{৪} - \frac{১}{৫} = \frac{৫-৪}{২০} = \frac{১}{২০}$ *[কোন ভগ্নাংশটি বড় এবং কোনটি ছোট তা ভগ্নাংশ অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে]*

সুতরাং ক্ষতির শতকরা হার = $\frac{১}{২০} \times ৪ \times ১০০\% = ২০\%$ [নিচের ক্রয়মূল্যকে সরাসরি উল্টিয়ে গুণ করা হয়েছে।]

Magic Table for loss

ক্ষতির হার এর প্রথম টেবিল			ক্ষতির হার এর দ্বিতীয় টেবিল		
ক্রয়সংখ্যা	বিক্রয় সংখ্যা	ক্ষতির হার	ক্রয়সংখ্যা	বিক্রয় সংখ্যা	ক্ষতির হার
৪	৫	২০%	৩	৪	২৫%
৮	১০	২০%	৬	৮	২৫%
১২	১৫	২০%	৯	১২	২৫%
১৬	২০	২০%	১২	১৬	২৫%
২০	২৫	২০%	১৫	২০	২৫%

Note: ক্ষতির হার ও কিন্তু বিক্রয়সংখ্যার উপর ই হিসেব হয়।

Shortcut: টেবিলগুলো একসাথে মনে রাখুন এই সূত্র দিয়ে: লাভ বা ক্ষতির হার = $\frac{\text{ব্যবধান} \times ১০০}{\text{বিক্রয় সংখ্যা}}$ %

(১০.গ) কয়েকটির ক্রয়মূল্য কয়েকটির বিক্রয়মূল্যের সমান হলে :

এর আগের নিয়মের টাকার পরিমাণ গুলো গোপন রেখে যদি নিচের মত করে প্রশ্ন করা হয় তাহলে তো আরো সহজ। কারন আগে টাকার পরিমাণ দেয়া থাকায় ভাবতে হতো সমান দেয়া আছে নাকি নেই, সমান করতে হবে কি না। কিন্তু যদি বলা হয় ৫টার ক্রয়মূল্য = ৪টির বিক্রয়মূল্য এর অর্থ ৫টার ক্রয়মূল্য ১/১০০/১লক্ষ যা ই হোক = ৪টির বিক্রয়মূল্যও ১/১০০/১ লক্ষ ই।

১৭১. ১২টি কমলার ক্রয়মূল্য ৮টি কমলার বিক্রয়মূল্যের সমান হলে শতকরা লাভের হার কত? *[সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

ক. ৫১% খ. ৭৫% গ. ৫০% ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

প্রসমাধান:

ধরি, ১২টির ক্রয়মূল্য = ১২ টাকা। তাহলে ৮টির বিক্রয়মূল্য = ১২ টাকা ১টির বিক্রয়মূল্য = ১২÷৮ = ১.৫টাকা।
সুতরাং যে ১২টি ১২টাকায় ক্রয় করা হয়েছে তার বিক্রয়মূল্য = ১২×১.৫ = ১৮ টাকা।
∴ লাভ = ১৮-১২ = ৬টাকা। এখন ১২ টাকায় ৬টাকা লাভ হলে শতকরা লাভের হার = ৫০%

মুখে মুখে: বিক্রয়সংখ্যা ৮টিতে লাভ =(১২-৮) = ৪টি। ৮টিতে ৪টি অর্থ অর্ধেক যা শতকরায় = ৫০%
এমসিকিউ পরীক্ষায় এর থেকে বেটার নিয়ম নাই, আর এত সহজ প্রশ্ন সাধারণত লিখিততে আসে না। তাই এভাবেই করুন।

নিজে করুন

১৭২. ৬ টি কমলার ক্রয়মূল্য ৫ টি কমলার বিক্রয়মূল্যের সমান হলে শতকরা লাভ কত? *(প্রা:বি:প্র:শি:নি:-০৬)*
ক. ২৫% খ. ৩২% গ. ২০% ঘ. ১৭% উত্তর: গ
[Hints: ৫ টিতে ১ টি লাভ হলে শতকরা লাভ ১০০÷৫ = ২০%]

১৭৩. একজন দোকানদার ৫ টি লেবু যে দামে কিনে, ৪টি লেবু সেই দামে বিক্রি করে। তার শতকরা কত লাভ হবে? *(থানা শি:অফিসার-০৫) + [চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*
ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: ক
[Hints: এখানে বিক্রয়সংখ্যা ৪টিতে ১টি লাভ]

১৭৪. ৮ টি প্যান্টের বিক্রয়মূল্য ১০ টি প্যান্টের ক্রয়মূল্যের সমান হলে শতকরা লাভ কত? *[প্রা:বি:প্র:শি:নি:-১২]* [Hints: ৮ এ ২]
ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: ক

১৭৫. ২৫ কেজি চাল যে দরে কেনা যায়, ২০ কেজি চাল সে দরে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হয়? *[প্রা:বি:সহ:শি:নি:-১৩]*
ক. ২০% খ. ২৫% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: খ
[Hints: ২০ এ লাভ ৫ = ২৫%]

১৭৬.এক ব্যক্তি চাল বিক্রয় করে দেখল যে, ২৫ কেজি চালের বিক্রয়মূল্য ২০ কেজি চালের ক্রয়মূল্যের সমান। তার শতকরা কত ক্ষতি হল? *[প্রা:বি:সহ:শি:নি:-১২]* [Hints: ২৫ এ ক্ষতি ৫ = ২০% (এখানে ক্ষতি কেনো হলো, বিষয়টা ভালোভাবে দেখুন)]
ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: খ

একটু ভিন্ন হলেও চিন্তার স্টাইল একই:

১৭৭. বর্তমানে ৬ কেজি চালের দাম আগের পাঁচ কেজি চালের দামের সমান হলে, চালের দাম শতকরা কত কমেছে? *[প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়(সহকারী পরিচালক)-২০১২]*
ক. ২০% খ. ২৫% গ. ১৬.৬৬% ঘ. ১৫% উত্তর: গ

সমাধান:
ধরি, বর্তমানে ৬ কেজির দাম = ৬০০টাকা (x অথবা, ৬ টাকা ধরলে ভগ্নাংশ আসবে, তাই ১০০ ভিত্তিক বড় সংখ্যা ধরা ভালো)
তাহলে প্রশ্ন অনুসারে আগের ৫ কেজি চালের দাম = ৬০০ টাকা ই
এখন, আগের যে ৫ কেজি চালের দাম ৬০০টাকা ছিল সেই ৫ কেজি চালের বর্তমান দাম = ১০০ টাকা হিসেবে ৫০০ টাকা।
চালের দাম কমেছে = ৬০০-৫০০ = ১০০টাকা। (কততে ১০০ কমেছে?)= ৬০০ তে ১০০ বা ১/৬ অংশ = ১৬.৬৬%

(১০.ঘ) কয়েকটির সমান লাভ বা ক্ষতি হলে:

১৭৮. একজন চেয়ার বিক্রেতা ১৫০টি চেয়ার বিক্রি করে ৩০ টি চেয়ারের বিক্রয়মূল্যের সমান লাভ করে। তার শতকরা লাভের পরিমাণ কত? *[বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]*
ক. ৪০% খ. ২৫% গ. ২০% ঘ. ১৬% উত্তর: খ

সমাধান:
ধরি, প্রতিটির বিক্রয়মূল্য ১টাকা হিসেবে ১৫০টির বিক্রয়মূল্য = ১৫০টাকা এবং লাভের ৩০টির বিক্রয়মূল্য = ৩০টাকা।
সুতরাং ১৫০টির ক্রয়মূল্য = (১৫০টির বিক্রয়মূল্য - লাভ) = ১৫০টাকা-৩০ টাকা = ১২০ টাকা।

$\therefore$ লাভের হার $= \frac{৩০}{১২০} \times ১০০\% = ২৫\%$

১৭৯. একজন দোকানদার ১৬টি কলা বিক্রি করে যে লোকসান করলো তা ৪টি কলার বিক্রয়মূল্যের সমান। ঐ দোকানদারের শতকরা কত লোকসান হলো? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তরের (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. ১০% খ. ১২.৫% গ. ১৫% ঘ. ২০% উত্তর: ঘ

সমাধান:
ধরি, প্রতিটির বিক্রয়মূল্য ১টাকা হিসেবে ১৬টির বিক্রয়মূল্য = ১৬টাকা এবং ক্ষতির ৪টির বিক্রয়মূল্য = ৪টাকা।

সুতরাং ১৬টির ক্রয়মূল্য = (১৬টির বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি) = ১৬টাকা + ৪টাকা = ২০টাকা।
অর্থাৎ ১৬টি কলা ২০টাকায় ক্রয় করে ১৬টাকায় বিক্রি করেছে। ৪টির বিক্রয়মূল্যের সমান ৪টাকা ক্ষতি হয়েছে।

সুতরাং ক্ষতির হার $= \frac{৪}{২০} \times ১০০\% = ২০\%$ [মুখে মুখে: ২০ এ ৪ অর্থ ৫ ভাগের ১ ভাগ = ২০%]

নিজে করুন: (উপরের নিয়মে টাকা ধরে করুন, সহজ লাগবে, বুঝে গেলে টাকা না ধরে হিন্টসের মত টি ধরেও পারবেন।)

১৮০. একজন ফল বিক্রেতা ১০০টি কলা বিক্রয় করে ২০টি কলার বিক্রয়মূল্যের সমান লাভ করলে শতকরা লাভের পরিমান কত?
ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৫০% উত্তর: ক
[Hints: (১০০-২০) = ৮০টিতে লাভ = ২০টি বা ৪ ভাগের ১ ভাগ লাভ সুতরাং লাভের হার = ২৫%]

১৮১. একজন বিক্রেতা ১২০ টি শার্ট বিক্রয় করে ৯০ টি শার্টের বিক্রয়মূল্যের সমান টাকা লাভ করলে তার লাভের শতকরা হার কত?
ক. ২৫০% খ. ২০০% গ. ৩০০% ঘ. ৫০০% উত্তর: গ
[Hints: (১২০-৯০) = ৩০টিতে লাভ ৯০টি বা ৩গুণ লাভ হওয়ায় লাভের হার ৩০০%]

(১০.ঙ) টাকা এবং টি বিপরীত সংখ্যায় থাকলে:

১৮২. ৪ টাকায় ৫টি করে কিনে ৫ টাকায় ৪ টি বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে ? *[RAKUB (Cashier)-2017] + (২৭তম বিসিএস)*
ক. ৪৫% খ. ৪৮.৫০% গ. ৫২.৭৫% ঘ. ৫৬.২৫% উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:(লিখিত পরীক্ষায় ১টির ক্রয়মূল্য-বিক্রয়মূল্য বের করে হিসেব)

৫টির ক্রয়মূল্য = ৪টাকা। $\therefore$ ১টির ক্রয়মূল্য $= \frac{৪}{৫}$ টাকা।

আবার, ৪টির বিক্রয়মূল্য = ৫টাকা $\therefore$ ১টির বিক্রয়মূল্য $= \frac{৫}{৪}$ টাকা।

মনে রাখবেন: ১টি ক্রয় বিক্রয় করলে লাভ বা ক্ষতি যে হারে হয় ২০টি ক্রয়-বিক্রয় করলেও লাভ ক্ষতির % একই হয়। এজন্য যতটি নিলে আমাদের হিসেবের সুবিধা ততটি ধরে % এর উত্তর বের করতে পারবো।

যেহেতু বিক্রয়মূল্য $\frac{৫}{৪} > \frac{৪}{৫}$ সুতরাং লাভ $= \left(\frac{৫}{৪} - \frac{৪}{৫}\right) = \frac{২৫-১৬}{২০} = \frac{৯}{২০}$

সুতরাং শতকরা লাভের হার $= \frac{৯}{২০} \times \frac{৫}{৪} \times ১০০\% = ৫৬.২৫\%$

শর্টকাট: ৫টি ও ৪টি এর ল.সা.গু = ২০ (ল.সা.গু ধরলে ভগ্নাংশ আসবে না, তখন পূর্ণ সংখ্যার হিসেব দ্রুত করা যাবে)

৫টির ক্রয়মূল্য = ৪টাকা (৪দিয়ে গুণ করে)	৪টির বিক্রয়মূল্য = ৫টাকা (৫ দিয়ে গুণ করে)
$\therefore$ ২০টির ক্রয়মূল্য = ১৬টাকা	২০টির বিক্রয়মূল্য = ২৫টাকা

এখন, ক্রয় সংখ্যা ২০টি = বিক্রয়সংখ্যাও ২০টি দু জায়গায় সমান হওয়ায়, লাভ = (২৫-১৬)টাকা = ৯টাকা।

১৬টাকায় লাভ = ৯টাকা হওয়ায়, $\therefore$ লাভের হার $= \frac{৯}{১৬} \times ১০০\% = ৫৬.২৫\%$

দেখতে একই কিন্তু ভিন্ন: (৪টি আর ৫টি দেখলেই মুখস্থ উত্তর দেয়া যাবে না, আপনি একটা শিখলেন পরীক্ষায় ঘুরিয়ে আসতে পারে

১৮৩. ৫ টাকায় ৪টি করে কিনে ৪ টাকায় ৫ টি বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ?
ক. ৩৬% লাভ খ. ৫৬.২৫% লাভ গ. ৩৬% ক্ষতি ঘ.৫৬.২৫%ক্ষতি উত্ত

সমাধান:

এবার ১টির ক্রয়মূল্য $= \frac{৫}{৪}$ এবং ১টির বিক্রয়মূল্য $= \frac{৪}{৫}$ অর্থাৎ এখানে ক্রয়মূল্য $\frac{৫}{৪}$ > বিক্রয়মূল্য $\frac{৪}{৫}$ হওয়া ক্ষতি হবে।

এরপর লিখিত সমাধানের জন্য আগের অংকের সমাধান অনুসারে নিজে করুন। এমসিকিউ এর জন্য নিচের নিয়মটি দেখুন

শর্টকাট: ৫টি ও ৪টি এর ল.সা.গু = ২০ (দ্রুত উত্তর বের করার জন্য অনেক নিয়মের মধ্যে এটাই বেস্ট)

৪টির ক্রয়মূল্য = ৫টাকা (৫দিয়ে গুণ করে) ∴ ২০টির ক্রয়মূল্য = ২৫টাকা	৫টির বিক্রয়মূল্য = ৪টাকা (৪ দিয়ে গুণ করে) ২০টির বিক্রয়মূল্য = ১৬টাকা
ক্রয় মূল্য বেশি হওয়ায় ২৫টাকাতে ক্ষতি = (২৫-১৬) = ৯টাকা। ∴ ক্ষতির হার = $\frac{৯}{২৫}\times১০০\% = ৩৬\%$	

১৮৪. ১০ টাকায় ১২টি হিসেবে পেয়ারা কিনে, ১২ টাকায় ১০টি হিসেবে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হবে? [২৩ তম বিসিএস]

ক. ৩০% খ. ৩৪% গ. ৪০% ঘ. ৪৪% উত্তর: ঘ

শর্টকাট: ১২টি ও ১০টি এর ল.সা.গু = ৬০ (এই স্টাইলে শুধু সংখ্যার চিন্তা করলে খুব কম সময়ে উত্তর বের হবে)

১২টির ক্রয়মূল্য = ১০টাকা (৫দিয়ে গুণ করে) ∴ ৬০টির ক্রয়মূল্য = ৫০টাকা	১০টির বিক্রয়মূল্য = ১২টাকা (৬ দিয়ে গুণ করে) ৬০টির বিক্রয়মূল্য = ৭২টাকা
৫০টাকায় লাভ = (৭২-৫০) = ২২ টাকা হলে শতকরা লাভের হার = $\frac{২২}{৫০}\times১০০\% = ৪৪\%$ (উত্তর)	

নিজে করুন:

১৮৫. ৫ টাকায় ৬ টি দ্রব্য কিনে ৬ টাকায় ৫ টি দ্রব্য বিক্রয় করলে শতকরা লাভের হার কত?

ক. ৩০% খ. $৩৩\frac{১}{৩}\%$ গ. ৩৫% ঘ. ৪৪% উত্তর: ঘ

[**Hints:** ১০টাকায় ১২টি কিনে ১২টাকায় ১০টি বিক্রি করা আর ৫টাকায় ৬টি কিনে ৬টাকায় ৫টি বিক্রি করা একই অংক]

১৮৬. ১০ টাকায় ১১টি বই ক্রয় করে ১১ টাকায় ১০টি বই বিক্রয় করলে শতকরা লাভ কত? *[বাংলাদেশ কৃষি ব্যাংক (ক্যাশ অফিসার)-১৫]*

ক. ২০% খ. ২১% গ. $৩৩\frac{১}{৩}\%$ ঘ. ৪০% উত্তর: খ

[**Hints:** ১১টি এবং ১০টির ল.সা.গু = ১১০টি। এরপর ১১০টির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা বিক্রয়মূল্য ১২১ লাভের হার = ২১%]

১৮৭. ২ টাকায় ৩টি হিসেবে কলা কিনে ৩টাকায় ২টি হিসেবে বিক্রয় করলে লাভের হার কত?

ক. ১১০% খ. ১২০% গ. ১১৫% ঘ. ১২৫% উত্তর: ঘ

[**Hints:** ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ৬ ধরে ৬টির ক্রয়মূল্য ৪টাকা বিক্রিয়মূল্য ৯টাকা লাভের হার ১২৫%]

১৮৮. ৪ টাকায় ৫টি লেবু ক্রয় করে ৮ টাকায় ৬টি লেবু বিক্রয় করলে, শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? [ল.সা.গু ৩০টি ধরে করুন]

ক. ১৬% লাভ খ. $৬৬\frac{১}{৩}\%$ গ. $৬৬\frac{২}{৩}\%$ ঘ. $৬৬\frac{১}{৪}\%$ উত্তর: গ

(১০.চ) লাভ/ক্ষতির পর বিক্রয়মূল্য/ক্রয়মূল্য বের করা:

আগে ব্যাসিক ক্লিয়ার করে নিন:

আপনি ডিমের হালি ৪০টাকা ক্রয় করে ৪৮টাকা বিক্রি করেন। আপনার লাভ হয় (৪৮-৪০) টাকা = ৮টাকা
যা শতকরায় = ৪০ এ ৮ বা (১/৫ অংশ হিসেবে) = ২০% । তার মানে আপনি ১টা ডিম বিক্রি করলেও আপনার ২০% লাভ হবে । আবার ১০০০ ডিম বিক্রি করলে হয়তো লাভের টাকার পরিমাণ অনেক হবে। কিন্তু লাভের হার ২০% ই থাকবে।

তাহলে বলা যায়: লাভ বা ক্ষতির ক্ষেত্রে শতকরা হিসেবটা যে কোন সংখ্যক এর উপর করলেও সমস্যা নাই। উত্তর একই।

১৮৯. একডজন আম ৬০ টাকায় ক্রয় করে হালি কত টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে? *[প্রা:বি:প্রশি:নি:-২০১২]*

ক. ২০ খ. ২২ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: খ

সমাধান: (এগুলো লিখিত সমাধান, কিন্তু বাংলা কথা বাদ দিয়ে শুধু সংখ্যা লিখে হিসেব করলে এমসিকিউ এর জন্য দ্রুত হবে)

টপরামর্শ: এই ধরণের অংকগুলো ৩ ভাবে করা যায়। সবগুলোই সহজ নিয়ম । তাই সবগুলো নিয়ম ই শিখে রাখুন তাহলে কখনো কোন নিয়মে ভগ্নাংশ আসলে তা বাদ দিয়ে যে নিয়মে ভগ্নাংশ আসবে না সেই নিয়মটাকেই প্রয়োগ করতে পারবেন।

১ম পদ্ধতি: (৬০ টাকার উপর সরাসরি % এর লাভ যোগ করে) ৬০টাকায় ক্রয় = ১২টি। তাহলে ৬০টাকার পণ্য ১০% লাভে বিক্রয়মূল্য = ৬০ এর ১১০% = ৬৬টাকা। ১২টির দাম = ৬৬ টাকা হলে ৪টির দাম = **২২টাকা** (উপরে নিচে ৩গুণ করে কমেছে)	২য় পদ্ধতি: (আগে ১টির ক্রয়মূল্য বের করে লাভের ১০% যোগ করে) ১২টির ক্রয়মূল্য ৬০টাকা হলে ১টির ক্রয়মূল্য = ৫টাকা। এখন ১০% লাভে ১টির বিক্রয়মূল্য = ৫ এর ১১০% = ৫.৫ টাকা তাহলে ৪টির বিক্রয়মূল্য = ৫.৫×৪ = ২২টাকা।
৩য় পদ্ধতি: (যতটা বিক্রি করতে বলেছে ততটার ক্রয়মূল্য আগে বের করে তার পর % এর হিসেব যোগ করা) ১২টির ক্রয়মূল্য = ৬০টাকা ১টির " = ৫ টাকা ৪টির " = ৫×৪ = ২০টাকা। (৪টা বিক্রি করতে হবে তাই ৪টার ক্রয়মূল্য আগে নেয়া হলো) এখন এই ২০টাকায় কেনা ৪টি আম ১০% লাভে বিক্রি করলে বিক্রয়মূল্য = ২০ এর ১১০% = ২২টাকা	

১৯০. এক কুড়ি কমলা ৫০ টাকায় ক্রয় করে একডজন কমলা ৩৬ টাকায় বিক্রয় করা হলো। শতকরা কত লাভ হবে? *(প্রা:বি:প্রশি-১২)*

ক. ২৫% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: খ

সমাধান: [গুরুর কথাটা মনে আছে? সব সময় সংখ্যা সমান করে হিসেব করতে হবে।]

ক্রয় ১টি = বিক্রয় ১টি ধরে হিসেব	ক্রয় ২০টি = বিক্রয় ২০টি ধরে হিসেব	ক্রয় ১২টি = বিক্রয় ১২টি ধরে হিসেব
২০টির ক্রয়মূল্য = ৫০ হলে ১টির ক্রয়মূল্য = ২.৫ টাকা ১২টির বিক্রয়মূল্য = ৩৬ টাকা হলে ১টির বিক্রয়মূল্য = ৩টাকা ∴লাভ (৩-২.৫) = ০.৫টাকা ২.৫ টাকায় লাভ = ০.৫টাকা হলে শতকরা লাভ হবে = ২০%	২০টির ক্রয়মূল্য = ৫০টাকা ১২টির বিক্রয় = ৩৬ টাকা হলে ১টির বিক্রয় = ৩টাকা এবং ২০টির বিক্রয় =২০×৩ = ৬০ টাকা ∴৫০টাকায় লাভ =(৬০-৫০) = ১০টাকা ∴১০০টাকায় লাভ =২০টাকা = ২০%	১২টি ৩৬ টাকায় বিক্রি করতে হবে। তাই ২০টির ক্রয়মূল্য = ৫০ থেকে ১টির = ২.৫ এবং ১২টির দাম = ৩০ ∴লাভ (৩৬-৩০) = ৬টাকা । ∴৩০টাকায় লাভ = ৬ টাকা হলে ১০০ টাকা লাভ = ২০% (১/৫ অংশ)

উপরের নিয়মগুলোতে সবগুলোই সহজ। সবগুলো দেখানোর কারণ হলো আপনি ভেতর থেকে বিষয়টা অনুভব করেন। উল্টাপাল্টা যে কোন প্রশ্ন আসলেও সহজে ধরে ফেলতে পারবেন।

১৯১. এক ডজন কলা ২৪ টাকায় ক্রয় করে কুড়িটি কত টাকায় বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হবে? *[প্রা:বি:প্রধান শিক্ষক নি:-২০০৯]*

ক. ২৫টাকা খ. ৩০টাকা গ. ৪০টাকা ঘ. ৫০টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ১২টি কলার মূল্য = ২৪ টাকা ∴২০টি কলার মূল্য = $\frac{২৪\times২০}{১২} = ৪০$ টাকা [যতটি বিক্রি হবে তার ক্রয়মূল্য বের করুন]

এখন, ২৫% লাভে, ৪০টাকার কলার বিক্রয়মূল্য = ৪০ এর ১২৫% = $\frac{১২৫\times৪০}{১০০} = ৫০$ টাকা

১৯২.এক ডজন আম ৩৬ টাকায় ক্রয় করে হালি কত টাকায় বিক্রয় করলে ২৫% ক্ষতি হবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (শর :২০১০]*

ক. ৫ টাকা খ. ৬ টাকা গ. ৮ টাকা ঘ. ৯ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ১২টির ক্রয়মূল্য = ৩৬ টাকা হলে ৪টির ক্রয়মূল্য = $\frac{৩৬\times৪}{১২} = ১২$ টাকা

২৫% ক্ষতিতে ১২টাকার আমের বিক্রয়মূল্য = ১২ এর ৭৫% = ৯ টাকা।

১৯৩. সাকিব ১০০ টাকায় ১০টি আপেল ক্রয় করে। যদি সে ২৫% লাভ করতে চায় তাহলে একডজন আপেল কতটাকায় বিক্রি করতে হবে? *[BBL officer -2011]*

ক. ১২.৫০ খ. ১২৫ গ. ২৫০ ঘ. ১৫০ উত্তর: গ

✍ **সমাধান:-** ১০টির ক্রয় = ১০০টাকা তাহলে ১টির = ১০ টাকা এবং ১২টির ক্রয়মূল্য = ১২০ টাকা । (১ ডজনের ক্রয়মূল্য আগে)
এখন ১২০ টাকায় ২৫% লাভ করলে বিক্রয়মূল্য = ১২০+(১২০ এর ২৫%) = (১২০+৩০) = ১৫০ টাকা।

নিজে করুন:

১৯৪. ৪০ টাকায় ১০টি কলা কিনে ২৫% লাভে বিক্রি করলে ১টি কলার দাম কত হবে? **[Hints:** ১টির ক্রয়মূল্য ৪ এর ১২৫% = ?]
ক. ৫ খ. ১০ গ. ৮ ঘ. ৭ উত্তর: ক

১৯৫. এক ডজন আম ৬০ টাকায় ক্রয় করে প্রতি হালি কত টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে ? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (উপ-পরিদর্শক)-২০১৩]* **[Hints:** ১ হালির ক্রয়মূল্য = ৬০÷৩= ২০ টাকা। ১০% লাভে বিক্রয়মূল্য = ২০ এর ১১০% = ২২ টাকা]
ক. ২২ টাকা খ. ২৫ টাকা গ. ১৫ টাকা ঘ. ১২ টাকা উত্তর: ক

১৯৬. প্রতি ডজন কমলা ৭৫ টাকায় কিনে প্রতি হালি কত টাকায় বিক্রি করলে ২০% লাভ হবে? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (কারা তত্ত্বাবধায়ক)-২০১০]* **[Hints:** ১ ডজনেরই বিক্রয়মূল্য = ৭৫ এর ১২০% = ৯০টাকা হলে ১ হালির বিক্রয়মূল্য = ৯০÷৩ = ৩০টাকা।]
ক. ৩০ টাকা খ. ২৫ টাকা গ. ২৭.৫০ টাকা ঘ. ২৮ টাকা উত্তর: ক

১৯৭. ৮টি দ্রব্য ৫ টাকায় ক্রয় করে ১৬টি দ্রব্য কত টাকায় বিক্রয় করলে ১০% লাভ হবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক,যমুনা)-২০১৩]* **[Hints:** ১৬টির ক্রয়মূল্য = ৫×২ = ১০ টাকা। এখন ১০ এর ১১০% = ১১টাকা।]
ক. ১২ টাকা খ. ৯ টাকা গ. ১০ টাকা ঘ. ১১ টাকা উত্তর: ঘ

১৯৮. ৩৬ টাকা ডজন দরে কলা ক্রয় করে ২০% লাভে বিক্রয় করা হলে ১ কুড়ি কলার বিক্রয়মূল্য কত হবে? *[প্রা:বি:প্র:শি:নি:-২০১১]*
ক. ৩৪টাকা খ. ৩২টাকা গ. ৪০টাকা ঘ. ৭২টাকা উত্তর: ঘ
[Hints: ২০টি বিক্রি করতে হবে, তাহলে আগের ২০টির ক্রয়মূল্য বের করে তার ১২০% = উত্তর:]

১৯৯. এক ব্যক্তি প্রতি ডজন ১৮ টাকা হিসেবে কমলা ক্রয় করেন। তিনি তিনটি কমলার ক্রয়মূল্যে দুটি বিক্রয় করেন। প্রতি ডজন কমলার বিক্রয়মূল্য কত? *[পাসপোর্ট এন্ড এমিগ্রেশন অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-১৯৯৪]*
ক. ২৪ খ. ২৭ গ. ৩৬ ঘ. ৪২ উত্তর: খ

✍ সমাধান: ১২টি কমলার ক্রয়মূল্য = ১৮ টাকা

∴ ৩টি " " $= \frac{১৮ \times ৩}{১২} = \frac{৯}{২}$ টাকা

২টি কমলার বিক্রয়মূল্য = $\frac{৯}{২}$ টাকা

∴ ১২টি " " $= \frac{৯ \times ১২}{২ \times ২}$ " = ২৭ টাকা। সুতরাং প্রতি ডজন কমলার বিক্রয়মূল্য = ২৭ টাকা।

মুখে মুখে: ৩টির ক্রয়মূল্য = ২টির বিক্রয়মূল্য হলে লাভ (৩-২) = ১ টি বা ৫০% তাহলে ১৮টাকা ডজনের কমলার বিক্রয়মূল্য হবে ১৮ এর ১৫০% = ২৭টাকা (প্রতি ডজন)

২০০. ৫০ টি কলা ২২০ টাকায় বিক্রয় করায় ১০% লাভ হল। ১০০ টি কলার ক্রয়মূল্য কত? *[রেজি:বেসরকারী:প্রাথমিক:শিক্ষক:-২০১১]*
ক. ২৫০ টাকা খ. ২৭৫ টাকা গ. ৩২৫ টাকা ঘ. ৪০০ টাকা উত্তর: ঘ

✍ **সমাধান:**
বিক্রয়মূল্য ১১০% = ২২০ হলে ক্রয়মূল্য ১০০% = ২০০ এখন ৫০টি ২০০ টাকায় কিনলে ১০০টি = ৪০০টাকা
অথবা, ১০০টির ক্রয়মূল্য যেহেতু বের করতে বলেছে তাহলে ৫০টির বিক্রয়মূল্য = ২২০ টাকা
তাহলে ১০০টির বিক্রয়মূল্য হবে ২২০ এর দ্বিগুণ = ৪৪০ টাকা। এখন, ১১০% = ৪৪০ হলে ক্রয়মূল্য ১০০% = ৪০০টাকা।

২০১. ৫০ টাকায় ৮টি ডিম বিক্রয় করায় ২৫% ক্ষতি হলো। প্রতি ডজন ডিমের ক্রয়মূল্য কত ছিল? *[জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তর (উপ-সহকারী প্রকৌশলী , সিভিল)- ২০১৫]*
ক. ১০০ টাকা খ. ৯০ টাকা গ. ৭৫ টাকা ঘ. ১২০ টাকা উত্তর: ক

✍ সমাধান: ২৫% ক্ষতিতে ৮টি ডিম বিক্রয় করা হলে,

বিক্রয়মূল্য ৭৫ টাকা হলে ক্রয় মূল্য = ১০০ টাকা ।

∴ " ৫০ " " " " = ৫০ × $\frac{১০০}{৭৫} = \frac{২০০}{৩}$ টাকা ।

৮ টি ডিমের ক্রয়মূল্য = $\frac{২০০}{৩}$ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{২০০}{৩ \times ৮}$ "

∴ ১২ " " " $\frac{২০০ \times ১২}{৩ \times ৮}$ = ১০০ টাকা ।

মুখে মুখে: (ভগ্নাংশ না আনতে চাইলে একাধিক নিয়ম জানতে হবে)
৮টির বিক্রয়মূল্য = ৫০টাকা হলে ১২টির বিক্রয়মূল্য = ৭৫ টাকা।
এখন ৭৫% = ৭৫টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০% = ১০০ টাকা।
(যে ১২টা বিক্রি করতে হবে তার বিক্রয়মূল্য বের করে তারপর ক্রয়মূল্য)

(১০.ছ) ক্রয় সংখ্যা বা বিক্রয় সংখ্যা বের করা:

টিপস: মনে রাখবেন: ক্রয় বা বিক্রয় সংখ্যা বের করতে বলা হলে সর্বপ্রথমে ক্রয়মূল্যের টাকার সাথে লাভ বা ক্ষতির হার যোগ করে দিয়ে ঐ পণ্যটির বিক্রয়মূল্য বের করতে হবে। তারপর যতটির বিক্রয়মূল্যই চাওয়া হোক দ্রুত বের করা যাবে।

২০২. টাকায় ৫ টি দরে লেবু ক্রয় করে টাকায় কয়টা দরে লেবু বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হবে? *[প্রা:বি:সহ:শি:নি:-১৩]*
ক. ৪টি খ. ১০টি গ. ১২টি ঘ. ১৪টি উত্তর: ক

✍ সমাধান:
২৫% লাভে ১ টাকার লেবুর বিক্রয়মূল্য হবে ১ এর ১২৫% = ১.২৫ টাকা (এটা ৫টির বিক্রয়মূল্য যার ক্রয়মূল্য ছিল ১ টাকা)। এভাবে বিক্রয়মূল্য বের করার পর ঐকিক নিয়মে বের করতে হবে । তার আগে লক্ষ্য করুন প্রশ্নে আপনার কাছে কি জানতে চাচ্ছে । এখানে জানতে চাচ্ছে যে টাকায় কয়টি বিক্রি করতে হবে?
১.২৫ টাকায় বিক্রি করতে হবে = ৫টি

∴ ১ " " " " = $\frac{৫}{১.২৫}$ = ৪ টি **উত্তর: ৪টি।**

Shortcut: বুঝলে সরাসরি: ৫ + ১.২৫ = ৪টি।

পরামর্শ: লাভ ও ক্ষতির উপরের টেবিল দুটি দেখলে মুখে মুখে পারবেন। ৪:৫ হলে ৫টি তে ১টি লাভ হিসেবে উত্তর:২০%

২০৩. টাকায় ৬টি করে লিচু ক্রয় করে। টাকায় কয়টি করে লিচু বিক্রি করলে শতকরা ২০% লাভ হবে? *[প্রা:বি:সহ:শি:নি:- ২০১০]*
ক. ৩ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬ উত্তর: গ

✍ সমাধান: ২০% লাভে ১টাকার বিক্রয়মূল্য = ১.২ টাকা *(% এর হিসেবটি টাকার সাথে শুরুতে যুক্ত করে দেয়ার হিসেবটিই আসল)*
এখন, ১.২টাকায় বিক্রি করতে হবে = ৬টি লিচু

∴ ১ টাকায় বিক্রি করতে হবে = $\frac{৬}{১.২}$ = ৫টি। [বুঝে গেলে সরাসরি: $\frac{৬}{১.২}$ = ৫, আরো সহজের জন্য শুরুর টেবিলগুলো দেখুন]

Be careful: শতকরা বা % সব সময় টাকার সাথে হিসেব হবে। তাহলে টাকায় ৫টি বিক্রি করলে ২০% লাভ হলে লেখা যাবে না ৫ এর ১২০% বরং লিখতে হবে ১টাকার ১২০%। ফলের সংখ্যার সাথে % হিসেব করলে ভুল হবে।

নিজে করুন:

২০৪. টাকায় ৩০টি আমলকি ক্রয় করে টাকায় কতটি করে বিক্রি করলে ২০% লাভ হবে? **[Hints:** ৩০÷১.২ = ২৫টি।]
ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ২০ ঘ. ২৫ উত্তর: ঘ

২০৫. টাকায় ৮ টি খেজুর ক্রয় করে ৬০ শতাংশ লাভ করতে হলে কী দরে বিক্রয় করতে হবে? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের (ফিল্ড সুপারভাইজার)-২০১৭]* **[Hints:** ১ টাকার ১৬০% = ১.৬ টাকা। সুতরাং ১টাকায় বিক্রি করতে হবে = (৮÷১.৬) = ৫টি।]
ক. টাকায় ৬ টি খ. টাকায় ৫ টি গ. টাকায় ৯ টি ঘ. টাকায় ২৪ টি উত্তর: খ

২০৬. ২০টি কলমের ক্রয়মূল্য x সংখ্যক কলমের বিক্রয় মূল্যের সমান। যদি লাভের হার ২৫% হয়, তাহলে x এর মান কত? *[IBA-MBA Ad.Test Dec-2011]*

ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ২০ ঘ. ২৫ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

ধরি, ২০টি কলমের ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা।

সুতরাং ২৫% লাভে ২০টির বিক্রয়মূল্য = ১২৫টাকা।

তাহলে ১টির বিক্রয়মূল্য = $\frac{১২৫}{২০}$ টাকা।

সুতরাং x টির বিক্রয়মূল্য = $\frac{১২৫ \times x}{২০}$ টাকা।

শর্টকাট: ১২৫% = ২০টি সুতরাং ১০০% = ১৬টি। (শুধু মনে রাখতে হবে লাভ হলে বিক্রয়সংখ্যা কম হয়।)

টেবিলের লিস্ট থেকে: ২৫% লাভে ৫:৪ কে ৪ দিয়ে গুণ করলে ২০:১৬ থেকে ক্রয়সংখ্যা ২০টি হলে বিক্রয়সংখ্যা = ১৬টি হতে হবে।

প্রশ্নমতে, $\frac{১২৫ \times x}{২০} = ১০০$ [যেহেতু x টির বিক্রয়মূল্য = ২০টির ক্রয়মূল্য] $\Rightarrow x = ১০০ \times \frac{২০}{১২৫}$ $\therefore x = ১৬$ টি।

২০৭. ৩৬ টি কলমের ক্রয়মূল্য 'ক' টি কলমের বিক্রয় মূল্যের সমান। যদি লাভের হার ২০% হয় তাহলে ক এর মান কত? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*

ক. ৩০ খ. ৩২ গ. ২৮ ঘ. ২৪ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ৩৬টির ক্রয়মূল্য = ৩৬ টাকা। (প্রতিটির ১টাকা দরে)

সুতরাং ক টির বিক্রয়মূল্যও = ৩৬টাকা (কারন ৩৬টির ক্রয়মূল্য = ক টির বিক্রয়মূল্য)

এখন ২০% লাভে ৩৬টাকার কলমের বিক্রয়মূল্য = ৩৬ এর ১২০% = ৪৩.২ টাকা।

৪৩.২ টাকায় বিক্রি করতে হবে = ৩৬টি

$\therefore$ ১ " " " " = $\frac{৩৬}{৪৩.২}$ টি।

$\therefore$ ৩৬ " " " " = $\frac{৩৬ \times ৩৬}{৪৩.২} = ৩০$টি। (৩৬ টাকায় যতটি বিক্রি করছে তার পরিমাণ ই হচ্ছে ক)

মুখে মুখে : ১২০% = ৩৬টি, ১% = ০.৩ $\therefore$ ১০০% = ৩০টি

মাত্র ৫ সেকেন্ডে উত্তর: ৩৬ ÷১.২ = ৩০টি। (বিস্তারিত উপরে)

২০৮. ৫ টাকায় ২টি করে কমলা কিনে ৩৫ টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে ৪০% লাভ হবে? *(পিএস সি এর সহ: পরিচালক পরীক্ষা-০১) +[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১২ (লিখিত)]+ [বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]*

ক. ৮টি খ. ১০টি গ. ১২টি ঘ. ১৪টি উত্তর: খ

সমাধান:

৪০% লাভে ৫ টাকার কমলার বিক্রয়মূল্য = ৫ এর ১৪০% = ৭টাকা।(যে ২টা ৫টাকায় কেনা হয়েছিল সে ২টির ই বিক্রয়মূল্য ৭টাকা)

এখন ৭টাকায় বিক্রি করতে হবে = ২টি।

$\therefore$ ৩৫টাকায় বিক্রি করতে হবে = $\frac{২ \times ৩৫}{৭} = ১০$টি [(উপরে নিচে ৭ এর ৫গুণ = ৩৫ সুতরাং ২ এর ৫ গুণ = ১০)

নিজে করুন:

২০৯. ৫ টাকায় ২টি করে কমলা কিনে ৩০ টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে ২০% লাভ হবে ?

ক. ১২টি খ. ১০টি গ. ৮টি ঘ. ৬টি উত্তর: খ

[Hints: ৫ এর ১২০% = ৬। এখন ৬টাকায় = ২টি বিক্রি করলে ৩০টাকায় করতে হবে = ১০টি]

২১০. প্রতি ডজন কলম ৪৮ টাকায় কিনে ৫০ টাকায় কয়টি কলম বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হয়? *[CAAB-(এরোড্রাম/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার/সহকারী হিসাবরক্ষণ/সহকারী নিরীক্ষা কর্মকর্তা)-উপ-সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০২১]*

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ১৩ উত্তর: ক

[Hints: ২৫% লাভে ৪৮টাকার কলার বিক্রয়মূল্য = ৪৮ এর ১২৫% = ৬০টাকা

৬০টাকায় বিক্রি করতে হবে = ১২টি সুতরাং ৫০ টাকায় বিক্রি করতে হবে = $\frac{১২ \times ৫০}{৬০} = ১০$ টি কলম।]

(১০.জ) কয়েকটি বিক্রি করায় কিছু % ক্ষতি হলো, কতটি বিক্রি করলে কিছু % লাভ হবে:

২১১. টাকায় ৪টি চকলেট বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হয়। ২০% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি চকলেট বিক্রয় করতে হবে? *[৪০ তম বিসিএস লিখিত]*

লিখিত সমাধান: ধরি ৪টি চকলেটের ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা।

১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০-১০) = ৯০ টাকা

আবার ২০% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০+২০) = ১২০টাকা।

প্রথম বিক্রয়মূল্য ৯০টাকা হলে নতুন বিক্রয়মূল্য = ১২০ টাকা (তাহলে ১০% ক্ষতি পুষে আবার ২০% লাভ ও হয়ে যাবে)

$\therefore$ " " ১ " " " " = $\frac{১২০}{৯০} = \frac{৪}{৩}$ টাকা (২০% লাভে শুরুর ৪টির ই বিক্রয়মূল্য)

অর্থাৎ যে মার্বেল গুলো ১টাকায় বিক্রি করে ১০% ক্ষতি হয়েছে তা $\frac{৪}{৩}$ টাকায় বিক্রি করলে ২০% লাভ হবে।

এখন, $\frac{৪}{৩}$ টাকায় বিক্রি করতে হবে = ৪টি

$\therefore$ ১ " " " " = ৪ × $\frac{৩}{৪}$ = ৩টি

শর্টকাট: ৯০% = ১টাকা হলে ১২০% = $\frac{১২০}{৯০} = \frac{৪}{৩}$ টাকা

$\frac{৪}{৩}$ টাকায় বিক্রি করতে হবে ৪টি $\therefore$ ১টাকায় = ৪ × $\frac{৩}{৪}$ = ৩টি

২১২. টাকায় ৫টি মার্বেল বিক্রয় করায় ১২% ক্ষতি হয়। ১০% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি বিক্রয় করতে হবে? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)] +[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ৪টি খ. ৩টি গ. ২টি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: ধরি ৫টি মার্বেলের ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা। (বুঝে গেলে বাংলা কথাগুলো বাদ দিয়ে লিখলেই দ্রুত উত্তর বের হবে)

১২% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (১০০-১২)% = ৮৮%

আবার ১০% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০+১০)%= ১১০%। টাকার সাথে সব সময় আগে % এর সব হিসেব শেষ করতে হবে]

এখন ৮৮% = ১টাকা (যেহেতু লাভ-ক্ষতির হিসেব টাকার সাথে হয়)

$\therefore$ ১% = $\frac{১}{৮৮}$ $\therefore$ ১১০% = $\frac{১১০}{৮৮} = \frac{৫}{৪}$ টাকা।

তাহলে, $\frac{৫}{৪}$ টাকায় বিক্রি করতে হবে = ৫টি।

সুতরাং ১ " " " " = ৫ × $\frac{৪}{৫}$ = ৪ টি।

শর্টকাট: ৮৮% = ১টাকা $\therefore$ ১১০% = $\frac{১১০}{৮৮} = \frac{৫}{৪}$ টাকা

$\frac{৫}{৪}$ টাকায় বিক্রি করতে হবে ৫টি $\therefore$ ১টাকায় = ৫ × $\frac{৪}{৫}$ = ৪টি

২১৩. টাকায় ১২টি লেবু বিক্রি করায় ৪% ক্ষতি হয়। ৪৪% লাভ করতে হলে টাকায় কতটি লেবু বিক্রি করতে হবে? (বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ড কোম্পানির সহ:ব্যবস্থা: পদে পরীক্ষা - ২০১১)

ক. ৮টি খ. ১০টি গ. ১২টি ঘ. ১৪টি উত্তর: ক

সমাধান: ৪% ক্ষতিতে ৯৬% = ১টাকা $\therefore$ ১% = $\frac{১}{৯৬}$ টাকা $\therefore$ ১৪৪% = $\frac{১৪৪}{৯৬}$ টাকা = ১.৫টাকা

১.৫ টাকায় বিক্রয় করতে হবে = ১২টি (যেহেতু কিনেছে ১২ টি তাই বিক্রিও ১২টি)

$\therefore$ ১ টাকায় বিক্রি করতে হবে = $\frac{১২}{১.৫}$ টি = ৮টি উত্তর: ৮টি।

নিজে করুন:

২১৪. ৫ টাকায় ১২টি মার্বেল বিক্রি করলে এক ব্যক্তির ৪% ক্ষতি হয়। ২৮% লাভ করতে হলে ওই ব্যক্তিকে ১০ টাকায় কয়টি মার্বেল বিক্রি করতে হবে?

ক. ১৮টি খ. ২৮ টি গ. ২০টি ঘ. ১৭ টি উত্তর: ক

[**Hints:** ৯৬% = ৫ হলে ১২৮% = $\frac{৫\times১২৮}{৯৬}=\frac{২০}{৩}$ এখন, $\frac{২০}{৩}$ টাকায় বিক্রি = ১২টি ∴১০ টাকায় = $\frac{১২\times৩\times১০}{২০}$ = ১৮টি]

২১৫.টাকায় এক ডজন কলা বিক্রয় করায় ২৫% ক্ষতি হয়। ৫০% লাভ করতে হলে টাকায় কতটি কলা বিক্রয় করতে হবে ? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপসহকারী কৃষি কর্মকর্তা)-২০১৪]*

ক. ৫ টি খ. ৬ টি গ. ৭টি ঘ. ৮ টি উত্তর: খ

[**Hints:** ৭৫% = ১ টাকা হলে ১৫০% = ২টাকা। এখন ২টাকায় বিক্রি করতে হবে ১২টি ∴১ টাকায় = ৬টি]

২১৬. ৩ টাকায় ১২টি কলা বিক্রয় করায় ২৫% ক্ষতি হয় । ৫০% লাভ করতে হলে ১০ টাকায় কতটি কলা বিক্রি করতে হবে?

ক. ১৫ টি খ. ২০ টি গ. ১০টি ঘ. ৪০ টি উত্তর: খ

[**Hints:** ৭৫% = ৩ টাকা হলে ১৫০% = ৬টাকা। এখন ৬টাকায় বিক্রি করতে হবে ১২টি ∴১০ টাকায় = ২০টি]

২১৭. ১০ টাকায় ৪টি পেয়ারা বিক্রয় করলে এক ব্যক্তির ২০% লাভ হয়। ৪০% লাভ করতে হলে ৩৫ টাকায় কয়টি পেয়ারা বিক্রয় করতে হবে?

ক. ১২ টি খ. ৩৫ টি গ. ২৪ টি ঘ. ৭০ টি উত্তর: ক

[**Hints:** ১২০% = ১০ টাকা হলে ১৪০% = $\frac{৩৫}{৩}$ টাকা। এখন $\frac{৩৫}{৩}$ টাকায় বিক্রি করতে হবে ৪টি, ∴ ৩৫টাকায় = ১২টি]

(১০.ঝ) দুই ধরনের ফল দু দামে ক্রয় করে সবগুলো গড়ে বিক্রয়:

টিপস: এধরনের অংক করার সময় দু প্রকার ফলেরই ১টির করে দাম বের করে, তারপর ১+১=২টির দাম যোগ করতে হবে।

২১৮. টাকায় ৩টি এবং টাকায় ৫টি দরে সমান সংখ্যক আমলকি ক্রয় করে এক ব্যক্তি টাকায় ৪ টি করে আমলকি বিক্রয় করলেন। ঐ ব্যক্তির শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো নির্ণয় করুন। *[৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*

ক. ৪.২৫% টাকা লাভ খ. ৫.২৫% টাকা ক্ষতি গ. ৬.২৫% টাকা ক্ষতি ঘ. ৭.২৫% টাকা লাভ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (লিখিত পরীক্ষার জন্য এভাবে ১টির করে ক্রয়মূল্য বের করে ১+১ = ২টি ধরে বিক্রয়মূল্যের সাথে হিসেব হবে)

প্রথমে, ৩ টির ক্রয়মূল্য = ১ টাকা ∴১ টির ক্রয়মূল্য = $\frac{১}{৩}$ টাকা

আবার, ৫ টির ক্রয়মূল্য= ১ টাকা ∴১ টির ক্রয়মূল্য= $\frac{১}{৫}$ টাকা

এখন দু ধরনের ১টি+ ১টি করে মোট ২টির ক্রয়মূল্য = $\frac{১}{৩}+\frac{১}{৫}=\frac{৫+৩}{১৫}=\frac{৮}{১৫}$ টাকা

এখন, ৪টির বিক্রয়মূল্য = ১টাকা ∴ ১টির বিক্রয়মূল্য = $\frac{১}{৪}$ টাকা সুতরাং ২টির বিক্রয়মূল্য = $\frac{২}{৪}$ টাকা = $\frac{১}{২}$ টাকা

এখানে, ২টির ক্রয়মূল্য $\frac{৮}{১৫}$ > ২টির বিক্রয়মূল্য $\frac{১}{২}$। তাই ক্ষতি হয়েছে = $\frac{৮}{১৫}-\frac{১}{২}=\frac{১৬-১৫}{৩০}=\frac{১}{৩০}$ টাকা

$\frac{৮}{১৫}$ টাকায় ক্ষতি হয় = $\frac{১}{৩০}$ টাকা

∴ ১ " " " = $\frac{১}{৩০}\times\frac{১৫}{৮}$ টাকা

∴ ১০০ " " " = $\frac{১}{৩০}\times\frac{১৫}{৮}\times১০০=৬.২৫\%$

উত্তর : ৬.২৫% ক্ষতি

বিকল্প সমাধান: (ভগ্নাংশ বাদ দিয়ে করতে চাইলে, ৩,৫ ও ৪টির ল.সা.গু = ৬০টি ধরে)

৩টি আমলকির ক্রয়মূল্য = ১ টাকা (২০দিয়ে গুণ করে) ∴ ৬০টি আমলকির ক্রয়মূল্য = ২০ টাকা

আবার, ৫টি আমলকির ক্রয়মূল্য = ১ টাকা (১২দিয়ে গুণ করে) ∴ ৬০টি আমলকির ক্রয়মূল্য = ১২ টাকা

এখন (৬০ + ৬০) = ১২০ টির ক্রয়মূল্য = ২০+১২ = ৩২ টাকা [সমান সমান বলায় ৬০টি করে নেয়া হলো]

আবার, ৪টির বিক্রয়মূল্য = ১টাকা (৩০ দিয়ে গুণ করে) ∴১২০ টির বিক্রয়মূল্য = ৩০ টাকা

∴ ক্ষতি: (৩২-৩০) = ২ টাকা। সুতরাং শতকরা ক্ষতির হার: = $\frac{২}{৩২}\times১০০\%=৬.২৫\%$ উত্তর : ৬.২৫% ক্ষতি

শর্টকাট : দু ধরনের দুটি পণ্য ভিন্ন দুটি দামে ক্রয় করে তাদের মাঝামাঝি দামে বিক্রি করলে সব সময় ক্ষতি হয়।

এক্ষেত্রে **ক্ষতির হার** = $\frac{১০০}{(\text{বিক্রয়সংখ্যা})^২}\%$ সূত্র প্রয়োগ করে ৫ সেকেন্ডে উত্তর: $\frac{১০০}{(৪)^২}=\frac{১০০}{১৬}$ = ৬.২৫% ক্ষতি

নিজে করুন:

২১৯. টাকায় ৪টি ও টাকায় ৬টি দরে সমান সংখ্যক আমড়া কিনে এক ব্যক্তি টাকায় ৫টি দরে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *[বাংলাদেশ সরকারী কর্ম কমিশন-২০০১]* [**Hints:** $\frac{১০০}{(৫)^২}=\frac{১০০}{২৫}$ = ৪% ক্ষতি] **উত্তর: ৪% ক্ষতি**

ক. ৪% লাভ খ. ৪% ক্ষতি গ. ২% লাভ ঘ. লাভ/ক্ষতি কিছুই হবে না উত্তর: খ

২২০. সোহেল টাকায় ২টি ও টাকায় ৪টি দরে সমান সংখ্যক লিচু ক্রয় করে টাকায় ৩টি করে সবগুলো লিচু বিক্রি করলে তার শতকরা কত লাভ বা-ক্ষতি হবে?

ক. ১২% লাভ খ. ১১$\frac{১}{৯}$% ক্ষতি গ. ৯$\frac{১}{১১}$% ক্ষতি ঘ. ১১$\frac{১}{৯}$% লাভ উত্তর : খ

২২১. একজন ব্যবসায়ী প্রতিটি ১৫ টাকা দরে ও প্রতিটি ৮ টাকা দরে সমান সংখ্যক আম ক্রয় করে প্রতিটি আম ১২ টাকা দরে বিক্রয় করল। এতে তার ৮০ টাকা লাভ হলো। সে মোট কতগুলো আম ক্রয় করেছিল? *[সমাজ কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের অধীন (সমাজসেবা পরিদপ্তরের উপতত্ত্বাবধায়ক)-২০০৫]*

ক. ১৫৬ টি খ. ১৬৫ টি গ. ১৬০ টি ঘ. ১৬৮ টি উত্তর: গ

সমাধান:

প্রতিটি ১৫টাকা এবং প্রতিটি ৮টাকা দরে (১+১) = ২টি আমের ক্রয়মূল্য = (১৫+৮) = ২৩টাকা।

আবার, প্রতিটি ১২টাকা দরে ২টি আমের বিক্রয়মূল্য = ১২×২ = ২৪টাকা।

তাহলে প্রতি ২টি আমে লাভ = (২৪-২৩) = ১টাকা।

মোট ১টাকা লাভ হলে আম ক্রয় করেছিল = ২ টি

∴ " ৮০ " " " " " = ২×৮০ = ১৬০টি।

২২২. ২০ টাকায় ১০ টি ও ১৫ টি দরে সমান সংখ্যক কলা খরিদ করে ২০ টাকায় ১২ টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *[অষ্টম শ্রেণী অনু:২.৩]*

ক. ১০% লাভ খ. ২০% লাভ গ. ১০% ক্ষতি ঘ. কোনটিই না। উত্তর: ঘ

সমাধান:
১টি করে আনতে গেলে অনেকগুলো ভগ্নাংশ আসবে আবার এখানে মাঝামাঝি দামে বিক্রি না করায় শর্টকাট সূত্র অচল।
তাই ল.সা.গু এর নিয়মে, ১০টি ,১৫টি ও ১২টি এর ল.সা.গু = ৬০টি ধরে করলে সবথেকে সহজে উত্তর বের হবে।
১ম ১০টি = ২০টাকা হলে ৬০টি = ১২০টাকা (৬গুণ) আবার ২য়, ১৫টি = ২০টাকা হলে ৬০টি = ৮০ টাকা। (৪গুণ)
এখন (৬০+৬০) = ১২০টিতে মোট খরচ = ১২০+৮০ = ২০০ টাকা।
আবার, ১২টি বিক্রি করে পায় = ২০টাকা সুতরাং ৬০টি বিক্রি = ১০০ টাকা তাহলে ১২০টিতে = ২০০ টাকা। (দ্বিগুণ)
এখন উভয় ক্ষেত্রে ১২০টি ২০০টাকায় কিনে ২০০ টাকায় বিক্রি করলে **লাভ- বা ক্ষতি কোন কিছুই হবে না।**

নিজে করুন:

২২৩. ৫০ টাকায় ২টি এবং ৫০ টাকায় ৩টি দরে সমান সংখ্যক কমলা ক্রয় করে ৪৭ টাকায় ২টি দরে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *[জাতীয় রাজস্ব বোর্ডের সহ: রাজস্ব কর্মকর্তা-২০১৫]*

ক. ৬%লাভ খ. ১২%লাভ গ. ১২.৮% লাভ ঘ. ১২% ক্ষতি উত্তর: গ

[Hints: ল.সা.গু ৬টি কে মোট ধরে হিসেব করুন ক্রয়মূল্য ১৫০+১০০ = ২৫০ টাকা ও বিক্রয়মূল্য ২৪১×২= ২৮২টাকা।]

২২৪. এক ব্যক্তি ডজন ১৫ টাকা দরে কতকগুলো কলা ক্রয় করল এবং ডজন ১০ টাকা দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ডজন ১৪ টাকা দরে বিক্রয় করলো। এতে তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো। *[অষ্টম শ্রেণী ২.৩]*

ক. ১২% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: ক

[Hints: ১ ডজন করে ২ ডজনের ক্রয়মূল্য = (১৫+১০) = ২৫ এবং বিক্রয়মূল্য = (১৪+১৪) = ২৮।
২৫টাকায় ৩ টাকা লাভ হলে ১২% লাভ হবে।]

(১০.ঞ) সংখ্যার বিবিধ প্রশ্ন :

২২৫. রবি ৯০ টাকায় ৩০টি কমলা কেনার পর বাড়ি এসে দেখল ২০% কমলা পঁচা। এরপর সেই ব্যক্তি কমলাগুলো ৬০ টাকা ডজন দরে বিক্রি করলো। এতে তার কত টাকা লাভ হলো? *[(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

সমাধান: পঁচে গেছে = ৩০ এর ২০% = ৬টি ∴ অবশিষ্ট কমলা = (৩০-৬) = ২৪ টি
১ ডজন ৬০ টাকা বিক্রয় করলে ২ ডজন বিক্রয় করবে = ৬০×২ = ১২০ টাকা ∴ লাভ = (১২০-৯০) = ৩০ টাকা

২২৬. একজন লোক প্রতি ১০০ টি রসগোল্লা ৩৫ টাকা দরে কিনলেন এবং প্রতিডজন ৭.২০ টাকা দরে বিক্রয় করায় তার ৩০ টাকা লাভ হলো। তিনি কত সংখ্যাক রসগোল্লা ক্রয় করেছিলেন। *[বাংলাদেশ কৃষি ব্যাংক অফিসার(ক্যাশ)-২০১৭]*

ক. ৬০ খ. ১২০ গ. ১৮০ ঘ. ২১০ উত্তর: খ

সমাধান: ১২টির বিক্রয়মূল্য = ৭.২ টাকা হলে ১টির = ৭.২÷১২ = ০.৬ এবং ১০০টির বিক্রয়মূল্য = ০.৬×১০০ = ৬০টাকা।
∴ লাভ = (৬০-৩৫) = ২৫টাকা হলে কিনেছিল = ১০০টি (৪গুণ) সুতরাং লাভ ৩০টাকা হলে কিনেছিল = ১২০টি (৪গুণ)

২২৭. একটি পুতুলের খুচরা মূল্য ৪০ টাকা। আমরিন খুচরা মূল্যের উপর ২০% ছাড় পেল ফলে তার ক্রয়ের উপর মোট ২৪০ টাকা বাঁচল। সে কয়টি পুতুল ক্রয় করেছিল *[Exim Bank.Ltd. (Ass.officer)-2010]*

ক. ২৫ খ. ৩২ গ. ৩০ ঘ. ৩৫ উত্তর: গ

সমাধান: ৪০টাকার পুতুলে ২০% ছাড় পেলে একটি পুতুলে কম লাগবে ৪০এর ২০% = ৮টাকা।
এখন ৮ টাকা কম লাগলে পুতুল কিনেছিল ১টি। ∴ ২৪০ টাকা কম লাগলে পুতুল কিনেছিল = $\frac{২৪০}{৮}$ = ৩০টি

নিজে করুন:

২২৮. প্রতিটি চকলেট ৮ টাকা হিসেবে ক্রয় করে ৮.৫০ টাকা হিসেবে বিক্রয় করে ২৫টাকা লাভ হলো , মোট কয়টি চকলেট ক্রয় করা হয়েছিল? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.২)]*

ক. ২০ টি খ. ৩০ টি গ. ৪০ টি ঘ. ৫০ টি উত্তর: ঘ

সমাধান: ১টিতে লাভ (৮.৫- ৮) = ০.৫ টাকা সুতরাং চকলেটের সংখ্যা = $\frac{\text{মোট লাভ}}{\text{১টিতে লাভ}} = \frac{২৫}{.৫০}$ = ৫০টি।

২২৯. দর্জির প্রতি ডজন ৩০ টাকা দরে ৮ ডজন এবং ২৫ টাকা দরে ১২ ডজন ডিম ক্রয় করে প্রতি ডজন ডিম কি দরে বিক্রয় করলে গড়ে তার ডজন প্রতি ৩ টাকা লাভ হবে? *[শ্রম অধিদপ্তর (রেজিস্ট্রার)-২০০০]*

ক. ৩০ টাকায় খ. ১৫ টাকায় গ. ৪০ টাকায় ঘ. ২০ টাকায় উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, (৮+১২) = ২০ ডজন ডিম কিনতে মোট খরচ = (৩০×৮) + (২৫×১২) = ২৪০+৩০০ = ৫৪০ টাকা।
১ ডজনের গড়ে ক্রয়মূল্য = ৫৪০÷ ২০ = ২৭ টাকা। তাহলে প্রতি ডজনে ৩টাকা লাভে বিক্রয়মূল্য = ২৭+৩ = ৩০ টাকা।

২৩০. একজন খুচরা বিক্রেতা ১০০০টাকায় ১৫টি সাদা শার্ট এবং ৪০০ টাকায় ৫টি স্ট্রিপ শার্ট ক্রয় করলেন। প্রতিটি শার্ট গড়ে কত টাকা করে বিক্রি করলে প্রতি শার্টে তার ৫০টাকা করে লাভ হবে? *[Agrani Bank (Off)-2010]*

ক. ৮০ খ. ৯০ গ. ১০০ ঘ. ১২০ উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট খরচ = (১০০০+৪০০) = ১৪০০ টাকা; মোট শার্ট = (১৫+৫) = ২০
একটি শার্টের খরচ = (১৪০০÷২০) = ৭০ । সুতরাং একটি শার্টের বিক্রয়মূল্য = (৭০+৫০) = ১২০ টাকা।

নিজে করুন:

২৩১. রহিম প্রতি ডজন কলা ২১ টাকা দরে ১৫ ডজন এবং ১৪ টাকা দরে ২০ ডজন খরিদ করে । প্রতি ডজন কলা কী দামে বিক্রয় করলে গড়ে তার ডজন প্রতি ৫ টাকা লাভ হবে? *(অষ্টম শ্রেণী ২.৩)*

ক. ২০ টাকা খ. ১৫ টাকা গ. ২৫ টাকা ঘ. ২২ টাকা উত্তর: ঘ

[Hints: ৫ টাকা লাভে প্রতি ডজনের বিক্রয়মূল্য = (২১×১৫)+(১৪×২০) = ৫৯৫ ÷৩৫ = ১৭+৫ = ২২ টাকা]

২৩২. একজন ডিম বিক্রেতা প্রতি ডজন ডিম ১০১ টাকা দরে ৫ ডজন এবং ৯০ টাকা দরে ৬ ডজন ডিম কিনে কত দরে বিক্রয় করলে তার ডজন প্রতি ৩ টাকা লাভ হবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০১৫]*

ক. ৮৮ খ. ৪৮ গ. ৬০ ঘ. ৯৮ উত্তর: ঘ

পদ্ধতি ১১: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

২৩৩. একটি জিনিস ৫৬ টাকায় বিক্রি করলে, জিনিসটির ক্রয়মূল্য যত টাকা, শতকরা তত টাকা লাভ হয়। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৭]*

ক. ৪০ টাকা খ. ৩৬ টাকা গ. ৫০ টাকা ঘ. ৩২ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য x টাকা সুতরাং লাভের হার x%
প্রশ্নমতে, x + x এর x% = ৫৬ [ক্রয়মূল্য + লাভ = বিক্রয়মূল্য ৫৬ টাকা]

$\Rightarrow x + x \times \frac{x}{১০০} = ৫৬ \quad \Rightarrow x + \frac{x^২}{১০০} = ৫৬ \quad \Rightarrow ১০০x + x^২ = ৫৬০০ \quad \Rightarrow x^২ + ১০০x - ৫৬০০ = ০$

$\Rightarrow x^২ + ১৪০x - ৪০x - ৫৬০০ = ০ \quad \Rightarrow x(x+১৪০) - ৪০(x+১৪০) = ০ \quad \Rightarrow (x+১৪০)(x-৪০) = ০$

হয়, x+১৪০ = ০ বা, x = -১৪০ [কিন্তু ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]
অথবা, x-৪০ = ∴ x = ৪০ সুতরাং জিনিসটির ক্রয়মূল্য x = ৪০ টাকা। উত্তর: ৪০ টাকা।

নিজে করুন:

২৩৪. একজন ব্যবসায়ী ৭৫ টাকায় তার দ্রব্যসমূহ বিক্রয় করলে শতকরা যে লাভ হয় তা দ্রব্যসমূহের ক্রয়মূল্যের সমান। ক্রয়মূল্য কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪০ খ. ৬০ গ. ৫০ ঘ. ৭০ উত্তর: গ

[Hints: ক্রয়মূল্য x হলে লাভের হার x% ধরে প্রশ্নমতে, x + x এর x% = ৭৫ (বাকীটা সমাধান করে নিজে করুন)]

২৩৫. ১০০০ কেজি চালের কিছু অংশের উপর ৮% এবং অবশিষ্ট চালের উপর ১৮% লাভ করে। মোটের উপর ১৪% লাভ করে। ১৮% লাভে চালের পরিমাণ কত? *[কৃষি মন্ত্রণালয় (উপসহকারী কৃষি কর্মকর্তা) - ২০১৯]*

ক. ৫০০ কেজি খ. ৪০০ কেজি গ. ৫৮০ কেজি ঘ. ৬০০ কেজি উত্তর : ঘ

লিখিত সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)

ধরি, ১৮% লাভে বিক্রি করা চালের পরিমাণ = x কেজি

সুতরাং ৮% লাভে বিক্রি করা চালের পরিমাণ = ১০০০-x

প্রশ্নমতে, $x \times ১৮\% + (১০০০-x) \times ৮\% = ১০০০$ এর ১৪%

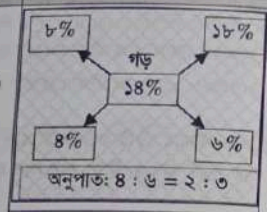
(দু ধরণের চাল থেকে প্রাপ্ত লাভ = মোট লাভ)

$\Rightarrow \frac{১৮x}{১০০} + \frac{৮ \times (১০০০ - x)}{১০০} = ১০০০ \times \frac{১৪}{১০০}$

$\Rightarrow ১৮x + ৮০০০ - ৮x = ১৪০০০$

$\Rightarrow ১০x = ৬০০০ \therefore x = ৬০০$

রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর



অনুপাত: ৪ : ৬ = ২ : ৩

ব্যাখ্যা: উপরের দুটি হলো একক বিক্রির লাভের পরিমাণ। এবং মাঝের % টি হলো, মোটের উপর লাভের % এখানে ২+৩ = ৫ অংশ = ১০০০ কেজি ∴ ৩ অংশ = ৬০০

বিস্তারিত আলোচনা মিশ্রণ এবং এলিগেশন অধ্যায়ে পাবেন

নিজে করুন:

২৩৬. কোনো ব্যবসায়ী ১২০ কেজি চাল কিনে তার মধ্যে কিছু অংশ ১০% লাভে ও অপর অংশ ২৫% লাভে বিক্রয় করেন। মোটের উপর ১৫% লাভ হয়। তিনি ২৫% লাভে কত চাল বিক্রি করেন?

ক. ৪০ খ. ৪৫ গ. ৪২ ঘ. ৪৪ উত্তর: ক

[Hints: প্রশ্নমতে, $x \times ২৫\% + (১২০-x) \times ১০\% = ১২০$ এর ১৫% থেকে $x = ৪০$ **কেজি।** (এলিগেশন দিয়েও করতে পারেন)**]**

২৩৭. ঘোড়া সমেত একখানা গাড়ীর মূল্য ১৩০০ টাকা। যদি ঘোড়ার মূল্য ২৫% এবং গাড়ীর মূল্য ১৫% বৃদ্ধি পেত, তাহলে ১৫৬৫ টাকার প্রয়োজন হত। ঘোড়া ও গাড়ীর মূল্য কত? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই (১৯৮৩ সংস্করণ)]*

[Hints: ঘোড়া = ক ধরে, প্রশ্নমতে, ক এর ১২৫% + (১৩০০ - ক) এর ১১৫% = ১৫৬৫]

উত্তর : ঘোড়া = ৭০০ টাকা এবং গাড়ী = ৬০০ টাকা

২৩৮. একজন ব্যবসায়ীর কাছে ২২টি বলপেন আছে। তিনি কয়েকটি বলপেন প্রতিটি ৩৫ টাকা লাভে এবং অবশিষ্ট বলপেন প্রতিটি ১০ টাকা ক্ষতিতে বিক্রি করেন। তাঁর মোট ৬৩৫ টাকা লাভ হলে তিনি কয়টি বলপেন ক্ষতিতে বিক্রি করেন? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (সুরমা) : ২০১০]*

ক. ৩টি খ. ৪টি গ. ৫টি ঘ. ৬টি উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, প্রতিটিতে ৩৫টাকা লাভে বিক্রি করা বলপেনের সংখ্যা = x টি।

সুতরাং প্রতিটিতে ১০ টাকা ক্ষতিতে বিক্রি করা বলপেনের সংখ্যা = ২২-x টি।

সুতরাং মোট লাভ = ৩৫x টাকা এবং মোট ক্ষতি = ১০ (২২-x)টাকা

প্রশ্নমতে, $৩৫x - ১০(২২-x) = ৬৩৫$ (কারণ অনেক বেশি লাভ থেকে কিছু ক্ষতি বাদ দেয়ার পরও ৬৩৫ টাকা লাভ থাকে)

বা, $৩৫x - ২২০ + ১০x = ৬৩৫$ বা, $৪৫x = ৬৩৫ + ২২০$ বা, $৪৫x = ৮৫৫ \therefore x = ১৯$ টি।

সুতরাং ৩৫ টাকা লাভে বিক্রি = ১৯টি ∴ ১০ টাকা ক্ষতিতে বিক্রি করা বলপেনের সংখ্যা = (২২-১৯) = **৩টি** **উত্তর: ৩টি**

২৩৯. এক ব্যক্তি ৭৬ মিটার কাপড় কিনে ২০ মিটার ১৫% লাভে, ৪০ মিটার ১৯% লাভে, অবশিষ্ট ২৫% লাভে বিক্রয় করে, এতে তার মোট ৬৫৭ টাকায় লাভ হয়। এক মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য কত? *[৯ম -১০ম বোর্ড বই (১৯৮৩ সংস্করণ)]*

ক. ৩০ টাকা খ. ৩৬ টাকা গ. ৪০ টাকা ঘ. ৪৫ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ১ মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য = x টাকা।

সুতরাং ৭৬ মিটারের ক্রয়মূল্য = ৭৬x টাকা ২০মিটারের ২০x এবং ৪০ মিটারের ৪০x

প্রথম ২০ মিটার কাপড়ে লাভ = ২০x এর ১৫% = $২০x \times \frac{১৫}{১০০} = ৩x$ টাকা।

পরের ৪০ মিটারে লাভ = ৪০x এর ১৯% = $৪০x \times \frac{১৯}{১০০} = ৭.৬x$ টাকা।

অবশিষ্ট = (৭৬-২০-৪০) = ১৬ মিটার কাপরে লাভ = $১৬x \times \frac{২৫}{১০০} = ৪x$

সুতরাং মোট লাভ = $(৩x+৭.৬x+৪x) = ১৪.৬x$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $১৪.৬x = ৬৫৭$ টাকা (মোট লাভ) $\therefore x = \frac{৬৫৭}{১৪.৬} = ৪৫$টাকা। সুতরাং ১ মিটার কাপড়ে ক্রয়মূল্য = ৪৫ টাকা।

পদ্ধতি-১২: লাভ ক্ষতির বিবিধ

(১২.ক) মোটের উপর লাভ :

মোটের উপর লাভ বা সর্বসাকুল্যে লাভ বলতে বোঝায়, কিছু লাভে এবং কিছু ক্ষতিতে বিক্রি করার পর সবার শেষে যা হয় সেটাকেই সর্বসাকুল্যে লাভ বা ক্ষতি বোঝায়। এক্ষেত্রে মোট ক্রয়মূল্যের উপর সর্বসাকুল্যে লাভ বা ক্ষতির হারটি হিসেব করার আগে অন্য লাভ-বা ক্ষতির হিসেব আগে করতে হয়।

২৪০. কোন এক ফল ব্যবসায়ীর ৬% ফল পঁচে যায় এবং আরও ৪% ফল পরিবহনের সময় নষ্ট হয়। বাকি ফল শতকরা কত লাভে বিক্রয় করলে মোটের উপর তার ২০% লাভ হবে? *+ [১৭তম বিসিএস লিখিত]*

ক. ২০% খ. ৩০% গ. $৩৩\frac{১}{৩}\%$ ঘ. ৪০% উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, মোট ক্রয়মূল্য = ১০০% টাকার ফল

মোট নষ্ট ফল = (৬ + ৪) % = ১০% সুতরাং অবশিষ্ট থাকে = (১০০-১০) = ৯০ টাকার পণ্য

মোটের উপর ২০% লাভ অর্থ ক্রয়মূল্য ১০০ তে ২০ টাকা লাভ করে বিক্রয়মূল্য = ১০০+২০ = ১২০ টাকা।

তাহলে ৯০ টাকার ফলে লাভ করতে হবে = (১২০- ৯০) = ৩০ টাকা।

এখন ৯০ টাকায় লাভ করতে হবে = ৩০ টাকা

∴ ১ " " " " $= \frac{৩০}{৯০}$ "

∴ ১০০ " " " " $= \frac{৩০ \times ১০০}{৯০}$ " $= ৩৩\frac{১}{৩}\%$ **উত্তর: $৩৩\frac{১}{৩}\%$**

মুখে মুখে : (১০০-৬-৪) = ৯০ আবার ২০% লাভে বিক্রয়মূল্য ১২০ টাক। সুতরাং ৯০ এ লাভ (১২০-৯০) = ৩০ বা ৩ ভাগের ১ ভাগ লাভ হলে শতকরায় ৩৩.৩৩ %

২৪১. একজন দোকানদার কিছু পণ্য ক্রয় করলেন। পরিবহনের সময় ১৩% পণ্য নষ্ট হয়ে গেল এবং ৭% পণ্য চুরি হয়ে গেল। মোটের উপর ২০% লাভ করতে হলে তাকে অবশিষ্ট পণ্য শতকরা কত লাভে বিক্রয় করতে হবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ২০% খ. ৩০% গ. ৫০% ঘ. ৪০% উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, মোট পণ্যের পরিমাণ = ১০০টাকার।

১৩% পণ্য নষ্ট ও ৭% পণ্য চুরি হওয়ার পর অবশিষ্ট থাকে = ১০০ - (১৩ + ৭) = ১০০ -২০ = ৮০ টাকার।

মোটের উপর ২০% লাভ করতে হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০+২০) = ১২০ টাকা

৮০ টাকার পণ্যে লাভ করতে হবে = (১২০-৮০) = ৪০টাকা। সুতরাং লাভের হার = $\frac{৪০ \times ১০০}{৮০} = ৫০\%$

নিজে করুন:

২৪২. একজন ফল বিক্রেতার ৫% ফল পঁচে গেল এবং আরো ৫% ফল পরিবহনের সময় নষ্ট হলো। বাকি ফল শতকরা কত লাভে বিক্রি করলে মোটের উপর তার ২০% লাভ হবে? *[অষ্টম শ্রেণী ২.৩]*

ক. ২৫% খ. ৩০% গ. $৩৩\frac{১}{৩}\%$ ঘ. ৩৫% উত্তর: গ

২৪৩. আজিজ প্রতি কেজি ৭.৫০ টাকা দরে ১২০ কেজি আলু কিনল। আলুর এক-তৃতীয়াংশ ৭.২০ টাকা দরে বিক্রয় করল। বাকি আলু কি দরে বিক্রয় করলে তার মোটের উপর ৪% লাভ হবে?

ক. ৮.২০ খ. ৭.১০ গ. ৮.১০ ঘ. ৮.৪৫ উত্তর: গ

[**Hints**: মোট ক্রয়মূল্য ৯০০ টাকা, ৪% লাভে বিক্রি করতে হবে ৯৩৬টাকায়, এক তৃতীয়াংশের বিক্রয়মূল্য ২৮৮ টাকা, বাকী ৮০ কেজির বিক্রয়মূল্য হতে হবে = ৯৩৬-২৮৮= ৬৪৮টাকা। তাহলে ১কেজির বিক্রয়মূল্য হবে ৬৪৮÷৮০= ৮.১ টাকা]

২৪৪. এক ব্যক্তি ৩৬০০০ টাকায় একখন্ড জমি ক্রয় করিল । সে ঐ জমির এক তৃতীয়াংশ ২০% লোকসানে, দুই পঞ্চমাংশ ২৫% লাভে বিক্রয় করল । বাকি জমি সে কত মূল্যে বিক্রয় করলে তার সর্বসাকুল্যে ১০% লাভ হবে?

ক. ৫০০০ টাকা খ. ৭০০০ টাকা গ. ১০০০০ টাকা ঘ. ১২০০০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: জমিটির $\frac{১}{৩}$ অংশের ক্রয়মূল্য = ৩৬০০০ × $\frac{১}{৩}$ = ১২০০০ টাকা

এবং জমিটির $\frac{২}{৫}$ অংশের ক্রয়মূল্য = ৩৬০০০ × $\frac{২}{৫}$ = ১৪৪০০ টাকা

এখন, ২০% ক্ষতিতে $\frac{১}{৩}$ অংশ বিক্রয় করলে মোট ক্ষতি = ১২০০০× $\frac{২০}{১০০}$ = ২৪০০টাকা

২৫% লাভে $\frac{২}{৫}$ অংশ বিক্রয় করলে মোট লাভ = ১৪৪০০× $\frac{২৫}{১০০}$ = ৩৬০০টাকা

∴ $\frac{১}{৩}$ অংশ ও $\frac{২}{৫}$ অংশ বিক্রয় করে মোটের উপর লাভ হয় = (৩৬০০-২৪০০) = ১২০০ টাকা

সর্বসাকুল্যে ১০% লাভ করার জন্য মোট লাভ করতে হবে = ৩৬০০০× $\frac{১০}{১০০}$ = ৩৬০০টাকা

∴ অবশিষ্ট জমি বিক্রি করে আরো লাভ করতে হবে = (মোট লাভ - যে লাভ হয়ে গেছে)= (৩৬০০-১২০০) = ২৪০০টাকা।

এখন $\frac{১}{৩}$ অংশ ও $\frac{২}{৫}$ অংশ বাদে অবশিষ্ট জমির ক্রয়মূল্য = ৩৬০০০ - (১২০০০+১৪৪০০) = (৩৬০০০-২৬৪০০) = ৯৬০০ টাকা

∴ তাহলে অবশিষ্ট জমির বিক্রয়মূল্য = (ক্রয়মূল্য + লাভ) = ৯৬০০+২৪০০= ১২০০০ টাকা। উত্তর: ১২০০০ টাকা।

(১২.খ) মিশ্রণ করে বিক্রি :

২৪৫. রাকিব প্রতিকেজি ৩২ টাকা দরে ২৫ কেজি এবং প্রতি কেজি ৩৬ টাকা দরে ১৫ কেজি চাল ক্রয় করে। দুই ধরনের চাল একত্রে মিশ্রিত করে প্রতি কেজি ৪০.২০ টাকা দরে বিক্রি করলে শতকরা মুনাফার হার কত?

ক. ২০% খ. ২৫% গ. ৩০% ঘ. ৩৫% উত্তর: ক

সমাধান:

(২৫+১৫) = ৪০ কেজির সর্বমোট ক্রয়মূল্য = (২৫×৩২) + (১৫ × ৩৬) = (৮০০ + ৫৪০) = ১৩৪০ টাকা।

৪০ কেজির সর্বমোট বিক্রয়মূল্য = (৪০ × ৪০.২০) = ১৬০৮ টাকা।

সুতরাং লাভের পরিমাণ = (১৬০৮-১৩৪০) = ২৬৮ টাকা। লাভের হার = $\frac{২৬৮}{১৩৪০}$ × ১০০ = ২০% উত্তর: ২০%

২৪৬. এক দোকানদার ১১০ টাকা কেজি দামে কিছু চায়ের সঙ্গে ১০০ টাকা কেজি দামের দ্বিগুণ পরিমাণ চা মিশ্রিত করে তা ১২০ টাকা কেজি দামে বিক্রি করে মোট ২০০০ টাকা লাভ করল। দোকানদার ২য় প্রকারে কত কেজি চাকা ক্রয় করেছিল? [২১তম বিসিএস প্রিলি:]

ক) ১০০ কেজি খ) ৮০ কেজি গ) ৫০ কেজি ঘ) ৬০ কেজি উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, দোকানদার প্রথম প্রকারের চা ক্রয় করে = x কেজি এবং ২য় প্রকারের চা ক্রয় করে = 2x কেজি

প্রশ্নমতে, ১২০×(x+2x) - {(১১০ × x) + (১০০×2x)} = ২০০০ [(x+2x) কেজির বিক্রয়মূল্য - মোট ক্রয়মূল্য = লাভ]

⇒ ১২০ × 3x − (১১০x + 200x) = ২০০০ ⇒ ৩৬০x − ৩১০x = ২০০০ ⇒ ৫০x = ২০০০ ∴ x = ৪০

সুতরাং ২য় প্রকার চা ক্রয় করেছিল = 2x = (২×৪০) কেজি = ৮০ কেজি।

(১২.গ) বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ বা ক্ষতির হিসেব :

সাধারণত লাভ-ক্ষতি সবসময় ক্রয়মূল্যের উপর হয়। তবে অনেক সময় প্রশ্নে বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ-ক্ষতির হিসেব করার কথা বলা থাকলে বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ ক্ষতি হিসেব করতে হয়। এক্ষেত্রে বিক্রয়মূল্যটাকে ১০০% ধরে হিসেব করতে হবে।

২৪৭. একটি পেন ড্রাইভ ৪০০ টাকায় কিনে কত টাকায় বিক্রি করলে বিক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ হবে?

ক. ৪৮০ টাকা খ. ৫০০ টাকা গ. ৩২০ টাকা ঘ. ৩০০% উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, বিক্রয়মূল্য = x

প্রশ্নমতে, x − (x এর ২০%) = ৪০০ [বিক্রয়মূল্য থেকে লাভ বাদ দিয়ে দিলে ক্রয়মূল্য বের হবে]

⇒x এর ৮০% = ৪০০ ∴ x = ৪০০× $\frac{১০০}{৮০}$ = ৫০০ টাকা।

মুখে মুখে: বিক্রয়মূল্য যেহেতু ১০০% তাই এই ১০০% এর মধ্যেই লাভের ২০% ও আছে।
তাহলে ক্রয়মূল্য = ১০০-২০ = ৮০% যার মান দেয়া আছে = ৪০০ টাকা। সুতরাং বিক্রয়মূল্য ১০০% = ৫০০ টাকা হবে।
প্রমাণ: ৪০০ টাকায় কিনে ৫০০ টাকায় বিক্রি করলে লাভ = ১০০ টাকা। যা ক্রয়মূল্য ৪০০ এর উপর হিসেব করলে ২৫% কিন্তু বিক্রয়মূল্য ৫০০টাকার উপর হিসেব করলে ২০% হবে। (উল্টাপাল্টা করা যাবে না।)

নিজে করুন :

২৪৮. একজন ব্যবসায়ী ২৭ টাকায় একটি পণ্য ক্রয় করে বিক্রয়মূল্যের উপর ১০% লাভে বিক্রয় করলেন। ঐ পণ্যটির বিক্রয়মূল্য কত?

ক. ২০টাকা খ. ২৫ টাকা গ. ৩০ টাকা ঘ. ৩৫ টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** বিক্রয়মূল্য ১০০% এর মধ্যে লাভের ১০% ও আছে। ১০% বাদে ৯০% = ২৭ হলে ১০০% = ৩০ টাকা।]

২৪৯. ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ, বিক্রয়মূল্যের উপর কত % লাভের সমান?

ক. ৮$\frac{১}{৩}$% খ. ১৬$\frac{২}{৩}$% গ. ২০% ঘ. ২৪% উত্তর: খ

সমাধান: ক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ অর্থ ১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা।

এখন বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকার উপর ২০ টাকা লাভ হিসেব করলে লাভের হার হবে = $\frac{২০}{১২০}$ × ১০০% = ১৬$\frac{২}{৩}$%

নিজে করুন:

২৫০. বিক্রয়মূল্যের ওপর ১০% লাভ হলে, ক্রয়মূল্যের ওপর শতকরা লাভ কত? [**Hints:** বিক্রয়মূল্য ১০০ তে ১০ হলে ক্রয়মূল্য ৯০ এ?]

ক. ৯$\frac{১}{১১}$% খ. ১১$\frac{১}{৩}$% গ. ১১$\frac{১}{৯}$% ঘ. ৯$\frac{১}{২}$% উত্তর: গ

পদ্ধতি ১৩: এই অধ্যায়ের উপর গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

২৫১. একটি পণ্যের বিক্রয়মূল্য দ্বিগুণ হলে বিক্রেতার মুনাফা বেড়ে ৩ গুণ হবে । মূল্যবৃদ্ধি না করে পণ্যটি বিক্রয় করলে বিক্রেতা শতকরা কত মুনাফা করবে ? *[CGDF Auditor Exam-2017] + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮] +[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*

ক. ৫০ খ. ১০০ গ. ১৫০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (বিক্রয়মূল্য এবং লাভ ২টা টা ই ধরতে হবে)	সমীকরণ ছাড়া মুখে মুখে করার জন্য যৌক্তিক সমাধান।
মনে করি, পণ্যটির বিক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা। এবং লাভ = x	ধরি, প্রথম বিক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা ।
বিক্রয়মূল্য দ্বিগুণ হলে নতুন বিক্রয়মূল্য = ২×১০০ = ২০০টাকা	তাহলে ২য় বিক্রয়মূল্য = ১০০×২ = ২০০টাকা।
যেখানে লাভের পরিমাণ = ৩×x = ৩x টাকা।	যেখানে লাভ বাড়লো = (২০০-১০০) = ১০০টাকা।
প্রশ্নমতে, ৩x-x = ২০০-১০০	এই ১০০ টাকা অতিরিক্ত লাভের কারণে
(২ লাভের পার্থক্য = ২ বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য সমান হবে)	লাভ হলো (আগের ১গুণ + নতুন ২গুণ) এখানে বর্ধিত নতুন
বা, ২x = ১০০ ∴ x = ৫০ টাকা।	২গুণ লাভ = ১০০হলে ১ গুণ লাভ ছিল = ১০০÷২ = ৫০ টাকা
তাহলে প্রথমবার ১০০ টাকায় লাভ হয়েছিল ৫০টাকা	১০০টাকায় বিক্রি করায় সময় লাভ হয়েছিল ১গুণ বা ৫০ টাকা।
এবং ক্রয়মূল্য = ১০০-৫০ = ৫০ টাকা।	সুতরাং তখন ক্রয়মূল্য ছিল = (১০০-৫০) = ৫০ টাকা।
৫০টাকায় লাভ = ৫০ টাকা হলে লাভের হার = ১০০%	এখন ৫০টাকায় লাভ ৫০টাকা হলে লাভের হার ১০০%।

২৫২. একজন টিভি বিক্রেতা ৪৫% লাভে টিভি বিক্রি করত। মন্দার কারণে সে তার লাভের হার ৪০% করে এবং এতে তার বিক্রয় ১০% বেড়ে যায়। তার নতুন লাভ ও আগের লাভের অনুপাত কত? *[BADC (AO)-2017]*

ক. ৯ : ৮ খ. ১১ : ১০ গ. ৪৫ : ৪৪ গ. ৪৪ : ৪৫ উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি, আগের বিক্রি ১০০টি টিভি এবং প্রতিটিতে লাভ = ৪৫টাকা। তাহলে মোট লাভ = ১০০×৪৫ = ৪৫০০টাকা।

আবার, ১০% বাড়লে নতুন বিক্রি ১১০টি এবং প্রতিটিতে ৪০টাকা করে নতুন মোট লাভ = ১১০×৪০ = ৪৪০০টাকা।

নতুন লাভ ও আগের লাভের অনুপাত = ৪৪০০ : ৪৫০০ = ৪৪ : ৪৫

নিজে করুন: (অনুপাতের ভাষাটি কিন্তু ঘুরিয়ে বলা হয়েছে। সুতরাং দ্রুত করতে গিয়ে ভুল যেনো না হয় ।)

২৫৩. একজন বিক্রেতা সাধারণত রেডিও বিক্রয়ে ২৫% লাভ করে। একবার সে লাভের পরিমাণ ২০% এ কমিয়ে আনলে ১০% বিক্রি বেড়ে যায়। তার নতুন লাভ ও আগের লাভের অনুপাত কত? *[এক্সিম ব্যাংক(ক্যাশিয়ার)-২০১১]*

ক. ১০ : ২৫ খ. ১১ : ১৫ গ. ২২ : ২৫ ঘ. ২০ : ২৫ উত্তর: গ

[হুবহু আগের অংকটির মত করে করুন: নতুন লাভ : আগের লাভ = (১১০টি ×২০ টাকা) : (১০০টি×২৫টাকা) = ২২ : ২৫]

২৫৪. একজন দোকানদার $৭\frac{১}{২}$% ক্ষতিতে একটি দ্রব্য বিক্রয় করল। যদি দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০% কম হতো এবং বিক্রয়মূল্য ৩১ টাকা বেশি হতো তাহলে তার ২০% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয় মূল্য বের করুন: *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ১০০ টাকা খ. ২০০টাকা গ.৩০০ টাকা ঘ. ৪০০টাকা উত্তর: খ

সমাধান: $৭\frac{১}{২}$% বা ৭.৫% ক্ষতিতে ১০০ টাকার দ্রব্যের বিক্রয় মূল্য = ১০০-৭.৫ = ৯২.৫টাকা।

আবার ১০% কমে ২য় ক্রয়মূল্য = ১০০-১০ = ৯০ টাকা।

২য় বিক্রয় মূল্য = ৯০ এর ১২০% = ১০৮ টাকা (এই লাইনটাই সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ: ২য় বারের ২০% লাভ ২য় ক্রয়মূল্য ৯০এর উপর)

দুই বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১০৮-৯২.৫) = ১৫.৫

এখন, ২ বিক্রয়মূল্যের মধ্যে পার্থক্য = ১৫.৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

সুতরাং ২ বিক্রয়মূল্যের মধ্যে পার্থক্য = ৩১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = $\frac{১০০ \times ৩১}{১৫.৫}$ = ২০০ টাকা উত্তর: ২০০ টাকা।

২৫৫. রাজু একটি বই হাসানের কাছে ১০% ক্ষতিতে বিক্রি করল। রাজু যদি বইটি ২০% কম দামে কিনত এবং ৪৪ টাকা বেশি দামে বিক্রি করত, তাহলে তার ৪০% লাভ হত। রাজু বইটি কত দামে কিনেছিল? *[BADC (AO)-2017]*

ক. ৫০ টাকা খ. ১০০ টাকা গ. ২০০ টাকা ঘ. ৫০০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, প্রথম ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা। তাহলে ১০% ক্ষতিতে প্রথম বিক্রয়মূল্য = ১০০-১০ = ৯০টাকা।

আবার ২য় ক্রয়মূল্য = ১০০-২০ = ৮০টাকা। হলে ৪০% লাভে ২য় বিক্রয়মূল্য = ৮০ এর ১৪০% = (৮×১৪) = ১১২ টাকা।

এখন দুই বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য = (১১২-৯০) = ২২টাকা

এখন, দুই বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য ২২টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০টাকা

∴ দুই বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য ৪৪ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ২০০ টাকা

শেষাংশ মুখে মুখে:
২২% = ৪৪ হলে ১০০% = ২০০ টাকা। (উত্তর:)
(২২ এর দ্বিগুণ = ৪৪ সুতরাং ১০০ এর দ্বিগুণ = ২০০)

নিজে করুন:

২৫৬. এক ব্যক্তি একটি দ্রব্য ক্রয় করে ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করলো। যদি সে দ্রব্যটি ২০% কমে ক্রয় করে ৫৫টাকা বেশীতে বিক্রয় করতো তাহলে ৪০% লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*

ক. ২০০ টাকা খ. ২২০ টাকা গ. ২৫০ টাকা ঘ. ৩০০ টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** প্রথমে, ১০০ ও ৯০ এরপর ৮০ ও ১১২ থেকে, (১১২-৯০) = ২২% = ৫৫ (২.৫গুণ) সুতরাং ১০০% = ২৫০]

২৫৭. এক ব্যক্তি ১৫% লাভে একটি দ্রব্য বিক্রয় করে। যদি সে পণ্যটি ১০% কমে ক্রয় করে ৪ টাকা কমে বিক্রয় করত, তাহলে ২৫% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

ক. ৮০ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ১৬০ টাকা ঘ. ২০০ টাকা উত্তর: গ

[Hints: প্রথমে, ১০০ ও ১১৫ এরপর ৯০ ও ৯০ এর ১২৫%= ১১২.৫ থেকে, (১১৫-১১২.৫) = ২.৫% = ৪ ∴১০০% = ১৬০]

২৫৮. একজন বিক্রেতা ১৭ টি কলম ৭২০ টাকায় বিক্রি করে যে লোকসান করলো তা ৫ টি কলমের ক্রয়মূল্যের সমান ।একটি কলমের ক্রয়মূল্য কত টাকা ? *[CGDF Auditor Exam-2017] + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ৫২ খ. ৫৪ গ.৬০ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: গ

সমাধান: (কিভাবে সমীকরণে ফেলে সহজে উত্তর বের হয় প্রসেসিংটা দেখে নিন)

যেহেতু ক্ষতি হয়েছে তাই

(১৭টির ক্রয়মূল্য - ১৭টির বিক্রয়মূল্য) = ৫টির ক্রয়মূল্য *[ক্রয়মূল্য বড় এবং তা থেকে বিক্রয়মূল্য বিয়োগ করলে ক্ষতি বের হবে]*

বা, ১৭টির ক্রয়মূল্য - ৫টির ক্রয়মূল্য = ১৭টির বিক্রয়মূল্য।

বা, ১২টির ক্রয়মূল্য = ৭২০ টাকা (যেহেতু ১৭টির বিক্রয়মূল্য ৭২০ টাকা প্রশ্নেই দেয়া আছে)

সুতরাং ১টির ক্রয়মূল্য = $\frac{৭২০}{১২}$ = ৬০ টাকা । (বুঝে গেলে শুধু এই লাইনটা মুখে মুখে ভাগ করে দিব্যেন উত্তর বের হবে)

Practice Part

Easy Part :

১. একটি দ্রব্য ক্রয় করে ২৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১)]*
ক. ১৮:২৫ খ. ১৮:২০ গ. ২৫:১৮ ঘ. ২০:১৮

২. একটি ছাগল ৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। ছাগলটি আরও ৮০০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ৮% লাভ হতো। ছাগলটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় কর? *[৮ম শ্রেণী, অনু:২.১ এর উদা:২]*
ক. ৩০০০ টাকা খ. ৪০০০ টাকা গ. ৫০০০ টাকা ঘ. ৬০০০ টাকা

৩. একটি ছাগল ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ৪৫০ টাকা বেশি হলে ৫% লাভ হতো। ছাগলটির ক্রয়মূল্য কত? *(৭ম শ্রেণী, অনু:২.২ এর উদা:১৬)*
ক. ২০০০ টাকা খ. ২৫০০ টাকা গ. ৩০০০ টাকা ঘ. ৩৬০০ টাকা

৪. একজন কলা বিক্রেতা প্রতি হালি কলা ২৫ টাকা দরে ক্রয় করে প্রতি হালি ২৭ টাকা দরে বিক্রয় করলে, তার ৫০ টাকা লাভ হয়। সে কত হালি কলা ক্রয় করেছিল? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.৩)]*
ক. ২৫ হালি খ. ২০ হালি গ. ৫০ হালি ঘ. ২৭ হালি

৫. যদি একজন লোক ৭২০ টাকায় একটি চেয়ার বিক্রি করে তাতে ২৫% ক্ষতি হয়। ২৫% লাভ করতে হলে তাকে কত দামে বিক্রি করতে হবে?
ক. ১২০০ টাকা খ. ১০০০ টাকা গ. ৯৬০ টাকা ঘ. ৯০০ টাকা

৬. একব্যক্তি ২০,০০০ টাকায় দুটি ঘোড়া বিক্রি করে। একটিতে ৫% লাভ এবং অপরটিতে ৫% ক্ষতি হল, তবে তার কত ক্ষতি হবে?
ক. ৫% খ. ৫০% গ. ০.২৫% ঘ. ০.২০%

৭. যদি একজন বিক্রেতা একটি দ্রব্য বিক্রি করেন ৩০৬০ টাকায় ১৫% ও ১০% দ্রব্যটির নির্দিষ্ট মূল্যের উপর উপর্যুপরি ছাড় দেওয়ার পর, তাহলে দ্রব্যটির নির্দিষ্ট মূল্য হলো–
ক. ৫০০০ টাকা খ. ৬০০০ টাকা গ. ৩০০০ টাকা ঘ. ৪০০০ টাকা

৮. ২৫ মিটার কাপড় যে মূল্যে ক্রয় করে, সেই মূল্যে ২০ মিটার কাপড় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.২)]*
ক. ১৫% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ৩০%

৯. টাকায় ১৫ টা দরে আমলকি ক্রয় করে ২৫% লাভে বিক্রয় করলে টাকায় কয়টি আমলকি বিক্রয় করতে হবে? *(অষ্টম শ্রেণী ২.৩)*
ক. ৮টি খ. ১০টি গ. ১২টি ঘ. ১৪টি

১০. ২০ টাকায় ১২টি আমড়া কিনে প্রতিটি ২ টাকা করে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রঃ - ২০০৫]*
ক. ১২.৫% খ. ১৫% গ. ২০% ঘ. ১০%

Medium Part :

১১. একটি শার্ট ও ট্রাউজারের লিখিত মূল্যের অনুপাত ১ : ২। দোকানদার শার্টের উপর শতকরা ৪০% ছাড় দেয় এবং মোটের উপর ৩০% ছাড় দেয়। তাহলে ট্রাউজারের উপর শতকরা কত ছাড় দিয়েছে? [১০০টাকা: ২০০টাকা ধরে করুন]
ক. ১৫% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ৩০%

১২. কোনো জিনিস বাজার মূল্যের $\frac{২}{৩}$ অংশে বিক্রি করলে ১০% ক্ষতি হয়। তা বাজার মূল্যে বিক্রি করলে কত শতাংশ লাভ হবে?
ক. ২০% খ. ৩০% গ. ৩৫% ঘ. ৪০%

১৩. একজন দোকানদার ৭৫০ টাকা মূল্যে কোনো জিনিস কিনে তার $\frac{১}{৩}$ অংশ ৪% ক্ষতিতে বিক্রি করলেন। এই বিক্রয়মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি করলে অবশিষ্ট জিনিষ বর্ধিত দরে বিক্রি করে মোটের ওপর তিনি ৪% লাভ করতে পারবেন?
ক. ৭% বৃদ্ধি করলে খ. ৯% বৃদ্ধি করলে গ. ৮% বৃদ্ধি করলে ঘ. ১০% বৃদ্ধি করলে

১৪. এক ব্যক্তি প্রতিটি দ্রব্য ৫ টাকা দরে বিক্রয় করে মোটের উপর ২০ টাকা ক্ষতি হল। সে যদি প্রতিটি দ্রব্য ৭ টাকা দরে বিক্রয় করত, তবে মোটের উপর ১০ টাকা লাভ হত। সে মোট কতগুলি দ্রব্য বিক্রয় করেছিল?
ক. ১২ খ. ১৫ গ. ১৮ ঘ. ২৩

১৫. এক বিক্রেতা ধার্যমূল্যের উপর ৫% করে ছাড় দিয়ে প্রতিটি কাপড় ২৬৬ টাকায় বিক্রি করে। সে যদি ছাড় না দিত তবে সে প্রতি কাপড়ে ১২% করে লাভ করতে পারত। প্রতিটি কাপড়ের ক্রয়মূল্য কত?
ক. ২১০ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ২২৪ টাকা ঘ. কোনোটিই নয়

১৬. টাকায় ৩২টি কমলা বিক্রি করায় একজনের ৪০% ক্ষতি হলো। ২০% লাভ করতে হলে টাকায় কতটি বিক্রয় করতে হবে?
ক. ১৮টি খ. ১০টি গ. ১২টি ঘ. ১৬টি

১৭. এক ডজন আম ৩৬ টাকায় ক্রয় করে হালি কত টাকায় বিক্রয় করলে ২৫% ক্ষতি হবে?
ক. ৮ টাকা খ. ৯ টাকা গ. ১০ টাকা ঘ. ১২ টাকা

১৮. ৪০ মিটার কাপড় বিক্রয় করে ৬ মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য ক্ষতি হল। শতকরা কত ক্ষতি হল?
ক. ১২% খ. ১৩% গ. ১৪.৫% ঘ. ১৫%

১৯. ৬০ টি আপেল বিক্রি করে এক দোকানদার ১৫ টি আপেলের বিক্রয়মূল্য লাভ করেন। তাঁর শতকরা কত লাভ হয়?
ক. ২৫% খ. ৩৩ $\frac{১}{৩}$ % গ. ২০% ঘ. ২৮ $\frac{৪}{৭}$ %

২০. এক ব্যক্তি ১৫ টাকা ডজন কলা কিনে, প্রতিটি কলা ৯০ পয়সা দরে বিক্রয় করলেন। তাঁর শতকরা লাভ বা ক্ষতি নির্ণয় করুন।
ক. ২২% ক্ষতি খ. ২৮% ক্ষতি গ. ২০% ক্ষতি ঘ. ২১% ক্ষতি

Hard Part

২১. A, B-কে একটি ঘড়ি ২০% লাভে বিক্রি করল এবং B, C-কে ১০% ক্ষতিতে বিক্রি করল। C ঘড়িটি ২১৬ টাকায় ক্রয় করলে A ঘড়িটি কত দামে কিনেছিল?
ক. ২০০ টাকা খ. ২১৬ টাকা গ. ২৫০ টাকা ঘ. ১৭৬ টাকা

২২. একটি লোক একটি দ্রব্য ৪০% লাভে বিক্রি করে। যদি সে ৪০% কমে কিনত এবং ৫ টাকা কমে বিক্রয় করত তাহলে ৫০% লাভ হত। তাহলে ওই দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ৩০

২৩. এক ব্যক্তি একটি টেবিল ১০% লাভে বিক্রি করেন। তিনি টেবিলটি ৫% ছাড়ে কিনতেন ও ৮০ টাকা বেশিতে বিক্রি করলে তার ২০% লাভ হত। টেবিলটির ক্রয়মূল্য কত টাকা?
ক. ৩২০০ টাকা খ. ২৫০০ টাকা গ. ২০০০ টাকা ঘ. ২০০ টাকা

২৪. লিখিত মূল্যের ওপর ২৫% কমিশন দিয়ে এক পুস্তক বিক্রেতা ২০% লাভ করেন। একটি পুস্তক বিক্রি করে যদি তিনি ৯০ টাকা লাভ করেন তবে পুস্তকটির লিখিতমূল্য কত?
ক. ৫০০ টাকা খ. ৩০০ টাকা গ. ৫৫০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা

২৫. এক ব্যক্তি ১০% লাভ রেখে তার মালের মূল্য ধার্য করলেন। বিক্রয়কালে কিছু কমিশন দিয়ে দেখা গেল ভুলক্রমে তাঁর ১% ক্ষতি হয়েছে। তিনি শতকরা কী হারে কমিশন দিয়েছিলেন?
ক. ১০% খ. ১২% গ. ১১% ঘ. ৯%

২৬. এক বিক্রেতা ১২০০ টাকায় একটি রেডিও ক্রয় করলেন। রেডিওটির বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্যের চাইতে কত শতাংশ বৃদ্ধি করে ধার্য করলে ২০% ছাড় দিয়েও বিক্রেতার ২৫% লাভ হবে? [লিখিত মূল্য বের করতে হবে]
ক. ৫০% খ. ৫৬% গ. ৫৬.২৫% ঘ. ৩০.৫% = গ

২৭. ৫ টাকায় ৬টি হিসাবে কিছু লেবু কিনে ৩ টাকায় ৪টি হিসাবে বিক্রয় করলে, শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?
ক. ১০% খ. ১২% গ. ১৫% ঘ. ২০%

২৮. টাকায় ১ ডজন কলা বিক্রয় করায় ২০% ক্ষতি হয়। ৬০% লাভ করতে হলে টাকায় কতটি কলা বিক্রি করতে হবে? [কাস্টমস অধিদপ্তরের খাদ্য পরিদর্শক পদে নিয়োগ পরীক্ষা: ২০১১]

ক. ৮টি খ. ১০টি গ. ১২টি ঘ. ৬টি

২৯. একজন ব্যক্তি ১৪ টাকায় ৫টি লেবু বিক্রয় করে ৪০% লাভ করল। তাহলে ১২টি লেবু সে কী দামে কিনেছিল?

ক. ২০ খ. ২১ গ. ২৪ ঘ. ২৮

৩০. একটি লোক ৩০ টাকায় ৩২টি কমলালেবু বিক্রি করায় তার ২৫% ক্ষতি হল। ২৪ টাকায় কতগুলি লেবু বিক্রি করলে তার ২০% লাভ হবে?

ক. ১৬ খ. ২৪ গ. ৩২ ঘ. ৪০

উত্তরমালা

১.	ক	২.	গ	৩.	গ	৪.	ক	৫.	ক	৬.	গ	৭.	ঘ	৮.	গ
৯.	গ	১০.	গ	১১	গ	১২	গ	১৩.	গ	১৪.	খ	১৫.	খ	১৬.	ঘ
১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	খ	২০	খ	২১.	ক	২২	ক	২৩	গ	২৪	ঘ
২৫	ক	২৬	গ	২৭	ক	২৮	ঘ	২৯	গ	৩০	ক				

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: বিক্রয়মূল্য : ক্রয়মূল্য = ৭২:১০০ = ১৮ : ২৫

২. সমাধান: ৮% ক্ষতি + ৮% লাভ = ১৬% পার্থক্য আবার টাকায় পার্থক্য = ৮০০ টাকা।
তাহলে ১৬% = ৮০০ সুতরাং ক্রয়মূল্য ১০০% = **৫০০০ টাকা।**

৩. সমাধান: ১০% ক্ষতি + ৫% লাভ = ১৫% পার্থক্য
টাকায় পার্থক্য = ৪৫০ টাকা।
তাহলে ১৫% = ৪৫০ সুতরাং ক্রয়মূল্য ১০০% = **৩০০০ টাকা।**

৪. সমাধান: যেহেতু কিনেছে ১ হালি আবার বিক্রিও করেছে ১হালি তাহলে সরাসরি লাভ = ২৭-২৫ = ২ টাকা
এখন ২ টাকা লাভ হলে কিনেছিল = ১ হালি তাহলে ৫০ টাকা লাভ হলে কিনেছিল = ২৫ হালি

৫. সমাধান: ৭৫% = ৭২০ হলে ২৫% = ২৪০ এখন ১২৫% = ৫×২৪০ = **১২০০ টাকা।**

৬. সমাধান: ক্ষতির হার = $\frac{x^2}{১০০}\%$ $[x = ৫] = \frac{৫^2}{১০০}\% = \frac{২৫}{১০০}\% = ০.২৫\%$

৭. সমাধান: ধরি, নির্দিষ্ট মূল্য = x **প্রশ্নমতে,** x এর ৮৫% এর ৯০% = ৩০৬০ টাকা হলে x = ৪০০০ টাকা।

৮. সমাধান: ২০মিটারে লাভ = ৫মিটার তাই ১০০ মিটারে লাভ হবে ২৫ মিটার **উত্তর: ২৫%** ।

৯. সমাধান: (১৫÷১.২৫) = ১২

১০. সমাধান: লাভ = (১২×২)- ২০ = ২৪ - ২০ = ৪ টাকা। ২০ টাকায় ৪টাকা হলে শতকরা হার = ১/৫ অংশ = ২০%

১১. সমাধান: ধরি, শার্ট এবং ট্রাউজারের লিখিত মূল্য যথাক্রমে = ১০০ টাকা এবং ২০০ টাকা।
শার্টে ৪০% ছাড় দিলে শার্টে মোট ছাড় = ১০০ এর ৪০% = ৪০ টাকা।
আবার মোট (১০০+২০০) = ৩০০ টাকার উপর ৩০% ছাড় অর্থ মোট ছাড় = ৩০০ এর ৩০% = ৯০ টাকা।
তাহলে ২০০ টাকার ট্রাউজারে ছাড় দিতে হবে = (৯০-৪০) = ৫০ টাকা। ১০০ টাকায় = ২৫ টাকা বা **২৫%**

১২. সমাধান: ধরি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা তাহলে ১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = ৯০ টাকা।
তাহলে বাজারমূল্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ = ৯০ টাকা ∴বাজার মূল্য = $৯০ \times \frac{৩}{২}$ = ১৩৫ টাকা।
সুতরাং বাজারমূল্যে বিক্রি করলে লাভ হতো =(১৩৫- ১০০) = ৩৫%

১৩. সমাধান: ৭৫০ এর ১/৩ অংশ = ২৫০ তে ক্ষতি = ২৫০ এর ৪% = ১০। মোটের উপর লাভ = ৭৫০ এর ৪% = ৩০ টাকা।
সুতরাং অবশিষ্ট (৭৫০-২৫০) = ৫০০ টাকায় মোট লাভ করতে হবে = (১০+ ৩০) = ৪০ টাকা। ৫০০টাকায় ৪০ টাকা = ৮%

১৪. সমাধান: পার্থক্য = ২০+১০ = ৩০ প্রশ্নমতে, ৭x-৫x = ৩০ সুতরাং x = ১৫

১৫. সমাধান: [**Hints:** ৯৫% = ২৬৬ ধরে ১০০% = ২৮০ তারপর ১১২% = ২৮০ হলে ১০০% = ২৫০]

১৬. সমাধান: [**Hints:** ৬০% = ১টাকা, ∴২০% = ২ টাকা। ২টাকায় বিক্রি করতে হবে = ৩২টি। তাহলে ১টাকায় ১৬টি।

১৭. সমাধান: [**Hints:** ১২টির বিক্রয়মূল্য = ৩৬ এর ৭৫% = ২৭টাকা। ১২টির বিক্রয়মূল্য = ২৭ হলে ৪টির হবে ৯টাকা]

১৮. সমাধান: মনে করি, প্রতি মিটার ১ টাকা দরে ৪০ মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য = ৪০ টাকা ∴ ৬ মিটারের ক্রয়মূল্য = ৬টাকা।
এখানে ৬মিটারের ৬ টাকা ক্ষতিতে ৪০ মিটারের বিক্রয়মূল্য = (৪০-৬) = ৩৪ টাকা। (কিন্তু বিক্রয়মূল্যের প্রয়োজন নেই।)
ক্রয়মূল্য ৪০ টাকায় ক্ষতি = ৬ টাকা তাহলে ১০০ টাকায় ক্ষতি হবে = $\frac{৬ \times ১০০}{৪০} = ১৫\%$ **উত্তর: ১৫%**

১৯. সমাধান: ৬০ টি আপেলের বিক্রয়মূল্য মনে করি ৬০ টাকা। সুতরাং ১৫টির বিক্রয়মূল্য = ১৫ টাকা।
যেহেতু ১৫ টি আপেলের বিক্রয়মূল্যের সমান লাভ হয় তাই ৬০ টি আপেলের ক্রয়মূল্য = (৬০-১৫) = ৪৫ টাকা।
তাহলে লাভের হার = $\frac{১৫ \times ১০০}{৪৫} = ৩৩\frac{১}{৩}\%$

২০. সমাধান: ১২টি কলার ক্রয়মূল্য = ১৫ টাকা ∴ ১টি কলার ক্রয়মূল্য = $\frac{১৫}{১২}$ টাকা বা, ১.২৫ টাকা
∴ ক্ষতি = (১.২৫ - ০.৯০) টাকা = ০.৩৫ টাকা। ∴শতকরা ক্ষতি = $\frac{০.৩৫ \times ১০০}{১.২৫} = ২৮$ টাকা। **উত্তর: ২৮%**

২১. সমাধান: ধরি, A এর ক্রয়মূল্য = x টাকা । প্রশ্নমতে, x এর ১২০% এর ৯০% = ২১৬ টাকা ∴x = ২০০ টাকা।

২২. সমাধান: ১ম ক্রয় ও ১ম বিক্রয় = ১০০ এবং ১৪০, আবার ২য় ক্রয় ও ২য় বিক্রয় = ৬০ এবং ৯০।
বিক্রয়মূল্যদ্বয়ের পার্থক্য = (১৪০-৯০)% = ৫০% এর মান = ৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০% = **১০ টাকা**

২৩. সমাধান: প্রথম ক্রয় = ১০০ হলে ১০% লাভে প্রথম বিক্রয় = ১১০
আবর ২য় ক্রয় ৯৫ হলে ২০% লাভে ২য় বিক্রয় = ৯৫ এর ১২০% = ১১৪ টাকা।
সুতরাং দুই বিক্রয়মূল্যের মধ্যে % এর পার্থক্য = (১১৪-১১০) = ৪% যার পরিমাণ টাকায় ৮০ টাকা।
তাহলে ৪% = ৮০ টাকা হলে ১০০% = **২০০০ টাকা।**

২৪. সমাধান: লাভের ২০% = ৯০ হলে ক্রয়মূল্য ১০০% = ৪৫০ টাকা।
এখন ২৫% কমিশন দিয়ে বিক্রয়মূল্য = ৭৫% = ৪৫০ টাকা হলে লিখিত মূল্য = ১০০% = **৬০০ টাকা।**

২৫. সমাধান: ১০০ টাকা মূল্যের দ্রব্যের মূল্য ধার্য করেছিলেন = ১১০ টাকা
কিন্তু বিক্রয়কালে ভুলক্রমে কমিশন দিয়ে ওই দ্রব্য বিক্রি করায় ১ টাকা ক্ষতি হল।
অর্থাৎ বিক্রি করে ক্রয়মূল্যের থেকে ১টাকা কম = (১০০-১) = ৯৯ টাকা পেয়েছেন।
অতএব, তিনি দ্রব্যটি বিক্রয়কালে ছাড় দিয়েছেন। = ১১০-৯৯ = ১১ টাকা
এখন ১১০ টাকার কমিশন = ১১ টাকা। ∴১০০ টাকার ওপর কমিশন = $\frac{১১}{১১০} \times ১০০ = ১০\%$ **উত্তর: ১০%**

২৬. সমাধান: লিখিত মূল্য = $১২০০ \times \frac{১২৫}{১০০} \times \frac{১০০}{৮০} = ১৮৭৫$।

সুতরাং দাম বেশি লিখে রাখতে হবে = ১৮৭৫-১২০০ = ৬৭৫ টাকা। ১২০০ টাকায় ৬৭৫ হলে ১০০ টাকায় = ৫৬.২৫%।

২৭. সমাধান: ৪টির দেড়গুণ হলো ৬টি। সুতরাং ৪টির বিক্রয়মূল্য = ৩টাকা হলে ৬টির বিক্রয়মূল্য = ৩×১.৫ = ৪.৫ টাকা।
অর্থাৎ ৬টি সমান করে এখন ক্ষতি = ৫-৪.৫ = ০.৫ টাকা। যা ৫ টাকার ১০ ভাগের ১ ভাগ। সুতরাং % এ উত্তর = ১০%

২৮. সমাধান: ৮০% = ১টাকা ∴১% = $\frac{১}{৮০}$ টাকা ∴১৬০% = $\frac{১ \times ১৬০}{৮০}$ = ২ টাকা [টাকার সাথে % এর কাজ আগে]

সুতরাং ২ টাকায় বিক্রি করতে হবে = ১ ডজন বা ১২টি। ∴১ টাকায় বিক্রি করতে হবে (১২÷২) = ৬টি।

২৯. সমাধান: ৫টির ক্রয়মূল্য = ১৪× $\frac{১০০}{১৪০}$ = ১০ টাকা। হলে ১টির ক্রয়মূল্য = ২টাকা এবং ১২টির ক্রয়মূল্য = ২৪ টাকা।

৩০. সমাধান: ৭৫% = ৩০ টাকা হলে ১২০% = ৪৮ টাকা। ৪৮ টাকায় বিক্রি করতে হবে ৩২টি সুতরাং ২৪টাকায় = ১৬টি।

Model Test-01

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. ২০% ডিসকাউন্ট এর পর একটি বইয়ের খরচ দাড়ায় ৪০০ টাকা। তবে বইটির প্রকৃত মূল্য কত? *[ICB Bank (Cash)-2018]*
ক. ৫০০ টাকা খ. ৪৮০ টাকা গ. ৩২০ টাকা ঘ. ৩৩৩ টাকা

২. যদি তালিকা মূল্যে বিক্রি করলে একজন কম্পিউটার বিক্রেতার ২৫% লাভ হয়, তবে তালিকা মূল্যের উপর সর্বোচ্চ কত হারে ছাড় দিলে ঐ বিক্রেতার কোন লাভ বা ক্ষতি হবে না? *[ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, আরডিএস- ২০১৩]*
ক. ২৫% খ. ১৫% গ. ১০% ঘ. ২০%

৩. ফাতিহা একটি দ্রব্য ৪০০০ টাকায় কিনে ৩৫% লাভে বিক্রি করল। সে এই বিক্রিত টাকায় অপর একটি দ্রব্য ক্রয় করে ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। মোটের উপর তার কত লাভ বা ক্ষতি হল?
ক. ৩৪০ টাকা ক্ষতি খ. ৩২০ টাকা লাভ গ. ৩৬০ টাকা ক্ষতি ঘ. লাভ বা ক্ষতি কিছুই হয়নি

৪. একটি রেডিওর ক্রয়মূল্য ৪৫০ টাকা। রেডিওটি কত মূল্যে বিক্রয় করলে ১৮% লাভ হবে? *[ইসলামী ব্যাংক গোডাউন কিপার ২০০১]*
ক. ৪৫০ খ. ৫৫০ গ. ৫৩১ ঘ. ৫২০

৫. এক ব্যক্তি ৩০০ টাকার একটা জিনিস ক্রয় করে ৬ মাস পর ৩২১ টাকায় বিক্রয় করলো। তার বার্ষিক শতকরা কত লাভ হলো?
ক. ২৫% খ. ১৫% গ. ১০% ঘ. ১৪%

৬. গ্রাহক ইসলামী ব্যাংকের নিকট থেকে ১০% লাভে ৫৫০০ টাকায় একটি গাভী ক্রয় করল। ব্যাংক কত টাকা দিয়ে গাভীটি ক্রয় করেছিল? *[ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, আরডিএস ২০০৬]*
ক. ৬১৫০ খ. ৫০০০ গ. ৪৯৫০ ঘ. ৬১০০

৭. একজন ব্যবসায়ী তার দ্রব্যের লিখিত মূল্য ক্রয়মূল্যের চেয়ে ২০% বেশী করে রাখে এবং ক্রেতাকে লিখিত মূল্যের ওপর ৫% ছাড় দেয়। তার শতকরা লাভের হার কত?
ক. ১৪% খ. ১৮% গ. ১৬% ঘ. ১৯%

৮. লিখিত মূল্যের উপর পরপর দু-বার ১০% এবং ৫% ছাড় দেওয়ার পর দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য ১৭১ টাকা। হলে দ্রব্যটির লিখিত মূল্য কত ছিল?
ক. ২০০ টাকা খ. ২২০ টাকা গ. ২৪০ টাকা ঘ. ২৫০ টাকা

৯. ১২টি পেন্সিলের ক্রয়মূল্য ৮টি পেন্সিলের বিক্রয়মূল্যের সমান। লাভের হার কত?
ক. ৫০% খ. ২০% গ. ৩০% ঘ. ৩৫%

১০. এক ব্যবসায়ী ১৫০ টাকা দিয়ে কিছু পরিমাণ দ্রব্য কেনে। যদি ক্রয়মূল্যের উপর ১২% আনুষঙ্গিক খরচ করতে হয়, তাহলে ১০% লাভ করতে হলে কত মূল্যে ব্যবসায়ীকে জিনিসটি বিক্রি করতে হবে?
ক. ১৮৪.৮০ টাকা খ. ১৮৫.৮০ টাকা গ. ১৮৭.৮০ টাকা ঘ. ১৮৮.৮০ টাকা

উত্তরমালা

১.	ক	২.	ঘ	৩.	খ	৪.	গ	৫.	ঘ
৬.	খ	৭.	ক	৮.	ক	৯.	ক	১০.	ক

Model Test-02

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. কোনো দ্রব্যকে ৩৪০ টাকার পরিবর্তে ৩৫০ টাকায় বিক্রয় করলে মোটের উপর ৫% বেশী হয়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?
ক. ৫০ টাকা খ. ১৬০ টাকা গ. ২০০ টাকা ঘ. ২২৫ টাকা

২. একটি দ্রব্য বিক্রয় করায় বিক্রেতার ১০% ক্ষতি হলো। বিক্রয়মূল্য ১৩৫ টাকা বেশি হলে ২০% লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য?
ক. ৩০০টাকা খ. ৩৫০টাকা গ. ৪০০টাকা ঘ. ৪৫০টাকা

৩. একটি টেপ রেকর্ডার ৯৫০ টাকায় বিক্রয় করলে ৫% ক্ষতি হয়। ১০৪০ টাকায় বিক্রয় করলে লাভের হার হল?
ক. ৪% খ. ৪.৫% গ. ৫% ঘ. ৯%

৪. একটি দ্রব্যের উপর লাভ ও বিক্রয়মূল্যের অনুপাত ১:৫। দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত কত হবে?
ক. ৫:৩ খ. ৫:৪ গ. ৪:৩ ঘ. ৬:৫

৫. A একটি সাইকেল B-কে বিক্রয় করল ২০% লাভে। B সেটি C-কে বিক্রয় করল ২৫% লাভে। C সাইকেলটির জন্য ২২৫ টাকা দিল। A সাইকেলটি কত টাকায় কিনেছিল?
ক. ১৭৫ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ৩০০ টাকা

৬. এক ব্যক্তি ১টি দ্রব্য ১০% ছাড়ে কিনে ১০% লাভে দ্রব্যটি বিক্রয় করল। তার শতকরা লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ নির্ণয় করো।
ক. ২০% লাভ খ. ২০% এর বেশী লাভ গ. ২০% এর কম লাভ ঘ. কোনটিই নয়

৭. ১টি দ্রব্য বিক্রয় ৮% লাভ হয়,কিন্তু দ্রব্যটিকে যদি ২৭ টাকা কমে বিক্রয় করা হয়,তবে ১০% ক্ষতি হয়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?
ক. ১০০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ৩০০ টাকা

৮. এক বিক্রেতা একটি দ্রব্য বিক্রয় করে ২৫% লাভ করে। যদি বিক্রয়মূল্য দ্বিগুণ করা হত তবে তার শতকরা কত লাভ হত?
ক. ৮০% খ. ৭৫% গ. ১২০% ঘ. ১৫০%

৯. এক দোকানদার ২০০ টাকায় একটি জিনিস কিনে খরিদ্দারকে ২৫% ছাড় দিয়ে ৩৫% লাভ করতে হলে, ওই জিনিসের লিখিত মূল্য কত হবে?
ক. ২৭০ টাকা খ. ৩০০ টাকা গ. ৩৩০ টাকা ঘ. ৩৬০ টাকা

১০. একজন বই বিক্রেতা ১০% লাভে একটি বই বিক্রি করে। যদি সে ৪% কম দামে কিনত এবং ৬ টাকা বেশী দামে বিক্রি করত তাহলে ক্রয়মূল্যের $১৮\frac{৩}{৪}$ % লাভ হত। বইটির ক্রয়মূল্য কত?
ক. ১৩০ টাকা খ. ১৪০ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ১৬০ টাকা

উত্তরমালা

১.	গ	২.	ঘ	৩.	ক	৪.	খ	৫.	গ
৬.	খ	৭.	গ	৮.	ঘ	৯.	ঘ	১০.	গ

লিখিত অংশ

১. **একটি বই ৬৫ টাকায় বিক্রি করলে ৩০% লাভ হয়। ১০% লাভে বিক্রি করতে চাইলে নতুন বিক্রির মূল্য কত হবে?** *[কর্মসংস্থান ব্যাংক-(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১৮-(লিখিত)]*

সমাধান:

৩০% লাভে, বিক্রয়মূল্য = ১০০+৩০ = ১৩০ টাকা।

বইটির বিক্রয়মূল্য ১৩০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

বইটির বিক্রয়মূল্য ৬৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $= \frac{১০০ \times ৬৫}{১৩০}$ টাকা $= ৫০$ টাকা

আবার ১০% লাভে, বিক্রয়মূল্য = ১০০+১০ = ১১০ টাকা।

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = ১১০ টাকা

ক্রয়মূল্য ৫০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $= \frac{১১০ \times ৫০}{১০০}$ টাকা $= ৫৫$ টাকা

উত্তর: ৫৫ টাকা

২. **একটি স্টিল মিলে মাসে ১৮০ টন রড উৎপাদন করে। প্রতি টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরিদ মূল্য ১২,০০০ টাকা। ঐ মিলের মাসিক আনুষঙ্গিক খরচ ৯০,০০০ টাকা। প্রতি টন উৎপাদিত রড কত দামে বিক্রয় করলে শতকরা ১০ টাকা লাভ থাকবে?** *[৩৪তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান:

১ টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরচ = ১২০০০ টাকা

আবার ১৮০ টন রডের আনুষঙ্গিক খরচ = ৯০০০০ টাকা।

সুতরাং ১ " " " " $= \frac{৯০০০০}{১৮০} = ৫০০$ টাকা।

∴ প্রতি টন রডের মোট উৎপাদন খরচ = (১২০০০+৫০০) = ১২৫০০ টাকা

এখন ১০% লাভে উৎপাদন খরচ ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = ১১০ টাকা

∴ " " ১২৫০০ " " $= \frac{১১০ \times ১২৫০০}{১০০} = ১৩,৭৫০$ টাকা

উত্তর: ১৩,৭৫০ টাকা।

৩. **একটি দ্রব্য x% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায় , 3x % লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে ১৮x টাকা বেশি পাওয়া যায় । দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল ?** *[৯ম-১০-শ্রেণী-(অনু:৩.৫)] [এস আই লিখিত-২০১৭]*

সমাধান:

x% ক্ষতিতে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = $(১০০ - x)$ টাকা

3x% লাভে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = $(১০০ + ৩x)$ টাকা

২ বিক্রয় মূল্যের ব্যবধান = $\{(১০০ + ৩x) - (১০০ - x)\}$ টাকা = $(১০০ + ৩x - ১০০ + x) = 8x$ টাকা

বিক্রয়মূল্য 8x টাকা বেশী হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

" ১ " " " " $= \frac{১০০}{8x}$ "

" ১৮x " " " " $= \frac{১০০ \times ১৮x}{8x} = ৪৫০$ টাকা

উত্তর: ৪৫০ টাকা।

৪. **একটি দ্রব্য বিক্রয় করে উৎপাদকারী, পাইকারী বিক্রেতা ও খুচরা বিক্রেতা প্রত্যেকে ২০% লাভ করে। যদি একটি দ্রব্যের খুচরা বিক্রয় মূল্য ২১.৬০ টাকা হয়, তাহলে দ্রব্যটির উৎপাদন খরচ কত?** *[৩৩তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে ,

খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভে, বিক্রয়মূল্য = (১০০+২০) = ১২০ টাকা

খুচরা বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ " " ২১.৬০" " " $= \frac{১০০ \times ২১.৬০}{১২০} = \frac{১০০ \times ২১৬০}{১২০ \times ১০০} = ১৮$ টাকা

সুতরাং খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = ১৮ টাকা এবং পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = এই ১৮ টাকাই

এখন, পাইকারী বিক্রেতার ২০% লাভে, বিক্রয়মূল্য = (১০০+২০) = ১২০ টাকা

পাইকারী বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ " " ১৮ " " " $= \frac{১০০ \times ১৮}{১২০} = ১৫$ টাকা

সুতরাং পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = ১৫ টাকা এবং উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য = ১৫ টাকা

পুনরায়, উৎপাদনকারীর ২০% লাভে, বিক্রয়মূল্য = (১০০+২০) = ১২০ টাকা

উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে উৎপাদন খরচ = ১০০ টাকা

∴ " " ১৫ " " " " $= \frac{১০০ \times ১৫}{১২০} = ১২.৫০$ টাকা

সুতরাং দ্রব্যটির উৎপাদন খরচ = ১২.৫০ টাকা

উত্তর : ১২.৫০ টাকা

📖 লিখিত নিয়মে সমাধান করার জন্য একই কথা বার বার লেখায় অংকটি অনেক বড় মনে হলেও মাত্র ১ লাইনে উত্তর বের করা সম্ভব এভাবে ভাবলে: ধরি, উৎপাদন খরচ = x টাকা।

প্রশ্নমতে, x এর ১২০% এর ১২০% এর ১২০% = ২১.৬০ ∴ $x = ২১.৬০ \times \frac{১০০}{১২০} \times \frac{১০০}{১২০} \times \frac{১০০}{১২০} = ১২.৫$ টাকা।

৫. **একটি দ্রব্যের খুচরা বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য ৩০,০৩০ টাকা। দ্রব্যটি উৎপাদনকারি ৪%, পাইকারী বিক্রেতা ৫% এবং খুচরা বিক্রেতা ১০% লাভে বিক্রি করে।** *[৩৬তম বিসিএস লিখিত]*

(ক) পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য নির্ণয় করুন ।

সমাধান : (এই অংকটি থেকে ধাপে ধাপে কিভাবে ক্রয়মূল্য এবং বিক্রয়মূল্য বের করতে হবে তার লিখিত নিয়ম বোঝা যাবে)

ধরি, খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা ,

এখন, ১০% লাভে খুচরা বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ১০০+১০ = ১১০ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ " ৩০০৩০ " " " $= \frac{১০০ \times ৩০০৩০}{১১০} = ২৭৩০০$ টাকা

সুতরাং পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ২৭৩০০ টাকা (খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য)

আবার, ৫% লাভে পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ১০০+৫ = ১০৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১০৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ " ২৭৩০০" " " $= \frac{১০০ \times ২৭৩০০}{১০৫} = ২৬০০০$ টাকা

সুতরাং পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = **২৬০০০ টাকা** ।

উত্তর: ২৬০০০ টাকা।

(খ) উৎপাদন খরচ অপেক্ষা খুচরা বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য শতকরা কত বেশি তা নির্ণয় করুন।

সমাধান: এখানে, পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = উৎপদানকারীর বিক্রয়মূল্য = ২৬০০০ টাকা।

উৎপাদন কারীর ৪% লাভে ১০০ টাকা দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য = ১০৪ টাকা।

বিক্রয়মূল্য ১০৪ টাকা হলে উৎপাদন খরচ = ১০০ টাকা।

∴ " ২৬০০০ " " " " $= \frac{১০০ \times ২৬০০০}{১০৪} = ২৫০০০$ টাকা। অর্থাৎ উৎপাদন খরচ = **২৫০০০ টাকা**

এবং উৎপাদন খরচ থেকে খুচরা বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ৩০০৩০ - ২৫০০০ = ৫০৩০ টাকা বেশি

এখন ২৫০০০ টাকায় বেশি = ৫০৩০ টাকা।

∴ ১০০ " " $= \frac{৫০৩০ \times ১০০}{২৫০০০} = ২০.১২$ টাকা বা ২০.১২%

উত্তর: ২০.১২%

৬. এক ব্যক্তি ২৫,০০০ টাকা মূলধন নিয়ে মশলার পাইকারি ব্যবসা শুরু করে। সে প্রথমে ঐ টাকায় হলুদ কিনলো এবং ১৫% লাভে বিক্রয় করলো। বিক্রয়লব্ধ অর্থ দ্বারা সে মরিচ কিনলো কিন্তু হঠাৎ মরিচের চাহিদা পড়ে যাওয়ায় তা ১২% ক্ষতিতে বিক্রয় করতে বাধ্য হলো। ঐ ব্যক্তির মোটের ওপর শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো? *[১১তম বিসিএস লিখিত]*

✍ সমাধান:

১৫% লাভে বিক্রয় মূল্য = ১০০ + ১৫ = ১১৫ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ১১৫ টাকা

∴ " ২৫০০০ " " " " $= \frac{১১৫ \times ২৫০০০}{১০০} = ২৮৭৫০$ টাকা (২৫০০০ এর ১১৫%)

আবার, ১২% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১২) = ৮৮ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = ৮৮

∴ " ২৮৭৫০ " " " $= \frac{৮৮ \times ২৮৭৫০}{১০০} = ২৫৩০০$ টাকা (২৮৭৫০ এর ৮৮%)

∴ লাভ = (২৫৩০০ − ২৫০০০) = ৩০০ টাকা

২৫০০০ টাকায় লাভ হয় = ৩০০ টাকা

১০০ " " " $= \frac{৩০০ \times ১০০}{২৫০০০} = ১.২$ টাকা

উত্তর: ১.২% লাভ।

৭. এক ব্যক্তি ১৫০০ টাকার কিছু জিনিস কিনে $\frac{১}{৩}$ অংশ ৪% ক্ষতিতে বিক্রয় করলো। এখন বিক্রয়মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি করলে অবশিষ্ট জিনিস বেঁচে তার মোটের ওপর ৪% লাভ হবে? *[১১তম বিসিএস লিখিত] + [৯ম-১০ম বোর্ড বই (১৯৮৩ সংস্করণ)]*

✍ সমাধান: ১৫০০ টাকার $\frac{১}{৩}$ অংশ = ৫০০ টাকা

∴ অবশিষ্ট থাকে = (১৫০০-৫০০) টাকা = ১০০০ টাকা

মোটের উপর ৪ % লাভ করতে হলে মোট লাভ করতে হবে = (১৫০০ এর ৪%) = $১৫০০ \times \frac{৪}{১০০} = ৬০$ টাকা

প্রথম ৫০০ টাকায় ক্ষতি = ৫০০ টাকার ৪% = $\frac{৫০০ \times ৪}{১০০} = ২০$ টাকা

মোটের উপর ৪% লাভ করতে হলে অবশিষ্ট ১০০০ টাকার দ্রব্যে লাভ করতে হবে

= (মোটের উপর লাভের ৬০ টাকা + ক্ষতির ২০ টাকা) = ৮০ টাকা।

১০০০ টাকায় লাভ হবে = ৮০ টাকা

∴১০০ " " " $= \frac{৮০ \times ১০০}{১০০০} = ৮$ টাকা ∴ ৮% লাভে বিক্রয় করতে হবে।

উত্তর: ৮% লাভ

৮. একটি শার্ট ও একটি প্যান্টের মূল্য একত্রে ৫২৫.০০ টাকা। যদি শার্টের মূল্য ৫% এবং প্যান্টের মূল্য ১০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ঐগুলো কিনতে ৫৬৮.৭৫ টাকা লাগে। শার্ট ও প্যান্টের প্রত্যেকটির মূল্য কত? *[৩০তম বিসিএস লিখিত]*

✍ সমাধান:

ধরি, শার্টের মূল্য = x টাকা সুতরাং প্যান্টের মূল্য (৫২৫- x) টাকা

প্রশ্নমতে, x এর ১০৫% + (৫২৫-x) এর ১১০% = ৫৬৮.৭৫

বা, $\frac{১০৫x}{১০০} + \frac{১১০ \times (৫২৫ - x)}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, $\frac{১০৫x + ৫৭৭৫০ - ১১০x}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, ৫৭৭৫০-৫x = ৫৬৮৭৫

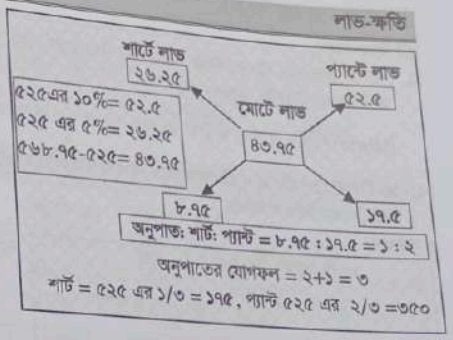
বা, - ৫x=৫৬৮৭৫- ৫৭৭৫০

বা, - ৫x= -৮৭৫ ∴ $x = \frac{৮৭৫}{৫} = ১৭৫$

সুতরাং শার্টের মূল্য = ১৭৫ টাকা

∴ প্যান্টের মূল্য (৫২৫-১৭৫) = ৩৫০ টাকা

উত্তর: **শার্টের মূল্য ১৭৫ টাকা, প্যান্টের মূল্য ৩৫০ টাকা।**



নিজে করুন:

৯. **একটি ঘড়ি ও চেইনের মূল্য ৮৫০ টাকা। যদি ঘড়ির মূল্য ১২% এবং চেইনের মূল্য ৫% বৃদ্ধি পায় তবে বর্ধিত মূল্য ৯৩৪.৫০ টাকা হয়। ঘড়ি ও চেইনের মূল্য পৃথকভাবে কত?** উত্তর: ঘড়ির ৬০০ টাকা এবং চেইনের মূল্য ২৫০ টাকা

১০. এক ব্যক্তি একটি দ্রব্য ৪০০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার কিছু ক্ষতি হল। যদি সে ঐ দ্রব্য ৫০০০ টাকায় বিক্রয় করতো তাহলে তার যত টাকা ক্ষতি হয়েছিল তার ৬৬$\frac{২}{৩}$% লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? *[৩২তম বিসিএস লিখিত]*

✍ সমাধান: (ক্ষতির পরিমাণকে x ধরে)

ধরি, ৪০০০ টাকায় বিক্রি করলে ক্ষতি = x টাকা (নিয়মটা সহজ কারণ ৬৬$\frac{২}{৩}$% লাভ হয়েছে প্রথমের ক্ষতির উপর।)

সুতরাং লাভ = x এর ৬৬$\frac{২}{৩} = x \times \frac{২০০}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{২x}{৩}$

প্রশ্নমতে, $৪০০০+x = ৫০০০ - \frac{২x}{৩}$ (ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি = লাভে বিক্রয়মূল্য - লাভ অর্থাৎ উভয় পাশের ক্রয়মূল্য সমান।)

$\Rightarrow x + \frac{২x}{৩} = ৫০০০ - ৪০০০ \Rightarrow \frac{৩x + ২x}{৩} = ১০০০ \Rightarrow ৫x = ৩০০০ \therefore x = \frac{৩০০০}{৫} = ৬০০$

সুতরাং ক্ষতি = ৬০০ টাকা। তাহলে ক্রয়মূল্য = ৪০০০+৬০০ = **৪৬০০ টাকা।** উত্তর: ৪৬০০ টাকা।

✍ **বিকল্প সমাধান:** (ক্রয়মূল্যকে x ধরে সমাধান)

ধরি, ক্রয়মূল্য = x টাকা। ∴প্রথমবার ক্ষতি হয়েছে = x - ৪০০০ (ক্ষতির কথা বলায় ক্রয়মূল্য x, বিক্রয়মূল্য ৪০০০ থেকে বড়)

আবার, বিক্রয়মূল্য ৫০০০ টাকা হলে লাভের পরিমাণ = ৫০০০-x (লাভের হওয়ায় ক্রয়মূল্য x, বিক্রয়মূল্য ৫০০০ থেকে ছোট)

প্রশ্নমতে, (x-৪০০০) এর ৬৬$\frac{২}{৩}$% = ৫০০০-x (যত ক্ষতি হয়েছে তার ৬৬$\frac{২}{৩}$% যত লাভ হয়েছে তার পরিমাণ)

$\Rightarrow \frac{২০০}{৩} \times \frac{১}{১০০} \times (x-৪০০০) = ৫০০০-x$

$\Rightarrow \frac{২}{৩} \times (x-৪০০০) = ৫০০০-x$

$\Rightarrow ২x-৮০০০ = ১৫০০০-৩x$

$\Rightarrow ৫x = ২৩০০০ \therefore x = \frac{২৩০০০}{৫} = ৪৬০০$

সুতরাং ক্রয়মূল্য x = ৪৬০০ টাকা। উত্তর: ৪৬০০ টা

শুদ্ধি পরীক্ষা: ক্রয়মূল্য ৪০০ হলে প্রথমে ক্ষতি= ৪৬০০-৪০০০= ৬০০টাকা

আবার ৫০০০ টাকায় বিক্রি করলে লাভ = ৫০০০-৪৬০০ = ৪০০টাকা যা আগে

ক্ষতি ৬০০ টাকার ৩ ভাগের ২ ভাগ। শতকরায় ৬৬$\frac{২}{৩}$%

নিজে করুন:

১১. একটি দ্রব্য ১৯০ টাকায় বিক্রি করায় কিছু লাভ হলো। যদি দ্রব্যটি ১৭৫ টাকায় বিক্রি করা হতো তাহলে প্রথম লাভের ৫০% ক্ষতি হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? উত্তর: ১৮০ টাকা।

[**Hints:** লাভ = x হলে ক্ষতি = x এর ৫০% = $\frac{x}{2}$ এরপর প্রশ্নমতে ১৯০-x =১৭৫+$\frac{x}{2}$ বাকীটা নিজে করুন]

১২. ১০ টাকায় ১০ টি ও ৮ টি করে সমান সংখ্যক আম খরিদ করে ১০ টাকায় ৯টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? *[২৭তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান:

১০ টি আমের ক্রয় মূল্য = ১০ টাকা

∴ ১ " " " " = $\frac{১০}{১০}$ = ১ টাকা

এবং, ৮টি আমের ক্রয় মূল্য = ১০ টাকা হলে,

∴ ১ " " " " = $\frac{১০}{৮}$ টাকা = $\frac{৫}{৪}$ টাকা

∴ ২টি আমের মোট ক্রয়মূল্য = ১+$\frac{৫}{৪}$ = $\frac{৯}{৪}$ টাকা

আবার,

এখন, ৯টি আমের বিক্রয়মূল্য = ১০ টাকা

∴ ১ " " " = $\frac{১০}{৯}$ টাকা

∴ ২ " " " = $\frac{১০\times২}{৯}$ = $\frac{২০}{৯}$ টাকা

(**Note:** ক্রয়ের সময় ১+১ = ২টির ক্রয়মূল্য বের করা হয়েছে তাই বিক্রয় করার সময় ২টির বিক্রয়মূল্য বের করতে হবে।)

∴ ক্ষতি = $\frac{৯}{৪}-\frac{২০}{৯}=\frac{৮১-৮০}{৩৬}=\frac{১}{৩৬}$ টাকা (ক্রয়মূল্য বড় হওয়ায় ক্ষতি)

$\frac{৯}{৪}$ টাকায় ক্ষতি = $\frac{১}{৩৬}$ ∴ ১ টাকায় ক্ষতি = $\frac{১}{৩৬}\times\frac{৪}{৯}$ ∴ ১০০টাকায় ক্ষতি = $\frac{১\times৪\times১০০}{৩৬\times৯}=\frac{১০০}{৮১}=১\frac{১৯}{৮১}$ % (উত্তর:)

১৩. একজন কলা ব্যবসায়ী ১০ টাকায় ৪ টি ১৫ টাকায় ৬টি করে কলা কিনে প্রতিটি ৩ টাকা দরে বিক্রয় করল। ইহাতে তার ২০০ টাকা লাভ হল। তাহলে সে কতগুলো ক্রয় করেছিল? *[৩২তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান:

এখানে, ৪টি কলার ক্রয়মূল্য = ১০ টাকা।

∴১ টি " " = $\frac{১০}{৪}$ = ২.৫ টাকা।

আবার, ৬ টি কলার ক্রয়মূল্য = ১৫ টাকা

∴১ টি " " = $\frac{১৫}{৬}$ " = ২.৫ টাকা।

∴১+১= ২টির ক্রয়মূল্য = ২.৫+২.৫ = ৫ টাকা।

পরামর্শ: সাধারণত এ ধরণের সংখ্যাবাচক প্রশ্নগুলো সমাধান করার সময় ভগ্নাংশ ধরে হিসেব করা হয়। কিন্তু এই প্রশ্নটিতে দশমিক ভগ্নাংশ বানালে সমাধানটি সহজ হওয়ায় দশমিক ধরেই করা উত্তম। যেহেতু দুটি নিয়মই সঠিক।

আবার ১টির বিক্রয়মূল্য = ৩টাকা হলে ২টির বিক্রয়মূল্য = ৩×২= ৬টাকা

তাহলে, ২টি কলা ৫টাকায় ক্রয় করে ৬ টাকা বিক্রি করলে লাভ হয়= ৬-৫ = ১টাকা।

এখানে, ১টাকা লাভ হয় = ২টি কলাতে

∴২০০ " " " = ২×২০০ = ৪০০টি কলাতে। উত্তর: কলার সংখ্যা ৪০০টি।

Khairuls Basic Math এর নতুন সংস্করণের প্রতিটা টপিক লেখা ও সাজানোর ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ লেভেলের অভিজ্ঞতা ও দক্ষতার ছাপ দেখতে পাবেন। বিশেষ করে প্রশ্নগুলোকে সুচারুভাবে সাজানোর পদ্ধতিটা প্রচলিত যে কোন বইয়ের সাথে তুলনা করে বই সংগ্রহ করার পরামর্শ রইলো।

সরল ও যৌগিক মুনাফা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	মোট সুদ বের করা	পদ্ধতি-০৭	ভগ্নাংশের সুদকষা
পদ্ধতি-০২	সুদাসল বের করা	পদ্ধতি-০৮	সুদের হার হ্রাস বা বৃদ্ধি পেলে
পদ্ধতি-০৩	সুদের হার বের করা	পদ্ধতি-০৯	সমীকরণের মাধ্যমে সমাধান
পদ্ধতি-০৪	সুদের সময় বের করা	পদ্ধতি-১০	প্রশ্নে যত-তত থাকলে
পদ্ধতি-০৫	সুদাসল দ্বিগুণ, তিনগুণ বা চারগুণ হলে	পদ্ধতি-১১	চক্রবৃদ্ধি বা যৌগিক মুনাফার আলোচনা
পদ্ধতি-০৬	আসল বা মূলধন বের করা	পদ্ধতি-১২	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
Practice Part		**Model Test**	
সরল ও যৌগিক মুনাফার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা

সুদকষার অংকগুলো অনেকের কাছে জটিল মনে হলেও প্রকৃতপক্ষে এই অধ্যায়টি অনেক সহজ, এমনকি এই অধ্যায়ের কিছু অংক খাতা কলম ছাড়াই করা সম্ভব। কিভাবে সম্ভব তা বোঝার জন্য নিচের আলোচনাগুলো খুব মনযোগ সহকারে ধাপে ধাপে পড়ে বোঝার চেষ্টা করুন।

সুদ বা মুনাফার অংকগুলি করতে যাওয়ার আগে নিচের বিষয়গুলি দেখে নিন।

আসল = অর্থাৎ যে টাকা প্রথমে জমা রাখা বা ঋণ দেয়া হয়। আসল বের করার সূত্র, আসল = $\frac{১০০\times\text{মোট সুদ}}{\text{সময়}\times\text{সুদের হার}}$

সুদ = আসলের উপর যে অতিরিক্ত টাকা প্রদান করা হয়। সুদ বের করার সূত্র মোট সুদ = $\frac{\text{আসল}\times\text{সুদের হার}\times\text{সময়}}{১০০}$

সুদের হার= ১০০ টাকায় ১ বছরে যত টাকা সুদ দিতে হয়। সুদের হার বের করার সূত্র হলো,সুদের হার = $\frac{১০০\times\text{মোট সুদ}}{\text{সময়}\times\text{আসল}}$

সময় = মূলধনটি যত দিনের জন্য ঋণ হিসেবে দেয়া হয়। মোট বছর/সময় বের করার সূত্র হলো, সময় = $\frac{১০০\times\text{মোট সুদ}}{\text{আসল}\times\text{সুদের হার}}$

সুদাসল= মূলধন + মোট সুদ। অর্থাৎ আসল + মোট সুদ

লক্ষ্য করুন: (সূত্র গুলিতে সবসময় সুদ উপরে থাকবে)

প্রথম (I =Pnr) সূত্রটি মুখস্ত রেখে এবং সমীকরণের প্রয়োগের মাধ্যমে একটি সূত্র থেকেই বাকী সূত্রগুলো বের করা যায়

টেকনিক: (I =Pnr) সূত্রটি ঘুরিয়ে লিখলে হয়: Pnr =I

এখন এখান থেকেই সব সূত্র তৈরী করা যায়। নিচের নিয়মটি দেখুন।

মূল সূত্র: Pnr =I [এখানে P = মূলধন, n = সময়, r = সুদের হার এবং I =মোট সুদ। তাহলে]

লেখা যায়, মূলধন P = $\frac{I\times100}{n\times r}$, [% এর কারণে সব সময় উপরে ১০০ দিয়ে গুণ হবে।]

আবার, সময়, n = $\frac{I\times100}{P\times r}$ [বাম পাশ থেকে ডানে আসায় নিচে বসেছে।]

এবং সুদের হার, $r = \frac{I \times 100}{P \times n}$ [এভাবে একটি সূত্র দিয়েই সবগুলো মনে রেখে ব্যবহার করতে পারলে সহজ হবে।]

সুদকষার অংকগুলিতে উপরোক্ত বিষয়গুলিই ঘুরিয়ে ফিরিয়ে চাওয়া হয়, শুধু মাথা ঠান্ডা রেখে করতে হবে।

Note: অধিকাংশ অংকই সূত্র দিয়ে করা যায় কিন্তু বাস্তবে বুঝে করলে খুব দ্রুত হবে। সূত্র দিয়ে করতে চাইলে বার বার শেখানোর কিছু নেই। কারণ সূত্রগুলো মনে রাখতে পারলে মান বসিয়ে যে কেউ নিজে থেকে পারবেন। এজন্য এই অধ্যায়ে সাধারণ সূত্র দিয়ে সমাধানের সাথে সাথে প্রচুর স্পেশাল টেকনিক দেখানো হয়েছে। পরীক্ষায় কাজে লাগবে।

সুদ কে মোট দু ভাগে ভাগ করা যায়। যথা:

সরল সুদ = শুধু মূলধনের উপর সুদ কিন্তু সুদের সুদ না। তাই এখানে আসল কখনো বাড়ে না।

চক্রবৃদ্ধি সুদ = মূলধনের সুদের পাশাপাশি সুদের টাকার উপর পুনরায় সুদ। (অর্থাৎ সুদের সুদ)

অর্থাৎ ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ২০ টাকা হলে ১ম বছরে ২০ টাকা লাভ দিতে হবে,১ম বছরে সুদ না দিলে ২য় বছরে ঐ ২০ টাকা আসলের সাথে যুক্ত হয়ে যাবে এবং সেই সুদের ও সুদ দিতে হবে। তাই ২য় বছর শেষে সুদ হবে ২০টাকা (১০০ টাকার সুদ)+ ৪ টাকা(সুদের ২০ টাকার সুদ) = ২৪ টাকা তাহলে ২ বছরে মোট সুদ হলো = ২০+২৪=৪৪ টাকা

শর্টকাট = ১০০ এর ১২০% এর ১২০% = $১০০ \times \frac{১২০}{১০০} \times \frac{১২০}{১০০} = ১৪৪$ টাকা যাতে মূলধন ১০০ এবং সুদ ৪৪ টাকা।

১.সুদাসল = সুদ + আসল ২. আসল = সুদাসল - সুদ ৩ .সুদ = সুদাসল - আসল

সরল ও যৌগিক মুনাফার উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : মোট সুদ বের করা

Shortcut: (I =Pnr) বা, মোট সুদ = $\frac{\text{মূলধন} \times \text{সময়} \times \text{সুদের হার}}{১০০}$	**সরাসরি % এর মান বের করলে ১ বছরের সুদ বের হয় । এরপর বছর দিয়ে গুণ।**

টিপস: প্রথমের কথাগুলি মনযোগ দিয়ে পড়ে, সুদ সম্পর্কে ভালোভাবে বুঝুন তারপর অংক করা শুরু করুন। তাহলে দ্রুত অংক করতে পারবেন এবং অনেক বেশি সময় মনে থাকবে।

একটি ব্যাংকের সুদের হার ৫% অর্থাৎ ঐ ব্যাংকটি কোন ঋণগ্রহীতাকে ১০০ টাকা ঋণ দিলে ১ বছর পর তার কাছে ৫ টাকা সুদ নিবে। কিন্তু আসল ১০০ টাকা থেকেই যাবে। আবার ঐ টাকা ২ বছর রাখলে সুদ দিতে হবে = ৫×২=১০ টাকা আসল ১০০ ই। আবার ১০ বছরের জন্য ঋণ দিলে মোট সুদ দিতে হবে = ৫×১০=৫০ টাকা।

আবার অন্য একজন ব্যক্তিকে যদি ১০০ টাকা পরিবর্তে ২০০ টাকা ঋণ দেয় যেখানেও সুদের হার ৫% তাহলে ১ বছর পর তাকে সুদ দিতে হবে ৫+৫=১০টাকা এভাবে যদি ১ বছরের জন্য ৬০০ টাকা নেয় তাহলে সুদ দিতে হবে = ৫+৫+৫+৫+৫+৫ = ৩০ টাকা। এভাবে ৬০০ টাকার জন্য ৬টি ৫ যোগ না করে = ৬×৫ = ৩০ টাকা লিখা যায়।

আবার খেয়াল করুন:

একই ব্যক্তি যদি ৫% হারে **২ বছরের জন্য** ৬০০ টাকা ঋণ নেয় তাহলে তাকে ৬০০টাকার **১ বছরের সুদ** = ৬×৫ = ৩০ টাকা এবং যেহেতু ঋণ নিয়েছে **২ বছরের জন্য** তাহলে মোট সুদ দিতে হবে ৩০×২=৬০ টাকা। অর্থাৎ ৬×৫×২ = ৬০টাকা

১. **১০% সরল মুনাফায় ২০০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা কত টাকা হবে?** *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*
ক. ২০০ টাকা খ. ৩০০ টাকা গ. ৪০০ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: ১০% সরল মুনাফায় ২০০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা = ২০০০ এর ১০% = $২০০০ \times \frac{১০}{১০০}$ টাকা = ২০০ টাকা

[Note: এখানে শুধু ১ বছর থাকায় ১ দিয়ে গুণ না করে শুধু শতকরা বের করার মত করে হিসেব করা হয়েছে]

২. **বার্ষিক ১২% মুনাফায় ১০০০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা কত?** *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*
ক. ৪৭০০ টাকা খ. ৪৮২০ টাকা গ. ৪৬৬০ টাকা ঘ. ৪৮০০ টাকা উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান:	বাস্তবে বুঝতে চাইলে এভাবে :
সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, I = pnr আসল p = ১০০০০ টাকা সময় n = ৪ বছর, r = ১২% ∴ I = ? = ১০০০০ × ৪ × $\frac{১২}{১০০}$ = ৪৮০০ টাকা।	১ বছরের সুদ ১০০০০ এর ১২% = ১২০০ টাকা। তাহলে ৪ বছরের সুদ = ১২০০×৪ = ৪৮০০ টাকা। অথবা, সরাসরি= ১০০০০ এর ৪৮% = ৪৮০০ টাকা।

Super Shortcut: মূলধনের শেষে শূন্য থাকলে খাতা কলম ছাড়াই এভাবে উত্তর বের করুন :
প্রথমে মূলধনের দুটি শূন্য বাদ দিয়ে যা থাকে তা দিয়ে সুদের হার ও বছরকে গুণ করে দিলেই উত্তর বের হবে যেমন: ১০০×১২×৪ = ৪৮০০ (কারণ সূত্র প্রয়োগ করলে নিচের ১০০ এর শূন্য ও উপরের সংখ্যার দুটি শূন্য বাদ যায়)

৩. **বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ১২ টাকা হলে ২০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত?** *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার)-২০২১]*
ক. ১১২৫ খ. ১৩৫০ গ. ১২০০ ঘ. ২৪০০ উত্তর: গ

সমাধান: মোট মুনাফা = ২০×৫×১২ টাকা = ১২০০ টাকা।

একটা ইন্টারেস্টিং বিষয় দেখে নিন : % × বছর = মোট হার।

১২% মানে ১ বছরে ১২টাকা। তাহলে ৫ বছর হলে ৫×১২% = ৬০%। এভাবে বছরকে % এর সাথে গুণ করার পর সরাসরি আসলের সাথে লাগিয়ে হিসেব করলে যে চিন্তা ডেভেলপ হবে তা দিয়ে পরে অনেক দ্রুত অংক করতে পারবেন। এই প্রশ্নের সরাসরি উত্তর: ২০০০ এর ৬০% = ১২০০ (৬০% = ৫ ভাগের ৩ ভাগ) **(অংক যেভাবেই করেন এই আইডিয়াটা মাথায় রাখুন)**

৪. **বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা হারে ৫০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা কত হবে?** *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]*
ক. ২৫ টাকা খ. ৫০ টাকা গ. ৭৫ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: সূত্রানুযায়ী মোট মুনাফা = $৫০০ \times \frac{৫}{১০০} \times ৩ = ৭৫$ টাকা অথবা ৫০০ এর ১৫% অথবা শুধু = ৫×৩×৫ = ৭৫ টাকা।

৫. **বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা হার সরলসুদে ৪৫০০ টাকার ৩ (তিন) বছরের সুদ কত?** *[বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭]*
ক. ১৫০০ টাকা খ. ১৪৫০ টাকা গ. ১৬২০ টাকা ঘ. ১৩৫০ টাকা উত্তর : ঘ

সাধারণ সমাধান:	বাস্তবে বুঝতে চাইলে এভাবে :
সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, I = pnr আসল p = ৪৫০০ টাকা সময় n = ৩ বছর।, r = ১০% ∴ I = ? = ৪৫০০ × ৩ × $\frac{১০}{১০০}$ = ১৩৫০	৪৫০০ এর ১০% = ৪৫০ টাকা (১ বছরের সুদ।) তাহলে ৩ বছরের সুদ হবে = ৪৫০×৩ = ১৩৫০ অথবা সরাসরি, ৪৫০০ এর ৩০% = ১৩৫০ টাকা। সূত্র ছাড়াই এই বিষয়গুলো বুঝলে বেশি ভালো লাগবে।

নিজে করুন:

৬. **প্রতি বছর শতকরা ৮ টাকা হারে লাভের চুক্তিতে ১০০০ টাকা বিনিয়োগ করে ২ বছর পর ঐ বিনিয়োগকারী মোট কত টাকা লাভ পাবে?** *[থানা অফিসার (টি,ই,ও)-২০০৪]* **[Hints:** ১০×৮×২]
ক. ২০০টাকা খ. ১০০টাকা গ. ১৬০টাকা ঘ. ৪০০ টাকা উত্তর: গ

৭. শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সরল সুদে ৭০০০ টাকার ৫ বছরের মোট সুদ কত টাকা? *[সোনালী ব্যাংক ২০১৪]* [Hints ৫×৭০×৫]
ক. ১৭৫০ খ. ১৫০০ গ. ৩০০০ ঘ. ৪০০০ উত্তর: ক

৮. এক ব্যক্তি ৬০০০ টাকা বার্ষিক ১৩% মুনাফায় বিনিয়োগ করলে দুই বছরে কত টাকা মুনাফা পাবে? *[ইসলামী ব্যাংক (ফিল্ড অফিসার, আরডিএস)-২০০৩]* [Hints: ৬০×১৩×২]
ক. ১৫৪০ খ. ১২৯০ গ. ১৩৮০ ঘ. ১৫৬০ উত্তর: ঘ

৯. এক ব্যক্তি ৫০০০ টাকা বার্ষিক ১৪% মুনাফায় বিনিয়োগ করলে তিন বৎসর কত টাকা মুনাফা পাবে? *[ইসলামী ব্যাংক (ফিল্ড অফিসার, আরডিএস)- ২০০৪]* [Hints: ৫০×১৪×৩]
ক. ৭০০ টাকা খ. ১৪০০ গ. ২১০০ ঘ. ২৮০০ উত্তর: গ

১০. এক ব্যক্তি ৮০,০০০টাকা বার্ষিক ১২% হার সুদে বিনিয়োগ করলে ২ বৎসরে কত টাকা মুনাফা পাবে? *[ইসঃ ব্যাংক(অফিঃ) -২০০৫]*
ক. ১২০০০ খ. ১৫০০০ গ. ১৯০০০ ঘ. ১৯২০০ উত্তর: ঘ

শেষে দুটি শূন্য না থাকলে সূত্র অনুযায়ী করবেন।

১১. সুদের হার শতকরা ৬ টাকা হলে ৬৫০ টাকার ৭ বছরের সুদ কত হবে? *[পার্সপোর্ট অফিস (সহঃ গরি)-২০০০]*
ক. ২০০ টাকা খ. ১০০ টাকা গ. ৩০০ টাকা ঘ. ২৭৩ টাকা উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান:	বাস্তবে বুঝতে চাইলে এভাবে :
মোট সুদ বের করার সূত্রানুযায়ী = $\frac{৬৫০\times৭\times৬}{১০০}$ = ২৭৩ টাকা	যে কোন মূলধনের দুই ঘর আগে দশমিক বসিয়ে সুদের হার ও বছর গুণ করলেও মোট সুদ বের হবে। যেমন: ৬×৬.৫×৭ = ২৭৩ টাকা। কারণ নিচে ১০০ থাকায় উপরে দু'ঘর আগে দশমিক বসবে।

দ্রুত মুখে মুখে করতে চাইলে :
প্রথমে খেয়াল করুন এখানে মূলধন ৬৫০ টাকা এবং সুদের হার ৬% তাহলে প্রথমে ৬০০ টাকার মোট সুদ = ৬×৬=৩৬ টাকা বের করে তারপর ৫০ টাকার সুদ ১০০ টাকার সুদের অর্ধেক ৩ টাকা, ∴১ বছরের মোট সুদ = ৩৬+৩=৩৯ টাকা । এখন যেহেতু ৭ বছরের মোট সুদ বের করতে বলেছে তাই ৭ দিয়ে ৩৯ কে গুণ করতে হবে, তাই উত্তর হবে = ৩৯×৭ = ২৭৩ টাকা।

১২. রহিমা ২০% সরল সুদে ৮০০ টাকা এবং ১৫% সরল সুদে ৬০০ টাকা বিনিয়োগ করল। এক বছরে কত টাকা সুদ পাবেন? *[খাদ্য অধিঃ (সহঃ উপ-খাদ্য পরিদর্শক)-২০১২/+/কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা)- ২০১৯]*
ক. ২০৫ টাকা খ. ২৫০ টাকা গ. ২২৫ টাকা ঘ. ২৯০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ২০% হারে ৮০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৮০০× $\frac{২০}{১০০}$ = ১৬০ [সরাসরি % নিয়ে হিসেব অর্থই ১ বছরের সুদ বের করা]

আবার, ১৫% সরল সুদে ৬০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৬০০×১× $\frac{১৫}{১০০}$ = ৯০ টাকা ∴ মোট সুদ = (১৬০+৯০)= ২৫০ টাকা

১৩. এক ব্যক্তিকে তার মোট ঋণের প্রথম ৬০০ টাকার জন্য ৮% হারে সুদ দিতে হয় এবং ৬০০ টাকার অধিক অংশটির জন্য ৭% হারে সুদ দিতে হয়। যদি কোন বছর তার ঋণের পরিমাণ ৬০০০ টাকা হয়, সে বছর তাকে কত টাকা সুদ দিতে হবে? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*
ক. ৪৮০ খ. ৪২০ গ. ৩৭৮ ঘ. ৪২৬ উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে এক লাইনে করার জন্য:
৬০০০ টকার মধ্যে প্রথম ৬০০ টাকার সুদ = ৬০০ এর ৮% = ৪৮টাকা পরের (৬০০০-৬০০) = ৫৪০০ টাকার সুদ = ৫৪০০ এর ৭% = ৩৭৮ তাহলে মোট সুদ: ৪৮+৩৭৮ = ৪২৬ টাকা।	সবগুলো টাকা অর্থাৎ ৬০০০ টাকারই সারাবছরের সুদ ৭% হলে হতো ৪২০টাকা এর সাথে প্রথম ৬০০টাকার জন্য ১টাকা করে ৬টাকা অতিরিক্ত হলে মোট সুদ হবে ৪২০+৬ = ৪২৬টাকা।

১৪. একজন ব্যক্তি ৯০০০ টাকার উপরে ৩০% হারে খাজনা ১২ টি সমান কিস্তিতে পরিশোধ করে। প্রতি কিস্তির পরিমাণ কত? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018]*
ক. ২২৫ টাকা খ. ২.৫০ টাকা গ. ২২০ টাকা ঘ. ২৫০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান : মোট খাজনার পরিমাণ = ৯০০০ এর ৩০% = ৯০০০× $\frac{৩০}{১০০}$ = ২৭০০ টাকা।

১২টি কিস্তিতে ২৭০০ টাকা পরিশোধ করলে প্রতি কিস্তিতে টাকা দিতে হবে = $\frac{২৭০০}{১২}$ = ২২৫টাকা।

(১.খ) বছরের পরিবর্তে মাস দেয়া থাকলে :

সাধারণত সুদের হার নির্ধারিত হয় বছরের উপর হিসেব করে তাই অধিকাংশ পরীক্ষায় বছরের অঙ্কগুলোই আসে। কিন্তু যদি কখনো বছরের পরিবর্তে মাসের উল্লেখ থাকে তাহলে নিচের নিয়মে মোট সুদ বের করতে হবে।
মোট সুদ বের করার সূত্রের মতই শুধু অতিরিক্ত হিসেবে ১২ দিয়ে ভাগ করতে হবে। কেননা ১২ মাসে ১ বছর হয়।

মাসের সুদ বের করার সূত্র: = $\frac{\text{মূলধন} \times \text{সুদের হার} \times \text{সময়(মাস)}}{১০০ \times ১২}$

১৫. শতকরা বার্ষিক ১৫% সুদে ৮,০০০ টাকার ৬ মাসের সুদ কত? *[প্রাক-প্রাথমিক (সহকারী শিক্ষক)-২০১৫]*
ক. ৬০০ টাকা খ. ৭০০ টাকা গ. ৮০০ টাকা ঘ. ৫০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: আমরা জানি, সুদ = $\frac{\text{আসল}\times\text{সুদের হার}\times\text{সময়}}{১০০}$ = $\frac{৮০০০\times১৫\times.৫}{১০০}$ = $\frac{৮০০০\times১৫\times৫}{১০০\times১০}$ = ৬০০ টাকা।

নিজে করুন:

১৬. শতকরা বার্ষিক ১২ টাকা হারে ৬০০ টাকার ৬ মাসের সুদ কত হবে? *(সরঃ মাধ্যঃ বিদ্যালয়-০৬)* [Hints: ১২×৬ = ৭২÷২]
ক. ১৮ খ. ২০ গ. ৩০ ঘ. ৩৬ উত্তর: ঘ

১৭. ৮% হার সুদে ৬০০ টাকার মাসিক (১মাস) সুদ কত টাকা? [Hints:১ বছরের বের করে ১২ দিয়ে ভাগ ৮×৬)÷১২= ৪]
ক. ২ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ৮ উত্তর: খ

১৮. ৬% হারে ১০,০০০ টাকার ৯ মাসের সুদ কত হবে? *[২৫তম বিসিএস]*
ক. ১৮০ খ. ২০০ গ. ২৫০ ঘ. ৪৫০ উত্তর: ঘ

[Hints: শূন্য বাদ দিয়ে প্রথমের মতই গুণ কিন্তু শেষে ১২দিয়ে ভাগ করে ৯ দিয়ে গুণ = ৪৫০]

১৯. রফিক সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ২০ লক্ষ টাকার ৩ মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক ৫ বছর মেয়াদী সঞ্চয়পত্র কিনলেন। সঞ্চয়পত্রের বার্ষিক মুনাফা ১২% হলে তিনি ১ম কিস্তিতে অর্থাৎ প্রথম তিন মাস পর কত মুনাফা পাবেন? *[যুব ও উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্রেডিট সুপারভাইজার)-২০২১]*
ক. ৫০০০০ খ. ৬০০০০ গ. ২৫০০০০ ঘ. ২৪০০০০ উত্তর: খ

সমাধান : ২০,০০০,০০ এর ৩% = ৬০,০০০ টাকা। [১২ মাসের সুদ = ১২% হলে ৩ মাসের সুদ = ৩%]

(১.গ) বছর ও মাস একসাথে দেয়া থাকলে :

টিপস: এক্ষেত্রে বছর কে মাস বানিয়ে মাসের সুদ বের করার নিয়মে করতে পারেন। আবার বছরের সুদ আলাদা এবং মাসের সুদ আলাদা বের করে শেষে দুটি সুদই যোগ করে দিয়ে মোট সুদ বের করতে পারেন।

২০. শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হারে সুদে ৭২০ টাকার ২ বছর ৪ মাসের সুদ কত? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*
ক. ৮৩ টাকা খ. ৮৪ টাকা গ. ৮২ টাকা ঘ. ৯০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: এখানে ২ বছর ৪ মাস = (১২×২)+৪ = ২৮ মাস। এখন সূত্রানুযায়ী সুদ = $\frac{৭২০ \times ৫ \times ২৮}{১০০ \times ১২}$ = ৮৪ টাকা।

সূত্র ভুলে যেতেই পারেন, তাই এভাবে বাস্তবে ভাবুন: ৭২০ এর ৫% = ৩৬ টাকা হলো ১ বছর বা ১২ মাসের সুদ। তাহলে ২ বছরের সুদ হবে ৩৬+৩৬ = ৭২ টাকা এবং ১২ মাসের সুদ ৩৬ টাকা হলে ১ মাসের সুদ = ৩৬÷১২ = ৩টাকা ও ৪ মাসের সুদ = ৩×৪ = ১২ টাকা। তাহলে ২ বছর ৪ মাসের মোট সুদ = ৩৬+৩৬+১২ = ৮৪ টাকা। [বড় মনে হলেও এটাই সহজ এবং মনে থাকবে]

২১. শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সুদে ৭২০ টাকার ২ বছর ৪ মাসের সুদ কত? *[প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৭]*

ক. ৮৩ খ. ৮৪ গ. ৮২ ঘ. ৯০ উত্তর: খ

সমাধান: দেওয়া আছে, আসল (P) = ৭২০ টাকা; হার (r) = ৫ টাকা; সময় (n) = ২ বছর ৪ মাস = $২\frac{৪}{১২} = ২\frac{১}{৩}$ বা, $\frac{৭}{৩}$

∴ সুদ (I) = $\frac{Pnr}{১০০} = \frac{৭২০ \times ৭ \times ৫}{১০০ \times ৩}$ = ৮৪ টাকা।

২২. শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সরল সুদে ৬৪০ টাকার ২ বছর ৬ মাসের সুদ কত? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশনের (সহকারী পরিচালক)-২০০৩+খাদ্য অধিদপ্তরের (খাদ্য পরিদর্শক)-২০০০]*

ক. ৬০ টাকা খ. ১৬০ টাকা গ. ৬৪ টাকা ঘ. ৮০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: আমরা জানি, সুদ (I) = $\frac{Pnr}{১০০} = \frac{৬৪০ \times ৫ \times ২.৫}{১০০} = \frac{৬৪০ \times ৫ \times ২৫}{১০০ \times ১০}$ = ৮০ টাকা।

(১.ঘ) দৈনিক সুদের হিসেব:

সাধারণত দৈনিক সুদের অংকগুলো তেমন আসে না।

তবে যদি কখনো আসে তাহলে এই নিয়মে করতে পারবেন। **দৈনিক মোট সুদ** = $\frac{\text{মূলধন} \times \text{সুদের হার} \times \text{সময়}}{১০০ \times ৩৬৫}$

২৩. বার্ষিক ১০% হার সুদে ৭৩০০ টাকার দৈনিক সুদ কত টাকা হবে?

সমাধান: দৈনিক সুদ বের করার সূত্র অনুসারে = $\frac{৭৩০০ \times ১০ \times ১}{১০০ \times ৩৬৫}$ = ২টাকা

নিজে করুন:

২৪. যদি বার্ষিক সুদের হার ২০% হয়, তাহলে ২৯২০০ টাকার দৈনিক সুদ কত টাকা হবে?

ক. ১৮ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ১৬ উত্তর: ঘ

(১.ঙ) সুদের হার ভগ্নাংশ অথবা দশমিক ভগ্নাংশে থাকলে :

টিপস: নিয়ম একই শুধু এক লাইন অতিরিক্ত লিখে তারপর কাটাকাটি করতে হবে।
আমরা আগেই জেনেছি যে, কোন মিশ্র ভগ্নাংশের অংক করার সময় প্রথমে তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বানিয়ে তারপর অংক করতে হয়।

২৫. জাওয়াদ সাহেব ৫০০ টাকা ৩ বছরের জন্য ব্যাংকে জমা রাখলেন। $৮\frac{১}{৩}$ % হারে তিনি কত টাকা সরল মুনাফা পাবেন? *[১৫ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়)-২০১৮]*

ক. ১০০ টাকা খ. ১২৫ টাকা গ. ৫২৫ টাকা ঘ. ৬২৫ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, $৮\frac{১}{৩}\% = \frac{২৫}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১}{১২}$ অংশ। এরপর (৫০০×৩) এর $\frac{১}{১২}$ অংশ = ১৫০০ × $\frac{১}{১২}$ = ১২৫ টাকা।

২৬. $৬\frac{১}{৪}$% হার সুদে ৯৬ টাকার ৬ বছরের সুদ কত টাকা হবে? [Hints: = $\frac{৯৬ \times ৬.২৫ \times ৬}{১০০}$] উত্তর: ৩৬

২৭. বার্ষিক সুদের হার ৫ $\frac{১}{২}$ টাকা হলে, ৮০০ টাকার ৪ বছর ৩ মাসের সুদ কত? *[স্ট্যান্ডার্ড ব্যাংক লিমিটেড(টিএও)-২০১৬+সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের(সহকারী শিক্ষক)-২০০৪]*

ক. ১১৯ টাকা খ. ১৮৭ টাকা গ. ১৯৯ টাকা ঘ. ২৪৯ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ৪ বছর ৩ মাস = $(৪+\frac{৩}{১২}) = (৪+\frac{১}{৪}) = (\frac{১৬+১}{৪}) = \frac{১৭}{৪}$ বছর বা, ৪.২৫ বছর

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৫.৫ টাকা

∴ ১ " ১ " " = $\frac{৫.৫}{১০০}$ "

∴ ৮০০ " ৪.২৫ " " = $\frac{৫.৫ \times ৪.২৫ \times ৮০০}{১০০}$ " = ১৮৭ টাকা সুতরাং নির্ণেয় সুদ = **১৮৭ টাকা।**

টেকনিক: যদি ভগ্নাংশ গুলো খুব সহজ হয় তাহলে মনে মনে ভগ্নাংশটিকে দশমিক সংখ্যা ধরে অংক করুন তাহলে খুব দ্রুত করা যাবে। যেমন: ৬ $\frac{১}{২}$ কে ৬.৫ ধরে এবং ৬ $\frac{১}{৪}$ কে ৬.২৫ ধরে।

২৮. ৯.৫% হার সরল সুদে ৬০০ টাকার ২ বছরের সুদ কত? *[খাদ্য অধি: (সহ: উপ-খাদ্য পরিদর্শক)-২০১২]* [Hints: ৯.৫×৬×২]

ক.২০০ খ.৪০০ গ.৩৫০ ঘ.১১৪ উত্তর: ঘ

২৯. প্রতি বছর শতকরা ৯.৫০ টাকা হারে লাভের চুক্তিতে ১,০০০ টাকা বিনিয়োগ করে ২ বছর পরে ঐ বিনিয়োগকারীর কত টাকা হাতে পাবে? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-২০০৬]* [Hints: ১০০০ + ৯.৫×১০×২]

ক.১১৯০ খ.২০০০ গ.২৫০০ ঘ.৩০০০ উত্তর: ক

পদ্ধতি-০২: সুদাসল বের করা

প্রশ্নে সুদাসল থাকবে না বরং সুদাসল বের করতে বলা হবে।

জেনে রাখুন:

- সুদাসলের উপর সরাসরি কোন শর্টকাট সূত্র নেই। একটু ঘুরিয়ে শর্টকাট বানাতে হবে।
- সুদাসলের উপর সুদের কোন হিসাব হয় না। তাই আগে আসল বের করে হিসাব করতে হবে।
- সুদাসল থেকে মোট সুদ বিয়োগ করলেই আসল বের হবে।
- উপরে সবগুলো নিয়মই সুদাসলের প্রশ্নগুলোতে প্রয়োগ করতে হবে।

৩০. ১০% হার সুদে ৫০০ টাকার ৩ বছরের সুদে-আসলে কত হবে? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৫৫০ টাকা খ. ৬৫০ টাকা গ. ৪৫০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ১০% হার সুদে ৫০০ টাকার ৩ বছরের সুদ = ৫০০×৩× $\frac{১০}{১০০}$ টাকা = ১৫০ টাকা।

সুতরাং সুদ-আসল = (৫০০+১৫০) টাকা = ৬৫০ টাকা।

৩১. শতকরা বার্ষিক ৭ টাকা হার মুনাফায় ৬৫০ টাকায় ৬ বছর পর মূলধন (মুনাফা-আসল)কত? *[DPDC-এর সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট: ২০২১]*

ক. ৭২৩ খ. ৮২৩ গ. ৯২৩ ঘ. ১০২৩ উত্তর: গ

সমাধান: ৭ টাকা হার মুনাফায় ৬৫০ টাকার ৬ বছরের সুদ = $৬৫০\times৬\times\frac{৭}{১০০}$ = ২৭৩ টাকা

সুতরাং, সুদ-আসল = ৬৫০+২৭৩ = ৯২৩ টাকা।

৩২. রমিজ সাহেব ব্যাংকে ৫০০০ টাকা জমা রাখলেন এবং ঠিক করলেন যে, আগামী ৬ বছর তিনি ব্যাংক থেকে টাকা উঠাবেন না। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফা ১০% হলে, ৬ বছর পর তিনি মুনাফা কত পাবেন? মুনাফা-আসল কত হবে? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৩০০০ টাকা, ৫০০০ টাকা
খ. ৩০০০ টাকা, ৮০০০ টাকা
গ. ৫০০০ টাকা, ৮০০০ টাকা
ঘ. ৮০০০ টাকা, ৪০০০ টাকা

উত্তর: খ

সমাধান: ১০% হারে ৫০০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা = $৫০০০\times৬\times\frac{১০}{১০০}$ = ৩০০০ টাকা।

∴ মুনাফা-আসল = (৫০০০+৩০০০) টাকা = ৮০০০ টাকা। উত্তর: ৩০০০ টাকা, ৮০০০ টাকা।

নিজে করুন:

৩৩. ৫% হার সুদে ৬০০ টাকা ৫ বছরে সুদে-আসলে কত টাকা হবে? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]*

ক. ৭০০ খ. ৭৫০ গ. ৭৭৫ ঘ. ৮০০ উত্তর: খ

[Hints: ৬০০ এর (৫×৫) = ২৫% বা ৪ ভাগের ১ ভাগ সুদ = ১৫০ টাকা। সুদাসল = ৬০০+১৫০ = ৭৫০ টাকা।]

৩৪. শতকরা ৫ টাকা হার সুদে ১২০ টাকা তিন বছরে সুদে-আসলে কত হয়? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা-২০১৬ (যুক্তি. কোটা)]*

ক. ১৩০ খ. ১৩৮ গ. ১৪০ ঘ. ১৪২ উত্তর: খ

৩৫. সুদের হার ৬.৫% হলে ১০০০ টাকা জমা দিয়ে ৬ বছর পরে সুদে -আসলে কত টাকা পাওয়া যাবে? *(উপজেলা পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা - ১৩)*

ক. ১৩০৯ খ. ১৩৯০ গ. ৩১৯০ ঘ. ১০৩৯ উত্তর: খ

[Hints: ১ বছরের সুদ = ১০০০ এর ৬.৫% = ৬৫ টাকা ∴ ৬বছরের সুদ ৬৫×৬ = ৩৯০ এবং সুদাসল = ১০০০+৩৯০ = ১৩৯০]

৩৬. এক ব্যক্তি ১,০০০ টাকা ৪ বছরের জন্য একটি ব্যাংকে জমা রাখেন। ব্যাংক উক্ত ব্যক্তিকে প্রথম ২ বছরের জন্য ১০% হারে এবং শেষ ২ বছরের জন্য ৫% হারে সুদ প্রদান করবে। ৪ বছর শেষে উক্ত ব্যক্তি কত টাকা গ্রহণ করবে? *[BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০২০]*

ক. ১৩০০ খ. ১২৫০ গ. ১৫০০ ঘ. ১৩৫০ উত্তর: ক

সাধারণ সমাধান:	যে টেকনিকে ম্যাজিকের মত উত্তর বের হবে:
প্রথম ২ বছরের সুদ = $১০০০\times২\times\frac{১০}{১০০}$ = ২০০	মুলধন যেহেতু উভয় অংশের জন্য ১০০০ ই। তাই প্রথম ২ বছর ১০% = মোটে = ২×১০% = ২০%
শেষের ২ বছরের সুদ = $১০০০\times২\times\frac{৫}{১০০}$ = ১০০	শেষের ২ বছর ৫% হারে মোটে = ২×৫% = ১০%
মোট সুদ = ২০০+১০০ = ৩০০ ∴ সুদসাল: ১০০০+৩০০ = ১৩০০	মোট সুদ (২০+১০) = ৩০% । সুদাসল = (১০০+৩০)% = ১০০০ এর ১৩০% = ১৩০০ টাকা।

নিজে করুন:

৩৭. বার্ষিক সুদের হার $৬\frac{৩}{৪}$% হলে, ১৪০০ টাকার ৮ বছরে সুদে -আসলে কত হবে?

ক. ২১৬৫ খ. ২৫১৬ গ. ১২৫৬ ঘ. ২১৫৬ উত্তর: ঘ

[Hints: এখানে $৬\frac{৩}{৪}$% কে ৬.৭৫% ধরে হিসেব করলে খুব দ্রুত হবে। ১৪০০+ (১৪×৮×৬.৭৫) = ২১৫৬ টাকা।]

৩৮. বার্ষিক শতকরা ৭% হারে ১৮ মাস পরে ১০০০ টাকা কত টাকা হবে? *[PKB- (EO) - 2017]*

ক. ১১০০ টাকা খ. ১৪৫০ টাকা গ. ১১০৫ টাকা ঘ. ৮০০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: ১৮ মাস = ১বছর + অর্ধেক বছর।

এখানে, ৭% হারে ১০০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ১০০০ এর ৭% = ৭০ টাকা।

আবার ১ বছরের সুদ ৭০ টাকা হলে অবশিষ্ট ৬ মাসের সুদ হবে ৭০ এর অর্ধেক = ৩৫ টাকা।

তাহলে মোট সুদ = ৭০+৩৫ = ১০৫ টাকা। ∴ সুদাসল = (১০০০+১০৫) = ১১০৫ টাকা উত্তর: ১১০৫ টাকা

পদ্ধতি-০৩ : সুদের হার বের করা

মোট সুদের পরিমাণ দেয়া থাকবে। সুদের হার কত তা বের করতে হবে।

Simple Interest rate = $r=\frac{100\times I}{P\times n}$ অর্থাৎ সুদের হার = $\frac{১০০\times\text{মোট সুদ}}{\text{আসল}\times\text{সময়}}$

অবশ্যই মাথায় রাখতে হবে সুদের হার বলতে বোঝায় ১০০ টাকায় ১ বছরের সুদ কত তা বের করা।

(৩.ক) আসল, সুদের পরিমাণ এবং সময় থাকলে:

৩৯. শতকরা বার্ষিক কত মুনাফায় ৩০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা ১৫০০ টাকা হবে? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৫% খ. ১৫% গ. ২০% ঘ. ১০% উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান: (ঐকিক নিয়মে)	সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান:
৩০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা = ১৫০০ টাকা।	এখানে,
∴ ১ " ১ " " = $\frac{১৫০০}{৩০০০\times৫}$	মূলধন = ৩০০০ টাকা, সময় = ৫ বছর, মুনাফা = ১৫০০ টাকা
∴ ১০০ " ১ " " = $\frac{১৫০০\times১০০}{৩০০০\times৫}$ = ১০%	∴ মুনাফার হার = $\frac{\text{মুনাফা}\times১০০}{\text{আসল}\times\text{সময়}}=\frac{১৫০০\times১০০}{৩০০০\times৫}$ = ১০%
শর্টকাট সমাধান:	**সবথেকে ইন্টারেস্টিং টেকনিক: যে ভাবনাটা মনে থাকবে বেশি**
৫ বছরের সুদ = ১৫০০ টাকা হলে	মোট মুলধন ৩০০০টাকা আবার মোট সুদ = ১৫০০ সুদ
১ বছরের সুদ = $\frac{১৫০০}{৫}$ = ৩০০ টাকা (১বছরের সুদ আগে)	তাহলে সুদ আসলের শতকরা = $\frac{১৫০০}{৩০০০}\times১০০$ = ৫০%
এখন শতকরার মত সুদের হার = $\frac{৩০০}{৩০০০}\times১০০$ = ১০%	এখন ৫ বছরে সুদ ৫০% হলে বাৎসরিক সুদ = $\frac{৫০\%}{৫}$ = ১০%

৪০. সুলেমান সাহেব ১৫০০০ টাকা ব্যাংকে জমা করে বছরে সুদ বাবদ ১২৭৫ টাকা আয় করে। বছরের সুদের হার কত ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ৮% খ. ৮.২৫% গ. ৮.৫% ঘ. ৮.৬% উত্তর: গ

সমাধান: সময় ১ বছর হওয়ায় সরাসরি শতকরা বের করার নিয়মে = $\frac{১২৭৫}{১৫০০০}\times১০০$ = ৮.৫%

সুদের হার বের করার সহজ টেকনিক: ১ বছরের কথা বলায় যেমন সরাসরি শতকরা হার বের করা যাচ্ছে, ঠিক তেমনি ২ বা ৩ বছর হলে আগে মোট সুদ কে ঐ বছর দিয়ে ভাগ করলে ১ বছরের সুদ বের হবে। তারপর আবার শতকরা হার বের করার নিয়মেই করা যাবে। অথবা আগে শতকরা হার বের করে তারপর যত বছর তা দিয়ে গুণ দিলেই হবে।

৪১. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৫ বছরে ৪০০ টাকার সুদ ১৪০ টাকা হবে? *[শ্রম অধি(রেজি)-২০০০]*
ক.২% খ.১০% গ.৩% ঘ.৭% উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান: (ঐকিক নিয়মে)	সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান: (প্রতিবার সূত্র দিয়ে সমাধান একই)
৪০০ টাকার ৫ বছরের সুদ = ১৪০ টাকা ∴১ টাকার ১ বছরের সুদ = $\frac{১৪০}{৪০০ \times ৫}$ টাকা ∴১০০ " ১ " " = $\frac{১৪০ \times ১০০}{৪০০ \times ৫} = ৭\%$	এখানে, মূলধন = ৪০০ টাকা,সময় = ৫ বছর, মুনাফা = ১৪০ টাকা ∴মুনাফার হার = $\frac{\text{মুনাফা} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{সময়}} = \frac{১৪০ \times ১০০}{৪০০ \times ৫} = ৭\%$ **সবথেকে সহজ ভাবনা:** শতকরা বের করার মত করে ১৪০ হলো ৪০০ এর ৩৫% (এটা ৫ বছরে)। ∴১ বছরে হবে ৩৫%÷৫ = ৭%

মুখে মুখে: এখানে, মোট সুদ দেয়া আছে ১৪০ টাকা যা ৫ বছরের সুদ তাহলে ১ বছরের সুদ হবে ১৪০ ÷ ৫ = ২৮ টাকা। আবার এই ২৮ টাকা হচ্ছে ৪০০ টাকার সুদ। তাহলে ১০০ টাকার সুদ হবে ৪০০ টাকার সুদের ৪ ভাগের ১ ভাগ। অর্থাৎ মূলধনের শেষের দুটি শূন্য বাদ দিয়ে যা থাকবে তা দিয়ে ভাগ দিতে হবে উত্তর = (২৮÷৪) = ৭ টাকা। বা, ৭%

৪২. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৮০০ টাকার ৩ বছরের সুদ ১৪৪ টাকা হবে?
ক. ১৮% খ. ২০% গ. ১০% ঘ. ৬% উত্তর: ঘ

শর্টকাট সমাধান: (আগে শতকরা বের করে + বছর)	শর্টকাট সমাধান: (আগে বছর দিয়ে ভাগ করে তারপর হার)
এখানে মোট সুদ ১৪৪ টাকা আসল ৮০০ টাকার শতকরা পরিমাণ = $\frac{১৪৪ \times ১০০}{৮০০} = ১৮\%$ এখন ৩ বছরে ১৮% হলে ১ বছরে হবে = ১৮%÷৩ = ৬% (এখানে নিচের ৮০০ এর সাথে ৩ গুণ করলেই মুল সূত্র)	এখানে ৩ বছরের মোট সুদ = ১৪৪ টাকা হওয়ায় ১ বছরের মোট সুদ = ১৪৪ ÷৩ = ৪৮ টাকা। এখন, এই ৪৮ টাকা হলো ৮০০ টাকার সুদ। তাহলে শতকরা হার বের করলেই ১০০ টাকার সুদ বের হবে = $\frac{৪৮ \times ১০০}{৮০০} = ৬\%$

পরামর্শ: এখানে ৩ দিয়ে ১৪৪ কে সরাসরি ভাগ করা যাচ্ছে বিধায় দুটি সমাধানই সহজ। কিন্তু ৩ দিয়ে ভাগ করা না গেলে তখন ১ম নিয়মটা সহজ। যেহেতু ১ম নিয়মটা সব জায়গায় কাজে লাগানো যাবে তাই ১ম নিয়মে চেষ্টা করুন।

নিজে করুন:

৪৩. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৬০০০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ৬০০০ টাকা হবে? *[বাংলাদেশ ব্যাংক এসি (ডিরেক্টর)-২০০৮]*
ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: ক

[**Hints:** ৬০০০ হলো ৬০০০০ এর ১০% তাহেল ৫ বছরে ১০% হলে ১ বছরে = ১০%÷৫ = ২%]

৪৪. তানভীর সাহেব কোন ব্যাংকে ৯০০০ টাকা রেখে ২ বছরে ১৮০০ টাকা মুনাফা পেলেন। বার্ষিক সুদের হার কত ছিল? *[বাংলাদেশ গ্যাসফিল্ড কোম্পানী-২০১১]*
ক. ১৮% খ. ২০% গ. ৫% ঘ. ১০% উত্তর: ঘ

[**Hints:** ১৮০০ হলো ৯০০০ এর ১/৫ অংশ বা ২০% । ২ বছরে ২০% হলে ১ বছরে = ২০%÷২ = ১০%]

৪৫. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৭০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ১০৫ টাকা হবে? *[মাধ্যমিক প্রধান শিক্ষক-২০০২]*
ক. ২% খ. ৩% গ. ৪% ঘ. ৫% উত্তর: খ

[**Hints:** ৭০০ এর ১৫% = ১০৫। সুতরাং ১ বছরে = ১৫%÷৫ = ৩%]

৪৬. বার্ষিক শতকরা কত টাকা হার সুদে ৯০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ১৩৫ টাকা হবে? *[সহকারী জজ-২০১০]*
ক.২টাকা খ.৩টাকা গ.৪টাকা ঘ.৬টাকা উত্তর: খ

[**Hints:** ৫ বছরে ১৩৫ হলে ১ বছরে ২৭ এবং সুদের হার ২৭÷৯ = ৩%]

৪৭. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ১২০০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ ২১৬ টাকা হবে? *[ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়-২০০৪]*
ক. ২% খ. ৪% গ. ৬% ঘ. ৮% উত্তর: গ

[**Hints:** ২১৬÷৩ = ৭২ ÷ ১২ (১২০০ থেকে ০০ বাদ দিয়ে ১২]

একটু ব্যতিক্রম:
যদি বছরের সংখ্যা দিয়ে মোট সুদকে ভাগ করা না যায় তাহলে নিচের নিয়মে সমাধান করতে হবে।

টিপস: আগের কাজগুলোই করবেন কিন্তু কাটাকাটি সবার শেষে করতে হবে। যেমন:

৪৮. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৪৫০ টাকার ১২ বছরের সুদ ১৬২ টাকা হবে? *[প্রাথ-প্রাথমিক বিদ্যালয় (প্রধান শিক্ষক)- ১৯৯৯]*
ক. ৮% খ. ২% গ. ৫% ঘ. ৩% উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান: (ঐকিক নিয়মে)	সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান:
৪৫০ টাকার ১২ বছরের সুদ = ১৬২টাকা ∴১ " ১ " সুদ = $\frac{১৬২}{১২ \times ৪৫০}$ ∴১০০ " ১ " সুদ = $\frac{১৬২ \times ১০০}{১২ \times ৪৫০} = ৩\%$	এখানে, মূলধন = ৪৫০ টাকা,সময় = ১২ বছর, মুনাফা = ১৬২ টাকা ∴মুনাফার হার = $\frac{\text{মুনাফা} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{সময়}} = \frac{১৬২ \times ১০০}{৪৫০ \times ১২} = ৩\%$ প্রথমে সম্পূর্ণ সুদ কে আসলের % বানিয়ে যত বছর তত দিয়ে ভাগ করে % বের করার টেকনিকটা দ্রুত অংক করার জন্য সহজ ।

মুখে মুখে: ১৬২ হলো ৪৫০ এর ৩৬% । এখন ১২ বছরের মোট হার = ৩৬% হলে ১ বছরের হার = ৩৬%÷১২ = ৩%

৪৯. সরল হার সুদে ৫৬০ টাকার ৩ বছরের সুদ ৮৪ টাকা হলে সুদের হার কত? *[সহকারী শিক্ষক-২০০১]*
ক. ৮% খ. ২% গ. ৫% ঘ. ৩% উত্তর: গ

[**Hints:** সর্বমোট হার = $\frac{৮৪ \times ১০০}{৫৬০}$ = ১৫% এখন ৩ বছরে ১৫% হলে ১ বছরে ১৫%÷৩ = ৫%]

নিজে করুন:

৫০. ৪২৫ টাকার ৪ বছরের সুদ ৮৫ টাকা হলে সুদের হার কত? [**Hints:** ৮৫ হলো ৪২৫ এর ১/৫ বা ২০%÷৪ বছর = ৫%]
ক. ৫% খ. ৬% গ. ৪% ঘ. ৮% উত্তর : ক

৫১. সুদের হার কত হলে ৪৫০ টাকার ৩ বছরের সুদ ৫৪ টাকা হবে? [**Hints:** ৫৪÷৩ = ১৮÷ ৪.৫ = ৪%]
ক. ৮% খ. ৪% গ. ৫% ঘ. ৩% উত্তর: খ

৫২. বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত হলে, ১৫০০ টাকার ৭ বছরের সুদ ৭৩৫ টাকা হবে? [**Hints:** =(৭৩৫÷৭)=১০৫ ÷১৫=৭%]
ক. ৬% খ. ৭% গ. ৯% ঘ. ৮% উত্তর: খ

৫৩. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৭৫০ টাকার ২ বছরের সুদ ২১০ টাকা? *[অষ্টম শ্রেণী, অনু:২.২]*
ক. ১৮% খ. ১৪% গ. ১৫% ঘ. ১৩% উত্তর: খ

[**Hints:** = (২১০÷২) =১০৫÷৭.৫=১৪%]

৫৪. ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মুলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হারে মুনাফা পাওয়া যাবে? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি:] + [BSC- Combined-(So)- 2018] + [খাদ্য অধিদপ্তর (বিভিন্ন পদ): ২০২০]*
ক. ৯% খ. ৯.২% গ. ৮% ঘ. ৮.২% উত্তর: খ

সমাধান: ১০% হারে ৩০০০ টাকার মুনাফা ৩০০০ এর ১০% = ৩০০ টাকা।
আবার ৮% হারে ২০০০ টাকার মুনাফা ২০০০ এর ৮% = ১৬০ টাকা।
এখন সর্বমোট মূলধন ৩০০০+২০০০ = ৫০০০ টাকার মোট মুনাফা ৩০০+১৬০ = ৪৬০ টাকা
সুতরাং,৫০০০ টাকায় মুনাফা = ৪৬০ টাকা হলে,

মুখে মুখে: ৩০০+১৬০ = ৪৬০÷৫০ = ৯.২%

∴১ টাকায় হবে = $\frac{৪৬০}{৫০০০}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় হবে = $\frac{৪৬০ \times ১০০}{৫০০০} = ৯.২$ টাকা বা ৯.২% **উত্তর: ৯.২%**

নিজে করুন :

৫৫. ৮% হার সুদে ৭৫০ টাকা এবং ৬% হার সুদে ১২৫০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মুলধনের ওপর গড়ে শতকরা কত হারে সুদ পাওয়া যাবে? *[অষ্টম শ্রেণী ২.২-(পুরাতন বই)]*
ক. ৬% খ. ৬.২৫% গ. ৬.৭৫% ঘ. ১৩.৫% উত্তর: গ

(৩.খ) মোট সুদের পরিবর্তে সুদাসল দেয়া থাকলে :

টিপস: মোট সুদ দেয়া না থাকলে এবং সুদাসল দেয়া থাকলে প্রথমে সুদাসল থেকে আসল বিয়োগ করে মোট সুদ বের করতে হবে। তারপর উপরের নিয়মেই সুদের হার বের করতে হবে। যেমন:

৫৬. বার্ষিক শতকরা কত হার সুদে ৪২৫ টাকা ৩ বছরে সুদ-আসলে ৪৭৬ টাকা হবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (যানবাহন)-২০০৮] +[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(শীতলক্ষ্যা)-২০১৩]*

ক. ৪% খ. $4\frac{1}{2}\%$ গ. ৫% ঘ. ৬% উত্তর: ক

সমাধান:	শর্টকাট সমাধান:
এখানে, সুদ-আসল = ৪৭৬ টাকা, আসল = ৪২৫ টাকা সুতরাং সুদ = ৪৭৬-৪২৫ = ৫১ টাকা। আমারা জানি, সুদের হার $= \frac{১০০\times \text{সুদ}}{\text{আসাল}\times \text{সময়}} = \frac{১০০\times ৫১}{৪২৫\times ৩} = ৪\%$	৩ বছরের সুদ = ৫১ টাকা হলে ১ বছরের সুদ = ৫১÷৩ = ১৭ টাকা। এখন সুদের হার $= \frac{১৭\times ১০০}{৪২৫} = ৪\%$
মুখে মুখে: ৫১ হলো ৪২৫ এর ১২% । এখন ৩ বছরের মোট সুদ = ১২% হলে ১ বছরে হবে ১২%÷৩ = ৪%	

৫৭. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ২৭৫ টাকা ৪ বছরে সুদ আসলে ৪০৭ টাকা হবে? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ৮% খ. ১০% গ. ১২% ঘ. ১৫% উত্তর: গ

সমাধান: এখানে, আসল = ২৭৫ টাকা; সুদ = (৪০৭-২৭৫) টাকা = ১৩২ টাকা এবং সময় = ৪ বছর

সুতরাং মুনাফার হার $= \frac{\text{মুনাফা}\times ১০০}{\text{আসল}\times \text{সময়}} = \frac{১৩২\times ১০০}{২৭৫\times ৪} = ১২\%$ **[মুখে মুখে:** ১৩২ হলো ২৭৫ এর ৪৮%÷৪ = ১২%]

নিজে করুন :

৫৮. শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত হলে, ১৩০০ টাকা ৫ বছরে সুদে-আসলে ১৭৫৫ টাকা হবে?

ক. ৬% খ. ৭% গ. ৯% ঘ. ৮% উত্তর: খ

[Hints: প্রথমে সুদ = ১৭৫৫-১৩০০ = ৪৫৫ এখন ৫ বছরে সুদ ৪৫৫ হলে ১ বছরের সুদ = ৪৫৫÷৫ = ৯১
আবার ১৩০০ টাকার সুদ = ৯১ টাকা হলে ১০০ টাকার সুদ হবে = ৯১÷১৩ = ৭% ।]

(৩.গ) দুটি ভিন্ন সময়ের মূলধন ও সুদের পরিমাণ দেয়া থাকলে :

টিপস: এ ধরনের অংকে প্রথমে দুটি সুদাসল বিয়োগ করে সুদের পার্থক্য বের করুন এবং ১ বছরের সুদ বের করার পর অংকটি সমাধান করার চেষ্টা করুন।

৫৯. কোনো আসল ৩ বছরে সুদ আসলে ৪৬০ টাকা এবং ৫ বছরে সুদে আসলে ৫০০ টাকা হলে শতকরা সুদের হার হবে? *[মুদ্রণালয়ের (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০১৯]+[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ৫% খ. ৭% গ. ৮% ঘ. ১০% উত্তর: ক

সমাধান:

৫ বছরের সুদ + আসল = ৫০০ টাকা (৫০০ এ আসল + ৫ বছরের সুদ যুক্ত আছে)
৩ বছরের সুদ + আসল = ৪৬০ টাকা। (এখানে উপরের আসলটি + ৩ বছরের সুদ যুক্ত আছে)

সুতরাং ৫-৩ = ২ বছরের সুদ = ৫০০-৪৬০ = ৪০ টাকা [কারণ আসল বাড়েনি ২ বছরের জন্য শুধু সুদ ৪০ টাকা বেড়েছে]
১ বছরের সুদ ৪০÷২ = ২০টাকা। এখন আসল বের করতে হলে যে কোন একটি সুদাসল থেকে সুদ বিয়োগ করলেই হয়ে যাবে।
আবার বাৎসরিক সুদ ২০ টাকা হলে ৩ বছরের মোট সুদ হবে, ২০×৩ = ৬০ টাকা।
তাহলে আসল হবে = (৪৬০-৬০) টাকা = ৪০০ টাকা।

এখন,
আসল ৪০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ২০ টাকা।
∴ " ১০০ " ১ " " $= \frac{২০\times ১০০}{৪০০} = ৫\%$ (মুখে মুখে: ৪০০ এর সুদ ২০ হলে ১০০ এর সুদ ৪ গুণ কম = ৫%)

৬০. কোনো আসল ৩ বছরে সরল মুনাফাসহ ৪৬০ টাকা এবং ৫ বছরে সরল মুনাফাসহ ৬০০ টাকা হলে শতকরা মুনাফার হার কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু:৩.৫ এর ২৮] + [১৫তম বিসিএস]*

ক. ২০% খ. ২৫% গ. ২৮% ঘ. ৩০% উত্তর:গ

সমাধান:

৫ বছরে সুদাসল = ৬০০ টাকা ৩ বছরে সুদাসল = ৪৬০ টাকা --- সুতরাং ২ বছরের সুদ = ১৪০ টাকা। ∴১ বছরের সুদ হবে = ১৪০÷২ = ৭০ টাকা।	এখন ১ বছরের সুদ ৭০ টাকা হলে ৩ বছরের সুদ = ২১০টাকা। ∴ আসল = ৪৬০ -২১০ = ২৫০ টাকা। ২৫০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৭০ টাকা ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $= \frac{৭০\times ১০০}{২৫০} = ২৮\%$ উত্তর: ২৮%

নিজে করুন :

৬১. কোন মূলধন ৪ বছরের সুদে আসলে ৬০০ টাকা এবং ৬ বছরে সুদে আসলে ৭০০ টাকা হলে মূলধন কত? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক-(ক্যাশ)-২০১৮]* **[Hints:** ২ বছরের সুদ = ৭০০-৬০০ = ১০০ টাকা। হলে ১ বছরে ৫০। আসল = ৬০০- (৫০×৪) = ৪০০।
(ক) ৩০০ টাকা (খ) ৬০০ টাকা (গ) ৪০০ টাকা (ঘ) ৬৫০ টাকা উত্তর: গ

৬২. কোনো আসল ৩ বছরে সুদ আসলে ৪৮৪ টাকা এবং ৫ বছরে সুদে আসলে ৫৪০ টাকা হয়। আসল ও সুদের হার কত? *(জেলা সহকারী শিক্ষা অফিসার-০৩)*

ক. ২০০, ৫% খ. ৩০০, ৭% গ. ৪০০, ৭% ঘ. ৫০০, ৮% উত্তর: গ

[Hints: ৫৪০-৪৮৪ = ৫৬ টাকা ২ বছরের সুদ হলে ১ বছরের সুদ ২৮টাকা এবং আসল = ৪৮৪ - (২৮×৩) = ৪০০টাকা।
এখন ৪০০টাকার ১ বছরের সুদ ২৮টাকা হলে ১০০টাকার সুদ হবে ২৮÷৪ = ৭%]

৬৩. কিছু টাকা সরল সুদে ২ বছরে ৭২০ টাকা এবং পরবর্তী ৫ বছর পর ১০২০ টাকা হলে, আসল কত? *[Janata Bank (EO)-2017 (Morning)]* **(Note:** প্রশ্নে কিন্তু পরবর্তী ৫ বছর লেখা আছে অর্থাৎ ১০২০ টাকা হলো ২+৫ = ৭ বছরের সুদাসল)

ক. ৩০০ টাকা খ. ৬০০ টাকা গ. ৪০০ টাকা ঘ. ৬৫০ টাকা উত্তর: খ

৬৪. ১২০০ টাকার ৩ বছরের সুদ ১০০০ টাকার ৩ বছরের সুদের থেকে ৩০ টাকা বেশি হলে সুদের হার কত?

ক. ৫ খ.৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: ক

সমাধান:

এখানে দুটি মূলধনের বিনিয়োগের সময় সমান কিন্তু প্রথম অংশে ১২০০-১০০০ = ২০০ টাকা অতিরিক্ত থাকায় সুদের পার্থক্য ৩০ টাকা , অর্থাৎ এই অতিরিক্ত ২০০ টাকার ৩ বছরের অতিরিক্ত সুদ ৩০ টাকা হলে ১ বছরের সুদ ৩০÷৩ = ১০ এবং ২০০ টাকার সুদ ১০ টাকা হলে ১০০ টাকার সুদ হবে ১০÷২ = ৫ টাকা। উত্তর: ৫%।

(৩.ঘ) দুটি মূলধনেরই সুদের হার একই হলে :

টিপস: এ রকম অংকের ক্ষেত্র দুটি মূলধনের সুদের হার একই হলে, দুটি মূলধন তাদের বছরের সাথে গুণ করে যোগ করতে হবে তাহলে সর্বমোট যে মূলধন বের হবে তার ১ বছরের সুদ হবে প্রশ্নে প্রদত্ত মোট সুদটি। তারপর সেখান থেকে ১০০ টাকার সুদ কত তা বের করলেই সুদের হার কত তা বের হয়ে যাবে। যেমন:

৬৫. ৩০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা এবং ৪০০ টাকার ৫ বছরের সরল মুনাফা একত্রে ১৬০ টাকা হলে শতকরা মুনাফার হার কত? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ৬% খ. ৫% গ. ৭% ঘ. ৮% উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে)

ধরি, উভয়ক্ষেত্রে সুদের হার = x%

প্রশ্নমতে, $(৩০০\times x\%)\times ৪ + (৪০০\times x\%)\times ৫ = ১৬০$

$\Rightarrow \frac{৩০০\times x\times ৪}{১০০} + \frac{৪০০\times x\times ৫}{১০০} = ১৬০$

$\Rightarrow ১২x + ২০x = ১৬০ \Rightarrow ৩২x = ১৬০ \quad \therefore x = ৫\%$

শর্টকাট সমাধান।

এখানে, $(৩০০\times ৪) + (৪০০\times ৫) = ১২০০ + ২০০০ = ৩২০০$

এখন, ৩২০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ১৬০ টাকা হলে

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $= ১৬০ \div ৩২ = ৫\%$।

৩০০/৪০০ এর শূন্যগুলো বাদ দিয়ে আরো দ্রুত এক লাইনে করা যায় : $১৬০ \div |(৩\times ৪)+(৪\times ৫)| = ৫\%$

৬৬. ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ৫০০ টাকা হলে, সুদের হার কত ? *(১৬তম বিসিএস)+ [ইই: সহ: পি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*

ক. ১০% খ. ১২% গ. ৫% ঘ. ৬% উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, $(৫০০\times ৪) = ২০০০$ *(৫০০ টাকা করে ৪ বছরের সুদ এবং ২০০০ টাকার ১ বছরের সুদ একই) এবং* $(৬০০\times ৫) = ৩০০০$ *(৬০০ টাকা করে ৫ বছরের সুদ এবং ৩০০০ টাকার ১ বছরের সুদ একই)*

তাহলে $(২০০০+৩০০০) = ৫০০০$ টাকার ১ বছরের সুদ $= ৫০০$ টাকা

$\therefore ১০০$ টাকার ১ " " $= \frac{৫০০\times ১০০}{৫০০০} = ১০\%$

$৫০০ \div (৫০) = ১০\%$। ব্রাকেটের ৫০ এসেছে $(৫\times ৪)+(৬\times ৫)$ থেকে।

মুখে মুখে: করার জন্য ৫০০ এর সাথে ৪ গুণ +৬০০ এর সাথে ৫ গুণ করে ৫০০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৫০০ হওয়ায় শুধু % বের করার নিয়মে হিসেব করলে ৫০০ হলো ৫০০০ এর **১০%**। **(১ বছর থাকলেই শতকরার নিয়মে % বের করা যায়)**

নিজে করুন:

৬৭. ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ৭৫০ টাকা হলে সুদের হার কত? *[ঘরাস্ট্র মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা নিয়োগ পরীক্ষা - ২০০৬] + [DPDC-এর সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট: ২০২১]*

ক. ১৩% খ. ১৪% গ. ১৫% ঘ. ১৬% উত্তর: গ

[Hints: $(৫০০\times ৪)+(৬০০\times ৫) = ৫০০০$ টাকার ১ বছরের সুদ ৭৫০ টাকা । এরপর % এর হিসেবে ৭৫০, ৫০০০ এর ১৫%]

৬৮. একই হার সুদে ৩০০ টাকার ৪ (চার) বছরের সুদ এবং ৫০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ১৮৫ টাকা হলে সুদের হার কত? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন-০১]*

ক. ৩% খ. ৪% গ. ৫% ঘ. ৬% উত্তর: গ

[Hints: $(৩০০\times ৪) = ১২০০$ এবং $(৫০০\times ৫) = ২৫০০$ বের করে $(১২০০+২৫০০) = ৩৭০০$ শেষে $১৮৫ \div ৩৭ = ৫\%$]

৬৯. একই হার সুদে ৩০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৫০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ২২২ টাকা হলে সুদের হার কত ? *[IBBL-(ATO)-2017] +[আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯]*

ক. ৫% খ. ৬% গ. ৭% ঘ. ৮% উত্তর: খ

[মুখে মুখে মাত্র ১০ সেকেন্ডে: $(২২২ \div ৩৭) = ৬\%$। আগের সমাধান থেকে বের করুন ৩৭ কোথা থেকে কিভাবে আসলো?]

৭০. একই হারে সরল সুদে ৭০০ টাকার ২ বছরের সুদ ও ৮০০ টাকার ৩ বছরের সুদ একত্রে ১৯০ টাকা হলে সরল সুদের হার কত? *[জাতীয় নিরাপত্তা গোয়েন্দা সংস্থা (NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২% খ. ৫% গ. ৬% ঘ. ৮% উত্তর: খ

[Hints: মুখে মুখে মাত্র কয়েক সেকেন্ডে: $১৯০ \div [(৭\times ২)+(৮\times ৩) = ১৯০ \div ৩৮ = ৫\%]$

৭১. ৪০০ টাকার ৮ মাসের সুদ এবং ৮০০ টাকার ৪ মাসের সুদ একত্রে ২৪ টাকা হলে শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত? *[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল) ২০১৬]*

ক. ৩% খ. $৬\frac{১}{৪}\%$ গ. ৫% ঘ. $৪\frac{১}{২}\%$ উত্তর: ঘ

[Hints: এখানে, $(৪০০\times ৮)+(৮০০\times ৪) = ৬৪০০$ টাকার ১ মাসের সুদ = ২৪ টাকা হলে

১২ মাস বা ১ বছরের সুদ হবে $= ১২\times ২৪ = ২৮৮$টাকা। সুতরাং সুদের হার বা ১০০ টাকার সুদ $= ২৮৮ \div ৬৪ = ৪.৫\%$]

পদ্ধতি - ০৪ : সুদের সময় বের করা

$$\text{Time, } n = \frac{১০০\times I}{P\times r} \text{ অর্থাৎ সময়} = \frac{১০০\times \text{মোট সুদ}}{\text{আসল}\times \text{সুদের হার}}$$

বুঝে বুঝে করার জন্য মনে রাখুন: (লিখিত প্রশ্নের জন্য এবং দ্রুত মুখে মুখে উত্তর বের করার জন্য কাজে লাগবে।)

- প্রশ্নে প্রদত্ত ক্রু থেকে আসলের সাথে % এর হিসেব করে দ্রুত ১ বছরের সুদ সাধারণ নিয়মে বের করতে হবে।
- মোট সুদকে ১ বছরের সুদ দিয়ে ভাগ করলে কত বছর সময় লাগবে তা বের হবে।
- উপরের সূত্রটি সহজে মনে রাখতে পারলে সূত্রটি প্রয়োগ করে দ্রুত উত্তর বের করা যায়।

(৪. ক) মোট সুদ দেয়া থাকলে :

৭২. বার্ষিক ৫% হার সরল সুদে ৩০০০ টাকা কত বছরের সুদ ৪৫০ টাকা? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৫ বছর খ. ৪ বছর গ. ৩ বছর ঘ. ২ বছর উত্তর: গ

সাধারণ সমাধান: (ঐকিক নিয়মে করতে গেল লজিক মিলতে সময় লাগবে)

১০০ টাকায় ৫ টাকা সুদ হয় = ১ বছরে

$\therefore ১$ " ১ " " " $= \frac{১\times ১০০}{৫}$ [আসল ১টাকার সুদ হতে বেশি সময় লাগবে তাই গুণ আবার মাত্র ১টাকা সুদ হতে কম সময় লাগবে তাই ভাগ]

$\therefore ৩০০০$ " ৪৫০ " " " $= \frac{১০০\times ৪৫০}{৩০০০\times ৫} = ৩$ বছরে

সূত্র প্রয়োগে সমাধান:

আমরা জানি, $I = Pnr$ বা, $Pnr = I$

$৩০০০\times n\times \frac{৫}{১০০} = ৪৫০$

$\Rightarrow n = \frac{৪৫০\times ১০০}{৩০০০\times ৫}$ $\therefore n = ৩$ বছর।

মুখে মুখে: ৩০০০ এর ৫% = ১৫০ টাকা সুদ পায় = ১ বছর। $\therefore$ ৪৫০ টাকা সুদ পেতে সময় লাগে $= ৪৫০ \div ১৫০ = ৩$ বছর

৭৩. শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সুদে কত বছরে ১৭৫ টাকার সুদ ৮৭.৫০ টাকা হবে? *[টেক্সটাইল ইনস্টিটিউট ও টেক্সটাইল ইঞ্জিনিয়ারিং কলেজের ইনস্ট্রাক্টর (টিটিআই) ২০১৮]*

ক. ৫ বছর খ. ৭ বছর গ. ৮ বছর ঘ. ১০ বছর উত্তর : ঘ

সাধারণ সমাধান:

১০০ টাকায় ৫টাকা সুদ হয় = ১ বছরে

$\therefore ১$ " ১ " " " $= \frac{১\times ১০০}{৫}$

$\therefore ১৭৫$ " ৮৭.৫০ " " " $= \frac{১০০\times ৮৭.৫০}{১৭৫\times ৫} = ১০$ বছরে

সূত্র প্রয়োগে সমাধান:

আমরা জানি, $I = Pnr$ বা, $Pnr = I$

$১৭৫\times n\times \frac{৫}{১০০} = ৮৭.৫০$

$\Rightarrow n = \frac{৮৭৫০}{১৭৫\times ৫}$ $\therefore n = ১০$ বছর।

সূত্র এবং ঐকিক নিয়মের বাইরেও প্রাকটিকালি ভেবে দ্রুত শর্টকাটে করা যায় আবার লিখিত এর লজিকও তৈরী হয়।

৭৪. ৬% সরল সুদে ৮০০ টাকার কত বছরের সুদ ৪৮০ টাকা হবে? *(খাদ্য অধি: সহ: উপ-খাদ্য পরিদর্শক-১২)*

ক. ১০ বছর খ. ২০ বছর গ. ১৫ বছর ঘ. ২২ বছর উত্তর: ক

খুব দ্রুত মুখে মুখে সময় বের করার জন্য খুবই উপকারী একটি সূত্র: $\frac{\text{মোট সুদ}}{\text{১ বছরের সুদ}} = \text{সময়}$

(আসল এবং % থেকে ১ বছরের সুদ বের করার পর এই সূত্র প্রয়োগ করুন)

(সূত্রটি মুখস্থ করতে হবে না, বরং এভাবে ভাবুন

যেমন: ১ বছরের সুদ ২০ টাকা হলে ১০০ টাকা সুদ হতে কত বছর লাগবে? সরাসরি $\frac{১০০\text{ (মোট সুদ)}}{২০\text{ (১ বছরের সুদ)}} = ৫$ বছর

(এভাবে কয়েকটি অংক করলে স্বাভাবিকভাবেই আয়ত্বে চলে আসবে)

সমাধান: ১ বছরের সুদ = ৮০০ এর ৬% = ৮×৬ = ৪৮ টাকা।

এখন ৪৮ টাকা সুদ হতে ১ বছর লাগলে ৪৮০ টাকা সুদ হতে লাগবে = ৪৮০÷৪৮ = **১০ বছর** উত্তর : ১০ বছর।

৭৫. **বার্ষিক ১২% মুনাফায় কত বছরে ১০০০০ হাজার টাকার মুনাফা ৪৮০০ টাকা হবে?** *+(৮ম শ্রেণী, অনু:২.১ এর উদা: ৭)+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯] + [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সহকারী প্রসিকিউটর): ২০২১]*

ক. ৩ বছর খ. ৪ বছর গ. ৫ বছর ঘ. ৬ বছর উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, সময় $= \frac{\text{মুনাফা} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার}} = \frac{৪৮০০ \times ১০০}{১০০০০ \times ১২} = ৪$ **বছর।**

মুখে মুখে: ১ বছরের সুদ = ১০০০০ এর ১২% = ১২০০ । সুতরাং ৪৮০০ টাকা সুদ হতে সময় লাগবে = $\frac{৪৮০০}{১২০০} = ৪$ **বছর**

৭৬. **বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ৬ টাকা হলে, ৮৫০ টাকার কত বছরের মুনাফা ২৫৫ টাকা হবে?** *[জাতীয় ভোক্তা অধিকার সংরক্ষণ অধিদপ্তরের ব্যক্তিগত সহকারী-১৩]*

ক. ৫ খ. ৭ গ. ১২ ঘ. ৬ উত্তর: ক

সমাধান: প্রথম ৮০০ টাকার জন্য মুনাফা = ৮×৬ = ৪৮ টাকা এবং ৫০ টাকায় ৩ টাকা, ∴মোট সুদ হলো = ৪৮+৩ = ৫১ টাকা। এখন মোট সুদ ২৫৫ টাকা হতে সময় লাগবে = $\frac{২৫৫\text{ (মোট সুদ)}}{৫১\text{ (১ বছরের সুদ)}} =$ **৫বছর**

৭৭. **৭% হারে কত বছরে ৩০০০ টাকার সুদ ৪২০ টাকা হবে?** *(গ্রাম:গণশি:সহ:পরি:-০১) +[BADC –(Com.Operator)-2018]*

ক. ১বছর খ. ২বছর গ. ৩বছর ঘ. ৪ বছর উত্তর: খ

সমাধান:

এখানে ১০০ টাকার সুদ ৭ টাকা তাই ৩০০০ টাকার সুদ = ৭×৩০= ২১০ টাকা। আবার ২১০ টাকা সুদ হতে ১ বছর লাগলে ৪২০ টাকা সুদ হতে = ৪২০÷২১০ = ২ বছর লাগবে। সূত্র প্রয়োগে এভাবে : $\frac{৪২০\text{ (মোট সুদ)}}{২১০\text{ (১ বছরের সুদ)}} =$ **২বছর**

নিজে করুন:

৭৮. **৫% হারে কত সময়ে ৫০০ টাকার মুনাফা ১০০ টাকা হবে?** *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের অধীন আইডিইএ প্রকল্প (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

[**Hints:** ৫০০ এর ৫% = ২৫ এরপর =১০০÷২৫ = ৪ বছর]

ক. ৪ খ. ৭ গ. ৬ ঘ. ১০ উত্তর: ক

৭৯. **বার্ষিক ৮% সরল মুনাফায় ৮০০০ টাকার মুনাফা ১৬০০ টাকা হবে কত বছরে?** *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ২ খ. ২.৫ গ. ৩ ঘ. ৩.৫ উত্তর: খ

[**Hints:** ১৬০০ হলো ৮০০০ এর ১/৫ অংশ বা ২০% তাহলে ৮% হারে সময় লাগবে = ২০%÷৮% = ২.৫ বছর।]

৮০. **$৬\frac{১}{৪}$% হার সুদে কত সময়ে ৯৬ টাকার সুদ ১৮ টাকা হবে?** *[১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন+CAAB এর (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১]*

ক. ২ বছর খ. $২\frac{১}{২}$ বছর গ. ৩ বছর ঘ. ৪ বছর উত্তর: গ

সমাধান: ৯৬ এর $৬\frac{১}{৪}\% = ৯৬ \times \frac{২৫}{৪} \times \frac{১}{১০০} = ৬$ [অথবা সরাসরি, $৬\frac{১}{৪}\% =$ ভগ্নাংশে $\frac{১}{১৬}$ অংশ অর্থাৎ $৯৬ \times \frac{১}{১৬} = ৬$।]

এখন, ৬ টাকা সুদ হতে সময় লাগে = ১ বছর তাহলে ১৮ টাকা সুদ হতে সময় লাগবে $\frac{১৮}{৬} =$ **৩ বছর।**

৮১. **শতকরা বার্ষিক $৬\frac{১}{৪}$ টাকা হার সুদে কত বছরে ২০০ টাকা সুদে আসলে ২৫০ টাকা হবে?** *[৯ম-১০ম- ১৯৮৩ সং(অনু: ৪.৩)]*

লিখিত সমাধান:

এখানে মোট সুদ = (২৫০-২০০) টাকা = ৫০ টাকা

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $= ৬\frac{১}{৪} = \frac{২৫}{৪}$ টাকা

∴১ " ১ " " $= \frac{২৫}{৪ \times ১০০}$ "

∴২০০" ১ " " $= \frac{২৫ \times ২০০}{৪ \times ১০০} = \frac{২৫}{২}$ টাকা

$\frac{২৫}{২}$ টাকা সুদ হয় = ১ বছরে

∴১ " " " $= \frac{১ \times ২}{২৫}$ "

∴৫০ " " " $= \frac{১ \times ২ \times ৫০}{২৫} = ৪$ উত্তর : ৪ বছর

(এমসিকিউ পরীক্ষায় এত বড় সমাধান করার সময় পাবেন না)

মুখে মুখে সমাধানের অসাধারণ টেকনিক: $৬\frac{১}{৪}\% = \frac{১}{১৬}$ অংশ অর্থাৎ ১০০ টাকা হোক বা যে কোন টাকাই বিনিয়োগ করা হোক সুদ হবে তার $\frac{১}{১৬}$ অংশ । এখানে ২০০ এর $\frac{১}{১৬}$ অংশ = ১২.৫ টাকা।

তাহলে সুদ (২৫০-২০০) = ৫০টাকা হতে সময় লাগবে = ৫০ ÷১২.৫ = ৪ বছর।

(৪.খ) সুদাসল দেয়া থাকলে :

টিপস: আগে সুদাসল আর আসল বিয়োগ করে সুদ বের করে নিয়ে আগের নিয়মেই করতে হবে।

৮২. **বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা হার সুদে কত সময়ে ৪৫০ টাকা সুদে আসলে ৫৫৮ টাকা হবে?** *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১] +[৪০তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. ৪ বছর খ. ৪.৫ বছর গ. ৫ বছর ঘ. ৬ বছর উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

এখানে, আসল = ৪৫০ টাকা এবং

মোট সুদ = ৫৫৮-৪৫০ = ১০৮

∴১ বছরের সুদ = ৪৫০ এর ৬% = ২৭ টাকা।

২৭ টাকা সুদ হতে সময় লাগে = ১ বছর

∴১ " " " " " $= \frac{১}{২৭}$ বছর।

∴১০৮ " " " " " $= \frac{১০৮}{২৭} =$ **৪ বছর।**

সূত্র প্রয়োগে সমাধান:

এখানে, আসল = ৪৫০ ∴ সুদ = (৫৫৮-৪৫০) = ১০৮

এবং মুনাফার হার = ৬ টাকা এখন সূত্রানুসারে,

∴সময় $= \frac{\text{মুনাফা} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{হার}} = \frac{১০৮ \times ১০০}{৪৫০ \times ৬} =$ **৪ বছর**

১০ সেকেন্ডে: ১০৮ হলো ৪৫০ এর $\frac{১০৮ \times ১০০}{৪৫০} = ২৪\%$।

তাহলে ৬% হারে সময় লাগবে = (২৪% ÷ ৬%) = ৪ বছর।

মুখে মুখে: সুদ = (৫৫৮-৪৫০) = ১০৮ । ১ বছরের সুদ ৪৫০ এর ৬% = ২৭ হলে ১০৮ টাকা হবে = ১০৮÷২৭ = ৪ বছর

৮৩. **বার্ষিক $৩\frac{১}{৩}$% হার সুদে ১৩৫০ টাকা কত বছরের সুদে-আসলে ১৬২০ টাকা হবে?** *[বেসরকারী সহ: শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১৪]*

ক. ৫ বছরে খ. ৮ বছরে গ. ৭ বছরে ঘ. ৬ বছরে উত্তর: ঘ

সমাধান: ১ বছরের সুদ = ১৩৫০ এর $৩\frac{১}{৩}\% = ১৩৫০ \times \frac{১০}{৩} \times \frac{১}{১০০} = ৪৫$ (সরাসরি, $৩\frac{১}{৩}\% = \frac{১}{৩০}$ অংশ $১৩৫০ \times \frac{১}{৩০}$)

এখানে, মোট সুদ = ১৬২০-১৩৫০ = ২৭০ টাকা। সুতরাং সময় লাগবে, $\frac{২৭০}{৪৫} =$ ৬ বছর।

বিকল্প সমাধান: সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান: $3\frac{১}{৩}\% = \frac{১০}{৩}\%$ এখন, $n = \frac{১০০ \times I}{P \times r} = \frac{১০০ \times ২৭০ \times ৩}{১৩৫০ \times ১০} =$ ৬ বছর

নিজে করুন:

৮৪. শতকরা ৬ টাকা হার সুদে কত বছরে ৫০০ টাকা সুদে-আসলে ৮০০ টাকা হয়? *[৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন-১০]*
ক.৫ খ.৬ গ.৮ ঘ.১০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** এখানে সুদ = (৮০০-৫০০) = ৩০০ টাকা। এখন ৫০০ এর ৬% = ৩০ এরপর = ৩০০÷৩০ = ১০ বছর]

৮৫. সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হলে, কত সময়ে ৪০০০ টাকা সুদে - আসলে ৪৪০০ টাকা হবে?
ক. ২.৩ খ. ২.৫ গ. ২.৪ ঘ. ২.৬ উত্তর: খ

[**Hints:** ১ বছরের সুদ = ৪০০০ এর ৪% = ১৬০ টাকা ∴ ৪০০ টাকা সুদ হতে সময় লাগবে = (৪০০÷১৬০) = ২.৫ বছর]

নিজে করুন:

৮৬. বার্ষিক সুদের হার $৫\frac{১}{২}\%$ হলে, কত বছরে ২২০০ টাকা সুদেমূলে ২৫৬৩ টাকা হবে?
ক. ৬ বছর খ. ৫ বছর গ. ৪ বছর ঘ. ৩ বছর উত্তর: ঘ

[**Hints:** ১ বছরের সুদ ২২০০ এর ৫.৫% = ১২১ । মোট সুদ = (২৫৬৩-২২০০) = ৩৬৩ ∴ সময় = ৩৬৩÷১২১ = ৩ বছর]

পদ্ধতি - ০৫ : সুদাসল দ্বিগুণ, তিনগুণ বা চারগুণ হলে

কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা কিছু বছর পর একটি নির্দিষ্ট হারে সুদে আসলে ঐ মূলধনের দ্বিগুণ, তিনগুণ চারগুণ বা যে কোন গুণ হলে সুদের হার অথবা সময়ের পরিমান জানতে চাওয়া হবে। এ অংক গুলো বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রচুর আসে। দ্রুত উত্তর বের করার জন্য বিশেষ টেকনিক সহ বিস্তারিত আলোচনা এখান থেকে দেখে নিন।

যে কোন নির্দিষ্ট মূলধন অর্থ টাকার পরিমাণ যে কোন পরিমান হতে পারে। তবে সুদকষার অংকে % এর হিসেবের সুবিধার্থে আমরা ১০০ টাকা ধরে হিসেব কর হয়। তাহলে ১০০ টাকার উপর যে হার বের হবে তাকে সরাসরি শতকরা হার বলা যাবে।

(৫.ক) সুদের হার বের করা :

সুদের হার যখন বের করতে বলা হবে তখন সাধারণত বছরের পরিমান প্রশ্নেন মধ্যেই দেয়া থাকবে। আসল ১০০ টাকা ধরে সুদাসল যতগুণ বলবে তা বের করে আবার আসল ১০০টাকা বাদ দেয়ার পর যে টাকা অবশিষ্ট থাকবে ঐ টাকাকে প্রদত্ত বছর দিয়ে ভাগ করলেই সুদের হার বের হবে। অর্থাৎ **১০০ টাকার ১ বছরে সুদ যা তা ই শতকরা হার।**

৮৭. **সুদের হার কত হলে ১০০ টাকা ৫ বছরে সুদে আসলে দ্বিগুণ হবে?** *(জনতা ব্যাংক(সিনি:অফি:)-২০০৮)*
ক. ২৫% খ. ১৭% গ. ১৮% ঘ. ২০% উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডেই উত্তর :
ধরি, আসল = ১০০ টাকা। ∴ সুদাসল = ১০০×২ = ২০০ টাকা। সুতরাং সুদ = (২০০-১০০) = ১০০ টাকা এবং সময় = ৫ বছর। সূত্রানুযায়ী সুদের হার = $\frac{\text{সুদ} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{বছর}} = \frac{১০০ \times ১০০}{১০০ \times ৫} = ২০\%$	যেহেতু দ্বিগুণ তাই সরাসরি উত্তর: = $\frac{১০০}{৫} = ২০\%$ [ব্যাখ্যা: আসল ১০০ হলে সুদাসল ২০০ থেকে সুদ = ১০০ ই উপরে বসেছে। বুঝলে সব লিখতে হয় না]

শর্টকাট সূত্র: পাশের এই সূত্রটি দিয়েই এই অংকগুলোর দ্রুত উত্তর বের করা যায়। কিন্তু যেহেতু উপরের নিয়মটিও কঠিন না তাই একভাবে করার চেষ্টা করুন। এভাবেও করা যায় একটি দেখুন।

$\frac{\text{যতগুণ} - ১}{\text{বছর}} \times ১০০$

৮৮. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে যে কোন আসল ৫ বছরে সুদ-আসলে তিনগুণ হয়? *[অষ্টম শ্রেণী, (অনু:২.২)]*
ক. ৬০% খ. ৪০% গ. ৯০% ঘ. ৮০% উত্তর: খ

সমাধান: শর্টকাট সূত্রানুযায়ী = $\frac{৩-১}{৫} \times ১০০\% = \frac{২}{৫} \times ১০০\% = ৪০\%$

বুঝে বুঝে : ১০০টাকা আসল হয়ে যাবে = ৩×১০০= ৩০০ যেখানে সুদ আছে = ৩০০-১০০ = ২০০ টাকা
তাহলে ১০০টাকার ৫ বছরের সুদ ২০০ টাকা হলে ১ বছরের সুদ = ২০০÷৫ = ৪০%

৮৯. সরল সুদের হার শতকরা কত টাকা হলে যেকোনো মূলধন ৮ বছরে সুদে-আসলে তিনগুণ হবে? *[১০ম বিসিএস] +[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ডের সহকারী সচিব/সহকারী পরিচালক (প্রশাসন) ২০২১]*
ক.১২.৫০% খ. ২০% গ. ২৫% ঘ. ১৫% উত্তর: গ

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে কছেশ সেকেন্ডেই উত্তর :
মনে করি, আসল = ১০০ টাকা। তাহলে সুদাসল = আসলের তিনগুণ = ১০০×৩ = ৩০০ টাকা। সুতরাং সুদ = (৩০০-১০০) = ২০০ টাকা এবং সময় = ৮ বছর ৮ বছরের সুদ ২০০ টকা হলে ১ বছরের সুদ = $\frac{২০০}{৮} = ২৫\%$	এখানে, আসল ১০০ হলে সুদাসল ৩০০ থেকে আসল ১০০ বাদ দেয়ার পর সুদ = ২০০ কে ৮ বছর দিয়ে ভাগ করলেই হবে। যেহেতু তিনগুণ তাই সরাসরি উত্তর: = $\frac{২০০}{৮} = ২৫\%$ [পাশের নিয়মটাই অল্প কথায়]

নিজে করুন:

৯০. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে যে কোন মূলধন ১০ বছরে সুদে আসলে দ্বিগুণ হয়? *(পরিকল্পনা মন্ত্রণা:ডাটা প্রসেসিং অপারেঃ-০২)*
ক. ১০ খ. ১৭ গ. ১৫ ঘ. ৮ উত্তর: ক

৯১. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে কোন মূলধন ১০ বছরে সুদে-মূলে তিনগুণ হবে? [**Hints:** ২০০÷১০ = ২০%]
ক. ২০% খ.১৭% গ.১৮% ঘ.১৫ উত্তর: ক

৯২. শতকরা কত হার সুদে কোন আসল ১০ বছরে সুদে-আসলে চারগুণ হয়? *([প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(রাইন)-২০১৩]*
ক. ২৬% খ. ২৭% গ. ২৯% ঘ. ৩০% উত্তর: ঘ

[**Hints:** সুদের হার = $\frac{৪-১}{১০} \times ১০০ = ৩০\%$ **অথবা:** $\frac{৩০০}{১০} = ৩০\%$ (সুদাসল ৪০০ টাকা থেকে আসল ১০০ বাদ দিলে ৩০০)]

৯৩. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে কোন মূলধন ২৫ বছরে সুদে-মূলে ৪ গুণ হবে? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ.শি.নিয়োগ-২০১৮ (সেট-৭)৪২)]*
ক. ১৫% খ. ১৬% গ. ৮% ঘ. ১২% উত্তর: ঘ

প্রসমাধান: ধরি আসল ১০০ তাহলে ২৫ বছর পর সুদাসল = ৪×১০০ = ৪০০ ।
যেখানে শুধু সুদ = ৪০০-১০০ = ৩০০ টাকা। ২৫ বছরের সুদ ৩০০ টাকা হলে ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৩০০÷২৫ = ১২%

(৫.খ) সময় বের করা :

সুদের সময় যখন বের করতে বলা হবে তখন সাধারণত সুদের হার প্রশ্নেন মধ্যেই দেয়া থাকবে। আসল ১০০ টাকা ধরে সুদাসল যতগুণ বলবে তা বের করে আবার আসল ১০০ টাকা বাদ দেয়ার পর যে টাকা অবশিষ্ট থাকবে ঐ টাকাকে প্রদত্ত সুদের হার দিয়ে ভাগ করলেই সুদের হার বের হবে।

৯৪. বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হার সুদে কোন মূলধন কত বছরে সুদে আসলে দ্বিগুণ হবে? *(৮ম শ্রেণী, অনু: ২১ এর ৭)+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১] +[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*

ক. ১২.৫ বছর খ. ১২ বছর গ. ১০ বছর ঘ. ৮ বছর উত্তর: ক

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডেই উত্তর :
মনে করি, আসল = ১০০ টাকা। তাহলে সুদাসল = আসলের দ্বিগুণ = ১০০×২ = ২০০ টাকা। সুতরাং সুদ = (২০০-১০০) = ১০০ টাকা এবং হার = ৮% সূত্রানুযায়ী সুদের সময় = $\frac{\text{সুদ}\times 100}{\text{আসল}\times\text{হার}} = \frac{100\times 100}{100\times 8} = 12.5$	যেহেতু দ্বিগুণ তাই সরাসরি উত্তর: = $\frac{100}{8} = 12.5$ বছর [ব্যাখ্যা: আসল ১০০ হলে সুদাসল ২০০ থেকে সুদ = ১০০ ই উপরে বসেছে। বুঝলে সব লিখতে হয় না]

শর্টকাট সূত্র: পাশের এই সূত্রটি দিয়েই এই অংকগুলোর দ্রুত উত্তর বের করা যায়। কিন্তু যেহেতু উপরের নিয়মটিও কঠিন না তাই একভাবে করার চেষ্টা করুন। এভাবেও করা যায় একটি দেখুন।	সূত্র: সময় = $\frac{\text{যতগুণ}-1}{\text{সুদের হার}}\times 100$ বছর।

৯৫. বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা হার সুদে কোন মূলধন কত বছরে সুদাসলে দ্বিগুণ হবে?

ক. ১০ বছর খ. ২০ বছর গ. ১৫ বছর ঘ. ২২ বছর উত্তর: ক

সমাধান: সূত্রানুযায়ী $\frac{2-1}{10}\times 100$ বছর = ১০ বছর (সূত্রটি মনে রাখতে পারলে সহজ হবে।)

বুঝে বুঝে মুখে মুখে করার টেকনিক:

শতকরা ১০ সুদের হার অর্থ ১০০ টাকায় ১ বছর পর সুদ ১০ টাকা। এখন সুদাসল দ্বিগুণ হলে ১০০ টাকা ২০০ হয়ে যাবে, যেখানে আসল ১০০ আবার সুদ = ১০০। সুদ ১০ টাকা হতে ১ বছর লাগলে ১০০ টাকা সুদ হতে সময় লাগবে = ১০ বছর।

৯৬. বার্ষিক ১২.৫% সরল সুদে কত বছরের সুদ আসলের সমান হবে? *[বেবিচক(এরোড্রোম/ইঞ্জপেক্টর/সহকারী ভাণ্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. ৪ খ. ৮ গ. ৭ ঘ. ৫ উত্তর: খ

সাধারণ সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডেই উত্তর :
ধরি, আসল = ১০০ টাকা যেহেতু সুদ আসলের সমান। ∴ সুদ = ১০০ টাকা এবং সুদের হার = ১২.৫% সুতরাং সূত্রানুযায়ী সময় = $\frac{\text{মুনাফা}\times 100}{\text{আসল}\times\text{মুনাফার হার}} = \frac{100\times 100}{100\times 12.5} = 8$ বছর	দ্বিগুণ বলায় সরাসরি = $\frac{100}{12.5} = 8$ বছর। অথবা ১২.৫% দেখেই বলা যায় ৮ বছর। কারণ ১২.৫ ×৮ = ১০০ টাকা হয়।

নিজে করুন:

৯৭. শতকরা বার্ষিক ৩ $\frac{1}{8}$ টাকা হার সুদে কত সময়ে যে কোন আসল সুদ-আসলে তিনগুণ হবে? *[প্রাথ: সহ: শি: ২০০৮]*

ক. ৬৪ খ. ৮ গ. ৫০ ঘ. ৩২ উত্তর: ক

[Hints: সুদাসল ৩ গুণ অর্থ সুদ= ৩০০ - ১০০ = ২০০, ২০০ টাকা সুদ হতে সময় লাগবে = $২০০ \div \frac{২৫}{৮} = ২০০\times\frac{৮}{২৫} = ৬৪$]

৯৮. একই মুনাফা হারে কোন আসল ৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হলে কত বছরে তা মুনাফা-আসলে তিন গুণ হবে? *[প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (২৮১৫)]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১] [৮ম শ্রেণি বোর্ড বই]*

ক. ৮ বছরে খ. ১২ বছরে গ. ১০ বছরে ঘ. ৯ বছরে উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:	শর্টকাট সমাধান :
ধরি, আসল ১০০ টাকা মুনাফা- আসলে দ্বিগুণ = ২×১০০ = ২০০টাকা ∴ শুধু মুনাফা = ২০০ - ১০০ = ১০০ টাকা অর্থাৎ, ১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা = ১০০ টাকা ∴ ১০০ " ১ " " = $\frac{100}{6} = \frac{50}{3}$ টাকা আবার, মুনাফা-আসলে তিনগুণে হলে = ৩×১০০ = ৩০০ টাকা ∴ মুনাফা হবে = (৩০০ - ১০০) টাকা = ২০০ টাকা এখানে, $\frac{50}{3}$ টাকা মুনাফা হয় = ১ বছরে [আসল ১০০ টাকায়] ∴ ১ " " " = $\frac{1\times 3}{50}$ " ∴ ২০০" " " = $\frac{1\times 3\times 200}{50} = ১২$ বছর।	প্রথম অংশে দ্বিগুণ বলায় আসল সুদাসল ২০০ যেখানে সুদ = ১০০ সুতরাং সুদের হার = $\frac{100}{6} = \frac{50}{3}$ % এরপর ২য় অংশের ৩গুণ বলায় সুদ ২০০ থেকে বছর = $২০০\div\frac{50}{3} = ২০০\times\frac{3}{50} = ১২$ বছর। **মুখে মুখে উত্তর:** আসল ১০০ হলে ২গুণ হওয়ার সময় আসল বাদে সুদ ১০০ আবার ৩গুণ বলার সময় আসল বাদে সুদ = ২০০ । প্রথম অংশে ১০০ টাকা সুদ হতে ৬ বছর লাগলে সুদ ২০০ টাকা হতে দ্বিগুণ সময় বা ১২ বছর লাগবে।

নিজে করুন:

৯৯. কোন আসল ২০ বছরে সুদে-আসলে দ্বিগুণ হলে, কত বছরে সুদে -আসলে তিনগুণ হবে? *(সাধারণ বীমা কর্পোরেশন: ২০১৬)+ [বাংলাদেশ হাই-টেক পার্ক কতৃপক্ষ (স্টোর কিপার):২০২১]*

ক. ৩০ বছরে খ. ২৫ বছরে গ. ৪০ বছরে ঘ. ৬০ বছরে উত্তর: গ

[Hints: দ্বিগুণ হওয়ার সময় সুদ ১০০ টাকা হতে ২০ বছর লাগলে তিনগুণ হওয়ার সময় ২০০ টাকা সুদ হতে ৪০ বছর লাগবে।]

১০০. একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ মূলধন সরল সুদে ১২ বছরে সুদে আসলে দ্বিগুণ হয় এই হার সুদে একই পরিমাণ মূলধন কত বছরের সুদে আসলে চারগুণ হবে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ৪৮ বছরে খ. ৩৬ বছরে গ. ৩০ বছরে ঘ. ২৪ বছরে ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

[Hints: দ্বিগুণ হওয়ায় সুদ ১০০ টাকা হতে ১২ বছর লাগলে ৪গুণ হওয়ার সময় ৩০০ টাকা সুদ হতে ১২×৩ = ৩৬ বছর লাগবে।]

(৫.গ) বিভিন্ন প্রশ্নে প্রয়োগ:

নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকায় বলার পরও আগের অংকগুলোতে ১০০ টাকা ধরে বার বার হিসেব করা হয়েছে যাতে শতকরা হিসেবে সহজে করা যায়। কিন্তু ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা ৬৬৬৬ অথবা ৮৮৮৮ হলে তাদের দ্বিগুণ বা তিনগুণ হলেও একই নিয়মে লিখিত অথবা মুখে মুখে অংক করা যায়। নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন।

১০১. ৬৬৬৬ টাকা বার্ষিক ১০% সুদে কত বছরে সুদে আসলে ১৩৩৩২ টাকা হবে? *[প্রাথ: গণশিক্ষা (সহকারি পরিচালক)-২০০১]*

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ২০ উত্তর: ক

সমাধান : (এরকম অনেক অংক সংখ্যা মিলিয়ে আসতে পারে)

মোট সুদ = ১৩৩৩২-৬৬৬৬ = ৬৬৬৬ অর্থাৎ আসল যত সুদ ও তত। অর্থাৎ যত টাকা রাখা হয়েছে তত সুদ হয়ে সুদাসল দ্বিগুণ হয়েছে।

সূত্র: $n = \frac{I\times 100}{P.r} = \frac{১০০\times ৬৬৬৬}{৬৬৬৬\times ১০} = ১০$ বছর

আগের অংকগুলোতে বলা ছিল, যে কোন মূলধন সুদে-আসলে দ্বিগুণ হওয়া অর্থ সেটা যেমন: ১০০ টাকা ২০০ হতে পারে , তেমন ৬৬৬৬ টাকা ১৩৩৩২ টাকাও হতে পারে অর্থাৎ যে কোন পরিমাণ টাকা ই দ্বিগুণ হতে পারে। আমরা হিসেবের সুবিধার্তে ১০০ ধরে হিসেব করেছিলাম। এখন তাহলে ১০% হারে আসলের সমান সুদ পেতে সময় লাগবে = ১০০÷১০ = ১০বছর।

নিজে করুন:

১০২. ৮,৮৮৮ টাকা বার্ষিক ১০% সুদে কত বছরে সুদে-আসলে ১৭,৭৭৬ টাকা হবে?

ক. ৮ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ

সমাধান: সূত্র প্রয়োগে সুদ = ১৭৭৭৬-৮৮৮৮ = ৮৮৮৮ টাকা ধরে সময় $n = \frac{I \times 100}{P.R} = \frac{১০০ \times ৮৮৮৮}{৮৮৮৮ \times ১০} = ১০$ বছর।

অথবা: আসল যত সুদ তত তাই ১০% হারে দ্বিগুণ হলে আসল ১০০% এর সমান হতে সময় লাগবে = ১০০÷১০ = ১০ বছর।

পদ্ধতি-০৬: আসল বা মূলধন বের করা

$$\text{Principal, } P = \frac{100 \times I}{n \times r} \text{ অর্থাৎ আসল} = \frac{১০০ \times \text{মোট সুদ}}{\text{সময়} \times \text{সুদের হার}}$$

মনে রাখুন:

- যে টাকা বিনিয়োগ করা হয় তা - ই **Principal** বা মুলধন বা আসল। যাকে % এ ১০০% বলা যায়।
- সুদের হার নির্ধারিত হয় আসলের উপর ।
- প্রতি বছর সুদ বাড়তে থাকলেও আসল শুরুতে যা ছিল শেষেও তাই থাকবে। আসল সাধারণত বাড়া কমা হয় না।
- কখনো আসল দেয়া না থাকলে ১০০ টাকা আসল ধরে হিসেব করা সহজ।

(৬.ক) সুদের পরিমাণ দেয়া থাকলে :

১০৩. ৫% বার্ষিক মুনাফায় কত টাকায় ২ বছরের মুনাফা ১২০ টাকা? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ১২০০ টাকা খ. ১২৫০ টাকা গ. ১০০০ টাকা ঘ. ১৫০০ টাকা উত্তর: ক

সাধারণ সমাধান:	ঐকিক নিয়মে : (শেষের নিয়মটা বেশি সহজ)
ধরি, আসল = x টাকা। প্রশ্নমতে, x এর ৫%×২ = ১২০ [আসলের উপরে ৫% হারে ২ বছরের মুনাফা = ১২০ টাকা] বা, $\frac{১০x}{১০০} = ১২০$ ∴ $x = ১২০০$	ধরি, আসল = ১০০ টাকা। ৫% হারে ২ বছরের মুনাফা = ৫×২ = ১০ টাকা মুনাফা ১০ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা মুনাফা ১২০ টাকা হলে আসল = $\frac{১০০ \times ১২০}{১০} = ১২০০$

মুখে মুখে: ৫% হারে ২ বছরের সুদ = ৫%×২ বছর = ১০% এর মান = ১২০ হলে আসল ১০০% = ১২০০ টাকা ।

১০৪. বার্ষিক ৬% মুনাফায় কোন আসলের ৫ বছরের মুনাফা ৩৬০ টাকা হয়? *[থানা শিক্ষা অফিসার-২০০৯]* + *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর):২০২১]*

ক. ১০০০ টাকা খ. ১২০০ টাকা গ. ১৫০০ টাকা ঘ. ২০০০ টাকা উত্তর: খ

সাধারণ সমাধান: (ঐকিক নিয়ম অনেক সহজ মনে করে অনেকেই)	মুখে মুখে: খাতা কলম ছাড়াই করা যাবে
ধরি, আসল ১০০ টাকা তাহলে ৬% হারে ৫ বছরের মোট মুনাফা = ৫×৬ = ৩০ টাকা এখন ঐকিক নিয়মে ৩০ টাকা মুনাফা হলে আসল = ১০০ টাকা ∴১ " " " " = $\frac{১০০}{৩০}$ টাকা ∴৩৬০ " " " " = $\frac{১০০ \times ৩৬০}{৩০} = ১২০০$টাকা।	(৬%×৫) = ৩০% এর মান = ৩৬০(% = ১২ গুণ) সুতরাং আসল ১০০% = ১২০০ টাকা। (১০০%×১২)
	পরামর্শ: যে কোন অংক দেখলেই ঐকিক নিয়মে সমাধান করার চিন্তা করা বোকামী। কারণ এত সহজ অংক লিখিত পরীক্ষায় আসবে না, আবার এত সময় ও পাবেন না। অথচ প্রশ্নে প্রদত্ত সংখ্যাটি কত % এর মান তা থেকে আসল ১০০% এর মান বের করলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের হবে। এভাবে সব অংকে চেষ্টা করুন।

নিজে করুন:

১০৫. ১০% হার মুনাফায় কত টাকার ৪ বৎসরের সুদ ১৪০ টাকা? *[প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (সহঃ পরিচালক)-২০১২]*

ক. ১০০ টাকা খ. ২০০ গ. ৩০০ ঘ. ৩৫০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** সূত্র দিয়ে = আসল = $\frac{১০০ \times \text{মোট সুদ}}{\text{সময়} \times \text{সুদের হার}} = \frac{১৪০ \times ১০০}{৪ \times ১০} = ৩৫০$টাকা [মুখে মুখে: ৪০% = ১৪০ ∴১০০% = ৩৫০]

১০৬. বার্ষিক ১৫% মুনাফায় কোনো ব্যাংক থেকে কিছু টাকা ঋণ নিয়ে এক বছর পর ১৬৮০ টাকা মুনাফা দেওয়া হলো। আসল কত? *[৯ম শ্রেণী- (অনু:-৯)] [বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]*

ক. ১২২০০ খ. ১১২০০ গ. ১০২০০ ঘ. ১৩২০০ উত্তর: খ

[**Hints:** ১ বছরের সুদ ১৫% = ১৬৮০ (১ বছরের সুদের পরিমাণ) ∴আসল ১০০ % = $\frac{১৬৮০ \times ১০০}{১৫} = ১১২০০$ টাকা]

১০৭. বার্ষিক ১০% হার সুদে কত টাকা বিনিয়োগ করলে ৪ বছরে তা থেকে ২০০ টাকা সুদ পাওয়া যাবে? *[বিবি-(এডি):-২০০১]*

ক. ৫০০ খ. ৫৫০ গ. ৪০০ ঘ. ৫৫৫ উত্তর: ক

[**Hints:** (১০×৪) = ৪০% = ২০০ সুতরাং ১০০% = ৫০০]

১০৮. বার্ষিক ৫% হার সুদে কত টাকার দৈনিক সুদ ০.২০ টাকা হবে?

ক. ১৫০০ খ. ১৫৫০ গ. ১৪৬০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: গ

সমাধান: বাৎসরিক সুদ = ০.২০×৩৬৫ = ৭৩ টাকা

এখন ৫ টাকা সুদ হয় মুলধন = ১০০ টাকা হলে

∴১ " " " " = $\frac{১০০}{৫}$

∴৭৩ " " " " = $\frac{১০০ \times ৭৩}{৫} = ১৪৬০$ **উত্তর: ১৪৬০ টাকা**

(আসল ১০০ টাকা, সুদ ৫ টাকার তুলনায় ২০ গুণ বেশি তাই ৭৩ এর সাথে সরাসরি ২০ গুণ করে দিলেই হবে।)

১০৯. বার্ষিক ৫% হার সুদে কত টাকার মাসিক সুদ ১০০ টাকা হবে? *[ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়-২০০৪]*

ক. ১০০০০ খ. ২০০০০ গ. ২২০০০ ঘ. ২৪০০০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** প্রথমে ১ বছরের সুদ ১২০০টাকা , এখন ৫ টাকা সুদের জন্য আসল ১০০ টাকা (২০গুণ) হলে ১২০০ টাকার জন্যও আসল হবে ২০ গুণ বেশি অর্থাৎ ১২০০×২০ = ২৪০০০ টাকা]

১১০. এক ব্যক্তির ১২০ দিনের জন্য কিছু টাকা প্রয়োজন। তিনি ব্যাংকের নিকট হতে টাকা ধার নিলেন এবং এজন্য তাকে ৬% হার সুদে ৩৬০ টাকা পরিশোধ করতে হল। তিনি কত টাকা ধার নিয়েছিলেন? *(সোনালী ব্যাংক অফিসার-০৮)*

ক. ১০০০০ খ. ২০০০০ গ. ১৫০০০ ঘ. ১৮০০০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

১২০ দিন অর্থাৎ ৪ মাস, এখন ৪ মাসের সুদ = ৩৬০ টাকা হলে ১ বছর বা ১২ মাসের সুদ = $\frac{৩৬০ \times ১২}{৪} = ১০৮০$ টাকা। মনে রাখুন: প্রশ্নে যত দিন, মাস বা বছরেরই সুদ দেয়া থাক না কেন, প্রথমে ১ বছরের সুদ বের করে হিসেব করতে হবে।	এখন, সুদ ৬ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা। ∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{৬}$ টাকা, ∴ "১০৮০ " " " = $\frac{১০০ \times ১০৮০}{৬} = ১৮০০০$টাকা

১০ সেকেন্ডে সমাধানের একটি নিয়ম শিখুন এবং অন্য অংকে কাজে লাগানোর চেষ্টা করুন:

৪ মাস যেহেতু ১২ মাসের ১ তৃতীয়াংশ তাহলে ৬% এর ১/৩ হবে = ২% এখন দু পাশে ৪ মাসের সুদ (% = পরিমাণ) হিসেবে লেখা যায় ২% = ৩৬০ হলে ১০০% = ১৮০০০ টাকা।	অথবা দুপাশে ১২ মাসের সুদ (% = পরিমাণ) ৬% = ১০৮০ হলে ১০০% = ১৮০০০ টাকা। অর্থাৎ যে মানটি (=) এর ডানে লিখবেন বাম পাশে তার % টি বের করে একই সময়ের হলে ১০০% = আসল বের হবে।

নিজে করুন:

১১১. এক ব্যক্তি তার মূলধনের ৬০% শেয়ার বাজারে বিনিয়োগ করেন এবং বাকি ৪০% সঞ্চয়পত্রে বিনিয়োগ করেন। যদি তিনি শেয়ার বাজার হতে শতকরা ৫ টাকা আয় করেন এবং সঞ্চয়পত্র থেকে শতকরা ৬ টাকা আয় করেন এবং তার মোট আয় ১০৮০ টাকা হয় তবে তিনি কত টাকা বিনিয়োগ করেছিলেন? [রাষ্ট্রায়ত্ত ব্যাংক (সিনিয়র অফিসার)_ ১৯৯৮]

ক. ১০০০০ খ. ২০০০০ গ. ১৫০০০ ঘ. ৩০০০০ উত্তর: খ

[**Hints:** ধরি মোট মূলধন = ১০০টাকা যার ৬ ০টাকা শেয়ার বাজারে ৫% হারে আয় ৬০ এর ৫% = ৩টাকা।
আবার অবশিষ্ট ৪০ টাকার ৬% = ২.৪ টাকা আয় করেন সঞ্চয়পত্র থেকে। সুতরাং মোট আয় ৩+২.৪ = ৫.৪।
এখন, ৫.৪ % = ১০৮০ টাকা হলে বিনিয়োগ ১০০% = $\frac{১০০ \times ১০৮০}{৫.৪}$ = ২০০০০ টাকা।]

(৬.খ) সুদাসল দেয়া থাকলে :

টিপস: প্রশ্নেই সুদাসল দেয়া থাকলে আগে মোট সুদ বের করার পর আগের নিয়মেই করতে হবে।

১১২. বার্ষিক ১০% সরল সুদে কত টাকা ৫ বছরে সুদে আসলে ৭৫০ টাকা হবে? *[বাংলাদেশ :রোড ট্রান্সপোর্ট অথরিটিএ (সহ:পরি)-২০০৫]*

ক. ৪৫০ টাকা খ. ৫০০ টাকা গ. ৫৫০ টাকা ঘ. ৭০০ টাকা উত্তর: খ

সাধারণ সমাধান: (ঐকিক নিয়ম অনেক সহজ মনে করে অনেকেই)	**মুখে মুখে:** খাতা কলম ছাড়াই করা যাবে
১০% হারে ১০০ টাকার ৫ বছরের সুদ = ১০×৫ = ৫০টাকা। তাহলে সুদাসল ১০০+৫০ = ১৫০টাকা। (প্রশ্নে সুদাসল আছে) এখন সুদাসল ১৫০ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা ∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{১৫০}$ টাকা ∴ " ৭৫০ " " " = $\frac{১০০ \times ৭৫০}{১৫০}$ = **৫০০ টাকা**	সুদ (১০%×৫) = ৫০% হলে সুদাসল = (১০০+৫০) % = ১৫০% = ৭৫০ টাকা। (১৫০ % এর ৫গুণ।) সুতরাং আসল ১০০% = **৫০০ টাকা। (১০০%×৫)** **Note:** সুদাসল দেয়া থাকলে আগে সুদের হারকে বছর দিয়ে গুণ করে গুণফলকে আসল ১০০% এর সাথে যোগ করে হিসেব করতে হবে। **এভাবে সমাধান করলে ঐকিক নিয়ম বা সূত্রের থেকেও দ্রুত উত্তর বের হবে।**

১১৩. বার্ষিক ৪.৫% সরল সুদে কত টাকা বিনিয়োগ করলে ৪ বছরে তা ৮২৬ টাকা হবে ? *[২০তম বিসিএস)+ [RAKUB (Cash)-2017]+ [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি)-২০২১]*

ক. ৪৫৮ টাকা খ. ৬৫০ টাকা গ. ৭০০ টাকা ঘ. ৭২৫ টাকা উত্তর: গ

লিখিত সমাধান : ধরি, আসল ১০০ টাকা

∴ ১ বছরের সুদ = ৪.৫ টাকা ∴ ৪ বছরের সুদ = (৪×৪.৫) টাকা = ১৮ টাকা ∴ সুদ-আসল (১০০+১৮) = ১১৮ টাকা

সুদ-আসল ১১৮ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা

∴ সুদ-আসল ১ টাকা হলে আসল = $\frac{১০০}{১১৮}$

∴ সুদ-আসল ৮২৬ টাকা হলে আসল = $\frac{১০০ \times ৮২৬}{১১৮}$ = ৭০০ টাকা

মুখে মুখে:
১১৮% = ৮২৬ হলে ১০০% = ৭০০ টাকা

উত্তর: আসল ৭০০ টাকা।

নিজে করুন:

১১৪. শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা ১৫ বছরে সবৃদ্ধিমূলধন ১০৪০ টাকা হবে? *(দুর্নীতি দমন ব্যুরো পরি-০৪)*

ক. ৫৬০ খ. ৬০৫ গ. ৬৫৫ ঘ. ৬৫০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** আসল ১০০% এবং মোট সুদ (৪×১৫) = ৬০ % এখন সুদাসল ১৬০% = ১০৪০ হলে আসল ১০০% = ৬৫০ টাকা]

১১৫. শতকরা ৫ টাকা হার সুদে ২০ বছরে সুদে আসলে ৪০০০০ টাকা হয়। মূলধনের পরিমান কত ছিল? *(জেলা নির্বাচন অফিসার-০৪)*

ক. ১০০০০ খ. ২০০০০ গ. ১৫০০০ ঘ. ২২০০ উত্তর: খ

[**Hints:** ১০০টাকা ৫% হারে ২০ বছর পর সুদাসল হবে = ১০০+(৫×২০) = ১০০+১০০ = ২০০ টাকা।
সুদাসল ২০০ টাকা হলে আসল, সুদাসলের অর্ধেক ১০০। তাই সুদাসল ৪০০০০ টাকা হলে আসল হবে তার অর্ধেক ২০,০০০]

১১৬. শতকরা ৫ টাকা হার সুদে ২০ বছরে সুদে আসলে ৫০০০০ টাকা হলে, মূলধন কত? *[১৪ তম বিসিএস]*

ক. ২৫০৫০ খ. ২৫০২০ গ. ২৪৪০০ ঘ. ২৫০০০ উত্তর: ঘ

১১৭. বার্ষিক ৮% সরল সুদে কত টাকা ৬ বছরে সুদে আসলে ১০৩৬ টাকা হবে? *[১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল)- ২০১৫]*

ক. ৪৫০টাকা খ. ৫০০টাকা গ. ৫৫০টাকা ঘ. ৭০০ টাকা উত্তর: ঘ

১১৮. কবীর সাহেব ৬$\frac{১}{৪}$% সরল সুদে কিছু পরিমাণ টাকা ব্যাংকে রেখে ১৬ বছর পর সুদে-আসলে ৫০০০০ টাকা ফেরত পেলেন? তিনি কত টাকা ব্যাংকে রেখে ছিলেন? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. ৩০০০০ খ. ২৫০০০ গ. ৩৫০০০ ঘ. ২২০০০ উত্তর : খ

লিখিত সমাধান:
ধরি, আসল = ১০০ টাকা
তাহলে ৬.২৫% হিসেবে ১৬ বছরের সুদ = ৬.২৫×১৬ = ১০০ টাকা।
অর্থাৎ ১০০ টাকা রাখলে সুদ হয় = ১০০ টাকা।
∴ সুদাসল হয় = ১০০+১০০ = ২০০। (আসলের দ্বিগুণ)
সুদাসল ২০০ হলে আসল = ১০০ টাকা। (আসল সুদাসলের অর্ধেক)
সুতরাং সুদাসল ৫০০০০ টাকা হলে আসল = ২৫০০০ টাকা।

শর্টকাট: এখানে, সুদাসল = আসল + সুদ
$\Rightarrow C = P + \frac{pnr}{১০০} \Rightarrow C = P\left(১ + \frac{nr}{১০০}\right)$
$\Rightarrow ৫০,০০০ = P \times \frac{১০০ + ৬.২৫ \times ১৬}{১০০}$
$\Rightarrow P = \frac{৫০০০০০০}{২০০}$ ∴ P = ২৫০০০ টাকা।

মুখে মুখে: ৬$\frac{১}{৪}$ % = $\frac{২৫}{৪} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১}{১৬}$ অংশ। ১ বছরে সুদ = $\frac{১}{১৬} \times ১৬ = ১$ টাকা। অর্থাৎ আসল ১ হলে সুদ ও ১ টাকা।
তাহলে সুদাসল ১+১ = ২ টাকা হলে আসল অর্ধেক = ১ টাকা। ∴ সুদাসল ৫০০০০ টাকা হলে আসল অর্ধেক = ২৫০০০টাকা

১১৯. সৌরভ ৮% হার সুদে মোমেনকে এবং ১২% হার সুদে রুবেলকে সমপরিমাণ টাকা ধার দিল। সে তিন বছর পর দুজনের কাছ থেকে সর্বমোট ৭২০ টাকা সুদ পেল। সে প্রত্যেককে কত টাকা ধার দিয়েছিল? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ১২০০ টাকা খ. ১৪০০ টাকা গ. ১৬০০ টাকা ঘ. ১৮০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:
দুজনকে ১০০ টাকা করে দিলে ১ বছর পর সুদ = ৮+১২ = ২০টাকা
∴ ৩ বছর পর পাওয়া যাবে = ২০×৩ = ৬০টাকা।
মোট সুদ ৬০ টাকা হলে একজনকে দিয়েছিল = ১০০টাকা
মোট সুদ ৭২০টাকা (৬০ এর থেকে ১২গুণ বেশি) হলে আসল = ১০০×১২ = ১২০০টাকা।

মুখে মুখে: দু জনকে দিয়েছে = ১০০+১০০ = ২০০%। এখন ৮% + ১২% হারে ৩ বছরের সুদ = ৬০% = ৭২০ টাকা হলে ১০০% = ১২০০ টাকা
(২জনের বললে ২০০% ১ জনের বলায় ১০০%)

১২০. কোন টাকা ৫ বছরে ৬% হার সুদে সুদে-আসলে ১৩০০ টাকা হয়, কত বছরে ঐ টাকা সুদে আসলে ১৩৯০ টাকা হবে? *[মহাহিসাব নিরীক্ষক কর্মকর্তা-১৯৯৮] + [১ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৪]*

ক. ২.২ বছর খ. ৩.৫ বছর গ. ৪.৫ বছর ঘ. ৬.৫ বছর উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (ঐকিক নিয়মের এই সমাধান লিখিত পরীক্ষায় কাজে লাগাবেন)
ধরি, আসল ১০০ টাকা তাহলে ৬% হারে ৫ বছরের সুদ = ৫×৬ = ৩০ টাকা, সুতরাং সুদাসল = ১০০ + ৩০ = ১৩০।
এখন সুদাসল ১৩০ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা
∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{১৩০}$ টাকা
∴ " ১৩০০ " " " = $\frac{১০০ \times ১৩০০}{১৩০}$ = ১০০০ টাকা

Super Shortcut: মুখে মুখেই হবে:
এখানে, উভয় ক্ষেত্রে সুদের হার সমান।
১৩০০ টাকা = ১৩০% হলে ১৩৯০= ১৩৯%
সুতরাং সময় (৩৯%÷৬) = ৬.৫ বছর।

১০০০ টাকা নতুন করে সুদাসল = ১৩৯০ টাকা হলে সুদ = (১৩৯০ − ১০০০) = ৩৯০ টাকা
আবার ৬% হারে ১০০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ১০০০ এর ৬% = ৬০ টাকা।

৬০ টাকা সুদ হতে সময় লাগে = ১ বছর ।

∴ ১ " " " " " $= \frac{১}{৬০}$

∴ ৩৯০ " " " " " $= \frac{১\times৩৯০}{৬০} = ৬.৫$ বছর।

শেষের এই অংশটা দ্রুত করার জন্য এভাবে লেখা যায়:
সুদ ৩৯০ হতে সময় $= \frac{৩৯০(\text{মোট সুদ})}{৬০(\text{এক বছরের সুদ})} = ৬.৫$ বছর।

নিজে করুন:

১২১. কিছু টাকা ৮% লাভে ৩ বছরে লাভ-আসলে ১৮৬০ টাকা হয়। কত বছর পর তা লাভ-আসলে ২০৪০ টাকা হবে? *[থানা সহশিক্ষা অফিসার-২০০৯]+ [স্বাস্থ্য অধিদপ্তর (মেডিকেল টেকনিশিয়ান): ২০২০]*

ক. ২ খ. ৪.৫ গ. ৩.৫ ঘ. ৫ উত্তর: খ

[Hints: প্রথম অংশ থেকে = ৮×৩ = ২৪, সুদাসল ১২৪ হলে আসল ১০০ তারপর সুদাসল ১৮৬০ হলে আসল ১৫০০
তাহলে সুদ = (১৮৬০-১৫০০) = ৩৬০ হলে ১ বছরের সুদ = (৩৬০÷৩) = ১২০
সুতরাং মোট সুদ = (২০৪০-১৫০০) = ৫৪০ টাকা হতে সময় লাগবে = (৫৪০÷১২০) = ৪.৫ বছর।

মুখে মুখে: উভয় ক্ষেত্রে সুদের হার সমান হওয়ায় ১৮৬০ টাকা = ১২৪% হলে ২০৪০টাকা = ১৩৬% ∴সময় ৩৬%÷৮ = ৪.৫ বছর। (১০০% এর বেশি ৩৬% হলো সর্বমোট সুদ, ১ বছরের হার দিয়ে ভাগ করলে মোট কত বছর লাগবে তা বের হবে)

পদ্ধতি-০৭ : ভগ্নাংশের সুদকষা

টিপস: লক্ষ্য রাখবেন যে ভগ্নাংশটি দেয়া থাকবে তার পূর্বে কী লিখা আছে। তাহলে সেই ভগ্নাংশটি সম্পর্কে খুব ভালোভাবে বোঝা যাবে। ভগ্নাংশ থেকেই অংক সাজাতে হয় বলে ভগ্নাংশটি বুঝতে হবে। **ভগ্নাংশ থেকেই অংক সাজাতে হয়, এবং যার সাথের এর থাকে তা ভগ্নাংশের নিচে বসে । সাধারণত ভগ্নাংশ নিয়ে হিসেব করলে তখন প্রশ্নে দেয়া টাকার হিসেব হয় না।**

পরামর্শ: এই অংকগুলো করার আগে শতকরা অধ্যায়ের শুরুর ভগ্নাংশের টেবিলটি একবার পড়ে আসার পরামর্শ রইলো।

১২২. কোন মূলধন ৩ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো, সুদের হার ৫ টাকা হলে, সুদ আসলের কত অংশ? *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও পার্সোনাল অফিসার)-২০০৪]*

ক. $\frac{১}{৩}$ অংশ খ. $\frac{১}{৪}$ অংশ গ. $\frac{১}{৫}$ অংশ ঘ. $\frac{৩}{২০}$ অংশ উত্তর: ঘ

সমাধান : ধরি, আসল = ১০০ টাকা। তাহলে ১ বছরের সুদ = ৫টাকা এবং ৩ বছরের সুদ = ৩×৫ = ১৫ টাকা।
এখন মোট সুদ ১৫টাকা আসল ১০০ টাকার = $\frac{১৫}{১০০} = \frac{৩}{২০}$ অংশ হবে।

১২৩. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ১ বছরের সুদ আসলের $\frac{১}{৪}$ হবে? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০]*

ক. ১০% খ. ১৫% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:
মনে করি, আসল = ১০০ টাকা, (হর ৪ কেও আসল ধরা যায়)
সুদ = $১০০\times\frac{১}{৪} = ২৫$ টাকা এখানে, সময় = ১ বছর
সুতরাং, সুদের হার = $\frac{\text{সুদ}\times১০০}{\text{আসল}\times\text{সময়}} = \frac{২৫\times১০০}{১০০\times১} = ২৫\%$

মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান:
$\frac{১}{৪}$ অংশ $= \frac{১}{৪}\times১০০ = ২৫\%$ ই উত্তর: (আসল ৪ সুদ ১)
ব্যাখ্যা: যখন মূলধন ১০০ টাকা ধরা হলে শতকরা হার বের করার মতই সুদের হার বের করতে হয়। কারণ ১ বছর লেখা বা না লেখা একই কথা।

নিজে করুন:

১২৪. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ১ বছরের সুদ, সুদ-আসলের $\frac{১}{২}$ অংশ হবে? *[পাবলিক সার্ভিসকমি (সহকারি পরিচালক) -১৯৯৮]*

ক. ১০% খ. ৫০% গ. ১৫% ঘ. ২৫% উত্তর: খ

[Hints: ১/২ এর সাথে ১০০ গুণ করে সরাসরি ৫০% ই উত্তর । কারণ এখানে সময় ১ বছর আর আসল ১০০ ধরে করা হয়েছে।

১২৫. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৫ বছরের সুদ, সুদ-আসলের $\frac{১}{৫}$ অংশ হবে? *[মাধ্যবি:(সহ: শিক্ষক)-২০০০]*

ক. ১০% খ. ৫% গ. ১৫% ঘ. ২০% উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (সুদাসল থাকলে আগে আসল বের করতে হবে)
সুদাসল ৫টাকা ও সুদ ১ টাকা হলে আসল = ৫-১ = ৪ টাকা
এখন ৪ টাকায় ৫ বছরের সুদ = ১টাকা
∴ ১ " ১ " " $= \frac{১}{৪\times৫}$ টাকা।
∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{১\times১০০}{৪\times৫} = ৫\%$

মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান:
সুদ-সুদাসলের $\frac{১}{৫}$ অংশ । ∴ আসল = ৫-১ = ৪ টাকা। সুদ ১ টাকা শতকরা হার $= \frac{১}{৪}\times১০০ = ২৫\%$
৫ বছরে ২৫% হলে ১ বছরে = ২৫%÷৫ = ৫%
(পুরো সময়ের % বের করে ঐ সময় দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর)

নিজে করুন:

১২৬. কোন আসল টাকার ৪ বছরের সুদ, সুদাসলের $\frac{১}{৬}$ অংশ । সুদের হার কত? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন(সহ:পরিচালক)-১৯৯৪], [জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তর(উপ-সহ:প্রকৌশলী-২০১৫)]*

ক. $৬\frac{১}{৪}\%$ খ. ৫% গ. $৭\frac{১}{২}\%$ ঘ. ৪% উত্তর: খ

[Hints:আসল = (৬-১) = ৫ টাকায় সুদ ১ টাকা হলে মোট হার =১/৫ = ২০% । ৪ বছরে ২০%, ১ বছরে =২০%÷৪ = ৫%]

১২৭. কোন আসল টাকার ৫ বছরের সুদ, আসলের $\frac{৫}{৮}$ অংশ হলে, বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত?

ক. ১২.৫% খ. ২৫% গ. ৭.৫% ঘ. ২০% উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:
ধরি, আসল = ৮টাকা তাহলে সুদ = ৫টাকা (ভগ্নাংশ থেকে)
৮ টাকায় ৫ বছরের সুদ = ৫ টাকা।
∴ ১ " ১ " " $= \frac{৫}{৮\times৫}$ টাকা।
∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{৫\times১০০}{৮\times৫} = ১২.৫\%$

মুখে মুখে সমাধান:
$\frac{৫}{৮} = \frac{৫\times১০০}{৮} = ৬২.৫\%$
এখন ৫ বছরে ৬২.৫% হলে ১ বছরে = ৬২.৫%÷৫=১২.৫%
এভাবে আগে % বের করে বছর দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর।

সুপার শর্টকাট: (সহজ)
৫ বছরের সুদ $= \frac{৫}{৮}$ হলে
১ বছরে $= \frac{৫}{৮\times৫} = \frac{১}{৮}$
$= ১২.৫\%$ ই উত্তর।
(৩ বছর থাকলে ২নং নিয়ম)

১২৮. কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে, আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় করুন। *[৮ম শ্রেণী, অনু:২.১ এর উদা: ৬]+[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:] +[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)] +[সুরক্ষা সেবা বিভাগ(অফিস সহ: কাম কম্পি: মুদ্রা:):২০২১]+ [বিরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]+[কাস্টমস এক্সাইজ ও ভ্যাট কমি: (সিপাই):২০২১] + [পেটেন্ট ডিজাইন ও ট্রেডমার্ক অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক):২০২১]+ NCTB (অফিস সহকারী কম্পি মুদ্রা:)-২০২১]+ [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রা): ২০২১]*

ক. ২০০০, ১২.৫০ % খ. ৪০০০, ১২.৫০ % গ. ৩০০০, ১২ % ঘ. ৪০০০, ১৩ % উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

আসল ৮ টাকা হলে সুদ = ৩ টাকা এবং সুদাসল = ৮+৩ = ১১ টাকা।
এখন সুদাসল ১১ টাকা হলে আসল = ৮টাকা।

∴ " ১ " " " $= \frac{৮}{১১}$ "

∴ " ৫৫০০ " " " $= \frac{৮ \times ৫৫০০}{১১}$ " = ৪০০০ টাকা

সুতরাং সুদ = ৫৫০০-৪০০০ = ১৫০০ টাকা।

এরপর

৪০০০ টাকার ৩ বছরের সুদ = ১৫০০ টাকা।

∴ ১ " ১ " " $= \frac{১৫০০}{৪০০০ \times ৩}$ "

∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{১৫০০ \times ১০০}{৪০০০ \times ৩} = ১২.৫\%$ (উ:)

মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:

৩ বছরে সুদ আসলের = $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে

১ বছরে সুদ হবে আসলের = $\frac{৩}{৮ \times ৩} = \frac{১}{৮}$ অংশ।

$\frac{১}{৮}$ কে শতকরায় প্রকাশ করতে $\frac{১ \times ১০০}{৮} = ১২.৫\%$

(আসল ১০০/৪০০০/৪ কোটি যা ই হোক তার সুদ হবে ১/৮ অংশ। তাই সরাসরি ১২.৫% বলা যায়।

সুদ বের করার পরের অংশটুকু সূত্র প্রয়োগ করে

সুদের হার $= \frac{\text{সুদ} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{সময়}} = \frac{১৫০০ \times ১০০}{৪০০০ \times ৩}$

উত্তর: আসল ৪০০০ টাকা এবং সুদের হার ১২.৫%

নিজে করুন ঃ

১২৯. কোনো মূলধন ৩ বছরে সরল সুদে-মূলে ১১০০০ টাকা হয়। সুদ আসলের তিন অষ্টমাংশ হলে আসল ও সুদের হার নির্ণয় করুন? *[২১তম বিসিএস।]*

ক. ৫০০০ ও ৭.৫% খ. ৪২২০ ও ৭.৫% গ. ৪০০ ও ৬.৫% ঘ. ৮০০০ ও ১২.৫% উত্তর: ঘ

[Hints: ৩ বছরে ৩/৮ অংশ হলে ১ বছরে হবে ১/৮ অংশ। শতকরায় ১২.৫%।(ভগ্নাংশ থেকে % বের করতে মোট টাকার দরকার নেই)

১৩০. কোন আসল ৫ বছরে সুদে-আসলে ৫৫০ টাকা হয় এবং সুদ আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ । আসল এবং শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত? *[অষ্টম শ্রেণী, অনু:২.২]*

ক. ৪০০ ও ৭.৫% খ. ৪০০ ও ৭.৩% গ. ৪৫০ ও ৭.৫% ঘ. ৪০০ ও ৬.৫% উত্তর: ক

লিখিত সমাধানের জন্য আগের অংকগুলো দেখুন এবং এখানে দ্রুত করার সিস্টেমটা ভালো করে বোঝার চেষ্টা করুন

আসল = ৮ টাকা হলে সুদ = ৩ টাকা এবং সুদাসল = ১১ টাকা।

এখন সুদাসল ৫৫০ টাকা হলে আসল = $৫৫০ \times \frac{৮}{১১} = ৪০০$ টাকা।

(সুদাসল ১১ ভাগ = ৫৫০টাকা হলে আসল ৮ ভাগ = ৪০০ টাকা)

আসল বের করতে না বললে এই কাজটা করা লাগতো না।

ডান পাশের শর্টকাটটি দেখুন: ৫ বছর দিয়ে ভগ্নাংশকে ভাগ করা না যাওয়া যে ভগ্নাংশ দেয়া আছে আগে সরাসরি তাকে % বানিয়ে যত বছর তা দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর। **(আইডিয়টা অনেক ইউজফুল)**

এখন, ৫ বছরে সুদ আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ তাহলে

১ বছরের সুদ আসলের = $\frac{৩}{৮ \times ৫}$ (ভাগ করা না যাওয়ায় ঝামেলা হচ্ছে । তাই বিকল্প কোন নিয়মে ভাবা বেটার)

$\frac{৩}{৮}$ অংশ $= \frac{৩}{৮} \times ১০০ = ৩৭.৫\%$ ($\frac{১}{৮} = ১২.৫\% \times ৩$)

৫ বছরে ৩৭.৫% হলে ১ বছরে = ৩৭.৫%÷৫ = ৭.৫%

নিজে করুন ঃ

১৩১. কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা আসলে ৬৬০০ টাকা হয়। মুনাফা আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে, আসলের পরিমাণ কত? *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শক)-২০১৮, [জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড(অফিস সহকারি)-২০২১]*

ক. ৪৫০০ টাকা খ. ৪৮০০ টাকা গ. ৫১০০ টাকা ঘ. ৪০০ টাকা উত্তর: খ

[Hints: ভগ্নাংশ থেকে আসল $= ৬৬০০ \times \frac{৮}{৮+৩} = ৬৬০০ \times \frac{৮}{১১} = ৪৮০০$ টাকা। (সুদের হার বের করতে বলা হয় নি)]

১৩২. কোন নির্দিষ্ট সময়ে মুনাফা-আসলে ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা আসলের ৪০ শতাংশ। মুনাফার বার্ষিক হার ৮% হলে সময় নির্ণয় করুন- *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের উপসহকারী পরিচালক-২০১৮]*

ক. ৭ বছর খ. ৬ বছর গ. ৫ বছর ঘ. ৪ বছর উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

আসল ১০০ টাকা হলে মুনাফা ১০০ এর ৪০% = ৪০ টাকা
সুতরাং মুনাফা-আসল = (১০০+৪০) = ১৪০ টাকা
মুনাফা-আসল ১৪০ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা

" " ১ " " " $= \frac{১০০}{১৪০}$ "

" " ৫৬০০ " " " $= \frac{১০০ \times ৫৬০০}{১৪০} = ৪০০০$ টাকা

সুতরাং মুনাফা = (৫৬০০-৪০০০) = ১৬০০ টাকা
১০০ টাকার ৮ টাকা মুনাফা হয় = ১ বছরে

∴ ১ " ১ " " " $= \frac{১ \times ১০০}{৮}$ "

∴ ৪০০০ " ১৬০০ " " " $= \frac{১০০ \times ১৬০০}{৪০০০ \times ৮}$

= ৫ বছর। **উত্তর: ৫ বছর।**

ম্যাজিক সমাধান: মাত্র ৫ সেকেন্ডে : (৪০%÷৮%) = ৫ বছর ই উত্তর। এত শর্টে দ্রুত উত্তর বিশ্বাস না হলে ব্যাখ্যা বুঝুন:

আসল যা ই হোক, ৪০% এবং ৮% দুটোই ঐ টাকার উপর ই হিসেব হবে। তাই আসল একই হওয়ায় সরাসরি % দুটি ধরেই হিসেব করা যায়। **(মনে রাখুন: ৮% বা ৪০% মানেই ১০০ তে হিসেব নয় বরং যে কোন টাকার উপর হতে পারে ।)**

নিজে করুন:

১৩৩. কোনো নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা-আসল ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা, আসলের $\frac{২}{৫}$ অংশ। মুনাফা বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হলে, সময় নির্ণয় কর। *[৮ম শ্রেণী, অনু:২.১ এর ১৭]*

ক. ২ বছর খ. ৪ বছর গ. ৫ বছর ঘ. ৬ বছর উত্তর: গ

[Hints: আসলের $= \frac{২}{৫} \times ১০০ = ৪০\%$ মোট সুদ, প্রতি বছর ৮% হারে ৪০% হতে সময় লাগবে = (৪০% ÷৮%) = ৫ বছর]

১৩৪. বার্ষিক ৫% হার সুদে কত বছরে সুদ আসলের $\frac{৫}{১৬}$ অংশ হবে?

ক. ৮ বছর খ. ৬ বছর গ. ৬.৫ বছর ঘ. ৬.২৫ বছর উত্তর: ঘ

[Hints: মোট সুদ আসলের $\frac{৫}{১৬}$ অংশ $= \frac{৫}{১৬} \times ১০০ = \frac{১২৫}{৪}\% = ৩১.২৫\%$ ।

১ বছরে ৫% হলে মোট সময় = ৩১.২৫%÷৫% = **৬.২৫ বছর** এখানে, সময় = (মোট হার ÷ ১ বছরের হার))]

১৩৫. কোন নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা-আসল ৪৫০ টাকা এবং মুনাফা আসলের $\frac{২}{৭}$ অংশ। মুনাফার হার শতকরা বার্ষিক $৩\frac{৪}{৭}$ টাকা হলে, সময় নির্ণয় করুন? *[১৪শ বিজেএস(সহকারী জজ)-২০২১]*

ক. ৬ বছর খ. ৭ বছর গ. ৮ বছর ঘ. ১০ বছর উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, আসল = ৭ টাকা ∴ মুনাফা = ২ টাকা
∴ মুনাফা-আসল = ৭+২ = ৯ টাকা
এখন মুনাফা-আসল ৯ টাকা হলে আসল = ৭ টাকা
∴ " ১ " " " $= \frac{৭}{৯}$ "
∴ " ৪৫০ " " " $= \frac{৭ \times ৪৫০}{৯} = ৩৫০$ টাকা

∴ মুনাফা = ৪৫০-৩৫০ = ১০০ টাকা
সুতরাং, সূত্রানুযায়ী সময় $= \frac{\text{মুনাফা} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার}}$
$= \frac{১০০ \times ১০০}{৩৫০ \times \frac{২৫}{৭}} = \frac{১০০ \times ১০০ \times ৭}{৩৫০ \times ২৫} = ৮$ বছর।

এক লাইনে : সময় = (মোট হার ÷ ১ বছরের হার) এখানে, $\frac{২}{৭}$ অংশ $= \frac{২ \times ১০০}{৭}\% \div ৩\frac{৪}{৭}\% = \frac{২০০}{৭} \times \frac{৭}{২৫} = ৮$ বছর।
অথবা, $৩\frac{৪}{৭}\% = \frac{২৫}{৭} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১}{২৮}$ অংশ হতে সময় লাগে ১ বছর তাই $\frac{২}{৭}$ অংশ হতে লাগবে $= \frac{২}{৭} \div \frac{১}{২৮} = \frac{২}{৭} \times ২৮ = ৮$ বছর

১৩৬. কোন আসল ৫ বছরে সুদসহ ৩০৬ টাকা এবং সুদ আসলের $\frac{৯}{২৫}$ অংশ। আসল ও সুদের হার নির্ণয় করুন? *[৯ম-১০ম শ্রেনি. (পুরাতন বোর্ড বই)]+[বাংলাদেশ পল্লী উন্নয়ন বোর্ডের অধীন উপজেলা (পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা)-২০০৯]+[বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. আসল ২০০; সুদের হার ৭%
খ. আসল ২২৫; সুদের হার $৭\frac{১}{৫}\%$
গ. আসল ২৫০; সুদের হার ৮%
ঘ. আসল ৩০০; সুদের হার ৯%
উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (এই প্রশ্নগুলো যেহেতু প্রিলিতে বেশি আসে তাই লিখিত এর থেকে টেকনিক কে গুরুত্ব দিন)

ধরি, আসল = ২৫ টাকা ∴ সুদ = ৯ টাকা
সুতরাং সুদাসল = ২৫+৯ = ৩৪ টাকা
সুদাসল ৩৪ টাকা হলে আসল = ২৫ টাকা
∴ " ১ " " " $= \frac{২৫}{৩৪}$ "
∴ " ৩০৬ " " " $= \frac{২৫ \times ৩০৬}{৩৪} = ২২৫$ টাকা

এখানে সুদ = (৩০৬-২২৫) = ৮১ টাকা
২২৫ টাকার ৫ বছরের সুদ = ৮১ টাকা হলে
১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $= \frac{৮১ \times ১০০}{২২৫ \times ৫} = ৭\frac{১}{৫}\%$
(উপরের এই অংশটি সরাসরি সূত্র দিয়েও করা যায়)
উত্তর: আসল ২২৫ টাকা ও সুদের হার $৭\frac{১}{৫}\%$

এক লাইনে : সুদ আসলের $\frac{৯}{২৫}$ অংশ $= \frac{৯}{২৫} \times ১০০ = ৩৬\%$। ৫ বছরে সুদ = ৩৬% হলে ১ বছরে $= \frac{৩৬\%}{৫} = ৭\frac{১}{৫}\%$

পদ্ধতি-৮: সুদের হার হ্রাস বা বৃদ্ধি হলে

আগে বুঝুন : সুদের হার হ্রাস বা বৃদ্ধি অর্থ হলো ১০০ টাকায় ১ বছরের সুদে পরিবর্তন যতটুকু হবে। এখন এর প্রভাব যত আসল যত মাসের জন্য রাখা হবে তার পুরোটার উপর পরবে। এরকম প্রশ্নগুলোতে মূলত আসল বের করার কথা বললে, যত টাকা কমে তা কত % এর মান বের করে ১০০% এর মান আনতে হয়। সমাধানগুলো দেখুন।

(৮.ক) ১ বছরের কথা বলা হলে :

এক বছরের সুদ কমা বা বাড়ার কথা বলা হলে শতকরা যত % কমে = ১ বছরে কমা টাকার পরিমাণ ধরে হিসেব করতে হবে

১৩৭. সুদের হার ৬% থেকে কমে ৪% হওয়ায় এক ব্যক্তির বাৎসরিক আয় ২০ টাকা কমে গেল। আসলের পরিমান কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*
ক. ১০০০ টাকা খ. ১২০০ টাকা গ. ১৫০০ টাকা ঘ. ১৮০০ টাকা উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:
সুদের হার ১ বছরে কমে = (৬-৪)% = ২%
২ টাকা কমলে আসল = ১০০ টাকা
∴ ১ " " " $= \frac{১০০}{২}$ "
∴ ২০ " " " $= \frac{১০০ \times ২০}{২} = ১০০০$ টাকা

মুখে মুখে উত্তর:
বছরে কমে = (৬-৪)% = ২%
আবার টাকার পরিমাণে বছরে কমে = ২০ টাকা।
তাহলে লেখা যায় ২% = ২০ টাকা (% এর ১০গুণ)
∴ আসল ১০০% = ১০০০ টাকা। (১০০ এর ১০গুণ)
এভাবে হ্রাস বা বৃদ্ধিপ্রাপ্ত টাকার পরিমাণকে কত % এর মান তা বলতে পারলে ১০০% এর মানই আসল।

নিজে করুন ঃ

১৩৮. বার্ষিক সুদের হার ৫% থেকে হ্রাস পেয়ে ৪% হওয়ায় সুদ ৩২০ টাকা কমে গেল। তার মূলধন কত ছিল? *(পাবলিক সার্ভিস কমিশন-০১)*
ক. ৩০০০০ খ. ৩২০০০ গ. ৩৩০০০ ঘ. ৩৪০০০ উত্তর: খ
[Hints: ৫-৪ = ১% = ৩২০ ∴১০০% = ৩২০০০, ১ বছর প্রশ্নেই আছে তাই সরাসরি]

১৩৯. সুদের হার ৬ টাকা থেকে কমে ৩ টাকা হওয়ায় এক ব্যক্তির বার্ষিক আয় ১৫ টাকা কমে গেল। তার মূলধন কত? *[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয়-২০০৬]*
[Hints: ৩% = ১৫ ∴১০০% =৫০০]
ক. ৫৬০ খ. ৪০০ গ. ৫০০ ঘ. ৫৫০ উত্তর: গ

(৮.খ) একাধিক বছরের কথা বলা হলে :

যত বছরের কথা ই বলা থাক না কেনো, আগে ১ বছরের হিসেব করে % এর সাথে তুলনা করলে সহজে উত্তর বের হবে।

১৪০. সুদের হার ৭% থেকে কমে ৫% হলে এক ব্যক্তির আয় ৫ বছরে ৭০ টাকা কমে যায়, তার মূলধন কত? *[মাধ্যমিক প্রধান শিক্ষক-০২) +[জাতীয় গণমাধ্যম ইনস্টিটিউট (অফিস সহকারী কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]*
ক. ৫০০ খ. ৬০০ গ. ৬৫০ ঘ. ৭০০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:
সুদের হার ১ বছরে কমে = (৭-৫)% = ২%
সুতরাং ৫ বছরে কমবে, = (২×৫)% = ১০%
১০ টাকা কমলে আসল = ১০০ টাকা
∴ ৭০ " " " $= \frac{১০০ \times ৭০}{১০} = ৭০০$ টাকা

মুখে মুখে উত্তর:
১ বছরে (৭-৫)% = ২% কমলে ৫ বছরে কমে = ১০%
৫ বছরের সুদ ১০% = ৭০ টাকা হলে ১০০% = ৭০০ টাকা

অথবা, ৫ বছরে ৭০টাকা কমলে ১ বছরে কমে = ৭০÷৫ = ১৪
তাহলে ১ বছরের সুদ ২% = ১৪ টাকা হলে ১০০% = ৭০০ টাকা
সবসময় দু পাশে সমান সময়ের % = টাকা লিখে আসল ১০০%

১৪১. বার্ষিক মুনাফা ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়ায় তিশা মারমার আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল। তার মূলধন কত ছিল? *[৮ম শ্রেণী, অনু: ২.১ এর ১২)+ [RAKUB officer-2015]*
ক. ১৫০০ টাকা খ. ১৬০০ টাকা গ. ২০০০ টাকা ঘ. ২২০০ টাকা উত্তর ঃ খ

সূত্রাকারে লিখিত সমাধান: (ঐকিক নিয়মে নিজে করুন)

সুদের হার (১০-৮)% = ২% বৃদ্ধি পেলে আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে যাওয়া অর্থ ২% হারে ৪ বছরের সুদ = ১২৮ টাকা।

আমরা জানি, $\frac{Pnr}{১০০} = I \Rightarrow \frac{P \times ৪ \times ২}{১০০} = ১২৮$

$\Rightarrow ৮P = ১০০ \times ১২৮ \therefore P = \frac{১০০ \times ১২৮}{৮} = ১৬০০$ টাকা

∴ মূলধন ১৬০০ টাকা

মুখে মুখে উত্তর বের করার অসাধারণ টেকনিক:

(দু পাশে ১বছর) ২% = ৩২ (১৬ গুণ)

সুতরাং আসল ১০০% = ১৬×১০০ = ১৬০০ টাকা।

অথবা, দু পাশে ৪ বছর ধরে ৮% = ১২৮ (১৬ গুণ)

∴ আসল ১০০% = ১৬×১০০ = ১৬০০ টাকা।

পরামর্শ: যেভাবেই করুন, % = মান উভয় ক্ষেত্রে বছর সমান করতে হবে। না হলে ২% = ১২৮ টাকা বা ৮% = ৩২ টাকা লিখে করলে ভুল হবে।

নিজে করুন:

১৪২. শতকরা সুদের হার ৮ টাকা থেকে বেড়ে ১২ টাকা হওয়ায় জলিল সাহেবের আয় ৪ বছরে ২৫৬ টাকা বেড়ে গেল। তার মূলধন কত? *[অর্থ মন্ত্রণালয়-২০১০]* [**Hints:** ২৫৬÷৪ = ৬৪, এখন ৪% = ৬৪, ১% = ১৬ ∴ ১০০% = ১৬০০]

ক. ৩০০০ টাকা খ. ৩২০০ টাকা গ. ১৫০০টাকা ঘ. ১৬০০ টাকা উত্তর: ঘ

দশমিক বা ভগ্নাংশ আসলেও নিয়ম একই:

১৪৩. সুদের হার ০.৭৫ শতাংশ হ্রাস পাওয়াতে একজন আমানতকারীর আমানতের উপর ৪ বছরে প্রাপ্ত আয় ৭৫০ টাকা কমে যায়। তার আমানতের মোট পরিমান কত? *[ICB Capital Management (AP)-2019]*

ক. ২৫০০০ টাকা খ. ১৮৭৫০ টাকা গ. ৩০০০০ টাকা ঘ. ১০০০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: সুদের হার কমে = ০.৭৫%

আসল ১০০ হলে ১ বছরে কমে = ০.৭৫ টাকা এবং ৪ বছরে কমবে = ০.৭৫× ৪ = ৩ টাকা।

আয় ৩ টাকা কমলে মূলধন = ১০০ টাকা।

∴ " ১ " " " $= \frac{১০০}{৩}$ টাকা।

∴ " ৭৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ৭৫০}{৩} = ২৫০০০$টাকা। সুতরাং আমানতের মোট পরিমাণ = ২৫০০০ টাকা।

মুখে মুখে: ৩% = ৭৫০ (দু পাশেই ৪ বছর) ∴ ১০০% = ২৫০০০

অথবা .৭৫% = ৭৫০÷৪ বা ১৮৭.৫ (দু পাশেই ১ বছর ধরে হিসেব)

∴ মূলধন ১০০% = **২৫০০০ টাকা** (উত্তর)

নিজে করুন:

১৪৪. বার্ষিক মুনাফা ১২.৫% থেকে কমে ১০.৭৫% হওয়ায় জামিল সাহেবের আয় ৪ বছরে ২৮০ টাকা কমে গেছে। তার মূলধন কত টাকা ? *[যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]*

ক. ৩৫০০ খ. ১৬০০ গ. ২৫০০ ঘ. ৪০০০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** (১২.৫-১০.৭৫)% = ১.৭৫% = ৭০ (দু পাশে ১ বছর) অথবা ৭% = ২৮০ (দ৪ বছর) ∴ মূলধন ১০০% = ৪০০০ টাকা]

১৪৫. বার্ষিক সুদের হার ৫% থেকে হ্রাস পেয়ে $৪\frac{৩}{৪}$% হওয়ায় এক ব্যক্তির ৮০ টাকা আয় কমে গেল। তার মূলধন কত ছিল? *[সিঃ মাধ্যমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯]* [**Hints:** এখানে, (৫ - ৪.৭৫) = ০.২৫% ∴ ০.২৫% = ৮০ সুতরাং ১০০% = ৩২০০০]

ক. ৩২৫০ টাকা খ. ৩২০৫০ টাকা গ. ৩২২০০ টাকা ঘ. ৩২০০০ টাকা উত্তর: ঘ

(৮.গ) অতিরিক্ত প্রাপ্ত টাকার হিসেব :

১৪৬. শতকরা বার্ষিক ৪.৫% হারে ১ বছরের সুদ ২০২.৫ টাকা। ঐ মূলধন টি শতকরা বার্ষিক ৫টাকা সুদে বিনিয়োগ করলে অতিরিক্ত কত টাকা সুদ হিসেবে পাবেন? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*

ক. ২২.৫০ টাকা খ. ২০.২৫ টাকা গ. ৪২.৭৫ টাকা ঘ. ২৫ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: আগের সুদ ৪.৫% = ২০২.৫ টাকা

সুদের হার ৫% হলে সুদের হার বৃদ্ধি পায় = (৫-৪.৫)% = ০.৫% (এই অতিরিক্ত ০.৫% এর মান ই উত্তর।)

এখানে লেখা যায়, ৪.৫% = ২০২.৫ হলে ১% = $\frac{২০২.৫}{৪.৫}$ এবং অতিরিক্ত সুদের ০.৫% = $\frac{২০২.৫ \times ০.৫}{৪.৫} = ২২.৫$

মুখে মুখে: ০.৫ হলো ৪.৫ এর থেকে ৯ ভাগের ১ ভাগ। তাই উত্তরও হবে ২০২.৫ এর ৯ ভাগের ১ ভাগ = ২২.৫।

১৪৭. সরল হারে ৮০০ টাকা ৩ বছরে ৯৫৬ টাকা হলো। সুদের হার ৪% বৃদ্ধি পেলে ৮০০ টাকা ৩ বছরে কত টাকা হবে? *[বাংলাদেশ ব্যাংক (এডি)-২০১৬]*

ক. ১০২০.৮০ খ. ১০২৫ গ. ১০৫২ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

৩ বছরের মোট সুদ = (৯৫৬-৮০০) = ১৫৬ টাকা। (আসল ৮০০)

সুতরাং সুদের হার = $\frac{\text{মোট সুদ} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{সময়}} = \frac{১৫৬ \times ১০০}{৮০০ \times ৩} = ৬.৫\%$

এখন, সুদের হার ৪% বৃদ্ধি পেলে নতুন হার = (৬.৫+৪)% = ১০.৫%

∴ ১০.৫% হারে ৮০০ টাকার ৩ বছরের সুদ = $\frac{৮০০ \times ১০.৫ \times ৩}{১০০} = ২৫২$

সুতরাং সুদের হার বৃদ্ধির পর নতুন সুদাসল = ৮০০+২৫২ = **১০৫২ টাকা**

মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তরের টেকনিক:

8% বাড়লে ৮০০ টাকায় ১ বছরে বাড়বে = ৪×৮ =৩২টাকা এবং ৩ বছরে বাড়বে = ৩২×৩ = ৯৬টাকা।

নতুন সুদাসল হবে = ৯৫৬+৯৬ = ১০৫২ টাকা। যেহেতু বৃদ্ধি পাওয়ার আগের আসল এবং বছর এবং পরের আসল এবং বছর সমান তাই শুধু অতিরিক্ত সুদ বের করে যোগ করলেই হবে।

নিজে করুন:

১৪৮. সরল সুদের হারে ৬০০ টাকা ৪ বছর সুদে- আসলে ৭২০ টাকা হয়। সুদের হার ২% বৃদ্ধি পেলে সুদাসল কত হবে? *[Janata Bank (EO)-2017 (afternoon)]*

ক. ৬৪৮ টাকা খ. ৭৬৮ টাকা গ. ৭২৬ টাকা ঘ. ৭৯২ টাকা উত্তর: খ

[**Hints:** ৬০০টাকায় ২% বৃদ্ধিতে ৪ বছরে অতিরিক্ত পাবে ৬০০ এর ২% ×৪ = ৪৮ টাকা। ∴ নতুন সুদাসল = ৭২০+৪৮ = ৭৬৮]

পদ্ধতি-০৯ : সমীকরণের মাধ্যমে সমাধান

(৯.ক) সাধারণ সমীকরণ তৈরী করে সমাধান :

১৪৯. x% হারে x টাকার ৪ বছরের সুদ x টাকা হলে x = কত? *[Sonali Bank Junior Officer & Officer - 2010] & [BDBL – (SO) -2017]*

ক. ২৫ খ. ২০ গ. ৩০ গ. ৩২ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে মোট সুদ = (x এর x%)×৪= $x \times \frac{x}{১০০} \times ৪ = \frac{x^২}{২৫}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x^২}{২৫} = x$ (যেহেতু প্রশ্নে বলা হয়েছে যে মোট সুদের পরিমাণ = x টাকা।) $\Rightarrow x^২ = ২৫x \quad \therefore x = ২৫$

১৫০. শতকরা ১ টাকা হার সুদে, ১ টাকার সুদ ১ টাকা হবে কত বছরে ? *[প্রাথমিক সহঃশিঃনিঃপরীক্ষাঃ-২০১৮ (সেট-৭২৭৭)]*

ক. ১০০ বছরে খ. ১০ বছরে গ. ১০০০ বছরে ঘ. ১ বছরে উত্তর: ক

সমাধান: আমরা জানি, $npr = I \Rightarrow ১ = n \times ১ \times \frac{১}{১০০}$ [এখানে সময় n ছাড়া অন্য সবগুলোর মান ১] ∴ n = ১০০ বছর

মুখে মুখে করার লজিক: ১ টাকার ১% অর্থ হলো ১ টাকাকে ১০০ গুণ কমিয়ে ফেলা। কিন্তু মোট সুদ আবার ১ টাকাই হতে হবে । যার অর্থ ১০০ গুণ করলে ১ টাকা হবে। ১০০ গুণ করার জন্য ১০০ বছর সময় লাগবে।

১৫১. শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হার সুদে কত টাকার ৫ বছরের সুদ ৪ টাকা হবে? *[প্রাথমিক সহ: শি.নি.-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (২৮১২)]*

ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ১৫ ঘ. ২০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, মূলধন x টাকা প্রশ্নমতে, x এর $৪\%\times৫ = ৪ \Rightarrow x\times\frac{৪}{১০০}\times৫ = ৪ \Rightarrow \frac{x}{৫} = ৪ \quad \therefore x = ২০$

মুখে মুখে: এখানে, ৫ বছরের মোট সুদ $= ৪\%\times৫ = ২০\%$ এর মান $= ৪$ টাকা।
তাহলে আসল ১০০% এর মান হবে $= ২০\%$ এর মান ৪ এর ৫ গুণ $= ৪\times৫ = ২০$ টাকা।

১৫২. রানা ১২০০ টাকা যত বছরে তত হার সুদে সরল মুনাফার লোন নিল। যদি সে লোন মেয়াদের শেষে ৪৩২ টাকা সুদ পরিশোধ করে তাহলে সুদের হার কত ছিল? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন (সহ:পরিচালক)-২০১৫]*

ক. ৩.৬% খ. ৬% গ. ১৮% ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, সুদের হার $= x\%$ তাহলে সময় $= x$ বছর।

প্রশ্নমতে, $(১২০০$ এর $x\%)\times x = ৪৩২$ [যেহেতু ১২০০ টাকার মোট সুদ $= ৪৩২$ টাকা।]

$\Rightarrow ১২০০\times\frac{x}{১০০}\times x = ৪৩২ \Rightarrow x^2 = ৪৩২\div১২ \Rightarrow x^2 = ৩৬ \quad \therefore x = ৬$ সুতরাং সুদের হার $= ৬\%$

১৫৩. কোনো মূলধন ৬ বছরের জন্য ধার দেয়া। লাভের হার প্রথম ৩ বছরের জন্য ৫% এবং শেষ ৩ বছরের জন্য ৪% নির্দিষ্ট করা হয়। ৬ বছর পর পর লাভসহ টাকার পরিমাণ ১২৭ টাকা হলে মূলধন কত? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(ভলগা)-২০১৩+ চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*

ক. ১০০ টাকা খ. ৯০ টাকা গ. ৮০ টাকা ঘ. ৭০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:
ধরি, মূলধন $= x$ টাকা , আমরা জানি, $I = Pnr$

$\therefore$ প্রথম ৩ বছরে লাভ $= x\times৩\times\frac{৫}{১০০} = \frac{১৫x}{১০০}$ টাকা

এবং শেষ ৩ বছরের লাভ $= x\times ৩\times\frac{৪}{১০০} = \frac{১২x}{১০০}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{১৫x}{১০০}+\frac{১২x}{১০০} = ১২৭ \Rightarrow \frac{১৫x+১২x}{১০০} = ১২৭ \Rightarrow ১২৭x = ১২৭\times১০০ \quad \therefore x = ১০০$ সুতরাং মূলধন $= ১০০$

মুখে মুখে :
মোট ১০০ টাকা ধার দিলে প্রথম ৩ বছরের সুদ $= ৩\times৫ = ১৫$ টাকা এবং পরের ৩ বছরের সুদ $= ৩\times৪ = ১২$ টাকা। তাহলে মোট সুদ $= ১৫+১২ = ২৭$ টাকা হলে সুদাসল $১০০+২৭ = ১২৭$ টাকা। যেহেতু প্রশ্নে সুদাসল ১২৭ আছে তাই আসল ১০০ টাকা ই।

(৯.খ) Rule of allegation এর প্রয়োগ :

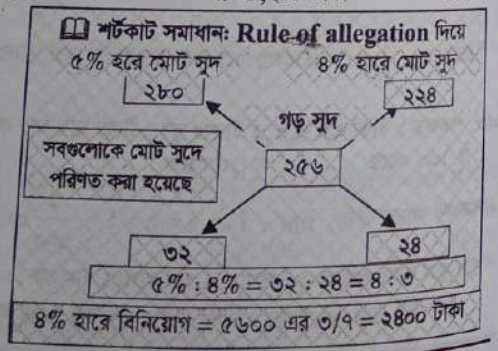
১৫৪. মিলন ৫,৬০০ টাকার কিছু টাকা ৫% সরল মুনাফায় এবং অবশিষ্ট টাকা ৪% সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করে। সে এক বছরে ২৫৬ টাকা মুনাফা পেলে ৪% হারে কত টাকা বিনিয়োগ করেছিল? *[জাতীয় সংসদ সচিবালয় (সহকারী পরিচালক)-২০০৬]*

ক. ২,৫০০ টাকা খ. ২,৪০০ টাকা গ. ২,৬০০ টাকা ঘ. ৩,২০০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: (বিস্তারিত আলোচনা মিশ্রণ অধ্যায়ে)
ধরি, ৪% হার মুনাফায় বিনিয়োগ করেন $= x$ টাকা
$\therefore ৫\%$ " " " " $= (৫৬০০-x)$ টাকা
প্রশ্নমতে, x এর $৪\% + (৫৬০০-x)$ এর $৫\% = ২৫৬$

$\Rightarrow\frac{৪x}{১০০}+\frac{(৫৬০০-x)\times৫}{১০০} = ২৫৬$
$\Rightarrow ৪x+২৮০০০-৫x = ২৫৬০০$
$\Rightarrow x = (২৮০০০-২৫৬০০) \quad \therefore x = ২৪০০$ টাকা
সুতরাং ৪ % হারে বিনিয়োগ করেছিল $= ২৪০০$ টাকা।

শর্টকাট সমাধান: Rule of allegation দিয়ে



৪% হারে বিনিয়োগ $= ৫৬০০$ এর $৩/৭ = ২৪০০$ টাকা

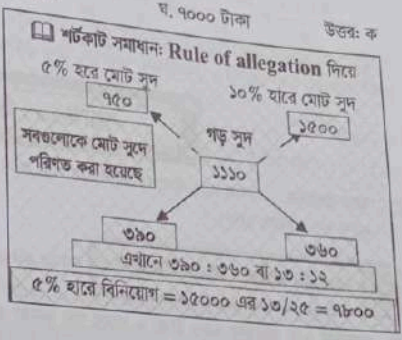
১৫৫. কাদের দুইটি সঞ্চয়ী হিসাবে মোট ১৫০০০ টাকা জমা রাখল। একটি হিসাব থেকে সে বাৎসরিক ৫% হারে সুদ পাবে এবং অপরটি থেকে ১০% হারে সুদ পাবে। বছর শেষে সে যদি মোট ১১১০ টাকা সুদ পেয়ে থাকে, তাহলে ৫% হার সুদে সে কত টাকা জমা রেখেছিল? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ৭৮০০ টাকা খ. ৭২০০ টাকা গ. ৬৮০০ টাকা ঘ. ৭০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: (বিস্তারিত আলোচনা মিশ্রণ অধ্যায়ে)
ধরি, ৫% হারে বিনিয়োগ করে $= x$ টাকা।
সুতরাং ১০% হারে বিনিয়োগ করে $= ১৫০০০-x$ টাকা।
প্রশ্নমতে,
x এর $৫\%+(১৫০০০-x)$ এর $১০\% = ১১১০$ (মোট সুদ)

$\Rightarrow\frac{৫x}{১০০}+\frac{১০\times(১৫০০০-x)}{১০০} = ১১১০$
$\Rightarrow ৫x+১৫০০০০-১০x = ১১১০০০$
$\Rightarrow -৫x = -৩৯০০০ \quad \therefore x = ৭৮০০$
সুতরাং ৫% হারে বিনিয়োগ করেছিল ৭৮০০ টাকা।

শর্টকাট সমাধান: Rule of allegation দিয়ে



৫% হারে বিনিয়োগ $= ১৫০০০$ এর $১৩/২৫ = ৭৮০০$

নিজে করুন:

১৫৬. একজন লোক ৫,৪০০ টাকার কিছু টাকা নিয়োগ করেন ৫% সরল মুনাফার অবশিষ্ট ৪% সরল মুনাফায়। বছর শেষে ২৪৭ টাকা মুনাফা পেলেন, তিনি ৫% হারে নিয়োগ করলেন কত টাকা? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (কারা তত্ত্বাবধায়ক)-২০০৫]*

ক. ৩,৫০০ টাকা খ. ৩,২০০ টাকা গ. ৩,১০০ টাকা ঘ. ৩,০০০ টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** ধরি, ৫% হারে বিনিয়োগ করে $= x$ টাকা। প্রশ্নমতে, x এর $৫\%+(৫৪০০-x)$ এর $৪\% = ২৪৭ \therefore x = ৩১০০$]

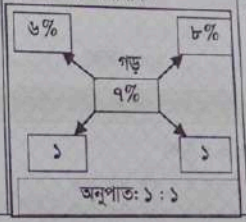
১৫৭. সেলিম ৬% সরল সুদে ব্যাংকে ১০,০০০ টাকা বিনিয়োগ করে। আর কত টাকা ৮% সরল সুদে বিনিয়োগ করলে সে মোটের উপর ৭% হারে সুদ পাবে? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ১৮৫০০ টাকা খ. ১৮৭৫০ টাকা গ. ১৯০০০ টাকা ঘ. ১০০০০ টাকা উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:
ধরি, ৮% সরল সুদে বিনিয়োগ করেন $= x$ টাকা
প্রশ্নমতে, ১০০০০ এর ৬%+x এর ৮% = (১০০০০+x) এর ৭%

$\Rightarrow ১০০০০\times\frac{৬}{১০০}+x\times\frac{৮}{১০০} = \frac{(১০০০০+x)\times৭}{১০০}$
$\Rightarrow ৬০০০০+৮x = ৭০০০০+৭x$ [১০০ দ্বারা উভয়কে গুণ]
$\Rightarrow ৮x-৭x = ৭০০০০-৬০০০০ \quad \therefore x = ১০০০০$
$\therefore$ ৮% সরল সুদে বিনিয়োগ করেন $= ১০০০০$ টাকা।

শর্টকাট সমাধান:



ব্যাখ্যা: এখানে সবগুলোতেই % থাকায় সরাসরি % এর আড়াআড়ি বিয়োগ করে ১:১ হওয়ায় ৬% হারে ১০০০০ হলে ৮% হারেও ১০০০০ হবে

১৫৮. জেমি ও সিমি একই ব্যাংক থেকে একই দিনে ১০% সরল মুনাফায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ঋণ নেয়। জেমি ২ বছর পর মুনাফা আসলে যত টাকা শোধ করে ৩ বছর পর সিমি মুনাফা আসলে তত টাকা শোধ করে। তাদের ঋণের অনুপাত কত তা করুন? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১.২)] + [২৮তম বিসিএস]*

সমাধান:
ধরি, জেমির ঋণের পরিমান $= x$ টাকা এবং সিমির ঋণের পরিমান $= y$ টাকা

১০% হারে জেমির ২ বছরের মুনাফা $= \left(x\times\frac{১০}{১০০}\times২\right)$ টাকা $= \frac{x}{৫}$ টাকা

১০% হারে সিমির ৩ বছরের মুনাফা $= \left(y\times\frac{১০}{১০০}\times৩\right)$ টাকা $= \frac{৩y}{১০}$ টাকা

মুখে মুখে মাত্র ১০ সেকেন্ডে:
x এর ১২০% = y এর ১৩০%
$\therefore x:y = ১৩০ : ১২০ = ১৩ : ১২$
(প্রশ্নে সুদাসল বলায় ১০০% এর সাথে যোগ করে সমান করা হয়েছে।)

প্রশ্নমতে, $x+\frac{x}{৫}=y+\frac{৩y}{১০}$ [জেমির মুনাফা আসল = সিমির মুনাফা আসল] *[সুদাসল সমান না করে শুধু সুদ সমান করলে ভুল হবে।]*

$\Rightarrow \frac{৫x+x}{৫}=\frac{১০y+৩y}{১০} \Rightarrow \frac{৬x}{৫}=\frac{১৩y}{১০} \Rightarrow ৬০x=৬৫y \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{৬৫}{৬০} \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{১৩}{১২}$ $\therefore x:y=১৩:১২$

সুতরাং জেমি ও সিমির ঋণের অনুপাত = ১৩ : ১২ উত্তর: ১৩ : ১২

পদ্ধতি-১০ : প্রশ্নে যত-তত থাকলে

মনে রাখবেন , এরকম প্রশ্নে উপরের আলোচনা করা ছোট ছোট দুটি অংক একসাথে থাকে। বড় অংক দেখে কঠিন না ভেবে ধাপে ধাপে করতে হবে।

(১০.ক) আসল বের করতে হলে :

১৫৯. শতকরা ৬% মুনাফায় ৯৫০ টাকা ৮ বছরে যত মুনাফা হয় বার্ষিক ৭.৫০% হারে মুনাফায় কত টাকা ১৯ বছরে তত মুনাফা হবে? *বাংলাদেশ গ্যাসফিল্ড (কো এসিস্ট্যান্ট ম্যানেজার) -২০১১]+ [জাতীয় দক্ষতা উন্নয়ন কর্তৃপক্ষ (এডি)(লিখিত)-২০২২]*

লিখিত সমাধান:	বিকল্প সমাধান:
ধরি, আসল = x টাকা প্রশ্নমতে, $৯৫০ \times \frac{৬}{১০০} \times ৮ = x \times \frac{৭.৫০}{১০০} \times ১৯$ [যেহেতু প্রথম অংশের সুদ যত = ২য় অংশের সুদ তত] $\Rightarrow ৯৫০ \times ৪৮ = x \times ৭.৫ \times ১৯$ (দু পাশে কাটাকাটি) $\therefore x = ৩২০$ টাকা	প্রথম অংশের মুনাফা = ৯৫০ এর ৬%×৮ = ৪৫৬ ২য় অংশের মোট মুনাফা = ৪৫৬ টাকা ই। $\therefore$ আসল $= \frac{১০০ \times \text{মোট সুদ}}{\text{সময়} \times \text{সুদের হার}} = \frac{১০০ \times ৪৫৬}{১৯ \times ৭.৫} = ৩২০$ টাকা।
শর্টকাট: ২য় অংশের আসল x ধরে, ৯৫০ এর ৬% ×৮ = x এর ৭.৫%×১৯ (তারপর সরাসরি কাটাকাটি) $\therefore x = ৩২০$	

১৬০. বার্ষিক ৮% সুদে ১২০০ টাকার ৫ বছরে যে সুদ হয়, বার্ষিক ৬% সুদে কত টাকার ১০ বছরে তত সুদ হবে? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯] + [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]+ CAAB-(এরোড্রাম কর্মকর্তা)-উপ-সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০২১]*

ক. ৭৫০ টাকা খ. ১০০০ টাকা গ. ৮০০ টাকা ঘ. ৯০০ টাকা উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (কম কথায় লিখে করলে এটাই শর্টকাট)	বিকল্প সমাধান:
ধরি, ২য় অংশের আসল = x টাকা প্রশ্নমতে, ১২০০ এর ৮% ×৫ = x এর ৬%×১০ (এরপর যেভাবে আছে ওভাবেই দু পাশে কাটাকাটি করুন) $\therefore x = ৮০০$ টাকা	১ম ক্ষেত্রে , সরল সুদ, $I = Pnr = ১২০০ \times ৫ \times \frac{৮}{১০০} = ৪৮০$ ২য় ক্ষেত্রে, আসল $P = \frac{I}{nr} = \frac{৪৮০ \times ১০০}{৬ \times ১০} = ৮০০$ টাকা (উত্তর)

১৬১. বার্ষিক $১২\frac{১}{২}$% হার সুদে ৮০০ টাকার ৫ বছরে যে সুদ হয়, বার্ষিক ৪% হার সুদে কত টাকায় ১০ বছরে ঐ সুদ হবে?

ক. ১১৫০ খ. ১২৫০ গ. ১৩৫০ ঘ. ১৪৫০ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ২য় অংশের আসল = x টাকা। প্রশ্নমতে, ৮০০ এর ১২.৫% ×৫ = x এর ৪%×১০ সুতরাং x= ১২৫০]

বিকল্প সমাধান: প্রথম অংশের সুদ ১২.৫% হারে ৮০০ টাকার ৫ বছরের সুদ হবে = ১২.৫×৮×৫ = ৫০০ টাকা। (উভয় অংশে)

এরপর মোট সুদ = (৪%×১০বছর) = ৪০% = ৫০০ টাকা সুতরাং আসল ১০০% = $\frac{১০০ \times ৫০০}{৪০}$ = ১২৫০ টাকা।

নিজে করুন:

১৬২. বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা হার মুনাফায় ৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা যত হয়, বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা মুনাফায় কত টাকায় ২ বছর ৬ মাসের মুনাফা তত টাকা হবে ? *[বোর্ড বই- ৮ম শ্রেণি (অনু: ২.১)]*

ক. ১০৪০ খ. ৮৫০ গ. ৯৬০ ঘ. ১০৫০ উত্তর : গ

[Hints: ধরি, ২য় অংশের আসল = x টাকা। প্রশ্নমতে, ৫০০ এর ৬% ×৪ = x এর ৫%×২.৫ (১২.৫ দিয়ে কাটুন) $\therefore x = ৯৬০$]

১৬৩. বার্ষিক ৩% হার সুদে ২৫০ টাকার ৬ বছরের যত সুদ হয়, বার্ষিক ৫% হার সুদে কত টাকার ৪ বছরের তত সুদ হয়? *[অষ্টম শ্রেণি, অনু: ২.২]*

ক. ২৫২ খ. ৫২২ গ. ৩২৫ ঘ. ২২৫ উত্তর : ঘ

[Hints: ধরি, ২য় অংশের আসল = x টাকা। প্রশ্নমতে, ২৫০ এর ৩% ×৬ = x এর ৫%×৪ (৫ , ২ , ২দিয়ে কাটুন) x= ২২৫

(১০.খ) বছর বা হার বের করা :

১৬৪. শতকরা বার্ষিক ৮ টাকা হার মুনাফায় ২,৫০০ টাকার ৪ বছরের যত মুনাফা হয়, শতকরা বার্ষিক ১০ টাকা হার মুনাফায় ২,০০০ টাকা বিনিয়োগে তত টাকা মুনাফা পেতে কত বছর লাগবে? *[বিপিএটিসি- (ক্লাসরুম এ্যাটেনডেন্ট)-২০২২]*

লিখিত সমাধান: (কম কথায় লিখে করলে এটাই শর্টকাট)	বিকল্প সমাধান:
ধরি, ২য় অংশের সময় = x বছর প্রশ্নমতে, ২৫০০ এর ৮% ×৪ = ২০০০ এর ১০%×x (যত মুনাফা = তত মুনাফা) $\therefore x = ৪$ বছর। [দু পাশে ০০ বাদ দিয়ে ২০০ দিয়ে ভাগ]	১ম ক্ষেত্রে , সরল সুদ, $I = Pnr = ২৫০০ \times ৪ \times \frac{৮}{১০০} = ৮০০$ ২য় ক্ষেত্রে, সময় $n = \frac{I}{pr} = \frac{৮০০ \times ১০০}{২০০০ \times ১০} = ৪$ বছর। (উত্তর)
গতানুগতিক চিন্তা : ৮% হারে ২৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ = ৮০০ টাকা। আবার এই ৮০০ টাকা ই ২য় অংশের সুদ। এখন ২০০০ টাকার ১০% হারে ১ বছরের সুদ = ২০০ টাকা তাহলে ৮০০ টাকা হতে সময় লাগবে = ৮০০÷২০০ = ৪ বছর। এই সমাধানটাও সহজ। কিন্তু সমীকরণে সমাধান শুধু একলাইন লিখে দু পাশে সংখ্যা কাটা শুরু করলে কয়েক সেকেন্ডে হবে।	

নিজে করুন:

১৬৫. বার্ষিক ৩% হার সুদে ২৫০ টাকায় ৬ বছরের যত সুদ হয়, বার্ষিক ৫% হার সুদে কত বছরে ২২৫ টাকার তত সুদ হবে?

ক. ২ বছর খ. ৩ বছর গ. ৪ বছর ঘ. ৫ বছর উত্তর: গ

[Hints: ধরি, ২য় অংশের সময় = x বছর। প্রশ্নমতে, ২৫০ এর ৩% ×৬ = ২২৫ এর ৫%×x (২৫ , ৫ , ৯ দিয়ে কাটুন) x= ৪

১৬৬. ৬% সরল মুনাফায় ৮,০০০ টাকা বিনিয়োগে ৫ বছরে যে মুনাফা হয়, কোন সরল মুনাফা হারে বিনিয়োগে ১০,০০০ টাকায় ৩ বছরে সেই মুনাফা হবে? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (ইনস্ট্রাক্টর)-২০০৫]*

ক. ১০% খ. ১২% গ. ৯% ঘ. ৮% উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (কম কথায় লিখে সরাসরি কাটাকাটি করলে এটাই শর্টকাট, যা নতুন কোন শর্টকাটের থেকে সহজ)
ধরি, ২য় অংশের সুদের হার = x% প্রশ্নমতে, ৮০০০ এর ৬% ×৫ = ১০০০০ এর x%×৩ $\Rightarrow ২৪০০ = ৩০০x$ $\therefore x = ৮$

নিজে করুন:

১৬৭. ৪% সরল মুনাফায় ৬,০০০ টাকা বিনিয়োগে ৫ বছরে যে মুনাফা হয়, কোন সরল হারে বিনিয়োগে ১০,০০০ টাকায় ৩ বছরে ঐ মুনাফা হবে? [Hints: ধরি, ২য় অংশের হার = x%। প্রশ্নমতে, ৬০০০ এর ৪% ×৫ = ১০০০০ এর x%×৩ $\therefore x = ৪\%$]

ক. ১০% খ. ১২% গ. ৯% ঘ. ৪% উত্তর: ঘ

পরামর্শ: এরকম প্রশ্নের দ্রুত উত্তর দেয়ার জন্য এর থেকে সহজ আর কোন টেকনিক নাই, আবার এটা রিটেনেও লেখা যাবে, তাই এটাই বেস্ট । এভাবে একলাইনে লিখে পাশাপাশি সরাসরি কাটাকাটি করলেই কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের হবে।

(১০.গ) সুদাসল থাকলে :

১৬৮. ৬৫০ টাকা যে হার সুদে ৪ বছরে সুদে আসলে ৮০৬ টাকা হয় ঐ একই হার সুদে কত টাকা ৫ বছরে সুদ আসলে ১০৪০ টাকা হবে? *[বাংলাদেশ পেট্রো বাংলা (এসিসট্যান্ট ম্যানেজার লিখিত)-২০১১]*

ক. ৫০০ খ. ৬০০ গ. ৭০০ ঘ. ৮০০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

মোট সুদ = (৮০৬-৬৫০) = ১৫৬ টাকা

৬৫০ টাকার ৪ বছরের সুদ = ১৫৬ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{১৫৬}{৬৫০ \times ৪}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{১৫৬ \times ১০০}{৬৫০ \times ৪} = ৬\%$

বিকল্প সমাধান:

এখন, ধরি, ২য় অংশের আসল = ১০০ টাকা

তাহলে ৬% হারে ৫ বছরের সুদাসল = ১০০+(৫×৬)% = ১৩০টাকা

সুদাসল ১৩০ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা।

$\therefore$ " ১০৪০ " " " $= \frac{১০০ \times ১০৪০}{১৩০} = ৮০০$ টাকা

শর্টকাট সমাধান: মোট সুদ = (৮০৬-৬৫০) = ১৫৬ টাকা হলে সুদের হার $= \frac{১০০ \times \text{মোট সুদ}}{\text{আসল} \times \text{সময়}} = \frac{১৫৬ \times ১০০}{৬৫০ \times ৪} = ৬\%$

এরপর, আসল ১০০% হলে সুদাসল = ১০০+(৫×৬)% = ১৩০% = ১০৪০ টাকা হলে আসল ১০০% $= \frac{১০০ \times ১০৪০}{১৩০} = ৮০০$

নিজে করুন:

১৬৯. যদি ৩৩০ টাকা ৩ বছর পরে সুদ-আসলে ৪২৯ টাকা হয়, একই হারে ৬৫০ টাকা ৫ বছর পরে সুদে আসলে কত টাকা হবে? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ৮২৫ খ. ৮৭৫ গ. ৯০০ ঘ. ৯৭৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রথমে ৩ বছরের মোট সুদ = (৪২৯-৩৩০) = ৯৯ টাকা, সুতরাং ১ বছরের সুদ = ৯৯÷৩ = ৩৩ টাকা।

আবার ৩৩০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৩৩টাকা (৩৩০ এ ৩৩ হলো ১০ ভাগের ১ ভাগ বা ১০%)

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ হবে ১০০টাকার ১০ ভাগের ১ ভাগ বা ১০টাকা অর্থাৎ সুদের হার ১০% ।

এখন ৬৫০ টাকার ১ বছরের সুদও হবে ৬৫০ এর ১০% বা ৬৫০ এর ১০ ভাগের ১ ভাগ = ৬৫টাকা

তাহলে ৫ বছরের সুদ হবে = ৬৫×৫ = ৩২৫ টাকা। সুতরাং সুদ-আসল হবে = ৬৫০+৩২৫ = ৯৭৫ টাকা।

পদ্ধতি-১১: চক্রবৃদ্ধি বা যৌগিক মুনাফার আলোচনা

চক্রবৃদ্ধি সূদ বা যৌগিক মুনাফা কী?

এই অধ্যায়ের শুরুতেই আমরা দেখেছি, চক্রবৃদ্ধি সুদ হল সুদের সুদ। অথাৎ যখন কোন সুদ মূলধনের সাথে যুক্ত হয়ে যায় এবং সেই সুদের টাকাটির উপরও পুনরায় সুদ প্রদান করতে হয় তখন তাকে চক্রবৃদ্ধি সুদ বলে।

যেমন: ১০% হারে ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ হবে ১০ টাকা এবং চক্রবৃদ্ধি হারে ২য় বছরের হবে = ১০০+১০ = ১১০ এর ১০% = ১১ টাকা। কারন প্রথম বছরের সুদ ১০ টাকা আসলের সাথে যুক্ত হয়ে যাওয়ায় ২য় বছর ঐ অতিরিক্ত ১০ টাকার জন্য অতিরিক্ত ১ টাকা সুদ দিতে হচ্ছে। কিন্তু সরল সুদ হলে প্রতিবছর সমান সুদ প্রদান করতে হয়।

সূত্র: চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = মূলধন $\times (১+\frac{\text{হার}}{১০০})^{\text{বছর}}$ অর্থাৎ $C = P(1+r)^n$

এই সূত্রটি প্রিলি এবং লিখিত যে কোন পরীক্ষায় প্রয়োগ করে অংকের সমাধান করা যাবে। কিন্তু এমসিকিউ পরীক্ষায় যেহেতু সময় অনেক কম থাকে তাই দ্রুত উত্তর বের করার কিছু টেকনিক অবলম্বন করতে হবে। এজন্য এখানে বিভিন্ন টেকনিক নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হলো।

সহজে উত্তর বের করার টেকনিক:

যেহেতু প্রতিবছর যে সুদ হবে তা মূলধনের সাথে যুক্ত হয়ে যাবে। তাই শতকরা অধ্যায়ের জনসংখ্যা বৃদ্ধির অংকগুলির মতো বৃদ্ধিপ্রাপ্ত % টি মূল ১০০% এর সাথে যোগ করে নিচে প্রদত্ত সমাধান অনুসারে করুন। খুবই সহজে হয়ে যাবে।

সরল মুনাফা	চক্রবৃদ্ধি মুনাফা
আসল যত টাকা ই হোক, প্রথম বছরের সুদ যত ৫০ তম বছরের সুদ ও তত ই। কারণ প্রতিবার আসল একই।	প্রথম বছর আসল যত, ১ বছর শেষে প্রাপ্ত সুদ আসলের সংগে যুক্ত হয়ে যাওয়ায় ২য় বছরের আসল বৃদ্ধি পাবে এবং ২য় বছরের সুদ ও বৃদ্ধি পাবে। এভাবে প্রতিবছর বাড়তে থাকবে।
গ্রাহক হিসেবে সরল সুদে ঋণ নেয়া সুবিধা	ঋণদাতা হিসেবে চক্রবৃদ্ধি সুদে ঋণ দিলে বেশি সুদ পাওয়া যায়।
প্রথম বছরের সরল সুদ ১০০ টাকা হলে	চক্রবৃদ্ধি সুদেও ১ম বছরের সুদ ১০০ টাকা ই হয়। কারণ এই ১০০ টাকা আসলের সাথে যুক্ত হবে ২য় বছর থেকে। তাই ২য় বছর থেকে সুদ বাড়বে।

(১১.ক) চক্রবৃদ্ধির সাধারণ কিছু প্রশ্ন:

১৭০. জামিল সাহেব ১০% মুনাফায় ব্যাংকে ৩,০০০ টাকা জমা রাখেন। প্রথম বছরান্তে তার চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে? *[১৫ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. ৩১০০ টাকা খ. ৩২০০ টাকা গ. ৩২৫০ টাকা ঘ. ৩৩০০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান: ১ম বছরের সরল সুদ বা চক্রবৃদ্ধি সুদ একই হয়। এখানে চক্রবৃদ্ধি সুদ = ৩০০০ এর ১০% = ৩০০ টাকা।

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = ৩০০০ টাকা + ৩০০ টাকা = ৩৩০০ টাকা।

১৭১. চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে নিচের কোন সূত্রটি সঠিক? *[১৫তম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়-২)-২০১৮]*

ক. $C = P(1+n)^r$ খ. $C = P(1+r^n)$ গ. $P = C(1+r)^n$ ঘ. $C = P(1+r)^n$ উত্তর: ঘ

সমাধান: সরাসরি চক্রবৃদ্ধি সুদকষার চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের করার সূত্রটি।

১৭২. চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? *[একটি বাড়ি একটি খামার (জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]*

ক. $P(1+r)^n - P$ খ. $P(1+r)^n - Pnl$ গ. $P(1+r)^n \times P$ ঘ. $P(1+r)^n + P$ উত্তর: ক

সমাধান: চক্রবৃদ্ধি সুদকষার সুদাসল বের করার সূত্র $P(1+r)^n$ থেকে আসল বাদ দিলে চক্রবৃদ্ধি মুনাফার সূত্র = $P(1+r)^n - P$

১৭৩. ১০% চক্রবৃদ্ধি সুদে ১০০ টাকার ২ বছরের সুদ-আসলে কত টাকা হয়? *[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপ-সহকারী প্রকৌশলী(সিভিল)-২০১৬] + [দূর্যোগ ব্যবস্থাপনা ও ত্রাণ মন্ত্রণালয়(উচ্চমান সহকারী: ২০১৯]*

ক. ২০ টাকা খ. ২১ টাকা গ. ১২০ টাকা ঘ. ১২১ টাকা উত্তর: ঘ

সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান

আমরা জানি, $C = P(1+r)^n$

$= ১০০ \times \left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^২$

$= ১০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^২ = ১০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} = ১২১$ টাকা

[এই সূত্রটি সরাসরি প্রয়োগ করলে যা বের হয় তা সুদাসল]

শর্টকাট টেকনিক:(নিচের নিয়মের অংকগুলোর সাথে মিলিয়ে নিন)

যেহেতু প্রথম বছর ১০% সুদ বেড়ে আসলের সাথে যুক্ত হয়ে ২য় বছর তার সাথে আবার ১০% সুদ যুক্ত হয়ে ২ বছরের সুদাসল বের হবে। ২ বার ১০% বৃদ্ধি, পাইকারী ও খুচরা বিক্রেতার ১০% করে লাভ অথবা জনসংখ্যা ১০% বৃদ্ধি পেলে ২ বছর পর কত হবে? ঠিক এই অংকগুলোর মতই হবে।

$\therefore$ ২ বছর পরে সুদাসল = ১০০ এর ১১০% এর ১১০%

$= ১০০ \times \frac{১১০}{১০০} \times \frac{১১০}{১০০} = ১২১$ টাকা। **উত্তর: ১২১ টাকা।**

Special Technique

সাধারণত চক্রবৃদ্ধি সুদকষার অংকগুলোতে সুদের হারগুলো, ৫%, ৮%, ১০%, ১৫% বা ২০% এরকম সহজ সংখ্যা থাকে। এই সংখ্যাগুলো থেকে খুব সহজে চক্রবৃদ্ধি সুদকষার অংকগুলোর সুদাসল, মোট সুদ, বা সরল সুদের সাথে পার্থক্য বের করা যায়। এই নিচের টেবিলের মত চিন্তা করলে সব বিষয়গুলো পরিষ্কারভাবে বোঝা সহজ হবে। তবে এই নিয়মটি লিখে বোঝার থেকে ভিডিও ক্লাস দেখে বোঝা বেশি সহজ। আপনারা চাইলে আমাদের ইউটিউব চ্যানেল থেকে এই নিয়মটি খুব ভালোভাবে বুঝিয়ে দেয়া ভিডিওটি দেখতে Compound Interest by Khairul Alam লিখে সার্চ দিয়ে দেখে নিতে পারেন। পানির মত সহজ মনে হবে।

মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন।

	আসলের সুদ	সুদের সুদ	মন্তব্য
বছর / আসল	১০০		১০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	১০		১০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ১০০ এর ১০%
২য় বছর	১০+	১	(১০+১) এর ১০ হচ্ছে আসল ১০০ এর ২য় বছরে সুদ এবং ১ হচ্ছে প্রথম বছরের সুদ ১০ টাকার ১০% হারে ২য় বছরের সুদ।
মোট সুদ	২০	১	২০ টাকা সরল সুদ + ১ টাকা সুদের সুদ মিলে চক্রবৃদ্ধি সুদ = ২১ টাকা।
শুধু চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের করতে বলায় উত্তর = ১০০+২১ = **১২১ টাকা**। কিন্তু শুধু চক্রবৃদ্ধি সুদ বের করতে বললে উত্তর ২১।			

মনে রাখুন: শুধু সুদ বের করতে বলা হলে সুদাসল বের করার নিয়মেই প্রথমে সুদাসল বের করে শেষে সুদাসল থেকে আসল বিয়োগ করে দিলেই মোট সুদ বের হয়ে যাবে।

১৭৪. এক ব্যক্তি বার্ষিক ১০% চক্রবৃদ্ধি সুদে ৬০০ টাকা ব্যাংকে জমা রাখলেন। ২য় বছর শেষে ঐ ব্যক্তি সুদসহ কত টাকা পাবেন?
(BB Cash Officer-11)+ [ইভিনিং এম বি এ-০২]

ক. ৭০০ খ. ৭২৬ গ. ৭২০ ঘ. ৮২৬ উত্তর: খ

সমাধান: (সূত্র দিয়ে অংক করা বার বার শেখাতে হয় না, বরং একবার শিখিয়ে দিলে মান বসিয়ে নিজে করতে হয়। অন্যগুলো দেখুন) প্রদত্ত অংকটিতে যেহেতু সুদের হার ১০% এবং ২য় বছরের এই ১০% সুদ আসলের সাথে যুক্ত হয়ে তা আবার মূলধন হয়ে যাবে এবং সেই সুদের ও সুদ দিতে হবে। তাই অংকটি লিখতে হবে এভাবে এক লাইনে

৬০০ এর ১১০% এর ১১০% *[ভালোভাবে বোঝার জন্য শতকরা অধ্যায়ের জনসংখ্যার শতকরা অংকগুলো দেখুন)]*

বা $৬০০\times\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}$ = ৬×১১×১১ = **৭২৬ টাকা**। (এভাবে যত বছর হবে ততবার গুণ হবে)

Note: মূলধনের পর দু বছর তাই দুবার ১১০% কিন্তু ৩ বছর থাকলে ৩বার, ৪ বছর থাকলে ৪ বার ১১০% লিখতে হবে।

বর্তমানে চাকুরীর পরীক্ষায় ক্যালকুলেটর নিষিদ্ধ হওয়ায় চক্রবৃদ্ধি সুদকষার প্রশ্নগুলো সাধারণত ২ থেকে ৩ বছরের মধ্যেই দিয়ে থাকে এবং অধিকাংশ প্রশ্নেই ব্যবহৃত সংখ্যাগুলো খুব সহজ সংখ্যা হয়।

মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন।

বছর		সুদের সুদ	মন্তব্য
আসল →	৬০০		৬০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	৬০		৬০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ৬০০ এর ১০%
২য় বছর	৬০+	৬	৬০ হচ্ছে আসল ৬০০ থেকে সুদ আর ৬ হলো প্রথম বছরের সুদ প্রাপ্ত ৬০ এর ১০% হারে ২য় বছরে সুদের সুদ
মোট সুদ	১২০	৬	১২০ টাকা সরল সুদ এবং ১২০+৬ = **১২৬ হলো চক্রবৃদ্ধি সুদ**
শুধু চক্রবৃদ্ধি সুদ বের করতে বললে উত্তর ১২৬ কিন্তু চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের করতে বলায় উত্তর = ৬০০+১২৬ = ৭২৬টাকা			

(১১.খ) চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের করা:

চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের করতে বললে সরাসরি সূত্র প্রয়োগে উত্তর বের করা যায়। অথবা শর্টকাট টেকনিকে শুধু চক্রবৃদ্ধি সুদ বের করে আসলের সাথে যোগ করে দিলেই চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের হবে।

১৭৫. বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. ৯৪০ টাকা খ. ৯৬০ টাকা গ. ৯৬৮ টাকা ঘ. ৯৮০ টাকা উত্তর: গ

সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান

চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= P\times(১+r)^n = ৮০০\times\left(১+\frac{১০}{১০০}\right)^২$

$= ৮০০\times\left(\frac{১১০}{১০০}\right)^২ = ৮০০\times\frac{১১}{১০}\times\frac{১১}{১০} = ৯৬৮$টাকা

শর্টকাট সমাধান।

শুধু ৮০০ টাকার প্রথম বছরের সুদ = ৮০০ এর ১০% = ৮০
এর পরের বছর = (৮০০+৮০) = ৮৮০ টাকার উপর সরল মুনাফা
= ৮৮০ এর ১০% = ৮৮ টাকা।
তাহলে সুদ সহ আসল = ৮০০+৮০+৮৮ = ৯৬৮ টাকা
(সহজে বোঝার জন্য টেবলি আকারে শেষ সমাধানটি দেখুন)

একলাইনে করার জন্য এভাবে: ৮০০ টাকার ১১০% এর ১১০% = $৮০০\times\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}$ = ৯৬৮ টাকা।

বিকল্প সমাধান: কয়েক সেকেন্ডে করার জন্য এভাবে ভাবুন।

	আসলের সুদ	সুদের সুদ	মন্তব্য
বছর / আসল	৮০০		৮০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	৮০		৮০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ৮০০ এর ১০%
২য় বছর	৮০+	৮	(৮০+৮) এর ৮০ হচ্ছে আসল ৮০০ এর ২য় বছরে সুদ এবং ৮ হচ্ছে প্রথম বছরের সুদ ৮০ টাকার ১০% হারে ২য় বছরের সুদ।
মোট সুদ→	১৬০	৮	১৬০ টাকা সরল সুদ + ৮ টাকা সুদের সুদ মিলে চক্রবৃদ্ধি সুদ = ১৬৮ টাকা
শুধু চক্রবৃদ্ধি সুদাসল বের করতে বলায় উত্তর = ৮০০+১৬৮ = **৯৬৮ টাকা**।			

১৭৬. ১০% হার মুনাফায় ২০০০ টাকায় ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? *[বাংলাদেশ বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (CABB)-এর (মেডিকেল অফিসার/এরোড্রোম সহকারী)-২০২১]*

ক. ২৪৪০ খ. ২৪২০ গ. ২৪০০ ঘ. ২২০০ উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন $CA = P(১+r)^n$

এখানে, মূলধন P = ২০০০ টাকা; মুনাফার হার $r = ১০\% = \frac{১০}{১০০}$; সময় n = ২ বছর।

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= ২০০০\times(১+\frac{১০}{১০০})^২ = ২০০০\times(\frac{১১০}{১০০})^২ = ২০০০\times\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}$ = **২৪২০ টাকা**।

বিকল্প সমাধান: দ্রুত উত্তর বের করার জন্য অসাধারণ টেকনিক:

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	২০০০		২০০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	২০০		২০০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ২০০০ এর ১০%
২য় বছর	২০০+	২০	(২০০+২০) এর ২০০ হচ্ছে আসল ২০০০ এর ২য় বছরে সুদ এবং ২০ হচ্ছে প্রথম বছরের সুদ ২০০ টাকার ১০% হারে ২য় বছরের সুদ।
মোট সুদ→	৪০০	২০	৪০০ টাকা সরল সুদ এবং ৪০০+২০ = ৪২০ টাকা হলো চক্রবৃদ্ধি সুদ
সুতরাং ২ বছর পর চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = ২০০০+৪২০ = **২৪২০ টাকা**।			

১৭৭. ১০০০ টাকা ১২% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে বিনিয়োগ করলে ২ বছর পরে লাভ সহ কত হবে? *[BSC- Combined-(So) - 2018 (Set-A)]*

ক. ১২৫৪.৪০ টাকা খ. ১২৪৪.৫০ টাকা গ. ১২৬৪.৪০ টাকা ঘ. ১৩৫৫.৪০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: সূত্র প্রয়োগ করে বের করা যায় অথবা (১০০০ এর ১১২% এর ১১২%) = ১২৫৪.৪ টাকা।

বিকল্প সমাধান: দ্রুত উত্তর বের করার জন্য অসাধারণ টেকনিক:

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	১০০০		১০০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	১২০		১২০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ১০০০ এর ১২%
২য় বছর	১২০+	১৪.৪	১২০ হচ্ছে আসল থেকে সুদ আর ১৪.৪ হলো প্রথম বছরের সুদ প্রাপ্ত ১২০ এর ১২% হারে ২য় বছরে সুদের সুদ
মোট সুদ→	২৪০	১৪.৪	২৪০ টাকা সরল সুদ এবং ২৪০+১৪.৪ = ২৫৪.৪ হলো চক্রবৃদ্ধি সুদ
সুতরাং ২ বছর পর চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = ১০০০+২৫৪.৪ = ১২৫৪.৪ টাকা।			

১৭৮. আলবার্ট বার্ষিক ৫% চক্রবৃদ্ধি সুদে ২ বছর মেয়াদী স্থায়ী হিসাবে ৮০০০ টাকা বিনিয়োগ করেন। স্থায়ী হিসাবটির মেয়াদ শেষে আলবার্ট মোট কত টাকা পাবেন? *[D.B.B.L.(Officer)-2012]*

ক. ৮৬০০ খ. ৮৬২০ গ. ৮৮২০ ঘ. ৯০০০ উত্তর: গ

[Hints: ৮০০০ এর ১০৫% এর ১০৫% = ৮৮২০]

দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক সহ সমাধান:

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	৮০০০		৮০০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	৪০০		৪০০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ৮০০০ এর ৫%
২য় বছর	৪০০	২০	৪০০ হচ্ছে আসল থেকে সুদ আর ২০ হলো প্রথম বছরের সুদ প্রাপ্ত ৪০০ এর ৫% হারে ২য় বছরে সুদের সুদ
মোট সুদ→	৮০০	২০	মোট চক্রবৃদ্ধি সুদ = ৮০০+২০ = ৮২০
কোনটা কি?	এটা সরল সুদ	এটা পার্থক্য	মোট চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = ৮০০০+৮২০ = ৮৮২০ উত্তর: ৮৮২০

সবথেকে সহজ এই টেকনিকটি আরো ভালোভাবে বোঝার জন্য Youtube এ প্রায় লক্ষাধিকবার View হওয়া আমাদের Compound Interest ভিডিও দেখতে Search করুন: Khairul's Basic Math লিখে। কারণ এই নিয়মটা লিখে শতভাগ বোঝানো একটু কঠিন।

নিজে করুন:

১৭৯. শতকরা ২০ টাকা মুনাফায় ৫০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ৭৫০ টাকা খ. ৭৪০ টাকা গ. ৭২০ টাকা ঘ. ৭০০ টাকা উত্তর: গ

[Hints: ১ম বছরের মুনাফা = ৫০০ এর ২০% = ১০০, ২য় বছরের মুনাফা = ৬০০ এর ২০% = ১২০। মুনাফাআসল ৬০০+১২০ = ৭২০। এক লাইনে, ৫০০ এর ১২০% এর ১২০% = ৭২০ টাকা।]

১৮০. জনাব সালাম বার্ষিক ১৫% চক্রবৃদ্ধি সুদে ৮০০ টাকা ব্যাংকে জমা রাখেন। ২ বছর অন্তর মুনাফাসহ তার মোট টাকার পরিমাণ কত হবে? *[P.B.L (Officer)-2012]*

ক. ৮৫০ খ. ৯০০ গ. ১০৫০ ঘ. ১০৫৮ উত্তর: ঘ

[Hints: ৮০০ এর ১১৫% এর ১১৫% = ১০৫৮]

আবার মুখে মুখে করতে চাইলে: ৮০০ এর ১৫% = ১২০ টাকা। দ্বিতীয় বছর ও ১২০ টাকা। কিন্তু দ্বিতীয় বছর প্রথম বছরের ১২০ টাকা সুদের ও সুদ দিতে হবে। ১২০ এর ১৫% = ১৮। তাহলে মোট সুদ = ১২০+১২০+১৮ = ২৫৮টাকা এবং সুদাসল = ৮০০+২৫৮ = ১০৫৮ টাকা।

১৮১. এক ব্যক্তি ১০% হার চক্রবৃদ্ধি সুদে ব্যাংকে ১০০০ টাকা জমা রাখেন। ২য় বছরে সুদের হার বৃদ্ধি পেয়ে ১৫% হল। ২য় বছর শেষে ঐ ব্যক্তি সুদে-আসলে কত টাকা পাবেন? *[ডিবিবিএল (এমটিও)-২০০৯]*

ক. ১২৬৫ খ. ১২৬০ গ. ১৩৬৫ ঘ. ১২৭৫ উত্তর: ক

[Hints: ১০০০ এর ১১০% এর ১১৫% অথবা প্রথম বছর ১০০ এবং দ্বিতীয় বছর ১৫০+১৫ = ১৬৫ সুদাসল = ১২৬৫]

৩বছর থাকলেও নিয়ম একই শুধু একটু সময় দিতে হবে: (এগুলো ভালোভাবে বুঝলে ২ বছরের গুলো সহজ মনে হবে)

১৮২. বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮,০০০ টাকায় ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত? *[৮ম শ্রেণী-২.২-এর ৭ নং প্রশ্ন] + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১০,৮০০ টাকা খ. ১৫,০০০ টাকা গ. ১০,৮৫০ টাকা ঘ. ১০,৬৪৮ টাকা উত্তর: ঘ

সূত্র প্রয়োগে সমাধান:

এখানে, আসল = ৮০০০ টাকা।
সময় = ৩ বছর এবং মুনাফার হার = ১০%।

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মূলধন = মূলধন$\times(1+\frac{\text{হার}}{১০০})^{\text{সময়}}$

$= ৮০০০\times(1+\frac{১০}{১০০})^{৩} = ৮০০০\times\frac{১১\times১১\times১১}{১০\times১০\times১০}$

= ১০৬৪৮ টাকা

সূত্রের এই বিষয়টা ই এক লাইনে লেখা যায়:

৮০০০ এর ১১০% এর ১১০% এর ১১০%

$= ৮০০০\times\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}\times\frac{১১০}{১০০}$ = ১০৬৪৮ টাকা।

শর্টকাট টেকনিক:

আসল	৮০০০	সুদের সুদ	
১ম বছরের সুদ	৮০০		
২য় বছরের সুদ	৮০০	৮০	
৩য় বছরের সুদ	৮০০	৮০	৮০+৮
মোট সুদ	২৪০০	১৬০	৮৮
	শুধু আসলের ৩ বছরের সুদ	১ম বছরের ৮০০এর পরের ২ বছরের সুদ	২য় বছরের ৮০০+৮০ এর জন্য ৮০+৮ = ৮৮
	এটাই সরল সুদ	১৬০+৮৮=২৪৮ টাকা হলো চক্রবৃদ্ধির জন্য প্রাপ্ত অতিরিক্ত সুদ।	

সুতরাং মোট সুদ = ২৪০০+১৬০+৮৮ = ২৬৪৮ টাকা হলে চক্রবৃদ্ধি সুদাসল হবে = ৮০০০+২৬৪৮ = ১০৬৪৮ টাকা।

এই নিয়মটা বুঝলে এভাবেই সবথেকে সহজ

আরেকটি দেখুন:

১৮৩. বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা মুনাফায় ৬২৫০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় করুন? *[৮ম শ্রেণি (অনু: ২.২)] + [তুলা উন্নয়ন বোর্ড (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৭০৭৩৫ টাকা খ. ৭৮৩৩২ টাকা গ. ৭৮৭৩২ টাকা ঘ. ৮৭৩০২ টাকা উত্তর: গ

সূত্র প্রয়োগে সমাধান:

আমরা জানি, $C = P(1+r)^n$
দেয়া আছে, মূলধন, P = ৬২৫০০ টাকা
বার্ষিক মুনাফার হার, r = ৮% এবং সময় n = ৩ বছর

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= ৬২৫০০\times\left(১+\frac{৮}{১০০}\right)^{৩}$ টাকা

$= ৬২৫০০\times\left(\frac{২৭}{২৫}\right)^{৩}$

$= ৬২৫০০\times\frac{২৭}{২৫}\times\frac{২৭}{২৫}\times\frac{২৭}{২৫}$

= ৪×২৭×২৭×২৭ টাকা = ৭৮৭৩২ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৭৮৭৩২ টাকা।

শর্টকাট টেকনিক:

আসল	৬২৫০০	সুদের সুদ	
১ম বছরের সুদ	৫০০০		
২য় বছরের সুদ	৫০০০	৪০০	
৩য় বছরের সুদ	৫০০০	৪০০	৪০০+৩২
মোট সুদ	১৫০০০	৮০০	৪৩২
সুদের হার ৮%	শুধু আসলের ৩ বছরের সুদ	১ম বছরের ৫০০০ এর ২ বছরের সুদ	২য় বছরের ৫০০০+৪০০ এর জন্য ৪০০+৩২
	১৫০০০ = সরল সুদ	৮০০+৪৩২ = ১২৩২ টাকা হলো চক্রবৃদ্ধির জন্য প্রাপ্ত অতিরিক্ত সুদ।	

সুতরাং মোট সুদ = ১৫০০০+১২৩২ = ১৬২৩২ টাকা হলে চক্রবৃদ্ধি সুদাসল হবে = ৬২৫০০+১৬২৩২ = ৭৮৭৩২ টাকা।

এটা বুঝলে এভাবেই সবথেকে সহজ

নিজে করুন:

১৮৪. আপনি পোস্ট অফিসে ১০% চক্রবৃদ্ধি সুদে ১৫০০০ টাকা জমা রাখলে ৩ বছর পরে কত টাকা সুদ পাবেন? *[পোস্টমাস্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল , চট্টগ্রাম) পোস্টাল অপারেটর-২০১৬]*

ক. ৪৫০০ খ. ৪৯৬৫ গ. ৪০০০ ঘ. ১৯৫০০ উত্তর: খ

[**Hints:** চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = $C = P(1+r)^n = ১৫০০০\times(1+\frac{১০}{১০০})^৩ = ১৫০০০\times(১.১)^৩ = ১৯৯৬৫$

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি সুদ = (১৯৯৬৫-১৫০০০) = ৪৯৬৫ টাকা।]

(১১.গ) শুধু চক্রবৃদ্ধি সুদ বের করা:

১৮৫. বার্ষিক ১০.৫% মুনাফায় ৫০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় করুন *[৮ম শ্রেণি (অনু: ২.২)]* +*[প্রথম ব্রাকেট]*

পরিদর্শকের কার্যালয় (অফিস সহায়ক): ২০২১]

ক. ১০৫০ খ. ১১০৫ গ. ১১০৫.১২৫ ঘ. ১১৫০ উত্তর: গ

সমাধান: চক্রবৃদ্ধির মূলধন = আসল $\times (1+\frac{\text{হার}}{১০০})^{\text{বছর}} = ৫০০০\times(1+\frac{১০.৫}{১০০})^২ = ৬১০৫.১২৫$ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = (৬১০৫.১২৫-৫০০০) টাকা = **১১০৫.১২৫ টাকা**

বিকল্প সমাধান: দ্রুত উত্তর বের করার জন্য অসাধারণ টেকনিক:

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	৫০০০		৫০০০ টাকা ১০.৫% হারে প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	৫২৫		৫২৫ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ৫০০০ এর ১০.৫%
২য় বছর	৫২৫	৫৫.১২৫	(৫২৫+৫৫.১২৫) এর ৫২৫ হচ্ছে আসল ৫০০০ এর উপর ২য় বছরের সুদ এবং ৫৫.১২৫ হচ্ছে প্রথম বছরের সুদ ৫২৫ এর ২য় বছরের সুদ।
মোট সুদ	১০৫০	৫৫.১২৫	১০৫০ টাকা সরল সুদ এবং **চক্রবৃদ্ধি সুদ = ১০৫০+৫৫.১২৫ = ১১০৫.১২৫**

নিজে করুন: (এই অংকটাও ৩ বছরের নিয়মে শর্টকাটে সহজে করা যাবে, বুঝতে সমস্যা হলে ইউটিউবে আমাদের ভিডিও দেখুন)

১৮৬. ৭% হার সুদে ১০০০ টাকায় ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদ কত হবে? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্র: (নিরাপত্তা কর্ম): ২০১৯]*

ক. ২২৫.০৪ খ. ৩২৫.০৫ গ. ১২৫.০৪ ঘ. ১১৫.০৩ উত্তর: ক

[**Hints:** চক্রবৃদ্ধি সুদ = (১০০০ এর ১০৭% এর ১০৭% এর ১০৭%) - ১০০০ = (১২২৫.০৪-১০০০) = ২২৫.০৪]

১৮৭. বার্ষিক ১০% হারে কোন মূলধনের ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদ ৫২৫ টাকা। বার্ষিক অর্ধেক হার সরল সুদে একই মূলধন হতে দ্বিগুণ সময়ে কত সুদ পাওয়া যাবে? *[প্রবাসী কল্যাণ ব্যাংক (অফিসার-ক্যাশ)-২০১৪]*

ক. ৪০০ টাকা খ. ৫০০ টাকা গ. ৬০০ টাকা ঘ. ৮০০ টাকা উত্তর: খ

[**Hints:** আসল ১০০ টাকা ধরলে চক্রবৃদ্ধি সুদ ২১% = ৫২৫ টাকা হলে সরল সুদ (৫%×৪ বছর) ২০% এর মান = ৫০০ টাকা]

১৮৮. কোনো টাকার ৪% হারে ২ বছরের সরল সুদ ৮০ টাকা হলে চক্রবৃদ্ধি সুদ কত?

ক. ৯১.৬০ টাকা খ. ৮১.৬০ টাকা গ. ৭১.৬০ টাকা ঘ. ৮০ টাকা উত্তর: খ

[**Hints:**১০ সেকেন্ডে করা যাবে এভাবে: ২ বছরের সরল সুদ = ৮০ টাকা হলে ১ বছরের সরল সুদ = ৮০÷২ = ৪০ টাকা। যেহেতু চক্রবৃদ্ধি সুদে বিনিয়োগ করলে প্রথম বছরের ৪০টাকার উপর ৪% হারে আতিরিক্ত ১.৬ টাকা পাওয়া যাবে তাই চক্রবৃদ্ধি সুদ হবে ৮০+১.৬ = ৮১.৬ টাকা।]

১৮৯. কোনো টাকার ২ বছরের সরল সুদ ১২০ টাকা এবং চক্রবৃদ্ধি সুদ ১২৯ টাকা হলে সুদের হার কত?

ক. ১৪% খ. ১৫% গ. ১২% ঘ. ১২.৫% উত্তর: খ

[**Hints:** ২ বছরে ১২০ হলে ১ বছরে = ৬০। দুই সুদের পার্থক্য ১২৯-১২০ = ৯ টাকা হলো প্রথম বছরের সুদ = ৬০ টাকার উপর ২য় বছরে চক্রবৃদ্ধির কারনে এই ৯ টাকা অতিরিক্ত পাওয়া গেছে। তাহলে ৬০টাকায় সুদ ৯ টাকা হলে ১০০ টাকায় ১৫ টা]

(১১.ঘ) চক্রবৃদ্ধি ও সরল সুদের পার্থক্য বের করা:

মনে রাখবেন: যেগুলো সুদের সুদ সেগুলোই পার্থক্য । কারণ সরল সুদে পাওয়া যায় তা শুধু আসলের সুদ। আর চক্রবৃদ্ধির কারণে বাড়তি হিসেবে পাওয়া যায় যেগুলো সুদের সুদ। এখন পার্থক্য বের করতে বললে শুধু সুদের সুদ বের করলেই হবে। (তবে বিস্তারিত বোঝার জন্য চক্রবৃদ্ধি ও সরল সুদ বের করে বিয়োগফল বের করলেই হবে)

১৯০. বার্ষিক শতকরা ১০% হারে ১০০০ টাকার ২ বছর পর সরল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত? *[৩য় - তম বিসিএস- (বিশেষ)]+[ঢাকা ওয়াসা (সাব এসিস্টেন্ট ইঞ্জিনিয়ার): ২০২০]*

ক. ১০ টাকা খ. ১১ টাকা গ. ১১.৫ টাকা ঘ. ১২ টাকা উত্তর: ক

লিখিত বিস্তারিত সমাধান: সরল সুদ $= I = Pnr = \frac{১০০০\times১০\times২}{১০০} = ২০০$ টাকা।

আবার, চক্রবৃদ্ধি সুদাসল $= C = P\times\left(১+\frac{r}{১০০}\right)^n$

$= ১০০০\times\left(১+\frac{১০}{১০০}\right)^২ = ১০০০\times\left(\frac{১১০}{১০০}\right)^২ = ১০০০\times(১.১)^২ = ১০০০\times১.২১ = ১২১০$

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি সুদ = ১২১০-১০০০ = ২১০ তাহলে উভয় সুদের পার্থক্য: = (২১০-২০০) = ১০

> **মুখে মুখে মাত্র ৫ সেকেন্ডে:**
> ১০০০ এর ১০% এর ১০% = ১০ টাকা ই উত্তর
> বিস্তারিত বোঝার জন্য শেষের টেবিলের সমাধানটি দেখুন।

বিকল্প সমাধান: **আবার চক্রবৃদ্ধি সুদ** এভাবেও বের করা যায়, ১০০০ এর ১১০% এর ১১০% = (১২১০- ১০০০)= ২১০

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি সুদ এবং সরল সুদের পার্থক্য = ২১০-২০০ = **১০ টাকা।**

মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন।

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	১০০০		১০০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	১০০		১০০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ১০০০ এর ১০%
২য় বছর	১০০+	১০	১০০ হচ্ছে আসল থেকে সুদ আর ১০ হলো প্রথম বছরের প্রাপ্ত সুদ ১০০ এর ১০% হারে ২য় বছরে সুদের সুদ]
মোট সুদ	২০০+	এই ১০ ই উত্তর	কারণ চক্রবৃদ্ধি সুদে বিনিয়োগ না করলে এই টাকাটা পাওয়া যেতো না।
	সরল সুদ	সুদের সুদ	

১৯১. বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৩০০০ টাকার ২ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে? *[RAKUB (officer)-2015]*

ক. ৫০টাকা খ.৩০টাকা গ. ৬০ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: খ

মুখে মুখে সমাধান:

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	৩০০০		৩০০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম বছর	৩০০		৩০০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ৩০০০ এর ১০%
২য় বছর	৩০০	৩০	৩০০ হচ্ছে আসল থেকে সুদ আর ৩০ হলো প্রথম বছরের সুদ প্রাপ্ত ৩০০ এর ১০% হারে ২য় বছরে সুদের সুদ
কোনটা কি?	এটা সরল সুদ	এটাই পার্থক্য	মোট চক্রবৃদ্ধি সুদ = ৩০০+৩০০+৩০ = ৬৩০ আর সরল সুদ ৩০০+৩০০ = ৬০০ তাহলে পার্থক্য = ৬৩০-৬০০ = ৩০।

টেবিলটা বুঝলে দেখুন ১০ সেকেন্ড বলা যায় যেটা সুদের সুদ সেটাই পার্থক্য। কারণ সরল সুদের ক্ষেত্রে সুদের সুদ হয় না ।

নিজে করুন:

১৯২. বার্ষিক ৫% হারে ২০০০ টাকার ২ বছরে সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্য কত? *[5 Bank (Off:) and Financial Institution-2018]*

ক. ৫ খ. ৫০ গ. ২০ ঘ. ২০০ উত্তর: ক

[**Hints:** প্রথমে ১ম বছরের সুদ ২০০০ এর ৫% = ১০০টাকা। এখন এই ১০০ টাকার সুদের সুদ = ১০০ এর ৫% = ৫ ই পার্থক্য।]

১৯৩. ১২৫০ টাকার ৪% হারে ২ বছরের সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্য কত?

ক.৩ টাকা খ.৪ টাকা গ.২ টাকা ঘ.৮ টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** প্রথমে ১ম বছরের সুদ ১২৫০ এর ৪% = ৫০টাকা। এখন এই ৫০ টাকা সুদের সুদ = ৫০ এর ৪% = ২ ই উত্তর।]

১৯৪. বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৫০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে? *[RAKUB (officer)--2015] +(৮ম শ্রেণী-২.২-এর ৮ নং প্রশ্ন)*

ক. ১৫৫ টাকা খ. ১৫৭ টাকা গ. ১৫৩ টাকা ঘ. ১৫৮ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:

চক্রবৃদ্ধি মুনাফাআসল = $P\times(1+r)^n$

$= ৫০০০\times\left(১+\frac{১০}{১০০}\right)^৩$

$= ৫০০০\times\left(\frac{১১০}{১০০}\right)^৩$

$= ৫০০০\times\frac{১১}{১০}\times\frac{১১}{১০}\times\frac{১১}{১০} = ৬৬৫৫$

সুতরাং শুধু চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = ৬৬৫৫-৫০০০ = ১৬৫৫

আবার, **সরল মুনাফা** $= \frac{৫০০০\times১০\times৩}{১০০} = ১৫০০$

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা এবং সরল মুনাফার পার্থক্য = ১৬৫৫ - ১৫০০ = **১৫৫ টাকা।**

আসল	৫০০০	সুদের সুদ	সুদ হার ১০%
১ম বছরের সুদ	৫০০		
২য় বছরের সুদ	৫০০	৫০	
৩য় বছরের সুদ	৫০০	৫০	৫+৫
মোট সুদ	১৫০০	১০০	৫৫
	শুধু আসলের ৩ বছরের সুদ	১ম বছরের ৫০০এর পরের ২ বছরের সুদ	২য় বছরের ৫০০+৫০ এর জন্য ৫০+৫ = ৫৫
	এটাই সরল সুদ	১০০+৫৫ = ১৫৫ টাকা হলো চক্রবৃদ্ধির জন্য প্রাপ্ত অতিরিক্ত সুদ।	
মোট চক্রবৃদ্ধি সুদ ১৫০০+১৫৫ = ১৬৫৫	মোট সরল সুদ ১৫০০	সুতরাং চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সরল সুদের পার্থক্য: ১৬৫৫-১৫০০ =১৫৫টাকা	
		শর্টকাট: সুদের সুদ (১৫৫) ই হলো পার্থক্য।	

এটা বুঝলে এভাবেই সব থেকে সহজ

নিজে করুন:

১৯৫. বার্ষিক শতকরা ১০% হারে ১০০০ টাকার ৩ বছর পর সরল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৫৫ টাকা খ. ৬০ টাকা গ. ৬৬ টাকা ঘ. ৩১ টাকা উত্তর: ঘ

[Hints: সূত্র দিয়ে করলে নিজে করুন, টেবিলের শর্টকাট: শুধু আসলের সুদ বাদে মোট সুদ = ১০+১০+১০+১ = ৩১ টাকা।]

১৯৬. একব্যক্তি চক্রবৃদ্ধি সুদে ৫০০০ টাকা ৩ বছরের জন্য একটি ব্যাংকে রাখলেন, যেখানে, ১ম, ২য় ও ৩য় বছরের সুদের হার যথাক্রমে ৪%, ৫% এবং ১০% । ৩ বছর শেষে ঐ ব্যক্তি সুদেআসলে মোট কত টাকা পাবেন?

ক. ৫৫০০ টাকা খ. ৬০৬০টাকা গ. ৬০০৬ টাকা ঘ. ৫৯০৬ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: (এই অংকটাতে অনেক কিছু ক্লিয়ার হয়ে যাবে)

এখানে সুদের হার ভিন্ন হওয়ায় ভেঙ্গে ভেঙ্গে হিসেব করা যায়,

৫০০০ টাকার প্রথম বছরের সুদ = ৫০০০ এর ৪% = ২০০ টাকা।

৫০০০+২০০ = ৫২০০ টাকার ২য় বছরের সুদ = ৫২০০ এর ৫% = ২৬০ টাকা।

৫২০০+২৬০ = ৫৪৬০ টাকার ৩য় বছরের সুদ = ৫৪৬০ এর ১০% = ৫৪৬ টাকা।

মোট সুদ = ২০০+২৬০+৫৪৬ = ১০০৬ টাকা।

তাহলে ৩ বছর পর সুদাসল = ৫০০০+১০০৬ = **৬০০৬ টাকা।**

কষ্টকে সেকেন্ড করার জন্য ছকের নিয়মে ভাবুন।

	৫০০০	চক্রবৃদ্ধি বলায় এগুলো অতিরিক্ত পাওয়া যাবে।	
আসল			
প্রথম বছরের সুদ	(৪%) ২০০	(১ম বছরের ২০০ টাকার সুদের সুদ)	
২য় বছরের সুদ	(৫%) ২৫০	(৫%) ১০	২য় বছরের সুদ ২৫০+১০ = ২৬০ টাকার সুদের সুদ
৩য় বছরের সুদ	(১০%) ৫০০	(১০%) ২০	(১০%) ২৬
মোট ৩ বছরে সুদ	৯৫০	+ ৩০	+২৬
	৯৫০ সরল সুদ	১ বছরে পাওয়া ২০০ টাকার ২য় +৩য় বছরের সুদ	২য় বছর পাওয়া ২৫০+১০ = ২৬০ টাকায় ৩য় বছরের সুদ ২৬

১০০৬ মোট ১০০৬ টাকা

সুতরাং ৩ বছর পর ৫০০০ টাকা সুদে আসলে হবে = (৫০০০+১০০৬) = ৬০০৬ টাকা।

মনে রাখবেন: সব প্রশ্নই সূত্র দিয়ে করা যায় কিন্তু বাস্তবে বুঝো উপরের নিয়ম দিয়ে করলে খুব দ্রুত হবে। আর সূত্র দিয়ে করতে চাইলে বার বার শেখানোর কিছু নেই। কারণ একটা সূত্রই সবখানে ব্যবহার হয়। নিজে থেকে করতে পারবেন। এখানে শুধু টেকনিকগুলো দেখানো হলো।

(১১.ঘ) চক্রবৃদ্ধি সুদের মূলধন বের করা:

১৯৭. ব্যাংকে কত টাকা রাখলে ৮ শতাংশ হারে মুনাফার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৫২০০ টাকা হবে? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের (সহকারী শিক্ষক)-২০১৭]*

ক. ৪৫৫৮.১৬ টাকা খ. ৪০৪০.৭৫ টাকা গ. ৪৪৫৮.১৬ টাকা ঘ. ৫০৫০.৬০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান:

$C = P(1+r)^n \Rightarrow ৫২০০ = P(১+\frac{৮}{১০০})^২ \Rightarrow ৫২০০ = P(\frac{১০৮}{১০০})^২ \Rightarrow ৫২০০ = \frac{১১৬৬৪P}{১০০০০} \therefore P = ৪৪৫৮.১৬$

নিজে করুন:

১৯৮. ৪% হার সুদে কোনো টাকার ২ বছরের সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্য ১ টাকা হলে মূলধন কত? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৭২৫ টাকা খ. ৬৫০ টাকা গ. ৭৫০ টাকা ঘ. ৬২৫ টাকা উত্তর: ঘ

[**Hints:** $\left\{P\left(১+\frac{r}{১০০}\right)^n - P\right\} - \frac{Pnr}{১০০} = ১$ *[চক্রবৃদ্ধি সুদ - সরল সুদ = ১ টাকা।]* এরপর P = ৬২৫ টাকা]

উপরের নিয়মটি কঠিন মনে হলে সূত্র দিয়ে এভাবে করুন:

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	x		এখানে সবক্ষেত্রে সুদের হার ৪% প্রয়োগ হবে
১ম বছর	?		
২য় বছর	?	১	এখানে এই ১ টাকা হলো ৪% হারে প্রথম বছরের সুদের সুদ। তাহলে ৪%= ১ হলে ১০০ % = ২৫ হলো প্রথম বছরের সুদ। এখন প্রথম বছরের সুদ ৪% হারে ২৫ টাকা হলে ৪% = ২৫ সুতরাং আসল ১০০% = ৬২৫ হবে। **উত্তর: ৬২৫**
	সরল সুদ	এটাই পার্থক্য	

১৯৯. কত টাকার ৮% চক্রবৃদ্ধি হারে ২ বছরের সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্য ৬.৪০ টাকা হবে?

ক. ১৮০০ টাকা খ. ১০০০০ টাকা গ. ৮০০টাকা ঘ. ১০০০ টাকা উত্তর: ঘ

[**Hints:** হুবহু উপরের নিয়মে: ৮% = ৬.৪ হলে ১০০% = ৮০ আবার ৮% = ৮০ হলে ১০০% = ১০০০ টাকা।]

২০০. একই হার মুনাফায় কোনো মূলধনের এক বছরান্তে মূলধন ৬৫০০ ও দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৭৬০ টাকা হলে মূলধন কত? *[৮ম শ্রেণী-(অনু: ২.২)]*

লিখিত সমাধান: (উভয়ক্ষেত্রে সুদাসল ভিন্ন হলেও মূলধন একই ছিল)

ধরি, আসল = P এবং মুনফার হার r

১ম বছরে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $P(১+r)^১ = ৬৫০০$ --(i)

২ বছরে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $P(১+r)^২ = ৬৭৬০$ ....(ii)

এখন, (ii) নং কে (i) নং দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$\frac{P(১+r)^২}{P(১+r)} = \frac{৬৭৬০}{৬৫০০} \text{ বা, } \frac{P(১+r)^২}{P(১+r)} = \frac{২৬}{২৫}$$

$$\text{বা, } \frac{P(১+r)(১+r)}{P(১+r)} = \frac{২৬}{২৫} \quad \therefore (১+r) = \frac{২৬}{২৫} \text{ ---(iii)}$$

এখন, (১+r) এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$$P \times \frac{২৬}{২৫} = ৬৫০০ \therefore P = ৬৫০০ \times \frac{২৫}{২৬} = \textbf{৬২৫০ টাকা}$$

বিকল্প সমাধান:

এখানে ২য় বছরের সুদ = ৬৭৬০-৬৫০০ = ২৬০টাকা

এখন ২য় বছরের এই ২৬০টাকা সুদ হয়েছে প্রথম বছর শেষের সুদাসল ৬৫০০ টাকার উপর ই।

ধরি, এখানে সুদের হার = x%

প্রশ্নমতে, ৬৫০০ এর x% = ২৬০

বা, ৬৫x = ২৬০ $\therefore x = ৪$ অর্থাৎ হার ৪%

সুতরাং আসল ১০০% + সুদ ৪% = সুদাসল ১০৪%

এখানে ১০৪% = ৬৫০০ হলে

$$\therefore ১০০\% = \frac{৬৫০০ \times ১০০}{১০৪} = ৬২৫০ \text{ টাকা।}$$

সুতরাং নির্ণেয় মুলধন = ৬২৫০ টাকা।

নিজে করুন:

২০১. **একই হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় কোনো মূলধন একবছরান্তে সবৃদ্ধিমূল ১৯৫০০ টাকা এবং দুই বছরান্তে সবৃদ্ধিমূল ২০২৮০ টাকা হলে মুলধন কত?** *[৮ম শ্রেণী-(অনু: ২.২)]*

[**Hints:** সুদের হার x% ধরে ১৯৫০০ এর x% = ২০২৮০-১৯৫০০ = ৭৮০ বা, ১৯৫x = ৭৮০ $\therefore x = ৪$ অর্থাৎ হার ৪%।

সুদাসল ১০৪% = ১৯৫০০ হলে মুলধন ১০০% = $\frac{১৯৫০০ \times ১০০}{১০৪}$ = **১৮৭৫০ টাকা**]

(১১.৪) ষান্মাসিক চক্রবৃদ্ধি সুদ/সুদাসল বের করা:

৬ মাস পর পর যে সুদের হিসেব করা হবে অর্থাৎ ৬ মাস অন্তর অন্তর যে সুদ প্রদান করা হয় তাই ষান্মাষিক সুদ। কিন্তু সুদের হার বার্ষিক হিসেবে দেয়া থাকে। তাই ষান্মাসিক সুদের অঙ্কগুলির ক্ষেত্রে, বার্ষিক যে সুদের হার দেয়া থাকবে তার অর্ধেক ধরতে হবে। যেমন: বার্ষিক সুদের হার ১০% দেয়া থাকলে এবং ষান্মাসিক সুদের হার বের করতে বললে সুদের হার ১০% না ধরে ৫% ধরে করতে হবে। এবং বাকি সব নিয়ম আগের মতই

২০২. **বার্ষিক ৮% হার সুদে ষান্মাসিক (প্রতি ৬ মাসে) চক্রবৃদ্ধিতে ১০০০ টাকার ১ বছরের সুদ কত হবে?** *[BB-(অফিসার)-২০০১]*

ক. ৮১.৬ খ. ৮১.৫ গ. ৮২.৫ ঘ. ৮৩.৫ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে বার্ষিক সুদের হার ৮% হলে ৬ মাসের সুদেরহ ার হবে ৮% ÷২ = ৪% ।

এখন, ১০০০ এর ১০৪% এর ১০৪% = ১০৮১.৬ টাকা। তাহলে শুধু সুদ = ১০৮১.৬-১০০০ = ৮১.৬ টাকা।

মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন। [সুদের হার কিন্তু ৮% নয় বরং ৪% হয়েছে]

বছর	আসল	সুদের সুদ	মন্তব্য
	১০০০		১০০০ টাকা প্রথমে বিনিয়োগ করা আসল
১ম ৬মাস	৪০	৪%হারে	৪০ টাকা হচ্ছে প্রথম বছরের ১০০০ এর ৪%
২য় ৬মাস	৪০	১.৬	৪০ হচ্ছে আসল থেকে সুদ আর ১.৬ হলো প্রথম বছরের প্রাপ্ত সুদ ৪০ এর ৪% হারে ২য় বছরে সুদের সুদ)
মোট সুদ	৮০	১.৬	**মোট সুদ= ৪০+৪০+১.৬ = ৮১.৬ টাকা।**

অনেক জায়গায় সরাসরি অংক করে দেয়া আছে কিন্তু কোথাও বুঝিয়ে দেয়া নেই। তাই এখান থেকে ভালোভাবে বুঝে নিন।

নিজে করুন:

২০৩. **বার্ষিক ১০% হার সুদে ষান্মাষিক চক্রবৃদ্ধিতে ২০০০ টাকার ১ বছরের সুদ কত?** *[BB (AD)-2001]+ [ভাচ বাংলা ব্যাংক (এমটিও)-২০০১]*

ক. ২০০ খ. ২১০ গ. ২২০ ঘ. ২০৫ উত্তর: খ

[**Hints:** ২০০০ এর ৫% করে দুবার ১০০+১০০ = ২০০ কিন্তু প্রথম ৬ মাসের সুদ ১০০ এর ৫% =৫ মোট ২০০+৫=২০৫]

২০৪. **বার্ষিক ৮% হার সুদে ষান্মাসিক চক্রবৃদ্ধিতে ২০০০ টাকার ১ বছরের সুদ কত হবে?** *[T.B.L.Off: 12]*

ক. ১৬০.০০ খ. ১৬৩.২০ গ. ২৪৯.৭৩ ঘ. ৩৩২.৮০ উত্তর: খ

[**Hints:** ২০০০ এর ১০৪% এর ১০৪% = ২১৬৩.২০ তারপর ২১৬৩.২০ - ২০০০ = ১৬৩.২০]

২০৫. **বার্ষিক ২০% হারে ১০০০ টাকার ১ বছরের ষান্মাসিক সুদ কত হবে?** *[BB (AD)-2010]*

ক. ২০০ খ. ২০৫ গ. ২১০ ঘ. ২২০ উত্তর: গ

[**Hints:** প্রথম ৬ মাসে ১০০০ এর ১০% = ১০০, পরের ৬ মাসেও আসল ১০০০ এর জন্য ১০০ টাকা। কিন্তু প্রথম ৬ মাসের সুদ ১০০ টাকার উপর আবার ১০% হারে পরের ৬ মাসে = ১০ টাকা। মোট সুদ = ১০০+১০০+১০ = ২১০ টাকা।]

বুঝলে ঘুরিয়ে আসলেও পারা যাবে। কিন্তু রোবটের মত মুখস্থ করলে লেজুড় লাগানো অংক দেখলে মাথা ঘুরবে :

২০৬. **শতকরা বার্ষিক ২০% হারে ১০০০ টাকার ১৮ মাসের ষান্মাসিক সুদের পরিমাণ কত হবে?** *BTRC (AD): 2021]*

ক. ৩৩১ টাকা খ. ১৩৩১ টাকা গ. ৩২০ টাকা ঘ. ৩২৫ টাকা উত্তর: ক

কয়েক সেকেন্ড করার জন্য ছকের নিয়মে ভাবুন। (সুদের হার বার্ষিক ২০% হলে ৬ মাসে অর্ধেক বা ১০% ধরে হিসেব হবে)

আসল	১০০০	চক্রবৃদ্ধি বলায় এগুলো অতিরিক্ত পাওয়া যাবে।		
প্রথম ৬ মাসের সুদ	১০০	১ম ৬ মাসের ১০০ টাকার পরের ১২ মাসের দুবার সুদ		
২য় ৬ মাসের সুদ	১০০	১০	২য় ৬ মাসের সুদ ১১০ টাকার উপর ৩য় ৬ মাসের সুদ	
৩য় ৬ মাসের সুদ	১০০	১০	১১	
১৮ মাসের সুদ	৩০০	+২০	+ ১১	৩৩১

২০৭. **২০% যৌগিক মুনাফায় মূলধন ১০০০০ টাকা ২ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো। যদি যৌগিক মুনাফা অর্ধ বছর হিসেবে ধরা হয়, তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?** *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. $১২^৪$ খ. $১১^৪$ গ. $১০^৪$ ঘ. $৯^৪$ উত্তর: খ

সমাধান: দেয়া আছে মূলধন P = ১০০০০ , মুনাফার হার r = ২০% এবং সময় n = ২ বছর,

এখানে অর্ধবছর বা ৬ মাস পর মুনাফার হিসেব করায় $r = \frac{২০}{২} = ১০\%$ এবং n = ২×২ = ৪ (৪টি ৬মাস)

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি মূলধন $CA = P\left(১+\frac{r}{১০০}\right)^n$

$$= ১০০০০ \times \left(১+\frac{১০}{১০০}\right)^৪ = ১০০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^৪ = ১০০০০ \times \frac{(১১)^৪}{১০ \times ১০ \times ১০ \times ১০} = (১১)^৪$$

উত্তর: $(১১)^৪$

নিজে করুন:

২০৮. **বার্ষিক ৬% হার সুদে ষান্মাসিক চক্রবৃদ্ধিতে ২০০০ টাকা একটি সঞ্চয়ী হিসাবে জমা রাখা হল। বছর শেষে সুদে-আসলে কত টাকা পাওয়া যাবে?** *[এমবিএ-০৬]* **উত্তর: ২১২১.৮**

[**Hints:** এখানে ৬% এর অর্ধেক ৩% ধরে ২০০০ এর ১০৩% এর ১০৩% = ২১২১.৮)

২০৯. **১০% সুদে ১২০০ টাকার ১ বছরে সরল সুদ ও ষান্মাসিক চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্য কত?** **উত্তর: ৩ টাকা।**

[**Hints:** ১২০০ এর ৫% এর ৫% = ৩ টাকা ই উত্তর। (**Note:** পার্থক্যের আগের অংকগুলোর মতই)

পদ্ধতি-১২: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

২১০. ৫০ পয়সার ৫০ দিনের সুদ ৫০ পয়সা হলে দৈনিক সুদের হার কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (প্রধান শিক্ষক-২০১৪)]*

ক. ১ পয়সা খ. ০.১ পয়সা গ. ০.০১ পয়সা ঘ. ২ পয়সা

উত্তর: ঘ

✍ **সমাধান:**

৫০ পয়সার ৫০ দিনের সুদ = ৫০ পয়সা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৫০}{৫০ \times ৫০}$ পয়সা

$\therefore$ ১০০ "১ " " $= \frac{৫০ \times ১০০}{৫০ \times ৫০} = ২$ পয়সা **উত্তর: ২ পয়সা।**

২১১. শতকরা বার্ষিক যে হারে কোনো মূলধন ৬ বছরে মুনাফা মূলধনে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা-মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে? *[বোর্ড বই- ৮ম শ্রেণি (অনু: ২.১)+ [NSI (AD)-2017]]*

✍ **সমাধান:**

মনে করি, মূলধন ১০০ টাকা

মুনাফা-মূলধনে দ্বিগুণ হলে হয় = ২×১০০ = ২০০ টাকা

যেখানে মুনাফার পরিমান = ২০০ - ১০০ = ১০০ টাকা

অর্থাৎ,

১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{১০০}{৬} = \frac{৫০}{৩}$ টাকা $= \frac{৫০}{৩}$ %

আবার, ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা $\frac{৫০}{৩}$ টাকা হলে

১০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা $= \frac{৫০ \times ৪}{৩} = \frac{২০০}{৩}$ টাকা

$\therefore$ মুনাফা- মূলধন $= ১০০ + \frac{২০০}{৩} = \frac{৩০০ + ২০০}{৩} = \frac{৫০০}{৩}$

এখন,

মুনাফা-মূলধন $\frac{৫০০}{৩}$ টাকা হলে মূলধন = ১০০ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{১০০ \times ৩}{৫০০}$ "

$\therefore$ " ২০৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ৩ \times ২০৫০}{৫০০}$

$= ১২৩০$ টাকা

সুতরাং নির্ণেয় মূলধন ১২৩০ টাকা। **উত্তর: ১২৩০ টাকা**

এখানে সুদের ৬ দিয়ে ১০০ কে নি:শেষে ভাগ করা না যাওয়ায় সুদের হার ভগ্নাংশ আসবে এজন্য যেভাবেই করেন একটু সময় লাগবেই, নিয়মানুসারে করলেই হবে।

২১২. একজন লোক ৫% হার সুদে ৫০০ টাকা ধার করেন এবং কিছুকাল পরে $৩\frac{১}{২}$ % হার সুদে আরও ৪০০ টাকা ধার করেন। দ্বিতীয় ধার নেওয়ার ৬ মাস পরে তিনি উভয় ধার সুদে-মূলে ৯৯৪.৫০ টাকায় শোধ করেন। প্রথম ধার নেওয়ার কতদিন পর তিনি ঐ ধার শোধ করেন? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই ১৯৮৩ সংস্করণ (অনু: ৪.৩)] + [২৩তম বিসিএস]*

✍ **লিখিত সমাধান:**

মোট সুদ = ৯৯৪.৫০ টাকা - (৫০০ টাকা + ৪০০ টাকা)

= (৯৯৪.৫০ - ৯০০) টাকা = ৯৪.৫০ টাকা

দ্বিতীয় ধার ১০০ টাকার ১২ মাসের সুদ $= \frac{৭}{২}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৭}{২ \times ১০০ \times ১২}$ "

$\therefore$ ৪০০ " ৬ " " $= \frac{৭ \times ৬ \times ৪০০}{২ \times ১০০ \times ১২} = ৭$ টাকা

সুতরাং অবশিষ্ট সুদ = (৯৪.৫- ৭) টাকা = ৮৭.৫০ টাকা

প্রথম ধারের ১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৫ টাকা

$\therefore$ " " ৫০০ " ১ " " $= \frac{৫ \times ৫০০}{১০০} = ২৫$

এখন, ২৫ টাকা সুদ হয় = ১ বছরে

$\therefore$ ৮৭.৫০" " " $= \frac{১ \times ৮৭.৫০}{২৫} = ৩\frac{১}{২}$ বছর **(উত্তর:)**

⚡ **শর্টকাট সমাধান: (কম কথায় দ্রুত উত্তর।)**

৩.৫% হারে ৪০০ টাকার শেষ ৬ মাসের সুদ = (৪০০ এর ৩.৫%)÷২ = ১৪ টাকা ÷ ২ = ৭টাকা

সর্বমোট সুদ = (৯৯৪.৫- আসল ৯০০) = ৯৪.৫ টাকা $\therefore$ ৫০০ টাকার সুদ দিতে হবে = (৯৪.৫-৭) = ৮৭.৫

এখন ৫০০ এর ৫% হারে ১ বছরের সুদ = ২৫ টাকা।

এখন, ২৫ টাকা সুদ হয় = ১ বছরে $\therefore$ ৮৭.৫০ টাকা সুদ হয় $= \frac{৮৭.৫০}{২৫} = ৩\frac{১}{২}$ বছর

📖 **বোঝার জন্য ব্যাখ্যা:** ৫০০ টাকা নেয়ার ৩ বছর পর ৪০০ টাকা নিয়ে আরো ৬ মাস পর সব টাকা শোধ করে দিয়েছে। তাই ৪০০টাকার সুদ ৬ মাসের এবং ৫০০ টাকার সুদ ৩বছর ৬ মাস দিতে হয়েছে। প্রথমে ৫০০টাকা নেয়ার ৩.৫ বছর পর সব শোধ হয়েছে।

২১৩. একব্যক্তি একটি ঋণদান সংস্থা থেকে বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৫০০০ টাকা ঋণ নিলেন। প্রতিবছর শেষে তিনি ২০০০ টাকা করে পরিশোধ করেন। ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তার আর কত টাকা ঋণ থাকবে? *[৮ম শ্রেণী-(অনু: ২.২)]*

✍ **সমাধান:** এখানে, P = ৫০০০ এবং r = ৮%

১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন হবে $= P(১ + r)^২ = ৫০০০ \times \left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^২$ টাকা $= ৫০০০ \times \frac{১০৮}{১০০} = ৫৪০০$ টাকা

প্রথম বছর ২০০০ টাকা কিস্তি পরিশোধ করায় তার অবশিষ্ট ঋণ = ৫৪০০-২০০০ = ৩৪০০ টাকা।

এখন ৩৪০০ টাকার পরের বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন

$= P(১ + r) = ৩৪০০ \times \left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^১$ টাকা $= ৩৪০০ \times \frac{১০৮}{১০০} = ৩৬৭২$ টাকা

দ্বিতীয় বছর ২০০০ টাকা কিস্তি পরিশোধ করলে তার অবশিষ্ট ঋণ = ৩৬৭২ - ৫২০০০= ১৬৭২ টাকা। **উত্তর: ১৬৭২ টাকা**

Practice Part - 01

০১. কিছু টাকার বার্ষিক ৯% হার সুদে ১ বছরে ৪০৫ টাকা সুদ হয়। যদি সুদের হার ১০% হয়, তবে ১ বছরে সুদ কত হবে?
ক. ৪৫০ টাকা খ. ৪৯৫ টাকা গ. ৫০৫ টাকা ঘ. ৪৭৫ টাকা

০২. বার্ষিক ১২% সরল সুদের হারে কত সময়ে ১৫০ টাকা সুদে-মূলে ২২২ টাকা হবে?
ক. ৩ বছরে খ. ৫ বছরে গ. ৪ বছরে ঘ. ৬ বছরে

০৩. বার্ষিক ৮% সুদে কত টাকা ৫ বছরের সুদে-মূলে ৮৪০ টাকা হবে?
ক. ৪০০ টাকা খ. ৫০০ টাকা গ. ৬৫০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা

০৪. শতকরা বার্ষিক ৮ $\frac{১}{২}$ টাকা মুনাফায় কত টাকার ৬ বছরের মুনাফা ২৫৫০ টাকা হবে *[৮ম শ্রেণী, অনু: ২.১ এর উদা:৪]*
ক.৩৫০০ টাকা খ. ৪০০০ টাকা গ. ৪৫০০ টাকা ঘ. ৫০০০ টাকা

০৫. বার্ষিক সুদের হার ৪% থেকে করে $৩\frac{৩}{৪}$ % হওয়ায় এক ব্যক্তির বার্ষিক আয় ৬০ টাকা কমে গেল। ওই ব্যক্তির মূলধন কত?
ক. ২৪০০০ টাকা খ. ২১০০০ টাকা গ. ২৩০০০ টাকা ঘ. ২০০০০ টাকা

০৬. রাজু অজয়কে ৪০০ টাকা ২ বছরের জন্য এবং মনোজকে ১০০ টাকা ৪ বছরের জন্য ধার দিয়ে উভয়ের কাছ থেকে মোট ৬০ টাকা সুদ হিসাবে পায়। সরল সুদের হার কত ছিল?
ক. ৫% খ. ৬% গ. ৮% ঘ. ৯%

০৭. ৮০০ টাকা ৩ বছরে সুদেমুলে ৯৫৬ টাকা হয়। যদি সুদের হার ৩% বেশী হত তাহলে সুদেমূলে কত টাকা পাওয়া যেত?
ক. ১০০৪ টাকা খ. ১৫২৬ টাকা গ. ১০২০.৮০ টাকা ঘ. ১০২৮ টাকা

০৮. বার্ষিক সরল সুদের হার কত হলে ৫ বছরের সুদ আসলের $\frac{১}{৪}$ অংশ হবে?
ক. ৪% খ. ৬% গ. ৮% ঘ. ৫%

০৯. শতকরা বার্ষিক ১২$\frac{১}{২}$% টাকা হার সুদে কত টাকার ৪ বছরের সুদ ১০০ টাকা হবে? *(বিদ্যুৎ উন্নয়ন বো সহ:পরি:-১৩)*
ক. ১০০ খ. ২০০ গ. ১৫০ ঘ. ২২০

১০. মিতা কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রাখে এবং ৪ বছর পর সে ৪৬৫ টাকা মুনাফা পায়। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৭$\frac{৩}{৪}$% হলে, তার মূলধন কত?
ক. ১৫০০ খ. ২২৫০ গ. ২৪০০ ঘ. ১৩৫০

১১. বার্ষিক ৭% মুনাফা হারে কত টাকা তিন বছর জমা রাখলে মেয়াদান্তে মুনাফাসহ ৬৬৫৫ টাকা পাওয়া যাবে? *(রাষ্ট্রায়ত্ত ব্যাংক অফিসার-৯৯)*
ক. ৪৫০০ খ. ৫০০০ গ. ৫৫০০ ঘ. ৬০০০

১২. বার্ষিক ৬% সরল মুনাফায় কত টাকা ৪ বছরে সবৃদ্ধিমূল(সুদ-আসল) ৮০৬০ টাকা হবে? *(পরিকল্পনা মন্ত্রণালয়-০৬)*
ক. ৪৫০০ খ. ৫০০০ গ. ৬০০০ ঘ. ৬৫০০

Practice Part - 02

📖 অতিরিক্ত অনুশীলনের জন্য দেয়া হলো। শুধু উত্তর প্রদান করা হয়েছে সবার শেষে :

১৩. রিয়াজ সাহেব কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৪ বছর পর ৪৭৬০ টাকা মুনাফা পান। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৮.৫০ টাকা হলে তিনি ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন? *[৮ম শ্রেণি (অনু: ২.১)]*

১৪. রড্রিক গোমেজ ৩ বছরের জন্য ১০০০০ টাকা এবং ৪ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নিয়ে ব্যাংক কে মোট ৯৯০০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার সমান হলে মুনাফার হার নির্ণয় করুন। *[৮ম শ্রেণি (অনু: ২.১)]*

১৫. ব্যাংক থেকে আসলের উপর বার্ষিক ৮% মুনাফায় ৫ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা ঋণ নেওয়া হলো। ৫ বছর পর মোট কত টাকা পরিশোধ করতে হবে? *[৫ম শ্রেণী- (অনু:-৯)]*

১৬. ৬৫০০ টাকা যে হার মুনাফায় ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ৮৮৪০ টাকা হয়, ঐ একই হার মুনাফায় কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ১০২০০ টাকা হবে? *[৮ম শ্রেণি (অনু: ২.১)]*

১৭. কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা-আসলে ১৮৩০ টাকা হয়। আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর ? *[৮ম শ্রেণি (অনু: ২.১)]*

১৮. শতকরা বার্ষিক ৮ টাকা হার সুদে ক, খ-কে ৫০০ টাকা এবং গ-কেও কিছু টাকা ধার দেয়। চার বছর পরে ক সর্বসমেত ২১০ টাকা সুদ পেল ক, গ-কে কত টাকা ধার দিয়েছিল? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই ১৯৮৩ সংস্করণ (অনু: ৪.৩)]*

১৯. কোন মূলধন ৩ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো। সুদের হার ৬$\frac{১}{৪}$ টাকা হলে সুদ আসলের কত অংশ? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই ১৯৮৩ সংস্করণ (অনু: ৪.৩)]*

২০. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৬$\frac{১}{৪}$ বছরের সুদ আসলের $\frac{৫}{১৬}$ অংশ হবে? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই ১৯৮৩ সংস্ক (অনু: ৪.৩)*

২১. কোন মূলধন ৪ বছরের জন্য ধার দেওয়া হয় এবং সুদের হার প্রথম ২ বছরের জন্য ৪% নির্দিষ্ট করা হয়। ৪ বছর পরে ঐ মূলধন সুদে-মূলে ১৪১৬ টাকা হলে, মূলধন কত ছিল? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই ১৯৮৩ সংস্করণ (অনু: ৪.৩)]*

২২. সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হলে, কত সময়ে ৪০০০ টাকা সুদে-আসলে ৪৪০০ টাকা হবে? *[৯ম-১০ম বোর্ড বই ১৯৮৩ সংস্করণ (অনু: ৪.৩)]*

উত্তরমালা (Part-1)

১.	ক	২.	গ	৩.	ঘ	৪.	ঘ	৫.	ক	৬.	ক
৭.	ঘ	৮.	ঘ	৯.	খ	১০.	ক	১১.	ঘ	১২.	ঘ

📖 ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

০১. ✍সমাধান: আসল = $\frac{\text{সুদ}\times১০০}{\text{সুদের হার}\times\text{সময়}}$ টাকা= $\frac{৪০৫\times১০০}{৯\times১}$ = ৪৫০০ টাকা

∴ নির্ণেয় সুদ = $\frac{\text{আসল}\times\text{সুদের হার}\times\text{সময়}}{১০০}$ = $\frac{৪৫০০\times১০\times১}{১০০}$ = ৪৫০ টাকা [☞ মুখে মুখে ৯% = ৪০৫ ∴ ১০% = ৪৫০]

০২. ✍সমাধান: সুদ = ২২২-১৫০=৭২ টাকা ∴ সময় = $\frac{\text{সুদ}\times১০০}{\text{আসল}\times\text{সুদের হার}}$ = $\frac{৭২\times১০০}{১৫০\times১২}$ = ৪ বছর

০৩. ✍সমাধান: ১০০ টাকা রাখলে হবে = ১০০ + (৮×৫) = ১৪০ টাকা।

সুদাসল ১৪০ টাকা হলে আসল = ১০০ সুতরাং সুদাসল ৮৪০ টাকা হলে আসল = $\frac{১০০\times৮৪০}{১৪০}$ = ৬০০ টাকা।

০৪. [**Hints:** (৮.৫×৬) = ৫১% = ২৫৫০ হলে ১% = ৫০ এবং ১০০% = ৫০০০]

০৫. ✍সমাধান: (৪-৩.৭৫)% = ০.২৫% = ৬০ টাকা হলে ১০০% = ৬০×৪০০ = ২৪০০০ টাকা।

০৬. [**Hints:** (৪০০×২) + (১০০×৪) = ৮০০+৪০০ = ১২০০ টাকায় ৬০ হলে ১০০ টাকায় হবে (৬০÷১২) = ৫ %]

০৭. [**Hints:** অতিরিক্ত পাওয়া যাবে ৮০০ এর ৩% = ২৪ টাকা ৩ বছরে অতিরিক্ত ২৪×৩ = ৭২ তাহলে মোট ৯৫৬+৭২=১০২৮

০৮. [**Hints:** ৪ টাকার ৫ বছরের সুদ = ১ টাকা হলে ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ হবে ৫ টাকাবা ১/৪ অংশ = ২৫%÷৫ = ৫%]

০৯. [**Hints:**১২.৫×৪ = ৫০ টাকা সুদ হলে আসল ১০০ টাকা অর্থাৎ আসল সুদের দ্বিগুণ, সুতরাং ১০০ টাকা সুদ হলে আসল?]

১০. **Hints:** ৭$\frac{৩}{৪}$ কে ৭.৭৫ ধরে ৪×৭.৭৫ = ৩১% = ৪৬৫ হলে আসল ১০০% = ১৫০০ টাকা ।]

১১. [**Hints:** আসল ১০০ টাকা হলে সুদ = ৭×৩ = ২১ সুদাসল ১২১% = ৬৬৫৫ হলে আসল ১০০% = ৫৫০০ টাকা ।]

১২. [**Hints:** ৬×৪ = ২৪ এবং সুদাসল ১২৪% = ৮০৬০ টাকা হলে আসল ১০০% = ৬৫০০ টাকা।]

উত্তরমালা (Part-2)

১৩.	১৪০০০	১৪.	১১%	১৫.	২১০০০	১৬.	৭৫০০	১৭.	১২০০, ১০.৫%
১৮.	১৫৬.২৫	১৯.	৩/১৬	২০.	৫%	২১.	১২০০	২২.	২.৫

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. কোন ব্যাংকের সুদের হার ১২% হলে, ৬০০০ টাকা ঋণ নিয়ে কত বছর পর সুদে-আসলে ৭৪৪০ টাকা পরিশোধ করতে হবে?
ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫

২. সুদের হার ৮% থেকে কমে ৬% হওয়াতে রহিমের আয় ৫ বছরে ৭৭.৫০ টাকা কমে গেল। তার আসল কত ছিল?
ক. ৭০০ খ. ৭৭৫ গ. ৭২০ ঘ. ৭৫০

৩. বার্ষিক ৮% হার সুদে ১৫৫০টাকার ৬ বছরের সুদ কত টাকা?
ক. ৭০০ খ. ৭২০ গ. ৭৪৪ ঘ. ৭৫০

৪. ১০% হারে ১২০০০ টাকার ৮ মাসের সুদ কত টাকা?
ক. ৮০০ খ. ১০০ গ. ১২০০ ঘ. ১৫০০

৫. শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে কোন আসল ৩০ বছরে সুদে আসলে চারগুণ হবে?
ক. ৮% খ. ৫% গ. ১০% ঘ. ৫.৫%

৬. বার্ষিক শতকরা ৭.৫% হার সুদে কত টাকা ৩ বছরে সুদে-আসলে ১২২৫ টাকা হবে?
ক. ৪০০ টাকা খ. ১০০০ টাকা গ. ১০৫০ টাকা ঘ. ১১০০ টাকা

৭. কোন মূলধন বার্ষিক ৬% হারে ১৫বছরে সুদেমুলে ১৫২০ টাকা হলে আসল কত টাকা?
ক. ১২৫০ খ. ১০৮০ গ. ৮০০ ঘ. ৬০০

৮. ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ৭৫০ টাকা হলে সুদের হার কত?
ক. ১২% খ. ১৫% গ. ১০% ঘ. ১১%

৯. কোন মূলধন ৩ বছরে সুদে-মূলে ১১০০ টাকা হয়। সুদ আসলে $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে, সুদের হার কত?
ক. $১২\frac{১}{২}\%$ খ. $৮\frac{১}{২}\%$ গ. ১০% ঘ. ৫%

১০. শতকরা বার্ষিক $২\frac{১}{২}$ টাকা হার সুদে কত টাকার ১০ বছরের সুদ ২০০ টাকা হবে?
ক. ৫০০ টাকা খ. ৬০০ টাকা গ. ৭০০ টাকা ঘ. ৮০০ টাকা

উত্তরমালা	১.	ক	২.	খ	৩.	গ	৪.	ক	৫.	গ
	৬.	খ	৭.	গ	৮.	খ	৯.	ক	১০.	ঘ

লিখিত অংশ

১. শতকরা বার্ষিক কত মুনাফার ৩৬০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা ১৫০০ টাকা হবে? *[বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]*

সমাধান:

৩৬০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা = ১৫০০ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{১৫০০}{৩৬০০ \times ৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{১৫০০ \times ১০০}{৩৬০০ \times ৫} = \frac{২৫}{৩} = ৮\frac{১}{৩}\%$

২. কোন আসল ৩ বছরে সুদে-আসলে ১৪৫২ টাকা এবং ৫ বছরে সুদে-আসলে ১৬২০ টাকা হয়। আসল ও সুদের হার নির্ণয় করে আসল ও ১ বছরের সুদের পরিমাণের অনুপাত নির্ণয় কর? *[কর অঞ্চল-২ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

সমাধান:

৫ বছরের সুদ+আসল = ১৬২০ টাকা
৩ বছরের সুদ+আসল = ১৪৫২ টাকা
২ বছরের সুদ = ১৬৮ টাকা
$\therefore$ ১ " " $= \frac{১৬৮}{২}$ "
$\therefore$ ৩ " " $= \frac{১৬৮ \times ৩}{২} = ২৫২$ টাকা
সুতরাং আসল = (১৪৫২-২৫২) টাকা = ১২০০ টাকা

এখন, ১২০০ টাকার ৩ বছরের সুদ = ২৫২ টাকা
$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{২৫২}{১২০০ \times ৩}$
$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{২৫২ \times ১০০}{১২০০ \times ৩} = ৭\%$
সুতরাং, আসল = ১২০০ টাকা এবং, সুদের হার = ৭%
সুতরাং ১ বছরের সুদ = ১২০০ এর ৭% = ৮৪ টাকা।
$\therefore$ আসল : ১ বছরের সুদের পরিমাণ = ১২০০ : ৮৪ = ১০০ : ৭

নিজে করুন :

৩. কোন টাকা ৫ বছরের সুদাসলে ১২৫০ টাকা ও ৩ বছরের সুদাসলে ১১৫০ টাকা হলে আসল ও সুদের হার নির্ণয় করুন ? *[BIWTA-2018 (Written)]*
উত্তর: আসল ১০০০ টাকা এবং সুদের হার ৫%

৪. একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হলে, কত বছরে মুনাফা-আসলে তিনগুণ হবে? *[প্রবাসী কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের অধীনে-(জনশক্তি কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর টিকনিকাল এ্যাসিসটেন্ট)-২০১৮-(লিখিত)]*

সমাধান :

ধরি, আসল = x টাকা (১০০ ধরেও সাধারণ নিয়মে করা যাবে।)
সুতরাং, ৬ বছর পর মুনাফা-আসল = ২x টাকা $\therefore$ ৬ বছরের মুনাফা = ২x − x = x টাকা
এখন, মুনাফা-আসল ৩ গুণ হলে মুনাফা = (মুনাফা-আসল) - আসল = (৩x − x) টাকা = ২x টাকা
x টাকা সুদ হয় = ৬ বছরে
$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৬}{x}$ "
$\therefore$ ২x টাকা সুদ হয় $= \frac{৬ \times ২x}{x} =$ ১২ বছরে।

উত্তর: ১২ বছর।

৫. ৩০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা ও ৪০০ টাকার ৫ বছরের সরল মুনাফা একত্রে ১৪৮ টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত ? *[কর্ম সংস্থান ব্যাংক-(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১৮-(লিখিত)]*

সমাধান: ধরি, উভয়ক্ষেত্রে সুদের হার = x%

প্রশ্নমতে, (৩০০×x%)×৪ + (৪০০×x%) ×৫ = ১৪৮

$\Rightarrow \frac{৩০০ \times x \times ৪}{১০০} + \frac{৪০০ \times x \times ৫}{১০০} = ১৪৮$

$\Rightarrow$ ১২x+২০x = ১৪৮ $\Rightarrow$ ৩২x = ১৪৮ $\therefore x = \frac{১৪৮}{৩২} = ৪.৬২৫\%$

উত্তর: ৪.৬২৫%

৬. এক ব্যক্তি ৪৮০০ টাকার কিছু পরিমান টাকা ৫% মুনাফায় বিনিয়োগ করে এবং অবশিষ্ট টাকা ৪% মুনাফায় বিনিয়োগ করে। বছর শেষে ঐ ব্যক্তি ২০৪ টাকা মুনাফা করে। ৫% মুনাফায় তিনি কত টাকা বিনিয়োগ করেছিলেন? *(সমাজ কল্যান মন্ত্রণা: অধীন সমাজসেবা অধি:-০৫)*

সমাধান: ধরি, ৫% হারে বিনিয়োগ করেছিল= x টাকা সুতরাং ৪% হারে বিনিয়োগ করেছিল = ৪৮০০ - x টাকা

প্রশ্নমতে, x এর ৫% + (৪৮০০-x) এর ৪% = ২০৪

$\Rightarrow \frac{৫x}{১০০} + \frac{৪ \times (৪৮০০ - x)}{১০০} = ২০৪$

$\Rightarrow 5x + 19200 - 8x = 208 \times 100$

$\Rightarrow x = 20800 - 19200 \quad \therefore x = 1200$ ∴ ৫% হারে বিনিয়োগ করেছিলেন = ১২০০ টাকা। উত্তর: ১২০০ টাকা

৭. **একজন বিনিয়োগকারী ৮০,০০০ টাকার কিছু প্রতি ৬ মাস অন্তর ৫% হার সুদে এবং অবশিষ্ট বাৎসরিক ১২% হারে একটি সেভিংস ব্যাংকে জমা করল। বছর শেষে তিনি ৯০০০ টাকা সুদ পেলেন। তাহলে তিনি ১২% হার সুদে কত টাকা বিনিয়োগ করেন?** *[৩৫তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: ৬ মাস অন্তর ৫% হলে ১২ মাস অন্তর = ১০%

এখন ধরি, ১২% হারে বিনিয়োগ করে = x টাকা ∴১০% হারে বিনিয়োগ করে = ৮০০০০ - x টাকা

প্রশ্নমতে, x এর ১২% + (৮০০০০ − x) এর ১০% = ৯০০০

$\Rightarrow \frac{12x}{100} + \frac{10 \times (80000 - x)}{100} = 9000$

$\Rightarrow 12x + 800000 - 10x = 9000 \times 100$

$\Rightarrow 2x = 900000 - 800000 = 100000 \quad \therefore x = 50000$ টাকা

উত্তর: ৫০০০০ টাকা

নিজে করুন :

৮. **কবির সাহেব তার ৫৬০০০ টাকার কিছু টাকা বার্ষিক ১২% মুনাফায় ও বাকি টাকা বার্ষিক ১০% মুনাফায় বিনিয়োগ করলেন। এক বছর পর তিনি মোট ৬৪০০ টাকা মুনাফা পেলেন। তিনি ১২% মুনাফায় কত টাকা বিনিয়োগ করেছেন?** *[খাদ্য মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর): ২০২০] + [জাতীয় নদী রক্ষা কমিশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক):২০২১]*

[Hints: ১২% হারে বিনিয়োগকে x ধরে প্রশ্নমতে, x এর ১২%+(৫৬০০০-x) এর ১০% = ৬৪০০] উত্তর: ৪০০০০ টাকা

৯. **এক ব্যক্তি ৪২০০ টাকার কিছু অংশ বিনিয়োগ করেন ৫% সরল মুনাফায় এবং বাকি অংশ ৪% সরল মুনাফায়। বছর শেষে মোট ১৯৮ টাকা মুনাফা পেলেন। ৪% হারে কত টাকা বিনিয়োগ করেন?** *(ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, আরডিএস ২০০৩)*

ক.৩০০০ খ.২৩০০ গ.১২০০ ঘ.১৩০০ উত্তর: গ

[Hints: ৪% হারে বিনিয়োগকে x ধরে **প্রশ্নমতে,** x এর ৪%+(৪২০০-x) **এর ৫% = ১৯৮]**

১০. **২৬০০ টাকা আসল এরূপ দুই ভাগে ধার দেয়া হলো যাতে শতকরা ১০ টাকা হারে ৫ বছরের ১ম ভাগের সুদ হবে অন্য ভাগের শতকরা ৯ টাকা হারে ৬ বছরের সুদ এর সমান। শতকরা ১০ টাকা হারে কত টাকা ধার দেয়া হয়েছিলো,** *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*

সমাধান: ধরি, ১০ টাকা হারে ধার দেয়া হয়েছিল = x টাকা ∴ ৯ টাকা হারে ধার দেয়া হয়েছিল = (২৬০০-x) টাকা

প্রশ্নমতে, (x এর ১০%)×৫ = {(২৬০০-x) এর ৯%}×৬

$\Rightarrow x \times \frac{10}{100} \times 5 = (2600 - x) \times \frac{9}{100} \times 6$

$\Rightarrow \frac{50x}{100} = \frac{18400 - 54x}{100} \Rightarrow 50x = 18400 - 54x \Rightarrow 104x = 18400 \quad \therefore x = \frac{18400}{104} = 1350$

সুতরাং ১০ টাকা হারে ধার দেয়া হয়েছিল = **১৩৫০ টাকা।**

১১. **১০০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সরল সুদের পার্থক্য ২৮৯ টাকা হলে সুদের হার কত ?** *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার টাইপিস্ট) - ২০১৮- (লিখিত)]*

সমাধান: ধরি, সুদের হার r%

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = $P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$ (এখানে, P = মূলধন বা আসল, r = সুদের হার এবং n = সময় বা বছর)

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি সুদ = $P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - P$ (সুদাসল থেকে আসল বাদ দিলে সুদ বের হবে।) আবার, সরল সুদ $I = \frac{Pnr}{100}$

প্রশ্নমতে, $\left\{P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - P\right\} - \frac{Pnr}{100} = 289$ *[চক্রবৃদ্ধি সুদ - সরল সুদ = ২৮৯ টাকা।]*

$\Rightarrow \left\{10000 \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 - 10000\right\} - \frac{10000 \times 2 \times r}{100} = 289$

$\Rightarrow \left\{10000 \times \left(\frac{100 + r}{100}\right)^2 - 10000\right\} - 200r = 289$

$\Rightarrow \left\{10000 \times \frac{100 + r}{100} \times \frac{100 + r}{100} - 10000\right\} - 200r = 289$

$\Rightarrow \left\{(100 + r)^2 - 10000\right\} - 200r = 289$

$\Rightarrow \left\{(100)^2 + 2.100.r + r^2 - 10000\right\} - 200r = 289$

$\Rightarrow 10000 + 200r + r^2 - 10000 - 200r = 289$

$\Rightarrow r^2 = 289$

$\Rightarrow r = \sqrt{289} \quad \therefore r = 17$ সুতরাং সুদের হার = ১৭%

লজিক দেখুন:

১০০০০ টাকার ১৭% হারে প্রথম বছরের সরল এবং চক্রবৃদ্ধি উভয় সুদ ই ১৭০০ টাকা। এখন সরল সুদ হলে পরের বছর আবার সুদ ১৭০০ টাকা সুতরাং মোট সুদ ১৭০০+১৭০০ = ৩৪০০ টাকা। কিন্তু চক্রবৃদ্ধি সুদ হলে পরের বছর আসলের উপর সুদ ১৭০০ টাকার সাথে প্রথম বছরের সুদের ১৭০০ টাকার উপর আবার সুদ = ১৭০০ এর ১৭% = ২৮৯ টাকা।

মনে রাখুন কাজে দিবে:

এরকম ২ বছরের প্রশ্নের ক্ষেত্রে। প্রথম বছরের সুদের সুদটিই হচ্ছে চক্রবৃদ্ধি এবং সরল সুদের পার্থক্য। কারণ সরল সুদের ২য় বছরও একই সুদ পাওয়া যায়। কিন্তু চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে প্রথম বছরের সুদের অতিরিক্ত সুদ যোগ হয়।

১২. **৫% হারে মুনাফায় ৮০০০ টাকায় ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।** *[৯ম-১০-শ্রেণী-(অনু:৩.৫)]*

সমাধান: দেওয়া আছে , P = ৮০০০ , $r = \frac{5}{100}$ এবং n = ৩ বছর সরল মুনাফা $I = Prn = 8000 \times \frac{5}{100} \times 3 = 1200$

আমারা জানি, চক্রবৃদ্ধি সুদাসল, $C = P(1 + r)^n$

$= 8000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 8000\left(1 + \frac{1}{20}\right)^3 = 8000 \times \frac{(21)^3}{(20)^3} = 8000 \times \frac{(21)^3}{8000} = 9261$ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি সুদাসল = ৯২৬১ টাকা ∴চক্রবৃদ্ধি সুদ = (৯২৬১ - ৮০০০) = ১২৬১ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি ও সরল সুদের পার্থক্য = (১২৬১ ১২০০) টাকা = ৬১ টাকা উত্তর: ৬১ টাকা।

১৩. **যদি চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বছরে বার্ষিক সুদের হার যথাক্রমে $r_1\%$, $r_2\%$, $r_3\%$ হয় তবে তিন বছর শেষে P টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি কত হবে ?** *[৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]*

সমাধান: এখানে, আসল **P** টাকা এবং ১ম, ২য় ও তৃতীয় বছরের সুদের হার = $r_1\%$, $r_2\%$ এবং $r_3\%$

∴এক বছরান্তে সমূল চক্রবৃদ্ধি = $P(1 + r_1\%)$ [১ বছর পর সুদাসল]

দুই " " " = $\{P(1 + r_1\%)\}(1 + r_2\%)$ [যেহেতু প্রথম বছরের সুদাসল ই ২য় বছরের আসল হয়ে গেছে]

তিন বছরান্তে সমূল বৃদ্ধি = $P(1+r_1\%)(1+r_2\%)(1+r_3\%)$ টাকা

$= P \times \frac{(100 + r_1)}{100} \times \frac{(100 + r_2)}{100} \times \frac{(100 + r_3)}{100}$ টাকা

$= \frac{P(100 + r_1)(100 + r_2)(100 + r_3)}{100 \times 100 \times 100}$ টাকা

$= \frac{P(100 + r_1)(100 + r_2)(100 + r_3)}{1000000}$ টাকা (উত্তর)

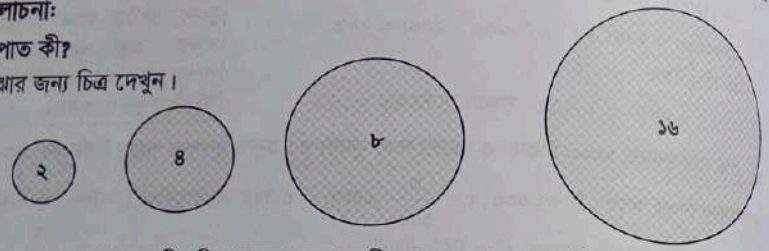
অনুপাত-সমানুপাত

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	অনুপাতের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
পদ্ধতি-০২	সমানুপাত বের করা	পদ্ধতি-০৬	জ্যামিতি সংক্রান্ত অনুপাত
পদ্ধতি-০৩	ভগ্নাংশ বা দশমিক সংখ্যার অনুপাত	পদ্ধতি-০৭	বিবিধ অনুপাত
পদ্ধতি-০৪	দুটি ভিন্ন অনুপাতকে ধারাবাহিক অনুপাতে সাজানো	পদ্ধতি-০৮	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
Practice Part		**Model Test**	
অনুপাতের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

Ratio বা অনুপাত কী?

ভালোভাবে বোঝার জন্য চিত্র দেখুন।



এখানে ৪ টি বৃত্তের মধ্যে প্রথম বৃত্তটির দ্বিগুণ হচ্ছে পরের বৃত্তটি এবং ৪ গুণ হচ্ছে তৃতীয় বৃত্তটি আবার শেষের বৃত্তটি হচ্ছে ৮ গুণ। তাহলে প্রথম বৃত্ত ও শেষের বৃত্তের তুলনা হচ্ছে ২ : ১৬ যাকে ১ : ৮ ও লেখা যায়।
আবার ২য় বৃত্ত: ৪র্থ বৃত্ত = ৪ : ১৬ = ১ : ৪ অর্থাৎ ৪ গুণ বড়।

সুতরাং আমরা বলতে পারি অনুপাত হচ্ছে এক বা একাধিক রাশির তুলনা যাকে (:) চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয় যা একটি ভগ্নাংশকে নির্দেশ করে । যেমন: $৩ : ৭ = \frac{৩}{৭}$

মনে রাখুন:

- অনুপাত হচ্ছে একটি ভগ্নাংশ যাতে প্রথম রাশি লব এবং দ্বিতীয় রাশি হর।
- অনুপাতকে সবসময় ক্ষুদ্রতম আকারে প্রকাশ করতে হয়। অর্থাৎ ১০ : ৪ না লিখে লিখা যায় = ৫ : ২
- অনুপাতের তুলনার যে রাশি প্রথমে তার মান ও প্রথমেই বসাতে হয়। যেমন: A : B = ৫:২ হলে B : A = ২ : ৫ লেখা যায়, কিন্তু A:B = ৫ : ২ এবং B:A = ৫ : ২ লেখা যাবে না।
- অনুপাতে প্রকাশ করার জন্য কমপক্ষে দুটি রাশির মানের প্রয়োজন।
- অনুপাতের কোন নির্দিষ্ট একক নেই। অর্থাৎ ৬ : ৭ = ৬ কেজি ও ৭ কেজি এভাবে বলা যাবে না। বরং যখন যার অনুপাত প্রকাশ করবে তখন সেই নামই হবে।

একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় যা অনেকে গুলিয়ে ফেলে, রিমির বয়স ১৫, রিনির বয়স ১২ তাই রিমি : রিনি = ১৫ : ১২ = ৫ : ৪ এরকম অংকে খেয়াল রাখতে হবে কে বড় আর কে ছোট এবং কার নাম প্রথমে আছে আর কার নাম পরে আছে।
আবার যদি বলে রিনি ও রিমির বয়সের অনুপাত কত তখন ৫ : ৪ না লিখে ৪ : ৫ লিখতে হবে।

অর্থাৎ যার নাম আগে তার বয়সও আগে লিখতে হবে।

অনুপাত-সমানুপাতের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : অনুপাতের সাধারণ প্রশ্ন

১. **অনুপাত কি?** *[গণযোগাযোগ অধিদপ্তরে (সহকারী তথ্য অফিসার)-২০১৩] +[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা-২০১৫]*
ক. একটি পূর্ণ সংখ্যা খ. একটি মৌলিক সংখ্যা গ. একটি ভগ্নাংশ ঘ. একটি জোড় সংখ্যা উত্তর: গ

সমাধান: অনুপাত একটি ভগ্নাংশ । যেমন: ২: ৫ কে লেখা যায় = $\frac{২}{৫}$ ।

২. **দুটি প্রদেয় 'a' ও 'b' এর মধ্যে অনুপাত নির্ধারণের একটি সূত্র হলো--** *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর (মেডিকেল অফিসার)-১৯৯৪]*
ক. $\frac{a}{b}$ খ. $\frac{a}{a+b}$ গ. $\frac{a+b}{a}$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: অনুপাতকে ভগ্নাংশ আকারে লেখা যায়। তাই $a : b = \frac{a}{b}$

৩. **৩ : ৫ এর সমান কোনটি?** *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড (লাইনম্যান)-২০১৯]*
ক. ১২ : ৪৫ খ. ১৫ : ৬ গ. ৬ : ১০ ঘ. ৬ : ৩০ উত্তর: গ

সমাধান: ৩ : ৫ = (৩ : ৫)×২ = ৬ : ১০

(১.ক) বিভিন্ন ধরণের অনুপাত :

ক্রম	অনুপাতের নাম	পরিচয় এবং উদাহরণ
০১	**লঘু অনুপাত**	পূর্ব রাশি উত্তর রাশির থেকে ছোট হলে তাকে লঘু অনুপাত বলে। যেমন : ২ : ৩
০২	**গুরু অনুপাত**	পূর্ব রাশি উত্তর রাশির থেকে বড় হলে তাকে গুরু অনুপাত বলে। যেমন : ৫ : ২
০৩	**একানুপাত**	পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশি সমান সমান হলে তাকে একানুপাত বলে: যেমন: ১ : ১
০৪	**ব্যস্ত অনুপাত**	সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিকে উত্তর রাশি এবং উত্তর রাশিকে পূর্ব রাশি ধরে যে নতুন অনুপাত তৈরী হয় তাকে সরল অনুপাতটির ব্যস্ত অনুপাত বলে। যেমন : ২ : ৭ এর ব্যস্তানুপাত ৭ : ২।
০৫	**দ্বিগুণানুপাত**	কোনো সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির বর্গকে পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির বর্গকে উত্তর রাশি ধরে প্রাপ্ত অনুপাতকে প্রদত্ত অনুপাতের দ্বিগুণাপাতিক বলা হয়। যেমন : ৩ : ৫ এর দ্বিগুণানুপাত = $৩^২ : ৫^২$ বা, ৯ : ২৫।
০৬	**দ্বিভাজিত অনুপাত**	কোনো সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির বর্গমূলকে পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির বর্গমূলকে উত্তর রাশি ধরে প্রাপ্ত নতুন অনুপাতকে প্রদত্ত অনুপাতের দ্বিভাজিত অনুপাত বলা হয়। যেমন : ১৬ : ৯ এর দ্বিভাজিত অনুপাত = $\sqrt{১৬} : \sqrt{৯}$ = ৪ : ৩।
০৭.	**ধারাবাহিক অনুপাত**	দুটি ভিন্ন অনুপাত যেমন: x:y এবং y:z কে একত্রে x:y:z আকারে প্রকাশ করলে এদেরকে ধারাবাহিক অনুপাত বলে। যেমন: ২ : ৩ এবং ৪ : ৫ এর ধারাবাহিক অনুপাত = ৮ : ১২ : ১৫
০৮.	**মিশ্র অনুপাত**	একের অধিক সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফলকে পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশিগুলোর গুণফলকে উত্তর রাশি ধরে যে অনুপাত তৈরী করা হয়, তাকে মিশ্র অনুপাত বলা হয় । যেমন: ৩ : ৪, ৫ : ৬ ও ২ : ৫ সরল অনুপাতে পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল = (৩×৫×২) = ৩০ এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফল = (৪×৬×৫) = ১২০। সুতরাং প্রদত্ত অনুপাত তিনটির মিশ্র অনুপাত = ৩০ : ১২০ = ১ : ৪

📖 সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৪. কোনটি লঘু অনুপাত? *[স্বাস্থ্য অধিদপ্তরের (স্বাস্থ্য সহকারী): ২০০৪]*
ক. ৫ : ৩ খ. ১৫ : ৩ গ. ২০ : ২১ ঘ. ১৫ : ১৩ উত্তর: গ

৫. ৪ : ২৫ এর দ্বিগুণানুপাত কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]*
ক. ৮ : ৫০ খ. ২ : ৫ গ. ১৬ : ৬২৫ ঘ. ৮ : ২৫ উত্তর: গ

✍সমাধান: কোনো অনুপাতের বর্গই হলো তার দ্বিগুণানুপাত। সুতরাং ৪:২৫ এর দ্বিগুণানুপাত হলো $৪^২ : ২৫^২$ বা, ১৬ : ৬২৫।
[**Be careful:** দ্বিগুণানুপাতের নাম শুনে ২ দিয়ে গুণ করে ৮: ৫০ লিখলে ভুল হবে।]

৬. $\sqrt{p} : \sqrt{z}$ কে p: z এর কি বলা হয়? *[প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক: ২০১৩]*
ক. দ্বিভাজিত অনুপাত খ. মিশ্র অনুপাত গ. ত্রিভাজিত অনুপাত ঘ. সমানুপাত উত্তর: ক

৭. ২ : ৩ এর ব্যস্তানুপাত কোনটি? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (ফিল্ড সুপারভাইজার): ২০১৮]*
ক. ৩ : ২ খ. ৪ : ৯ গ. ৪ : ৬ ঘ. ১৬ : ৮১ উত্তর: ক

৮. ৪ : ৯ এর ব্যস্তানুপাত কোনটি? *[প্রাথমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী): ২০১১]*
ক. ২ : ৩ খ. ৮ : ১৮ গ. ৯ : ৪ ঘ. ১৬ : ৮১ উত্তর: ক

৯. ৪ : ৯ এর দ্বিভাজিত অনুপাত কোনটি? *[ডাক বিভাগ(পোস্টাল অপারেটর): ২০১৬] + [৭ম শ্রেণি অনু: ২.১]*
ক. ২ : ৩ খ. ৪ : ৯ গ. ৯ : ৪ ঘ. ১৬ : ৮১ উত্তর: গ

১০. ২৫ : ৮১ এর দ্বিভাজিত অনুপাত কোনটি? *[১০ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন]*
ক. ৮১ : ২৫ খ. ৫ : ৯ গ. $\frac{২৫}{২} : \frac{৮১}{২}$ ঘ. ৯ : ৫ উত্তর: ক

১১. ৪ : ১৬ এর দ্বিভাজিত অনুপাত কোনটি? *[পরিবার কল্যাণ (পরিদর্শিকা): ২০১৮]*
ক. ১ : ৪ খ. ২ : ৪ গ. ৪ : ২ ঘ. ৪ : ১ উত্তর: খ

১২. ৭ : ৫ এবং ৮ : ৯ দুইটি অনুপাত। এদের ধারাবাহিক অনুপাতে প্রকাশ কর। *[৭ম শ্রেণি অনু: ২.১]*
ক. ৫৬ : ৪০ : ৪৫ খ. ৭ : ৮ : ৯ গ. ৫০ : ৩০ : ৬৩ ঘ. ৫০ : ৪৫ : ৫৬ উত্তর: ক

✍সমাধান:
১ম অনুপাত = ৭ : ৫ = (৭ : ৫)×৮ = ৫৬ : ৪০
২য় অনুপাত = ৮ : ৯ = (৮ : ৯)×৫ = ৪০ : ৪৫ ∴ অনুপাত দুইটির ধারাবাহিক অনুপাত = ৫৬ : ৪০ : ৪৫

১৩. ৫ : ৭, ৪ : ৯, ৩ : ২ এর মিশ্র অনুপাত কত হবে? *[NSI (ফিল্ড স্টাফ)-২০২১]*
ক. ৬০ : ১২৪ খ. ১০ : ২১ গ. ২৫ : ১৩ ঘ. ১৩ : ৫ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: অনুপাতগুলোর মিশ্র অনুপাত $= \frac{৫\times৪\times৩}{৭\times৯\times২} = \frac{১০}{২১} = ১০ : ২১$ । (এভাবে উপরে নিচে লিখলে কাটাকাটি সহজ হবে)

১৪. ৫ : ১৮, ৭ : ২ এবং ৩ : ৬ এর মিশ্র অনুপাত কত? *[১২তম বিসিএস/পাসপোর্ট এন্ড ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর(সহকারী পরিচালক)-২০০৩], [শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (সহকারী শ্রম অফিসার)-২০০৩]*
ক. ৭২ : ১০৫ খ. ৭২ : ৩৫ গ. ৩৫ : ৭২ ঘ. ১০৫ : ৭২ উত্তর: গ

১৫. ৪ : ৭ ও ১০ : ১১ অনুপাত দুইটির মধ্যে কোনটি বৃহত্তম?

✍সমাধান:
এখানে, $৪ : ৭ = \frac{৪}{৭} = \frac{৪\times১১}{৭\times১১} = \frac{৪৪}{৭৭}$ [দুটি ভগ্নাংশের হর ৭ ও ১১ এর ল.সা.গু = ৭৭ কে উভয় অনুপাতের হর বানাতে হবে]
এবং $১০ : ১১ = \frac{১০}{১১} = \frac{১০\times৭}{১১\times৭} = \frac{৭০}{৭৭}$; এখানে, $\frac{৭০}{৭৭} > \frac{৪৪}{৭৭}$ সুতরাং ১০ : ১১ অনুপাতটি বৃহত্তর।

[**Note:** একই নিয়মে ৩, ৪টি অনুপাতের মধ্য থেকে ছোট বড় টি বের করা যায় ভগ্নাংশের তুলনা করার মত করে হিসেব করে।]

(১.খ) যে কোন একটি রাশির মান দেয়া থাকলে :

দুটি ভিন্ন ভিন্ন রাশির অনুপাত দেয়া থাকবে, তাদের যে কোন একটির মান দেয়া থাকবে অন্যটির মান বের করতে হবে। এক্ষেত্রে কিছু বিষয় জানা থাকলে ভুল হওয়ার সম্ভাবনা কমে যাবে। যেমন:

- **পূর্ব রাশি:** উত্তর রাশি বাদে যে রাশি থাকে তাকে পূর্ব রাশি বলে।
- **উত্তর রাশি:** ডান হাতের পাশে যে রাশি থাকে তা-ই উত্তর রাশি।

১৬. দুটি রাশির অনুপাত ৫ : ১১ । উত্তর রাশি ৯৯ হলে পূর্বরাশি কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*
ক. ৪২ খ. ৪৫ গ. ৪৮ ঘ. ৫৬ উত্তর: খ

✍সমাধান: ধরি রাশি দুটি = ৫x ও ১১x ,
শর্তমতে, ১১x = ৯৯ (এখানে উত্তর রাশি = ডান প্যাশের রাশি) ∴ x = ৯ ∴ পূর্ব রাশি = ৫ × ৯ = ৪৫

মুখে মুখে: ১১ অংশ = ৯৯ হলে ১ অংশ = ৯ এবং ৫ অংশ = ৫ × ৯ = ৪৫

📖 **Lerning Part:** অনুপাতের অংকগুলো শুধু x ধরে সমাধান করতে গেলে প্রতিবার লিখে লিখে করতে গেলে অতিরিক্ত সময় লাগবে। কিন্তু এই x এর বিষয়টিকে যদি আমরা অংশ বলি যেমন: ৫x অর্থ ৫ অংশ তাহলে শুধু x এর মান বের করা অর্থ ১ অংশের মান বের করা। এরপর যত অংশের মান বের করতে হবে তত দিয়ে ১ অংশের মানকে গুণ করতে হবে। যেভাবেই করেন অনুপাতের অংক তুলনামুলক সহজে। তবে এভাবে ভাবলে খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে অনেক অংকের উত্তর বের করা যাবে। **তাই ১ অংশের বিষয়টা মাথায় রাখুন। এই অধ্যায়ের বিভিন্ন অংকের সমাধানগুলো দেখলেও বুঝতে পারবেন।**

📖 নিজে করুন:

১৭. দুইটি রাশির অনুপাত ৬ : ১৩। উত্তররাশি ৯১ হলে, পূর্বরাশি কত? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(বুড়িগঙ্গা)-২০১৩]*
ক. ৪২ খ. ৫৪ গ. ৫৭ ঘ. ৬২ উত্তর: ক

১৮. দুইটি রাশির অনুপাত ৬: ১১ । উত্তর রাশি ৯৯ হলে, পূর্ব রাশি কত? *[সহ:শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০০৬]*
ক. ২৯ খ. ৩০ গ. ৫৪ ঘ. ৪৫ উত্তর: গ

১৯. দুইটি রাশির অনুপাত ৫ : ৭ । পূর্বরাশি ৪০ হলে উত্তর রাশি কত? *[বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*
ক. ২৮ খ. ৩৫ গ. ৭০ ঘ. ৫৬ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ধরি, রাশি দুটি = ৫x ও ৭ x , শর্তমতে, ৫x = ৪০ ∴ x = ৮ ∴ উত্তর রাশি = ৭ × ৮ = ৫৬

📖 নিজে করুন:

২০. দুটি রাশির অনুপাত ৮ : ১৫। পূর্ব রাশি ৪০ হলে, উত্তর রাশি কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (বসন্ত) : ২০১০] +[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (শরৎ) : ২০১০]+ [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (কপোতাক্ষ) : ২০১০]*
ক. ১৫ খ. ৪৫ গ. ৭৫ ঘ. ১২ উত্তর: গ

২১. দুইটি রাশির অনুপাত ৪ : ৭। পূর্ব রাশি ২৪ হলে, উত্তর রাশি কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (হেমন্ত) : ২০১০]*
ক. ৪২ খ. ৪৯ গ. ৫৬ ঘ. ৬৪ উত্তর: ক

২২. পায়েসে দুধ ও চিনির অনুপাত ৭ : ২ । ঐ পায়েসে চিনির পরিমাণ ৪ কেজি হলে দুধের পরিমাণ কত? *[স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয় (কমিউনিটি হেলথ কেয়ার প্রোভাইডার)-২০১৮]*
ক. ৮ কেজি খ. ১০ কেজি গ. ১২ কেজি ঘ. ১৪ কেজি উত্তর: ঘ

✍সমাধান: চিনির পরিমান অংশ = ৪ কেজি হলে ১ অংশ = ২ কেজি। সুতরাং দুধের পরিমান = ৭ অংশ = ৭×২ = ১৪ কেজি।

২৩. দুইটি বইয়ের মূল্যের অনুপাত ৫ : ৭ । দ্বিতীয়টির মূল্য ৮৪ টাকা হলে, প্রথমটির মূল্য কত? *[৬ষ্ঠ শ্রেণী-(অনু-২১)]*
ক. ৯০ খ. ৩০ গ. ৬০ ঘ. ১২০ উত্তর: গ

সমাধান:
২য় বইটির মূল্য = ৭ অংশ = ৮৪ হলে ১ অংশ = ৮৪÷৭ = ১২ । ∴প্রথম বইটির মূল্য = ৫ অংশ = ৫×১২ = ৬০ টাকা।

নিজে করুন:
২৪. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৫ । বড় সংখ্যাটি ২৫ হলে, ছোট সংখ্যাটি কত? *[বাংলাদেশ প্রতিযোগিতা কমিশন(CCB)-(কম্পিউটার সহকারী)-২০১৯]*
ক. ১৭ খ. ২০ গ. ২৩ ঘ. ২৫ উত্তর: খ

২৫. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৮। ছোট সংখ্যাটি ৬৫ হলে, বড় সংখ্যাটি কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (হেমষ্ট) : ২০১৩]*
ক. ৯১ খ. ১০৪ গ. ১১৭ ঘ. ৪০ উত্তর: খ

(১.গ) হ্রাস-বৃদ্ধি করা বোঝালে :

২৬. ২৪ কে ৭ : ৬ অনুপাতে বৃদ্ধি করলে নতুন সংখ্যা হবে- *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(হেয়াংহো)-২০১৩]*
ক. ২৮ খ. ৩২ গ. ৩৫ ঘ. ৩৮ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, নতুন সংখ্যাটি = x

প্রশ্নমতে, $x : 24 = 7 : 6 \Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{7}{6} \Rightarrow x = \frac{7 \times 24}{6}$ ∴x = ২৮ সুতরাং নতুন সংখ্যাটি = ২৮

মুখে মুখে: বৃদ্ধি করার কথা বলা হলে বুঝতে হবে যে সংখ্যাটি দেয়া আছে তা অনুপাতের ছোট রাশিটির মান। এখানে ছোট রাশি ৬ অংশের মান = ২৪ হলে ১ অংশ = ৪ এবং ৭ অংশ = ২৮ ।

২৭. ৬৩ কে ৮ : ৯ অনুপাতে হ্রাস করলে নতুন সংখ্যা হবে- *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(ঝিলাম)-২০১৩]*
ক. ৫৬ খ. ৫৮ গ. ৬০ ঘ. ৬২ উত্তর: ক

সমাধান: হ্রাস করার কথা বলা হলে বুঝতে হবে অনুপাতে যে রাশির মান বড় সেই সংখ্যাটি দেয়া আছে যাকে ছোট করতে হবে।

ধরি, হ্রাসকৃত সংখ্যাটি = x

মুখে মুখে: ৯ অংশের মান = ৬৩ হলে ১ অংশ= ৭ এবং ৮ অংশের মান = ৮×৭ = ৫৬

প্রশ্নমতে, $x : 63 = 8 : 9 \Rightarrow \frac{x}{63} = \frac{8}{9}$ ∴x = ৫৬ সুতরাং নতুন সংখ্যাটি = ৫৬

নিজে করুন:
২৮. ৫৬ কে ৮ : ৭ অনুপাতে হ্রাস করলে নতুন সংখ্যা হবে? *[ডাক বিভাগের (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৬]*
ক. ২৯ খ. ৩৯ গ. ৪০ ঘ. ৪৯ উত্তর: ঘ

[Hints: হ্রাস করতে হবে তাই ৫৬ বড় আছে। বড় মান ৮ অংশ = ৫৬ হলে হ্রাস করার পর ৭ অংশ = ৪৯]

২৯. ৬৩ কে ৯: ৭ অনুপাতে হ্রাস করলে নতুন সংখ্যা হবে?
ক. ২৯ খ. ৩৯ গ. ৪৯ ঘ. ৪৫ উত্তর: গ

(১.ঘ) সমষ্টি দেয়া থাকলে :

৩০. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫: ৭ এবং এদের যোগফল ১০৮ । বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? *[BADC (AC)-2017]*
ক. ৪২ খ. ৪৯ গ. ৫৬ ঘ. ৬৩ উত্তর: ঘ

সমাধান: অনুপাতের যোগফল = (৫+৭) = ১২ অংশের মান = ১০৮ হলে ১ অংশের মান = (১০৮÷১২) = ৯
তাহলে বড় সংখ্যাটি = ৯×৭ = ৬৩

নিজে করুন :
৩১. একটি স্কুলের ছাত্র ছাত্রীর অনুপাত ৩ : ৭ । স্কুলে মোট ছাত্র ছাত্রীর সংখ্যা ১৫০ হলে, ছাত্র সংখ্যা কত? *[এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. ৪৫ খ. ৫০ গ. ৭৫ ঘ. ১০৫ উত্তর: ক

[Hints: (৩+৭) = ১০ অংশের মান = ১৫০ হলে ১ অংশ = ১৫ সুতরাং ছাত্র = ৩অংশ = ৩×১৫ = ৪৫ জন]

৩২. একটি শ্রেণীতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৬ । ঐ শ্রেণীতে মোট ৫৫ জন ছাত্র-ছাত্রী থাকলে ছাত্রের চেয়ে ছাত্রী সংখ্যা কতজন বেশি? *[জাতীয় নিরাপত্তা গোয়েন্দা সংস্থা (NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ১০ খ. ১৫ গ. ৫ ঘ. ১৪ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যা যথাক্রমে = ৫x ও ৬x

প্রশ্নমতে, ৫x+৬x = ৫৫ ⇒ ১১x = ৫৫ ∴x = ৫

∴ছাত্রের চেয়ে ছাত্রী সংখ্যা বেশি = ৬x-৫x = x = ৫ জন।

মুখে মুখে: (৫+৬) = ১১ অংশ = ৫৫ হলে (৬-৫) = ১ অংশ = ৫ হবে।

নিজে করুন :
৩৩. ৩ : ৫ অনুপাত বিশিষ্ট দুটি সংখ্যার সমষ্টি ৫৬ হলে, সংখ্যা দুটির অন্তর কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরোর ৯ ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর)-২০২০]*
ক. ১৫ খ. ৮ গ. ৪১ ঘ. ১৪ উত্তর: ঘ

[Hints: সমষ্টি (৩+৫) = ৮ অংশের মান = ৫৬ হলে ১ অংশ = ৭ সুতরাং ব্যবধান = (৫-৩) = ২ অংশ = ২×৭ =১৪]

(১.ঙ) ব্যবধান দেয়া থাকলে :

টিপস: এরুপ অংক করার ক্ষেত্রে প্রথমে অনুপাতের রাশিদ্বয়ের পার্থক্য বের করে ঐ পার্থক্য = পার্থক্যের যে মান দেয়া থাকবে তা লিখতে হবে। তারপর ১ অংশের মান বের করে যার যত অংশ তত দিয়ে গুণ করে দিলেই সংখ্যাগুলো বের হয়ে যাবে।

৩৪. একটি শ্রেণিতে ছাত্র ও ছাত্রীর অনুপাত ৯ : ১৩ । যদি শ্রেণিতে ছাত্র অপেক্ষা ২০ জন ছাত্রী বেশি থাকে, তাহলে শ্রেণিতে মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা কতজন ? *[বাংলাদেশ লোক প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্র (BPATC)- (বিভিন্ন পদ)- ২০১৯]*
ক.১৩২ খ. ১০৬ গ. ১২০ ঘ. ১১০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর: (অন্য অংকেও কাজে লাগবে)
ধরি, ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যা যথাক্রমে = ৯x এবং ১৩x প্রশ্নমতে, ১৩x-৯x = ২০ ⇒ ৪x = ২০ ∴x = ৫ সুতরাং ঐ শ্রেণিতে ছাত্র সংখ্যা = ৯×৫ = ৪৫ জন এবং ছাত্রী সংখ্যা = ১৩×৫ = ৬৫ জন। তাহলে ঐ শ্রেণিতে মোট ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা = (৪৫+৬৫) = ১১০ জন। **উত্তর: ১১০ জন।**	এখানে পার্থক্য = (১৩-৯) = ৪ অংশ = ২০ জন হলে ১ অংশ = ২০÷৪ = ৫ জন। সুতরাং মোট ছাত্র-ছাত্রী = (৯+১৩) = ২২ অংশ = ২২×৫ = ১১০ জন। **পরামর্শ :** আলাদা আলাদা করে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা বের করে যোগ করার থেকে সরাসরি এভাবে করলে দ্রুত হবে।

নিজে করুন :
৩৫. করিম ও রহিমের বেতনের অনুপাত ৭ : ৫ । করিমের বেতন রহিমের বেতন অপেক্ষা ৪০০ টাকা বেশী হলে করিমের কাছে মোট কত টাকা আছে? *[একটি বাড়ি একটি খামার (উপজেলা সমবায় কারী)-২০১৭]*
ক. ১০০০ খ. ১২০০ গ. ১৩০০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: ঘ

[Hints: এখানে (৭-৫) = ২ অংশের মান = ৪০০ হলে ১ অংশের মান = ২০০ সুতরাং করিমের টাকা = ৭ অংশ = ১৪০০]

৩৬. একটি জারে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ১। দুধের পরিমান যদি পানি অপেক্ষা ৮ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমান কত? *(২৬তম বিসিএস) + RAKUB (Cashier)-2017]*
ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: ক

সমাধান:
ধরি, দুধ ও পানির পরিমাণ যথাক্রমে = ৫x ও x প্রশ্নমতে, ৫x- x = ৮ ⇒৪x = ৮ ∴x = ২ সুতরাং পানি = ২ লিটার

মুখে মুখে : ৫-১ = ৪ অংশের মান ৮ হলে ১ অংশের মান = ২ লিটার। যেহেতু পানি = ১ অংশ। তাই পানি আছে = ২ লিটার।

নিজে করুন :

৩৭. একটি পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত ৫ : ২। যদি পানি অপেক্ষা দুধের পরিমান ৬ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমান কত? *(১১তম বিসিএস) [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ১০ লিটার খ. ৫ লিটার গ. ৪ লিটার ঘ. ১৪ লিটার উত্তর: গ

[**Hints:** এখানে ৫-২ = ৩ অংশের মান = ৬ হলে ১ অংশের মান = ২ সুতরাং পানি ২ অংশ = ২×২ = ৪ লিটার]

(১.চ) দুটি রাশির মান থেকে অনুপাত:

অর্থাৎ প্রশ্নে অনুপাত দেয়া থাকবে না বরং প্রশ্নের ক্লু অনুযায়ী অনুপাত বানাতে হবে।

৩৮. কোনো স্কুলে মোট ২০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১৫০ জন ছাত্র। ছাত্র এবং ছাত্রীর অনুপাত কত? *(সহ:শিক্ষক নিয়োগ -২০০২)*

ক. ৩ : ১ খ. ৫ : ১ গ. ৪ : ২ ঘ. ৪ : ১ উত্তর: ক

সমাধান: ছাত্রী = ২০০-১৫০ = ৫০ সুতরাং ছাত্র : ছাত্রী = ১৫০ : ৫০ = ৩ : ১

৩৯. একজন লোক সপ্তাহে আয় করেন ৪৫০ টাকা, ব্যয় করেন ৩০০ টাকা। তার আয়ের সাথে সঞ্চয়ের অনুপাত কত হবে? *(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৩ : ১ খ. ৩ : ২ গ. ৫ : ২ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: সঞ্চয় = (আয় - ব্যয়) = (৪৫০-৩০০) = ১৫০ টাকা ∴ আয় : সঞ্চয় = ৪৫০ : ১৫০ = ৩ : ১

৪০. একজন লোক সপ্তাহে ২২০০ টাকা আয় করেন এবং ১৬৫০ টাকা ব্যয় করেন। তার সঞ্চয়ের সাথে আয়ের অনুপাত হবে *(প্রা.প্র.শি:-২০০৮)*

ক. ১ : ২ খ. ১ : ৩ গ. ১ : ৪ ঘ. ১ : ৫ উত্তর: গ

টিপস: এরকম অংকের ক্ষেত্রে প্রথমে যার যার অনুপাত বের করতে বলা হবে সেগুলোকে পাশাপাশি লিখুন, তারপর এমন ভাবে কাটাকাটি করুন যেন অবশিষ্ট সংখ্যাটিকে আর কাটাকাটি করা না যায়। ভুল করে আগেরটা পরে বা পরেরটা আগে লিখা যাবে হবে না। কেননা ৫ : ৬ আর ৬ : ৫ এক জিনিস না।

সমাধান:

সঞ্চয় = ২২০০ -১৬৫০ = ৫৫০ টাকা। এখন সঞ্চয় : আয় = ৫৫০ : ২২০০ (প্রথমটিকে উপরে এবং পরের রাশিটিকে নিচে রেখে কাটাকাটি করলে সুবিধা হবে) = $\frac{৫৫০}{২২০০} = \frac{১}{৪}$ কে অনুপাত আকারে সাজালে হবে ১ : ৪। **উত্তর: ১:৪**

নিজে করুন:

৪১. একজন লোক সপ্তাহে ১২৫০ টাকা আয় করেন এবং ১০০০ টাকা ব্যয় করেন। তার সঞ্চয়ের সাথে আয়ের অনুপাত কত? *[প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(মিসিসিপি)-২০১৩]* + *[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহকারী): ২০২১]*

ক. ৫ : ১ খ. ১ : ৭ গ. ১ : ৫ ঘ. ২ : ৩ উত্তর: গ

[**Hints:** সঞ্চয় আগে লিখতে হবে এখানে, সঞ্চয় = (১২৫০-১০০০) = ২৫০ টাকা ∴ সঞ্চয় : আয় = ২৫০ : ১২৫০ = ১ : ৫]

৪২. সুমনের বেতন রহিমের বেতনের ২১০% । লিটনের বেতন লিজার বেতনের ৭০%। লিজার বেতন রহিমের বেতনের দ্বিগুণ। সুমন এবং লিটনের বেতনের অনুপাত কত? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ৩ : ২ খ. ২ : ১ গ. ১ : ১.৫ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: (এখানে মোট ৪ জন ব্যক্তি আছে, সবার সাথে সবার একটা সম্পর্ক আছে সেটা খুঁজে বের করলেই উত্তর বের হবে)

ধরি, রহিমের বেতন = ১০০ সুতরাং সুমনের বেতন = ২১০

∴ লিজার বেতন = ১০০×২ = ২০০

লিটনের বেতন = ২০০ এর ৭০% = ১৪০

সুতরাং সুমন এবং লিটনের বেতনের অনুপাত = ২১০ : ১৪০ = ৩ : ২

(১.ছ) আয়-ব্যয় সম্পর্কিত প্রশ্ন:

৪৩. খোকন ও মন্টুর আয়ের অনুপাত ৫ : ৪ । খোকনের আয় ৮৫ টাকা হলে মন্টুর আয় কত? *(সহকারী পরিচালক)-১৯৯৪]* [পাসপোর্ট এন্ড ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর

ক. ৫১ খ. ৬৪ গ. ৬৮ ঘ. ৭৮ উত্তর: গ

সমাধান:

খোকনের আয় ৫ অংশ = ৮৫ টাকা হলে ১ অংশ = ৮৫ ÷ ৫ = ১৭ টাকা । সুতরাং মন্টুর আয় ৪ অংশ = ৪×১৭ = ৬৮ টাকা।

৪৪. এক ব্যক্তির মাসিক আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ৫ : ৩ এবং তার মাসিক সঞ্চয় ১০,০০০ টাকা হলে তিনি কত টাকা আয় করেন ? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা-২০১৫]*

ক. ২০,০০০ খ. ২২,৫০০ গ. ২৫,০০০ ঘ. ৩০,০০০ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, আয় ৫x এবং ব্যয় ৩x

প্রশ্নমতে, ৫x - ৩x = ১০,০০০ ⇒ ২x = ১০,০০০ ∴x = ৫০০০ সুতরাং আয়ের পরিমাণ =৫×৫০০০ = ২৫০০০

মুখে মুখে: সঞ্চয় (৫-৩) = ২ অংশ = ১০০০০ হলে ১ অংশ = ৫০০০ সুতরাং আয় ৫ অংশ = ২৫০০০ টাকা।

নিজে করুন:

৪৫. এক ব্যক্তির মাসিক আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ৫ ঃ ৩ এবং তার মাসিক সঞ্চয় ১০,০০০ টাকা হলে তিনি মাসিক কত টাকা ব্যয় করেন? *[প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৫১২৪)]*

ক. ২০০০০ খ. ২৫০০০ গ. ১৫০০০ ঘ. ১০০০০ উত্তর: গ

[**Hints:** (৫-৩) = ২ অংশের মান = ১০০০০ হলে ∴১ অংশ = ৫০০০ সুতরাং ব্যয় ৩ অংশ = ৩ × ৫০০০ = ১৫০০০টাকা]

৪৬. শফিকের আয় ও ব্যায়ের অনুপাত ১১ : ১০ এবং তার মাসিক সঞ্চয় ১০০০ টাকা হলে তার মাসিক আয় কত টাকা?

ক. ১১০০০ খ. ১১০০০ গ. ১১২০০ ঘ. ১০৫০ উত্তর: ক

[**Hints:** (১১-১) = ১ অংশের মান = সঞ্চয়ের ১০০০ টাকা। ∴ আয় ১১ অংশের মান =১১×১০০০ = ১১০০০ টাকা।]

(১.জ) শতকরা হিসেব বের করা:

৪৭. ধানে চাল ও তুষের অনুপাত ৭ : ৩ হলে , এতে শতকরা কী পরিমান চাল আছে ? (বোর্ড বই-৯ম-১০ শ্রেণী) + *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯]*

ক. ৮৫% খ. ৯৫% গ. ৬৫% ঘ. ৭০% উত্তর: ঘ

সমাধান:

অনুপাতের যোগফল = ৭+৩ = ১০ যেখানে চাল আছে ৭ অংশ। (মনে রাখুন, শতকরা হিসেব হবে মোটের উপর)

∴চালের পরিমাণের শতকরা হার = $\frac{৭ \times ১০০}{১০}$ % = ৭০%

৪৮. শামীমের আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ২০ : ১৫ হলে তার মাসিক সঞ্চয় আয়ের শতকরা কত ভাগ? *[প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৮৪৩৩)]*

ক. ২৫% খ. ৩০% গ. ২০% ঘ. ১৫% উত্তর:

সমাধান: শামীমের আয় ২০ টাকা হলে সঞ্চয় = ২০- ১৫ = ৫ টাকা

সুতরাং আয়ের তুলনায় সঞ্চয়ের শতকরা হার = $\frac{৫ \times ১০০}{২০}$ = ২৫%

৪৯. একটি ক্লাসে ছাত্র-ছাত্রীর অনুপাত ৫: ৩ হলে ঐ ক্লাসের শতকরা কতজন ছাত্রী? *[IFIC Bank (PO) - 2008]*
ক. ২০% খ. ৩৭.৫% গ. ৪৫% ঘ. ৬৬.৫% উত্তর: খ

সমাধান: মোট ছাত্র-ছাত্রী= ৫+৩ = ৮ । সুতরাং ঐ ক্লাসের শতকরা ছাত্রীর হার = $\frac{৩\times১০০}{৮} = ৩৭.৫\%$

[**Note:** এখানে কেউ ৫ জনের মধ্যে ছাত্রী ৩ জন ভাবলে ভুল হবে। কারণ ৫ হলো ছাত্র সংখ্যা]

(১.ঝ) দু'য়ের অধিক রাশি থাকলে:

টিপস: এক্ষেত্রে যে রাশিরই মান বের করতে বলা হোক না কেন প্রথমে ১ অংশের মান বের করতে হবে। তারপর যার মান বের করতে বলা হবে তার অনুপাত দিয়ে ঐ ১ অংশের মানকে গুণ করে দিলেই উত্তর বের হয়ে যাবে।

৫০. ৪০ মিটার দীর্ঘ একটি রশিকে ৩ : ৭ : ১০ অনুপাতে ভাগ করলে দীর্ঘতম অংশটির দৈর্ঘ্য কত মিটার হবে? *[NSI (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*
ক. ৩০ খ. ২০ গ. ১৪ ঘ. ৬ উত্তর: খ

সমাধান: অনুপাতের রাশিগুলো যোগফল = (৩ + ৭ + ১০) = ২০

সুতরাং দীর্ঘতম অংশটির দৈর্ঘ্য = ৪০× $\frac{১০}{২০}$ = ২০ মিটার

মুখে মুখে: ২০ অংশ = ৪০ মিটার হলে
দীর্ঘতম টির মান ১০ অংশ = ২০ মিটার।

৫১. ৭২ কেজি ওজনবিশিষ্ট একটি মিশ্রণ A-এর ১৭ ভাগ, B- এর ৩ ভাগ এবং C-এর ৪ ভাগ দ্বারা গঠিত। মিশ্রণে B কতটুকু আছে? *[২৩ তম বিসিএস]*
ক. ৯ কেজি খ. ১২ কেজি গ. ১৭ কেজি ঘ. ৫১ কেজি উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, A : B : C = ১৭x : ৩x : ৪x

শর্তমতে, (১৭x + ৩x + ৪x) = ৭২ ⇒ ২৪x = ৭২ কেজি ∴ x = ৩ কেজি। সুতরাং B = ৩x =৩×৩ = ৯ কেজি।

নিজে করুন:

৫২. ৬০ মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি নলকে ৩ : ৭ : ১০ অনুপাতে টুকরা করা হয়েছে। ছোট টুকরাটি কত? *(উপজেলা পরি: কর্ম:-১০) +[পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর): ২০২১]*
ক. ৭ খ. ৮ গ. ৯ ঘ. ১০ উত্তর: গ

[**Hints:** (৩ + ৭ + ১০) = ২০ অংশ = ৬০ মিটার হলে ১ অংশ = ৩ মিটার ∴ছোট টুকরা = ৩ অংশ = ৩×৩ = ৯ মিটার]

৫৩. ২০ মিটার দীর্ঘ একটি রশিকে ২ : ৩ : ৫ অনুপাতে ভাগ করলে ছোট টুকরার দৈর্ঘ্য কত মিটার হবে ? *[PETROBANGLA - (UDA)-2017]*
ক. ২ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ১০ উত্তর: খ

৫৪. ৩ জন জেলে ৮৮০ টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত ২০:৪০:৫০ হলে কে কত মাছ ধরেছে ? *[PKB- (EO) - 2017]*
ক. ১৬০, ৩২০ ও ৪০০ টি খ. ১০০, ৪২১ ও ৫০০ টি গ. ১৬০, ২২০ ও ৪০০ টি ঘ.৬৬০, ১২০ ও ৫০০ টি উত্তর: ক

সমাধান:
তাদের মাছ ধরার অনুপাতের যোগফল = (২০+৪০+৫০) = ১১০

∴তাদের মাছ ধরার সংখ্যা = ৮৮০ এর $\frac{২০}{১১০}$ = ১৬০ টি, ৮৮০ এর $\frac{৪০}{১১০}$ = ৩২০টি, এবং ৮৮০ এর $\frac{৫০}{১১০}$ = ৪০০টি

Note: ২০ : ৪০ : ৫০ অনুপাতটিকে ছোট করে নিয়ে ২ : ৪ : ৫ করলেও একই উত্তর আসবে। উত্তর: ১৬০, ৩২০ ও ৪০০ টি

নিজে করুন:

৫৫. তিনজনের মধ্যে ৭৫০ টাকা ৩ : ৫ : ৭ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকের ভাগের টাকার অংশগুলো হবে-*(সহ:শি:-০০)*
ক. ১৫০, ২৫০, ৩৫০ খ. ১২০, ২০০, ২৫০ গ. ১৫০, ২৫০, ৫০ ঘ. ২০০, ২৫০, ১২০ উত্তর: ক

৫৬. ১৪৩ টাকাকে ২ : ৪ : ৫ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম অংশের পার্থক্য কত? ? *[প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (২য় ধাপ) সেট: (৭৪৮৩)] + [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]*
ক. ৪২ খ. ৩৯ গ. ৩৬ ঘ. ৩৭ উত্তর: খ

সমাধান: অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ২ + ৪ + ৫ = ১১

টাকার বৃহত্তম অংশ = ১৪৩ × $\frac{৫}{১১}$ = ৬৫ এবং ক্ষুদ্রতম অংশ = ১৪৩ × $\frac{২}{১১}$ = ২৬ ∴ পার্থক্য = ৬৫-২৬ = ৩৯ টাকা

মুখে মুখে: (২+৪+৫) = ১১ অংশ = ১৪৩ হলে ১ অংশ = ১৩ এবং পার্থক্য = (৫-২) = ৩ অংশ = ৩×১৩ = ৩৯টাকা।

৫৭. ৭,৫০০ টাকা ১ : ২ : ৩ : ৪ : ৫ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম অংশের পার্থক্য হবে- *[থাক-প্রাথমিক সহ.শি.নি.পরীক্ষা:-২০১৮ (সেট-৯৫৭৩)] + [উত্তরা ব্যাংক লি.এর প্রবেশনারী অফিসার : ২০২১]*
ক. ২০০০ খ. ২৫০০ গ. ২৬০০ ঘ. ৩০০০ উত্তর: ক

সমাধান: অনুপাতের যোগফল = ১+২+৩+৪+৫ = ১৫ এখানে, বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম অংশের পার্থক্য = ৫-১ = ৪ অংশ।

সুতরাং তাদের পার্থক্যের পরিমাণ = ৭৫০০ এর $\frac{৪}{১৫}$ = ২০০০ টাকা

পরামর্শ: পার্থক্য বের করতে বললে আলাদা করে মান বের করে বিয়োগ না করে আগে অনুপাতে বিয়োগ করে তারপর ১ অংশের মান দিয়ে গুণ করলে দ্রুত উত্তর আসবে। এই টেকনিকটা অনেক অংকের দ্রুত উত্তর বের করতে কাজে লাগাতে পারেন।

নিজে করুন:

৫৮. ৯৮০০ টাকা ২ : ৩ : ৪ : ৫ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতর অংশের পার্থক্য কত হবে- *[খাদ্য অধিদপ্তরের খাদ্য পরিদর্শক : ২০১১]*
ক. ২১০০ টাকা খ. ২২০০ টাকা গ. ৩৫০০ টাকা ঘ. ৭০০ টাকা উত্তর: ক

[**Hints:** মোট=(২ + ৩ + ৪ + ৫) = ১৪ অংশের মান = ৯৮০০ হলে ১ অংশ = ৭০০ ∴পার্থক্য (৫-২) = ৩ অংশ = ২১০০]

৫৯. ৯৪৫০ টাকা ২ : ৩ : ৪ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতর অংশের পার্থক্য কত হবে? *(খাদ্য অধিদপ্তরের পরিদর্শক -২০১১)*
ক. ২১০০ খ. ২২০০ গ. ২৩০০ ঘ. ২৪০০ উত্তর: ক

[**Hints:** ১ অংশ = ৯৪৫০ ÷৯ = ১০৫০ সুতরাং পার্থক্য = (৪-২) = ২ অংশ = ২×১০৫০ = ২১০০ টাকা]

৬০. ১০০০ টাকা ক ও খ ১ : ৪ অনুপাতে ভাগ করে নেয়। খ-এর অংশ, সে এবং তার মা ও মেয়ের মধ্যে ২ : ১ : ১ অনুপাতে ভাগ করে। মেয়ে কত টাকা পাবে? *[২১ তম বিসিএস]+[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়-২০১৯]*
ক. ১৫০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ৩০০ টাকা ঘ. ৩৫০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান:

ক এবং খ এর টাকার অনুপাত = ১ : ৪ ∴অনুপাতের যোগফল = (১+৪) = ৫ সুতরাং খ পায় = ১০০× $\frac{৪}{৫}$ = ৮০০ টাকা

এখন, খ : মা : মেয়ের অনুপাত = ২ : ১ : ১; অনুপাতের যোগফল = (২+১+১) = ৪ ∴মেয়ে পাবে = ৮০০× $\frac{১}{৪}$ = ২০০ টাকা।

নিজে করুন:

৬১. এক ভাই ও বোন তাদের সংগৃহীত ৫০০০ ডাক টিকেট নিজেদের মধ্যে ৫ : ৩ অনুপাতে ভাগ করে। ভাই তার অংশের ডাক টিকেট নিজের জন্য ও তার দুই বন্ধু সহ ৩ : ১ : ১ অনুপাতে ভাগ করলে, তার প্রত্যেক বন্ধু কতটি ডাক টিকেট পাবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক: ২০০৯]*
ক. ৫৭৫ খ. ৬০০ গ. ৬২৫ ঘ. ৬৫০ উত্তর: গ

[**Hints:** প্রথমে ভাই পায় = ৫০০০× $\frac{৫}{৮}$ = ৩১২৫, এরপর তার ১ বন্ধু পাবে = ৩১২৫× $\frac{১}{৫}$ = ৬২৫টি।]

৬২. ক, খ ও গ এর বেতনের অনুপাত ৭ : ৫ : ৩। খ, গ অপেক্ষা ২২২ টাকা বেশি পেলে, ক-এর বেতন কত? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. নি:নি. পরীক্ষা(বিটা)-২০১৪]*

ক. ৮৮৮ টাকা খ. ৭৭৭ টাকা গ. ৫৫৫ টাকা ঘ. ৩৩৩ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ক এর বেতন = ৭x, ∴খ এর বেতন = ৫x ∴এবং গ এর বেতন = ৩x

প্রশ্নমতে, ৫x - ৩x = ২২২ ⇒ ২x = ২২২ ∴x = ১১১ ∴ক এর বেতন = ৭x = ৭ × ১১১ = ৭৭৭ টাকা।

মুখে মুখে: খ ও গ এর পার্থক্য = (৫-৩) = ২ অংশ = ২২২ হলে ১অংশ = ১১১ এবং ক এর ৭ অংশ =৭ × ১১১ = ৭৭৭ টাকা।

(১.ঞ) মান হতে পারবে না :

ধরুন আপনার কাছে লাল ও হলুদ রংয়ের মিলে মোট ৫০টি বল। এখন এই বলগুলো, ২ : ৩,অথবা ৩ : ২, বা ৪ : ১ অথবা ১ : ৪ এভাবে থাকতে পারে। কারণ এই অনুপাতের যোগফলগুলো দিয়ে ৫০ কে ভাগ করা যাচ্ছে। কিন্তু বলগুলোর অনুপাত ৫ : ১ বা ৫ : ২ এরকম কোন হতে পারবে না। কারণ তখন অনুপাতের যোগফল দিয়ে ৫০ কে ভাগ করা যাচ্ছে না। তাহলে যে অনুপাতগুলো দিয়ে ভাগ করা যাবে সেগুলো হতে পারবে । আর যেগুলো দিয়ে যাবে না সেগুলো হতে পারবে না।

৬৩. যদি দুটি সংখ্যার অনুপাত ৮ : ৫ হয়, তবে নিচের কোন সংখ্যাটি ঐ দুটি সংখ্যার যোগফল হতে পারবে না? *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেশন): ২০২০]*

ক. ৫২ খ. ১০৫ গ. ১৪৩ ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, দুটি সংখ্যার অনুপাত = ৮ : ৫ ∴অনুপাতের যোগফল = ৮ + ৫ = ১৩

ক. $\frac{৫২}{১৩} = ৪$, খ. $\frac{১০৫}{১৩} = ৮.০৮$ গ. $\frac{১৪৩}{১৩} = ১১$

∴এখানে ১০৫ সংখ্যাটিকে প্রদত্ত সংখ্যা দুটির যোগফল আকারে প্রকাশ করা যায় না। তাই এটি বাদে অন্যগুলো হতে পারবে।

৬৪. যদি দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৩ হয়, তবে নিচের কোন সংখ্যাটি ঐ দুটি সংখ্যার যোগফল হতে পারবে না । *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ১১২ খ. ১৫৪ গ. ১৭৮ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪:৩ হলে ঐ সংখ্যাদুটির যোগফল অবশ্যই অনুপাতের যোগফল দিয়ে নি:শেষে বিভাজ্য হতে হবে। প্রশ্নে প্রদত্ত অপশন গুলোর মধ্যে শুধু ১৭৮ কে ৭ দিয়ে ভাগ করা যাচ্ছে না বলে এটাই **উত্তর:**

৬৫. দুটি পূর্ণ সংখ্যা যাদের সমষ্টি ৭২, তাদের অনুপাত নিচের কোনটি হতে পারে না। *[PKB (EO-Cash) 2014]*

ক. ৫ : ৭ খ. ৩ : ৫ গ. ৩ : ৪ ঘ. ৪ : ৫ উত্তর: গ

সমাধান:

যে অনুপাতের রাশিদ্বয়ের যোগফল দ্বারা ৭২ কে ভাগ করা যাবে না তা ই উত্তর:

এখানে শুধুমাত্র ৩ : ৪ এর যোগফল ৭ দিয়ে ৭২ কে ভাগ করা যায় না,

কিন্তু অন্য অনুপাত গুলোর যোগফল দিয়ে ৭২ কে ভাগ করা যায়। তাই উত্তর হবে = ৩ : ৪ ।

নিজে করুন:

৬৬. একটি পাত্রে লাল ও সবুজ বলের অনুপাত ৩ : ১। পাত্রে যদি শুধু দুই ধরণের বল থাকে, তবে নিম্নের কোনটি সর্বমোট বলের সংখ্যা হতে পারে না? *[বাংলাদেশ ব্যাংক (অফিসার)- ২০০১]*

ক. ৯৬ খ. ৮০ গ. ৭২ ঘ. ৫৪ উত্তর: ঘ

[**Hints:** ৩+১ = ৪ দিয়ে ভাগ করা যায় যেগুলো সেগুলো উত্তর হবে না। যেটা যায় না সেটা ই উত্তর।]

৬৭. পল্লবের কাছে যতগুলি বাংলাদেশি স্টাম্প আছে তার তিন গুণ বিদেশী স্টাম্প আছে। নিচের কোনটি পল্লবের মোট স্টাম্পের সংখ্যা হতে পারে না। *[DBBL-(RTPO)-2011]*

ক. ৫৪ খ. ৬৮ গ. ৯৬ ঘ. ৭২ উত্তর: ক

[**Hints:** তিনগুণ এবং ১ গুণ মিলে মোট ৪ গুণ। ৩+১ = ৪ দিয়ে ভাগ করা যাবে না যে সংখ্যাটিকে সেটি ই উত্তর]

পদ্ধতি-০২ : সমানুপাত বের করা

দুইটি অনুপাত পরস্পর সমান হলে তাকে সমানুপাত (Proportioin) বলে।
চারটি রাশির মধ্যে যদি প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত, তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ রাশি চারটিকে সমানুপাতী (Proportioinal) বলে। যথা-

(১) ৪ : ৬ . ১০:১৫ এরা সমানুপাতী। কারণ, ৪:৬ = $\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩}$; এবং ১০ : ১৫ = $\frac{১০}{১৫} = \frac{২}{৩}$;

উভয় অনুপাতের মান $\frac{২}{৩}$ বলে এরা সমানুপাতী।

(২) ২ টাকা, ৫ টাকা, ১২ গজ, ৩০ গজ–এই চারটি রাশি সমানুপাতী।

কারণ, ২ টাকা ÷ ৫ টাকা = $\frac{২}{৫}$, এবং ১২ গজ ÷ ৩০ গজ = $\frac{১২}{৩০} = \frac{২}{৫}$.

এখানে প্রথম রাশি দুইটির অনুপাত, তৃতীয় ও চতুর্থ রাশি দুইটির অনুপাতের সমান হওয়ায়, ঐ রাশির চারটি সমানুপাতী।

লেখার নিয়ম:

৪ : ৬ = ১০ : ১৫ "=" এই সমান চিহ্নটির পরিবর্তে "::" এই চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়। যথা, ৪ : ৬ :: ১০ : ১৫.

টিপস: চারটি রাশি সমানুপাতী হলে প্রান্তীয় (প্রথমটি ও চতুর্থটি) রাশি দুইটির মানের গুণফল মধ্যরাশি দুইটির মানের গুণফলের সমান হবে। অর্থাৎ প্রথম ও শেষ রাশিটির গুণফল মধ্যের দুটি রাশির গুণফলের সমান হবে।

যেমন: a:b = b:c হলে = $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ বা, $b^2 = ac$[অর্থাৎ অনুপাতের প্রথম রাশিটি সবসময় উপরে বসে এক্ষেত্রে b মধ্যসমানুপাতি]

৬৮. সমানুপাতের দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে বলে- *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (যমুনা) : ২০১২]*

ক. মধ্য রাশি খ. প্রান্ত রাশি গ. মিশ্র রাশি ঘ. ক্রমিক রাশি উত্তর: ক

সমাধান:

সমানুপাতের দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে মধ্য রাশি বলে। আবার সমানুপাতের প্রথম ও চতুর্থরাশিকে প্রান্তীয় রাশি বলে।

৬৯. ৩, ৯ এবং ৪ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*

ক. ৪ খ. ১৪ গ. ১৬ ঘ. ১২ উত্তর: ঘ

সমাধান :

ধরি, ৪র্থ রাশিটি = x তাহলে আমরা অনুপাতটিকে সাজাই, ৩ : ৯ :: ৪ : x ⇒ $\frac{৩}{৯} = \frac{৪}{x}$ ⇒ ৩x = ৩৬ ∴x = ১২

মুখে মুখে করার জন্য: ৩,৯,৪ এর মধ্যে মাঝখানের দুটির গুণফল ৩৬ তাহলে প্রথম ও শেষ রাশিটির গুণফল ও ৩৬ হবে। এখানে প্রথম রাশি দেয়া আছে ৩, তাহলে শেষ রাশিটি হবে = ৩৬ ÷৩ = ১২।

৭০. ৪ : ৫ = ১২ : x হলে, x-এর মান কত হবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (বসত) : ২০১০]*

ক. ১২ খ. ১৩ গ. ১৪ ঘ. ১৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: ৪ : ৫ = ১২ : x ⇒ $\frac{৪}{৫} = \frac{১২}{x}$ ⇒৪x = ৬০ ∴x = ১৫ [মুখে মুখে: ৬০÷৪ = ১৫]

৭১. ২৫ : ১২৫ হলে ৩৬ : _ ? *[সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

ক. ৩১৮ খ. ২১৬ গ. ১৮০ ঘ. ২০৬ উত্তর: গ

সমাধান: ২৫ : ১২৫ হলে ৩৬ : x ⇒ $\frac{২৫}{১২৫} = \frac{৩৬}{x}$ ∴x = ৩৬×৫ = ১৮০

নিজে করুন:

৭২. ৩ : ৭ = ১২ : x হলে, x-এর মান কত? [Hints: প্রথমে ৭×১২ = ৮৪÷৩ = ২৮]
ক. ২৪ খ. ২৬ গ. ২৮ ঘ. ৩০ উত্তর: গ

৭৩. ১০, ৪০ এবং ৫০ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত? *(রাজস্ব অফিসার:২০১২)* [Hints: প্রথমে ৫০×৪০ তারপর ১০ দিয়ে ভাগ]
ক. ২০০ খ. ৩০০ গ. ৪০০ ঘ. ৫০০ উত্তর: ক

৭৪. একটি ক্রমিক সমানুপাতের ১ম ও ৩য় রাশি যথাক্রমে ৪ ও ১৬ হলে, মধ্য সমানুপাতী কত হবে? *[এনএসআই(ফিল্ড স্টাফ)-২০২১]*
ক. ৩২ খ. ৬৪ গ. ৪ ঘ. ৮ উত্তর: ঘ

সমাধান : (মধ্যসমানুপাতিক রাশি)^2 = ১ম রাশি × ৩য় রাশি
$\Rightarrow$ (মধ্যসমানুপাতিক রাশি)^2 = ৪ × ১৬ = ৬৪ $\therefore$ মধ্যসমানুপাতিক রাশি = $\sqrt{৬৪}$ = ৮

নিজে করুন:

৭৫. ৪ এবং ৯ এর মধ্য সমানুপাত কোনটি?
ক. ৬ খ. ৮ গ. ১২ ঘ. ১৪ উত্তর: ক

৭৬. ৯ ও ১৬-এর মধ্য সমানুপাতী কত? *(বিশেষ শি: নি:-১০)*
ক. ১২ খ. ১৪ গ. ১৬ ঘ. ১৮ উত্তর: ক
[Hints: মধ্যসমানুপাত একই, শুধু মাঝের রাশি দুটি একই সংখ্যা হবে, তাই ৯×১৬ = ১৪৪ এর বর্গমূল ১২ হবে উত্তর।]

৭৭. টিপুর বোনের বয়স টিপুর বয়সের এবং তার বাবার বয়সের মধ্য সমানুপাতী। টিপুর বয়স ১২ বছর,তার বাবার বয়স ৪৮ বছর হলে, তার বোনের বয়স কত? *[বাতিলকৃত ২৪তম বিসিএস]* [Hints: ১২×৪৮ = ৫৭৬ এরপর ৫৭৬ বর্গমূল = ২৪]
ক. ১২ খ. ২৪ গ. ১৬ ঘ. ১৮ উত্তর: খ

পদ্ধতি-০৩ : ভগ্নাংশ বা দশমিক সংখ্যার অনুপাত

টিপস: এ জাতীয় অংক করতে শুধু অনুপাতটিকে ভগ্নাংশ আকারে অথবা ভগ্নাংশটিকে অনুপাত আকারে সাজিয়ে লিখলেই হয়ে যাবে। লক্ষ্য রাখবেন প্রথম অংশটি বা বামপক্ষ ভগ্নাংশের উপরে এবং অন্যটি নিচে লিখতে হয়। যেমন: a:b = b:c হলে $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$

এরকম দুটি অনুপাত সমান সমান হলে প্রথম রাশি×শেষ রাশি = মাঝের দ্বিতীয় রাশি × তৃতীয় রাশি

জেনে রাখুন: ভগ্নাংশ কে অনুপাত আকারে লেখা যায় না। তাই যে কোন সময় অনুপাতে ভগ্নাংশ আসলে তাকে পূর্ণ সংখ্যায় পরিণত করতে হয়। এক্ষেত্রে প্রদত্ত হরগুলোর ল.সা.গু করে সবগুলো ভগ্নাংশের সাথে তা গুণ করে কাটাকাটি করতে হয়। তারপর যা অবশিষ্ট থাকবে তাই উত্তর। যেমন: $\frac{১}{২}:\frac{১}{৩}:\frac{১}{৫}=\frac{১}{২}\times৩০:\frac{১}{৩}\times৩০:\frac{১}{৫}\times৩০=১৫:১০:৬$ **(উত্তর:)**

৭৮. $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{৩}{৫}$ এর অনুপাত = ? *[বাংলাদেশ ব্যাংক (সহ: পরিচালক): ২০০১]*
ক. ১ : ৩ খ. ৫ : ১২ গ. ১২ : ২০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{৩}{৫}$ এর হর ৪ ও ৫ এর ল.সা.গু ২০ দিয়ে গুণ করলে অনুপাত $=\frac{১}{৪}\times২০:\frac{৩}{৫}\times২০=৫:১২$।

শর্টকাট : $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{৩}{৫}$ এর অনুপাত = $\frac{১}{৪}$ ✕ $\frac{৩}{৫}$ = (৫×১) : (৪×৩) = ৫ : ১২ । (লব যে পাশের, গুণফল সে পাশে)

৭৯. ২৬১ টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{১}{৩}:\frac{১}{৫}:\frac{১}{৯}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক. ৪৫ খ. ৮১ গ. ৯০ ঘ. ১৩৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো = $\frac{১}{৩}:\frac{১}{৫}:\frac{১}{৯}$ এর হরগুলো ৩,৫ এবং ৯ এর ল.সা.গু = ৪৫ ,

সুতরাং পূর্ণ সংখ্যায় অনুপাত হবে $\frac{১}{৩}\times৪৫:\frac{১}{৫}\times৪৫:\frac{১}{৯}\times৪৫=১৫:৯:৫$

এখন অনুপাতের যোগফল = ১৫+৯+৫ = ২৯ সুতরাং প্রথম ভাই পাবে ২৬১ × $\frac{১৫}{২৯}$ = ১৩৫ টি।

৮০. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ২.৫ : ৩.৫ , প্রথমটি ১৫ হলে অপরটি কত ? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুত (সহ এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডি): ২০১৯]*
ক. ৫ খ. ১৪ গ. ২১ ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: ২.৫ : ৩.৫ = $\frac{২৫}{১০}:\frac{৩৫}{১০}$ = ২৫ : ৩৫ = ৫ : ৭ ।

অথবা সরাসরি: ২.৫ : ৩.৫ = ২৫ : ৩৫ = ৫ : ৭ (সরাসরি দশমিক তুলে দিয়ে অথবা ১০ দিয়ে গুণ করে)
এরপর ৫ অংশ = ১৫ হলে ১ অংশ = ৩ ∴ ৭ অংশ= ২১ । **উত্তর: ২১**

৮১. যদি x = y এর $\frac{২}{৫}$ অংশ এবং y = z এর $\frac{৫}{৭}$ অংশ হয় তাহলে z:x = ? *[RAKUB (SO)-2015]*
ক. ৫ : ৭ খ. ২ : ৭ গ. ৭ : ৫ ঘ. ৭ : ২ উত্তর: ঘ

সমাধান: সহজে, $x=\frac{২y}{৫}$ এবং $y=\frac{৫}{৭}\times z$, বা, $z=\frac{৭y}{৫}$ এখন $z:x=\frac{৭y}{৫}:\frac{২y}{৫}=\frac{৭y}{৫}:\frac{২y}{৫}=৭:২$

নিজে করুন :

৮২. $\frac{১}{৫}$ ও $\frac{২}{৭}$ এর অনুপাত = ? *[বাংলাদেশ ব্যাংক (সহ: পরিচালক): ২০০৮]*
ক. ৩ : ৫ খ. ৫ : ৭ গ. ৭ : ৯ ঘ. ৭ : ১০ উত্তর: ঘ

৮৩. তিনজন জেলে ৬৯০ টি মাছ ধরেছে। তাদের অনুপাত $\frac{২}{৩},\frac{৪}{৫}$ এবং $\frac{৫}{৬}$ হলে, কে কয়টি মাছ পেল? *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:১১.২]*
ক. ২০০ ,২৪০ ,২৫০ খ. ১০০ ,১২০ ,১২৫ গ. ২০০ ,২৪০ ,২৮০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক
[Hints: ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু ৩০ দিয়ে গুণ করে অনুপাত বানিয়ে উপরের নিয়মে করুন]

পদ্ধতি-০৪: দুটি ভিন্ন অনুপাতকে ধারাবাহিক অনুপাতে সাজানো

(৪.ক) দুটি অনুপাত থাকলে :

৮৪. ক : খ = ২ : ৩ এবং খ : গ = ৪ : ৫ হলে ক : খ : গ = কত?
ক. ৮ : ১২ : ১৫ খ. ৮ : ১৪ : ১৫ গ. ৮ : ১৫ : ১৬ ঘ. ৮ : ১২ : ১৮ উত্তর: ক

সমাধান:

টিপস: এরকম দুটি অনুপাতকে একটি অনুপাতে পরিণত করতে হলে প্রথমে খেয়াল করুন যে অনুপাত দুটিতে মোট ৪টি রাশির মান দেয়া থাকলেও মোট ব্যাক্তি কিন্তু তিনজন। অর্থাৎ খ দুবার আছে। তাই এদেরকে তিনটি রাশিতে সাজাতে হবে। এক্ষেত্রে দুটি অনুপাতই সোজাসুজি উপর নিচে লিখতে হবে

ক : খ = ২ : ৩ = (২ : ৩) ×৪ = ৮ : ১২
খ : গ = ৪ : ৫ = (৪ : ৫) ×৩ = ১২ : ১৫
এখন খ এর মান দুটি অনুপাতে একই হওয়ায় একটি অনুপাত বাদ দিয়ে লিখতে হয় = ক : খ : গ = ৮ : ১২ : ১৫

কমন রাশি খ এর দুটি মান ৩ ও ৪ এর ল.সা.গু ১২ আনতে যে অনুপাতে যত দিয়ে গুণ করতে হয় তা ই করতে হবে । অন্য যে কোন নিয়মের থেকে

☞ আরেকটি দেখুন,

৮৫. মিতা ও আজিজের নম্বরের অনুপাত ৩:৪ এবং আজিজ ও রিতার নম্বরের অনুপাত ৬:৭ হলে, মিতা ও রিতার নম্বরের অনুপাত কত? *(সহ:শি:-০৬)*
ক. ৮ : ১২ খ. ৯ : ১৪ গ. ৮ : ১৫ ঘ. ১২ : ১৮ উত্তর: খ

✍সমাধান:
এখানে মোট তিন জন ব্যক্তি কিন্তু দুটি অনুপাত দেয়া আছে। এখন এই দুটি অনুপাতকে একটি অনুপাতে পরিবর্তন করতে হলে নিচের নিয়মটি আয়ত্ব করুন,

মিতা ও আজিজ = ৩ : ৪ = (৩ : ৪)×৩ = ৯ : ১২
আজিজ ও রিতা = ৬ : ৭ = (৬ : ৭)×২ = ১২ : ১৪

প্রথমে আজিজের রাশি ৪ ও ৬ এর ল.সা.গু ১২ বসান। এখন ১২ করতে পূর্বের অনুপাত দুটিকে ৩ ও ২ দিয়ে গুণ।

মিতা : আজিজ : : আজিজ : রিতা= ৯ : ১২ : : ১২ : ১৪ **আজিজের কমন মান ১টি নিলে :**
এখন মিতা : আজিজ : রিতা = ৯:১২:১৪ সুতরাং মিতা ও রিতার নম্বরের অনুপাত = ৯ : ১৪। **উত্তর: ৯ : ১৪**
Note: এখানে, দ এর মত করে আড়াআড়ি গুণ করলে মিতা : আজিজ : রিতা = ১৮ : ২৪ : ২৮ আসতো। তারপর ২ দিয়ে ভাগ করে ৯ : ১২ : ১৪ আনতে হতো। কিন্তু ল.সা.গু এর এই টেকনিকে সরাসরি উত্তর আসে। এবং বাস্তব ধারণা পাওয়া যায়।

৮৬. a : b = 2 : 3 এবং b : c = 6 : 7 হলে a : c = কত? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স (সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১+১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-২)-২০১৯+মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*
ক. 2 : 6 খ. 3 : 7 গ. 2 : 7 ঘ. 4 : 7 উত্তর: ঘ

✍সমাধান: (আগের নিয়মে নিজে চেষ্টা করতে পারেন। এখানে নতুন একটা টেকনিক দেখানো হলো)

খুব সহজে: $\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}=\frac{2}{3}\times\frac{6}{7}\Rightarrow\frac{a}{c}=\frac{4}{7}$ ∴ a : c = 4 : 7

নিজে করুন:

৮৭. ক : খ = ৩ : ৫ এবং খ:গ = ৪ : ৭ হলে ক : গ = কত? *[সহ:শি:-২০০৬]*
ক. ৩৫ : ১২ খ. ১২ : ৩৫ গ. ১১ : ১৫ ঘ. ১২ : ৩১ উত্তর: খ

৮৮. ক : খ = ৪ : ৭, খ : গ = ১০ : ৭ হলে ক : খ : গ কত হবে ? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২১))]+ [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ)-২০১৯]*
ক. ৪৯ : ৭০ : ৪০ খ. ৪০ : ৭০ : ৪৯ গ. ৭০ : ৪৯ : ৪০ ঘ. ৪৯ : ৪০ : ৭০ উত্তর: খ

৮৯. a:b = 4 : 7 এবং b:c = 5 : 6 হলে a:b:c = কত? *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]*
ক. 4 : 7 : 6 খ. 20:35:24 গ. 24 : 35 : 30 ঘ. 20 : 35 : 42 উত্তর: ঘ

৯০. ক, খ ও গ একজাতীয় রাশি। ক : খ = 3 : 4, খ : গ = 6:7 হলে ক : খ : গ = কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপা-২০২১)]*
ক. 3 : 4 : 5 খ. 5 : 7 : 10 গ. 7 : 9 : 11 ঘ. 9 : 12 : 14 উত্তর: ঘ

ব্যতিক্রম : (এরকম ক্ষেত্রে শুধু দ এর মত আড়াআড়ি গুণ করতে গেলে ভুল হবে। কারণ উভয় অনুপাতে A প্রথমে আছে)

৯১. A : B = 4 : 5 এবং A : C = 10 : 9 হলে A : B : C = ? *[Sonali. Janata & Agrani Bank (SO) -2004]*
ক. 5 : 3 : 9 খ. 6 : 7 : 9 গ. 20 : 25 : 18 ঘ. 5 : 4 : 10 উত্তর: গ

✍সমাধান: A:B = 4 : 5 = (4 : 5) × 5 = 20 : 25 [A এর মান ৪ ও ১০ এর ল.সা.গু ২০ করতে ৫ দিয়ে গুণ]
A:C = 10 : 9 = (10 : 9) × 2 = 20 : 18 [A এর মান ৪ ও ১০ এর ল.সা.গু ২০ করতে ২ দিয়ে গুণ]
সুতরাং A : B : C = **20 : 25 : 18** (ল.সা.গু বের করার পর ঐ দুটা মান আগে বসিয়ে নিবেন। দ্রুত হবে)

✍বিকল্প সমাধান : শুরুতেই একটা অনুপাতকে ঘুরিয়ে লিখলে আগের মত করেই কাটাকাটি করে করা যাবে।
এখানে A : B = 4 : 5 কে B : A = 5 : 4 লিখে এবং A : C = 10 : 9 লিখে ভগ্নাংশাকারে করা যায়।

নিজে করুন:

৯২. If A:B = 5:4, A:C = 6:5 Then C:B=? *[BB (Off):-2001]*
ক. 25 : 24 খ. 26 : 17 গ. 14 : 12 ঘ. 15 : 14 উত্তর : ক
[**Hints:** A কমন রাশি তাই A এর দুটা মান 5 ও 6 এর ল.সা.গু ৩০ ধরে A:B = 30 : 24 এবং A : C = 30 : 25]

(৪.খ) দুয়ের বেশি অনুপাত থাকলে :

৯৩. A : B = 3 : 4, B : C = 5 : 6 ও C : D = 2 : 3 হলে, A : D = কত? *[থ্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(রাইন)-২০১৩]*
ক. 2 : 3 খ. 5 : 9 গ. 5 : 12 ঘ. 7 : 12 উত্তর: গ

✍সমাধান:
A : B = 3 : 4 = (3 : 4) × 5 = 15 : 20
B : C = 5 : 6 = (5 : 6) × 4 = 20 : 24
C : D = 2 : 3 = (2 : 3) ×12 = 24 : 36
তাহলে A : B : C : D = 15:20:24:36 সুতরাং A : D = 15 : 36 বা, **A : D = 5 : 12**

☞খুব সহজে: $\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}\times\frac{C}{D}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}$ বা, $\frac{A}{D}=\frac{5}{12}$ ∴ **A : D = 5 : 12 (মিশ্র অনুপাতের মতই)**
এভাবে উপরে নিচে লিখলে সব কাটাকাটি করার পর শুধু A এবং D অবশিষ্ট থাকবে।

নিজে করুন:

৯৪. A : B = 2 : 3, B : C = 4 : 5 এবং C : D = 10 : 14 হলে, A : D এর অনুপাত কত?
ক. 21 : 8 খ. 10 : 70 গ. 9 : 15 ঘ. 8 : 21 উত্তর: ঘ
[**Hints:** $\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}\times\frac{C}{D}=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{10}{14}=\frac{8}{21}$ ∴ **A : D = 8 : 21**]

৯৫. If A : B = 3 : 4, B : C = 5 : 6, C : D = 2 : 3 then A : D is equal to?
ক. 5 : 12 খ. 6 : 17 গ. 17 : 5 ঘ. 12 : 5 উত্তর: ক

Note: শুধু A:D এর মান বের করতে না বলে যদি A : B : C : D এর মান বের করতে বলা হয় তাহলে উপরে নিচে লিখে কোন কাটাকাটি না করে সবগুলোর গুণফল বের করে A : D = ঐ গুণফলগুলো থেকে A ও D এর মান বসান। এরপর সেই A এবং D এর মান কে টার্গেট করে B ও C এর মান দুটি মিলিয়ে দিতে হবে। নিচের প্রশ্নটি দেখুন।

৯৬. If A : B = 3 : 4, C : B = 5 : 4, C : D = 10 : 9 then A : B : C : D is? *[Janata Bank (AEO-RC) -2017]*
a. 8 : 6 : 9 : 10 b. 8 : 6 : 10 :9 c. 6 : 8 : 10 : 9 d. 6 : 8 : 9 : 10 Ans: c

✍ সমাধান: (প্রশ্নে C : B = 5 : 4 দেয়া আছে তাই সাজানোর প্রয়োজনে ঘুরিয়ে B : C = 4 : 5 লিখে সাজাতে হবে।)

A : D এর মান বের করার জন্য = $\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}\times\frac{C}{D}=\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{10}{9}=\frac{120}{180}$ [কাটাকাটি করে ছোট না করে রেখে দিন।]

এরপর এই A = 120 এবং D = 180 মিলিয়ে A : B = 3 : 4 = 120 : 160 এবং C : B = 5 : 4 = 200 : 160
সর্বশেষে C : D = 10 : 9 = 200 : 180 । সুতরাং A:B:C:D = 120:160:200:180 বা, **6:8:10:9 (Ans)**

নিজে করুন:

৯৭. $A : B = 2 : 3, B : C = 3 : 5, C : D = 9 : 11$ হলে $A : B : C : D = ?$

ক. $54 : 81 : 135 : 156$ খ. $54 : 165 : 135 : 81$

গ. $54 : 81 : 135 : 165$ ঘ. কোনটিই নয়

উত্তর: গ

[**Hints:** $\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}\times\frac{C}{D}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{9}{11}=\frac{54}{165}$ $\therefore A : B : C : D = 54 : 81 : 135 : 165$]

(৪.গ) দুটি অনুপাতের সম্মিলিত প্রয়োগ :

৯৮. পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত ৪:৩। তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত ৫: ৪। পনিরের আয় ১২০ টাকা হলে, রবিনের আয় কত? *[৭ম শ্রেণী-২১-উদাহরণ-৮] + [৪০তম বিসিএস প্রিলি:]+[সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক)-২০২১]*

ক. ৩৬ টাকা খ. ১২ টাকা গ. ৭২ টাকা ঘ. ৮৪ টাকা

উত্তর: গ

সমাধান : (৩ জনের একত্রে অনুপাত বের করে)	সমাধান : (সরাসরি একজনের থেকে অন্যজনের হিসেব)
পনির : তপন = ৪:৩ = ৪×৫:৩×৫ = ২০:১৫ তপন : রবিন = ৫:৪ = ৫×৩ : ৪×৩ = ১৫: সুতরাং, পনির:তপন:রবিন = ২০ : ১৫ : ১২ ধরি, পনির, তপন ও রবিনের আয় যথাক্রমে, **২০ক, ১৫ক এবং ১২ক** এখানে, পনিরের আয়, ২০ক = ১২০ সুতরাং ক = ৬ তাহলে রবিনের আয় = ১২ক = ১২×৬ = ৭২ টাকা।	পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত = ৪ : ৩ এরপর পনিরের ৪ অংশ = ১২০ টাকা হলে ১ অংশ = ৩০ টাকা তাহলে তপনের আয় = ৩ অংশ = ৩×৩০ = ৯০ টাকা। আবার তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত = ৫ : ৪ তাহলে এখন, তপনের ৫ অংশ = ৯০ টাকা হলে ১ অংশ = ১৮ সুতরাং রবিনের আয় = ৪ অংশ = ৪×১৮ = ৭২ টাকা।

বুঝলে এক লাইনে কয়েক সেকেন্ডে: প্রথমে পনির থেকে তপন তারপর তপন থেকে রবিন = $১২০\times\frac{৩}{৪}\times\frac{৪}{৫}$ = ৭২ টাকা।

কিভাবে হলো? পনিরের আয় ১২০ কে ৪ ভাগ করে ৩ দিয় গুণ দিলে তপনের আয়। আবার তপনের আয় কে ৫ ভাগ করে ৪ দিয়ে গুণ দিলে রবিনের আয়। [**Confusion Clear:** অনুপাতের প্রথম রাশি উপরে বসে এইভাবে চিন্তা এখানে চলবে না।]

নিজে করুন:

৯৯. সোলায়মান ও সালমানের আয়ের অনুপাত ৫ : ৭ সালমান ও ইউসুফের অনুপাত ৪ : ৫, সোলায়মানের আয় ১২০ টাকা হলে ইউসুফের আয় কত? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.১)]*

[**Hints:** সোলায়মানের আয় ১২০ হলে সালমান = $১২০\times\frac{৭}{৫}$ = ১৬৮ টাকা। আবার সালমানের আয় ১৬৮ টাকা হলে ইউসুফের আয় হবে = $১৬৮\times\frac{৫}{৪}$ = ২১০ টাকা। একলাইনে কয়েক সেকেন্ডে = $১২০\times\frac{৭}{৫}\times\frac{৫}{৪}$ = ২১০ টাকা]

১০০. ক : খ = ৪ : ৫ ; খ : গ = ২ : ৩। ক এর নিকট ৮০০ টাকা থাকলে গ এর টাকার পরিমাণ কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ১০০০ টাকা খ. ১২০০ টাকা গ. ১৫০০ টাকা ঘ. ২০০০ টাকা

উত্তর: গ

সমাধান: ক : খ = (৪ : ৫)×২ = ৮ : ১০

খ : গ = (২ : ৩)×৫ = ১০ : ১৫ সুতরাং ক : খ : গ = ৮ : ১০ : ১৫

ধরি, ক, খ, গ এর টাকার পরিমাণ, ৮x, ১০x, ১৫x

প্রশ্নমতে, ৮x = ৮০০ $\therefore$ x = ১০০ টাকা $\therefore$ গ এর টাকা = ১৫x = ১৫ × ১০০ = ১৫০০ টাকা।

মুখে মুখে : প্রথমে ক থেকে খ এরপর খ থেকে গ = $৮০০\times\frac{৫}{৪}\times\frac{৩}{২}$ = ১৫০০ টাকা।

নিজে করুন:

১০১. তামা, দস্তা ও রুপা মিলিয়ে এক রকমের গহনা তৈরি করা হলো। ঐ গহনায় তামা ও দস্তার অনুপাত ১ : ২ এবং দস্তা ও রুপার অনুপাত ৩ : ৫। ১৯ গ্রাম ওজনের গহনায় কত গ্রাম রুপা আছে? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২.১)]*

ক. ৮ খ. ১০ গ. ৬ ঘ. ৩

উত্তর: খ

[**Hints:** তামা, দস্তা ও রুপা এর অনুপাত = ৩:৬:১০ যোগফল = ১৯ রুপা আছে ১৯ × $\frac{১০}{১৯}$ গ্রাম = ১০ গ্রাম]

১০২. ক্রিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিক ও মাশরাফি ১৭১ রান করলো। সাকিব ও মুশফিক এবং মুশফিক ও মাশরাফির রানের অনুপাত ৩ : ২ হলে কে কত রান করেছে? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১.২)]*

সমাধান:

সাকিব : মুশফিক = ৩ : ২ = (৩ : ২)×৩ = ৯ : ৬ [মুশফিকের রান উভয় অনুপাতে ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ৬ আনতে হবে]

আবার, মুশফিক : মাশরাফি = ৩ : ২ = (৩ : ২)×২ = ৬ : ৪ [মুশফিকের রান ৬ আনার জন্য ৩ ও ২ দিয়ে গুণ]

সুতরাং সাকিব : মুশফিক : মাশরাফি = ৯ : ৬ : ৪

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ৯ + ৬ + ৪ = ১৯ এবং মোট রানের পরিমান = ১৭১

$\therefore$ সাকিব = $১৭১\times\frac{৯}{১৯}$ = ৮১ রান $\therefore$ মুশফিক = $১৭১\times\frac{৬}{১৯}$ = ৫৪ রান এবং মাশরাফি = $১৭১\times\frac{৪}{১৯}$ = ৩৬ রান

উত্তর: ৮১, ৫৪ এবং ৩৬ রান।

নিজে করুন:

১০৩. ক্রিকেট খেলায় বুলবুল, বাশার ও এনামুল সর্বমোট ২৮০ রান করলো। বুলবুল ও বাশারের রানের অনুপাত ২:৩, বাশার ও এনামুলের রানের অনুপাত ৩:২ হলে এরা প্রত্যেকে কে কত রান করে? *(বিমান ও পর্যটন মন্ত্র প্রশা কর্মকর্তা পরীক্ষা-২০০৫)*

ক. ১০০, ১২০, ৮০ খ. ৯০, ১২০, ১০০ গ. ৮০, ১২০, ৮০ ঘ. ৯০, ১২০, ৮০

উত্তর: গ

[**Hints:** বুলবুল : বাশার : এনামুল = ২ : ৩ : ২ মজার বিষয় হলো এখানে অনুপাতগুলো গুণ না করেই মিল পাওয়া যায়]

১০৪. একটি পাত্রের মিশ্রণে পাউডার দুধ ও পানির ওজনের অনুপাত ৫ : ৬। অপর একটি পাত্রের মিশ্রণে পানি ও চিনির অনুপাত ৭:৪। ঐ দুটি পাত্রের মিশ্রণ একত্র করলে দুধ, পানি ও চিনির ওজনের অনুপাত কত হবে? *(সপ্তম শ্রেণী ২১)*

ক. ৮ : ১২ : ১০ খ. ৩৫ : ৪২ : ২৪ গ. ৮ : ১৫ : ১৬ ঘ. ১৪ : ১২ : ১৮

উত্তর: খ

পদ্ধতি-০৫: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

টিপস: যে কোন অনুপাতের অংক ধরে করার সময় শুধু x ধরে করা যায় না। বরং অনুপাত হিসেবে ধরে করতে হয়।

১০৫. তিনটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৫ : ৬ এবং মধ্যম সংখ্যাটির বর্গ ২২৫। বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ১৮ খ. ২০ গ. ২২ ঘ. ২৪

উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে, ৪x, ৫x এবং ৬x

প্রশ্নমতে, $(৫x)^২ = ২২৫$ [এখানে x না ধরে করলে হিসেব মিলবে না]

বা, ৫x = ১৫ [বর্গমূল করে] $\therefore$ x = ৩ সুতরাং বৃহত্তম সংখ্যাটি = ৬x = ৬×৩ = ১৮ উত্তর: ১৮

নিজে করুন:

১০৬. তিনটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৫ : ৬ এবং তাদের বর্গের সমষ্টি ৬৩০ হলে বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? *[বাংলাদেশ কৃষি উন্নয়ন কর্পোরেশনের(সহকারি হিসাবরক্ষণ ও সহকারি নিরীক্ষণ কর্মকর্তা)-২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ৬ খ. ১২ গ. ১৮ ঘ. ২৪

উত্তর: গ

[**Hints:** $(৩x)^২ + (৫x)^২ + (৬x)^২ = ৬৩০$ বা, $৭০x^২ = ৬৩০$ $\therefore x = \sqrt{৯} = ৩$ সুতরাং বড় সংখ্যাটি = ৬×৩ = ১৮]

১০৭. বিনয় ইংরেজীতে প্রাপ্ত নম্বরের তিনগুণ নম্বর অংকে পায়। অংক ও ইতিহাসে তার নম্বরের অনুপাত ৪ : ৩। যদি অংক, ইংরেজী ও ইতিহাসে সে মোট ১২৫ নম্বর পায় তবে ইংরেজীতে তার নম্বর কত? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৪০ খ. ৬০ গ. ২০ ঘ. ৮০ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, অংক ও ইতিহাসে প্রাপ্ত নম্বরের অনুপাত = $8x : 3x$ বা $12x : 9x$ (অনুপাতকে ভাঙ্গানোর সুবিধার্থে বাড়ানো যায়।)

সুতরাং ইংরেজীতে প্রাপ্ত নম্বর = $12x \div 3 = 4x$

প্রশ্নমতে, $12x+9x+8x = 125$ বা, $25x = 125$ $\therefore x = 5$ সুতরাং ইংরেজীতে প্রাপ্ত নম্বর = $4\times5 = 20$

১০৮. যদি কোন ফুলের ছাত্রীদের $\frac{1}{3}$ অংশ ঐ ফুলের মোট ছাত্র-ছাত্রীদের $\frac{1}{5}$ এর সমান হয় তাহলে ফুলটিতে ছাত্র:ছাত্রী হবে-

[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের অফিস সহকারী : ২০১১]

ক. ৫ : ৩ খ. ৩ : ২ গ. ২ : ৫ ঘ. ২ : ৩ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: ছাত্র x জন ও ছাত্রী সংখ্যা y জন হলে মোট ছাত্র-ছাত্রী $(x + y)$ জন।

প্রশ্নমতে, $y \times \frac{1}{3} = (x+y) \times \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{x+y}{5} \Rightarrow 5y = 3x + 3y \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ $\therefore x : y = 2 : 3$

মুখে মুখে: ছাত্রীদের $\frac{1}{3}$ অংশ অর্থ মোট ছাত্রী ৩ জন আবার মোট ছাত্র-ছাত্রীদের $\frac{1}{5}$ অংশ অর্থ মোট ছাত্র-ছাত্রী = ৫ জন। সুতরাং ছাত্র = (৫-৩) = ২ জন। তাহলে ছাত্র : ছাত্রী = ২:৩ (এখানে ভগ্নাংশ দুটির লব সমান হওয়ায় এভাবে করা সহজ)

১০৯. দুই জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের অনুপাত ৩ : ১। ১ম ছাত্র ৫ নম্বর কম ও ২য় ছাত্র ১০ নম্বর বেশি পেলে তাদের অনুপাত হবে ২ : ১। তাদের প্রাপ্ত নম্বর হচ্ছে - *[যোগাযোগ মন্ত্রনালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা০-২০০৬]*

ক. ৭৫, ২৫ খ. ৫০,২০ গ. ২৫,৭৫ ঘ. ২০,৬০ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

ধরি, ছাত্র ২ জনের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর = $3x$ এবং x

প্রশ্নমতে, $\frac{3x-5}{x+10} = \frac{2}{1} \Rightarrow 3x-5 = 2x+20$ $\therefore x = 25$ সুতরাং তাদের প্রাপ্ত নম্বর = $3\times25 = 75$ এবং ২৫।

মুখে মুখে: অপশনের মধ্যে শুধুমাত্র ক এর ৭৫,২৫ ই ৩:১ হতে পারে। একাধিক থাকলে মিলিয়ে দেখার পর উত্তর।

১১০. একটি জমির ক্ষেত্রফল ৪৩২ বর্গ মিটার। ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে ৩ : ৪ এবং ২ : ৫ হলে, অপর জমির ক্ষেত্রফল কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু: ১১.২)]*

ক. ১৪৪০ খ. ১২৬০ গ. ১২০০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: ক

সমাধান:

ধরি, ১ম জমির দৈর্ঘ্য = $3x$ মিটার ও অপর জমির দৈর্ঘ্য = $8x$ মিটার

১ম জমির প্রস্থ = $2y$ মিটার ও অপর জমির প্রস্থ = $5y$ মিটার

$\therefore$ একটি জমির ক্ষেত্রফল = $(3x\times2y)$ বর্গ মি. = $6xy$ বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, $6xy = 432$ বা, $xy = \frac{432}{6}$ $\therefore xy = 72$.....(i) (x এবং y এর আলাদা মান বের করতে হবে না)

সুতরাং অপর জমির ক্ষেত্রফল = $(8x\times5y)$ বর্গ মি. = $20xy$ বর্গ মি. = 20×72 বর্গ মি [$xy=72$ বসিয়ে] = ১৪৪০ বর্গ মি.

১১১. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ৫:৮। প্রতিটি সংখ্যার সাথে ১৫ যোগ করলে এদের অনুপাত হয় ১০ : ১৩। সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল কত?

[BADC (AC)-2017]

ক. ৩১ খ. ৩৩ গ. ৩৬ ঘ. ৩৯ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, সংখ্যা দুটি: = $5x$ এবং $8x$

প্রশ্নমতে, $\frac{5x+15}{8x+15} = \frac{10}{13}$

$\Rightarrow 80x+150 = 65x + 195$

$\Rightarrow 15x = 45$ $\therefore x = 3$ $\therefore$ সংখ্যা দুটির যোগফল $= 5x+8x = 13x = 13\times3 = 39$

Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :

১ম অনুপাত=৫ : ৮

পার্থক্য: (১০-৫)= ৫ ৫ অংশ = ১৫ (প্রশ্নে প্রদত্ত)

২য় অনুপাত = ১০ : ১৩

উভয় অনুপাতে ব্যবধান সমান থাকায় কোন গুণ করতে হবে না।

এখন ৫ অংশ = ১৫ হলে ১ অংশ = ৩। সুতরাং তাদের অনুপাতের যোগফল = (৫+৮) = ১৩ অংশের মান = $13\times3 = 39$

Option Test: অপশনের মধ্যে শুধু ৩৯ কে অনুপাত দ্বয়ের যোগফল ৮ + ৫ = ১৩ দিয়ে ভাগ করা যায়। তাই উত্তর: ঘ

আরেকটি দেখুন:

১১২. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৫ : ৮। উভয়ের সাথে ২ যোগ করলে অনুপাতটি ২ : ৩ হয়। সংখ্যা দুটি কি কি? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ৭,১১ খ. ১২,১৮ গ. ১০,২৪ ঘ. ১০,১৬ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, সংখ্যা দুটি $5x$ ও $8x$

শর্তমতে, $\frac{5x+2}{8x+2} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow 15x + 6 = 16x + 8$ $\therefore x = 2$

$\therefore$ সংখ্যা দুটি হচ্ছে = $(5\times2) = 10$

এবং $(8\times2) = 16$ **উত্তর: ১০ ও ১৬**

Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর (এখান থেকে নিয়মটা বুঝে নিন)

সমান পরিমানে বাড়া বা কমা বোঝালে এই নিয়মে দ্রুত উত্তর বের করা যায়।

১ম অনুপাত = $(5 : 8)\times1 =$ ৫ : ৮

পার্থক্য (৮-৫) = ৩ ৬-৫ = ১ ১অংশ =২ (প্রশ্নে প্রদত্ত)

পার্থক্য (৩-২) = ১

২য় অনুপাত = $(2 : 3)\times3 =$ ৬ : ৯

এখানে, শেষের ১ অংশ = ২ (সরাসরি ১ অংশের মান হওয়ায় এটা দিয়ে গুণ হবে)

তাই সংখ্যা ২টি = প্রথমের অনুপাত = (৫:৮)×২ = ১০ ও ১৬ (উত্তর:)

শর্টকাটের ব্যাখ্যা:

অনুপাতকে যেহেতু ইচ্ছেমত বাড়ানো যায় তাই এরকম প্রশ্নে দুটি অনুপাতকে বাড়াতে বাড়াতে এমন এক জায়গায় নিয়ে যেতে হবে যেখানে অনুপাত দুটির প্রথম পদদ্বয় এবং ২য় পদদ্বয় উভয়ের ব্যবধান সমান সমান হয়।

কতটুকু বাড়াবো?

বিপরীত অনুপাতের রাশি দুটির মাঝের ব্যবধান যত তা দিয়ে গুণ করলে দেখা যাবে নতুন তৈরি হওয়া অনুপাত দ্বয়ের প্রথম রাশিদ্বয়ের পার্থক্য এবং ২য় রাশিদ্বয়ের পার্থক্য সমান সমান হবে। সমান অংশের = প্রশ্নে যতটুকু যোগ/বিয়োগ করতে বলা হয়েছে।

আর কোন প্রশ্নে এই নিয়মটা কাজে লাগানো যাবে?

অনুপাতের মত করে করা যায় এরকম যে কোন প্রশ্নে যেখানে দুটি অনুপাতের রাশিগুলোর গ্যাপ সমান করে অংক করা যাবে এরকম যে কোন টপিকের প্রশ্নে এই নিয়ম কাজে লাগবে। তবে মূলত অনুপাত, বয়স, মিশ্রণ, শতকরা, লাভ-ক্ষতি, গতিবেগ এবং সমীকরণ অধ্যায়ের অনেক প্রশ্ন এভাবে করা যায়।

নিজে করুন:

১১৩. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৩ : ৭। উভয় সংখ্যার সাথে ১০ যোগ করলে নতুন অনুপাত হবে ১ : ২। ছোট সংখ্যাটি কত? *[প্রাথমিক সহঃ শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৩য় ধাপ) সেট: (৩৬৯৭)]*

ক. ৩৫ খ. ১৫ গ. ২১ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** (১:২) × (৭-৩) = ৪ : ৮ হলে মাঝের গ্যাপ (৪-৩) = ১ অংশ = ১০ $\therefore$ ছোট সংখ্যাটি ৩ অংশ = ৩০ হবে।]

১১৪. x ও y এর বয়সের অনুপাত ৩ : ১। ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত হবে ৫ : ২। তাদের বর্তমান বয়স যথাক্রমে ?

ক. ৩০, ১০ খ. ৩৬, ১২ গ. ৪৫, ১৫ ঘ. ৪৮, ১৬ উত্তর: গ

[**Hints:** বয়সের অংকগুলোতে দুটি ভিন্ন অনুপাত থাকলে একই নিয়মে হবে। বিস্তারিত বয়সের দুটি অনুপাতের অংকগুলো দেখুন।]

১১৫. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৭। প্রত্যেকটির সাথে ৪ যোগ করলে দাঁড়ায় ৩ : ৫। ছোট সংখ্যাটি কত? *[IBBL- (ATO)-2017; নির্বাচন কমিশন সচিবালয়- ২০১৯]*

ক. ৩২ খ. ৫৬ গ. ৩৬ ঘ. ৬০ উত্তর: ক

[**Hints:** (৪:৭)×২ = ৮:১৪ এবং (৩:৫)×৩ = ৯:১৫ নিলে ১অংশ = ৪ হলে ছোট সংখ্যাটি অর্থাৎ ৮ অংশ = ৮×৪ = ৩২]

১১৬. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৭ : ১১ । সংখ্যা দুটির উভয়ের সাথে ৭ যোগ করলে সংখ্যাদুটির অনুপাত ২ : ৩ হয় । ছোট সংখ্যাটি?

ক. ৩৯ খ. ৪৯ গ. ৬৬ ঘ. ৭৭ উত্তর: খ

১১৭. ৯ : ৭ এর উভয় পদ থেকে কোন সংখ্যা বিয়োগ করলে নতুন অনুপাত ৩ : ২ হবে?

ক. ২ খ. ৩ গ. ১ ঘ. ৪ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:	Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :
ধরি, ৯ : ৭ থেকে বিয়োগ করতে হবে = x প্রশ্নমতে, $\frac{৯-x}{৭-x}=\frac{৩}{২}$ $\Rightarrow ১৮-২x = ২১-৩x \therefore x = ৩$	১ম অনুপাত = ৯ : ৭ (যেহেতু ৩-২ = ১ তাই ১ দিয়ে গুণ করতে হবেনা) ২য় অনুপাত = (৩ : ২)×২ = ৬ : ৪ । সুতরাং অনুপাতের রাশিদ্বয়ের মাঝের গ্যাপ (৯-৬) অথবা (৭-৪) = ৩ ই উত্তর। কারণ এই ৩ বিয়োগ করলেই ৯:৭ হয়ে যাবে ৩:২ ।
Option Test: ১ম অনুপাতের উভয় রাশি থেকে ৩ বিয়োগ করলে (৯-৩) : (৭-৩) = ৬ : ৪ = ৩ : ২ সঠিক উত্তর খ	

১১৮. ১৬ : ২৫ অনুপাতের উভয় পদ থেকে কত বিয়োগ করলে অনুপাতের মান $\frac{১}{২}$ হবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)২০১১]*

ক. ১৩ খ. ১১ গ. ৭ ঘ. ২ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:	Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :
ধরি, বিয়োগ করা সংখ্যাটি = x শর্তমতে, $\frac{১৬-x}{২৫-x}=\frac{১}{২}$ $\Rightarrow ৩২-২x = ২৫-x \quad \therefore x = ৭$	১ম অনুপাত = ১৬ : ২৫ (যেহেতু ৩-২ = ১ তাই ১ দিয়ে গুণ করতে হবেনা) ২য় অনুপাত = (১ : ২)×৯ = ৯ : ১৮ (আগের অনুপাতের সাথে পার্থক্য সেম) উত্তর: ১৬-৯ = ৭ (২৫ থেকে ১৮ বিয়োগ করলেও ৭ ই আসবে।)
সবথেকে সহজ উপায়: পরীক্ষার হলে এরকম প্রশ্ন সবথেকে সহজে সমাধান করার টেকনিক হলো অপশন ধরে উত্তর মেলানো।	

নিজে করুন:

১১৯. ৭ : ১১ এর উভয় পদের সাথে কোন সংখ্যা যোগ করলে নতুন অনুপাত ৩ : ৪ হবে?

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৮ ঘ. ১০ উত্তর: ক

১২০. কোন অনুপাতের উভয় পদের সঙ্গে ১ যোগ করলে অনুপাতটি ৩ : ৪ এবং উভয় পদ থেকে ১ বিয়োগ করলে অনুপাতটি ২ : ৩ হবে? *[রেজিস্টার্ড প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০১১]*

ক. ২ : ৫ খ. ৪ : ৯ গ. ৬ : ১১ ঘ. ৫ : ৭ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:	Ratio Method (বয়সের অংকের মতই কিছুদিন আগে পরের অনুপাত)
ধরি, ১ যোগ করার পর রাশি দুটি = ৩x ও ৪x সুতরাং অনুপাতের পদ দুটি =৩x − ১ ও ৪x − ১ প্রশ্নমতে, $\frac{(৩x-১)-১}{(৪x-১)-১}=\frac{২}{৩} \Rightarrow \frac{৩x-২}{৪x-২}=\frac{২}{৩}$ $\Rightarrow ৯x - ৬ = ৮x - ৪ \quad \therefore x = ২$ ∴ অনুপাত: (৩×২-১) : (৪×২-১) = ৫ : ৭	১ম অনুপাত = ৩ : ৪ (২য় অনুপাত ৩-২ = ১ তাই ১ দিয়ে গুণ করতে হবেনা) ২য় অনুপাত = ২ : ৩ (১ম অনুপাত ৪-৩ = ১ তাই ১ দিয়ে গুণ করতে হবেনা) একটা ইন্টারেস্টিং বিষয়ে দেখুন, অনুপাত দুটির মাঝের গ্যাপ সমান সমান ১ হওয়ায় উপরে নিচের গ্যাপ মিল ই আছে। মেলাতে হচ্ছে না। এখানে, দুটি অনুপাতের প্রথম রাশি দুটির পার্থক্য=(৩-২) = ১ অংশ = (১+১) = ২ সুতরাং ১ যোগ করার পর অনুপাত = (৩ : ৪)×২ = ৬ : ৮ হলে ১ যোগ করার আগে ছিল = (৬-১) : (৮-১) = ৫ : ৭ উত্তর: ৫ : ৭

১২১. রবি ও কবির কাছে কিছু আপেল আছে যার অনুপাত যথাক্রমে ৭ : ৯। যদি কবি, রবিকে ২১ টি আপেল দিয়ে দেয় তাহলে রবি ও কবির কাছে থাকা আপেলের অনুপাত হবে ৭ : ৬। আবার যদি রবি, কবিকে ১১ টি আপেল দিয়ে দেয় তাহলে রবি ও কবির কাছে থাকা আপেলের অনুপাত হবে ৫ : ৮। কবির কাছে রবি অপেক্ষা কতটি আপেল বেশি আছে ? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. ১৩ টি খ. ২৬ টি গ. ২৮ টি ঘ. ৩২ টি উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (অনুপাত ৩টি দেয়া থাকলেও ১ম অনুপাতের সাথে পরের যে কোন ১টি তুলনা করলেই উত্তর বের হবে)

ধরি, রবি ও কবির কাছে আছে যথাক্রমে = ৭x এবং ৯x টি আপেল।

কবি, রবিকে ২১ টি আপেল দিলে কবির কাছে থাকে = (৯x -২১)টি এবং রবির কাছে থাকবে = (৭x +২১)টি

প্রশ্নমতে, $\frac{৭x+২১}{৯x-২১}=\frac{৭}{৬}$ (নতুন আপেলের অনুপাত ৭ : ৬ হবে)

$\Rightarrow ৬৩x - ১৪৭ = ৪২x + ১২৬ \Rightarrow ২১x = ২৭৩ \quad \therefore x = ১৩$

সুতরাং কবির কাছে রবি অপেক্ষা বেশি আছে = (৯x-৭x) = ২x = ২×১৩ = ২৬টি।

বিকল্প: $\frac{৭x-১১}{৯x+১১}=\frac{৫}{৮}$ ধরেও করা যায়

Note: এখানে ২য় অংশটির প্রয়োজন নেই। কারণ তার আগেই উত্তর বের হয়ে গেছে ।

Super Techinque: ১ম অনুপাত রবি : কবি = (৭:৯)×১৩ = ৯১ : ১১৭ যোগফল = ৯১+১১৭ = ২০৮টি

২য় অনুপাত রবি : কবি = (৭:৬)×১৬ = ১১২ : ৯৬ যোগফল = ১১২+৯৬ = ২০৮টি

(এখানে নিচের অনুপাতের যোগফল দিয়ে উপরেরটাকে গুণ এবং উপরেরটা দিয়ে নিচেরটাকে গুণ দেয়ায় উভয় অনুপাতের রাশি দুটির যোগফল সমান সমান ২০৮টি হয়েছে। কারণ আপেল হাত বদল হলেও মোট আপেল সব সময় সমান ছিল)

∴ কবির কাছে রবি অপেক্ষা আপেল বেশি ছিল = (১১৭-৯১) = ২৬টি। [শুদ্ধি পরীক্ষা: (৯১+২১) : (১১৭-২১) = ১১২ : ৯৬

শেষের অনুপাত ধরে : ১ম অনুপাত রবি : কবি = (৭:৯)×১৩ = ৯১ : ১১৭ যোগফল = ৯১+১১৭ = ২০৮টি

৩য় অনুপাত রবি : কবি = (৫:৮)×১৬ = ৮০ : ১২৮ যোগফল = ৮০+১২৮ = ২০৮টি

১ম ও ৩য় অনুপাত নিয়ে হিসেব করলেও মোট আপেলের সংখ্যা = ২০৮টি ∴ শুরুতে ব্যবধান ছিল = (১১৭-৯১) = ২৬টি। এখানে ১১টির কাজ নেই। কিন্তু চাইলে ১১ ধরে শুদ্ধি পরীক্ষা করা যায়। (৯১-১১) : (১১৭+১১) = ৮০ : ১২৮ মিলে যাবেই।

Confusion Clear: কখন বিয়োগ করে গুণ? আর কখন যোগফল দিয়ে গুণ?

আসলে যোগ বা বিয়োগ করে গুণ কোন ফ্যাক্ট না। মূল বিষয় হলো আপনার কি বের করা দরকার? সেই হিসেবে অনুপাতকে বাড়াতে হবে। আগের অংকগুলোতে এক সময়ের অনুপাত থেকে পরের সময়ের অনুপাতের রাশিগুলোর পার্থক্য সমান করা দরকার ছিল তাই অনুপাতকে বাড়ানো হয়েছে। সেক্ষেত্রে বিপরীত অনুপাতের মাঝের গ্যাপের হেল্প নেয়া হয়েছে। আর এই প্রশ্নগুলোতে ফল যতই হাত বদল হোক হোক মোট ফল সমান রাখার জন্য যোগফল দিয়ে গুণ হয়েছে। প্রশ্নের ভিন্নতার কারণে লজিকালি এগুলো করতে হবে। করতে থাকলে নিজে থেকে বুঝতে পারবেন।

১২২. একটি ঝুঁড়িতে রাখা আম, কমলা ও লিচুর অনুপাত যথাক্রমে ৭ : ৩ : ২। ঝুঁড়ি থেকে কিছু আম সরানো হলো এবং নতুন কিছু কমলা ও লিচু রাখা হলো। এতে করে ঝুঁড়িতে আম, কমলা ও লিচুর নতুন অনুপাত যথাক্রমে ৯ : ৫ : ৪ হলো। ঝুঁড়িতে পরবর্তীতে যোগ করা লিচুর সংখ্যা সর্বনিম্ন কত হতে পারে? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ১টি খ. ২টি গ. ৫টি ঘ. ৮টি ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

প্রসমাধান:

প্রথমে আম : কমলা : লিচু = (৭ : ৩ : ২)×১৮ = (৭ : ৩ : ২)×৩ = ২১ : ৯ : ৬ (নিচের অনুপাতের যোগফল ১৮ দিয়ে গুণ)

শেষে আম : কমলা : লিচু = (৯ : ৫ : ৪) ×১২ = (৯ : ৫ : ৪)×২ = ১৮ : ১০ : ৮ (উপরের অনুপাতের যোগফল ১২ দিয়ে গুণ)

Note: আমাদের মুলত ১৮ এবং ১২ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায় এমন সংখ্যা বা ১৮ ও ১২ এর ল.সা.গু ৩৬ দরকার। কিন্তু ১৮ দিয়ে বা ১২ দিয়ে গুণ করলে গুণফলগুলো অনেক বড় হয়ে যাবে। তাই যোগফল ১২ ও ১৮ এর কমন গুণনিয়ক ৬ দিয়ে ভাগ করে ৩ ও ২ দিয়ে গুণ।]

এখন অনুপাতগুলো দেখুন: আম কমেছে = (২১-১৮) = ৩টি এবং কমলা ও লিচু বেড়েছে = (১০-৯) = ১টি এবং (৮-৬) = ২টি।

সুতরাং যোগ করা লিচুর সংখ্যা সর্বনিম্ন হতে পারে = ২টি।

১২৩. একটি বিদ্যালয়ে বালক বালিকার সংখ্যার অনুপাত ছিল ১ : ৪। সেখানে আরো ১৪০ জন বালক ভর্তি হবার পর বালক ও বালিকার সংখ্যার বর্তমান অনুপাত হল ২ : ৩। বিদ্যালয়ে বর্তমান ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা কত? *[Bangladesh Shipping Cor (Upper As)-2018]*

ক. ৪২০ খ. ৩৯০ গ. ৩৫০ ঘ. ৫৬০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, ছাত্র ও ছাত্রীদের সংখ্যা ছিল = x ও $8x$

প্রশ্নমতে, $\frac{x+১৪০}{8x} = \frac{২}{৩} \Rightarrow ৩x+৪২০ = ৮x$

$\Rightarrow ৫x = ৪২০ \therefore x = ৮৪$

সুতরাং ছাত্র-ছাত্রী $=(x+8x) = ৫x$

$= ৫\times৮৪ = ৪২০$ জন। তাহলে বর্তমানে ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা হবে $= ৪২০+১৪০ =$ **৫৬০ জন।**

মুখে মুখে সমাধান: (সোনা তামার মিশ্রণের অংকের মত)

যেহেতু শুধু বালক বেড়েছে তাই বালিকা আগে যা ছিল তা ই আছে। এখানে অনুপাত দুটিতে বালিকার মান ৪ ও ৩ কে সমান করতে ৪ ও ৩ এর এর ল.সা.গু ১২ ধরে হিসেব করলে

প্রথমে বালক : বালিক = (১ : ৪)$\times$৩ = ৩ : ১২

শেষে বালক ও বালিকা = (২ : ৩)$\times$৪ = ৮ : ১২

এখন বালকের রাশি বাড়লো: (৮-৩) = ৫ অংশ = ১৪০ জন।

$\therefore$ শুরুতে সবাই মিলে ছিল = (৩+১২) = ১৫ অংশ = ৪২০ জন

তহালে বর্তমানে মোট হবে = ৪২০+১৪০ = ৫৬০ জন।

পরামর্শ: দুটা সমাধান ই সহজ। বামের সমাধানটা লিখে না করার বিকল্প নাই। ডানের সমাধানটা প্রাকটিস করতে থাকলে একসময় খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে উত্তর বের করা দেয়ার মত গতি আসবে। কারণ মিশ্রণের অনুপাতের মত মিল আছে।

পদ্ধতি-০৬ : জ্যামিতি সংক্রান্ত অনুপাত

মনে রাখুন:

- ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = ১৮০° আবার চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০°
- যে কোন ত্রিভুজ অথবা চতুর্ভুজের পরিসীমা হলো তাদের বাহুগুলোর যোগফল।

১২৪. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে কোণ তিনটির মান কত? *[প্রাথমিক শিক্ষা অধিঃ (লাইব্রেরীয়ান)-২০১৮]*

ক. ৪০,৫০, ৩৬০ খ. ৪৫, ৬০ ও ৭৫ গ. ৪৫, ৬৫ ও ৭৫ ঘ. ৩০, ৪৫ ও ৫০ উত্তর: খ

সমাধান: অনুপাতের যোগফল = ৩+৪+৫ = ১২ অংশের মান = ১৮০° তাই ১ অংশের মান হবে = ১৮০°$\div$১২ = ১৫°।

এখন এই ১ অংশের মান ১৫° দিয়ে প্রতিটি অনুপাতকে গুণ করে দিলেই প্রতিটি কোণের পরিমাপ বের হয়ে যাবে।

১২৫. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ এবং পরিসীমা ১৯৫ সে.মি.। বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহু দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত? *CAAB-(এরোড্রাম কর্মকর্তা)-উপ-সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০২১]*

ক. ১১০.৫ খ. ১১৭ গ. ১২৭ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: দেওয়া আছে, ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত = ৫ : ১২ : ১৩ সুতরাং অনুপাতের যোগফল = ৫+১২+১৩ = ৩০

যেহেতু পরিসীমা = ১৯৫ সে.মি. সুতরাং ৩০ অংশ = ১৯৫ হলে

বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = (১৩+৫) = ১৮ অংশ = $১৯৫ \times \frac{১৮}{৩০} =$ **১১৭**

১২৬. চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১ : ২ : ২ : ৩ হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাণ হবে কত? *[১৬-তম বিসিএস] + [সামরিক ভূমি-ক্যান্টনমেন্ট অধি : (জুনিয়র শিক্ষক)-২০২১]*

ক. ৮৫ খ. ১০৫ গ. ১১৫ ঘ. ১৩৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: চতুর্ভুজের চার কোণের পরিমাপ = ৩৬০°

চার কোণের অনুপাতগুলোর যোগফল = ১+২+২+৩ = ৮ অংশ = ৩৬০ $\therefore$ ১অংশ = ৪৫ সুতরাং বড়টি = ৩$\times$৪৫ = ১৩৫

নিজে করুন:

১২৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৫ : ৬ : ৭ হলে, বৃহত্তম কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রী ? *[জাতীয় নিরাপত্তা গোয়েন্দা সংস্থা (NSI)-এর ওয়াচার কনস্টেবল] – ২০১৯]*

ক. ৩০ খ. ৫০ গ. ৭০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

[Hints: ৫+৬+৭ = ১৮ অংশের মান = ১৮০° হলে ১ অংশ = ১০° সুতরাং বৃহত্তম কোণটি = ৭$\times$১০= ৭০°]

১২৮. একটি ত্রিভুজের ৩টি কোণের অনুপাত ২ : ৩ : ৪ । বৃহত্তম কোণটি কত? *[রাজস্ব (অফিসার)-২০১৪]*

ক. ৩০ খ. ৬০ গ. ৮০ ঘ. ৯০ উত্তর: গ

১২৯. ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ২ : ৫ : ৩ হলে ছোট কোণটির মান কত? *[দুর্যোগ ব্যবস্থাপনা অদিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০১৯]*

ক. ৩৬° খ. ৭২° গ. ১৮° ঘ. ৫৪° উত্তর: ক

১৩০. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৪৫ সেমি এবং বাহুগুলোর অনুপাত ৩ : ৫ : ৭ হলে ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? *(প্রাথ:বিদ্যা:সহ:শি:০১)*

ক. ৩ খ. ৬ গ. ৯ ঘ. ১২ উত্তর: গ

[Hints: ৩+৫+৭ = ১৫ অংশের মান = ৪৫ হলে, ১ অংশ = ৩ এবং ছোটটি = ৩$\times$৩ = ৯]

১৩১. একটি ত্রিভুজের তিনবাহুর মাপের অনুপাত ৫ : ৬ : ৭। এর পরিসীমা ১৯৮ সেমি হলে দীর্ঘতম বাহুর মাপ কত? *(গ্রিনিয়র অফি:২০০০)* **[Hints:** ৫+৬+৭ = ১৮ অংশের মান ১৯৮ হলে ১ অংশ=১১ এবং দীর্ঘতম বাহু = ৭$\times$১১ = ৭৭] (রাষ্ট্রায়ত্ব ব্যাংক

ক. ৭৫ খ. ৭৬ গ. ৭৭ ঘ. ৭৮ উত্তর : গ

পদ্ধতি-০৭ : বিবিধ অনুপাত

১৩২. $\sqrt[৩]{২} : \sqrt[৩]{৪} = ৭ : x$ *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ১৪ খ. ১০ গ. $৭\sqrt[৩]{২}$ ঘ. $৭\sqrt{২}$ উত্তর: গ

সমাধান: $\sqrt[৩]{২} : \sqrt[৩]{৪} = ৭ : x \Rightarrow \sqrt[৩]{\frac{২}{৪}} = \frac{৭}{x} \Rightarrow \frac{১}{\sqrt[৩]{২}} = \frac{৭}{x} \therefore x = ৭\sqrt[৩]{২}$

১৩৩. একটি ম্যাপের স্কেল হচ্ছে ১ঃ ৫০,০০০; ম্যাপের ৩ সে.মি. লাইন কত দূরত্ব হবে এবং ২ কিলোমিটার দুরত্ব ম্যাপে কত দেখাতে হবে? *[ইস:ব্যাংক (সহ: অফিসার)-২০০৩]* উত্তর: ১.৫ কিমি ও ৪ সে.মি.

সমাধান:

ম্যাপের স্কেল ১ : ৫০,০০০ এর অর্থ হচ্ছে ম্যাপে যে রেখাটি ১ সে.মি বাস্তবে তা ৫০,০০০ সেমি এর সমান,

এখন প্রশ্নানুযায়ী ম্যাপের ৩সেমি লাইন বাস্তবের ৩ গুণ বেশি হবে অর্থাৎ ৫০,০০০$\times$৩ = ১,৫০,০০০ সে.মি.

এখন $\frac{১৫০০০০ \text{ সেমি}}{১০০} = ১৫০০$ মি.আবার $\frac{১৫০০ \text{ মি}}{১০০০} = ১.৫$ কি.মি. (যেহেতু ১০০ সে.মি. = ১মি., এবং ১০০০ মি. = ১কিমি)

২য় অংশে, বাস্তবে ২কিমি দুরত্ব ম্যাপে কত দেখাতে হবে? ২কিমি অর্থ হচ্ছে ২০০০ মিটার বা ২,০০,০০০ সে.মি।এভাবে কেন ভাঙ্গতে হবে ? কারন অনুপাতে সে.মি. এ মান দেয়া থাকে।

বাস্তবে ৫০,০০০ সেমি হলে ম্যাপে = ১ সেমি

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{৫০,০০০}$ সেমি

$\therefore$ ২,০০,০০০ " " " $= \frac{১ \times ২,০০,০০০}{৫০,০০০} =$ ৪ সেমি। উত্তর:১.৫কিমি ও ৪ সে.মি।

পরামর্শ: এভাবে ঐকিক নিয়মে করার সময় পাবেন না। আবার এত্তো সহজ অংক লিখিত পরীক্ষায় আসে না। তাই এভাবে ভাবুন ৫০ হাজারের চেয়ে ২ লক্ষ যেহেতু ৪গুণ বড়। তাহলে উত্তরটিও ৪ গুণ বড় অর্থাৎ ৪ সে.মি. হবে। (৫ সে.কেন্ডে অংকটি হয়ে যাবে)

পরামর্শ : সহজ অংক দেখলেও ঐকিক নিয়মের দিকে না দৌড়ে মাথা খাটান। সময় বাঁচবে।

নিজে করুন:

১৩৪. ১ : ২০০০ স্কেলে একটি শহরের ম্যাপ আঁকা আছে। ১.২ কি.মি. দীর্ঘ একটি রাস্তার দৈর্ঘ্য ম্যাপে কত হবে? *[পিএসসি কর্তৃক নির্ধা:২০১২ টি পদ:-০১]* **[Hints:**২০০০ সে.মি. = ১ সে.মি হলে ১২০০০০ সে.মি. = ৬০ সে.মি দেখাবে]

ক. ৪০ সে.মি. খ. ৫০ সে.মি. 'গ. ৬০ সে.মি. ঘ.৭০ সে.মি. উত্তর: গ

(৭.ক) কুকুর ও খরগোশের লাফ দেয়ার প্রশ্ন:

১৩৫. একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ লাফ দেয়, খরগোশ সে সময়ে ৫ লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৪ লাফে যতদূর যায় কুকুর ৩ লাফে ততদূর যায়। কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত? *[পদ্মা সমবায় ব্যাংক (ক্যাশ)-২০১৮]*

ক. ১৩ : ১৪ খ. ১৬ : ১৫ গ. ১৪ : ১৩ ঘ. ১১ : ১০

উত্তর: খ

সমাধান: (বোঝার জন্য এই সমাধানটা ভালোভাবে পড়ুন)

যেহেতু খরগোশ ৪ লাফে যতদূর যায় কুকুরটি ৩ লাফে ততদূর যায়।

তাহলে আমারা ৪ ও ৩ এর ল.সা.গু ১২ মিটার কে এদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধরি। (তাহলে ৩ ও ৪ দিয়ে ভাগ করা যাবে)

কুকুরের ১ লাফে যাওয়া পথ = ১২÷৩ = ৪ মিটার (কুকুর বেশি পথ যায়)

খরগোশের ১ লাফে যাওয়া পথ = ১২ ÷৪ = ৩ মিটার।

এরপর প্রথম অংশে দেয়া আছে কুকুরের ৪ লাফ = খরগোশের ৫ লাফ।

তাহলে কুকুরের ৪ লাফে যাওয়া পথ : খরগোশের ৫ লাফে যাওয়া পথ

৪×৪মিটার : ৫×৩মিটার = ১৬মি: ১৫ মি

সুতরাং গতিবেগের অনুপাত: কুকুর : খরগোশ = ১৬ : ১৫

শর্টকাট:

লাফের অনুপাত = দূরত্বের অনুপাত

কুকুর:খরগোশ = কুকুর: খরগোশ

৪ : ৫ = ৩ : ৪

$\frac{৪}{৫} = \frac{৩}{৪} = ১৬ : ১৫$ (আড়াআড়ি গুণ)

গুরুত্বপূর্ণ বিষয়:

প্রশ্নটি ঘুরিয়ে থাকায় একটি জটিল মনে হচ্ছে। কিন্তু নিচের প্রশ্নটির মত থাকলে অনেক সহজ হতো।

⇒একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ লাফ দেয়,খরগোশ সে সময়ে ৫ লাফ দেয়। কিন্তু কুকুর ৩ লাফে যতদূর যায় খরগোশ ৪ লাফে লাফে ততদূর যায়। কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত? (একই)

১৩৬. কুকুরতাড়িত একটি খরগোশ যত সময়ে ৮ বার লাফ দেয়, কুকুরটি ততক্ষণে ৭ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৫ লাফে যতদূর যায় কুকুরটি ৪ লাফে ততদূর যায়। খরগোশের ও কুকুরের বেগের অনুপাত নির্ণয় কর। *[২৫তম বিসিএস(লিখিত)]*

লিখিত সমাধান:

মনে করি, খরগোশ ৫ লাফে যায় = x কিমি.

∴ " ১ " " $= \frac{x}{৫}$ ⇐

∴ " ৮ " " $= \frac{৮x}{৫}$ ⇐

[খরগোশের ৮ লাফে যাওয়া মোট পথ]

আবার, কুকুর ৪ লাফে যায় = x কিলোমিটার

∴ " ১ " " $= \frac{x}{৪}$ "

∴ " ৭ " " $= \frac{৭x}{৪}$ "

[কুকুরের ৭ লাফে যাওয়া মোট পথ]

∴ খরগোশের বেগ : কুকুরের বেগ $= \frac{৮x}{৫} : \frac{৭x}{৪}$ [২০ দিয়ে গুণ করে]= ৩২ : ৩৫ **উত্তর: ৩২:৩৫**

Super Shortcut:

খরগোশের ১ম লাফ × কুকুরের ২য় লাফ = ৮×৪ = ৩২: কুকুরের ১ম লাফ ×খরগোশের ২য় লাফ: ৭×৫ = ৩৫ উ:৩২:৩৫

এরপরও কনফিউশনে পরবেন যখন: যে: ৩২:৩৫ হবে নাকি ৩৫:৩২ হবে। তখন দেখবেন যে কম লাফে বেশি দূর যায় অর্থাৎ যার গতি বেশি তার অনুপাতের মান টা বড় হবে।

নিজে করুন:

১৩৭.করিম যে সময়ে ৭ বার পদক্ষেপ দেয়, রহিম ততক্ষণে ৮ বার পদক্ষেপ দয়ে। কিন্তু রহিম ৫ পদক্ষেপে যত দূর যায় করিম ৪ পদক্ষেপে ততদূর যায়। করিম ও রহিমের গতিবেগের অনুপাত নির্ণয় করুন। *[২০তম বিসিএস(লিখিত)]*

লিখিত সমাধান:

(বর্তমানে এ ধরণের প্রশ্ন লিখিত পরীক্ষায় তেমন আসে না কিন্তু প্রিলির পরীক্ষায় মাঝে মাঝে আসতে পারে)

রহিমের ৫ পদক্ষেপের দূরত্ব = করিমের ৪ পদক্ষেপের দূরত্ব

" ১ " " = " $\frac{৪}{৫}$ " "

" ৮ " " = " $\frac{৪ \times ৮}{৫} = \frac{৩২}{৫}$ " "

∴ করিমের বেগ : রহিমের বেগ = ৭ : $\frac{৩২}{৫}$

= ৩৫ : ৩২ [৫ দ্বারা গুণ করে]

সুতরাং করিম ও রহিমের গতিবেগের অনুপাত = ৩৫ : ৩২

উত্তর: ৩৫ : ৩২ ।

১৩৮. একটি কুকুর ৩ লাফে যতদূর যায় একটি খরগোশ ৫ লাফে ততদূর যায়। কুকুরের ১ লাফ খরগোশের ৩ লাফের সমান হলে কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত? *[তিতাস গ্যাস (এ্যাসিস্টেন্ট ম্যানেজার)-২০২১]*

ক. ৮ : ৫ খ. ৯ : ৭ গ. ৯ : ৫

সমাধান:

কুকুরের ১ লাফ = খরগোশের ৩ লাফ

∴ কুকুরের ৩ লাফ = খরগোশের ৩×৩ = ৯ লাফ

এখন কুকুরের গতি : খরগোশের গতি = (কুকুরের ৩ লাফ : খরগোশের ৫ লাফ)

তাহলে লেখা যায় = (খরগোশের ৯ লাফ : খরগোশের ৫ লাফ) = ৯ : ৫

লাফের অনুপাত = দূরত্বের অনুপাত

কুকুর:খরগোশ = কুকুর: খরগোশ

৩ : ৫ = ১ : ৩

বা $\frac{৩}{৫} = \frac{১}{৩} = ৯ : ৫$ {আড়াআড়ি গুণ}

Note: কুকুরের লাফটিকে খরগোসের লাফে রুপান্তরিত করে একই পত্তর লাফ এনে গতিবেগ বের করা হয়েছে (লজিক)।

১৩৯. একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য পিছন ছুটল। খরগোশ তার ৩০ লাফ আগে ছিল। খরগোশ যে সময়ে ৮ লাফ দেয়, কুকুর সে সময়ে ৬ লাফ দেয়। খরগোশ প্রতি লাফে ২ মিটার এবং কুকুর প্রতি লাফে ৩ মিটার যায়। কুকুরটি উহার কত লাফে খরগোশকে ধরবে? *[৯ম-১০ম-(১৯৮৩ সংস্করণ)]*

সমাধান: খরগোশের ৩০ লাফ = (৩০×২) = ৬০ মিটার (অর্থাৎ কুকুরটি খরগোশের ৬০ মিটার পেছনে আছে)

এখন, যে সময় খরগোশ ৮ লাফে = (৮×২) = ১৬ মিটার যাবে

একই সময়ে কুকুর তার ৬ লাফে যাবে = (৬×৩) = ১৮ মিটার।

সুতরাং আপেক্ষিক গতিবেগ বা,(১৮-১৬) = ২মিটার দূরত্ব কমবে কুকুর মোট = ৬ লাফ দিলে

সুতরাং ৬০মিটার দূরত্ব কমবে কুকুর মোট = $\frac{৬ \times ৬০}{২}$ = ১৮০ টি লাফ দিলে। **উত্তর: ১৮০ টি লাফ।**

পদ্ধতি-৮: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

১৪০. ক, খ, গ, ঘ এর মধ্যে ৩০০ টাকা এমন ভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ = ২ : ৩, খ এর অংশ : গ এর অংশ = ১ : ২ এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = ৩ : ২ হয় । *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু-১১.২)]*

সমাধান: ক এর অংশ : খ এর অংশ = ২ : ৩

খ এর অংশ : গ এর অংশ = (১ : ২)×৩ = ৩ : ৬ [দু জায়গায় খ সমান হলো]

গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = (৩ : ২) ×২ = ৬ : ৪ [গ এর অংশ সমান হলো]

∴ ক এর অংশ : খ এর অংশ : গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = ২ : ৩ : ৬ : ৪

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ২+৩+৬+৪ = ১৫ এবং মোট টাকার পরিমাণ = ৩০০ টাকা।

∴ ক এর অংশ = $৩০০ \times \frac{২}{১৫}$ টাকা = ৪০ টাকা

∴ খ এর অংশ = $৩০০ \times \frac{৩}{১৫}$ টাকা = ৬০ টাকা

∴ গ এর অংশ = $৩০০ \times \frac{৬}{১৫}$ টাকা = ১২০ টাকা

∴ ঘ এর অংশ = $৩০০ \times \frac{৪}{১৫}$ টাকা = ৮০ টাকা

সুতরাং ক, খ, গ এবং ঘ পাবে যথাক্রমে, ৪০, ৬০, ১২০ ও ৮০ টাকা। (উত্তর :)

১৪১. তিনটি সংখ্যার অনুপাত $\frac{১}{২}:\frac{২}{৩}:\frac{৩}{৪}$ এবং বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য ৩৬ হলে সংখ্যা তিনটি কী কী? *[বোর্ড বই ৭ম শ্রে.)]*

ক. ৭২, ৮৪, ১০১ খ. ৬০, ৭২, ৯৬ গ. ৭২, ৮৪, ৯৬ ঘ. ৭২, ৯৬, ১০৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: তিনটি সংখ্যার অনুপাত $= \frac{১}{২}:\frac{২}{৩}:\frac{৩}{৪} = \frac{১}{২}\times১২ : \frac{২}{৩}\times১২ : \frac{৩}{৪}\times১২ = ৬ : ৮ : ৯$ [হরগুলোর ল.সা.গু ১২ দিয়ে গুণ]

প্রশ্নানুসারে, $(৯x-৬x) = ৩৬$; বা, $৩x = ৩৬ \therefore x = ১২$

সংখ্যা ৩টি হলো = ১ম টি = ৬×১২=৭২; ২য় টি = ৮×১২ = ৯৬; এবং ৩য় টি = ৯×১২ = ১০৮

১৪২. ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত 3 : 2 এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত 4 : 3 হলে, সমান পরিমানের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১.২)]*

সমাধান: ধরি, ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের পরিমাণ যথাক্রমে = 3x ও 2x

এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত = 4y ও 3y [দুটো আলাদা অনুপাত তাই আলাদা রাশি ধরতে হবে]

এখন ধান ও গমের সম পরিমাণ বের করার জন্য ধান 3x এবং গম 4y এদের ল.সা.গু = 12xy

3x পরিমাণ ধানে চাল হয় = 2x

$\therefore 1$ '' '' '' '' $= \frac{2x}{3x}$

$\therefore 12xy$ '' '' '' '' $= \frac{2x\times12xy}{3x} = 8xy$

আবার,

4y পরিমাণ গমে সুজি হয় = 3y

$\therefore 1$ '' '' '' '' $= \frac{3y}{4y}$

$\therefore 12xy$ '' '' '' '' $= \frac{3y\times12xy}{4y} = 9xy$ সুতরাং উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত = $8xy : 9xy = 8:9$

মুখে মুখে: ১০ সেকেন্ডে সমাধান।

ধান : চাল = (৩:২)×৪ = ১২ : ৮

গম : সুজি = (৪:৩)×৩ = ১২ : ৯

প্রশ্নে সমান পরিমাণ ধান ও গম বলায় দুই অনুপাতে ধান ও গমকে সমান করার জন্য প্রথমটিতে ৪ দিয়ে এবং নিচেরটিতে ৩ দিয়ে গুণ। এখন: চাল:গম = ৮ : ৯

১৪৩. বাবুল ও জামালের মাসিক বেতনের অনুপাত ৭ : ৫ এবং দুজনের মাসিক বেতন একত্রে ২৪,০০০ টাকা। এক বছর পরে বাবুর বেতন ৫০০টাকা এবং জামালের বেতন ৩৫০টাকা বৃদ্ধি পেল। এক বছর পরে তাদের মাসিক বেতনের অনুপাত কত হবে? *PETROBANGLA – (UDA)-2017] + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ২৯০:২০৭ খ. ১৪৫:১০৩ গ. ৫০০:৩৫০ ঘ. ৭:৫ উত্তর:ক

সমাধান: ধরি, বর্তমানে বাবুল ও জামালের মাসিক বেতন যথাক্রমে 7x ও 5x টাকা।

প্রশ্নমতে, $৭x + ৫x = ২৪০০০ \Rightarrow ১২x = ২৪০০০ \quad \therefore x = ২০০০$ টাকা

সুতরাং বাবুল ও জামালের বেতন যথাক্রমে (৭×২০০০)=১৪,০০০ টাকা ও (৫×২০০০)=১০,০০০ টাকা।

∴এক বছর পরে তাদর বেতনের অনুপাত হবে =(১৪০০০+৫০০) : (১০০০০+ ৩৫০) =১৪৫০০ : ১০,৩৫০ = ২৯০ : ২০৭

১৪৪. একজন কৃষকের জমিতে উৎপাদিত মসুর, সরিষা ও ধানের পরিমাণ যথাক্রমে ৭৫ কেজি, ১০০ কেজি এবং ৫২৫ কেজি। ফসলগুলো যথাক্রমে ১০০, ১২০ ও ৩০ টাকা করে বিক্রয় করলো। সব ফসল বিক্রি করার পর ঐ গুলো হতে প্রাপ্ত আয়ের অনুপাত নির্ণয় কর। *[৯-১০ অনু-১১.২]*

সমাধান: মসুরের বিক্রয়মূল্য = (৭৫ × ১০০) টাকা = ৭৫০০ টাকা

সরিষার বিক্রয়মূল্য = (১০০ × ১২০) টাকা = ১২০০০ টাকা

ধানের বিক্রয়মূল্য = (৫২৫ × ৩০) টাকা = ১৫৭৫০ টাকা

∴মসুর, সরিষা এবং ধান থেকে প্রাপ্ত আয়ের অনুপাত = ৭৫০০ : ১২০০০ : ১৫৭৫০ = ১০ : ১৬ : ২১ উত্তর: ১০ : ১৬ : ২১

Practice Part

১. ৫ : ৭, ১৪ : ১৫ ও ৯ : ২০-এর যৌগিক অনুপাত কত?
ক. ৩ : ৭ খ. ১০ : ৩ গ. ৩ : ১০ ঘ. ১০ : ১৯

২. একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত ৪ : ৭। ঐ মাঠে যে জমিতে আগে ৩০৪ কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পরে তার ফলন কত হবে? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১১.২]*

৩. কিছু টাকা লাবিব, সামি ও সিয়ামের মধ্যে ৫ : ৪ : ২ অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হল। সিয়াম ১৮০ টাকা পেলে লাবিব ও সামি কত টাকা পাবে নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২১)]*

৪. ৯৬০০ টাকা সারা, মাইমুনা ও রাইসার মধ্যে ৪ : ৩ : ১ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২১)]*

৫. তিনজন ছাত্রের মধ্যে ৪২০০ টাকা তাদের শ্রেণি অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হল। তারা যদি যথাক্রমে ৬ষ্ঠ, ৭ম ও ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থী হয়, তবে কে কত টাকা পাবে? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:২১)]*

৬. ২০ মিটার কাপড়কে তিন ভাইবোন অমিত, সুমিত ও চৈতির মধ্যে ৫ : ৩ : ২ অনুপাতে ভাগ করলে প্রত্যেকের কাপড়ের পরিমাণ কত? *[৭ম শ্রেণী-২১-উদাহরণ-৭]*

৭. ৪৮০০ টাকা আয়েশা, ফিরোজা ও খাদিজার মধ্যে ৪ : ৩ : ১ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে? *[৭ম শ্রেণী-অনু:২১]*

৮. কোনো ক্লাসে বালকদের গড় বয়স বালিকাদের সংখ্যার দ্বিগুণ। ৩৬ জনের ঐ ক্লাসে বালক ও বালিকাদের সংখ্যার অনুপাত ৫:১। ঐ ক্লাসের বালকদের মোট বয়স কত বছর? *[BADC (AO)-2017]*
ক. ৩০০ খ. ৩২০ গ. ৩৬০ ঘ. ৪০০

৯. কামালের কাছে কিছু সংখ্যক লাল, নীল ও সবুজ মার্বেল আছে। যদি লাল ও নীল মার্বেলের অনুপাত ৫ : ২ হয় এবং সবুজ ও নীল মার্বেলের অনুপাত ১০ : ৩ হয় তাহলে লাল ও সবুজ মার্বেলের অনুপাত কত? *(FSIB Ltd. PO 2013)*
ক. ২ : ৩ খ. ৪ : ১ গ. ৩ : ৪ ঘ. কোনটিই নয়

১০. ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 3:2:1 এবং বৃহত্তম কোণটি মান 90°। এখন বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণের মধ্যে পার্থক্য কত?
ক. 35° খ. 45° গ. 60° ঘ. 50°

১১. 2A = 3B = 4C হলে A : B : C = কত?
ক. 2 : 3 : 4 খ. 4 : 3 : 2 গ. 6 : 4 : 3 ঘ. 3 : 4 : 6

১২. X-এর বেতন Y-এর বেতনের 80% এবং Z-এর বেতন X-এর বেতনের 120%। X,Y ও Z-এর বেতনের অনুপাত কত?
ক. 4 : 6 : 5 খ. 20 : 25 : 24 গ. 16 : 24 : 25 ঘ. 20 : 24 : 25

১৩. রাহুল তানভির চেয়ে ১২ নম্বর বেশী পেয়েছে। যদি তাদের নম্বরের অনুপাত ৩ : ৪ হয়, তাহলে তাদের নম্বরের যোগফল কত?
ক. ৯৬ খ. ৭২ গ. ৮৪ ঘ. ১০৮

১৪. সকিব এবং রাকিবের মোট ওজন ১২০ কেজি। যদি সাকিবের ওজন রাকিবের ওজনের চেয়ে ৩০ কেজি বেশী হয় তবে রাকিব ও সাকিবের ওজনের অনুপাত কত?
ক. ২ : ৫ খ. ৩ : ৫ গ. ৩ : ১০ ঘ. ১ : ৪

১৫. যদি একটি সংখ্যার ৭০% অপর একটি সংখ্যার ৩/৫ এর সমান হয়, তাহলে প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যার অনুপাত কত?
ক. ৭ : ৬ খ. ৬ : ৭ গ. ৩ : ৭ ঘ. ৭ : ৩

১৬. ৭৮২ টাকাকে তিনজনের মাঝে $\frac{১}{২}:\frac{২}{৩}:\frac{৩}{৪}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম অংশ কত টাকা হবে?
ক. ১৮২ টাকা খ. ১৯০ টাকা গ. ১৯৬ টাকা ঘ. ২০৪ টাকা

১৭. A ও B-এর অনুপাত 2 : 3, B ও C-এর অনুপাত 4 : 5 এবং C ও D-এর অনুপাত 6:7 হলে, A,B,C,ও D-এর একত্র অনুপাত নির্ণয় কর।

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. ✍সমাধান: নির্ণেয় যৌগিক অনুপাত $= \frac{৫\times১৪\times৯}{৭\times১৫\times২০} = \frac{৩}{১০} = ৩ : ১০$ উত্তর: ৩ : ১০

২. ✍সমাধান: আগের অংশ = ৪ অংশ = ৩০৪ তাহলে ১ অংশ = ৩০৪÷৪ = ৭৬ কুইন্টাল।
নতুন অংশ = ৭ অংশ = ৭৬×৭ = ৫৩২ কুইন্টাল। উত্তর: ৫৩২ কুইন্টাল।

৩. ✍ সমাধান: উত্তর: লাবিব পাবে ৪৫০টাকা এবং সামি পাবে = ৩৬০ টাকা।
সিয়ামের ২ অংশ = ১৮০ হলে ১ অংশ = ৯০, ∴ লাবিব = ৫ অংশ = ৫×৯০ = ৪৫০ ও সামি ৪ অংশ = ৪×৯০= ৩৬০

৪. ✍সমাধান: উত্তর: সারা ৪৮০০ টাকা, মাইমুনা ৩৬০০ টাকা এবং রাইসা ১২০০ টাকা।
অনুপাতের যোগফল = ৪ + ৩ + ১ = ৮ এখন ৮ অংশের মান = ৯৬০০ হলে ১ অংশের মান = ৯৬০০ ÷ ৮ = ১২০০
সুতরাং: সারা পাবে = ৪×১২০০ = ৪৮০০, মাইমুনা পাবে = ৩×১২০০ = ৩৬০০ এবং রাইসা পাবে = ১ × ১২০০ = ১২০০

৫. ✍সমাধান: অনুপাতের যোগফল = (৬+৭+৮) = ২১ এখন ২১ অংশ = ৪২০০ হলে ১ অংশ = ৪২০০÷২১ = ২০০ টাকা।
সুতরাং ৬ষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থী পাবে = ৬×২০০ = ১২০০ টাকা। ৭ম শ্রেণির শিক্ষার্থী পাবে = ৭×২০০ = ১৪০০ টাকা।
এবং ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থী পাবে = ৮×২০০ = ১৬০০ টাকা। উত্তর: ১২০০ টাকা, ১৪০০ টাকা এবং ১৬০০ টাকা

৬. ✍সমাধান অনুপাতগুলোর যোগফল = ৫+৩+২ = ১০ অংশ = ২০ মিটার হলে ১ অংশ = ২ মিটার।
সুতরাং অমিতের = ৫ অংশ = ১০ মিটার, সুমিত = ৩ অংশ = ৬ মিটার এবং চৈতি = ২ অংশ = ৪ মিটার।
উত্তর: অমিত = ১০ মিটার, সুমিত = ৬ মিটার এবং চৈতি = ৪ মিটার

৭. ✍সমাধান: যোগফল ৪ + ৩ + ১ = ৮, $৪৮০০\times\frac{৪}{৮}$ = ২৪০০ টাকা, $৪৮০০\times\frac{৩}{৮}$ = ১৮০০ টাকা, $৪৮০০\times\frac{১}{৮}$ = ৬০০ টাকা
উত্তর: আয়েশা = ২৪০০ টাকা , ফিরোজা = ১৮০০ টাকা এবং খাদিজা = ৬০০ টাকা।

৮. ✍সমাধান: এখানে ৫+১ = ৬ অংশের মধ্যে মোট বালক = $৩৬\times\frac{৫}{৬}$ = ৩০ জন এবং বালিকা = ৩৬-৩০ = ৬ জন।
∴ বালকদের গড় বয়স = ১২বছর । সুতরাং বালকদের মোট বয়স = ৩০×১২ = ৩৬০ বছর। উত্তর: ৩৬০ বছর।

৯. ✍সমাধান: লাল : নীল = ৫ : ২ = (৫ : ২)×৩ = ১৫ : ৬ [নীল কে সমান করার জন্য ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ৬ হবে]
সবুজ : নীল = ১০ : ৩ = (১০ : ৩)×২ = ২০ : ৬
∴ লাল : নীল : সবুজ = ১৫ : ৬ : ২০ সুতরাং লাল : সবুজ = ১৫ : ২০ = ৩ : ৪ উত্তর: ৩ : ৪

১০. ✍সমাধান: ৩ + ২ + ১ = ৬ অংশ = ১৮০ হলে ১ অংশ = ৩০ সুতরাং পার্থক্য ৩-১ = ২ অংশের মান হবে ২×৩০° = ৬০°

১১. ✍সমাধান: ধরি, $2A = 3B = 4C = x$ এরপর $\frac{x}{2}:\frac{x}{3}:\frac{x}{4} = \frac{x}{2}\times12:\frac{x}{3}\times12:\frac{x}{4}\times12 = 6:4:3$

১২. ✍সমাধান: $Y = 100$ হলে $X = 80$ আবার $X = 80$ হলে হলে $Z = 80$ এর $120\% = 96$
সুতরাং: $X : Y : Z = 80 : 100 : 96 = 20 : 25 : 24$

১৩. ✍সমাধান: এখানে (৪-৩) = ১ অংশ = ১২ হলে মোট (৪+৩) = ৭ অংশ হবে = ৭×১২ = ৮৪

১৪. ✍সমাধান: (৭৫ + ৪৫) = ১২০ আবার ৭৫-৪৫ = ৩০ সুতরাং অনুপাত = ৪৫ : ৭৫ = ৩ : ৫

১৫. ✍সমাধান $\frac{৩}{৫}$ = ৬০% একটির ৭০% = আরেকটির ৬০% হলে মনে হচ্ছে ৭:৬ হবে। কিন্তু উল্টে গিয়ে ৬ : ৭ হবে।

১৬. ✍সমাধান: প্রদত্ত অনুপাত $= \frac{১}{২}:\frac{২}{৩}:\frac{৩}{৪} = \frac{১}{২}\times১২ : \frac{২}{৩}\times১২ : \frac{৩}{৪}\times১২ = ৬ : ৮ : ৯$ ∴ যোগফল = ৬+৮+৯ = ২৩
সুতরাং প্রথম অংশ = $৭৮২\times\frac{৬}{২৩}$ = ২০৪ টাকা। উত্তর: ২০৪ টাকা

১৭. ✍সমাধান: শুধু A : D এর মান বের করার জন্য $= \frac{A}{B}\times\frac{B}{C}\times\frac{C}{D} = \frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7} = \frac{48}{105}$
এরপর 48 এবং 105 এর মান ধরে সবগুলোর মান মিলিয়ে দিলে অনুপাত হবে
$A : B : C : D = 48 : 72 : 90 :: 105 = 16 : 24 : 30 : 35$ (Ans)

Model Test

পূর্ণমান : ১০ সময় : ১০মিনিট

১. ১০ দিন ও ২ মাসের অনুপাত?
ক. ১ : ৪ খ. ২ : ৩ গ. ১ : ৫ ঘ. ১ : ৬

২. ১টি সংখ্যা অপর সংখ্যার ৭৫% হলে সংখ্যা দু'টির অনুপাত কত? [ইসলামী ব্যাংক ম্যাসেঞ্জার-ক্যাম-গার্ড ২০১২]
ক. ১ : ৭৫ খ. ২ : ৩ গ. ৩ : ৪ ঘ. ৪ : ৫

৩. দুইটি রাশির অনুপাত ৪ : ৭। পূর্ব রাশি ১৬ হলে উত্তর রাশি কত? [প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(শীতলক্ষ্যা)-২০১৩]
ক. ২৪ খ. ২৮ গ. ৩০ ঘ. ৩৫

৪. তিনটি গাড়ীর গতিবেগের অনুপাত ২ : ৩ : ৪। তাহলে একই দূরত্ব যেতে তিনটি গাড়ীর সময়ের অনুপাত কত?
ক. ২ : ৩ : ৪ খ. ৪ : ৩ : ২ গ. ৪ : ৩ : ৬ ঘ. ৬ : ৪ : ৩

৫. ৫২০ টাকা ক ও খ- এর মধ্যে ৭ : ৩ অনুপাতে বন্টন করলে কে কত টাকা পাবে? (ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, ২০০৩)
ক. ৩৭০ ,১৫০ খ. ৩৬৪ ,১৫৬ গ. ৩৮০ ,১৪০ ঘ. ৩৭৬ ,১৪৪

৬. তিনজন ছাত্রের মধ্যে ৫৭০ টাকা তাদের বয়সের অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো। তাদের বয়স যথাক্রমে ১০, ১৩, ১৫ বছর হলে, প্রথম জন কত টাকা পাবে? [৭ম শ্রেণী-অনু:২.১]
ক. ২৫০ খ. ১৯৫ গ. ২২৫ ঘ. ১৫০

৭. একটি কাঠের টুকরার দৈর্ঘ্য আরেকটি কাঠের টুকরার দৈর্ঘ্যের ৩ গুণ। টুকরা দুটি সংযুক্ত করা হলে সংযুক্ত টুকরাটির দৈর্ঘ্য ছোট টুকরাটির চেয়ে কত গুণ?
ক. ৪ গুণ খ. ৫ গুণ গ. ৬ গুণ ঘ. ৭ গুণ

৮. প্রথম সংখ্যাটির অর্ধেক দ্বিতীয় সংখ্যাটির ৬৫%-এর সমান। প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত কত?
ক. ১০ : ১৫ খ. ৮ : ১৩ গ. ১৩ : ৮ ঘ. ১৩ : ১০

৯. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৭। সংখ্যা দুটির সাথে ৩ যোগ করলে অনুপাতটি ৫ : ৮ হয়। সংখ্যা দুটি কি কি?
ক. ৮, ১৪ খ. ১৬ ,২৮ গ. ২০ ,৩৫ ঘ. ১২ ,২১

১০. একটি শ্রেণীতে বালক ও বালিকার সংখ্যা অনুপাত ৪ : ৫। যদি আরও ১০ জন বালক যোগদান করে, তাহলে বালক-বালিকাদের সংখ্যার অনুপাত হয় ৬ : ৫। এই শ্রেণীতে বালিকার সংখ্যা কত?
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ২৫ ঘ. অনির্ণেয়

উত্তরমালা

১.	ঘ	২.	গ	৩.	খ	৪.	ঘ	৫.	খ
৬.	ঘ	৭.	ক	৮.	ঘ	৯.	ঘ	১০.	গ

লিখিত অংশ

১. চারটি সমানুপাতিক রাশির প্রান্তীয় রাশি দুইটির গুণফল ২০০ । ১ম রাশি : ২য় রাশি = ১: ২ , ২য় রাশি : ৪র্থ রাশি = ১: ৪ হলে সংখ্যা চারটি নির্ণয় করুন। *[৩৪তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান:

১ম রাশি : ২য় রাশি = ১ : ২ এবং ২য় রাশি : ৪র্থ রাশি = ১: ৪ =(১: ৪)×২ = ২ : ৮ [২য় রাশির মান সমান করার জন্য ×২]

∴ ১ম রাশি : ২য় রাশি : ৪র্থ রাশি = ১ : ২ : ৮

এখন, মনে করি, ১ম রাশি = x, ২য় রাশি = $2x$ এবং ৪র্থ রাশি = $8x$, (অনুপাত অনুসারে রাশিগুলোকে ধরা হলো)

এখানে প্রশ্নমতে, প্রান্তীয় (১ম এবং শেষ রাশি) রাশিদ্বয়ের গুণফল = ২০০

$\Rightarrow x \times 8x = 200 \Rightarrow 8x^2 = 200 \Rightarrow x^2 = 25 \quad \therefore x = 5$

সুতরাং , ১ম রাশি = ৫, ২য় রাশি = ২×৫ = ১০ এবং ৪র্থ রাশি = ৮×৫ = ৪০

যেহেতু প্রশ্নে বলা হয়েছে যে, রাশিগুলি সমানুপাতিক,

সুতরাং, $\frac{\text{১ম রাশি}}{\text{২য় রাশি}} = \frac{\text{৩য় রাশি}}{\text{৪র্থ রাশি}}$ [যেহেতু সমানুপাতের জন্য a:b = b:c হলে লেখা যায় $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$]

$\Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{\text{৩য় রাশি}}{40} \Rightarrow$ ৩য় রাশি ×১০ = ৪০×৫ $\quad \therefore$ ৩য় রাশি $= \frac{40 \times 5}{10} = 20$

সুতরাং নির্ণেয় রাশি চারটি হলো ৫, ১০,২০ এবং ৪০

উত্তর: ৫, ১০, ২০ এবং ৪০

২. কোনো একজন মহিলার ২৪০৭৫ টাকা ছিল। তিনি নিজের জন্য ৬৭৫ টাকা রেখে অবশিষ্ট টাকা স্বামী, মা এবং কন্যাদ্বয়ের মধ্যে $\frac{১}{৪} : \frac{১}{৬} : \frac{২}{৩}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক কন্যা কত পেল? *[২৯তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান:

অবশিষ্ট টাকার পরিমাণ = (২৪০৭৫ - ৬৭৫) টাকা = ২৩৪০০ টাকা

এখন, স্বামী ঃ মা ঃ কন্যাদ্বয় $= \frac{১}{৪} : \frac{১}{৬} : \frac{২}{৩} = \frac{১}{৪} \times ১২ : \frac{১}{৬} \times ১২ : \frac{২}{৩} \times ১২ = ৩ : ২ : ৮$

এখানে আনুপাতিক রাশিগুলোর যোগফল = ৩ + ২ + ৮ = ১৩

কন্যাদ্বয় বা ২ জন কন্যা পায় = ২৩৪০০ টাকার $\frac{৮}{১৩} = ২৩৪০০ \times \frac{৮}{১৩} = ১৪৪০০$ টাকা

∴ প্রত্যেক কন্যা পায় = (১৪৪০০ ÷ ২) টাকা = ৭২০০ টাকা।

উত্তর: ৭২০০ টাকা

৩. একটি অফিসে দুইজন কর্মকর্তা, ৭ জন অফিস সহকারী এবং ৩ জন অফিস সহায়ক আছে। একজন অফিস সহায়ক ১ টাকা পেলে একজন অফিস সহকারি পায় ২ টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় ৪ টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন ১৫০০০০ টাকা হলে কে কত টাকা বেতন পায়? *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু.১১.২] + [সরকারি যানবহন অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক):২০২১ (লিখিত)]*

সমাধান:

একজন অফিস সহায়ক ১ টাকা পেলে একজন অফিস সহকারি পায় ২ টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় ৪ টাকা

অর্থাৎ তাদের বেতনের অনুপাত = অফিস সহায়ক : অফিস সহকারি : কর্মকর্তা = ১ : ২ : ৪

ধরি, তাদের বেতন যথাক্রমে, x, $2x$ এবং $8x$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $(২ \times 8x) + (৭ \times 2x) + (৩ \times x) = ১৫০০০০$ (সবার বেতনের যোগফল = ১৫০০০০ টাকা।)

$\Rightarrow 8x + 14x + 3x = ১৫০০০০ \Rightarrow 25x = ১৫০০০০ \quad \therefore x = ১৫০০০০ \div 25 = ৬০০০$ টাকা।

সুতরাং ১ জন কর্মকর্তা পায় = ৪×৬০০০ = ২৪০০০ টাকা,

একজন অফিস সহকারী পায় = ২×৬০০০ = ১২০০০ টাকা এবং একজন অফিস সহায়ক পায় = ৬০০০ টাকা।

উত্তর: কর্মকর্তা পায় ২৪০০০ টাকা, অফিস সহকারী পায় ১২০০০ টাকা এবং অফিস সহায়ক পায় ৬০০০ টাকা

৪. সবুজ, সাকাওয়াত ও শরীফ তিনজনে ৪২০০ টাকা যথাক্রমে ৭ : ৮ : ৬ অনুপাতে ভাগ করে নিল। যদি প্রত্যেকে আরও ২০০ টাকা করে বিনিয়োগ করে তাহলে তাদের নতুন অনুপাত কী হবে?

সমাধান:

অনুপাত সমূহের যোগফল = (৭ + ৮ + ৬) = ২১

সবুজ পাবে = $৪২০০ \times \frac{৭}{২১} = ১৪০০$ টাকা ∴২০০ টাকা বিনিয়োগের পর নতুন টাকা = (১৪০০+২০০) = ১৬০০ টাকা

সাকাওয়াত পাবে = $৪২০০ \times \frac{৮}{২১} = ১৬০০$ টাকা ∴২০০ টাকা বিনিয়োগের পর নতুন টাকা = (১৬০০+২০০) = ১৮০০ টাকা

শরীফ পাবে = $৪২০০ \times \frac{৬}{২১} = ১২০০$ টাকা ∴২০০ টাকা বিনিয়োগের পর নতুন টাকা = (১২০০+২০০) = ১৪০০ টাকা

∴ সবুজ : সাকাওয়াত : শরীফ = ১৬০০ : ১৮০০ : ১৪০০ = ৮ : ৯ : ৭

উত্তর: ৮ : ৯ : ৭

Khairul's Bank Math MCQ

(A book like a tutor)

টপিক ধরে ধরে ব্যাংক এমসিকিউ কঠিন ম্যাথ শেখার অপ্রতিদ্বন্দ্বী বই।

বইটি যে কারণে বাজারের সেরা:

- কঠিন ম্যাথ এর সহজ-সরল ব্যাখ্যা সহ সমাধান।
- শব্দার্থ এবং প্রতিটি প্রশ্নের বাংলা অনুবাদ সংযোজন।
- গণিতের সব অংশ সংযোজন।
- একজাতীয় প্রশ্নগুলো একসাথে সাজানো।
- লিখিত এবং শর্টকার্টে সমাধান।
- দ্রুত ম্যাথ পারার দুর্দান্ত সব টিপস সংযোজন।
- প্রতি অধ্যায় শেষে উত্তর সহ মডেল টেস্ট সংযোজন।

Our Facebook group: **'Khairul's Basic Math'**

অন্য যে কোন বই সংগ্রহের আগে এই বইটি এক পলক দেখার পরামর্শ রইলো।

Rule of Alligation

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	সাধারণ প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	পদ্ধতি-০৫	লাভ-ক্ষতির প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ
পদ্ধতি-০২	গড়ের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	পদ্ধতি-০৬	সরল মুনাফার প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ
পদ্ধতি-০৩	সমীকরণের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	পদ্ধতি-০৭	গতিবেগের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ
পদ্ধতি-০৪	শতকরার প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ	পদ্ধতি-০৮	বিবিধ প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

Practice Part

পরামর্শ:

নতুন টপিক হওয়ায় শুরুতে অনেক কিছু বুঝতে কষ্ট হলেও শেষ পর্যন্ত পড়লে খুব সহজেই বুঝবেন এই বইয়ের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ এবং সবথেকে মজার ও কাজের টপিক হচ্ছে এই অধ্যায়টি। যেখানে আপনি নতুন অনেক কিছু শিখতে পারবেন। তাই শেষ পর্যন্ত মনযোগ দিয়ে পড়তে থাকুন। আশা করি ভালো লাগবে।

Rule of Alligation পরিচিতি এবং প্রয়োগ

❐ Alligation কী?

Alligation is the **rule** that enables us to find the **ratio** in which two or more ingredients (উপাদান) at the given price must be mixed to produce a mixture of a desired price.

তাহলে বলা যায় যে Alligation হচ্ছে দুটি ভিন্ন ভিন্ন দামের বা ভিন্ন কোয়ালিটির পণ্য একসাথে কোন অনুপাতে মিশিয়ে নতুন একটি গড় দাম নির্ধারণ করলে কি রকম লাভ বা ক্ষতি হবে তা জানতে পারার প্রক্রিয়া। এলিগেশনের মুল কাজ হচ্ছে কোন অনুপাতে দুটি উপাদান থাকলে তাদের গড় কেমন হবে সে সম্পর্কে খুব দ্রুত ধারণা দেয়া।

যেমন:

মোট ১৫ টি ৫ টাকা ও ২ টাকার নোট মিলে ৬০ টাকা হলে এখানে ৫ টাকা ও ২টাকার নোট একটা নির্দিষ্ট পরিমাণে থাকবে। সেই নির্দিষ্ট অনুপাতটা কিভাবে খুব দ্রুত বের করা যায়? **Alligation** এর মাধ্যমে।

অনুপাত বের করলে লাভ কি?

অনুপাত বের হওয়ার পর সেখানে কোন ধরনের মুদ্রা কতটি আছে তা খুব সহজে বের করা যাবে । যেমন: উপরের প্রশ্নটিতে যদি প্রশ্ন করা হয় ৫ টাকার নোট কতটি আছে? তাহলে নিচের নিয়মে সমাধান করতে হবে।

❐ Basic Formula:

যদি দুটি উপাদান একসাথে মেশানো হয় তাহলে,

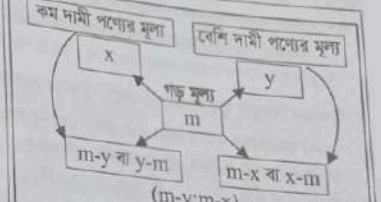
$$\frac{\text{কম দামের পণ্যের মূল্য}}{\text{বেশি দামের পণ্যের মূল্য}} = \frac{\text{বেশি দামের পণ্যের মূল্য ও গড় দামের ব্যবধান}}{\text{কম দামের পণ্যের মূল্য ও গড় দামের ব্যবধান}}$$

[এটা ভুলে গেলে একটি প্রশ্ন দেখুন]

এখান থেকে চিত্রটি ভালোভাবে বুঝে নিলে পরে যত অংক সমাধান করবেন কোন সংশয় তৈরী হবেনা

❐পাশের সুত্রটির ব্যখ্যা:

- উপরের দুপাশে লিখতে হয় শুরুতে দুটি ভিন্ন ভিন্ন মুল্য (x,y)
- মাঝে লিখতে হয় ঐ মূল্য দুটি একসাথে করার পর গড় মূল্য(m)
- এরপর আড়াআড়ি বিয়োগ করে দু'পাশে ব্যবধান দুটি লিখতে হয়। **এক্ষেত্রে ব্যবধানটা ই আসল।** কোনটি থেকে কোনটি **বিয়োগ করলেন তা গুরুত্বপূর্ণ নয়।** বিয়োগফল ধনাত্মক হবে। **যেমন:** বামপাশে m-y বা y-m এবং ডানপাশে m-x বা x-m
- সর্বশেষে বিয়োগফল দুটির অনুপাত বের করতে হয় এবং এক্ষেত্রে বাম পাশের বিয়োগফলটি বাম পাশের মূল্যকে এবং ডান পাশের বিয়োগফলটি ডান পাশের মূল্যকেই বোঝায়।



(m-y:m-x)

অথবা (y-m:x-m)

কম দামী পণ্যের মূল্য বাম পাশে আর বেশি দামী পণ্যের মূল্য ডান পাশেই থাকবে। দিক পরিবর্তন হবে না।

এখান থেকে পরের ১০টি নিয়মের ১টি করে সমাধান দেয়া প্রশ্ন ভালোভাবে বুঝলে পরবর্তীতে যে মিশ্রণ সম্পর্কিত যে কোন প্রশ্নে এই নিয়মটি প্রয়োগ করতে পারবেন।

❐ Alligation এর Basic কিছু Rules:

- সবগুলোকে একজাতীয় তৈরী করে হিসেব করতে হবে।
- ক্রয়মূল্য হলে সবগুলোই ক্রয়মূল্য আবার বিক্রয়মূল্য হলে সবগুলোই বিক্রয়মূল্য বানাতে হবে।
- ১০ টাকার নোট ও ৫টাকার নোট মিলে মোট ১৪টি নোট দিয়ে এমন কোন মোট টাকা হবে না যা বড় টার থেকেও বড়।

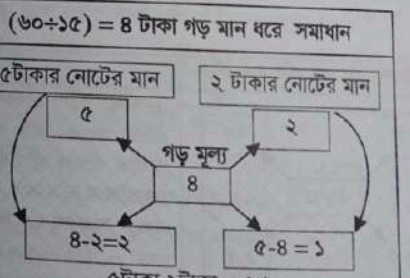
যেমন: ১৪টি ই ১০টাকার নোট হলে সর্বোচ্চ ১৪০টাকা হবে আবার ১৪টিই ৫টাকার নোট হলে সর্বনিম্ন ৭০টাকা হবে। তাহলে দু ধরনের নোট মিশ্রণ করলে যে টাকা হবে তা ১৪০ থেকে ৭০ এর মাঝেই অবস্থান করবে। এর কম বা বেশি হলে বুঝতে হবে প্রশ্নটি ভুল আছে ।

❐ Alligation এর মাঝের গড় বের করার নিয়ম:

১. **একটি ঝুড়িতে ৫টাকার ও ২ টাকার ১৫টি নোট মিলে ৬০ টাকা হলে ৫টাকার নোট কতটি আছে?**

ক. ১০ টি খ. ১২ টি গ. ১৪ টি ঘ. ২০ টি উত্তর: ক

(৬০÷১৫) = ৪ টাকা গড় মান ধরে সমাধান

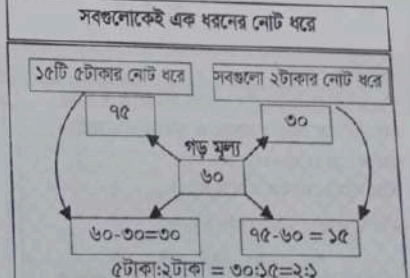


৫টাকা:২টাকা = ২:১

অনুপাতের যোগফল = ২+১ = ৩

সুতরাং ৫ টাকার নোট আছে ১৫ এর ২/৩ = ১০টি।

সবগুলোকেই এক ধরনের নোট ধরে



৫টাকা:২টাকা = ৩০:১৫=২:১

অনুপাতের যোগফল = ২+১ = ৩

সুতরাং ৫ টাকার নোট আছে ১৫ এর ২/৩ = ১০টি।

এই সমাধান থেকে শেখা গেল:

গড় বের করা সহজ হলে (ভগ্নাংশ না আসলে) সবগুলোকেই গড় ধরে হিসেব করা যায় আবার গড় বের করতে গিয়ে ভগ্নাংশ আসলে মোট মান বের করে হিসেব করা যায়। **(এই বিষয়টা পরে অনেক কাজে লাগবে যখনই ভগ্নাংশ আসবে তখনই মোট ধ হিসেব করতে হবে।)**

ভুল করা যাবে না যেখানে:

একটার গড় বের করলেন আর অন্যটার মোট রেখে দিলেন তাহলে হবে না। যেটা করবেন সবগুলোই একই করতে হবে। ভিন্ন ভিন্ন ভাবে হিসেব করলে উত্তর মিলবে না। অর্থাৎ গড় ধরলে সব গড় আর মোট ধরলে সব মোট।

☞ **উপরের বিষয়টি বুঝলে নিচের প্রশ্নটি দু'ভাবে সমাধান করুন:**

২. **একটি চকলেটের দাম ৪ টাকা এবং একটি কেকের দাম ৫টাকা। মোট ৫০০ টি চকলেট ও কেক কিনতে ২৩০০ টাকা খরচ হলে সেখানে চকলেট ও কেক এর সংখ্যা কত বের করুন।**

ক. ২০০ ও ৪০০ টি খ. ৩০০ ও ২০০ টি গ. ২০০ টি ৩০০ টি ঘ. ২০০টি ও ৩০০টি উত্তর: ঘ

[**Hints:** গড় = ২৩০০÷৫০০ = ৪.৬ এবং মোট ৫০০×৪ = ২০০০ ও ৫০০×৫ = ২৫০০ ধরে হিসেব করুন।]

☞ **Alligation কোথায় ব্যবহৃত হয়?**

যেখানেই দুটি ভিন্ন ভিন্ন উপাদান তাদের মূল্য বা গুণাগুণের ভিত্তিতে একসাথে মিশিয়ে নতুন একটি মূল্য নির্ধারণের কথা আসে সেখানেই Alligation ব্যবহার করা যায়।

☞ **গণিতের কোন কোন অধ্যায়ে Alligation ব্যবহার করা যায়?**

যে অধ্যায়গুলোতে মিশ্রণ সম্পর্কিত প্রশ্ন থাকে। মিশ্রণ বলতে শুধু দুটি উপাদানে মিশ্রণ বোঝাবে এমন নয় বরং অনেক কিছুর মিশ্রণ বোঝাতে পারে। যেমন: কিছু ১০টাকার নোট ও কিছু ৫টাকার নোটের মিশ্রণ, কিছু বালক কিছু বালিকা মিলে সম্মিলিত ভাবে একটি নতুন দলকে বালক বালিকাদের মিশ্রণ, আবার, একধরণের কম দামের ফলের সাথে বেশি দামের ফলের মিশ্রণ, কোন একটা উপাদানের সাথে আরেকটা নতুন উপাদানের মিশ্রণ। নিচে যে যে টপিকের যে অংকগুলোতে Alligation ব্যবহার করা যায় সেগুলো আলোচনা করা হলো।

পদ্ধতি-০১ : সাধারণ প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

৩. **একজন দোকানদার ১৫ টাকা ও ২০ টাকা কেজি দরে ২ ধরণের চা কি অনুপাতে মেশালে মিশ্রিত চায়ের দাম প্রতিকেজি ১৬.৫০ টাকা হবে?** *[Combined 5 bank –(Cash)-2019]*

ক. ৭ : ৪ খ. ৩ : ৭ গ. ৭ : ৩ ঘ. ৩ : ৫ উত্তর: গ

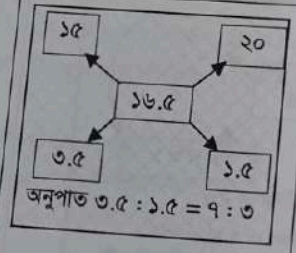
লিখিত সমাধান:

ধরি, ১৫ টাকা কেজি দরের চালের পরিমাণ = x কেজি।
এবং ২০ টাকা কেজি দরের চালের পরিমাণ = y কেজি।
প্রশ্নমতে, $১৫x+২০y=১৬.৫(x+y)$
[ভিন্ন দামের যোগফল = মোট দাম।]
$\Rightarrow ১৫x+২০y = ১৬.৫x+১৬.৫y$

$\Rightarrow -১.৫x=-৩.৫y \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{৩.৫}{১.৫}=\frac{৭}{৩} \therefore x:y= ৭:৩$

সুতরাং দু ধরনের চাল মেশাতে হবে ৭:৩ অনুপাতে

শর্টকাট: রুল অফ এলিগেশন দিয়ে



অনুপাত ৩.৫ : ১.৫ = ৭ : ৩

শুদ্ধি পরীক্ষা: আপনি চাইলে প্রতিটা অংকের শুদ্ধি পরীক্ষা করে দেখতে পারেন যে উত্তরটা সঠিক হলো কি না।
এখানে সবগুলো চাল কিনতে মোট খরচ = (১৫×৭)+(২০×৩) = ১০৫+৬০ = ১৬৫ তাহলে গড় দাম = ১৬৫÷১০ = ১৬.৫।

নিজে করুন:

৪. **৬০ টাকা কিলোগ্রাম দরের চায়ের সঙ্গে ৪০ টাকা কিলোগ্রাম দরের চা কী অনুপাতে মিশিয়ে মিশ্রিত চায়ের প্রতি কিলোগ্রাম ৫২ টাকা দরে বিক্রয় করলে লাভ বা লোকসান কিছুই হবে না?**

ক. ৫ : ২ খ. ৩ : ২ গ. ৩ : ৪ ঘ. ২ : ১ উত্তর: খ

পদ্ধতি-০২: গড়ের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

☞ **গড়ের কোন প্রশ্নগুলোতে Alligation প্রয়োগ করা যায়?**

যেগুলোতে মিশ্রণের বিষয়টি আসে। কোনগুলোতে আসে?
ধরুন: নির্দিষ্ট কিছু ছেলে বা ছাত্রদের একটি দলের একটা গড় বয়স/ওজন/প্রাপ্ত নম্বর আছে।
নির্দিষ্ট সংখ্যার অন্য একটি দলে ছাত্রীদের গড় বয়স/ওজন অথবা প্রাপ্ত নম্বর আছে।
এখন এই দুই দলের সবাইকে একসাথে করে ১টি মাত্র দল তৈরী করলে (মিশ্রণ করে) তাদের নতুন একটি গড় তৈরী হবে।
এখন, এখানে প্রথমে ছাত্রদের গড়, ও ছাত্রীদের গড় দেয়া থাকলে সাথে তাদের সম্মিলিত হওয়ার পর নতুন গড় কত তা দেয়া থাকলে Alligation এর মাধ্যমে বের করা যাবে ছাত্র-ছাত্রীদের অনুপাত কত ছিল। আর অনুপাত বের করা গেলে মোট ছাত্র-ছাত্রী থেকে কতজন ছাত্র আর কত জন ছাত্রী তাও বের করা যাবে।
আবার শুধু একটি দলের সংখ্যা দেয়া থাকলে সেই অনুপাত থেকেই অন্য দলের সংখ্যা অথবা মোট কতজন তা বের করা যাবে।

৫. **একটি স্কুলে মোট ৬০ জন ছাত্রছাত্রী একটি পরীক্ষায় গড়ে ৪৩ নম্বর পায়। যারা পাশ করেছে তারা গড়ে ৫২ নম্বর এবং যারা ফেল করেছে তারা গড়ে ১৬ নম্বর করে পেয়েছে। মোট কতজন ছাত্র-ছাত্রী ফেল করেছে?**

ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ৪৫ উত্তর: খ

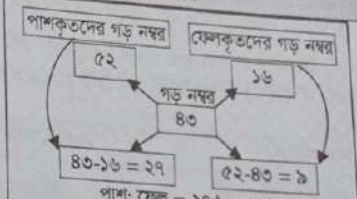
লিখিত সমাধান:

ধরি, মোট পাশ করেছে = x জন।
সুতরাং মোট ফেল করেছে = ৬০-x জন।
প্রশ্নমতে, $(৫২\times x) + ১৬(৬০-x) = ৬০\times ৪৩$
(সবার মোট নম্বর = ৬০×৪৩)
$\Rightarrow ৫২x + ৯৬০-১৬x = ২৫৮০$

$\Rightarrow ৩৬x = ১৬২০ \Rightarrow x = \frac{১৬২০}{৩৬} = ৪৫$

∴পাশ ৪৫ ও ফেল = ৬০-৪৫ = ১৫ জন।

শর্টকাট: রুল অফ এলিগেশন দিয়ে



পাশ: ফেল = ২৭:৯ = ৩:১
অনুপাতের যোগফল = ৩+১ = ৪
ফেল করা ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = ৬০ এর ১/৪ = ১৫

৬. **কোন কোম্পানির সব কর্মচারীর গড় বেতন ১৫০ টাকা। ২৫ জন অফিসারের গড় বেতন ৫০০ টাকা ও অন্য কর্মীদের গড় বেতন ১০০ টাকা হলে ওই কোম্পানিতে কর্মীদের সংখ্যা কত?**

ক. ২০০ খ. ১৮০ গ. ১৬০ ঘ. ১৭৫ উত্তর: ঘ

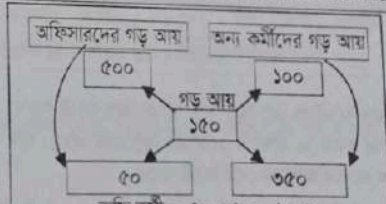
লিখিত সমাধান:

মনেকরি, ওই কোম্পানিতে কর্মী সংখ্যা = x জন
প্রশ্নমতে, $১০০x + ৫০০\times ২৫ = (২৫+x)\times ১৫০$
$\Rightarrow ১০০x+১২৫০০=৩৭৫০+১৫০x$
$\Rightarrow ১০০x-১৫০x = ৩৭৫০-১২৫০০$

$\Rightarrow -৫০x=-৮৭৫০; \Rightarrow x = \frac{৮৭৫০}{৫০}$

$\Rightarrow x = ১৭৫$ জন

শর্টকাট: রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:



অফি:কর্মী = ৫০:৩৫০ = ১ : ৭
অনুপাতের যোগফল = ১+৭ = ৮
অফি: ১ জন হলে কর্মী = ৭, অফি: ২৫ হলে কর্মী =১৭৫

এখানে নতুন করে শেখা গেল যে: সর্বমোট সংখ্যা দেয়া না থেকে একদলের সংখ্যা দেয়া থাকলে অন্যদলে কতজন ছিল তাও বের করা যায়। যেমন অনুপাতে অফিসারদের মান ১ হওয়াও কর্মীদের মান = ৭ অংশ। তাহলে ১ অংশ = ২৫ হলে ৭ অংশ = ১৭৫ হবে।
আবার মোট কতজন বের করতে বলা হলে ৮ অংশ = ২৫×৮ = ২০০ জন হতো। কখন কি করতে হবে তা প্রশ্নই বলে দিবে।

☞ নিজে করুন: (যে কোন প্রশ্নের উত্তর নিয়ে কনফিউশন লাগলে শুদ্ধি পরীক্ষা করে নিন)

৭. একটি ক্লাশে ছাত্র-ছাত্রীদের গড় বয়স ১৫.৮ বছর। ছাত্রদের গড় বয়স ১৬.৪ বছর এবং ছাত্রীদের গড় বয়স ১৫.৪ বছর হলে ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত কত?
ক. ১ : ২ খ. ২ : ৩ গ. ৩ : ৪ ঘ. ৩ : ৫ উত্তর: গ

৮. একজন শ্রমিক প্রথম ৮ ঘন্টায় প্রতি ঘন্টা কাজ করার জন্য গড়ে ৫০টাকা করে পায়। ওভারটাইম কাজ করলে প্রতি ঘন্টায় ৬০ টাকা করে পায়। একদিন তার ঘন্টা প্রতি গড় আয় ৬০ টাকা হলে সে কত ঘন্টা ওভারটাইম কাজ করেছিল? উত্তর: ৪।
ক. ২ ঘন্টা খ. ৩ ঘন্টা গ. ৪ ঘন্টা ঘ. ৫ ঘন্টা উত্তর: গ

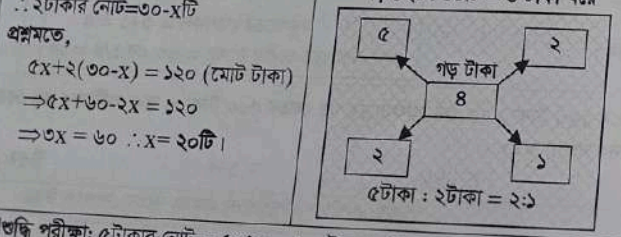
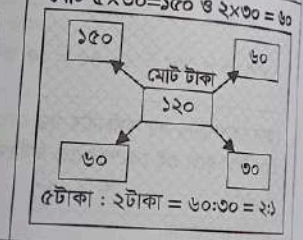
৯. ৫ম শ্রেণী ও ৬ষ্ঠ শ্রেণীর ১০০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মোট ওজন ৩৫০০ কেজি। ৫ম শ্রেণীর ছাত্র-ছাত্রীদের গড় ওজন ২০ কেজি হলে ৬ষ্ঠ শ্রেণীর ছাত্র-ছাত্রীদের গড় ওজন ৪৫ কেজি। উভয়ক্লাসে কতজন করে ছাত্র-ছাত্রী আছে বের করুন।
ক. ১০ ও ২০ জন খ. ২০ ও ৩০ জন গ. ৩০ ও ৪০ জন ঘ. ৪০ ও ৬০ জন উত্তর: ঘ

[Hints: গড় দেয়া না থাকলে আগে গড় বের করার পর হিসেব করতে হবে।]

পদ্ধতি-০৩: সমীকরণের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

এই নিয়মটি সবথেকে বেশি প্রয়োগ করা যায় সমীকরণের প্রশ্নে। কারণ সমীকরণের প্রশ্নের মিশ্রণের মত করে প্রশ্ন থাকে। নিচের সমাধান করা প্রশ্নগুলো থেকে শিখুন এবং অন্য প্রশ্নগুলোতে প্রয়োগ করুন।

১০. মি. x দৈবভাবে ২ টাকা ও ৫ টাকার মোট ৩০টি নোট সম্বলিত মানিব্যাগ হারিয়ে ফেললেন। যেখানে টাকার পরিমান ছিল ১২০ টাকা। ঐ ব্যাগে ৫ টাকার কতটি নোট ছিল? *[Uttara Bank (AO-Cash) -2011]*
ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২০ উত্তর: ঘ

✍লিখিত সমাধান:	✍এলিগেশনে সবার গড় বের করে :	✍এলিগেশনে সবার মোট বের করে :
ধরি, ৫টাকার নোট = xটি ∴ ২টাকার নোট=৩০-xটি প্রশ্নমতে, ৫x+২(৩০-x) = ১২০ (মোট টাকা) ⇒৫x+৬০-২x = ১২০ ⇒৩x = ৬০ ∴x= ২০টি।	গড় ১২০÷৩০টি = ৪ টাকা ধরে 	মোট ৫×৩০=১৫০ ও ২×৩০ = ৬০ 

☐শুদ্ধি পরীক্ষা: ৫টাকার নোট = ৫×২০ = ১০০টাকা, ২টাকার নোট = ১০×২ = ২০টাকা। মোট ১০০+২০ = ১২০ টাকা।।

[Note: মুদ্রার উপর আরো বিভিন্ন ভাবে প্রশ্ন আসে। কিন্তু সবগুলোই এলিগেশন দিয়ে হয় না, সমীকরণ অধ্যায়ে এমন প্রশ্ন আছে]

নিজে করুন: (উত্তর বের হলে শুদ্ধি পরীক্ষা করে যাচাই করুন)

১১. হাসানের কাছে ১০ টাকা ও ৫০টাকার কিছু নোট আছে। যদি তার কাছে থাকা সর্বমোট ১৫০টি নোট মিলে মোট ৫১০০ টাকা হয় তাহলে প্রত্যেক প্রকারের নোট কতটি আছে?
ক. ৬০ ও ৩০ খ. ৯০ ও ৬০ গ. ৬০ ও ৪০ ঘ. ৬০ ও ৯০ উত্তর: ঘ

১২. ১২০ টি ২৫পয়সার মুদ্রা ও ৫০ পয়সার মুদ্রায় মোট ৩৫ টাকা হয়। ৫০ পয়সার মুদ্রা কতটি? *(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৫১)*
ক. ২০ টি খ. ৩০ টি গ. ১৫ টি ঘ. ২৫ টি উত্তর: ক

[Hints: মোট টাকার পরিমাণ ১২০×০.২৫ = ৩০ টাকা, এবং ১২০×০.৫০ = ৬০টাকা ধরে করুন]

১৩. একটি ইকো কলমের মূল্য ৫ টাকা এবং একটি ম্যাটাডোর কলমের মূল্য ৪ টাকা। যদি ঐ দোকানদার ৫০০ টি কলম বিক্রি করে ২৩০০ টাকা পায়, তবে সে কয়টি ইকো কলম বিক্রয় করেছিল? *(খাদ্য অধিদপ্তর-০৯)*
ক. ১০০ খ. ২০৫ গ. ৩০৮ ঘ. ৩০০ উত্তর: ঘ

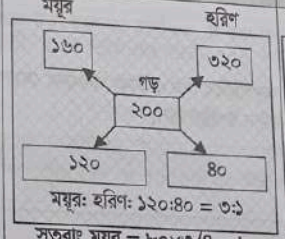
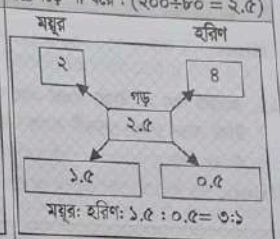
একই নিয়মে সমাধান করার চেষ্টা করুন:

১৪. ৫০ জন পুরুষ ও মহিলার মাঝে ১৭০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন প্রতি পুরুষ ৩.৫০ টাকা এবং প্রতি মহিলা ৩.২৫ টাকা পায়। পুরুষ ও মহিলার সংখ্যা নির্ণয় কর। *[অষ্টম শ্রেণী ৩.২-(পুরাতন বই)]*
[Hints: গড় = ১৭০÷৫০ = ৩.৪ ধরে অথবা, গুণ করে মোট ধরে হিসেব করা যাবে।] উত্তর: পুরুষ ৩০ জন, মহিলা ২০ জন।
ক. ৩০, ২০ জন খ. ৪০, ৩০ জন গ. ২০, ৫০ জন ঘ. ৪০,৩০ উত্তর: ক

১৫. একটি সিনেমা হলে প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণীর আসন মিলিয়ে মোট ৫০০ আসন আছে। প্রথম শ্রেণীর একটি টিকিটের দাম ৩০ টাকা এবং দ্বিতীয় শ্রেণীর একটি টিকিটের দাম ১৮ টাকা। সবগুলো টিকিটের বিক্রয়মূল্য ১০,৫০০ টাকা হলে দ্বিতীয় শ্রেণীর আসন সংখ্যা কত? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*
ক. ২২৫ খ. ২৫০ গ. ৩৭০ ঘ. ৩৭৫ উত্তর: ঘ

[Hints: গড় = ১০৫০০÷৫০০ = ২১ ধরে অথবা, গুণ করে মোট ধরে হিসেব করা যাবে।]

১৬. ময়ূর ও হরিণ একত্রে ৮০টি। কিন্তু তাদের মোট পায়ের সংখ্যা ২০০। কয়টি ময়ূর আছে। *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]*
ক. ৬০ খ. ৫০ গ. ৪০ ঘ. ৩০ উত্তর: ক

✍লিখিত সমাধান	✍মোট পা ধরে এলিগেশন :	✍গড়ে পা ধরে : (২০০÷৮০ = ২.৫)
ধরি, ময়ূর আছে = xটি তাহলে হরিণ আছে = (৮০-x) টি প্রশ্নমতে, ২x+৪(৮০-x) = ২০০ (ময়ূরের পা ২টি ও হরিণের পা ৪টি দিয়ে গুণ) ⇒ ২x+৩২০-৪x = ২০০ ⇒ ২x= ১২০ ∴x = ৬০ টি।	ময়ূর হরিণ  ময়ূর: হরিণ: ১২০:৪০ = ৩:১ সুতরাং ময়ূর = ৮০×৩/৪ = ৬০	ময়ূর হরিণ  ময়ূর: হরিণ: ১.৫ : ০.৫= ৩:১ সুতরাং ময়ূর = ৮০×৩/৪ = ৬০

শুদ্ধি পরীক্ষা: ময়ূরের পা = ৬০টি×২ = ১২০টি এবং হরিণের পা = ২০টি×৪ = ৮০টি। মোট পা = ১২০+৮০ = ২০০টি।

পরামর্শ: মোট পা ধরে এলিগেশনের নিয়মটি সহজ। কারণ অনেক সময় গড় পা বের করার সময় ভগ্নাংশ আসতে পারে।

নিজে করুন:

১৭. পায়রা ও খরগোশের সংখ্যা মোট ৪০টি এবং এদের পা' এর সংখ্যা ১৪০টি হলে সেখানে পায়রা আছে কতটি?
ক. ২৫ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ

১৮. একটি চিড়িয়াখানায় ময়ূর ও বানর আছে মোট ৫০ টি। তাদের পায়ের সংখ্যা ১২০টি হলে সেখানে মোট কতটি ময়ূর আছে?
ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ২০ ঘ. ১০ উত্তর: খ

ব্যতিক্রমী প্রশ্ন ও তার সমাধান:

উপরের সবগুলো প্রশ্ন দেখতে ও করতে একই রকম । তবে কিছু প্রশ্ন ব্যতিক্রম আছে নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন।

১৯. কাজের দিন ২ টাকা পাওয়া এবং অনুপস্থিতির দিন ৫০ পয়সা জরিমানা দেয়ার শর্তে কাজ করে এক ব্যক্তি সেপ্টেম্বর মাসে ৪০ টাকা পেল। ব্যক্তিটি কত দিন কাজে উপস্থিত ছিল? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*
ক. ২২ খ. ১৮ গ. ২০ ঘ. ১৫ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান	এলিগেশনের মাধ্যমে সমাধান:	ব্যাখ্যা:
ধরি, উপস্থিত ছিল = x দিন ∴অনুপস্থিত = ৩০-x দিন [সেপ্টেম্বর = ৩০দিন] **প্রশ্নমতে,** ২x-০.৫(৩০-x) = ৪০[আয়-জরিমান=অবশিষ্ট] ⇒ ২x - ১৫ + ০.৫x = ৪০ ⇒ ২.৫x = ৫৫ ∴x = ২২ দিন।	মোট আয় — জরিমানা ৬০ — -১৫ গড় আয় ৪০ ৪০-(-১৫) =৫৫ — ৬০-৪০=২০ উপ:অনু =৫৫:২০ = ১১:৪ উপস্থিত = ৩০ এর ১১/১৫= ২২	আয়ের টাকা (৩০×২=৬০) হাতে আসে কিন্তু জরিমানার টাকা (৩০×০.৫=১৫) হাত থেকে চলে যায়। আর গড় হলো সেই টাকা যাওয়ার পরের অবশিষ্ট টাকা। এজন্য এখানে জরিমানার টাকার পরিমাণটি ঋণাত্মক আকারে লেখা হয়েছে। ঋণাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করলে তা উল্টোপাশে যোগ হয়ে যায়।

শুদ্ধি পরীক্ষা: মোট আয় = ২২×২ = ৪৪ টাকা। মোট জরিমানা = ৮×০.৫ = ৪ টাকা। অবশিষ্ট টাকা = ৪৪-৪ = ৪০ টাকা।

এখানে শেখা গেলো যে: ঋণাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করলে তা উল্টোপাশে যোগ হয়ে যায়।

নিজে করুন: (বিয়োগের বিষয়টা খুব ভালোভাবে শিখে রাখুন.)

২০. মারুফ যদি একদিন কাজ করে তাহলে ৪০টাকা পায়। যদি একদিন অনুপস্থিত থাকে তবে ৫ টাকা জরিমানা দেয়। এ চুক্তিতে সে ২০০৮ সালের জুন মাসে শুক্রবার সহ ৭৫০ টাকা পেল। তাহলে সে কতদিন অনুপস্থিত ছিল?

ক. ১০ দিন খ. ২৫দিন গ. ৯দিন ঘ. ১২দিন উত্তর: ক

[**Hints:** গড় আয় = ৭৫০÷৩০ = ১৫টাকা ধরে বা, ৩০ দিয়ে গুণ করে মোট ধরে ১২০০, ১৫০ এবং ৭৫০ টাকা ধরে হিসেব করুন]

২১. কাজের দিন ২০ টাকা পাওয়া এবং অনুপস্থিতির দিন ৫ টাকা জরিমানা দেয়ার শর্তে এক ব্যক্তি জুন মাসে কাজ শুরু করে ৪০০ টাকা বেতন পেল। লোকটি কাজে কতদিন উপস্থিত ছিল?

ক. ২০ দিন খ. ২২দিন গ. ২৪ দিন ঘ. ২৬ দিন উত্তর: খ

[**Hints:** গড় করতে গেলে ভগ্নাংশ আসবে তাই ৩০ দিন দিয়ে গুণ করে এলিগেশন করুন। জরিমানার টাকার আগে (-) চিহ্ন বসবে]

আর কোথায় কোথায় বিয়োগ চিহ্ন বসে?

সাধারণত এলিগেশনের অংকগুলোতে বিয়োগের প্রশ্ন তেমন আসে না।

তবে শতকরা অংকে একটা বৃদ্ধি অন্যটা হ্রাস পেলে অথবা , লাভ-ক্ষতির কিছু অংকে, একটিতে লাভ অন্যটিতে ক্ষতি বোঝালে, এলিগেশনে একটিতে (+) অন্যটিতে (-) চিহ্ন বসিয়ে হিসেব করতে হয়। যেমন:

২২. একটি স্কুলে ৯০০ জন ছাত্র-ছাত্রী আছে। জানুয়ারী মাসে ৪% ছাত্র চলে গেল এবং ৫% ছাত্রী নতুন করে ভর্তি হওয়ার পর ছাত্র-ছাত্রীর মোট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকলো। জানুয়ারী মাসের আগে ঐ স্কুলে কতজন ছাত্র ছিল?

ক. ২৫০ খ. ৩৫০ গ. ৫০০ ঘ. ৪০০ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:	এলিগেশনের মাধ্যমে সমাধান:	ব্যাখ্যা:
ধরি, ছাত্র ছিল = x জন সুতরাং ছাত্রী ছিল = (৯০০-x) জন **প্রশ্নমতে,** x এর ৪% = (৯০০-x) এর ৫% ⇒ ৪x = ৪৫০০-৫x ⇒ ৯x = ৪৫০০ ∴x = ৫০০ জন।	ছাত্র — ছাত্রী -৪% — ৫% পরিবর্তন ০% ৫-০= ৫ — ০-(-৪) = ৪ ছাত্র:ছাত্রী = ৫:৪ ছাত্র = ৯০০ এর ৫/৯ = ৫০০	মোটের উপর কোন পরিবর্তন হলো না অর্থ ০% পরিবর্তন। ০ কে মাঝখানে লেখা হলো। ৪% চলে যাওয়া (-৪%) এবং ৫% নতুন আসায় (+৫%) । চলে গেলে (-) চিহ্ন না দিলে উত্তর মিলবে না।

নতুন শিক্ষা : যখন হ্রাস-বৃদ্ধি কিছুই বোঝায় না বা লাভ-ক্ষতি কিছুই হয় না তখন ০% পরিবর্তন হয়। অর্থাৎ মাঝে পড়ের জায়গায় ০% লিখে হিসেব করতে হবে। বাড়লে বা লাভ হলে (+) চিহ্ন আর কমলে বা ক্ষতি হলে (-) চিহ্ন বসাতে হয়। কিন্তু আড়াআড়ি বিয়োগ আগের মতই হবে। বিয়োগ সংখ্যা থেকে বিয়োগ করলে যোগ হয়ে যাবে। উত্তর সবসময় ধনাত্মক হবে।

২৩. একটি গ্রামে ৫০০ জন পুরুষ ও মহিলা আছে। যদি পুরুষদের সংখ্যা ১০% বৃদ্ধি পায় এবং মহিলাদের সংখ্যা ৫% হ্রাস পায় তাহলে জনসংখ্যা মোটের উপর ১% বেড়ে যায়। ঐ গ্রামে মোট কতজন পুরুষ আছে?

ক. ৪০০ খ. ৩০০ গ. ২০০ ঘ. ১০০ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:	এলিগেশনের মাধ্যমে সমাধান:	ব্যাখ্যা:
ধরি, পুরুষ ছিল = x জন সুতরাং মহিলা ছিল = (৫০০-x) জন **প্রশ্নমতে,** x এর ১০%- (৫০০-x) এর ৫% = ৫০০ এর ১% [মোট বৃদ্ধি - মোট হ্রাস = মোটের উপর বৃদ্ধি] ⇒১০x-২৫০০+৫x = ৫০০ ⇒ ১৫x = ৩০০০ ∴x = ২০০ জন।	পুরুষ — মহিলা ১০% — -৫% পরিবর্তন ১% ১-(-৫) = ৬ — ১০-১=৯ পুরুষ:মহিলা = ৬:৯ = ২:৩ পুরুষ ৫০০ এর ২/৫ = ২০০ জন	এবার মোটের উপর ১% বৃদ্ধি বলায় মাঝে ১% লেখা হয়েছে। আর ১০% বৃদ্ধি পাওয়ায় +১০% কিন্তু ৫% হ্রাস পাওয়ায় (-৫%) হবে। এরপর বিয়োগ করে অনুপাত = ২:৩। অর্থাৎ ৫০০ জনকে মোট ৫ ভাগ করে ২ ভাগ পুরুষ হবে।

২৪. ঘোড়া ও গরুর ক্রয়মূল্য ১০০০০ টাকা। ঘোড়াটি ২০% লাভে এবং গরুটি ১৫% ক্ষতিতে বিক্রয় করায় মোট ৬% লাভ হল। ঘোড়া ও গরুর মূল্য কত?

ক. ৬০০০, ৪০০০ খ. ৩০০০, ৪০০০ গ. ৪০০০, ৬০০০ ঘ. ২৬০০, ৩৪০০ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:	এলিগেশনের মাধ্যমে সমাধান:	ব্যাখ্যা:
ধরি, ঘোড়া = x টাকা ∴গরু =১০০০০-x **প্রশ্নমতে,** x এর ২০%- (১০০০০-x) এর ১৫% = ১০০০০ এর ৬% ⇒ ২০x − ১৫০০০০+১৫x = ৬০০০০ ⇒ ৩৫x = ২১০০০০ ∴x = ৬০০০ সুতরাং ঘোড়া = ৬০০০ তাহলে গরু = (১০০০০-৬০০০) = ৪০০০	ঘোড়া — গরু ২০ — -১৫ মোটে লাভ ৬% ৬-(-১৫) =২১ — ২০-৬=১৪ ঘোড়া:গরু = ২১:১৪=৩:২ ১০০০০ এর ৩/৫ = ৬০০০, ৪০০০	২০% লাভ থেকে ১৫% ক্ষতির টাকা বিয়োগ হওয়ার পর যা থাকে তাকেই মোটের উপর লাভ বা গড় লাভ বলা হয়। ক্ষতি (১৫%) এর আগে (-) চিহ্ন দিতে হবে। তখন বিয়োগের উল্টো যোগ হওয়ায় ৬ বেড়ে ২১ হবে।

শুদ্ধি পরীক্ষা: লাভ, ৬০০০ এর ২০% = ১২০০ আবার ক্ষতি ৪০০০ এর ১৫% = ৬০০
মোটের উপর লাভ = (১২০০-৬০০) = ৬০০ টাকা যা ১০০০০ এর ৬% = ৬০০টাকা হিসেবে মিলে গেছে।

নিজে করুন:

২৫. কোনো শহরের লোকসংখ্যা ১০ লক্ষ। যদি পুরুষের সংখ্যা ১০% বৃদ্ধি পায় এবং স্ত্রীলোকের সংখ্যা ৬% কমে যায়, তবে শহরের লোকসংখ্যা কোনো পরিবর্তন হয় না। ঐ শহরে পুরুষ ও স্ত্রীলোকের সংখ্যা কত? [৩২তম বিসিএস, লিখিত]

উত্তর: স্ত্রীলোক ৬,২৫,০০০ জন এবং পুরুষদের সংখ্যা = ৩,৭৫,০০০ জন

২৬. একজন ব্যবসায়ী দুটি পণ্য ১৪০০ টাকায় ক্রয় করে একটি ২০% লাভে এবং অন্যটি ৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করায় মোটের উপর তার লাভ বা ক্ষতি কোনটিই হলো না। ক্ষতিতে বিক্রয় করা পণ্যটির বিক্রয়মূল্য কত?

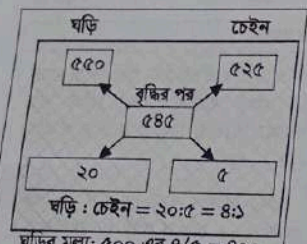
ক. ১০০০ খ. ৯২০ গ. ১২০০ ঘ. ৯০০ উত্তর: খ

[**Hints:** এলিগেশনের মাধ্যমে আগে ক্রয়মূল্য ১০০০ এনে ১০০০-১০০০ এর ৮% = ৯২০ টাকা। ১০০০ ই রেখে দিলে ভুল হবে।]

পদ্ধতি-০৪: শতকরার প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

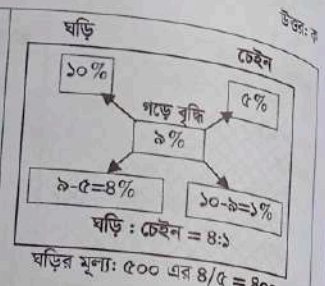
২৭. একটি ঘড়ি ও একটি চেইনের মূল্য একত্রে ৫০০ টাকা। ঘড়ির মূল্য ১০% ও চেইনের মূল্য ৫% বাড়ালে বর্ধিত মূল্য হয়ে ৫৪৫ টাকা। ঘড়ির মূল্য কত?

ক. ৪০০ খ. ৩০০ গ. ২০০ ঘ. ১০০ উত্তর: ক



ঘড়ির মূল্য: ৫০০ এর ৪/৫ = ৪০০

☛ **ব্যাখ্যা:** বাম পাশে সবগুলোকেই টাকার পরিমাণ ধরে হিসেব করা হয়েছে। ৫০০টাকাই ঘড়ি হলে ১০% বেড়ে ৫৫০ এবং ৫০০ টাকাই চেইন হলে ৫% বেড়ে ৫২৫ টাকা হতো নতুন দাম। আর ডান পাশে সবগুলোকেই % ধরে হিসেব করা হয়েছে। মোট বৃদ্ধি ৫৪৫-৫০০ = ৪৫ টাকাকে ৫০০ এর % বানালে ৯% হবে।



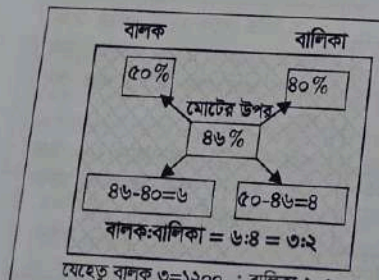
ঘড়ির মূল্য: ৫০০ এর ৪/৫ = ৪০০

Note: শুধু মূল্য বৃদ্ধির টাকা গুলো ধরেও হিসেব করা যেতো। যেমন: ৫০০ এর ১০% =৫০, ৫০০ এর ৫% = ২৫ এবং গড় ৫৪৫-৫০০ = ৪৫ টাকা। সবগুলো এলিগেশনে বসিয়ে হিসেব করলেও উত্তর একই আসবে। (শুদ্ধি পরীক্ষা নিজেই করুন)

২৮. একটি পরীক্ষায় ১২০০ বালক পরীক্ষার্থী ছিল। যদি ৫০% বালক ও ৪০% বালিকা পরীক্ষায় পাস করে, বালিকা পরীক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় করুন। যেখানে মোট ৪৬% পরীক্ষার্থী পাস করেছে। *[২২তম বিসিএস লিখিত]*

ক. ৪০০ খ. ৮০০ গ. ২০০ ঘ. ১০০ উত্তর: ৮০০ জন।

উত্তর: খ



যেহেতু বালক ৩=১২০০ ∴ বালিকা ২=৮০০

☛ **ব্যাখ্যা:** এখানে ১২০০ কিন্তু মোট বালক বালিকা নয় তাই বালক:বালিকার অনুপাতের ৩:২ কে যোগ করতে হবে না, এখানে বালকের ৩ অংশ = ১২০০ হলে ১ অংশ = ১২০০÷৩ = ৪০০
সুতরাং বালিকা ২ অংশ = ৪০০× ২ = ৮০০ জন।

☛ **নতুন করে শেখা গেলো:**
অনুপাতগুলোকে সবসময় যোগ করতে হয় না। বরং যখন অনুপাতের যত অংশের মান প্রশ্নে দেয়া থাকে সেভাবে হিসেব করতে হয়। মোট দেয়া থাকলে যোগ করে হিসেব কিন্তু একটা অংশ দেয়া থাকলে যোগ না করেই ঐ অংশের মান ধরে অন্য অংশের মান বের করতে হবে।

আশা করি এতগুলো প্রশ্ন ও সমাধানের সাথে বিস্তারিত ব্যাখ্যা দেয়ায় ব্যতিক্রম নিয়মগুলোতেও তেমন সমস্যা হবে না।

এই টপিকটি সহ এরকম স্পেশাল টেকনিক সম্বলিত অনেকগুলো টপিক এই বইয়ের অনেক গুরুত্বসহকারে সুন্দর এবং গোছানো আলোচনা করা হয়েছে। যা প্রচলিত গতবাধা সমাধান দেয়া কোন বইয়ে পাবেন না। আমাদের বই দেখে অনেক নতুন করে সাজানোর চেষ্টা করলেও মনে রাখবেন, দিনে দিনে আমরাও আমাদের কোয়ালিটি বৃদ্ধি করায় সর্বোচ্চ চেষ্টা করে যাচ্ছি। সাথে থাকুন।

পদ্ধতি-০৬: লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ে Alligation এর প্রয়োগ

২৯. কোনো ব্যবসায়ী ১২০ কেজি চাল কিনে তার মধ্যে কিছু অংশ ১০% লাভে ও অপর অংশ ২৫% লাভে বিক্রয় করেন। মোটের উপর ১৫% লাভ হয়। তিনি ২৫% লাভে কত চাল বিক্রি করেন?

ক. ৪০% খ. ৪৫% গ. ৪২% ঘ. ৪৪% উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

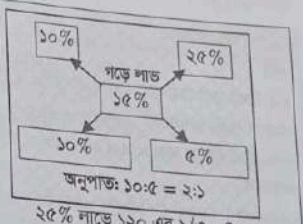
ধরি, ২৫% লাভে বিক্রি করে = x কেজি চাল।
সুতরাং ১০% লাভে বিক্রি করে = (১২০ - x) কেজি চাল

প্রশ্নমতে, $\frac{১২৫x}{১০০} + \frac{১১০(১২০ - x)}{১০০} = ১২০ \times \frac{১১৫}{১০০}$

$\Rightarrow ১২৫x + ১৩২০০ - ১১০x = ১৩৮০০$

$\Rightarrow ১৫x = ১৩৮০০ - ১৩২০০ = ৬০০$

$\therefore x = ৪০$ সুতরাং ২৫% লাভে ৪০ কেজি চাল বিক্রি করে।



২৫% লাভে ১২০ এর ১/৩ =৪০

নিজে করুন:

৩০. একজন ব্যবসায়ীর ৫০ কেজি ডাল আছে। এর মধ্যে কিছুটা ৮% লাভে এবং অবশিষ্টাংশ ১৮% লাভে বিক্রয় করে। মোটের উপর তার ১৪% লাভ হয়। তাহলে কতটা পরিমাণ ডাল ১৮% লাভে বিক্রয় করেছে?

ক. ৩০ কেজি খ. ৩৫ কেজি গ. ৪০ কেজি ঘ. ৬০ কেজি উত্তর: ক

৩১. এক ব্যবসায়ী ২০০০ কেজি চালের কিছুটা পরিমাণ ৩৬% লাভে এবং অবশিষ্ট পরিমাণ ১৬% লাভে বিক্রয় করে। মোটের উপর সে ২৮% লাভ করে। তাহলে কত পরিমাণ চাল ১৬% লাভে বিক্রয় করবে?

ক. ৪০০ কেজি খ. ৩০০ কেজি গ. ৯০০ কেজি ঘ. ৮০০ কেজি উত্তর: ঘ

জটিল সংখ্যায়ও নিয়ম একই

৩২. একটি শার্ট ও একটি প্যান্টের মূল্য একত্রে ৫২৫.০০ টাকা। যদি শার্টের মূল্য ৫% এবং প্যান্টের মূল্য ১০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ঐগুলো কিনতে ৫৬৮.৭৫ টাকা লাগে। শার্ট ও প্যান্টের প্রত্যেকটির মূল্য কত? *[৩০তম বিসিএস]*

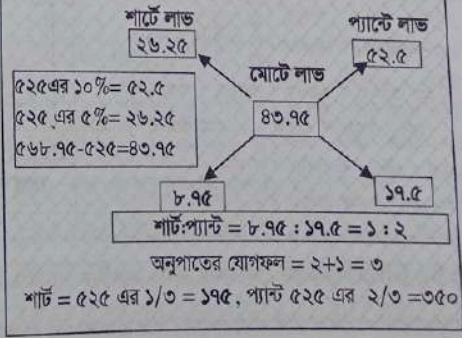
ক. ৫০০, ৩০০ খ. ১৭৫, ৩৫০ গ. ৪০০,৩৭৫ ঘ. ১৫০,৩০০ উত্তর: খ

প্রশ্নটির লিখিত সমাধান পাবেন লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের লিখিত অংশে।

এখানে অনেকগুলো দেখানো হলো যাতে সমাধান করতে করতে আপনার এই আইডিয়াটা অটো ডেভেলপ হয়ে যায় যে, কোন ধরণের প্রশ্নগুলো এলিগেশনে করা যাবে আর কোনগুলো যাবে না।

উত্তর: শার্টের মূল্য = ১৭৫ টাকা,
এবং প্যান্টের মূল্য= ৩৫০ টাকা।

Rule of allegation দিয়ে দ্রুত উত্তর:



অনুপাতের যোগফল = ২+১ = ৩
শার্ট = ৫২৫ এর ১/৩ = ১৭৫, প্যান্ট ৫২৫ এর ২/৩ =৩৫০

সবগুলোকেই একজাতীয় বানানো:

লাভ ক্ষতির অংকগুলোতে যখন দুটি ক্রয়মূল্য এবং অন্যটি বিক্রয়মূল্য দেয়া থাকবে তখন সেই সংখ্যাগুলোকে সরাসরি Alligation এ ব্যবহার করা যাবে না। বরং সংখ্যাগুলোকে প্রথমে হয় সবগুলোকেই ক্রয়মূল্য অথবা সবগুলোকেই বিক্রয়মূল্য বানাতে হবে। তারপর এলিগেশনে বসিয়ে হিসেব করতে হবে। নিচের সমাধান গুলো দেখুন।

৩৩. ২৪ টাকা দরে ক্রয় করা ২৫ কেজি চালের সাথে ৪২ টাকা দরে ক্রয় করা কত কেজি চাল মিশিয়ে ৪০ টাকা দরে বিক্রি করলে ২৫% লাভ হবে? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ২০ খ. ১২.৫ গ. ১৬ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

লিখিত সমাধান

ধরি
৪২ টাকা দরে ক্রয় করা চালের পরিমাণ= x কেজি
তাহলে মোট ক্রয়মূল্য = ২৪×২৫ + ৪২x
এবং মোট বিক্রয় মূল্য = ৪০(২৫+ x)
প্রশ্নমতে,
(২৪×২৫) +৪২x এর ১২৫% =৪০(২৫+ x)
[ক্রয়মূল্য + ২৫% লাভ = বিক্রয়মূল্য]

$\Rightarrow (৬০০+৪২x) \times \frac{৫}{৪} = ১০০০+৪০x$

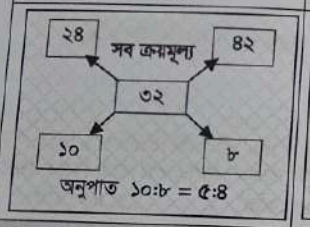
$\Rightarrow ৩০০০+২১০x = ৪০০০+১৬০x$

$\Rightarrow ৫০x = ১০০০ \quad \therefore x = ২০$ **উত্তর:**

সবগুলোকে ক্রয়মূল্য ধরে :

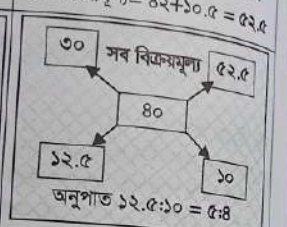
২৫% লাভে বিক্রয়মূল্য
১২৫% = ৪০ হলে ক্রয়মূল্য

$\therefore ১০০\% = \frac{৪০ \times ১০০}{১২৫} = ৩২$



সবগুলোকে বিক্রয়মূল্য ধরে:

প্রথমে, লাভ ২৪ এর ২৫% = ৬
সুতরাং বিক্রয়মূল্য = ২৪+৬ = ৩০
আবার লাভ ৪২ এর ২৫% = ১০.৫
∴ বিক্রয়মূল্য= ৪২+১০.৫ = ৫২.৫



অনুপাতের ৫ অংশের মান = ২৫ কেজি ∴ ৪ অংশের মান হবে = ২০ কেজি।

৩৪. আকাশ ৫০ টাকা ও ৬০ টাকা কেজি দরে দুই ধরনের কিছু চাল কিনল এবং একটি নির্দিষ্ট অনুপাতে মেশাল তারপর সে ৭০ টাকা দরে বিক্রি করে ২০% মুনাফা পেল। মিশ্রণের অনুপাত কত? *[Union Bank. (MTO)-2015]*

ক. ১ : ১০ খ. ১ : ৫ গ. ২ : ৭ ঘ.৩ : ৮ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান

মনে করি, আকাশ ৫০ টাকা দরে কিনেছিল x কেজি চাল এবং ৬০ টাকা দরে কিনেছিল y কেজি চাল।
সর্বমোট খরচ = ৫০x+৬০y
সর্বমোট বিক্রয়মূল্য = ৭০ (x+y)
প্রশ্নমতে (৫০x + ৬০y) এর ১২০% = ৭০ (x + y)

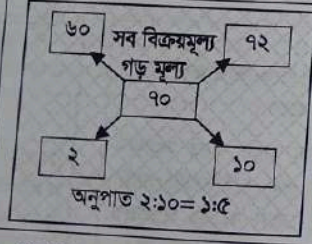
$\Rightarrow (৫০x + ৬০y) \times \frac{৬}{৫} = ৭০x + ৭০y$

$\Rightarrow ৩০০x + ৩৬০y = ৩৫০x + ৩৫০y$

$\Rightarrow -৫০x = -১০y \quad \Rightarrow ৫x = y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{১}{৫} \quad \therefore x : y = ১ : ৫$

সবগুলোকে বিক্রয়মূল্য ধরে :

সবগুলোকেই ক্রয়মূল্য বা সবগুলোকেই বিক্রয়মূল্য না বানিয়ে প্রশ্ন থেকে পাওয়া ৫০, ৬০ এবং ৭০ ধরে হিসেব করলে ভুল হবে।



প্রশ্নে শুধু অনুপাত বের করতে বলায় এখানে ১ : ৫ ই উত্তর।

যেহেতু এখানে ২০% লাভের কথা বলা হয়েছে: তাই ৫০ টাকায় ২০% লাভে বিক্রি করলে বিক্রয়মূল্য = ৫০ এর ১২০% = ৬০টাকা আবার ৬০টাকার চালের বিক্রয়মূল্য ৬০ এর ১২০% = ৭২ টাকা। এবং ৭০ আগে থেকেই ২০% লাভে বিক্রয়মূল্য। এরপর এলিগেশন করা যাবে।

Be Clear: ক্রয়মূল্য বের করার জন্য, ১২০%= ৭০ হলে ১০০% = $\frac{৭০ \times ১০০}{১২০} = \frac{১৭৫}{৩}$, কিন্তু এরকম ভগ্নাংশ আসলে স্বাভাবিক হিসেবের থেকে বেশি সময় লাগবে। তাই ক্রয়মূল্য বের না করে লাভ যুক্ত করে সবগুলোকেই বিক্রয়মূল্য ধরে করা সহজ।

নিজে করুন:

৩৫. সুমন প্রথমে ৮ টাকা কেজি ও পরে ১২ টাকা কেজিতে দুই ধরণের চাল ক্রয় করে মেশাল। পরে সে মেশানো চাল ১২ টাকা কেজিতে বিক্রয় করলে ২০% লাভ হয়। মেশানো চালের অনুপাত কত? *[সেতু কর্তৃপক্ষ (সহকারী পরিচালক)-২০২০]*

ক. ২ : ১ খ. ১ : ২ গ. ১ : ১ ঘ. ৩ : ১ উত্তর: গ

৩৬. ৭ টাকা কেজি দরে ২৭ কেজি চিনির সাথে ৯ টাকা কেজি দরে কত কেজি চিনি মেশাতে হবে, যাতে ৯ টাকা ২৪ পয়সা দরে বিক্রি করলে ১০% মুনাফা হয়? *(Exim Bank Ltd.Off 2013)*

ক. ৩৬ খ. ৪২ গ. ৫৬ ঘ. ৬৩ উত্তর: ঘ

৩৭. প্রতিকেজি ৬০টাকা এবং প্রতিকেজি ৬৫ টাকা দরে কিছু চা পাতা কত অনুপাতে মিশিয়ে প্রতি কেজি ৬৮.২০ টাকা দরে বিক্রি করলে মোটের উপর ১০% লাভ হবে? *[IBBL (PO)-2017]* [**Hints:** ক্রয় অথবা বিক্রয় দুভাবের যে কোন একভাবে করুন।]

ক. ৩ : ২ খ. ৩ : ৪ গ. ৩ : ৫ ঘ. ৪ : ৫ উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৬: সরল মুনাফার প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

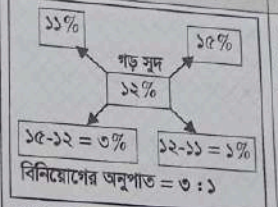
৩৮. সুমন তার কাছে থাকা ১০০০০ টাকার কিছু অংশ বার্ষিক ১১% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা বার্ষিক ১৫% হারে বিনিয়োগ করে ১ বছর পর ১২০০ টাকা মুনাফা পেলো। সে ১১% হারে কত টাকা বিনিয়োগ করেছিল?

ক. ২০০০ টাকা খ. ২৫০০ টাকা গ. ৭৫০০ টাকা ঘ. ৮০০০ টাকা উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

ধরি, ১১% হারে বিনিয়োগ করে = x টাকা।
তাহলে ১৫% হারে বিনিয়োগ করে = (১০০০০-x) টাকা
প্রশ্নমতে,
x এর ১১% + (১০০০০-x) এর ১৫% = ১২০০
(দুটি সুদের সমষ্টি = মোট সুদ।)
$\Rightarrow ১১x+১৫০০০০-১৫x = ১২০০০০$
$\Rightarrow ৪x = ৩০০০০ \quad \therefore x = ৭৫০০$
সুতরাং ১১% হারে বনিয়োগ করেছিল = ৭৫০০ টাকা।

এলিগেশনের মাধ্যমে সমাধান:



১১% হারে = ১০০০০×৩/৪ = ৭৫০০

ব্যাখ্যা:

১২০০ টাকা হলো ১০০০০ টাকার ১২% যা মাঝে বসেছে। এখানে ১২০০ টাকা সহজে % হলো তাই এভাবে করা সহজ। না হলে মোট ধরে ১১০০, ১৫০০ ও ১২০০ ধরে হিসেব করা বেটার।

শুদ্ধি পরীক্ষা: ৭৫০০ এর ১১% +২৫০০ এর ১৫% = (৮২৫+৩৭৫) = ১২০০ হলো (৭৫০০+২৫০০) = ১০০০০ এর ১২%

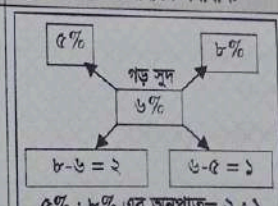
৩৯. বারবারা ন্যাশনাল ব্যাংকে বার্ষিক ৫% হারে ২৪০০ টাকা বিনিয়োগ করে। এর সাথে আরো কত টাকা বার্ষিক ৮% হারে বিনিয়োগ করলে তার সর্বমোট বিনিয়োগের উপর বার্ষিক সুদের হার ৬% হবে? *(UC Bank MTO-2011)*

ক. ২,৪০০ টাকা খ. ৩,৬০০ টাকা গ. ১,০০০ টাকা ঘ. ১,২০০ টাকা উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, ৮% হারে বিনিয়োগ করে = x টাকা।
প্রশ্নমতে,
২৪০০ এর ৫% + x এর ৮% = (২৪০০+x) এর ৬%
(দুটি সুদের সমষ্টি = মোট সুদ।)
$\Rightarrow ১২০০০+৮x = ১৪৪০০ + ৬x$
$\Rightarrow ২x = ২৪০০ \quad \therefore x = ১২০০$
সুতরাং ৮% হারে আরো বিনিয়োগ করতে হবে ১২০০ টাকা

এলিগেশনের মাধ্যমে সমাধান:



৫% এ ২৪০০ হলে ৮% এ ১২০০

ব্যাখ্যা:

এখানে, প্রথমে আলাদা আলাদা বিনিয়োগের হার দুটি উপরে লেখা হয়েছে। আর মাঝে ৬% হলো মিক্স করার পর সম্মিলিত সুদের হার। এরপর অনুপাত বের করে ৮% হারে ১২০০ উত্তর।

শুদ্ধি পরীক্ষা: প্রথম অংশের সুদ = ২৪০০ এর ৫% = ১২০ টাকা এবং ২য় অংশের সুদ = ১২০০ এর ৮% = ৯৬ টাকা। ২ অংশের সুদ মিলে মোট সুদ = ১২০+৯৬ = ২১৬ টাকা। আবার মোট বিনিয়োগ (২৪০০+১২০০) = ৩৬০০ এর ৬% = ২১৬

নিজে করুন:

৪০. ৪০০০ টাকার মধ্যে কিছু টাকা বার্ষিক ৮% সরল সুদে এবং অবশিষ্ট টাকা ১০% সরল সুদে ঋণ দেয় হলো। বছর শেষে ৩৫২ টাকা সুদ পাওয়া গেলে ৮% হারে কত টাকা ঋণ দেয়া হয়েছিল?

ক. ৩৬০০ খ. ২৪০০ গ. ১২০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

[**Hints:** ৩৫২ টাকা ৪০০০ এর ৮.৮% ধরে সবগুলোই % অথবা সবগুলোই মোট টাকা বের করে হিসেব করুন।]

৪১. কাদের দুইটি সঞ্চয়ী হিসাবে মোট ১৫০০০ টাকা জমা রাখল। একটি হিসাব থেকে সে বাৎসরিক ৫% হারে সুদ পাবে এবং অপরটি থেকে ১০% হারে সুদ পাবে। বছর শেষে সে যদি মোট ১১১০ টাকা সুদ পেয়ে থাকে, তাহলে ৫% হার সুদে সে কত টাকা জমা রেখেছিল? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ৭৮০০ খ. ৭২০০ গ. ৬৮০০ ঘ. ৭০০০ উত্তর: ক

[**Hints:** লিখিত সমাধান সুদকষা অধ্যায়ে। এখানে এলিগেশন দিয়ে সমাধান করার চেষ্টা করুন।]

৪২. ৬৮০ টাকা ৬% হার সুদে বিনিয়োগ করার পর ১০% হারে আর কত টাকা বিনিয়োগ করলে মোটের উপর সব মিলিয়ে ৭.৫% সুদ পাওয়া যাবে?

ক. ৪০৮ টাকা খ. ৩২০ টাকা গ. ২০০ টাকা ঘ. ৩২০ টাকা উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৭: গতিবেগের প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

সময় দূরত্ব গতিবেগের প্রশ্নগুলোর মধ্যে যে প্রশ্নগুলোতে মিশ্রণের বিষয়টা জড়িত। যেমন: বড় একটি রাস্তার নির্দিষ্ট একটি অংশ এক গতিতে এবং অন্য অংশটি আরেক গতিতে গিয়ে দুটো মিলে একসাথে মিশ্রণ হয়ে নতুন একটি গতিবেগ তৈরী হলে যে প্রশ্নগুলো তৈরী হয় সেগুলোই মূলত এলিগেশন দিয়ে করা যায়।

৪৩. একজন ব্যক্তি ৪০ কি.মি. বেগে ৬ ঘন্টা পথ চলার পর ৬০ কি.মি বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলো সম্পূর্ন যাত্রায় তার গতি ৫৫ কি.মি. হলে সে মোট কত ঘন্টা যাত্রা করেছিল? *[৯ম - ১০ শ্রেণীর বোর্ড বই]*

ক. ২৬ খ. ২২ গ. ২০ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি মোট পথ যেতে সর্বমোট সময় লেগেছে x ঘন্টা

তাহলে ৪০কিমি বেগে গেছে ৬ ঘন্টা অর্থাৎ মোট পথ = ৪০×৬

আবার ৬০ কিমি বেগে মোট পথ গিয়েছে = ৬০$(x - ৬)$ কিমি

প্রশ্নমতে, $\{৪০\times৬ + ৬০(x-৬)\} = ৫৫x$

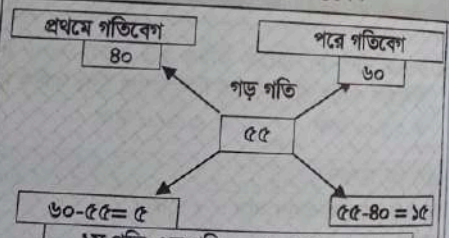
(পথটির দুই অংশের যোগফল = গড় গতি × সময়)

$\Rightarrow ২৪০ + ৬০x - ৩৬০ = ৫৫x$

$\Rightarrow ৫x = ১২০ \quad \therefore x = ২৪$

সুতরাং মোট যাত্রা করেছিল = ২৪ ঘন্টা।

শর্টকাট সমাধান: এলিগেশনের মাধ্যমে:



১ম গতি: ২য় গতি = ৫ : ১৫ = ১ : ৩

অনুপাতের যোগফল = ১+৩ = ৪

অনুপাতের, ১অংশ = ৬ ঘ: মোট ৪ অংশ = ৪ ×৬ = ২৪ ঘন্টা

গতিবেগের এলিগেশনে ব্যতিক্রম যে বিষয়টা অবশ্যই মাথায় রাখতে হবে:

সময় দূরত্ব ও গতিবেগের প্রশ্নগুলোতে এলিগেশনে কখনো গতিবেগ বসিয়ে অংক করা যাবে না। করলে ভুল উত্তর আসবে। কারণ গতিবেগ ৫০কিমি/ঘন্টা হলে আপনি ১কিমি গেলেও আপনার গতি ৫০ আবার ১০০০ কিমি গেলেও এলিগেশনে ৫০ ই বসছে যা আসলে দূরত্বের পার্থক্য বোঝাতে পারছে না। এজন্য সময় ধরে করতে হবে। কারণ কম পথ গেলে কম সময় এবং বেশি পথ গেলে বেশি সময় লাগে।

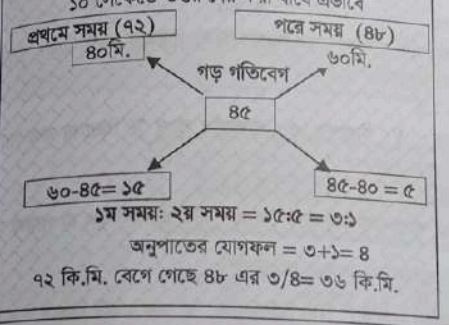
৪৪. জুয়েল ৪৫ মিনিটে ময়মনসিংহ থেকে নেত্রকোণা পৌঁছে। ময়মনসিংহ থেকে নেত্রকোণার দুরুত্ব ৪৮ কি.মি। কিছু রাস্তা সে ৭২ কি.মি /ঘন্টা বেগে যায়। অবশিষ্ট রাস্তা ৪৮ কি.মি /ঘন্টা বেগে যায়। ৭২ কি.মি/ ঘন্টা বেগে সে কত কি.মি অতিক্রম করেছিল? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ২৪ খ. ৩৬ গ. ১২ ঘ. ১৮ উত্তর: খ

লিখিত সমাধানের জন্য সময়-দূরত্ব ও গতিবেগ অধ্যায় দেখুন।

রুল অফ এলিগেশন দিয়ে দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক:

Rule of allegation দিয়ে MCQ পরীক্ষার জন্য ১০ সেকেন্ডে উত্তর বের করা যাবে এভাবে



১ম সময়: ২য় সময় = ১৫:৫ = ৩:১

অনুপাতের যোগফল = ৩+১= ৪

৭২ কি.মি. বেগে গেছে ৪৮ এর ৩/৪= ৩৬ কি.মি.

চিত্রটির ব্যাখ্যা:

প্রথমে ৪৮কিমি দূরত্বই যদি ৭২কিমি বেগে যেতো তাহলে

সময় লাগতো = $\frac{৬০\times৪৮}{৭২}$ = ৪০মিনিট।

অথবা যদি পুরো পথই ৪৮ কিমি বেগে যেতো

তাহলে $\frac{৬০\times৪৮}{৪৮}$ = ৬০মিনিট।

এখন গড় সময় ৪৫ মিনিটকে রেখে দেখা যাচ্ছে দুই সময়ের অনুপাত ৩:১ হয়। অর্থাৎ ৭২ কিমি বেগে গেছে ৩ ভাগ রাস্তা এবং ৪৮ কিমি বেগে গেছে ১ ভাগ রাস্তা। যেহেতু ৭২ কিমি চেয়েছে। তাহলে মোট পথ ৪৮ এর ৩+১ = ৪ ভাগের ৩ ভাগ

= ৪৮×$\frac{৩}{৪}$ = ৩৬কিমি যাবে ৭২কিমি বেগে। উত্তর: ৩৬ কিমি

নিজে করুন:

৪৫. এক ব্যক্তি গাড়িযোগে ঘন্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে কিছুদুর অতিক্রম করে ঘন্টায় ৪০ কি.মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করে ৫ ঘন্টায় ২৪০ কি.মি. পথ গমন করেন। ৬০ কি.মি. বেগে কতদূরে গিয়েছিলেন? *[২৪তম বিসিএস, লিখিত]* উত্তর: ১২০কিমি.

ক. ১০০ খ. ১২০ গ. ১২৫ ঘ. ৮০ উত্তর: খ

[**Hints:** লিখিত এর জন্য সময় দূরত্ব ও গতিবেগ অধ্যায় দেখুন। এলিগেশনের জন্য ৬০ কিমি বেগে সম্পূর্ণ গেলে = ২৪০÷৬০ = ৪ ঘন্টা, আবার ৪০কিমি বেগে গেলে ২৪০÷৪০ = ৬ ঘন্টা বের করে উপরে ৬ ও ৪ এবং মাঝে ৫ ঘন্টা দিয়ে করুন।]

পদ্ধতি-০৮: বিবিধ প্রশ্নে Alligation এর প্রয়োগ

৪৬. সোনা পানির চেয়ে ১৯ গুণ ভারী এবং তামা পানির চেয়ে ৯ গুণ ভারী। ধাতু দুটো কি অনুপাতে মিশ্রিত করলে উক্ত মিশ্রণ পানির চেয়ে ১৫গুণ ভারী হবে? *[Pubali Bank (SO)-2017] + [DAE- (Sr)- 2017]*

ক. ২ : ৩ খ. ৪ : ৩ গ. ৩ : ২ ঘ. ৩ : ৪ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

ধরি,

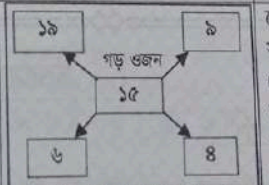
সোনা পানির চেয়ে ১৯x এবং তামার চেয়ে ৯y গুণ ভারী।

প্রশ্নমতে, $১৯x+৯y = ১৫(x+y)$

$\Rightarrow ১৯x + ৯y = ১৫x + ১৫y$

$\Rightarrow ৪x = ৬y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{৬}{৪} \quad \therefore x : y = ৩:২$

রুল অফ এলিগেশন:



অনুপাত: ৬ : ৪ = ৩ : ২

ব্যাখ্যা:

মেশানোর আগের সম্পর্কগুলো উপরে এবং মেশানোর পরের সম্পর্ক মাঝে লিখা হয়েছে।এখানে শুধু অনুপাত বের করতে বলায় ৩:২ ই সরাসরি উত্তর।

Practice Part

১. প্রতি কেজি ৯.৩ টাকা দরের চালের সাথে প্রতি কেজি ১০.৮ টাকা দরের চাল কত অনুপাতে মেশালে প্রতি কেজি মিশ্রিত চালের দর ১০ টাকা হবে?
ক. ৮ : ৭ খ. ৫ : ৩ গ. ৭ : ৫ ঘ. ৯ : ৫

২. ১টি চিড়িয়াখানায়, মোট ৮০টি হরিণ এবং পায়রা আছে। যদি তাদের পায়ের সংখ্যার যোগফল ২০০টি হয় তাহলে সেখানে কতগুলো পায়রা আছে? *[IFIC BANK (MTO) – 2017]*
ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৫০ ঘ. ৬০

৩. ২০% চিনি যুক্ত মিশ্রণের সাথে ৫০% চিনি যুক্ত মিশ্রণ কত অনুপাতে মেশালে নতুন মিশ্রণে চিনির পরিমান ৪০% হবে? *(IBA-MBA Ad.Test June-2012)*
ক. ১ : ২ খ. ২ : ১ গ. ১ : ৩ ঘ. ২ : ৩

৪. মিশ্রণ Y এ ৪০% চিনি এবং মিশ্রণ X এ ২০% চিনি আছে। Y মিশ্রণের ১৫০ গ্যালণের সাথে X মিশ্রণের কত গ্যালন মেশালে নতুন মিশ্রণে চিনির পরিমাণ ২৫% হবে? *[DBBL (AO)-2017]*
ক. ৭৫ খ. ১৫০ গ. ২৪০ ঘ. ৪৫০

৫. ৬২ টাকা কেজি দরে চা পাতার সাথে ৭২টাকা কেজি দরের চা পাতা কত অনুপাতে মেশালে প্রতি কেজি নতুন চা পাতার মূল্য ৬৪.৫ টাকা হবে?
ক. ৩ : ১ খ. ৩ : ২ গ. ৪ : ৩ ঘ. ৫ : ৩

৬. X মিশ্রণে 10% অ্যালকোহল এবং Y মিশ্রণে 30% অ্যালকোহল রয়েছে। 200 মিলিলিটার X এর একটি মিশ্রণে আর কত মিলিলিটার Y মিশ্রণ করলে মিশ্রণের 25% অ্যালকোহল থাকবে ? *[UCBL-(PO)-2017]*
ক. ৬০০ খ. ৮০০ গ. ৩০০ ঘ. ২৫০

৭. ২৪ কেজি লবণ - পানির মিশ্রণে ৮% লবণ এবং অন্য একটি মিশ্রণে ৪% লবণ। দ্বিতীয় মিশ্রণের কত কেজি প্রথম মিশ্রণের সাথে মেশাতে হবে যাতে মিশ্রণে লবণের পরিমান ৫% হয়? *(MBA Ad.Test 01-02)*
ক. ৪৮ খ. ৫৬ গ. ৬৪ ঘ. ৭২

৮. দুটি ব্যাংক যথাক্রমে ৬% এবং ৭% মুনাফা প্রদান করে। জনাব ফারুক দুটি ব্যাংকে ৪০০০ টাকা রাখলেন এবং বছর শেষে ২৫০ লাভ পেলেন। তিনি ৭% হারে কত টাকা রেখেছিলেন?? *[One Bank (SCO)-2017]*
ক. ৩০০০ খ. ২০০০ গ. ১৫০০ ঘ. ১০০০

৯. কোন ব্যক্তি ১০% হারে 'M' কোম্পানির bond এ x টাকা এবং ৯% হারে 'N' কোম্পানির bond এ y টাকা বিনিয়োগ করার পরিকল্পনা করলেন। তিনি সর্বমোট ৯০০০ টাকা বিনিয়োগ করে মোটের উপর ৮৫০ টাকা মুনাফা পেতে চাইলে 'M' কোম্পানিতে তাকে কত টাকা বিনিয়োগ করতে হবে?
ক. ৫০০০ খ. ৪০০০ গ. ৩০০০ ঘ. ২০০০

১০. ৫.৪ টাকা দরের ৩৬ কেজি চালের সাথে ৮ টাকা দরের কত কেজি গম মিশিয়ে ৭.২ টাকা দরে বিক্রি করলে ২০% মুনাফা হবে?
ক. ১০ খ. ১১ গ. ১০.৮ ঘ. ৮.৮

উত্তরমালা

১.	ক	২.	ঘ	৩.	ক	৪.	ঘ	৫.	ক	৬.	ক	৭.	ঘ	৮.	ঘ	৯	খ	১০.	গ

Khairuls Basic Math হলো পাঠকদের চাহিদা সর্বোচ্চ রিসার্চ করে লেখা বই। যে কারণে যেখানে যেখানে সমস্যা হতে পারে সেখানে সেখানেই সবথেকে সুন্দরভাবে ব্যাখ্যা দেয়া আছে। **আমাদের সাথেই থাকুন।**

মিশ্রণ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	মিশ্রণের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৩	% বা শতকরা আকারে মিশ্রণ
পদ্ধতি-০২	অনুপাত আকারে মিশ্রণ		

Practice Part

মিশ্রণের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

মিশ্রণের উপর বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : মিশ্রণের সাধারণ প্রশ্ন

১. ৬০ লিটার মিশ্রণে এসিড ও পানির অনুপাত ৭ : ৩। ঐ মিশ্রণে পানির পরিমাণ কত? *[প্রাক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(আলফা)-২০১৪]*
ক. ১৫ লিটার খ. ১৮ লিটার গ. ১২ লিটার ঘ. ১০ লিটার উত্তর: খ

সমাধান: এসিড : পানি = ৭ : ৩, অনুপাতের রশিগুলোর যোগফল = (৭+৩) = ১০

∴ পানির পরিমান = $৬০ \times \frac{৩}{১০}$ লিটার = ১৮ লিটার

২. ৪০ কেজি মিশ্রণে বালি ও সিমেন্টের পরিমাণের অনুপাত ৪ : ১। মিশ্রণটির বালি ও সিমেন্টের পরিমাণ নির্ণয় কর। *(৬ষ্ঠ শ্রেণি ২১)*
ক. ২৪ কেজি ও ৬ কেজি খ. ২০ কেজি ও ৫ কেজি গ. ৩২ কেজি ও ৮ কেজি ঘ. ৩২ কেজি ও ১০ কেজি উত্তর: গ

সমাধান:

৪০ কেজি মিশ্রণে বালি ও সিমেন্টের অনুপাত = ৪ : ১ এখানে, অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ৪ + ১ = ৫

∴ বালির পরিমাণ = $৪০ \times \frac{৪}{৫}$ = ৩২ কেজি। সিমেন্টের পরিমাণ = $৪০ \times \frac{১}{৫}$ = ৮ কেজি। **উত্তর: ৩২ কেজি এবং ৮ কেজি ।**

৩. একটি পাত্রের মিশ্রণে দুধ ও পানির ওজনের অনুপাত ৫ : ৬। অপর একটি পাত্রের মিশ্রণে পানি ও চিনির অনুপাত ৭ : ৪। ঐ দুটি পাত্রের মিশ্রণ একত্র করলে দুধ, পানি ও চিনির ওজনের অনুপাত কত হবে? *(সপ্তম শ্রেণী - ২১)*
ক. ৮ : ১২ : ১০ খ. ৩৫ : ৪২ : ২৪ গ. ৮ : ১৫ : ১৬ ঘ. ১৪ : ১২ : ১৮ উত্তর: খ

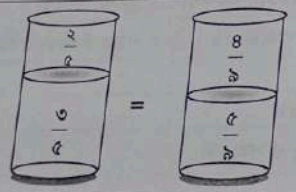
সমাধান:

দুধ : পানি = ৫ : ৬ = (৫ : ৬) ×৭ = ৩৫ : ৪২ [দু অনুপাতেই পানির মান সমান করার জ্য ৭ ও ৬ দিয়ে গুণ]
পানি : চিনি = ৭ : ৪ = (৭ : ৪) × ৬ = ৪২ : ২৪
সুতরাং দুধ : পানি : চিনি = **৩৫ : ৪২ : ২৪**

(১.ক) সমান মাপের ভিন্ন পাত্র থেকে একপাত্রে মিশ্রণ করলে :

৪. দুইটি সমান মাপের গ্লাস শরবতে পরিপূর্ণ আছে। ঐ শরবতে পানি ও সিরাপের অনুপাত যথাক্রমে প্রথম গ্লাসে ৩ : ২ ও দ্বিতীয় গ্লাসে ৫ : ৪। ঐ দুইটি গ্লাসের শরবত একত্রে মিশ্রণ করলে পানি ও সিরাপের অনুপাত কত হবে? [৭ম শ্রেণী-২০১]

ক. ১৩ : ৯ খ. ২৬ : ১৯ গ. ২৬ : ১৫ ঘ. ১২ : ৭ উত্তর: খ



লিখিত সমাধান:

প্রথম গ্লাসে পানি ও সিরাপ = ৩:২, অনুপাতের যোগফল = ৩+২ = ৫

সুতরাং পানি আছে = $\frac{৩}{৫}$ অংশ এবং সিরাপ আছে = $\frac{২}{৫}$ অংশ

২য় গ্লাসে, পানি: সিরাপ = ৫ : ৪ , অনুপাতের যোগফল = ৫+৪ = ৯

∴২য় গ্লাসে পানি আছে = $\frac{৫}{৯}$ অংশ এবং সিরাপ আছে = $\frac{৪}{৯}$ অংশ

দুটি গ্লাসে একত্রে মেশালে নতুন মিশ্রণে পানির পরিমান হবে

$$= \frac{৩}{৫}+\frac{৫}{৯} = \frac{২৭+২৫}{৪৫} = \frac{৫২}{৪৫}$$

নতুন মিশ্রণে সিরাপের মোট পরিমান = $\frac{২}{৫}+\frac{৪}{৯} = \frac{১৮+২০}{৪৫} = \frac{৩৮}{৪৫}$

সুতরাং নতুন মিশ্রণে পানি ও সিরাপের অনুপাত = $\frac{৫২}{৪৫} : \frac{৩৮}{৪৫}$

$= \frac{৫২}{৪৫}\times৪৫ : \frac{৩৮}{৪৫}\times৪৫ = ৫২ : ৩৮ = ২৬ : ১৯$ **উত্তর: ২৬ : ১৯**

আগে বুঝুন : (পরে মাত্র কয়েক সেকেন্ডে পারবেন) পাশের চিত্রে দেখুন, গ্লাস দুটিতে থাকা পানি ও সিরাপের পরিমান কম বেশি হলেও গ্লাস দুটির ধারণক্ষমতা কিন্তু সমান সমান। তাহলে প্রশ্নে দেয়া অনুপাত দুটি ৩ : ২ এবং ৫ : ৪ কে আমরা এমনভাবে বৃদ্ধি করবো যাতে সেই অনুপাত দুটির যোগফল সমান সমান হয়। এখন নিচের সমাধানটি দেখুন।

শর্টকাট: ভগ্নাংশ ছাড়া দ্রুত করার টেকনিক:

১ম গ্লাসে, পানি : সিরাপ = (৩:২)×(৫+৪)]
= (৩:২)×৯ = ২৭ : ১৮
(মোট পরিমান =২৭+১৮ = ৪৫)

২য় গ্লাসে, পানি : সিরাপ = (৫:৪)×(৩+২)
= (৫:৪)×৫ = ২৫ : ২০
(মোট পরিমান =২৫+২০ = ৪৫)

সর্বশেষ পাত্রে পানি ও সিরাপের নতুন অনুপাত
= (২৭+২৫) : (১৮+২০)= ৫২ : ৩৮ = ২৬ : ১৯

ব্যাখ্যা: প্রতিটা গ্লাসে সমান দ্রবণ আছে। তাই অনুপাতগুলোকে এমনভাবে বাড়ানো হয়েছে যাতে যোগফল সমান হয়।

কত দিয়ে গুণ করলে যোগফলগুলো সমান হবে? সাধারণত অনুপাতগুলোর যোগফলের ল.সা.গু করতে হয়। তবে আরো দ্রুত করার জন্য এক অনুপাতকে অন্য অনুপাতের যোগফল দিয়ে গুণ করলেই শেষে দ্রবণগুলোর যোগফল সমান হয়। এখানে ৪৫ = ৪৫।

৫. A এবং B দুটি পৃথক সংকর ধাতু। যাতে লোহা ও তামার অনুপাত যথাক্রমে, ৭ : ২ এবং ৭ : ১১। যদি সমপরিমাণ সংকর ধাতু A এবং B গলিয়ে C সংখ্যার ধাতু তৈরী করা হয় তবে C সংকর ধাতুতে লোহা ও তামার অনুপাত কত?

ক. ৬ : ৫ খ. ৭ : ৫ গ. ৭ : ৩ ঘ. ৭ : ৬ উত্তর: খ

সমাধান: A তে লোহা : তামা = ৭:২ = (৭:২)×(৭+১১) = (৭:২)×১৮ = (৭ : ২)×২ = ১৪ : ৪

B তে লোহা : তামা = ৭:১১ = (৭:১১)×(৭+২) = (৭:১১)×৯ = (৭ : ১১)×১ = ৭ : ১১ [১৮ ও ৯ এর বদলে ২ ও ১৪ণ]

C তে লোহা ও তামার অনুপাত = (১৪+৭) : (৪+১১) = ২১ : ১৫ = ৭ : ৫

নিজে করুন:

৬. দুইটি পাত্রে দুধ ও পানি যথাক্রমে ৭ : ৫ এবং ৫ : ৪ অনুপাতে মেশানো আছে। ঐ দুই মিশ্রিত দ্রব্য কি অনুপাতে নিয়ে একত্রে মেশালে নতুন মিশ্রণে দুধ ও পানির পরিমাণ সমান হবে?

ক. ৬১ : ৫১ খ. ৪১ : ৩১ গ. ১৯ : ১৭ ঘ. ৯: ৫ উত্তর: খ

[**Hints:** (৭+৫) = ১২ এবং (৫+৪) = ৯ এর ল.সাগু ৩৬ ধরে হিসেব করা যায় অথবা (৭ : ৫)×৯ এবং (৫ : ৪)×১২ এর পরিবর্তে উভয় রাশিকে ৩ দিয়ে ভাগ করে (৭ : ৫)×৩ এবং (৫ : ৪)×৪ নিলে দ্রুত হবে। মোট ৩৬ একক করেই হবে।]

৭. তিনটি সমান আয়তন গ্লাসে পানি মিশ্রিত দুধে পূর্ণ আছে। প্রথম গ্লাসে দুধ ও পানির অনুপাত ২ : ৩ দ্বিতীয় গ্লাসে ৩ : ৪ এবং তৃতীয় গ্লাসে ৪ : ৫ তিনটি গ্লাসে পানি মিশ্রিত দুধ একটি নতুন পাত্রে ঢালা হল। ঐ পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত কত?

ক. ৪০১ : ৫৪৪ খ. ৪০০ : ৫০০ গ. ৩০০ : ৫০০ ঘ. ৩৫০ : ৪৫০ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

প্রথম গ্লাসে দুধের পরিমাণ $\frac{২}{২+৩}$ অংশ = $\frac{২}{৫}$ অংশ।

প্রথম গ্লাসে পানির পরিমাণ $\frac{৩}{২+৩}$ অংশ = $\frac{৩}{৫}$ অংশ।

দ্বিতীয় গ্লাসে দুধের পরিমাণ $\frac{৩}{৩+৪}$ অংশ = $\frac{৩}{৭}$ অংশ।

দ্বিতীয় গ্লাসে পানির পরিমাণ $\frac{৪}{৩+৪}$ অংশ = $\frac{৪}{৭}$ অংশ।

তৃতীয় গ্লাসে দুধের পরিমাণ $\frac{৪}{৪+৫}$ অংশ = $\frac{৪}{৯}$ অংশ।

তৃতীয় গ্লাসে পানির পরিমাণ $\frac{৫}{৪+৫}$ অংশ = $\frac{৫}{৯}$ অংশ।

নতুন পাত্রে মোট দুধের পরিমাণ = $\frac{২}{৫}+\frac{৩}{৭}+\frac{৪}{৯} = \frac{৪০১}{৩১৫}$ অংশ

এবং নতুন পাত্রে পানির পরিমাণ = $\frac{৩}{৫}+\frac{৪}{৭}+\frac{৫}{৯} = \frac{৫৪৪}{৩১৫}$ অংশ।

∴নতুন পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত= $\frac{৪০১}{৩১৫} : \frac{৫৪৪}{৩১৫} = ৪০১ : ৫৪৪$

উত্তর: ৪০১ : ৫৪৪

শর্টকাট: ভগ্নাংশ ছাড়া দ্রুত উত্তর বের করার টেকনিক:

১ম গ্লাসে, দুধ : পানি = (২:৩)×{(৩+৪)×(৪+৫)}
= (২:৩)×৬৩ = ১২৬ : ১৮৯
(যোগফল =১২৬+১৮৯ = ৩১৫)

২য় গ্লাসে, দুধ : পানি = (৩:৪)×{(২+৩)×(৪+৫)}
= (৩:৪)×৪৫ = ১৩৫ : ১৮০
(যোগফল =১৩৫+১৮০ = ৩১৫)

৩য় গ্লাসে, দুধ : পানি = (৪:৫)×{(২+৩)×(৩+৪)}
= (৪:৫)×৩৫ = ১৪০ : ১৭৫
(যোগফল =১৪০+১৭৫ = ৩১৫)

সর্বশেষ পাত্রে দুধ ও পানির নতুন অনুপাত
= (১২৬+১৩৫+১৪০) : (১৮৯+১৮০+১৭৫)
= ৪০১ : ৫৪৪ (উত্তর:)

ব্যাখ্যা: প্রতিটা গ্লাসে সমান দ্রবণ আছে। তাই অনুপাতগুলোকে এমনভাবে বাড়ানো হয়েছে যাতে যোগফল সমান হয়। এক্ষেত্রে এক অনুপাতকে অন্য অনুপাত দুটির যোগফলের ল.সা.গু দ্বারা গুণ করলে শেষে যোগফল সমান আসে। শেষে দুধের পরিমাণ এবং পানির পরিমাণগুলো যোগ করা হয়েছে। এখানে (২+৩) = ৫, (৩+৪) = ৭ এবং (৪+৫) = ৯ এর ল.সা.গু = ৩১৫।

নিজে করুন:

৮. তিনটি আলাদা আলাদা পাত্রে একই পরিমাণ দুধ ও পানির মিশ্রণে দুধ ও পানির অনুপাত ৬ : ১, ৫ : ২ এবং ৩ : ১ যদি সবকটি মিশ্রণ একত্রে মেশানো হয়, তবে চূড়ান্ত মিশ্রণে দুধ ও পানির অনুপাত কত হবে?

ক. ৬৪ : ৬৫ খ. ৬৫ : ৬৪ গ. ১৯ : ৬৫ ঘ. ৬৫ : ১৯ উত্তর: ঘ

[**Hints:** সবগুলোর যোগফলের ল.সা.গু ২৮ ধরে হিসেব করুন। অথবা, (৬ : ১)×২৮, (৫ : ২)×২৮ এবং (৩ : ১)×৪৯ এভাবে বড় সংখ্যার গুণ না করে আরেকটু ছোট করে নিন। ৭ দিয় সবগুলোকে ভাগ করলে ৪, ৪ এভং ৭ দিয় গুণ করে যোগ।]

৯. সমান সমান পরিমাপের তিনটি দুধ ও পানির মিশ্রণে দুধ ও পানির অনুপাত ১ : ২, ২ : ৩ এবং ৩ : ৪। এদেরকে একটি নতুন পাত্রে মিশ্রণ করলে নতুন পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত কত?

ক. ১৯৩ : ১১৭ খ. ১৯০ : ১১১ গ. ১৯৩ : ১২২ ঘ. ৯৩ : ২২ উত্তর: গ

[**Hints:** (১+২) = ৩, (২+৩) = ৫ এবং (৩+৪) = ৭ এর ল.সা.গু ১০৫ যেনো সবগুলোর যোগফল হয় সেভাবে করুন। আর এই ১০৫ আনার সহজ সিস্টেম হলো = (১:২)×৫×৭ (প্রতিটা অনুপাতকে অন্য দুটির যোগফল দিয়ে গুণ করা)]

(১.খ) দুটি পাত্র থেকে % আকারে একপাত্রে মেশালে:

১০. একটি পাত্রে ৭৫% দুধ আছে এবং অপর পাত্রে ৯০% দুধ আছে। ঐ দুটি পাত্র থেকে যথাক্রমে ৬০ লিটার এবং ৩০ লিটার মিশ্রণ তৃতীয় পাত্রে ঢাললে, তৃতীয় পাত্রে দুধের পরিমাণ কত?
ক. ৮০% খ. ৭৫% গ. ৯০% ঘ. ৭৮%

সমাধান: উত্তর: খ

১ম পাত্র থেকে নেয়া দুধের পরিমাণ = ৬০ লিটারর ৭৫% = $৬০\times\frac{৭৫}{১০০}=৪৫$ লিটার

২য় পাত্র থেকে নেয়া দুধের পরিমাণ = ৩০ লিটারর ৯০% = $৩০\times\frac{৯০}{১০০}=২৭$ লিটার

সুতরাং সর্বমোট (৬০+৩০) = ৯০ লিটার মিশ্রণে দুধের পরিমাণ = (৪৫+২৭) = ৭২ লিটার।

সুতরাং দুধের শতকরা হার $=\frac{৭২\times১০০}{৯০}=৮০\%$

১১. ৮০ কেজির একটি চিনির শরবতে চিনি আছে ২৫%। আরেকটি শরবতের মিশ্রণে চিনি আছে ১০%। দ্বিতীয় মিশ্রণটির কত কেজি প্রথম মিশ্রণে মিশালে প্রথম মিশ্রণে চিনির পরিমাণ ২০% হবে? *[জাতীয় নিরাপত্তা গোয়েন্দা সংস্থা (NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৮]*
ক. ৩০ কেজি খ. ৪০ কেজি গ. ৬০ কেজি ঘ. ৮০ কেজি উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (লিখিত এর জন্যই শুধু এভাবে করবেন)

ধরি, মেশাতে হবে x কেজি

প্রশ্নমতে,

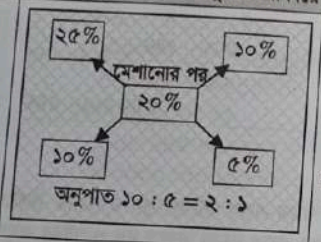
৮০ এর ২৫% + x এর ১০% = (৮০+x) এর ২০%

$\Rightarrow ৮০\times\frac{২৫}{১০০}+\frac{১০x}{১০০}=(৮০+x)\times\frac{২০}{১০০}$

$\Rightarrow ২০০০+১০x=১৬০০+২০x$ [১০০ দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow ১০x=৪০০ \quad \therefore x=৪০$ উত্তর: ৪০ কেজি।

শর্টকাট সমাধান: অনুপাত আকারে চিন্তা করে দ্রুত উত্তর:



ব্যাখ্যা:
এখানে অনুপাতের
২ অংশ = ৮০ কেজি
∴১ অংশ = ৪০ কেজি।

উত্তর : ৪০ কেজি

নিজে করুন:

১২. ১০ লিটার চিনির শরবতে ২৫% চিনি আছে। আরেকটি শরবতের মিশ্রণে ১০% চিনি আছে। দ্বিতীয় মিশ্রণের কত লিটার প্রথম মিশ্রণে মেশালে তাতে চিনির পরিমাণ ২০% হবে। *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*
ক. ৫ লিটার খ. ৬ লিটার গ. ৮ লিটার ঘ. ৪ লিটার উত্তর: ক

Hints: হুবহু আগের অংকটির মত লিখিত নিয়মে করুন, এলিগেশনে এখানে ২ : ১ আসবে। ২ অংশ = ১০ হলে ১ অংশ = ৫।

পদ্ধতি-০২ : অনুপাত আকারে মিশ্রণ

আগে ব্যাসিক ক্লিয়ার করে নিন:

যে কোন মিশ্রণের একাধিক দ্রবণ থাকলে কোন দ্রবণ বৃদ্ধি করা হলে তা বাড়ার সাথে সাথে মোট মিশ্রণের পরিমাণও বৃদ্ধি পায়। কিন্তু মিশ্রণের অপর দ্রবণটি আগে যা ছিল তা ই থাকে। যেমন: ১ বস্তা সিমেন্টের সাথে ৩ বস্তা বালু মেশালে মোট মিশ্রণ = ১+৩ = ৪ বস্তা। এখন আবার নতুন করে ১বস্তা সিমেন্ট মেশালে মিশ্রণটি হয়ে যাবে ২ বস্তা সিমেন্ট এবং ৩ বস্তা বালু। মোট মিশ্রণ = ২+৩ = ৫। অর্থাৎ সিমেন্ট বাড়লো সাথে সাথে মোট মিশ্রণও বাড়লো। কিন্তু বালুর বস্তা আগে যা ছিল পরেও তা ই আছে।

(২.ক) মিশ্রণের সাধারণ অনুপাত সম্পর্কিত প্রশ্ন:

১৩. ৫০ কেজি দুধের সাথে ৫ কেজি চিনি মেশানো হলে চিনি মিশ্রিত দুধে চিনি ও দুধের অনুপাত কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. ১ : ১০ খ. ১ : ১২ গ. ১ : ১১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান:
৫০ কেজি দুধে ৫ কেজি চিনি মেশালে মোট মিশ্রণ = ৫০+৫ = ৫৫ কেজি।
কিন্তু প্রশ্নে ঐ মিশ্রণের মধ্যকার চিনি ও দুধের অনুপাত বের করতে বলা হয়েছে তাই চিনি : দুধ = ৫ : ৫০ = ১ : ১০

১৪. পানি ও লবণের ৩৬ কেজি ওজনের একটি দ্রবণে লবণ ও পানির অনুপাত ৪ : ৫। যদি দ্রবণে আরো ৬ কেজি পানি যোগ করা হয়, তাহলে নতুন দ্রবণে পানি ও লবণের অনুপাত কত হবে? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]+ [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]*
ক. ১৩ : ১০ খ. ১৩ : ৮ গ. ৮ : ১৩ ঘ. ১৫ : ১৩ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ঐ দ্রবণে লবণ ও পানির পরিমাণ যথাক্রমে ৪x ও ৫x কেজি।
প্রশ্নমতে, $৪x+৫x=৩৬ \Rightarrow ৯x=৩৬ \quad \therefore x=৪$
সুতরাং ঐ দ্রবণে লবণের পরিমাণ = ৪x = ৪×৪ = ১৬ কেজি এবং পানির পরিমাণ = ৫x = ৫×৪ = ২০ কেজি।
৬ কেজি নতুন করে পানি যোগ করলে নতুন দ্রবণে পানি ও লবণের অনুপাত হবে = (২০+৬) : ১৬ = ২৬ : ১৬ = ১৩ : ৮।

(২.খ) অনুপাতের রাশিগুলোর শুধু ১টির পরিবর্তন হলে:

১৫. একটি সোনার গহনার ওজন ১৬ গ্রাম। এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ১। এতে কি পরিমান সোনা মেশালে অনুপাত ৪ : ১ হবে? *(২১তম+১৭তম বিসিএস)+[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]+ [বাংলা: খাদ্য অধিদপ্তর (উপ- পরিদর্শক)-২০২১]*
ক. ৪.৫ গ্রাম খ. ৬ গ্রাম গ. ৪ গ্রাম ঘ. ৫ গ্রাম উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (এরকম সবগুলোই এভাবে লিখিত)

মোট মিশ্রণ ১৬ গ্রাম যেখানে সোনা : তামা = ৩ : ১
অনুপাতের যোগফল = ৩+১ = ৪।

মিশ্রণে সোনার পরিমাণ $=১৬\times\frac{৩}{৪}=১২$ গ্রাম

সুতরাং তামার পরিমাণ = (১৬-১২) = ৪ গ্রাম।

ধরি, মিশ্রণে, সোনা মেশাতে হবে, = x গ্রাম

প্রশ্নমতে, $\frac{১২+x}{৪}=\frac{৪}{১}$ [শুধু সোনা বাড়বে। তামা একই]

$\Rightarrow ১২+x=১৬ \quad \therefore x=৪$ **উত্তর: ৪ গ্রাম।**

শর্টকাট সমাধান: (শুধু অনুপাতের পরিবর্তন দেখেই উত্তর)

অবস্থান	সোনা	তামা
শুরুতে ছিল	৩	১
সোনা মেশানোর পর	৪	১
সোনা বেড়েছে	১ অংশ	অপরিবর্তিত

শুরুতে মোট ছিল = ৩+১ = ৪ অংশ = ১৬ গ্রাম ছিল।

∴ নতুন মেশানো ১ অংশ $=\frac{১৬}{৪}=৪$ গ্রাম। এটাই উত্তর।

কারণ নতুন করে সোনা বৃদ্ধি পেয়েছে ১অংশ = ৪ গ্রাম।

মুখে মুখে: বুঝে গেলে মাত্র ১০ সেকেন্ডে: ১৬ এর $\frac{১}{৪} = ৪$ ই উত্তর। (কারণ আগের যা ছিল তার ৪ ভাগের ১ ভাগ বেড়েছে।)

এখানে কোন গুণ করা হলো না কেনো?

সাধারণত অনুপাতের রাশিগুলোর অপরিবর্তিত দ্রবণটির মান সমান করতে হয়। অসমান থাকলে গুণ করে সমান করা হয়। কিন্তু যেহেতু এই প্রশ্নগুলোতে অপরিবর্তিত রাশিগুলো সমান করে দেয়াই আছে (তামা, ১ =১) তাই গুণ না করেই সরাসরি হিসেব।

নিজে করুন:

১৬. একটি সোনার গয়নার ওজন ৩২ গ্রাম। এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ১। এতে কি পরিমাণ সোনা মেশালে অনুপাত ৪ : ১ হবে? *[ব্যাংক-প্রাথমিক সহ. শি.নি. পরীক্ষা(বিটা)-২০১৪]*

[**Hints:** ১ অংশ বেড়েছে যার মান ৩২÷৪ = ৮]

ক. ৬ গ্রাম খ. ১০ গ্রাম গ. ৮ গ্রাম ঘ. ১৬ গ্রাম উত্তর: গ

১৭. ২৫ গ্রাম ওজনের একটি সোনার গহনায় সোনা ও তামার অনুপাত ৪ : ১। আর কতটুকু সোনা মেশালে এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৫ : ১ হবে? *(খাদ্য/উপখাদ্য পরি:-১১)*

[**Hints:** ১ অংশ বেড়েছে যার মান ২৫÷৫ = ৫]

ক. ৫ গ্রাম খ. ১০ গ্রাম গ. ১৫ গ্রাম ঘ. ২০ গ্রাম উত্তর: ক

১৮. ৪২ গ্রাম ওজনের একটি গয়নায় সোনা ও তামার অনুপাত ৪ : ৩। এতে আর কত সোনা মিশালে সোনা ও তামার অনুপাত ৫ : ৩ হবে? *[কর্মসংস্থান ব্যাংক (এ্যাসিস্টেন্ট অফি:) - ২০০১]*

[**Hints :** ১ অংশ বেড়েছে যার মান ৪২÷৭ = ৬]

ক. ৬ গ্রাম খ. ৮ গ্রাম গ. ১০ গ্রাম ঘ. ১২ গ্রাম উত্তর: ক

১৯. ৩২ গ্রাম মিশ্রণে সোনা ও তামার অনুপাত ৫:৩। কি পরিমাণ সোনা মেশালে অনুপাতটি ৭:৩ হবে?

ক.২ গ্রাম খ. ৮ গ্রাম গ.৩ গ্রাম ঘ.৭ গ্রাম উত্তর: খ

সমাধান:

পাশের বক্সটিতে ২টি অনুপাতের তুলনা ভালোভাবে দেখুন:
শুরুতে ৫+৩ = ৮ অংশ = ৩২ গ্রাম ছিল।
∴ ১ অংশ = ৩২÷৮ = ৪
সুতরাং নুতন যোগ করা ২ অংশ সোনা = ৪×২ = ৮গ্রাম।

অবস্থান	সোনা	তামা
শুরুতে ছিল	৫	৩
সোনা মেশানোর পর	৭	৩
সোনা বেড়েছে	২ অংশ	অপরিবর্তিত

এই প্রশ্নটি এত সহজে সমাধান হয়ে যাওয়ার কারণ হলো এখানে অনুপাত দুটির মধ্যে একটি রাশির মান অপরিবর্তিত। তাহলে অন্য রাশির যতটুকু পরিবর্তন হচ্ছে তা শুধু মাত্র নতুন করে যোগ করার জন্যই হচ্ছে।

নিজে করুন:

২০. ৩৫ লিটার অকটেন-পেট্রোল মিশ্রণে, পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৪ : ৩। এতে আর কত অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনপাত ৪ : ৫ হবে? *(প্রা:সহ:শি:-২০১২)*

[**Hints:** ২ অংশ বেড়েছে যার মান (৩৫÷৭) =৫×২=১০]

ক. ৫ লিটার খ. ১০ লিটার গ. ১৫ লিটার ঘ. ১৮ লিটার উত্তর: খ

২১. ৭২৯ লিটারের দুধ ও পানির একটি মিশ্রণে দুধ ও পানির অনুপাত ৭:২, মিশ্রণটিতে দুধ ও পানির অনুপাত ৭:৩ পেতে হলে কত লিটার পানি মেশাতে হবে? *[Combined 5 bank –(Cash)-2019]*

ক. ৭১ লিটার খ. ৮১ লিটার গ. ১৬২ লিটার ঘ. ৪০৫ লিটার উত্তর: খ

সমাধান:

শুরুতে = ৭+২= ৯ অংশ = ৭২৯ লিটার
∴ ১ অংশ = $\frac{৭২৯}{৯}$ =৮১ লিটার। এটাই উত্তর।
কারণ নতুন করে পানি মেশাতে হবে ১অংশ = ৮১ লিটার

অবস্থান	দুধ	পানি
শুরুতে ছিল	৭	২
পানি মেশানোর পর	৭	৩
পানি বেড়েছে	অপরিবর্তিত	১ অংশ

নিজে করুন:

২২. ৭২৯ মি.লি. একটি দ্রবণে দুধ ও পানির অনুপাত ৭:২। ঐ মিশ্রণে কতটুকু পানি মেশালে নতুন দ্রবণে অর্ধেক দুধ এবং অর্ধেক পানি হবে? *[বাংলাদেশ ব্যাংক (এডি)-২০১০]*

ক. ৪৫০ মি.লি. খ. ৫০০ মি.লি. গ. ৪০৫ মি.লি. ঘ. ৬০০ মি.লি উত্তর: গ

[**Hints:** ৭২৯ এর $\frac{৭-২}{৭+২} = ৭২৯ \times \frac{৫}{৯} = ৪০৫$ মি.লি. ই উত্তর (নিচে অনুপাতের যোগফল উপরে ব্যবধান, পার্থক্যই উত্তর)]

(২.গ) অন্য প্রশ্নে মিশ্রণের ধারণার প্রয়োগ :

২৩. একটি লাইব্রেরীতে গল্পের বই এবং গল্পছাড়া বইগুলোর সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৩ এবং মোট গল্পের বইয়ের সংখ্যা ছিল ১২৪৮। যখন আরো কিছু গল্পের বই কেনা হয়েছিল তখন অনুপাতটি ৫ : ৩ হয়ে যায়। কেনা গল্পের বইয়ের সংখ্যা কত ছিল? *[BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০২০]*

ক. ৩৫২টি খ. ২৫০টি গ. ৩১২টি ঘ. ৪১২ টি উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (না বুঝে এত বড়)

ধরি, গল্পের বইয়ের সংখ্যা = ৪x এবং গল্প ছাড়া বই = ৩x
প্রশ্নমতে, ৪x = ১২৪৮ ∴x = ৩১২
∴ ছড়ার বইয়ের সংখ্যা = (৩ × ৩১২) = ৯৩৬ টি।
ধরি, কেনা গল্পের বইয়ের সংখ্যা = y টি
প্রশ্নমতে, $\frac{১২৪৮+y}{৯৩৬} = \frac{৫}{৩} \Rightarrow ১২৪৮ + y = ১৫৬০$
∴ y = (১৫৬০-১২৪৮) = ৩১২
সুতরাং কেনা গল্পের বইয়ের সংখ্যা ৩১২ টি

শর্টকাট সমাধান: অনুপাত আকারে চিন্তা করে দ্রুত উত্তর:

এক লাইনে ১০ সেকেন্ডে উত্তর = $১২৪৮ \times \frac{১}{৪} = ৩১২$টি।

ব্যাখ্যা: অনুপাত দুটির মধ্যে একটু তুলনা করে দেখুন:
গল্পের বই : ছড়ার বই = ৪ : ৩
গল্পের বই : ছড়ার বই = ৫ : ৩
অর্থাৎ ছড়ার বই এবং ছড়ার অনুপাত দুটাই অপরিবর্তিত।
কিন্তু নতুন করে গল্পের বই = (৫-৪) = ১ অংশ বেড়েছে।
এখানে ১২৪৮ কিন্তু মোট বই নয় বরং শুধু গল্পের বই। তাই গল্পের বই ছিল ৪ অংশ নতুন করে ১ অংশ বেড়েছে।

পরামর্শ: এমসিকিউ পরীক্ষায় যারা শর্টকাটে সমাধান না করে বিস্তারিত করবেন, তাদের এগুলো শিখতে হবে। অংককে ভেতর থেকে অনুধাবন করতে না পারলে এই ভাবনা গুলো মাথায় আসবে না। এজন্য বেশি বেশি প্রাকটিস করুন।

২৪. একটি ঝুড়িতে ১৩০টি আম ও পেয়ারা আছে এবং এদের অনুপাত যথাক্রমে ৩:২। উক্ত ঝুড়িতে আম ও পেয়ারার অনুপাত ১: ১ করতে হলে, কমপক্ষে কতটি নতুন ফল যোগ করতে হবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ৫২টি খ. ১৩টি গ. ১৩০টি ঘ. ২৬টি উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (এমসিকিউ এর জন্য এটা না)

আম আছে = ১৩০ এর $\frac{৩}{৫}$ = ৭৮টি
∴ পেয়ারা আছে = (১৩০- ৭৮) = ৫২টি
ধরি, নতুন করে পেয়ারা যোগ করতে হবে = x টি
প্রশ্নমতে, $\frac{৫২+x}{৭৮} = \frac{১}{১} \Rightarrow ৫২+x=৭৮ \quad \therefore x = ২৬$টি

শুধুমাত্র লিখিত পরীক্ষায় ছাড়া এভাবে সমাধ... পানি মাত্র একটি সমাধান ই জানেন। বিকল্প ...

শর্টকাট সমাধান: অনুপাত আকারে চিন্তা করে দ্রুত উত্তর:

এক লাইনে ১০ সেকেন্ডে উত্তর = $১৩০ \times \frac{১}{৫}$ = ২৬ টি।

ব্যাখ্যা: অনুপাত ১ : ১ করা অর্থ হলো আম ও পেয়েরার সংখ্যা সমান করা। এখন শুরুতে যখন ৩ : ২ অংশ ছিল তখন আম = (৩-২) = ১ অংশ বেশি ছিল।

এই ১ অংশে যতটি আম বেশি ছিল ততটি পেয়ারা যোগ করলেই সমান হবে। প্রশ্নে প্রদত্ত ১৩০টি হলো মোট ফল। তাই মোট ফলের ৫ ভাগের ১ ভাগ ই উত্তর।

২৫. একটি ঝুড়িতে কলা ও আপেলের সংখ্যার অনুপাত ৩ : ২। যদি ৫টি কলা সরিয়ে নেয়া হয় তাবে অনুপাত ১ : ১ হয়। ঝুড়িতে কতটি আপেল ছিল? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (সহঃ পরিচালক)-২০২০]*

ক. ৫ খ. ১০ গ. ১৫ ঘ. ২০ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

ধরি, তরুতে কলা ও আপেলের সংখ্যা = ৩x ও ২x

প্রশ্নমতে, ৩x-৫ = ২x (১ম অর্থ বিয়োগ করলে সমান হবে)

∴ x = ৫

সুতরাং ঝুড়িতে আপেল ছিল = ২x =২×৫ = ১০টি।

মুখে মুখে সমাধান:

যেহেতু ৫টা কলা বাদ দিলে সমান সমান হবে তাই বোঝাই যাচ্ছে তরুতে থাকা কলা ও আপেলের সংখ্যার পার্থক্য = ৫টি

এখানে, (৩-২) = ১ অংশ = ৫টি হলে

আপেলের সংখ্যা = ২ অংশ = ২×৫ = ১০টি।

পরামর্শ: সব সময় অংক দেখলেই রোবটের মত শুধু সমীকরণ সাজাতে যাওয়া যাবে না। কারণ কিছু অংক সমীকরণ সাজানোর অর্ধেক সময়ে উত্তর বের করা যায়। শুধু ভাবনা শক্তিকে যথাযথভাবে কাজে লাগাতে হবে।

নিজে করুন:

২৬. একটি ক্লাসে ২৪ জন ছাত্র-ছাত্রীর অনুপাত ১ : ২। ছাত্র-ছাত্রীদের অনুপাত ১ : ১ করতে হলে কতজন নতুন ছাত্র ভর্তি করতে হবে? *[IFIC BANK (MTO) – 2017]*

ক. ৬ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১২ উত্তর: ঘ

[**Hints:** ছাত্র কম আছে = (২-১) = ১ অংশ। সুতরাং ১ অংশ বাড়ালেই সমান সমান হবে। তাই উত্তর $২৪ \times \frac{১}{৩} = ৮$ জন।]

লক্ষ্য করুন: এর আগের অংকগুলো সবগুলো এত সহজে করতে পারা যাওয়ার মূল কারণ হচ্ছে সবগুলোতেই প্রথম ও শেষ অনুপাতে ১টা করে রাশির মান সমান করেই দেয়া আছে। এজন্য নতুন করে গুণ করে সমান করার প্রয়োজন হয় নি। সরাসরি হিসেব করা গেছে। তবে সমান করে দেয়া না থাকলে কিভাবে করতে হয় পরের প্রশ্নগুলোতে দেখুন।

(২.ঘ) মিশ্রণের পর অনুপাতের দু' রাশিই পরিবর্তন হলে:

২৭. ৬০ লিটারের একটি মিশ্রণে দুধ ও পানির অনুপাত ২ : ১ । অনুপাত ১ : ২ করতে কত লিটার পানি মেশাতে হবে? *[ডিএস/ +/পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব রক্ষণিক)-২০১৮]+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪২ খ. ৫৬ গ. ৬০ ঘ. ৭৭ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

৬০ লিটার মিশ্রণে দুধ : পানি = ২ : ১

দুধের পরিমান = $৬০ \times \frac{২}{৩} = ৪০$ লিটার

এবং পানির পরিমাণ = (৬০-৪০) = ২০লিটার

ধরি, পানি মেশাতে হবে = x লিটার।

প্রশ্নমতে, $\frac{৪০}{২০+x} = \frac{১}{২}$

$\Rightarrow ২০+x = ৮০ \therefore x = ৬০$

সুতরাং পানি মেশাতে হবে = ৬০ লিটার।

মুখে মুখে সমাধান: (এখানে অপরিবর্তিত দুধের ২ ও ১ এর ল.সা.গু = ২)

মেশানোর আগে ২ + ১ = ৩ অংশ = ৬০ লিটার (প্রশ্নে দেয়া আছে)

দুধ : পানি = (২ : ১) = (২) : ১

মেশানোর পর

দুধ : পানি = (১ : ২)×২ = (২) : ৪ } মেশাতে হবে = (৪-১) = ৩অংশ = ?

ব্যাখ্যা: এখানে পানি মেশাতে বলায় দুধ মেশাতে হবে না। তাই আগে যা দুধ ছিল পরেও তাই হবে। প্রথম অনুপাতে দুধ ২ কিন্তু ২য় অনুপাতে দুধ ১ আছে। তাই ২য় অনুপাতকে আগের অনুপাতের ২ দিয়ে গুণ করলে দু জায়গায় ২ = ২ হবে। **অপরিবর্তির রাশির মান সমান করাই আসল কাজ।**

এখানে উপরের ৩ অংশ = ৬০ লিটার (প্রশ্নে ছিল) আবার যেটা মেশাতে হবে ডান পাশের পানির অনুপাত বেড়েছেও = ৩ অংশের মানও = ৬০ ই হবে।

Confusion Clear :

- **২ দিয়ে কেনো গুণ?** কারণ ২ দিয়ে গুণ করলে দুধের মান সমান সমান হবে। (উপরে গুণ না করেই মিলে যাচ্ছে)
- **৩ অংশের মান কেনো = ৬০?** কারণ প্রথমে যে ৬০ লিটার মিশ্রণ ছিল তা প্রথম অনুপাতে = (২+১) = ৩ অংশের মান।
- **শেষে কেনো ৩ অংশের মান বের করতে হবে?** কারণ দুধ সমান করতে গিয়ে দেখা যাচ্ছে পানির রাশি দুটির পার্থক্য = (৪-১) = ৩ অংশ হয়েছে। এই ৩ অংশ পানি বাড়ালে প্রশ্নের সব শর্ত ঠিক থাকবে। তাই ৩ অংশ = ৬০ হবে।

নিজে করুন:

২৮. ১৮০ কেজি ওজনের একটি সারের মিশ্রণে জৈব ও ইউরিয়া সারের অনুপাত ২ : ১। আরো কত কেজি ইউরিয়া সার মেশালে সেই অনুপাত ১ : ২ হবে? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহঃ অফিঃ-২০১৮]*

ক. ১৮০ কেজি খ. ১৪০ কেজি গ. ১২০ কেজি ঘ. ২৪০ কেজি উত্তর: ক

[**Hints:** অপরিবর্তিত জৈব সারের ২ ও ১ এর ল.সা.গু = ২ ধরে অনুপাত দুটিকে ২ : ১ এবং ২ : ৪ বানালে আগের (২+১) = ৩ অংশ = ১৮০ ছিল এবং নতুন করে মেশাতে হবে = (৪-১) = ৩ অংশ = ১৮০ কেজি। চিত্র এঁকে নিজে থেকে করুন।]

২৯. ৭০ লিটার পেট্রোল অকটেন মিশ্রণে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৫: ২। এই মিশ্রণে আর কত লিটার অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ২ : ১ হবে? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ৫ খ. ৭ গ. ১০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

পেট্রোলের পরিমান = $৭০ \times \frac{৫}{৭} = ৫০$ লিটার

∴অকটেনের পরিমান = (৭০-৫০) = ২০ লিটার।

ধরি, অকটেন মেশাতে হবে = x লিটার।

প্রশ্নমতে, $\frac{৫০}{২০+x} = \frac{২}{১}$

$\Rightarrow ৪০+২x = ৫০ \Rightarrow ২x = ১০ \therefore x = ৫$

সুতরাং অকটেন মেশাতে হবে = ৫ লিটার।

শর্টকাট : (অপরিবর্তিত পেট্রোলের ৫ ও ২ এর ল.সা.গু = ১০)

মেশানোর আগে ১০+৪ = ১৪ অংশ = ৭০ লিটার (প্রশ্নে দেয়া আছে)

পেট্রোল:অকটেন = (৫:২)×২= (১০) : ৪

মেশানোর পর

পেট্রোল:অকটেন =(২:১)×৫ = (১০) : ৫ } মেশাতে হবে = ৫-৪ = ১অংশ = ?

এখানে উপরের ১৪ অংশ = ৭০ লিটার হলে ১ অংশ = ৫ লিটার

∴অকটেন মেশাতে হবে ১ অংশ = ৫ লিটার । উত্তর: ৫ লিটার।

ব্যাখ্যা: পেট্রোলের রাশি ৫ ও ২ এর ল.সা.গু ১০ করার জন্য প্রথম অনুপাতকে ২ দিয়ে গুণ এবং ২য় অনুপাতকে ৫ দিয়ে গুণ।

নিজে করুন:

৩০. একটি সোনার গহনার ওজন ২৫ গ্রাম। এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ২। কী পরিমাণ সোনা মেশালে অনুপাত ৫ : ১ হবে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]*

ক. ১০ গ্রাম খ. ১৫ গ্রাম গ. ৩৫ গ্রাম ঘ. ৪০ গ্রাম উত্তর : গ

৩১. ৪০ গ্যালন অকটেন মিশ্রিত পেট্রোলে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৩ : ১। এতে আর কত অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৫ : ২ হবে? *(প্রাঃপ্রঃশিঃ-২০০৯)*

ক. ৩ গ্যালন খ. ২ গ্যালন গ. ৫ গ্যালন ঘ. ৮ গ্যালন উত্তরঃখ

৩২. ৩০ লিটার পরিমান মিশ্রণে এসিড ও পানির অনুপাত ৭ : ৩। ঐ মিশ্রণে কি পরিমান পানি মিশ্রিত করলে এসিড ও পানির অনুপাত ৩ : ৭ হবে? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী):২০২০+কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৪০ লিটার খ. ৫০ লিটার গ. ৪৪ লিটার ঘ. ৪২ লিটার উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

মিশ্রণে এসিডের পরিমাণ = ৩০ এর $\frac{৭}{১০} = ২১$

পানির পরিমান = (৩০-২১) = ৯ লিটার।

ধরি, পানি মেশাতে হবে, x লিটার।

প্রশ্নমতে, $\frac{২১}{৯+x} = \frac{৩}{৭}$

$\Rightarrow ১৭৭+৩x = ১৪৭ \Rightarrow ৩x = ১২০ \therefore x = ৪০$

সুতরাং পানি মেশাতে হবে ৪০ লিটার। **উত্তর: ৪০**

শর্টকাট : (অপরিবর্তিত পেট্রোলের ৫ ও ২ এর ল.সা.গু = ১০)

মেশানোর আগে ২১+৯ = ৩০অংশ = ৩০ লিটার (প্রশ্নে দেয়া আছে)

এসিড : পানি = (৭ : ৩)×৩ = (২১) : ৯

মেশানোর পর

এসিড : পানি =(৩ : ৭)×৭ = (২১) : ৪৯ } মেশাতে হবে = ৪৯-৯ = ৪০অংশ =?

এখানে উপরের ৩০ অংশ = ৩০ লিটার হলে ১ অংশ = ১ লিটার

∴পানি মেশাতে হবে = ৪০ অংশ = ৪০ লিটার । **উত্তর: ৪০ লিটার।**

চিত্রটা ভালোভাবে বুঝে গেলে উপরে নিচে আগে ল.সা.গু ২১ লিখে অন্য সংখ্যাগুলো মিলিয়ে দিলেই খুব দ্রুত উত্তর বের করা সম্ভব হবে। চেষ্টা করুন

Confusion Clear :

☞ ৩ ও ৭ দিয়ে কেনো গুণ? কারণ এসিড না মেশায় এসিড সমান করতে হবে। এসিডের রাশিদ্বয় ৭ ও ৩ এর ল.সা.গু ২১ আসে জন্য উপরের ৭ কে ৩ দিয়ে গুণ আর নিচের ৩ কে ৭ দিয়ে গুণ। (গুণ করার সময় পুরো অনুপাতকে গুণ করতে হবে)

☞ ৩০ অংশের মান কেনো = ৩০? এখানে শুরুর (৭:৩ বা ৭+৩ = ১০ অংশের মান = ৬০ বলা যাবে না। কারণ ৩ দিয়ে গু করার পর যে মিশ্রণ আছে তা শুরুর মিশ্রণই বোঝাচ্ছে। তাই ৩০ অংশ = ৩০ লিটার)

☞ শেষে কেনো ৪০ অংশের মান বের করতে হবে? কারণ এসিড সমান করতে গিয়ে দেখা যাচ্ছে পানির রাশি দুটির পার্থক্য (৪৯-৯) = ৪০ অংশ হয়েছে। এই ৪০ অংশ পানি মেশালে ৭:৩ হয়ে যাবে ৩:৭। তাই ৪০ অংশের মান ই উত্তর।

নিজে করুন: (যেহেতু ৭ : ৩ হয়ে যাবে ৩ : ৭। এজন্য উত্তর মোট ৩০ লিটারে ৪০, ৬০ লিটারে ৮০ এবং ৯০ লিটারে ১২০)

৩৩. ৬০ লিটার কেরোসিন ও পেট্রোলের মিশ্রণের অনুপাত ৭:৩। ঐ মিশ্রণে আর কত লিটার পেট্রোল মিশালে অনুপাত ৩:৭ হয়? *[১০তম বিসিএস)]+ [প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৮৪৩৩)]*

ক. ২০ খ. ৪০ গ. ৬০ ঘ. ৮০ উত্তর: গ

৩৪. ৯০ লিটার কেরোসিন ও পেট্রোলের মিশ্রণের অনুপাত ৭:৩। ঐ মিশ্রণে আর কত লিটার পেট্রোল মিশালে অনুপাত ৩:৭ হয়? *[সমা:কল্যা:মন্ত্রণা:উপ সমাজসেবা অফি:-০৬]*

ক. ১২০ লিটার খ. ১২২ লিটার গ. ১২৪ লিটার ঘ. ১২৬ লিটার উত্তর: ক

৩৫. ২১ গ্যালন অকটেন মিশ্রিত পেট্রোলে, পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৪ : ৩ । এতে আর কত অকটেন মিশালে পেট্রো অকটেনের অনুপাত ৩ : ৪ হবে? *[প্রাথমিক (প্রধান শিক্ষক)-২০০৯]*

ক. ৩ গ্যালন খ. ৪ গ্যালন গ. ৬ গ্যালন ঘ. ৭ গ্যালন উত্তর: ঘ

[**Hints:** দু অনুপাতে অপরিবর্তিত পেট্রোলের = ৪ ও ৩ এর ল.সা.গু ১২ ধরে প্রথমে ১২ : ৯ এবং শেষে ১২ : ১৬ হলে, মেশাতে হবে ২১ এর (১২+৯) = ২১ ভাগের = (১৬-৯) = ৭ ভাগ = ৭ গ্যালন]

৩৬. একটি মিশ্রণে দুধ ও পানির অনুপাত ৯ : ৪, ঐ মিশ্রণে ৪ লিটার পানি মিশ্রিত করলে দুধ ও পানির অনুপাত হয় ৩ : ২, প্রথ মিশ্রণে দুধ ও পানির মোট পরিমাণ কত?

ক. ২৬ লিটার খ. ১৮ লিটার গ. ১০ লিটার ঘ. ৩০ লিটার উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

ধরি, মিশ্রণে দুধ ও পানি ছিল = ৯x ও ৪x লিটার

প্রশ্নমতে, $\frac{9x}{8x+4} = \frac{৩}{২}$

$\Rightarrow ১৮x = ১২x + ১২ \Rightarrow ৬x = ১২ \therefore x = ২$

সুতরাং প্রকৃত মিশ্রণে দুধ ও পানির মোট পরিমাণ = ৯x+ ৪x = ১৩x = ১৩×২ = ২৬ লিটার।

শর্টকাট : (অপরিবর্তিত দুধের ৯ ও ৩ এর ল.সা.গু = ৯)

মেশানোর আগে ৯+৪ = ১৩ অংশ = ? (এটা বের করতে হবে)

দুধ : পানি = (৯ : ৪) = ৯ : ৪

মেশানোর পর (এটা প্রশ্নে দেয়া আছে)

দুধ : পানি = (৩ : ২)×৩ = ৯ : ৬ — পানি বেড়েছে = ৬-৪ = ২অংশ = ৪ লি

এখানে যে ২ অংশ বেড়েছে সেই ২ অংশ = ৪ লিটার।

সুতরাং শুরুতে ৯+৪ = ১৩ অংশ = ২৬ লিটার ছিল। উত্তর: ২৬ লিটার।

চিত্রটা ভালোভাবে বুঝলে উপরে নিচে আগে ল.সা.গু ২১ লিখে অন্য সংখ্যাগুলো মিলিয়ে দিলেই খুব দ্রুত উত্তর বের হবে।

পদ্ধতি-০৩ : % বা শতকরা আকারে মিশ্রণ

(৩.ক) মিশ্রণের শতকরা সম্পর্কিত সাধারণ কিছু প্রশ্ন:

৩৭. ৩০০ মিলিলিটারের মিশ্রণে ১২ % লবণ আছে । যদি এর সাথে ২০০ মিলিলিটার পানি মেশানো হয় তবে নতুন মিশ্রণে লবণের পরিমাণ কত শতাংশ ? *[সোনালী ও জনতা ব্যাংক (অফিসার - আইটি)-২০২০]*

ক. ৭.২% খ. ৭.৫% গ. ৬.৯% ঘ. ৬.৮% উত্তর: ক

সমাধান: ৩০০ মিলিলিটারের মিশ্রণে লবণের পরিমাণ = ৩০০ এর ১২% = ৩৬ মিলিলিটার।

আবার ২০০ মিলিলিটার পানি মেশানোর পর মোট মিশ্রণ = ৩০০ + ২০০ = ৫০০ মিলিলিটার।

সুতরাং নতুন মিশ্রণে লবণের শতকরা হার = $\frac{৩৬ \times ১০০}{৫০০} = ৭.২\%$ উত্তর: ৭.২%

Note: এখানে পানির পরিমাণ বের করলেও তার কোন হিসেব না থাকায় আলাদাভাবে বের করার প্রয়োজন নেই।

নিজে করুন:

৩৮. ১০% লবণযুক্ত ১২ লিটারের একটি দ্রবণ থেকে ২ লিটার পানি বাষ্পীভূত করা হলে, অবশিষ্ট দ্রবণে কত শতাংশ লবণ থাকবে? *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*

ক. ৬% খ. ১০% গ. ১২% ঘ. ১৪.৪% উত্তর: গ

সমাধান: ১২ লিটারের মধ্যে লবণ = ১২ এর ১০% = ১.২ লিটার (সব পানি তুলে নিলেও লবণ ১.২ লিটার ই থেকে যাবে)

২ লিটার পানি তুলে নিলে বর্তমান মোট দ্রবণের পরিমাণ = (১২ - ২) = ১০ লিটার।

বর্তমান মোট দ্রবণে লবণের শতকরা হার = $\frac{১.২ \times ১০০}{১০} = ১২\%$ উত্তর: ১২%

৩৯. ৫০ লিটার চিনির দ্রবণে ৩% চিনি আছে। কত লিটার পানি বাষ্পায়িত করলে চিনি ৫% হবে? *[সেতু কর্তৃপক্ষ (সহ: পরিচালক)-২০২০] + CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]*

ক. ৬ খ. ৮ গ. ২০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

৫০ লিটার দ্রবণে চিনির পরিমাণ = ৫০ এর ৩% = ১.৫ লিটার।

ধরি, পানি বাষ্পায়িত করতে হবে = x লিটার।

প্রশ্নমতে, (৫০-x) এর ৫% = ১.৫ [পানি বাদ দেয়ার পর অবশিষ্ট দ্রবণের ৫% চিনি = আগে থেকে যে চিনি আছে]

$\Rightarrow (৫০-x) = ১.৫ \times \frac{১০০}{৫}$

$\Rightarrow ৫০-x = ৩০ \therefore x = ৫০-৩০ = ২০$লিটার। (উত্তর)

মুখে মুখে সমাধান: (% কে অনুপাতে কনভার্ট করে)

১ম দ্রবণের ৩% = ২য় দ্রবণের ৫%

∴১ম দ্রবণ : ২য় দ্রবণ = ৫ : ৩ (% উল্টে অনুপাত হয়)

এখন ১ম দ্রবণ ৫ অংশ = ৫০ লিটার হলে

২য় দ্রবণ ৩ অংশ = ৩০ লিটার হবে।

তাহলে ২য় দ্রবণ কমলো = ৫০-৩০ = ২০লিটার

সুতরাং পানি বাষ্পায়িত করতে হবে = ২০ লিটার। (উত্তর:) কারণ যতটুকু কমবে তার পুরোটাই পানি।

Note: এই প্রশ্নে শুধু ৩% ও ৫% ধরে হিসেব না করে কেউ যদি (১০০-৩)% = ৯৭% বা (১০০-৫)% = ৯৫% নিয়ে হিসেব করতে যান তারপরও উত্তর সঠিক বের হবে কিন্তু মাঝে অযথাই অনেক বেশি সময় নষ্ট হবে। ক

নিজে করুন:

৪০. ৩ লিটার ১০% লবণ-পানির দ্রবণে কী পরিমাণ পানি মেশালে দ্রবণটি ৫% লবণ পানির দ্রবণে পরিণত হবে?

ক. ১.৫ লি: খ. ২.৭ লি: গ. ৩ লি: ঘ.অনির্ণেয় উত্তর: গ

[**Hints:** ১ম দ্রবণের ১০% = ২য় দ্রবণের ৫% হলে ১ম দ্রবণ : ২য় দ্রবণ = ৫ : ১০ = ১:২।

আগের ৩ লিটার হলে নতুন = ৬ লিটার হতে হবে। তাহলে নতুন করে মেশাতে হবে = ৬-৩ = ৩ লিটার।]

(৩.খ) মিশ্রণের ফলে শতকরা হারের পরিবর্তন হলে:

আগে বুঝুন :

১টা আপেল ৩টা কমলা মিলে মোট মিশ্রণ = ৪টি ফলের। যেখানে আপেল ২৫% এবং কমলা ৭৫%। কিন্তু সেখানে যদি আরেকটি কমলা যোগ করা হয় তাহলে আপেল আগের ১টা ই আছে কিন্তু কমলা ৩+১ = ৪টা হয়ে গেছে। মোট ফল = ১+৪ = ৫টি। এবার শতকরায় আপেল ২০% এবং কমলা ৮০%। অর্থাৎ আপেলে হাত না দিলেও কমলা বাড়ায় তার হারও কমে গেছে। যে কোন দ্রবণ বাড়লে মোট মিশ্রণের পরিমাণও বাড়বে। কিন্তু বাড়া-কমা হলেই সবগুলোর % কম বেশি হয়ে যাবে। সাধারণত প্রশ্নগুলোতে মিশ্রণের আগের একটা দ্রবণের শতকরা হার দেয়া থাকে এবং মিশ্রণের পর নতুন হার দেয়া থাকে। কিভাবে সমাধান করতে হবে তা নিচের প্রশ্ন সমাধানগুলো দেখুন। ব্যাখ্যাগুলো ভালোভাবে পড়ুন।

৪১. ৬৪ গ্রাম বালি ও পাথরের টুকরার মিশ্রণে বালির পরিমান ২৫%। কত কিলোগ্রাম বালি মিশালে নতুন মিশ্রণে পাথর টুকরার পরিমাণ ৪০% হবে? *(১৫তম বিসিএস) +বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮]+ [এনসিটিবি(স্টোর গার্ড): ২০২১]*

ক. ৯.৬ গ্রাম খ. ১১ গ্রাম গ. ৪৮ গ্রাম ঘ. ৫৬ গ্রাম

মিশ্রণ

উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

মিশ্রণে বালির পরিমাণ = ৬৪ এর ২৫% = ১৬ গ্রাম
তাহলে পাথরের পরিমাণ = (৬৪-১৬) = ৪৮ গ্রাম।
ধরি, বালি মেশাতে হবে = x গ্রাম।

প্রশ্নমতে, $৪৮ = (৬৪+x) \times \frac{৪০}{১০০}$

(যেহেতু বালি মেশানের পর ৪০% হবে পাথর তাই বাকে পাথর = বর্তমান মোট মিশ্রণের ৪০%)

$\Rightarrow ২৪০ = ১২৮+২x \Rightarrow ২x = ১১২ \quad \therefore x = ৫৬$

সুতরাং বালি মেশাতে হবে = ৫৬ গ্রাম। (উত্তর)

মুখে মুখে সমাধান:

পাথর+ বালি = ৪৮+১৬, বালি মেশাতে হবে কিন্তু পাথর মিশবে না তাই পাথর আগে যা ছিল তা ই আছে। বালি মেশানোর পর মিশ্রণের ৪০% = ৪৮ গ্রাম (পাথরের টুকরা) হলে [(১০০-৪০)% = ৬০%] ৬০% = ৭২ গ্রাম (বালি) (৪০ এর দেড়গুণ ৬০, ৪৮ এর দেড় গুণ = ২২) সুতরাং নতুন করে বালি মেশাতে হবে = (৭২-১৬) = ৫৬ গ্রাম।

Point to be remembered:

যে দ্রবাণটি মেশাতে হবে না তা মেশানোর আগের % এবং মেশানের পরের % বের করে যে মান দেয়া থাকবে তা থেকে যেটি বের করতে বলবে তা হিসেব করে বের করতে হবে।

% বা শতকরা হার যুক্ত মিশ্রণের প্রশ্নগুলো এলিগেশন দিয়ে করা যাবে?

অবশ্যই যাবে। খেয়াল করুন, Allegation টপিকটা মুলত মিশ্রণেরই টপিক । মিশ্রণের প্রশ্নগুলো খুব সহজে করার জন্যই মুলত এলিগেশন ব্যবহৃত হয়। এখন বিভিন্ন উপাদানের মিশ্রণের মত করে গড়,শতকরা,লাভ-ক্ষতি,সুদকষা ও সমীকরণের অধ্যায়ে অনেক প্রশ্ন এসে থাকে তাই আমরা এই মিশ্রণের এলিগেশনের নিয়মটা ঐ টপিকগুলোতে প্রয়োগ করে দুটি ভিন্ন জিনিসের অনুপাত বের করে খুব দ্রুত উত্তর বলে দিতে পারবো।

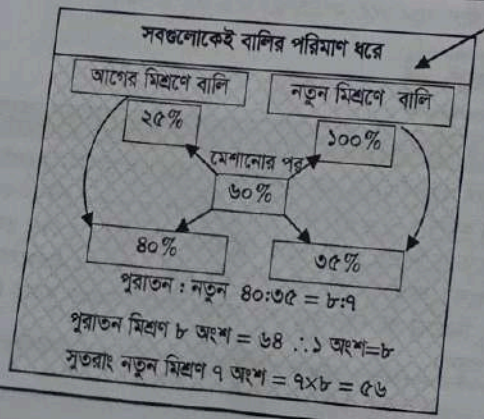
% এর মিশ্রনে এলিগেশন করার সময় মনে রাখবেন:

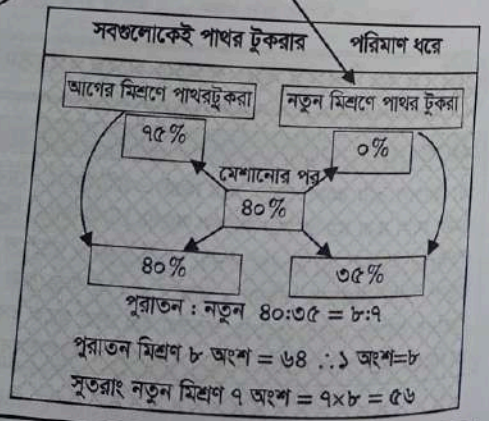
- মোট পরিমাণ নিয়ে শুরুতেই ভাবা যাবে না।
- সবগুলোকে একজাতীয় দ্রবণ তৈরী করে এরপর হিসেব করতে হবে
- যেটা মেশাতে হবে সেটা ১০০% আর যেটা মেশাতে হবে না সেটা ০%

বিকল্প সমাধান: (এলিগেশনের মাধ্যমে)

পরামর্শ: মিশ্রণের % যুক্ত প্রশ্নগুলো এলিগেশন দিয়ে দ্রুত উত্তর বের করা যায়। এলিগেশন অধ্যায়টি করার পর এই অংকগুলো এলিগেশন দিয়ে করার চেষ্টা করুন।

অবস্থান	বালি	পাথর টুকরা
শুরুতে ছিল	২৫%	৭৫%
মেশাতে হবে	১০০%	০%
মেশানোর পর	৬০%	৪০%
এলিগেশনে লাগবে	হয় এগুলো সব	বা এগুলো সব





৪২. ২০ কেজি পরিমাণ একটি স্পিরিট ও পানির মিশ্রণে পানির পরিমাণ ১০%। ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে পানির পরিমাণ হবে ২৫% *[IFIC Bank (PO)- 2009] + [PKB – (EO Cash) - 2018]*

ক. ২ কেজি খ. ৪ কেজি গ. ৫ কেজি ঘ. ৬ কেজি

মিশ্রণ

উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

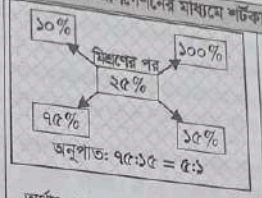
প্রথমেই পানির পরিমাণ ২০ এর ১০% = ২ কেজি
সুতরাং স্পিরিটের পরিমাণ = (২০-২) = ১৮ কেজি
এখন ধরি, পানি মেশাতে হবে x একক তাহলে
প্রশ্নমতে,
(২০+x) এর ২৫% = ২+x (মোটের ২৫% = পানি)

$\Rightarrow \frac{২০+x}{৪} = ২ + x$

$\Rightarrow ৮+৪x = ২০+x \Rightarrow ৩x = ১২ \quad \therefore x = ৪$

সুতরাং পানি মেশাতে হবে = ৪ কেজি।

রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে শর্টকাট সমাধান:



অর্থাৎ ১ম অংশ এবং ২য় অংশের পরিমানের অনুপাত ৫:১ হতে হবে। এখানে অনুপাতের ৫অংশ = ২০ কেজি তাই ১ অংশ = ৪ কেজি হবে।

ব্যাখ্যা: চিত্রের সবগুলো % হলো পানির পরিমাণের % । প্রথম অংশে ১০% পানি আছে এবং এরপর যা মেশানো হবে তার ১০০% ই পানি । মিশ্রণের পর পানির পরিমাণ হবে ২৫% যা মাঝে লেখা হয়েছে। এরপর আড়াআড়ি বিয়োগ করে অনুপাত বের হয়েছে

মুখে মুখে উত্তর: পানি +স্পিরিট = ২ + ১৮ । আবার মেশানোর আগের % = (পানি + স্পিরিটি) = (১০% + ৯০%) এবং মেশানোর পর % = (পানি + স্পিরিটি) = (২৫% + ৭৫%) । এখন পানি মেশানোর কারণে অপরিবর্তিত ছিল স্পিরিট প্রথমে ১৮ পরেও ১৮ । মেশানোর পরের ১৮ ই হলো পরের স্পিরিটি ৭৫% এর মান।
∴ মেশানোর পর স্পিরিটি (৭৫% = ১৮ হলে পানি ২৫% = ৬) (৭৫% এর ৩ ভাগের ১ ভাগ = ২৫% তাই ১৮ এর ১/৩)।
মেশানোর আগে পানি ২ লিটার থাকায় নতুন করে মেশানো হয়েছে = ৬-২ = ৪ কেজি। উত্তর: ৪ কেজি।

শুদ্ধি পরীক্ষা: পানি =২০ এর ১০% = ২+ নতুন ৪ = ৬ কেজি, যা মোট মিশ্রণ = ২০+৪ = ২৪ কেজির ১/৪ অংশ বা ২৫%

৪৩. ৪০ কেজি জৈব ও ইউরিয়া সারের মিশ্রণে জৈব সারের পরিমাণ ১০%। কত কেজি জৈব সার মেশালে নতুন মিশ্রণে জৈব সারের পরিমাণ ২০% হবে? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ৪ খ.৫ গ.৬ ঘ.৭

উত্তর: খ

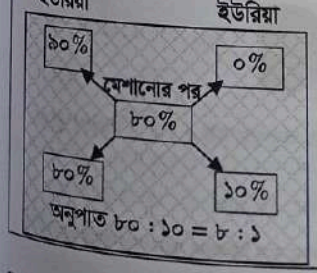
লিখিত সমাধান:

প্রথমে জৈব ও ইউরিয়া সারের পরিমাণ = ৪ ও ৩৬ কেজি
ধরি, জৈব সার মেশাতে হবে = x কেজি
প্রশ্নমতে, ৪+x = (৪০+x) এর ২০%
$\Rightarrow ২০+৫x = ৪০+ x \Rightarrow ৪x = ২০ \therefore x = ৫$

মুখে মুখে উত্তর : (যেটা মেশাতে হবে সেটার হিসেব পরে)

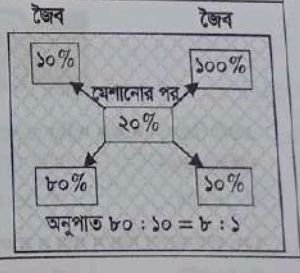
প্রথমে জৈব = ৪০ এর ১০% = ৪ এবং ইউরিয়া = (৪০-৪) = ৩৬।
এখন পরে ইউরিয়া: ৮০% = ৩৬ হলে জৈব ২০% = হবে ইউরিয়ার পরিমাণের ৪ ভাগের ১ ভাগ। অর্থাৎ ৩৬/৪ = ৯ কেজি।
নতুন মেশাতে হবে = ৯-৪ = ৫ কেজি।

বিকল্প সমাধান: (এলিগেশন দিয়ে) সবগুলোকেই ইউরিয়া অথবা সবগুলোকেই জৈব সার ধরে হিসেব করতে হবে।



এখানে আগের মোট মিশ্রণ ৮ অংশ= ৪০
তাহলে ১ অংশের মান = ৪০÷৮ = ৫
∴ নতুন মিশ্রণ ১ অংশ = ৫×১ = ৫ কেজি

যেহেতু জৈব সার মেশাতে বলেছে তাই পুরোটাই জৈব সার ।



যেভাবে ভেবে কনফিডেন্টলি ভুল করতে পারেন:

৪০ এর ১০% = ৪ হলে ২০% = ৮ হবে তাহলে আগে ছিল ৪, নতুন করে মেশাতে হবে = ৮-৪ = ৪ (নিশ্চিত ভুল উত্তর)

কেন ভুল ? তা দেখে নিন তাহলে পরীক্ষার হলে অযৌক্তিকভাবে ভুল উত্তর দিয়ে এসে বাসায় টেনশন করতে হবে না।

কারণ যখন জৈব মেশানো হবে তখন মোট পরিমাণ ও বাড়বে। তাই মেশানোর পর ২০% আর মেশানোর আগের ২০% এক না।

যেমন: প্রথমে মোট সার = ৪০ এর মধ্যে জৈব = ৪০ এর ১০% = ৪ এবং ইউরিয়া = ৪০-৪ = ৩৬।

এখন ৫ কেজি জৈব সার মেশানোর পর মোট সার হবে = ৪০+৫ = ৪৫

এবং জৈব সার হবে এই ৪৫ এর ২০% = ৯ (আগের ৪০+নতুন ৫)।

কিন্তু যদি ৪ মেশান, তাহলে মোট পরিমাণ হবে = ৪০+৪ = ৪৪ যার ২০% = ৮ হয় না বরং: ৮.৮ হয়।

নিজে করুন: [সবগুলো প্রশ্নই এলিগেশন দিয়ে করা যাবে আবার মুখে মুখে করার টেকনিক টা ও কাজে লাগানো যাবে।

৪৪. ৩০০ গ্রাম মিশ্রণের মধ্যে চিনির পরিমাণ ৪০%। চিনির পরিমাণ ৫০% করার জন্য ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ চিনি মেশাতে হবে?
[BD House Building FC (SO)-2017]
ক. ৪০ গ্রাম খ. ৬০ গ্রাম গ. ৮০ গ্রাম ঘ. ৯০ গ্রাম উত্তর: খ

[**Hints:** চিনি বাদে অন্য দ্রবণ শুরুতে ছিল ৬০% পরে হবে ৫০% । ৩০০ এর ৬০% = ১৮০ ই পরে ৫০% হয়ে গেলে চিনির ৫০% = ১৮০ ই হতে হবে। আগে থেকে ছিল ৩০০ এর ৪০% = ১২০ । তাহলে নতুন মেশাতে হবে = ১৮০-১২০ = ৬০। [মেশাতে বললো চিনি, কিন্তু এখানে চিনির হিসেব পরে। অন্য দ্রবণের হিসেব আগে। এই বিষয়টা যত ভালো বুঝবেন ভালো পারবেন।

৪৫. ১০ গ্রামের একটি মিশ্রণে ২০% লবণ আছে। ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ লবন মিশ্রণ করলে মিশ্রণে লবণের পরিমান ৫০% হবে?
ক. ৫ গ্রাম খ. ৩ গ্রাম গ. ৬ গ্রাম ঘ. ৪ গ্রাম উত্তর: গ

৪৬. ১টি ৬০ লিটার চিনি ও পানির মিশ্রণে ২০% চিনি আছে। কত লিটার পানি মেশালে মিশ্রণে ৮% চিনি হবে?*[DBBL-(PO)-17]*
ক. ৬০ খ. ৭২ গ. ৯০ ঘ. ১২০ উত্তর: গ

(৩.গ) শতকরা এবং অনুপাত একসাথে থাকলে:

৪৭. একটি ১৮০ লিটার দুধ ও পানির মিশ্রণে পানির পরিমান ২০%। কত লিটার দুধ মেশালে পানি ও দুধের অনুপাত ১ : ৭ হবে?
(Dhaka Bank Ltd. MTO 2011)
ক. ১০০ খ. ১০৮ গ. ১৪৪ ঘ. ২৫২ উত্তর: ঘ

সমাধান

প্রথমে পানি ২০% হচ্ছে মোট মিশ্রণের ২০% তাহলে মোট মিশ্রণ = ১০০% যেখানে দুধ = (১০০-২০)% = ৮০%।
এখন, দুধ ও পানির অনুপাত সাজালে = ৮০% : ২০% = ৪ : ১ লেখা যায়। উভয় ক্ষেত্রে পানির রাশি = ১ এসেছে।

শুরুতে ৪+১= ৫ অংশ = ১৮০লিটার

$\therefore$ ১ অংশ $= \frac{১৮০}{৫} =$ ৩৬ লিটার।

নতুন করে দুধ মেশাতে হবে = ৩ অংশ = ৩৬×৩=১০৮ লিটার

অবস্থান	দুধ	পানি
শুরুতে ছিল	৪	১
মেশানোর পর	৭	১
দুধ বেড়েছে	৩ অংশ	অপরিবর্তিত

Practice Part

১. একটি মিশ্রণে দুধ এবং পানির অনুপাত ৫ : ১ । ঐ মিশ্রণে ৫ লিটার পানি মেশানোর পরে অনুপাত হয় ৫ : ২ । মিশ্রণে দুধের পরিমান কত?
ক. ১৮ গ্রাম খ. ১৬ গ্রাম গ. ২৩ গ্রাম ঘ. ২৫ গ্রাম

২. ১২০ গ্রাম জুসের মিশ্রণে আম ও কমলার রসের অনুপাত ৩ : ২ । এতে কি পরিমাণ কমলার রস মিশালে অনুপাত হবে ৪ : ৫ ।
ক. ২০ গ্রাম খ. ৮০ গ্রাম গ. ৪২ গ্রাম ঘ. ৩৫ গ্রাম

৩. ৪০ লিটারের একটি দ্রবণে ১০% পানি আছে। কতটুকু পানি মেশালে পানির পরিমাণ ২০% হবে?
ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬.৫ ঘ. ৭.৫

৪. ২৭ গ্যালনের একটি মিশ্রণে ৯ গ্যালন এসিড আছে। কত গ্যালন পানি মেশালে সেখানে এসিডের পরিমাণ ২৫ % হয়ে যাবে?
ক. ৬ খ. ৯ গ. ১৫ ঘ. ১৮

৫. ৩০ গ্রাম লোহা ও পিতলের ওজনের মিশ্রণে লোহা ৬০% । কি পরিমাণ পিতল মিশালে পিতলের পরিমাণ ৬০% হবে?
ক. ১২ খ. ১৫ গ. ২০ ঘ. ২৫

৬. ৪০ লিটার দুধ ও পানির মিশ্রণে ১০% পানি । ঐ মিশ্রণে আরও কত লিটার পানি মিশ্রিত করলে মোট মিশ্রণের ২৮% পানি হবে?
ক. ২৬ লিটার খ. ৮ লিটার গ. ১০ লিটার ঘ. ৩০ লিটার

উত্তরমালা

১.	ঘ	২.	গ	৩.	খ	৪.	খ	৫.	খ	৬.	গ

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. **Hints:** পানির পরিমাণ বেড়েছে = (২-১) = ১ অংশ = ৫ লিটার। সুতরাং দুধের পরিমাণ ৫ অংশ = ৫ ×৫ = ২৫ গ্রাম।

২. **Hints:** দু অনুপাতে আম = ৩ ও ৪ এর ল.সা.গু ১২ ধরে প্রথমে ১২ : ৮ এবং শেষে ১২ : ১৫ হলে মেশাতে হবে ১২০ এর (১২+৮) = ২০ ভাগের (১৫-৮) = ৭ ভাগ = ৪২ গ্রাম।]

৩. **Hints:** ৮০% = ৩৬ $\therefore$ ২০% = ৯ $\therefore$ সুতরাং পানি মেশাতে হবে = ৯-৪ = ৫ লিটার]

৪. **Hints:** ৯+১৮ = ২৭ $\therefore$ ২৫% = ৯ সুতরাং ৭৫% = ২৭ $\therefore$ পানি মেশাতে হবে = ২৭-১৮ = ৯ গ্যালন]

৫. **Hints:** শুরুতে লো+ পি= ১৮+১২ = ৩০ $\therefore$ শেষের ৪০% =১৮ হলে পিতল ৬০% = ২৭। মেশাতে হবে = ২৭-১২ = ১৫।

৬. **Hints:** দুধ+ পানি = ৩৬+৪ = ৪০ $\therefore$ শেষের ৭২% =৩৬ হলে পানি ২৮% = ১৪। মেশাতে হবে = ১৪-৪ = ১০ লিটার।

লিখিত অংশ

১. ৫০০ মি.লি. হ্যান্ড স্যানিটাইজার অ্যালকোহল ও পানির অনুপাত ৩ : ২। উক্ত স্যানিটাইজার কত মি.লি. পানি মিশালে অ্যালকোহল ও পানির অনুপাত ২ : ৩ হবে? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১(লিখিত)]*

লিখিত সমাধান:

মিশ্রণে অ্যালকোহলের পরিমাণ = ৫০০× $\frac{৩}{৫}$ = ৩০০ মি.লি. এবং পানির পরিমাণ = (৫০০-৩০০) = ২০০ মি.লি.

ধরি, পানি মেশাতে হবে = x মি.লি.

প্রশ্নমতে, $\frac{৩০০}{২০০+x} = \frac{২}{৩} \Rightarrow ৯০০ = ৪০০ + ২x \Rightarrow x = ২৫০$ $\therefore$ পানি মেশাতে হবে = ২৫০ মি.লি. উত্তর: ২৫০মি.লি.

২. ৪০ কিলোগ্রাম দ্রবণে পানি এবং চিনির অনুপাত ৮ : ১। ঐ দ্রবণে কী পরিমাণ চিনি মিশ্রিত করলে পানি ও চিনির অনুপাত ৮০ : ১৯ হবে? *[২৯তম বিসিএস লিখিত]*

লিখিত সমাধান:

পানি এবং চিনির অনুপাত = ৮ : ১ , অনুপাতদ্বয়ের যোগফল = ৮ + ১ = ৯

∴ পানির পরিমাণ = $৪০ \times \frac{৮}{৯} = \frac{৩২০}{৯}$ কি.গ্রা. এবং চিনির পরিমাণ = $৪০ \times \frac{১}{৯} = \frac{৪০}{৯}$ কি.গ্রা.

মনে করি, ঐ মিশ্রণে চিনি মেশাতে হবে = x কি.গ্রা

প্রশ্নমতে, $\frac{৩২০}{৯} : \left(x + \frac{৪০}{৯}\right) = ৮০ : ১৯ \Rightarrow \frac{৩২০}{৯} : \frac{৯x + ৪০}{৯} = ৮০ : ১৯ \Rightarrow \frac{৩২০}{৯x + ৪০} = \frac{৮০}{১৯} \Rightarrow \frac{৪}{৯x + ৪০} = \frac{১}{১৯}$

$\Rightarrow ৯x + ৪০ = ৭৬ \Rightarrow ৯x = ৩৬ \therefore x = ৪$ সুতরাং ৪ কি.গ্রা. চিনি মেশাতে হবে

উত্তর: ৪ কিলোগ্রাম।

৩. ৪০ লিটার মিশ্রণে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৫ : ৩। ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে পানি ও সিরাপের অনুপাত ৫ : ৩ হবে? *[১৭তম বিসিএস লিখিত]*

লিখিত সমাধান:

দেওয়া আছে, ৪০ লিটার মিশ্রণে সিরাপ : পানি = ৫ : ৩, অনুপাতদ্বয়ের যোগফল = (৫ + ৩) = ৮

৪০ লিটার মিশ্রণে সিরাপের পরিমাণ $৪০ \times \frac{৫}{৮} = ২৫$ লিটার সুতরাং পানি পরিমাণ = (৪০-২৫) = ১৫ লিটার।

ধরি,, ঐ মিশ্রণে পানি মেশাতে হবে = x লিটার

প্রশ্নমতে $\frac{১৫ + x}{২৫} = \frac{৫}{৩} \Rightarrow ৪৫ + ৩x = ১২৫ \Rightarrow ৩x = ৮০ \therefore x = \frac{৮০}{৩} = ২৬\frac{২}{৩}$

সুতরাং পানি মেশাতে হবে = $২৬\frac{২}{৩}$ লিটার

উত্তর : $২৬\frac{২}{৩}$ লিটার

৪. একটি পাত্রের শরবতে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৫ : ৩ ; ঐ শরবতের কত অংশ তুলে নিয়ে পরিবর্তে সমপরিমাণ পানি ঢাললে নতুন শরবতে অর্ধেক সিরাপ ও অর্ধেক পানি থাকবে? *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১ (লিখিত)]*

সমাধান:

দেওয়া আছে, সিরাপ : পানি = ৫ : ৩ অনুপাতদ্বয়ের যোগফল = ৫ + ৩ = ৮

∴ সিরাপের পরিমাণ = $\frac{৫}{৮}$ এবং পানির পরিমাণ = $\frac{৩}{৮}$

মনে করি, শরবত তুলতে হবে = x একক। (এই x এ পানি এবং সিরাপ উভয় ই আছে, তোলার পর দু' টা ই কমবে)

সিরাপ কমবে = $x \times \frac{৫}{৮} = \frac{৫x}{৮}$ তাহলে অবশিষ্ট সিরাপ = $\frac{৫}{৮} - \frac{৫x}{৮} = \frac{৫ - ৫x}{৮}$

পানি কমবে = $x \times \frac{৩}{৮} = \frac{৩x}{৮}$ তাহলে অবশিষ্ট সিরাপ = $\frac{৩}{৮} - \frac{৩x}{৮} = \frac{৩ - ৩x}{৮}$

প্রশ্নমতে, $\frac{৫ - ৫x}{৮} = \frac{৩ - ৩x}{৮} + x$ [তুলে নেয়া x মিশ্রণের পরিবর্তে x পানি মেশালে সিরাপ ও পানি সমান হবে]

$\Rightarrow \frac{৫ - ৫x}{৮} = \frac{৩ - ৩x + ৮x}{৮} \Rightarrow ৫ - ৫x = ৩ + ৫x \Rightarrow ১০x = ২ \therefore x = \frac{২}{১০} = \frac{১}{৫}$

উত্তর : $\frac{১}{৫}$ অংশ।

মিশ্রণের অনেক বিষয় লিখে লিখে শতভাগ বোঝানো একটু কঠিন। তাই ভিডিও ক্লাস দেখা উত্তম।

Khairuls Basic Math বইয়ের উপর নিয়মিত ভিডিও পেতে আমাদের অফিসিয়াল ইউটিউব চ্যানেল:

Khairuls Math সাবসক্রাইব করে রাখুন।

অংশীদারি কারবার

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	লাভের পরিমাণ বের করা	পদ্ধতি-০৪	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
পদ্ধতি-০২	কিছুদিন পর কেউ যোগ দিলে বা চলে গেলে	পদ্ধতি-০৫	সময় বের করা
পদ্ধতি-০৩	বিনিয়োগ সম্পর্কিত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

Model Test

অংশিদারি কারবারের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

প্রাথমিক আলোচনা:

যখন কোন ব্যবসায় দুজন বা তার থেকে অধিক লোক একসাথে ব্যবসা করে তখন তাদেরকে ঐ ব্যবসার অংশীদার এবং তাদের ব্যবসাকে অংশীদারি কারবার বলে।

অংশীদারি কারবারের প্রশ্নগুলোতে নিচের নিয়মগুলো অনুসরণ করুন:

☞ **যখন দুজন বিনিয়োগ কারী একই সময়ের জন্য বিনিয়োগ করে তখন তাদের লাভ্যাংশ তাদের বিনিয়োগের অনুপাতে ভাগ করে দিতে হয়।**

যেমন:

একটি ব্যাবসায় রহিম ২০০০ টাকা এবং করিম ৩০০০ টাকা দিল । বছর শেষে ১০০ টাকা লাভ হলে এই ১০০ টাকাকে তাদের বিনিয়োগের অনুপাত অর্থাৎ ২০০০:৩০০০ বা ২:৩ এ ভাগ করে দিতে হবে। তাহলে রহিম পাবে ১০০ টাকার ৫ ভাগের ২ ভাগ ৪০ টাকা এবং করিম পাবে ৫ ভাগের ৩ ভাগ অর্থাৎ ৬০ টাকা।

☞ **বিনিয়োগ ভিন্ন ভিন্ন সময়ের জন্য হলে সময়কে সমান করার জন্য নির্দিষ্ট একক যেমন মাস দিয়ে গুণ করতে হয়। এরফলে তাদের অসমান সময়ের বিনিয়োগগুলো সমান সমান সময়ের বিনিয়োগ হয়ে যায় তারপর হিসেব করা সহজ হয়।**

যেমন: একটি ব্যবসায় রহিম ২০০ টাকা এবং করিম ৩০০ টাকা দিল । ৬ মাস পরে রহিম তার মূলধন নিয়ে চলে গেল এবং বছর শেষে ১০০ টাকা লাভ হলে কে কত টাকা পাবে?

এক্ষেত্রে বিনিয়োগ সমান সময়ের জন্য হয় নি। তাই বিনিয়োগ কে সমান সময়ের বিনিয়োগ তৈরী করার জন্য

রহিমের বিনিয়োগ = ২০০×৬ = ১২০০ (১মাসের বিনিয়োগ) [মাস দিয়ে গুণ করার নিয়মটি খুব গুরুত্বপূর্ণ।]

করিমের বিনিয়োগ = ৩০০×১২ = ৩৬০০ (১ মাসের বিনিয়োগ)

তাহলে তাদের মাসিক বিনিয়োগের অনুপাত = ১২০০ : ৩৬০০ = ১ : ৩

সুতরাং মোট ১০০টাকা লাভের মধ্যে রহিম পাবে (১+৩) = ৪ ভাগের ১ ভাগ অর্থাৎ ২৫ টাকা এবং করিম পাবে ৭৫ টাকা।

☞ **বিনিয়োগের পরিমাণ অনেক বড় হলে অনুপাতের মাধ্যমে ছোট করে নিতে হয়।**

শর্টকাট: A : B : C= ১৬০০০ : ৩২০০০ : ৪০০০০ = ১৬ : ৩২ : ৪০ = ২ : ৪ : ৫ (ছোট সংখ্যার হিসেব করা সহজ)

অথবা, (২০০০ × ১২) : (৩০০০ × ২৪) : (৪০০০ × ২৪) = ১ : ৩ : ৪ [সরাসরি, ১০০০ ও ১২ দিয়ে ভাগ]

অংশীদারির উপর বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : লাভের পরিমাণ বের করা

(১.ক) অংশীদারির সাধারণ প্রশ্ন:

১. জামাল ও কামাল একটি ব্যবসা শুরু করলো যাতে জামালের বিনিয়োগ ৩০০০ টাকা এবং কামালের বিনিয়োগ ৭০০০ টাকা। বছর শেষে তাদের মোট ২০০০ টাকা লাভ হলে কে কত টাকা করে লাভ পাবে?

ক. ৫০০, ১০০০ খ. ৬০০, ১২০০ গ. ৬০০, ১৪০০ ঘ. ৭০০,১২০০ উত্তর: গ

সমাধান :

প্রথমে তাদের বিনিয়োগটির অনুপাত পাশাপাশি লিখে যত ছোট করা যায়, করে নিন। এভাবে, ৩০০০ : ৭০০০ = ৩ : ৭

অনুপাতের যোগফল = ৩ + ৭ = ১০ সুতরাং জামাল পাবে = $২০০০ \times \frac{৩}{১০} = ৬০০$ টাকা।

এবং কামাল পাবে = $২০০০ \times \frac{৭}{১০} = ১৪০০$ টাকা। **উত্তর: জামাল ৬০০ ও কামাল ১৪০০ টাকা।**

২. 'ক', 'খ', ও 'গ' একটি অংশীদারী ব্যবসায়ে যথাক্রমে ৭৫০০ টাকা, ৮৫০০ টাকা এবং ১০,৫০০ টাকা বিনিয়োগ করে। বছর শেষে ২১২০ টাকা লাভ হয়। যদি মূলধন অনুপাতে লাভ বন্টন হয় তাহলে 'খ' কত টাকা পাবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ৬০০ খ. ৬৮০ গ. ৭২০ ঘ. ৮৪০ উত্তর: খ

সমাধান: ক, খ এবং গ এর বিনিয়োগের অনুপাত = ৭৫০০: ৮৫০০ : ১০৫০০ = ১৫ : ১৭ : ২১

অনুপাতের যোগফল = ১৫+১৭+২১ = ৫৩ সুতরাং খ এর লাভের অংশ হবে = $২১২০ \times \frac{১৭}{৫৩} = ৬৮০$ **উত্তর: ৬৮০ টাকা।**

৩. P এবং Q যথাক্রমে ৮৫,০০০ টাকা ও ১৫,০০০ টাকা বিনিয়োগ করে একটি ব্যবসা শুরু করল। দুই বছর পরে তাদের লাভের অনুপাত কত হবে? *(PKB Senior Officer 2014)*

ক. ৩ : ৪ খ. ৩ : ৫ গ. ১৫ : ২৩ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে যেহেতু দুজনের বিনিয়োগের সময়ই ২ বছর করে তাই ২ বছর বা মাস দিয়ে গুণ না করে সরাসরি তাদের বিনিয়োগের অনুপাতটিই তাদের লাভের অনুপাত হবে।

P : Q = ৮৫,০০০ : ১৫,০০০ বা, ১৭ : ৩ যা কোন অপশনে দেয়া না থাকায় উত্তর ঘ

৪. তিনজনে ২০০০, ৩০০০ ও ৪০০০ টাকা নিয়ে পুঁজি বিনিয়োগ করে ব্যবসা শুরু করল এবং শর্ত অনুসারে পুঁজির অনুপাতে লাভ ভাগ হবে। যদি তাদের ব্যবসায় ৪৫০০ টাকা লাভ হয়, তবে কে কত লাভের টাকা পাবে?

ক. ৮০০, ১৬০০ এবং ২১০০ খ. ১০০০, ১৫০০ এবং ২০০০
গ. ১০০০, ১৬০০ এবং ১৯০০ ঘ. ১২০০, ১৫০০ এবং ১৮০০ উত্তর: খ

সমাধান:

প্রথমেই তাদের বিনিয়োগের পরিমাণ কে অনুপাত আকারে লিখে ছোট করুন = ২০০০ : ৩০০০ : ৪০০০ বা ২ : ৩ : ৪

মোট অংশ = ২+৩+৪ =৯ এখন তাদের মোট লাভ = ৪৫০০ কে ৯ ভাগ করতে হবে।

তাহলে প্রতি ১ ভাগের মান হবে = ৪৫০০÷৯ = ৫০০ টাকা , এখন যার বিনিয়োগ যত অংশ তাকে ততটুকু লভ্যাংশ দিতে হবে

১ম জন পাবে = ২×৫০০ = ১০০০ টাকা , ২য় জন পাবে = ৩×৫০০ = ১৫০০ টাকা

এবং ৩য় জন পাবে = ৪×৫০০ = ২০০০ টাকা

উত্তর: ১০০০, ১৫০০ এবং ২০০০ টাকা।

নিজে করুন:

৫. কামাল ও জামাল যথাক্রমে ১০০০০০ টাকা ও ১৫০০০০ টাকা বিনিয়োগ করে একটি ব্যবসা শুরু করল। ঐ ব্যবসায় ২৪০০০ টাকা লাভ হলে কে কত টাকা পাবে?

ক. ৯৬০০, ১৪৪০০ খ. ১৪৪০০, ৯৬০০ গ. ৯৫০০, ১৩২০০ ঘ. ৯৪০০, ১৩২০০ উত্তর: ক

[Hints: ১০০০০০ : ১৫০০০০ = ২ : ৩ সুতরাং কামাল = $২৪০০০ \times \frac{২}{৫} = ৯৬০০$ এবং জামাল=$২৪০০০ \times \frac{৩}{৫} = ১৪৪০০$]

৬. ক, খ, ও গ একত্রে ব্যবসা করে ১২০০ টাকা লাভ করে। যদি ক, খ ও গ-এর মূলধনের অনুপাত ২ : ৩ : ৫ হয়, তবে ক কত লভ্যাংশ পাবে?

ক. ২২০ খ. ২৩০ গ. ২৪০ ঘ.২৫০ উত্তর: গ

[Hints: ১২০০÷১০ = ১২০, সুতরাং ক এর অংশ ১২০×২ = ২৪০]

৭. একটি ব্যবসায় মাহবুব, মাসুম ও মামুনের মূলধন যথাক্রমে ৩২, ৪০, ৪৮ টাকা। ব্যবসায় মোট ৩০ টাকা লাভ হলে মাহবুবের লাভ কত?

ক. ৮ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৪ উত্তর: ক

[Hints: ৩২ : ৪০ : ৪৮ = ৪ : ৫ : ৬ = মোট ১৫ অংশ, ১ অংশের মান=৩০÷১৫= ২, মাহবুব = ২×৪ = ৮]

(১.খ) লাভের পার্থক্য বা সমষ্টি বের করা :

৮. কোনো ব্যবসায়ে ক, খ ও গ এর মূলধন যথাক্রমে ৩২০, ৪০০ এবং ৪৮০ টাকা। ব্যবসায়ে ৩০০ টাকা লাভ হলে গ অপেক্ষা ক কত টাকা কম পাবে? *(BDB Ltd Officer (Cash) 2016)+ [RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ৫০ খ. ৪৫ গ. ৪০ ঘ. ৩৫ উত্তর: গ

সমাধান:

ক খ এবং গ এর মূলধনের অনুপাত = ক : খ : গ = ৩২০ : ৪০০ : ৪৮০ = ৪ : ৫ : ৬

সুতরাং তাদের লাভের অনুপাত ও হবে = ৪ : ৫ : ৬ (কারণ সময়ের পরিমাণ উল্লেখ্য নেই)

অনুপাতের যোগফল = ৪+৫+৬ = ১৫ এবং ক এর অংশ গ এর অংশের থেকে কম ৬-৪ = ২অংশ

সুতরাং ক, গ এর থেকে কম পাবে = ৩০০ এর $\frac{২}{১৫}$ = ৪০ টাকা। **উত্তর: ৪০ টাকা।**

৯. ক, খ এবং গ একটি ব্যাবসায় যথাক্রমে ৩৬,০০০টাকা, ৪২,০০০ টাকা এবং ৭২,০০০ টাকা বিনিয়োগ করে। একবছর পর মূলধন অনুপাতে লাভ বন্টিত হয় এবং খ ১৪০০ টাকা লাভ পায়। ক ও গ এর লাভের সমষ্টি কত? *[BADC (AC)-2017]*

ক. ২৫০০ খ. ৩০০০ গ. ৩৩০০ ঘ. ৩৬০০ উত্তর: ঘ

সমাধান:

তাদের বিনিয়োগের অনুপাত = ক : খ : গ = ৩৬০০০ : ৪২০০০ : ৭২০০০ = ৬ : ৭ : ১২

এখন খ এর ৭ অংশ = ১৪০০ হলে ১ অংশের মান = ১৪০০÷৭ = ২০০

সুতরাং ক+গ এর = ৬+১২ = ১৮ অংশের মান হবে = ১৮×২০০ = ৩৬০০ টাকা। **উত্তর: ৩৬০০ টাকা।**

ব্যতিক্রম: লাভ না হয়ে লোকসান বা ক্ষতি হলেও বিনিয়োগের অনুপাতে ক্ষতি ভাগ করতে হবে :

১০. সুমন, মামুন ও মাজহার যথাক্রমে ১৫০০ টাকা ১২০০ টাকা ও ১৭০০ টাকা নিয়ে কারবার শুরু করল। বছর শেষে কারবারে ২২০ টাকা লোকসান হলো। সুমনের লোকসানের পরিমাণ কত?

ক. ৭০ টাকা খ. ৮০ টাকা গ. ৭৫ টাকা ঘ. ৯০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান:

বিনিয়োগের অনুপাত = ১৫০০ : ১২০০ : ১৭০০ = ১৫ : ১২ : ১৭ এখানে অনুপাতের যোগফল = ১৫+১২+১৭ = ৪৪

সুমনের লোকসান = $২২০ \times \frac{১৫}{৪৪} = ৭৫$ টাকা।

(১.গ) মোট লাভ বের করা :

১১. একটি ব্যাবসায় A, B এবং C এর বিনিয়োগের অনুপাত ৫ : ৭ : ৮। একবছর শেষে যদি A এর লাভের পরিমাণ ৪২৩৬০ টাকা হয় তাহলে তাদের সর্বমোট লাভের পরিমাণ কত? *[ICB - (AE-IT)-2017]*

ক. ১৬৯২২০ খ. ১৮৩০০০ গ. ১৯৬৭০০ ঘ. ১৬৯৪৪০

উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি, A, B এবং C এর লাভের পরিমাণ যথাক্রমে = ৫x, ৭x এবং ৮x

প্রশ্নমতে, ৫x = ৪২৩৬০ ∴ x = ৪২৩৬০ ÷ ৫ = ৮৪৭২ টাকা।

সুতরাং মোট লাভ = (৫x+৭x+৮x) = ২০x = ২০×৮৪৭২= **১৬৯৪৪০**

শর্টকাট: (কয়েক সেকেন্ডে হয়ে যাবে)

সরাসরি ৪২৩৬০ এর সাথে ৪ গুণ = ১৬৯৪৪০

কারণ ৫ অংশের মান যা ই হোক ২০অংশের মান তার ৪ গুণ হবে।

নিজে করুন :

১২. একটি ব্যাবসায় A, B এবং C তাদের লভ্যাংশ ৪ : ৭ : ৮ অনুপাতে ভাগ করে নিতে সম্মত হলো। যদি ঐ ব্যবসায় A এর লাভের অংশ ১৬০০ টাকা হয় তাহলে সবার মোট লাভ কত ছিল? *[Bank Alfalah Ltd Rec.test 2005]*

ক. ৬৩০০ খ. ৭৬০০ গ. ৭৪০০ ঘ. ৮২০০

উত্তর: খ

[**Hints:** ৪ ভাগ = ১৬০০ হলে ১ ভাগ = ৪০০ সুতরাং (৪+৭+৮) =১৯ ভাগ = ১৯×৪০০ = ৭৬০০ টাকা।]

(১.ঘ) লাভের কিছু অংশ খরচ হলে :

১৩. মামুন ও সবুজ একটি অংশীদারি ব্যবসায়ে ২ : ১ অনুপাতে বিনিয়োগ করে। বছর শেষে তারা তাদের মুনাফা থেকে ৯০০ টাকা গরিবদের দান করে দেয় এবং অবশিষ্ট মুনাফা মূলধন অনুপাতে ভাগ করে নেয়। সবুজের মুনাফা ২০০০ টাকা হলে, মোট মুনাফা কত? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২৯০০ টাকা খ. ৬০০০ টাকা গ. ৬৯০০ টাকা ঘ. ৭২০০ টাকা

উত্তর: গ

সমাধান:

যেহেতু মামুন এবং সবুজের বিনিয়োগের অনুপাত = ২ : ১ তাহলে তাদের লাভের অনুপাতও ২ : ১ ই হবে।

[**Important Logic:** দান করার আগে লাভ ভাগ করে নিলেও ২ : ১ হবে। আবার দান করার পর ভাগ করলেও ২ : ১ ই হবে।]

এখন লাভের মোট টাকা থেকে সবুজ ২০০০ টাকা পেলে, মামুন পাবে = ২×২০০০ = ৪০০০ টাকা

সুতরাং দান করা টাকা সহ তাদের মোট মুনাফা = (২০০০+৪০০০+৯০০) টাকা = ৬৯০০ টাকা **উত্তর: ৬৯০০ টাকা।**

১৪. A ও B একটি ব্যবসায়ে ৩ ও ২ অনুপাতে মূলধন বিনিয়োগ করল। যদি মোট মুনাফার ৫% দাতব্য সংস্থায় দেওয়া হয় এবং A এর অংশ ৮৫৫ টাকা হয় তাহলে মোট মুনাফার পরিমান কত? *[Combined 5 banks (Cash)-2019]*

ক. ১৪২৫ খ. ১৫০০ গ. ১৫৩৭.৫০ ঘ. ১৫৭৬

উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, মোট লাভ = ১০০ টাকা

দাতব্য সংস্থায় ৫% দান করার পর A এর অংশ = $৯৫ \times \frac{৩}{৫}$ = ৫৭ টাকা

A এর অংশ ৫৭ হলে মোট লাভ = ১০০ টাকা

A এর অংশ ৮৫৫ হলে মোট লাভ = $\frac{১০০ \times ৮৫৫}{৫৭}$ = **১৫০০ টাকা**

শর্টকাট: (কয়েক সেকেন্ডে হয়ে যাবে)

৯৫% = ৮৫৫ হলে ১০০% = ৯০০ এখন

A এর ৩ অংশ = ৯০০ হলে ১ অংশ = ৩০০

এবং মোট ৫ অংশ = ৩০০×৫ = ১৫০০ টাকা।

অবশ্যই মনে রাখুন: ৫% টাকা দান করার পর লাভ, ভাগ করে নিলে একজন যত টাকা পাবে। ভাগ করে নেয়ার পর দান করলেও একই টাকা পাবে।

নিজে করুন :

২৯. A এবং B একটি ব্যবসাতে ৩ : ২ অনুপাতে মূলধন বিনিয়োগ করে। মোট লাভের ১০% প্রতিমধ্যনায় দান করার পর অবশিষ্ট লাভের মধ্যে A লভ্যাংশ হিসেবে ৫৪০০ টাকা পায়। মোট লাভ নির্ণয় করো।

ক. ১০০০০ খ. ১৫০০০ গ. ১২০০০ ঘ. ৫০০০

উত্তর: ক

[**Hints:** ৯০% = ৫৪০০ হলে ১০০% = ৬০০০০ টাকা। এখন A এর ৩ ভাগ = ৬০০০ হলে মোট (৩+২) = ৫ ভাগ = ১০০০০]

পদ্ধতি-০২ : কিছুদিন পর কেউ যোগ দিলে বা চলে গেলে

মনে রাখুন:

- যত মাস পরেই ব্যবসায় যোগদান করুক না কেন যতদিন ব্যাবসায় অংশীদারী থাকবে শুধু ততদিনই হিসেব করতে হবে। কত মাস পরে আসলো তা হিসেব করতে হবে না।
- সবার বিনিয়োগ কে সমান সময়ে আনার জন্য প্রাপ্ত সময় বা মাস দিয়ে বিনিয়োগ কে গুণ করতে হবে।
- কেউ দ্বিতীয়বার পুণরায় বিনিয়োগ করলে প্রথম ও দ্বিতীয় বিনিয়োগ যোগ করে তার মোট বিনিয়োগ বের করতে হবে।

১৫. মিতা ৯০০০ টাকা বিনিয়োগ করে একটি ব্যবসা শুরু করল। পাঁচ মাস পরে আজিজ ৮০০০ টাকা নিয়ে মিতার সাথে ব্যবসায়ে যোগ দেয়। বছর শেষে যদি তারা ৬৯৭০ টাকা লাভ করে তাহলে আজিজের লাভ কত?

ক. ২২২০ টাকা খ. ২৩৬০ টাকা গ. ২৩৮০ টাকা ঘ. ২৪০০ টাকা

উত্তর: গ

সমাধান:

১২ মাসের ব্যবসায় আজিজ ৫ মাস পর বিনিয়োগে যোগ দেয়া অর্থ আজিজ ঐ ব্যবসায় যুক্ত ছিল = (১২-৫) = ৭ মাসের জন্য

মিতা ও আজিজের বিনিয়োগের অনুপাত = (৯০০০×১২) : (৮০০০×৭) = ২৭ : ১৪ অনুপাতের যোগফল = ২৭+১৪ = ৪১

সুতরাং আজিজের লাভের অংশ = $৬৯৭০ \times \frac{১৪}{৪১}$ = ২৩৮০ টাকা।

১৬. ক, খ ও গ যথাক্রমে ৫০০০০ টাকা ৬২৫০০ টাকা এবং ৭৫০০০ টাকা মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে। ৬ মাস পর ক তার মূলধন ৫০% বৃদ্ধি করে। বছর শেষে ৩২০৩২ টাকা মুনাফা হলে, খ কত টাকা পাবে? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]*

ক. ২০০২ টাকা খ. ১০১০ টাকা গ. ১০০১০ টাকা ঘ. ১২০১২ টাকা

উত্তর: গ

সমাধান:

শুরুতে ক, খ এবং গ এর মূলধন যথাক্রমে = ৫০০০০ টাকা, ৬২৫০০ টাকা এবং ৭৫০০০ টাকা।

আবার, ৫০% মূলধন বৃদ্ধিতে ক এর মোট মূলধন = ৫০০০০ + (৫০০০০ এর ৫০% × $\frac{৬}{১২}$) = ৬২৫০০ টাকা

মূলধনের অনুপাত = ক : খ : গ = ৬২৫০০ : ৬২৫০০ : ৭৫০০০ = ৫ : ৫ : ৬ অনুপাতের যোগফল = ৫+৫+৬ = ১৬

সুতরাং খ পাবে = $৩২০৩২ \times \frac{৫}{১৬}$ = ১০০১০ টাকা । **উত্তর: ১০০১০ টাকা।**

১৭. সুমন , জামাল যথক্রমে ৫০০০ টাকা ও ৪০০০ টাকা মূলধন নিয়ে একটি কারবার শুরু করল। ৩ মাস পরে সুমন আরও ১০০০ টাকা দিল এবং নাইম ৭০০০ টাকা মূলধন নিয়ে কারবারে নতুন অংশীদার হল। এক বছরে ৩৬০০ টাকা লাভ হলে, লাভের টাকা কে কত পাবে? *[সপ্তম শ্রেণী (অনু -২১)]*

ক. ১৪০০, ৯৬০, ও ১২৪০ টাকা খ. ১৩৮০, ৯৬০, ও ১২৬০ টাকা

গ. ১৩৬০, ৯৮০, ও ১২৬০ টাকা ঘ. ১৩৮০, ৯৮০, ও ১২৪০ টাকা

উত্তর: খ

সমাধান:

সুমনের মোট বিনিয়োগ = (৫০০০×১২) + (১০০০×৯) = ৬০০০০+৯০০০ = = ৬৯০০০

জামালের মোট বিনিয়োগ = ৪০০০×১২ = ৪৮০০০ টাকা

নাইমের মোট বিনিয়োগ = ৭০০০× ৯ = ৬৩০০০ টাকা। (৩ মাস পরে আসা অর্থ ৯ মাস বিনিয়োগ করা)

বিনিয়োগের অনুপাত = ৬৯০০০ : ৪৮০০০ : ৬৩০০০ বা, ২৩ : ১৬ : ২১ ∴ অনুপাতের যোগফল = ২৩+১৬+২১ = ৬০

সুতরাং ক পাবে= $৩৬০০০ \times \frac{২৩}{৬০} = ১৩৮০$ টাকা, খ পাবে = $৩৬০০০ \times \frac{১৬}{৬০} = ৯৬০$ টাকা, গ পাবে = $৩৬০০০ \times \frac{২১}{৬০} = ১২৬০$ টাকা

নিজে করুন:

১৮. আজিজ, আলম ও সুজন একটি ব্যবসায়ে যথাক্রমে ২০০০ টাকা, ৩০০০ টাকা এবং ৪০০০ টাকা বিনিয়োগ করে। একবছর পর আজিজ ব্যবসা থেকে পুঁজি তুলে নিল কিন্তু আলম ও সুজন আরো এক বছর ব্যবসা চালু রাখল। যদি দুই বছর পরে ৩২০০ টাকা নীট লাভ হয় তাহলে আজিজের লাভের পরিমান কত?

ক. ৩৫০ টাকা খ. ৪০০ টাকা গ. ৪৫০ টাকা ঘ. ৫০০ টাকা উত্তর: খ

[Hints: (২০০০ × ১২) : (৩০০০ × ২৪) : (৪০০০ × ২৪) = ১ : ৩ : ৪ (বাকীটা নিজে করুন)।

১৯. করিম ৫০০০ টাকা ও রহিম ৬০০০ টাকা মূলধন বিনিয়োগ করে ব্যবসা শুরু করলো। ছয় মাস পরে ফারুক আরও ৮০০০ টাকা বিনিয়োগ করলো। এক বছর পর ৩৬০০ টাকা লাভ হলো। প্রত্যেকের লভ্যাংশ করুন?

ক. ১২০০; ১৪৪০; ৯৬০ খ. ১২২০; ১৪২০; ৯৬০ গ. ১২৩০; ১৪৩০; ৯৪০ ঘ. ১১৮০; ১৪০০; ১০২০ উত্তর: ক

[Hints: (৫০০০×১২) : (৬০০০×১২) : (৮০০০×৬) = ৫ : ৬ : ৪ (বাকীটা নিজে করুন)।

পদ্ধতি-০৩ : বিনিয়োগ সম্পর্কিত প্রশ্ন

২০. কোন ব্যবসায়ে তিনজন অংশীদারের লাভের অনুপাত ৮ : ৭ : ৫ । তারা যথাক্রমে ৭ মাস, ৮ মাস ও ১৪ মাস ব্যবসা করে তাদের বিনিয়োগের অনুপাত কত? *[সেতু কর্তৃপক্ষ (সহকারী পরিচালক)-২০২০]*

ক. ৮ : ৭ : ৫ খ. ৫৬ : ২৮ : ১৭ গ. ২১ : ২৮ : ৩৮ ঘ. ৬৪ : ৪৯ : ২০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, তাদের বিনিয়োগ যথাক্রমে x, y এবং z

প্রশ্নমতে, $৭x : ৮y : ১৪z = ৮ : ৭ : ৫$ [প্রতি জনের বিনিয়োগের সাথে তাদের সময় গুণ করে দিলে তা লাভের অনুপাতের সমান হবে]

এখানে, $\frac{৭x}{৮y} = \frac{৮}{৭}$ (তিনটা অনুপাত আসলে যে কোন দুটি নিয়ে হিসেব)

$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{৮ \times ৮}{৭ \times ৭} = \frac{৬৪}{৪৯}$ ∴ **x : y = ৬৪ : ৪৯**

আবার, $\frac{৮y}{১৪z} = \frac{৭}{৫} \Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{৭ \times ১৪}{৫ \times ৮} = \frac{৪৯}{২০}$ ∴ **y : z = ৪৯ : ২০**

সুতরাং $x : y : z = ৬৪ : ৪৯ : ২০$ [দু জায়গায় y = ৪৯]

শর্টকাট:

আমরা জানি,

বিনিয়োগের পরিমাণ × সময় = লাভের পরিমান।

অথবা, বিনিয়োগের পরিমাণ = $\frac{\text{লাভের পরিমান}}{\text{সময়}}$

এখানে, বিনিয়োগের অনুপাত = $\frac{৮}{৭} : \frac{৭}{৮} : \frac{৫}{১৪}$

(লাভের অনুপাত এবং নিচে মাস বসেছে)

$= \frac{৮}{৭} \times ৫৬ : \frac{৭}{৮} \times ৫৬ : \frac{৫}{১৪} \times ৫৬$

= ৬৪ : ৪৯ : ২০ **উত্তর: ৬৪ : ৪৯ : ২০**

নিজে করুন :

২১. ৩ জন অংশীদারি একটি ব্যবসা থেকে প্রাপ্ত লাভের অংশ ৫ : ৭ : ৮ এ ভাগ করে নিল। যদি তারা ঐ ব্যবসায় যথাক্রমে, ১৪ মাস, ৮ মাস এবং ৭ মাসের জন্য অংশীদার হয় তাহলে তাদের বিনিয়োগের অনুপাত কত? *[Combined 5 banks (Cash)-2019]*

ক. ৫ : ৭ : ৮ খ. ২০ : ৪৯ : ৬৪ গ. ৩৮ : ২৮ : ২১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

[Hints: হুবহু আগের অংকটিই অনুপাতগুলো বিপরীতপাশে দেয়া হয়েছে। নিজে থেকে চেষ্টা করুন]

২২. A, B এবং C তিনজন অংশীদরের কোনো ব্যবসাতে নিয়োজিত মূলধনের অনুপাত ৫ : ৬ : ৪ এবং তাদের নিয়োজিত সময়ের অনুপাত ২: ৫ : ৬ । তাদের লভ্যাংশ কী অনুপাতে বন্টিত হবে?

ক. ৩ : ৫ : ৭ খ. ৫ : ১৫ : ১২ গ. ১২ : ১৫ : ১৭ ঘ. ৮ : ১২ : ১১ উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, বিনিয়োগ/মূলধন ×সময় = লাভ

অর্থাৎ লাভ = মূলধন×সময় = (৫ : ৬ : ৪) × (২ : ৫ : ৬) = (৫×২) : (৬×৫) : (৪×৬) = ১০ : ৩০ : ২৪ = ৫ : ১৫ : ১২

পদ্ধতি-০৪ : সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

২৩. ক, খ এবং গ ৫৬০ টাকা নিয়ে কারবার শুরু করলো। ক, খ-এর চেয়ে ৯০ টাকা বেশি দিয়েছে এবং খ, গ-এর চেয়ে ১৪০ টাকা কম দিয়েছে। কারবারে ২২৪ টাকা লাভ হলে গ কত টাকা লাভ পাবে? *[থানা শি: অফিসার-২০০৫]*

ক. ২৫০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি খ দিয়েছে = x টাকা তাহলে ক দিয়েছে = x+৯০ টাকা এবং গ দিয়েছে = x+১৪০ টাকা

প্রশ্নমতে, x+x+৯০+ x+১৪০ = ৫৬০ $\Rightarrow$ ৩x = ৫৬০-২৩০ $\Rightarrow$ ৩x = ৩৩০ ∴ x = ১১০

সুতরাং খ এর বিনিয়োগ ১১০ টাকা, ক এর বিনিয়োগ = ১১০+৯০ = ২০০ টাকা, গ এর বিনিয়োগ = ১১০+১৪০ = ২৫০ টাকা

বিনিয়োগের অনুপাত = ক : খ : গ = ২০০ : ১১০ : ২৫০ = ২০ : ১১ : ২৫, সুতরাং অনুপাতের যোগফল =২০+১১+২৫ = ৫৬

এখন গ এর লাভ = $২২৪ \times \frac{২৫}{৫৬} = ১০০$ টাকা।

উত্তর: ১০০ টাকা।

২৪. A, B ও C ৪৭,০০০ টাকায় একটি ব্যবসা শুরু করল। A ব্যবসায়ে B এর থেকে ৭০০০ টাকা বেশি এবং B, C এর থেকে ৫০০০ টাকা বেশি দিল। মোট লাভ ৯৪০০ টাকা হলে B-এর লাভ কত? *[বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯]*

ক. ২০০০ টাকা খ. ৩০০০ টাকা গ. ৫০০০ টাকা ঘ. ৭০০০ টাকা উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, C বিনিয়োগ করে = x টাকা

∴ B বিনিয়োগ করে = (x+৫০০০) টাকা এবং A বিনিয়োগ করে = (x+৫০০০+৭০০০) = x+১২০০০ টাকা

প্রশ্নমতে, x+x+৫০০০+x+১২০০০ = ৪৭০০০

$\Rightarrow$ ৩x+১৭০০০ = ৪৭০০০ $\Rightarrow$ ৩x = ৪৭০০০-১৭০০০ $\Rightarrow$ ৩x = ৩০০০০ ∴x = ১০০০০

সুতরাং A:B:C = x : x+৫০০০ : x+১২০০০ = ১০০০০ : (১০০০০+৫০০০) : (১০০০০+১২০০০)

= ১০০০০ : ১৫০০০ : ২২০০০ = ১০ : ১৫ : ২২

এখানে, যোগফল = (১০+১৫+২২) = ৪৭ ∴ B এর লভ্যাংশ = $৯৪০০০ \times \frac{১৫}{৪৭} = ৩০০০$ টাকা। **উত্তর: ৩০০০ টাকা।**

নিজে করুন:

২৫. রিপন, লিটন এবং পিন্টু ২৮০ টাকা নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করেছিল। রিপন লিটনের চেয়ে ৪৫ টাকা বেশী এবং লিটন পিন্টুর চেয়ে ৭০ টাকা কম দিয়েছিল। যদি কোম্পানী ৫৬ টাকা লাভ করে তবে লিটন কত টাকা লাভ করবে? *[Sonali, Janata, Agrani and Pubali Bank (SO):2012]*

ক. ১১ টাকা খ. ২৫ টাকা গ. ২০ টাকা ঘ. ১২ টাকা উত্তর: ক

সমাধান:

ধরি, পিন্টুর বিনিয়োগ = x টাকা ∴ লিটনের বিনিয়োগ = (x-৭০) টাকা এবং রিপনের বিনিয়োগ = (x-৭০+৪৫) টাকা

প্রশ্নমতে, x+ x-৭০+ x-৭০+৪৫=২৮০ বা, ৩x = ২৮০+৯৫ = ৩৭৫ ∴ x = ১২৫ (বাকীটা নিজে করুন।)

২৬. রুবেল, রবি ও সাব্বির মোট ১১০০০ টাকা নিয়ে ব্যবসায় আরম্ভ করল। রুবেল ও রবি সমান মূলধন দিলেও সাব্বির তাদের প্রত্যেকের চেয়ে ১০০০ টাকা কম বিনিয়োগ করে। ব্যবসায়ে মোট ১২১০ টাকা মুনাফা হলে সাব্বির কত টাকা পাবে? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]*

ক. ৩০০ খ. ৩৩০ গ. ৪০০ ঘ. ৪৪০ উত্তর: খ

সমাধান: মনে করি, রুবেলের মুলধন = x টাকা তাহলে রবির মূলধনও = x টাকা এবং সাব্বিরের মূলধন = (x - ১০০০) টাকা

প্রশ্নমতে, x + x + x − ১০০০ = ১১০০০ $\Rightarrow$ ৩x = ১১০০০ + ১০০০ $\Rightarrow$ ৩x = ১২০০০ ∴ x = ৪০০০ টাকা

∴ রুবেলের মূলধন = ৪০০০ টাকা, রবির মূলধন = ৪০০০ টাকা এবং সাব্বিরের মূলধন = (৪০০০ − ১০০০) = ৩০০০ টাকা

∴ রুবেল : রবি : সাব্বির = ৪০০০ : ৪০০০ : ৩০০০ = ৪ : ৪ : ৩ এখানে অনুপাতের যোগফল = (৪ + ৪ + ৩) = ১১

সুতরাং সাব্বিরের মুনাফার পরিমাণ = ১২১০× $\frac{৩}{১১}$ = ৩৩০ টাকা ।

নিজে করুন:

২৭. ক, খ ও গ ১৮০০০ টাকা নিয়ে কারবার শুরু করলো। এতে ক-এর খ অপেক্ষা ২০০০ টাকা এবং খ এর গ অপেক্ষা ২০০ টাকা বেশী আছে। কারবারে ১০৮০ টাকা লাভ হলে, ক কত টাকা পাবে? *[বেসামরিক বিমান ও পর্যটক মন্ত্রণায়ের অধীন (কর্মকর্তা)-২০০৫]*

ক.৩২৪ টাকা খ.৩১২ টাকা গ. ৪৪৪ টাকা ঘ. ৩৭২ টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** গ = x হলে, (x +২২০০) + (x +২০০) + x = ১৮০০০ ∴ x = ৫২০০ এরপর নিজে করুন]

২৮. আজিজ, মিতা ও রিতা ২৮০ টাকা নিয়ে কারবার শুরু করল। আজিজ ও মিতা-এর মূলধন সমান কিন্তু রিতা-এর মূলধন ২০ টাকা কম। মোট ৫৬ টাকা লাভ হলে, রিতা কত টাকা লাভ পাবে?

ক. ১৬ টাকা খ. ১৪ টাকা গ. ১২ টাকা ঘ. ১০ টাকা উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৫ : সময় বের করা

২৯. মিতা এবং রিতা ১২ : ১১ অনুপাতের প্রারম্ভিক মূলধন নিয়ে ব্যবসা শুরু করল এবং মিতা ও রিতার বার্ষিক লাভের অনুপাত ছিল ৪ : ১। যদি মিতা ১১ মাসের জন্য টাকা খাটায় তাহলে রিতা কত দিনের জন্য টাকা খাটিয়েছিলেন?

ক. ৬ মাস খ. ৫ মাস গ. ৪ মাস ঘ. ৩ মাস উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, রিতা ১১ টাকা বিনিয়োগ করেছিল = x মাসের জন্য।

∴ তাদের বিনিয়োগের অনুপাত = ১২×১১ : ১১× x = ১৩২ : ১১x = ১২ : x

প্রশ্নমতে, $\frac{১২}{x} = \frac{৪}{১}$ (যেহেতু তাদের লাভের টাকা বিনিয়োগের অনুপাতে বন্টন করতে হবে)

⇒ ৪x = ১২ ∴x = ৩ সুতরাং রিতা বিনিয়োগ করেছিল = ৩ মাসের। **উত্তর: ৩ মাস।**

৩০. রিনা এবং শীলা ৫ : ৬ অনুপাতে বিনিয়োগ করে একটি ব্যবসা শুরু করল। ৮ মাস পর রিনা তার মূলধন তুলে নিল। যদি তার ৫ : ৯ অনুপাতে লভ্যাংশ পায় , তাহলে শীলা তার মূলধন কত সময়ের জন্য বিনিয়োগ করেছিল?

ক. ১০ মাস খ. ১১ মাস গ. ১২ মাস ঘ. ৯ মাস উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, শিলার টাকা ব্যবসায় ছিল x মাসের জন্য।

∴ তাদের দুজনের টাকার অনুপাত হবে = ৫×৮ : ৬×x = ৪০ : ৬x আবার তাদের লাভের অনুপাত দেয়া আছে = ৫ : ৯

প্রশ্নমতে, $\frac{৪০}{৬x} = \frac{৫}{৯}$ (যেহেতু তাদের লাভ তাদের বিনিয়োগের সমান)

⇒ ৩০x = ৩৬০ ∴x = ১২ সুতরাং শিলা বিনিয়োগ করেছিল = ১২ মাসের জন্য। **উত্তর: ১২ মাস।**

নিজে করুন :

৩১. A এবং B দুজন অংশীদার ৪ : ৩ অনুপাতে ব্যবসাতে মূলধন বিনিয়োগ করে। A , ৬ মাস পর ব্যবসা ছেড়ে দেয় । ব্যবসাতে ২ : ৩ অনুপাতে লাভ হলে, B এর টাকা কত সময়ের জন্য বিনিয়োগ করা হয়েছিল ?

ক. ৯ মাস খ. ৫ মাস গ. ১২ মাস ঘ. ৬ মাস উত্তর: গ

[**Hints:** B = x মাস হলে, $\frac{৪\times৬}{৩\times x} = \frac{২}{৩} \Rightarrow \frac{২৪}{৩x} = \frac{২}{৩}$ = ৬x = ৭২ ∴ x = **১২ মাস।**]

৩২. ৮৫০০০ টাকা নিয়ে A একটি ব্যাবসা শুরু করার কিছুদিন পর ৪২,৫০০ টাকা নিয়ে B তার সাথে ব্যবসায় যোগদান করে। যদি বছর শেষে তাদের লাভের অনুপাত ৩ : ১ হয়, তাহলে B কত মাস পর ঐ ব্যাবসায় যোগদান করেছিল?

ক. ৮ মাস খ. ৫ মাস গ. ৬ মাস ঘ. ৪ মাস উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি, B ঐ ব্যবসায় যোগদান করেছিল = x মাসের জন্য (কত মাস পরে যোগ দিয়েছিল বললেও যতমাস যুক্ত ছিল তা ধরতে হবে)

প্রশ্নমতে, $\frac{৮৫০০০\times১২}{৪২৫০০\times x} = \frac{৩}{১}$ (বিনিয়োগের সাথে মাসের গুণফলের অনুপাত = লাভের অনুপাত) ∴x = $\frac{৮৫০০০\times১২}{৪২৫০০\times৩}$ = ৮

সুতরাং B ঐ ব্যবসায় ৮ মাসের জন্য যোগদান করেছিল। (ভুল করে এই ৮ মাস কে ই উত্তর মনে করা যাবে না)

যেহেতু মোট ব্যবসা ১২ মাসের তাহলে B ঐ ব্যবসায় যোগদান করেছিল = (১২-৮) = ৪ মাস পর। **উত্তর: ৪ মাস।**

মনে রাখুন: ব্যবসায় ৪ মাস থাকা আর ব্যবসায় ৪ মাস পরে অংশীদারি হওয়া এক বিষয় না। ৪ মাস পর অংশীদারি হওয়া অর্থ ৮ মাস ব্যবসায় থাকা। তেমনি ভাবে ৮ মাস অংশীদারি হওয়া অর্থ ৪ মাস পর যুক্ত হওয়া।

৩৩. ক, খ, ও গ যথাক্রমে ৬০০, ৮০০ এবং ৯০০ টাকা দিয়ে যৌথ ব্যবসা শুরু করল। কয়েক মাস পরে ক আরও ৩০০ টাকা বিনিয়োগ করল। বছর শেষে ৩০০ টাকা লাভ হলো। গ-এর লভ্যাংশ ১০৮ টাকা হলে ক কত সময় পরে ৩০০ টাকা বিনিয়োগ করেছিল? *[তুলা উন্নয়ন বোর্ডের কর্মকর্তা-১৯৯৭]*

ক. ৬ মাস খ. ৪ মাস গ. ৫ মাস ঘ. ৩ মাস উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ক পরবর্তীতে ৩০০ টাকা বিনিয়োগ করেছিল = x মাসের জন্য। (বিনিয়োগের সময় ধরে সমীকরণ সাজা সহজ)

সুতরাং ক, খ, গ এর বিনিয়োগের অনুপাত

= (১২×৬০০+ x×৩০০) : (১২×৮০০) : (১২×৯০০) = (১২×৬+ x×৩) : (১২×৮):(১২×৯) = (২৪+ x) : ৩২ : ৩৬]

প্রশ্নমতে, $\frac{৩৬}{(২৪+x)+৩২+৩৬} = \frac{১০৮}{৩০০}$

⇒ ২৪+ x + ৩২ +৩৬ = ১০০ ⇒ x+৯২ = ১০০ ∴ x = ৮

সুতরাং ক ৩০০ টাকা বিনিয়োগ করেছিল ৮ মাস জন্য।

তাহলে ক পরবর্তী ৩০০ টাকা বিনিয়োগ করেছিল = (১২মাস-৮ মাস) = ৪ মাস পর। **উত্তর: ৪ মাস।**

বিকল্প সমাধান: (বুঝে বুঝে ঐকিক নিয়মে)

এখানে, গ ৯০০ টাকার জন্য পায় = ১০৮ টাকা [১২মাসের জন্য]

সুতরাং খ, ৮০০ টাকার জন্য পায় = $\frac{১০৮\times৮০০}{৯০০}$ =৯৬ টাকা [১২মাসের জন্য]

এবং ক প্রথম ৬০০ টাকার জন্য পায় = $\frac{১০৮\times৬০০}{৯০০}$ =৭২ টাকা [১২মাসের জন্য]

৩ জনের প্রথমের বিনিয়োগে প্রাপ্ত লাভের মোট পরিমাণ = ১০৮+৯৬ + ৭২ = ২৭৬ টাকা। অবশিষ্ট = ৩০০-২৭৬ = ২৪ টাকা

ক, ৬০০ টাকায় ৭২ টাকা লাভ পায় = ১২ মাসের জন্য

∴ক, ১ " ১ " " " = $\frac{১২\times৬০০}{৭২}$ " [কম লাভ হলে ভাগ আর কম টাকায় লাভ করতে হলে গুণ হবে]

∴ক, ৩০০ " ২৪ " " " = $\frac{১২\times৬০০\times২৪}{৭২\times৩০০}$ = ৮ মাসের জন্য।

তাহলে ক ৩০০ টাকা দিয়েছিল ১২-৮ = ৪ মাস পর। [যেহেতু কত মাস পর টাকা দিয়ে তা জানতে চেয়েছে] **উত্তর: ৪ মাস**

পদ্ধতি-০৬ : এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

৩৪. A, B ও C একটি অংশীদারী ব্যবসা শুরু করে। A, B এর ৩ গুণ বিনিয়োগ করে আবার B, C এর ২/৩ গুণ বিনিয়োগ করে। বছর শেষে ৬৬০০ টাকা মুনাফা হলে, B এর মুনাফার অংশ কত? *[Uttara Bank (PO)-2017]*

ক. ১১০০ খ. ১১৫০ গ. ১১৭৫ ঘ. ১২০০ *[বিনিয়োগ = শাজ]* উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, C এর বিনিয়োগ $৩x$ টাকা তাহলে B এর বিনিয়োগ $= ২x$ টাকা এবং A এর বিনিয়োগ $= ৩ \times ২x = ৬x$ টাকা।

শর্তমতে, $৬x+২x+৩x = ৬৬০০ \Rightarrow ১১x = ৬৬০০ \therefore x = ৬০০ \quad \therefore$ B এর মুনাফা $= ২x = ২ \times ৬০০ = ১২০০$ টাকা।

টিপস: এরকম প্রায় প্রশ্নে শুরুতেই x ধরে অংক করলে শেষে ভগ্নাংশ চলে আসে। আর ভগ্নাংশের হিসেব করতে সময় লাগে। তাই এমন সংখ্যা ধরতে হয় যাতে ভগ্নাংশ ছাড়াই পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে অংক করা যায়।

৩৫. A ৪৫০০ টাকা নিয়ে একটি দোকান খোলে । ৭ মাস পর B কিছু টাকা নিয়ে ঐ ব্যবসাতে যোগ দেয়। এক বছর পর ২ : ৩ অনুপাতে A এবং B এর লভ্যাংশ বণ্টিত হয়। B কত টাকা নিয়ে ব্যবসাতে যোগ দিয়েছিল?

ক. ১৬২০০ টাকা। খ. ১৩৬০০ টাকা। গ. ২৬০০০ টাকা। ঘ. ১৪২০০ টাকা। উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, B ব্যবসায়ে x টাকা নিয়ে যোগ দিয়েছিল । ব্যবসায় B বিনিয়োগ করেছিল $= (১২-৭) = ৫$ মাসের জন্য।

প্রশ্নমতে, $\frac{৪৫০০ \times ১২}{৫ \times x} = \frac{২}{৩} \Rightarrow \frac{১০৮০০}{x} = \frac{২}{৩} \Rightarrow ২x = ৩২৪০০ \quad \therefore x = ১৬২০০$

সুতরাং ঐ ব্যবসায় B মোট ১৬২০০ টাকা নিয়ে যোগ দিয়েছিল। **উত্তর: ১৬২০০ টাকা।**

৩৬. A, B ও C একত্রে একটা ব্যবসা শুরু করল। B মোট মূলধনের $\frac{১}{৬}$ অংশ একা বিনিয়োগ করল। A এবং C দুজনে সমপরিমান মূলধন বিনিয়োগ করে। বৎসরান্তে মোট লভ্যাংশ ৩৩৬০০ টাকা হলে B ও C-এর লভ্যাংশের মধ্যে পার্থক্য কত?

ক. ৮৪০০ টাকা খ. ৭২০০ টাকা গ. ৬০০০ টাকা ঘ. ৯৬০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, B এর মূলধন $\frac{১}{৬}$ অংশ হলে A ও C এর একত্রে মোট বিনিয়োগ $= ১ - \frac{১}{৬}$ অংশ $= \frac{৫}{৬}$ অংশ ।

যেহেতু A এবং C এর বিনিয়োগ সমান তাহলে তাদের প্রত্যেক জনের বিনিয়োগ $= \frac{৫}{৬} \div ২ = \frac{৫}{৬ \times ২} = \frac{৫}{১২}$

সুতরাং A, B এবং C এর বিনিয়োগের অনুপাত $= \frac{৫}{১২} : \frac{১}{৬} : \frac{৫}{১২} = \frac{৫}{১২} \times ১২ : \frac{১}{৬} \times ১২ : \frac{৫}{১২} \times ১২ = ৫ : ২ : ৫$

এখানে, অনুপাতের যোগফল $= ৫+২+৫ = ১২$

সুতরাং B ও C এর লভ্যাংশের পার্থক্য $= ৩৩৬০০$ এর $\frac{৫-২}{১২} = ৩৩৬০০ \times \frac{৩}{১২} = ৮৪০০$ টাকা। **উত্তর: ৮৪০০ টাকা।**

৩৭. A ও B একটি যৌথ ব্যবসাতে মোট মূলধনের যথাক্রমে $\frac{১}{৩}$ ও $\frac{১}{৪}$ অংশ বিনিয়োগ করে । বাকি অংশ C বিনিয়োগ করে। ব্যবসাতে মোট ১৪৪০০ টাকা লাভ হলে, কে কত টাকা পাবে?

ক. ৫০০০, ৩৬০০, ৬০০০ খ. ৪৮০০, ৩৬০০, ৬০০০ গ. ৫৫০০, ৪৮০০, ৩৬০০ ঘ. ৬৭০০, ৪৮০০, ৬০০০ উত্তর: খ

সমাধান: C এর বিনিয়োগের পরিমাণ $= ১ - \frac{১}{৩} - \frac{১}{৪} = \frac{১২-৪-৩}{১২} = \frac{৫}{১২}$

এখন, $A : B : C = \frac{১}{৩} : \frac{১}{৪} : \frac{৫}{১২} = \frac{১}{৩} \times ১২ : \frac{১}{৪} \times ১২ : \frac{৫}{১২} \times ১২ \quad \therefore$ অনুপাতের যোগফল $= ৪ + ৩ + ৫ = ১২$

সুতরাং A পাবে $= ১৪৪০০ \times \frac{৪}{১২} = ৪৮০০$, B পাবে $= ১৪৪০০ \times \frac{৩}{১২} = ৩৬০০$ এবং C পাবে $= ১৪৪০০ \times \frac{৫}{২২} = ৬০০০$

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. ২১০০০ টাকা তিন জন বিনিয়োগকারীর মধ্যে ১ : ২ : ৪ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম অংশের পার্থক্য কত?
ক. ৭,৫০০ টাকা খ. ৬,০০০ টাকা গ. ৩,০০০ টাকা ঘ. ৯,০০০ টাকা

২. দুই বন্ধু আরিফ ও অর্ক যথাক্রমে ১২০০ টাকা ও ২০০০ টাকা মূলধন নিয়ে কারবার শুরু করে। এক বছর পর কারবারে ৮৪০ টাকা লাভ হলে , আরিফ কত টাকা লাভ পাবে?
ক. ৩১০ টাকা খ. ৩১৫ টাকা গ. ৩২০ টাকা ঘ. ৩২৫ টাকা

৩. ক, খ ও গ একত্রে ব্যবসা করে ১২০০ টাকা লাভ করে। যদি ক, খ ও গ এর মূলধনের অনুপাত ২ : ৩ : ৫ হয়, তবে ক কত টাকা লাভ পাবে-
ক. ৪৮০ খ. ১৮০ গ. ২৪০ ঘ. ২৮০

৪. ক, খ এবং গ মোট ১১৫০ টাকা নিয়ে ব্যবসা শুরু করল। যদি ব্যবসায় ক অন্য দুজনের চেয়ে ১০০ টাকা বেশি দিয়ে থাকে এবং খ ও গ এর বিনিয়োগ সমান হয়, বছর শেষে তাদের ৪৬০ টাকা লাভ হলে ক কত টাকা লাভ পাবে?
ক. ১৮০টাকা খ. ১৪০ টাকা গ. ২৮০ টাকা ঘ. কোনটিই নয়।

৫. সুজন, ফাতেমা ও খুশি একত্রে ব্যবসা করে ২৪০০ টাকা লাভ করে। যদি তাদের মূলধনের অনুপাত ২ : ৩ : ৫ টাকা হয় তবে ফাতেমার লভ্যাংশ কত টাকা?
ক. ২২০টাকা খ. ২৪০টাকা গ. ৪৮০টাকা ঘ. ৭২০ টাকা

৬. সাকাওয়াত ও সবুজ একটি ব্যবসায়ে ১,৮৫,০০০ ও ২,২৫,০০০ টাকা বিনিয়োগ করল। সবুজ লভ্যাংশ হিসেবে ৯০০০ টাকা পেলে, তারা উভয়ে ব্যবসায়ে মোট কত লাভ করেছে?
ক. ১৭৪০০ টাকা খ. ১৬৪০০ টাকা গ. ১৬৮০০ টাকা ঘ. ১৭৮০০ টাকা

৭. A একটি ব্যবসায়ে ৯০০০ টাকা বিনিয়োগ করেন এবং B, ৬ মাস পর ৪৫০০০ টাকা বিনিয়োগ করেন। বছরের শেষে A ও B এর লভ্যাংশের অনুপাত কত?
ক. ১ : ৫ খ. ৫ : ২ গ. ২ : ৫ ঘ. ৫ : ১

৮. শরীফ, সাকাওয়াত ও সবুজ একত্রে একটা অংশীদারী ব্যবসা শুরু করল। তাদের মূলধনের অনুপাত ৩ : ৪ : ৭। যদি বছরের শেষে ঐ ব্যবসায়ে লাভ ২১০০০ টাকা হয়, তাহলে সবুজ কত লভ্যাংশ পাবে?
ক. ১২৫০০ টাকা খ. ১০৫০০ টাকা গ. ১৫০০০ টাকা ঘ. ১০,০০০ টাকা

৯. A এবং B ব্যবসায়ে তাদের মূলধন ৩:৫ অনুপাতে বিনিয়োগ করে। ৬ মাস পরে C ব্যবসায়ে B এর সমান মূলধন বিনিয়োগ করে। বছরের শেষে A, B ও C-এর লভ্যাংশের অনুপাত কী হবে?
ক. ৬ : ১০ : ৫ খ. ৩ : ৫ : ৫ গ. ৩ : ৫ : ২ ঘ. ৬ : ২ : ৩

১০. X, ৩ লক্ষ টাকা বিনিয়োগ করে একটি ব্যবসা আরম্ভ করল। ৩ মাস পর Y, ১২ লক্ষ টাকা দিয়ে ব্যবসায় যোগদান করল। বছরের শেষে তাদের লভ্যাংশের অনুপাত কী হবে?
ক. ২ : ৫ খ. ৩ : ৫ গ. ৫ : ১ ঘ. ১ : ৩

১১. A এবং B দুজনে ৪:৩ অনুপাতে মূলধন বিনিয়োগ করে একটা ব্যবসা আরম্ভ করল। যদি লভ্যাংশের ৯% দাতব্য খাতে দেওয়া হয় এবং A-এর লভ্যাংশ ১২৭৪ টাকা হয়, তাহলে মোট লাভের পরিমাণ কত?
ক. ২৩০০ টাকা খ. ৪৪৩৫ টাকা গ. ২৪৫০ টাকা ঘ. ২৭০০ টাকা

১২. একটি অংশিদারী ব্যবসায়ের মোট মুনাফা থেকে 'ক' ৪০%, 'খ' ২৫%, 'গ' ২০%, 'ঘ' ১০%, এবং 'ঙ' ৫% পায়। 'ক' এর মুনাফা 'খ' এর মুনাফার শতকরা কত অংশ ? *[BADC (AO)-2017]*
ক. ৬২.৫% খ. ১২০% গ. ১৬০% ঘ. ১৭৫%

১৩. বছরের শুরুতে A ও B যথাক্রমে ২০০০০ টাকা এবং ২৫০০০ টাকা বিনিয়োগ করে একটি বইয়ের দোকান খোলে । কিছু মাস পর A আরও ১০০০০ টাকা বিনিয়োগ করে। বছরের শেষে ১৫২৫০ টাকা লাভ হলে B, ৭৫০০ টাকা পায়। A কত মাস পরে ১০০০০ টাকা বিনিয়োগ করে?
ক. ৬ খ. ৫ গ. ১২ ঘ. ৯

উত্তরমালা

১.	ঘ	২.	খ	৩.	গ	৪.	খ	৫.	ঘ	৬.	খ	৭.	গ
৮.	খ	৯.	ক	১০.	ঘ	১১.	গ	১২.	গ	১৩.	খ		

লিখিত অংশ

১. যৌথ কারবারে ক ও খ -এর মূলধনের অনুপাত ৪ : ৫। ৩ মাস পর ক ও খ যথাক্রমে তাদের মূলধনের $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{১}{৫}$ অংশ তুলে নিয়ে যায়। ১০ মাস পরে লাভের ৭৬০ টাকা ভাগ করে দিলে কে কত পাবে? *[১৫তম বিসিএস লিখিত]+ [গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটিটিউট (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২২]*

সমাধান:

প্রথম তিন মাসের মূলধন অনুপাত = ক : খ = ৪ : ৫ [এখানে ৪x ও ৫x ধরে হিসেব করলেও সমাধান ও উত্তর একই হবে]

শেষ (১০-৩) = ৭ মাসের মূলধনের অনুপাত = ক : খ = (৪ - ৪ এর $\frac{১}{৪}$) : (৫- ৫ এর $\frac{১}{৫}$) = (৪-১) : (৫-১) = ৩ : ৪

∴ লভ্যাংশের অনুপাত = ক : খ = (৪×৩ + ৩×৭) : (৫×৩ + ৪×৭) = (১২+২১) : (১৫+২৮) = ৩৩ : ৪৩

∴ অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = ৩৩+৪৩ = ৭৬

∴ ক লভ্যাংশ পাবে = ৭৬০ × $\frac{৩৩}{৭৬}$ = ৩৩০টাকা এবং খ লভ্যাংশ পাবে ৭৬০ × $\frac{৪৩}{৭৬}$ = ৪৩০টাকা **উত্তর: ৩৩০ ও ৪৩০ টাকা**

২. দুই অংশীদার একটি ব্যবসায় যথাক্রমে ১২৫০০০ টাকা এবং ৮৫০০০ টাকা বিনিয়োগ করেছে। তারা লাভের ৬০% সমানভাবে বিতরণ করে এবং বাকি ৪০% তাদের মূলধনের সুদ হিসেবে বিতরণ করার সিদ্ধান্ত নেয়। একজন অংশীদার অন্যের থেকে ৩০০০ টাকা বেশি পেলে মোট লাভ কত? *[DPDC-এর সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট: ২০২১ (লিখিত)]* **উত্তর: ৩৯৩৭৫ টাকা**

সমাধান:

দুই জনের মূলধনের অনুপাত = ১২৫০০০ : ৮৫০০০ = ২৫ : ১৭ এখানে, অনুপাতের যোগফল = ২৫ + ১৭ = ৪২

ধরি, মোট সুদ = x টাকা ∴ সমান ভাবে ভাগ করে নেয় = ১০০x এর ৬০% = ৬০x টাকা

সুতরাং অবশিষ্ট সুদ = (১০০x − ৬০x) = ৪০x টাকা (এই ৪০x টাকা বিনিয়োগের অনুপাতে ভাগ করে নিবে)

১ম অংশীদারীর প্রাপ্ত সুদের পরিমাণ = ৪০x × $\frac{২৫}{৪২}$ = $\frac{৫০০x}{২১}$ টাকা

২য় অংশীদারীর প্রাপ্ত সুদের পরিমাণ = ৪০x × $\frac{১৭}{৪২}$ = $\frac{৩৪০x}{২১}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{৫০০x}{২১} - \frac{৩৪০x}{২১}$ = ৩০০০ [প্রথমের ৬০x সমান করে ভাগ করে নেয়ায় শেষের ৪০x এর পার্থক্যই ৩০০০]

$\Rightarrow \frac{১৬০x}{২১}$ = ৩০০০ $\Rightarrow x = ৩০০০ \times \frac{২১}{১৬০}$ ∴ $x = \frac{১৫৭৫}{৪}$

সুতরাং মোট সুদ = ১০০x = ১০০ × $\frac{১৫৭৫}{৪}$ = ৩৯৩৭৫ টাকা । **উত্তর: ৩৯৩৭৫ টাকা**

বয়স সংক্রান্ত সমস্যা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংককগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	বয়সের উপর সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৪	দুটি ভিন্ন সময়ের অনুপাত দেয়া থাকলে
পদ্ধতি-০২	গড় সম্পর্কিত বয়সের অংক	পদ্ধতি-০৫	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
পদ্ধতি-০৩	অনুপাত সম্পর্কিত বয়সের অংক	পদ্ধতি-০৬	বয়সের বিবিধ প্রশ্ন
Practice Part		**Model Test**	
বয়স সংক্রান্ত সমস্যার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়ের অংকগুলো বিভিন্ন জনের বয়সের উপর। এর আগে গড় ও অনুপাত সহ বিভিন্ন অধ্যায়ে আমরা এই অধ্যায়ের অংকগুলো কিছু করেছি। এই অধ্যায়ে সেই অঙ্কগুলোর সাথে আরো কিছু বয়স সংক্রান্ত অংক বিস্তারিত আলোচনা করা হলো।

এই অধ্যায়ের অংকগুলো করার সময় বিভিন্ন ধাপে নিচের মত করে ভাবনা শুরু করলে দ্রুত উত্তর বের করা সম্ভব হবে।

- প্রথমে, কে বয়সে ছোট এবং কে বড় তা বের করুন।
- তারপর, যে ছোট তার বয়সটি ধরবেন এবং অংকে প্রদত্ত ক্লু অনুযায়ী অন্যজনের বয়সটিও বের করুন।
- **মনে রাখবেন,** ২ জনের বয়সের পার্থক্য তাদের জন্মের সময় ২ বছর হলে তারা বৃদ্ধ হওয়ার সময় ও ২ বছর ই থাকবে।
- যে ছোট সে আজীবন ই ছোট । যতই উল্টাপাল্টা করে বলা হোক না কেনো ছোট জন কখনো বড় হয়ে যাবে না। একই ভাবে বড় জন সবসময় ই বড়। সেটা তাদের বয়সকে যত বছরই আগে নিয়ে আসুন বা পরে নিয়ে যান।

কোনটি বর্তমান বয়স আর কোনটি অতীতের বয়স আবার কোনটি ভবিষ্যৎ বয়স এগুলো সম্পর্কে সতর্ক থাকবেন।

একজনের বয়সের ২ বছরের পার্থক্যকে বর্তমান,অতীত ও ভবিষ্যৎ বয়সের সাথে কি রকম সম্পর্ক বল্লে দেখুন।

কাকে x ধরবেন?	অতীত বয়স	বর্তমান বয়স	ভবিষ্যত বয়স
যদি বর্তমান বয়সকে x ধরেন	x-2	x	x+2
কিন্তু যদি অতীত বয়সকে x ধরেন	x	x+2	x+4
আবার ভবিষ্যৎ বয়সকে x ধরলে	x-4	x-2	x

উপরের টেবিলটি থেকে বোঝা গেল :

- বর্তমান বয়সকে x ধরলে ভবিষ্যৎ বয়সের জন্য যোগ এবং অতীতের বয়স বের করার জন্য বিয়োগ করতে হয়।
- কিন্তু এই যোগ বিয়োগ করার নিয়মটি সব সময় নির্দিষ্ট নয়। কারণ বর্তমান বয়স না ধরে অতীত বা ভবিষ্যৎ বয়সকে x ধরলে তখন ভিন্ন রকম হবে।
- তাহলে যোগ বিয়োগের বিষয়টি মুখস্থ রাখা যাবে না। অর্থাৎ প্রশ্নের কথার উপর ভিত্তি করে যাকে x ধরলে সমীকরণ সাজানো সহজ হয় তাকে ধরবেন। এরপর সামনের দিকে গেলে যোগ যেমন:(অতীত ⇒ বর্তমান ⇒ ভবিষ্যত) আবার পেছনের দিকে আসলে বিয়োগ হবে। যেমন: (অতীত ⇐ বর্তমান ⇐ ভবিষ্যত)

গুণত্বের অংককগুলোতে অবশ্যই মনে রাখতে হবে :

একজনের বয়স অন্যজনের ৩গুণ অর্থ দুজনে মিলে ৩গুণ + ১ গুণ = ৪ গুণ। অর্থাৎ যার সাথে তুলনা করা হয় তার ১গুণ যোগফল হয়। মুখে মুখে করার জন্য x ধরে করার থেকে এভাবে করা বেশি সহজ।

বয়সের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : বয়সের উপর সাধারণ প্রশ্ন

📖 **টিপস:** এই পদ্ধতির অংকগুলো খুবই সহজ তাই মুখে মুখে করার চেষ্টা করুন । সমাধান করার সময় যেখানে ক্লু দেয়া আছে সেখান থেকে ভাবনা শুরু করুন। সমীকরণ না সাজিয়ে যদি সমাধান করা সম্ভব হয় তাহলে সমীকরণ না সাজানোই উত্তম।

১. **কমলা ও তার যমজ দুই বোনের বয়সের সমষ্টি ২৩ বছর। যমজ বোনদের প্রত্যেকের বয়স ৬ বছর হলে, কমলার বয়স কত?** *[বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ (অফিস সহায়ক): ২০২১]+ [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের বিভিন্ন পদ-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]+ [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ১০ বছর খ. ১১ বছর গ. ১২ বছর ঘ. ১৩ বছর

✍**সমাধান:** উত্তর: খ

জমজ বোনদের প্রত্যেকের বয়স = ৬ বছর হলে জমজ বোনদের মোট বয়স = ২×৬ = ১২ বছর।
সুতরাং কমলার বয়স = ২৩-১২ = ১১ বছর।

২. **রহমান সাহেবের বর্তমান বয়স তার পুত্রের বয়সের ৬ গুণ । ৮ বছর পূর্বে রহমান সাহেবের বয়স ছিল ২৮। ৭ বছর পর তার পুত্রের বয়স কত হবে?** *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ১২ বছর খ. ১৩ বছর গ. ১৪ বছর ঘ. ২৫ বছর

✍**সমাধান:** উত্তর: খ

৮ বছর আগে রহমান সাহেবের বয়স ২৮ বছর হলে বর্তমান বয়স = ২৮+৮ = ৩৬ বছর।
পুত্রের বয়সের ৬ গুণ হলে পুত্রের বর্তমান বয়স = ৩৬ ÷ ৬ = ৬ বছর। ∴৭ বছর পর পুত্রের বয়স হবে = ৬+৭ = ১৩ বছর।

৩. **এক ব্যক্তি তার স্ত্রীর চেয়ে ৫ বছরের বড়। তার স্ত্রীর বয়স ছেলের বয়সের ৪ গুণ। ৫ বছর পরে ছেলের বয়স ১২ বছর হলে বর্তমানে ঐ ব্যক্তির বয়স কত?** *[২২তম বিসিএস]*

ক. ৩১ বছর খ. ৩৩ বছর গ. ৩৫ বছর ঘ. ৩৭ বছর

✍**সমাধান:** শেষের দিক থেকে অংকটি করা শুরু করুন তাহলে সহজেই হয়ে যাবে উত্তর: খ

৫ বছর পর ছেলের বয়স ১২ হলে বর্তমান বয়স = ১২-৫ = ৭ বছর।
∴লোকটির স্ত্রীর বয়স হবে = ৭×৪ = ২৮ বছর। সুতরাং লোকটির বয়স = ২৮+৫ = ৩৩ বছর।

নিজে করুন:

৪. **স্ত্রী , স্বামীর চেয়ে ৫ বছরের ছোট। স্ত্রীর বয়স ছেলের বয়সের চারগুণ। চার বছর পর ছেলের বয়স হবে ১১ বছর। বর্তমানে স্বামীর বয়স কত?** *(সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা-১০)* [**Hints:** শেষের অংশ থেকে শুরু করুন, ১১-৪ = ৭×৪ = ২৮+৫ = ৩৩]

ক. ৩১ খ. ৩৩ গ. ৩৫ ঘ. ৩৭ উত্তর: খ

৫. **জাবেদ তার স্ত্রী ইয়াসমিন থেকে ৭ বছরের বড়। ইয়াসমিনের বয়স তার কন্যার বয়সের ৭ গুণ। যদি কন্যার বয়স ৪ বছর পরে ৭ বছর হয় তবে জাবেদের বয়স কত?** *(পাসপোর্ট এন্ড ইমিগ্রেশনের সহ:পরি: পরীক্ষা -১৯৯৮)*

ক. ২৬ খ. ২৮ গ. ৩০ ঘ. ৩২ উত্তর: খ

৬. **৫ বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের যোগফল ছিল ৬০ বছর। বর্তমানে পুত্রের বয়স ২০ বছর হলে পিতার বর্তমান বয়স কত?** *(পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় প্রশা:কর্মা:-০৪)* [**Hints:** বর্তমানে সমষ্টি = ৬০+৫+৫ = ৭০ সুতরাং পিতা = ৭০-২০= ৫০]

ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৫৫ উত্তর: গ

৭. **খাদেম ও তার বাবার বয়সের সমষ্টি ৫০ বছর। ৩ বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি কত হবে?** *[PETROBANGLA - (UDA)-17]*

ক. ৬০ বছর খ. ৫৩ বছর গ. ৫৬ বছর ঘ. ৫২ বছর উত্তর: গ

✍**সমাধান:**
খাদেম ও তার বাবার বয়সের সমষ্টি = ৫০ বছর
∴ ৩ বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি = {৫০+(৩×২)} বছর = ৫৬ বছর

নিজে করুন:

৮. **খালেদ ও তার বাবার বয়সের সমষ্টি ৪০ বছর । খালেদের বাবা তার চেয়ে ২৮ বছরের বড়। ১৩ বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি কত হবে ?** *[উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা)-২০১৪]*

ক. ৬৬ বছর খ. ৬৩ বছর গ. ৭২ বছর ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

[**Hints:** বর্তমান সমষ্টি ৪০ বছর হলে ১৩ বছর পর সমষ্টি হবে = ৪০+ (২×১৩) = ৬৬ বছর। এখানে ২৮ এর কোন কাজ নেই]

৯. **আব্দুল আজিজ ও আব্দুল করিমের একত্রে বয়স ৫৩ বছর। কিন্তু তাদের বয়সের পার্থক্য যদি ১৭ বছর হয় তবে কার বয়স কত?** *(বিএসটিআই-এর ফিল্ড অফিসার-১০)*

ক. ৩৫ ও ১৮ খ. ৩৩ ও ১৯ গ. ৩৫ ও ১৭ ঘ. ৩৭ ও ১৫ উত্তর: ক

✍**সমাধান:**	📝 **শর্টকাট:** ভাবতে পারলে মুখে মুখে করা যাবে:
ধরি, আজিজের বয়স = x এবং করিমের বয়স = y প্রশ্নমতে, x+y = ৫৩ . . . (i) এবং x-y = ১৭... ((ii) সমীকরণ দুটি যোগ করে পাওয়া যায় 2x = ৭০ ∴x = ৩৫ সমীকরণ দুটি বিয়োগ করে পাওয়া যায় = 2y = ৩৬ ∴y = ১৮ সুতরাং আজিজের বয়স ৩৫ বছর এবং করিমের বয়স ১৮ বছর।	এরকম যোগফল ও বিয়োগফল দেয়া থাকলে দুটা যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় জনের বয়স এবং দুটা বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোটজনের বয়স বের হবে। ∴তাদের বয়স $= \frac{৫৩+১৭}{২} = \frac{৭০}{২} = ৩৫$ এবং $\frac{৫৩-১৭}{২} = \frac{৩৬}{২} = ১৮$

নিজে করুন:

১০. **মা থেকে মেয়ে ১৮ বছরের ছোট। ৬ বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি ৫৪ বছর হলে, মেয়ের বর্তমান বয়স কত?** *(প্রা.স্বাস্থ্য:-০৯)*

ক. ১২ খ. ১৪ গ. ১৬ ঘ. ২০ উত্তর: ক

[**Hints:** ৬ বছর পর দুজনের সমষ্টি ৫৪ হলে বর্তমান বয়স = ৫৪-১২ = ৪২, এখন উপরেরটির মতা

১১. **মাতা ও কন্যার বয়সের সমষ্টি ৬০ বছর। ৫ বছর আগে মাতার বয়স কন্যার বয়সের ৪ গুণ ছিল। ৭ বছর পর মাতার বয়স কত হবে?** *[BADC (AC)-2017]*

ক. ৩৫ খ. ৫২ গ. ৪২ ঘ. ৪৭

✍**সমাধান:** উত্তর: খ

বর্তমানে মাতা ও কন্যার সমষ্টি ৬০ বছর হলে ৫ বছর আগে সমষ্টি ছিল = ৬০-১০ = ৫০ বছর।
তখন মাতার বয়স কন্যার ৪ গুণ অর্থাৎ ৪০ এবং বর্তমান = ৪০+৫= ৪৫ ও ৭ বছর পর মাতার বয়স = ৪৫+৭ = ৫২ বছর।

পদ্ধতি-০২: গড় সম্পর্কিত বয়সের অংক

মনে রাখুন:

- দুজনের বর্তমান বয়সের গড় ১০ হলে ২ বছর পর গড় হবে = ১০+২ = ১২ এবং ২ বছর আগে গড় ছিল = ১০-২ = ৮।
- কিন্তু দু জনের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ১০ বছর হলে ২ বছর পর সমষ্টি হবে = ১০+ (২×২) =১৪ (যত জন থাকবে তত ২ করে বৃদ্ধি পাবে), এবং ২ বছর আগে সমষ্টি ছিল = ১০- (২×২) = ৬

১২. পিতা, মাতা ও কন্যার বয়সের গড় ৩০ বছর। মাতা ও কন্যার গড় বয়স ২৫ বছর হলে পিতার বয়স কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*

ক. ৪০ খ. ৩৫ গ. ৩০ ঘ. ২৫ উত্তর: ক

সমাধান: মাতা ও কন্যার মোট বয়স = ২×২৫ = ৫০ বছর।

পিতা, মাতা ও কন্যার মোট বয়স = ৩০×৩ = ৯০ বছর। সুতরাং পিতার বয়স = (৯০-৫০) = ৪০ বছর।

নিজে করুন:

১৩. পিতা ও ২ সন্তানের বয়সের গড় ৩০ বছর। ২ সন্তানের বয়সের গড় ২০ বছর হলে, পিতার বয়স কত? *(প্রা:বিদ্যালয় সহ:শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১০)*

ক. ৪০ খ. ৪৫ গ. ৫০ ঘ. ৫২ উত্তর: গ

[Hints: (৩×৩০) - (২×২০) = ৫০]

১৪. পিতা ও মাতার বয়সের গড় ৩৬ বছর। পিতা, মাতা ও পুত্রের গড় বয়স ২৮ বছর হলে পুত্রের বয়স কত? *(প্রা:বিদ্যালয় সহ:শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১০)*

ক. ১২ খ. ১৬ গ. ১৪ ঘ. ১৮ উত্তর: ক

[Hints: (২৮×৩) - (৩৬×২) = ১২]

১৫. ১৫ জন লোকের গড় বয়স ২৯ বছর। তাদের মধ্যে আবার দুজনের গড় বয়স ৫৫ বছর। তাহলে বাকি ১৩ জনের গড় বয়স কত? *(প্রা:বি:সহ:শি:-১০)*

ক. ২৫ খ. ৪৫ গ. ৩৫ ঘ. ৫৫ উত্তর: ক

[Hints: (১৫×২৯) - (৫৫×২) =৩২৫÷১৩ = ২৫]

১৬. পিতা ও দুই পুত্রের বর্তমান গড় বয়স ২০ বছর। ২ বছর পর দুই পুত্রের গড় বয়স ১২ বছর হলে বর্তমানে পিতার বয়স কত?

ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ উত্তর: গ

সমাধান:	শর্টকাট: কম কথায় উত্তর বের করা:
পিতা ও দুই পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি = ২০×৩ = ৬০ বছর ২ বছর পর দুই পুত্রের গড় বয়স = ১২ বছর হলে বর্তমানে গড় = ১২-২ = ১০ বছর। ∴ বর্তমানে দুই পুত্রের বয়সের সমষ্টি = ২×১০ = ২০ বছর। সুতরাং বর্তমানে পিতার বয়স = (৬০-২০) বছর = ৪০ বছর	পিতার বর্তমান বয়স =(২০×৩) - [(১২-২) × ২] = ৬০-২০ = ৪০ বছর। **Note:** ২ বছর পর ২ জনের গড় বয়স ২ বাড়লে মোট বয়স = ২×২ = ৪ বছর বাড়বে। অর্থাৎ গড়ে বললে যত বছর আগে পরে বলবে তত ই হবে। কিন্তু মোট বললে যত জন বলবে তা দিয়ে গুণ করতে হবে।

নিজে করুন:

১৭. পিতা ও তিন পুত্রের বর্তমান গড় বয়স ২৪ বছর। ৪ বছর পর তিন পুত্রের গড় বয়স ১৪ বছর, পিতার বর্তমান বয়স কত?

ক. ৬৬ খ. ৫৪ গ. ৪৫ ঘ. ৫৬ উত্তর: ক

সমাধান:

বর্তমানে ৪ জনের সমষ্টি = ২৪×৪ = ৯৬, এখন ৪ বছর পর পুত্রদের গড় বয়স ১৪ হলে বর্তমান গড় বয়স = ১৪-৪ = ১০ বছর।

তাহলে বর্তমানে পুত্রদের বয়সের সমষ্টি = ৩×১০ = ৩০ বছর। সুতরাং পিতার বয়স = ৯৬-৩০ = ৬৬ বছর।

১৮. ৫ বছর আগে ক এবং খ এর গড় বয়স ছিল ১০ বছর। বর্তমানে ক, খ এবং গ এর গড় বয়স ১৫ বছর। ২ বছর পর গ এর বয়স কত হবে? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ১৫ বছর খ. ১৭ বছর গ. ২০ বছর ঘ. ২২ বছর উত্তর: খ

সমাধান:

৫ বছর আগে দুজনের গড় ১০ বছর হলে বর্তমানে গড় = ১০+৫ = ১৫ বছর এবং বর্তমানে সমষ্টি = (১৫×২) = ৩০ বছর।

আবার ক, খ এবং গ এর বর্তমানে মোট বয়স = ১৫×৩ = ৪৫ বছর।

∴ গ এর বর্তমান বয়স = ৪৫-৩০ = ১৫ বছর। সুতরাং ২ বছর পর গ এর বয়স হবে = ১৫+২ = ১৭ বছর।

Note: এরকম গড় সম্পর্কিত বয়সের আরো বেশ কিছু অংক গড় অধ্যায়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

পদ্ধতি-০৩: অনুপাত সম্পর্কিত বয়সের অংক

টিপস:

- যে সময়ের অনুপাত দেয়া থাকবে বয়সকে সেই সময়ে নিয়ে গিয়ে হিসেব করতে হবে।
- অনুপাতের অংক সমীকরণ সাজানোর সময় অনুপাত অনুযায়ী ধরতে হবে।
- একই অংকে দুটি অনুপাত আসলে প্রথমটি ও শেষটির গুণফল = মাঝের রাশি দুটির গুণফল লিখতে হবে।
- বর্তমান বয়সের আগের বয়স বললে বিয়োগ আর পরের বয়স বললে যোগ করতে হবে।

(৩.ক) অনুপাতের যে অংকগুলো সমীকরণ ছাড়াই সমাধান করা সম্ভব:

১৯. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ১০ : ৩ পুত্রের বয়স ১৮ হলে, পিতার বয়স কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৬২ বছর খ. ৬০ বছর গ. ৫৪ বছর ঘ. ৫৮ বছর উত্তর: খ

সমাধান:	মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর:
ধরি, পিতার বয়স = ১০x বছর, পুত্রের বয়স = ৩x বছর শর্তমতে, ৩x = ১৮ ∴ x = ৬ সুতরাং পিতার বয়স = (১০ × ৬) = ৬০ বছর	দেয়া আছে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত = ১০ : ৩ ৩ অংশ = ১৮ হলে ১ অংশ = ৬ সুতরাং ১০ অংশ = ৬০ বছর।

২০. ৩ বছর পূর্বে মা ও মেয়ের বয়স যথাক্রমে ২৭ ও ২ বছর ছিল। ৫ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? *[এনএসআই (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. ৬ : ২ খ. ৭ : ২ গ. ২৭ : ২ ঘ. ২৭ : ৫ উত্তর: খ

সমাধান:

৩ বছর পূর্বের বয়স থেকে ৫ বছর পরের বয়স বের করতে মোট বয়স বাড়বে = (৩ + ৫) = ৮ বছর

সুতরাং ৫ বছর পর মা ও মেয়ের বয়সের অনুপাত হবে = (২৭ + ৮) : (২ + ৮) = ৩৫ : ১০ = ৭ : ২

২১. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৭০ বছর এবং তাদের বয়সের অনুপাত ৫ : ২। ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ২ : ১ খ. ৪ : ৩ গ. ৬ ঘ. ৮ উত্তর: ক

সমাধান: অনুপাতের সমষ্টি = ৫+২ = ৭ সুতরাং ১ অংশের মান = ৭০ ÷ ৭ = ১০

পিতার বর্তমান বয়স = ৫×১০ = ৫০ বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স = ২×১০ = ২০ বছর।

১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত হবে = (৫০+১০) : (২০+১০) = ৬০ : ৩০ = ২ : ১।

নিজে করুন:

২২. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৬৩ এবং তাদের বয়সের অনুপাত ৭ : ২। ৯ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত কত ছিল? *(সাব-রেজিস্টার পরীক্ষা-১৯৯২)*

ক. ৬ : ১ খ. ৭ : ১ গ. ৮ : ১ ঘ. ৯ : ১ উত্তর: গ

[Hints: ৬৩ কে ৭ : ২ এ ভাঙ্গলে বয়স = ৪৯ এবং ১৪ সুতরাং ৯ বছর আগে অনুপাত = (৪৯-৯) : (১৪-৯) = ৪০:৫ =৮: ১]

২৩. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৫৪ বছর এবং অনুপাত ৭ : ২ । ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে ? *[ত্রয়োদশ কেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন -২০১৬], [প্রিলি (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৬]*

ক. ২৪ : ১১ খ. ২৬ : ১১ গ. ২৩ : ১১ ঘ. ২৭ : ১১ উত্তর: খ

২৪. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৭ : ২। পিতার বর্তমান বয়স ৪২ বছর, ১০ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স কত ছিল? (তত্ত্ব: পরীক্ষা-২০০৬)

ক. ২ খ. ৪ গ. ৬ ঘ. ৮ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে অনুপাত থেকে পিতার বয়স ৭ অংশ = ৪২ বছর, তাহলে ১ অংশের মান হবে = ৪২÷৭ = ৬ ।
এখন পুত্রের বয়স ২ অংশের মান হবে = ২×৬= ১২ ∴ তাহলে ১০ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = ১২-১০= ২ বছর।

২৫. রাজু ও মুক্তার বয়সের অনুপাত যথাক্রমে ৫ : ৪। ৮ বছর পর রাজুর বয়স হবে ২৮ বছর। বর্তমান মুক্তার বয়স কত? (তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮)

ক. ৮ খ. ১২ গ. ১৬ ঘ. ২০ উত্তর: গ

সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর দিতে এভাবে ভাবুন:
ধরি, রাজু ও মুক্তার বয়স যথাক্রমে ৫x এবং ৪x ৮ বছর পর রাজুর বয়স হবে = ৫x +৮ প্রশ্নমতে, ৫x+৮ = ২৮ (রাজুর বর্তমান বয়স = ২৮ বছর।) ⇒৫x = ২০ ∴x = ৪ ∴ মুক্তার বর্তমান বয়স= ৪×৪ = ১৬ বছর	৮ বছর পর রাজুর বয়স ২৮ বছর হলে বর্তমান বয়স = ২৮-৮ = ২০ বছর ৫ অংশের মান = ২০ বছর হলে ১ অংশ = ২০÷৫ = ৪ ∴ মুক্তার ৪ অংশের মান = ৪×৪ = ১৬ বছর (উত্তর)

২৬. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৫০ বছর। ৫ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ৩ : ১। পুত্রের বর্তমান বয়স কত? (অধিদপ্তর(মেডিক্যাল টেকনোলিজিস্ট): ২০২০)

ক. ৩৫ বছর খ. ৪০ বছর গ. ১০ বছর ঘ. ১৫ বছর উত্তর: ঘ

সাধারণ সমাধান: (সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)	শর্টকাট: (মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে করার টেকনিক)
ধরি, পুত্রের বর্তমান বয়স = x বছর, পিতার বর্তমান বয়স = (৫০ − x) বছর প্রশ্নমতে $\frac{৫০-x-৫}{x-৫}=\frac{৩}{১}$ ⇒ ৩x − ১৫ = ৪৫ − x ⇒ ৪x = ৬০ ∴ x = ১৫ ∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = ১৫ বছর ।	৫ বছর আগের সমষ্টি = ৫০- (২×৫) = ৫০-১০ = ৪০ বছর। সুতরাং ঐ সময় পিতা ও পুত্র মিলে = ৩+১ = ৪ অংশ = ৪০ বছর হলে পুত্র ১ অংশ = ১০ বছর। (এটা ৫ বছর আগের) তাহলে বর্তমানে পুত্রের বয়স হবে = ১০+৫ = ১৫ বছর। Direction: অনুপাত যত বছর আগে পরের দেয়া থাকবে, মোট বয়সকে সেই সময়ে নিয়ে গিয়ে হিসেব করে আবার ফিরতে হবে
পরামর্শ: যে কোন অংক দেখলেই সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান করার চেষ্টা করা যাবে না। কারণ সমীকরণ সাজাতে গেলে মুখে মুখে খুব দ্রুত উত্তর বের করা যায় না। অথচ ডান পাশের শর্টকাটটি দেখুন, বুঝলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের করা যাবে।	

নিজে করুন:

২৭. পিতা ও পুত্রের বয়সের গড় ৩০ বছর। ৬ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৫ : ১ হলে, পুত্রের বর্তমান বয়স কত বছর? (পানি উন্নয়ন বোর্ড-(ডাটা ইন্ট্রি অপারেটর)-২০১৯)

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. ৯ উত্তর: খ

[Hints: ৬বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সে সমষ্টি = ৩০×২+২×৬ = ৭২ । ∴ পুত্রের বয়স = ৭২×$\frac{১}{৬}$ = ১২ । বর্তমানে = ১২-৬ = ৬]

২৮. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স একত্রে ৮০ বছর। ৪ বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৫ গুণ ছিল। তাদের বর্তমান বয়সের অনুপাত কত? (দুর্নীতি দমন পরিদর্শক-১৯৮৪)

ক. ৪ : ১ খ. ২ : ১ গ. ৩ : ১ ঘ. ৫ : ১ উত্তর: ক

[Hints: ৪ বছর আগের পুত্র ও পিতা মিলে ১গুণ + ৫গুণ = ৬গুণ = (৮০-২×৪) = ৭২ হলে তখন পিতা ও পুত্রের বয়স = ৬০ এবং ১২ সুতরাং বর্তমান বয়সের অনুপাত = (৬০+৪) : (১২+৪) = ৬৪: ১৬ = ৪ : ১]

২৯. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৭৪ বছর। তাদের বয়সের অনুপাত ১০ বছর আগে ছিল ৭ : ২। ১০ বছর পর বয়সের অনুপাত কত? (প্রধান ব্রয়লার পরিদর্শকের কার্যালয় (অফিস সহায়ক): ২০২১)

ক. ১২ : ২৪ খ. ১৪ : ২৮ গ. ১৬ : ৩০ ঘ. ৩১ : ১৬ উত্তর: ঘ

সমাধান:
যেহেতু ১০ বছর পূর্বের অনুপাত দেয়া আছে বর্তমান বয়স থেকে পূর্বের বয়স বের করতে হবে = ৭৪-২০ = ৫৪।
এখন এই ৫৪ কে অনুপাত অনুযায়ী ভাঙতে হবে তাহলে পিতার বয়স = ৪২ এবং পুত্র = ১২,
তাদের বর্তমান বয়স = ৪২+১০ = ৫২ এবং ১২+১০ = ২২ বছর।
তাহলে ১০ বছর পরের বয়সের অনুপাত হবে = (৫২+১০) : (২২+১০) = ৬২ : ৩২ = ৩১ : ১৬

বুঝে গেলে সরাসরি: (৪২+২০) : (১২+২০) = ৩১ : ১৬ (১০ বছর পূর্ব থেকে ১০ বছর পরে যাওয়া অর্থ ২০ বছর বাড়বে)

নিজে করুন:

৩০. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৭০ বছর । সাত বছর আগে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ৬ : ১ । ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? [প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০১৭]

ক. ৩ : ১ খ. ৭ : ১ গ. ২০ : ২ ঘ. ৪১ : ২১ উত্তর: ক

[Hints: ৭ বছর আগে সমষ্টি = ৭০-১৪ = ৫৬ কে ৬ : ১ এ ভাগ করার পর (৭+৫) = ১২ করে যোগ করে অনুপাত]

৩১. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৮৪ বছর। দশ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ৫ : ৩ থাকলে, ১০ বছর পর এর অনুপাত কি হবে? [পি এসসির (সহ:পরিচালক পরীক্ষা)-০২]

ক. ১৫ : ১১ খ. ১৫ : ৯ গ. ১৫ : ৮ ঘ. ১৫ : ১২ উত্তর: ক

(৩. খ) সমীকরণ সাজিয়ে অনুপাতের সমাধান:

৩২. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৪ : ১ এবং তাদের বয়সের গুণফল ২৫৬। ৪ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত হবে-[BADC-(Store Keeper)-2017]

ক. ৩ : ১ খ. ৪ : ১ গ. ৫ : ১ ঘ. ৫ : ২ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, পিতা ও পুত্রের বয়স যথাক্রমে, ৪x ও x বছর।
প্রশ্নমতে, ৪x × x = ২৫৬ ⇒ ৪x² = ২৫৬ ⇒ x² = ৬৪ ∴ x = ৮
সুতরাং তাদের বয়স = ৪×৮ = ৩২ বছর এবং ৮ বছর।
তাহলে ৪ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত হবে = (৩২+৪) : (৮+৪) = ৩৬ : ১২ = ৩ : ১

নিজে করুন:

৩৩. তিন বছর আগে একজন শিক্ষক ও একজন ছাত্রের বয়সের অনুপাত ছিল ৪ : ১ এবং তাদের বয়সের গুণফল ছিল ১৯৬। ৮ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে ? [BADC –(Computer-Operator)-2018]

ক. ১৩ : ৬ খ. ৬ : ১৩ গ. ১২ : ৫ ঘ. ৫ : ১২ উত্তর: ক

[Hints: x×৪x = ১৯৬ ⇒৪x² = ১৯৬ ⇒ x² = ৪৯ ∴x = ৭
সুতরাং ৩ বছর আগে ছাত্র ও শিক্ষকের বয়স ৭ এবং ৪×৭ = ২৮ বছর।
৮ বছর পর শিক্ষক ও ছাত্রের বয়সের অনুপাত হবে = (২৮+১১) : (৭+১১) = ৩৯ : ১৮ = ১৩ : ৬ বছর।]

৩৪. মাতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭ : ৩ এবং তাদের বয়সের গুণফল ৭৫৬। ১০ বছর পরে তাদের বয়েসের অনুপাত কত হবে? [Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]

ক. ৭ : ৩ খ. ১১ : ৫ গ. ১৪ : ৯ ঘ. ১৩ : ৭ উত্তর: ঘ

[Hints: ৭x × ৩x = ৭৫৬ ⇒x² = ৩৬ ∴x = ৬ সুতরাং মাতা = ৭×৬ = ৪২ এবং পুত্র = ৩×৬ = ১৮,
এখন ১০ বছর পর অনুপাত হবে = (৪২+১০) : (১৮+১০) = ৫২ : ২৮ = ১৩ : ৭]

পদ্ধতি-০৪: দুটি ভিন্ন সময়ের অনুপাত দেয়া থাকলে

যে কোন পরীক্ষায় এই নিয়মের প্রশ্ন সবথেকে বেশি আসে। তাই প্রতিটি প্রশ্নের ব্যাখ্যাসহ সমাধান ভালোভাবে পড়ুন।

(৪.ক) দুটি অনুপাতের রাশিগুলো মধ্যকার পার্থক্য সমান থাকলে :

৩৫. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৭ : ২ এবং ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত হবে ৮ : ৩ । তাদের বর্তমান বয়স কত? *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী)-২০১৯] + [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০] + [এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [শিল্প মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [অর্থ মন্ত্রণালয়, (অফিস সহকারী)-২০২১]*

ক. ৩২, ৮ খ. ৩৫, ১০ গ. ৩৫, ১২ ঘ. ৩৬, ১০ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)

ধরি, পিতার ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে, $7x$ ও $2x$

৫ বছর পর তাদের বয়স হবে যথাক্রমে, $7x+5$ ও $2x+5$

প্রশ্নমতে, $\frac{7x+5}{2x+5} = \frac{৮}{৩}$ [৫ বছর পরের অনুপাত = ৮ : ৩]

$\Rightarrow 21x+15 = 16x+40 \Rightarrow 5x = 25 \quad \therefore x = 5$

সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স = $7x = 7\times5 = ৩৫$ বছর।

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স = $2x = 2\times5 = ১০$ বছর।

উত্তর: ৩৫ বছর এবং ১০ বছর।

Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :

১ম অনুপাত পিতা: পুত্র = ৭ : ২

উপরে নিচে পার্থক্য: (৮-৭) = ১ ⟷ ১ অংশ = ৫ বছর (প্রশ্নে আছে)

২য় অনুপাত পিতা : পুত্র = ৮ : ৩

উভয় অনুপাতে ব্যবধান সমান তাই গুণ করতে হবে না।

যেহেতু উভয় পার্থক্য (১ = ১) সমান তাই পার্থক্য ১ অংশ = ৫ বছর

∴ বর্তমানে পিতা = ৭×৫ = ৩৫ বছর ও পুত্র = ২×৫ = ১০ বছর

Turning point: যেহেতু পিতা এবং পুত্র উভয়ের বয়সই ৫ বছর করে বাড়বে তাই দুই অনুপাতে তাদের নিজ নিজ রাশির পার্থক্য সমান করে সেই অংশের মান = ৫ বছর ধরে বয়স বের করতে হবে।

Option Test: বর্তমান বয়সের অনুপাত ৭:২ হিসেবে অপশনের মধ্যে শুধু খ অপশনটিই মিলে যায়: ৩৫ : ১০ = ৭ : ২

৩৬. ১০ বছর আগে করিমের বয়স ছিল রহিমের বয়সের অর্ধেক। যদি তাদের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৩ : ৪ হয় , তবে বর্তমানে তাদের মোট বয়স কত? *[গ্রাক গ্রাথমিক (সহ: শিক্ষক)-২০১৩]*

ক. ৩৫ বছর খ. ২৩ বছর গ. ২৮ বছর ঘ. ৪৫ বছর উত্তর: ক

লিখিত সমাধান: (প্রতিবারই একই রকম)

ধরি, বর্তমানে করিম ও রহিমের বয়স = $3x$ এবং $8x$

তাহলে ১০ বছর আগে বয়স ছিল = $3x$ -১০ বছর

এবং $8x$-১০ বছর

প্রশ্নমতে, $2(3x-10) = 8x-10$

$\Rightarrow 6x-20 = 8x-10 \Rightarrow 2x = 10 \quad \therefore x = 5$

তাদের বর্তমান বয়সের সমষ্টি = $(3x+8x) = 11x$

$= 11\times5 = ৩৫$ বছর।

Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :

১ম অনুপাত = ১ : ২

পার্থক্য: (৩-১) = ২ ⟷ ২ অংশ = ১০ (প্রশ্নে প্রদত্ত)

২য় অনুপাত = ৩ : ৪

উভয় অনুপাতে ব্যবধান সমান থাকায় কোন গুণ করতে হবে না।

এখন ২ অংশ = ১০ বছর হলে ১ অংশ = ৫ বছর। সুতরাং তাদের বর্তমান বয়সের সমষ্টি = (৪+৩) = ৭ অংশ = ৭×৫ = ৩৫ বছর।।

Option Test: বর্তমানে অনুপাত ৩ : ৪ হওয়ায় বর্তমান সমষ্টিকে (৩+৪) = ৭ দিয়ে ভাগ করা যেতে হবে। অপশনগুলোর মধ্যে ৩৫ ও ২৮ কে ৭ দিয়ে ভাগ করা যায়। এখন ৩৫ বছর নিলে ১০ বছর আগের অর্ধেক হওয়ার শর্ত মিলে তাই ৩৫ ই উত্তর।

নিজে করুন: (এরকম অংক সমীকরণ ও অপশন টেস্ট ছাড়াই শুধু প্রশ্ন দেখেই উত্তর বলা যাবে যদি চিত্রের টেকনিকটা বুঝতে পারেন)

৩৭. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৯ : ২। ৫ বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে ১০ : ৩। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত? *[বিআইডব্লিউটিএ (ট্রাফিক সুপারভাইজার)-২০২১]*

ক. ৩৬, ৮ খ. ৪৫, ১০ গ. ৫৪, ১২ ঘ. ৬৩, ১৪ উত্তর: খ

[Hints: লিখিত সমীকরণ আগের অংকের মত হুবহু এখানে শর্টকাট টেকনিকটা প্রাকটিস করুন।

যেহেতু অনুপাত দুটি থেকে পিতার রাশির পার্থক্য (১০-৯) = ১ অংশ পুত্রের রাশির পার্থক্য (৩-২) = ১ অংশ সমান তাই সরাসরি লেখা যায় ১ অংশ = ৫ বছর হওয়ায় বর্তমানে তাদের বয়স = ৯×৫ = ৪৫ এবং ২×৫ = ১০ বছর।]

৩৮. ১ বছর পূর্বে স্মৃতি ও প্রীতির বয়সের অনুপাত ছিল ৪ : ৩। ১ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত হবে ৫ : ৪। তাদের বর্তমান বয়সের সমষ্টি কত বছর? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*

ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৭ ঘ. ১৯ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)

ধরি, ১ বছর আগে স্মৃতি ও প্রীতির বয়স ছিল $8x$ ও $3x$

তাদের বর্তমান বয়স যথাক্রমে = $8x+1$ ও $3x+1$

১ বছর পর তাদের বয়স হবে যথাক্রমে, $8x+2$ ও $3x+2$

প্রশ্নমতে, $\frac{8x+2}{3x+2} = \frac{৫}{৪}$ [৫ বছর পরের অনুপাত = ৮ : ৩]

$\Rightarrow 16x+8 = 15x+10$ (আড়াআড়ি গুণের সময় বড় x টা বামে)

$\therefore x = 2$

সুতরাং বর্তমান বয়স = $8\times2+1 = ৯$ ও $3\times2+1 = ৭$

∴ বর্তমানে বয়সের সমষ্টি = ৯+৭ = ১৬ বছর (উত্তর:)

শর্টকাট টেকনিক: (অনুপাতগুলোতে সমান পার্থক্য থাকায় সহজে হবে)

১ বছর আগের অনুপাত = স্মৃতি : প্রীতি = ৪ : ৩

১ বছর পরের অনুপাত = স্মৃতি : প্রীতি = ৫ : ৪

উপরে ও নিচের পার্থক্য ১ আছে।

দুই অনুপাতে স্মৃতির বয়সের রাশির পার্থক্য: = (৫-৪) = ১ অংশ

দুই অনুপাতে প্রীতির বয়সের রাশির পার্থক্য: = (৪-৩) = ১ অংশ।

∴ ১ বছর আগের তাদের বয়স যথাক্রমে = (৪:৩)×২ = ৮ ও ৬

সুতরাং বর্তমানে বয়সের সমষ্টি = (৮+১) + (৬+১) = ১৬ বছর।

Learning point: ব্যবধানের অংশ = বয়সের ব্যবধান থেকে ১ অংশের যে মান বের হবে তা যে অনুপাতের সাথে গুণ করবেন সেই সময়ের বয়স বের হবে।

নিজে করুন:

৩৯. ১২ বছর আগে শুভ ও পিয়ারের বয়সের অনুপাত ছিল ৪ : ৫ । ১২ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত হবে ৮ : ৯। তাদের বর্তমান বয়সের অনুপাত কত? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]+ [বেবিচক(এরোড্রোম/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. ৪ : ৫ খ. ৬ : ৭ গ. ২ : ৩ ঘ. ৮ : ৯ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

সরাসরি প্রশ্নমতে, $\frac{8x+28}{5x+28} = \frac{৮}{৯}$

$\Rightarrow 40x+(8\times28) = 36x+(9\times28)$

$\Rightarrow 8x = (9\times28)-(8\times28) = 28$ (৯টা ২৪ থেকে ৮টা বাদ)

$\therefore x = ৬$ সুতরাং বর্তমানে তাদের বয়সের অনুপাত হবে

$= [(8\times6)+12] : [(5\times6)+12] = 36 : 42 = ৬ : ৭$

শর্টকাট টেকনিক:

১ম অনুপাত শুভ: পিয়ার = ৪ : ৫

উপরে নিচে পার্থক্য: (৮-৪) = ৪ ⟷ ৪ অংশ = (১২+১২) = ২৪ বছর (প্রশ্ন থেকে নেয়া)

২য় অনুপাত শুভ: পিয়ার = ৮ : ৯

গ্যাপ সমান দেয়াই আছে

পার্থক্য ৪ অংশ = ২৪ বছর হলে ১ অংশ = ৬ বছর।

১২ বছর আগে বয়স ছিল = (৪ : ৫)×৬ = ২৪ : ৩০ বছর।

বর্তমানে অনুপাত = (২৪+১২) : (৩০+১২) = ৩৬:৪২ = ৬:৭

(৪.খ) দুটি অনুপাতের রাশিগুলো মধ্যকার পার্থক্য অসমান হলে :

৪০. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৩ : ১ এবং ৫ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৫ : ২ হবে। তাদের বর্তমান বয়স কত? *(থানা শিক্ষা অফিসার পরীক্ষা-০৫)*

ক. ৪৫, ১৫ খ. ৪০, ২০ গ. ৩০, ১২ ঘ. ৩৬,১৮ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

ধরি,

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে = $3x$ ও x বছর

৫ বছর পর পিতার বয়স হবে = $3x+5$ বছর।

৫ বছর পর পুত্রের বয়স হবে = $x+5$ বছর।

প্রশ্নমতে, $\frac{3x+5}{x+5} = \frac{৫}{২}$

$\Rightarrow 6x+10 = 5x+25 \quad \therefore x = ১৫$

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = ১৫ বছর

এবং পিতার বর্তমান বয়স = ৩×১৫ = ৪৫ বছর।

Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর

যেহেতু পিতা এবং পুত্রের বয়স সমান পরিমানে বাড়বে বা কমবে তাই এই লজিক থেকে অনুপাতের গ্যাপ সমান করা যায় এভাবে:

১ম অনুপাত = (৩ : ১)×৩ = ৯ : ৩

পার্থক্য (৩-১) = ২

পার্থক্য (৫-২) = ৩

২য় অনুপাত = (৫ : ২)×২ = ১০ : ৪

১ অংশ = ৫ বছর

এখানে, নতুন অনুপাত দুটিতে পিতা ও পুত্রের রাশির পার্থক্য ১ অংশ = ৫ বছর।

∴ তাদের বর্তমান বয়স = (৯ : ৩)×৫ = ৪৫ ও ১৫ বছর

📖 **শর্টকাটের ব্যাখ্যা:** অনুপাতকে যেহেতু ইচ্ছেমত বাড়ানো যায় তাই এরকম প্রশ্নে দুটি অনুপাতকে বাড়াতে বাড়াতে এমন এক জায়গায় নিয়ে যেতে হবে যেখানে অনুপাত দুটির প্রথম পদদ্বয় এবং ২য় পদদ্বয় উভয়ের ব্যবধান সমান সমান হয়।

☞ **কতটুকু বাড়াবো?**
বিপরীত অনুপাতের রাশি দুটির মাঝের ব্যবধান যত তা দিয়ে গুণ করলে দেখা যাবে নতুন তৈরি হওয়া অনুপাতদ্বয়ের প্রথম রাশিদ্বয়ের পার্থক্য এবং ২য় রাশিদ্বয়ের পার্থক্য সমান সমান হবে। **সমান অংশের = প্রশ্নে যতটুকু যোগ/বিয়োগ করতে বলা হয়েছে।**

নিজে করুন:

৪১. পিতা এবং পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭ : ৩। চার বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ১৩ : ৫। বর্তমান কার বয়স কত? *(দুর্নীতি দমন পরিচালক পরীক্ষা-০৩)+ [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ৫৬ ও ২৪ খ. ৭০ ও ৩০ গ. ৪৯ ও ২১ ঘ.৩৫ ও ১৫ উত্তর: ক

[**Hints:** প্রশ্নমতে, $\frac{7x-8}{3x-8}=\frac{13}{5}$ ধরে সমাধান করুন। অথবা শর্টকাটে: (৭ : ৩)× (১৩-৫) এবং (১৩ : ৫)× (৭-৩) ধরে।

৪২. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৩ : ১। তিন বছর আগে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ৭ : ২। তিন বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব করণিক)-২০১৮]*

ক. ৭ : ৩ খ. ৫ : ২ গ. ৯ : ৫ ঘ. ৮ : ৩ উত্তর: ঘ

আরো কয়েকটি সমাধান দেখুন:

৪৩. ১০ বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়স ছিল ৪ : ১। ১০ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত হবে ২ : ১। তাদের বর্তমান বয়স কত?
[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮] +[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়(অফিস সহায়ক)-২০২১]+[১৪শ বিজেএস(সহকারী জজ)-২০২১]

ক. ৫০ ও ২০ বছর খ. ৪৭ ও ২০ বছর গ. ৫৪ ও ২১ বছর ঘ. ৩৬ ও ২৫ বছর উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

ধরি, ১০ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = x বছর
এবং ১০ বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = 8x বছর
সুতরাং বর্তমানে পুত্রের বয়স = x+১০ বছর
এবং ১০ বছর পর পুত্রের বয়স হবে = x+২০ বছর
আবার পিতার বর্তমান বয়স = 8x+১০ "
∴ ১০ বছর পর পিতার বয়স হবে = 8x+২০ "

প্রশ্নমতে, $\frac{8x+20}{x+20}=\frac{2}{1}$ $\Rightarrow 8x+20=2x+40$

$\Rightarrow 2x=20$ $\therefore x=10$

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = x+১০ = ১০+১০ = **২০ বছর**
পিতার বর্তমান বয়স = 8x+১০ = 8×১০+১০ = **৫০ বছর**

Ratio Method এ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর

যেহেতু পিতা এবং পুত্রের বয়স সমান পরিমানে বাড়বে বা কমবে তাই এই লজিক থেকে অনুপাতের গ্যাপ সমান করা যায় এভাবে:

১ম অনুপাত = (৪ : ১) × ১ = ৪ : ১
পার্থক্য (৪-১) = ৩
পার্থক্য (২-১) = ১
৩-৪ = ২ (২অংশ = (১০+১০)বছর)
২য় অনুপাত = (২ : ১)× ৩ = ৬ : ৩

এখানে, নতুন অনুপাত দুটিতে পিতা ও পুত্রের রাশির পার্থক্য ২ অংশ = অনুপাত দুটির দূরত্ব (১০+১০) = ২০ বছর।
সুতরাং ১ অংশ = ১০ বছর। এখন ১০ বছর আগে পিতার বয়স ছিল = 8×১০ = ৪০ এবং পুত্র = ১০ বছর। তাহলে বর্তমানে পিতা: = (৪০+১০) = ৫০, পুত্র = (১০+১০) = ২০

Note: যে প্রশ্নগুলোতে বড় সংখ্যা থাকবে এবং অতীত ও ভবিষ্যাৎ অনুপাত থেকে বর্তমান অনুপাত বের করতে বলা হবে সেই প্রশ্নগুলো যেভাবেই করেন একটু সময় লাগবে। আর প্রশ্নটা ভালোভাবে বুঝলে অপশন টেস্ট নিজে থেকে করতে পারবেন।

৫ বছর পূর্বে পিতা পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল ৩ : ১ আবার ১৫ বছর পর পিতা পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে ২ : ১। পিতা ও পুত্রের বর্তমানে বয়স কত? ? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*

ক. ৭৫, ২৫ খ. ৬০, ২০ গ. ৬৫, ২৫ ঘ. ৩০, ৭০ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)

ধরি, ৫ বছর পূর্বে পিতা, পুত্রের বয়স যথাক্রমে ৩ক ও ক
সুতরাং বর্তমানে পিতা ও পুত্রের বয়স = ৩ক+৫ ও ক+৫
আবার ১৫ বছর পর হবে = ৩ক+২০ এবং ক+২০

প্রশ্নমতে, $\frac{3k+20}{k+20}=\frac{2}{1}$

বা, ৩ক+২০ = ২ক+৪০ ∴ ক = ২০

সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স = (৩×২০)+৫ = ৬৫ বছর
এবং পুত্রের বর্তমান বয়স ২০+৫ = ২৫ উত্তর: ৬৫, ২৫

শর্টকাট সমাধান : (পার্থক্য অসমান হলে সমান করার টেকনিক)

১ম অনুপাত, পিতা : পুত্র = (৩ : ১)×১ = ৩ : ১
২য় অনুপাত, পিতা : পুত্র = (২ : ১)×২ = ৪ : ২
উপরে ও নিচের পার্থক্য ১ হয়েছে।

নিচের অনুপাতের পার্থক্য (২-১) = ১ দিয়ে উপরের অনুপাত (৩:১) কে গুণ ও উপরের অনুপাতের পার্থক্য (৩-১)= ২ দিয়ে নিচের অনুপাত (২:১)কে গুণ করায় রাশির পার্থক্য দুটাই সমান হবে
পার্থক্য = (৪-৩)= ১ বা,(২-১) = ১ অংশ = (৫+১৫)=২০ বছর
সুতরাং ১ম অনুপাতের মান = (৩ : ১)×২০ = ৬০ : ২০
∴ বর্তমানে পিতা = (৬০+৫) = ৬৫ এবং পুত্র = (২০+৫)= ২৫

Ratio Method এ একটার অনুপাতের পার্থক্য ১ হলে তা দিয়ে গুণ করার প্রয়োজন নেই। শুধু অন্যটা দিয়ে গুণ করুন

Option Test: ৫ বছর আগের বয়সের অনুপাত ৩:১ তাই বর্তমানে ৭৫:২৫ অথবা ৬০:২০ হবে না। কারণ এগুলোও ৩:১ বোঝায়। তাই অপশন গ তে ৬৫:২৫ উভয় থেকে ৫ বিয়োগ করলে তা ৩:১ অনুপাতের সমান হয়। সুতরাং গ ই উত্তর।
অথবা বর্তমান বয়স = ৬৫ ও ২৫ ধরলে = (৬৫+১৫) : (২৫+১৫) = ৮০:৪০ = ২:১ মিলে যায়। তাই অপশন গ ই উত্তর।

নিজে করুন: (লিখিত নিয়মটা বার বার দেখানোর কিছু নেই, ২-৩টা দেখে বাকীগুলো নিজে থেকে করুন)

৪৫. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৫ : ৩। ১০ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ২ : ১ ছিল। ১০ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*

ক. ৫ : ২ খ. ৪ : ৩ গ. ৩ : ২ ঘ. ৭ : ৩ উত্তর: গ

[**Hints:** ১ম অনুপাত ৫:৩ আর ২য় অনুপাতকে ৪ : ২ বানালে ১ অংশ = ১০ বছর হলে উত্তর: (৫×১০ +১০): (৩×১০ +১০)= ৩:২]

৬১. ৬ বছর আগে কামাল ও সাগরের বয়সের অনুপাত ছিল ৬ : ৫ , চার বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত ১১ : ১০ হবে । সাগরের বর্তমান বয়স কত? *[Combined 5 banks –Cash)-2019]*

ক. ১৮ বছর খ. ২০ বছর গ. ১৬ বছর ঘ. ২২ বছর উত্তর: গ

৬২. ৮ বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল ৪ : ১। ১৬ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত হবে ২০ : ১১। তাদের বর্তমান বয়সের সমষ্টি কত? *[বাংলাদেশ কৃষি উন্নয়ন কর্পোরেশনের(সহকারি হিসাবরক্ষণ ও সহকারি নিরীক্ষণ কর্মকর্তা)-২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ৬৪ খ. ৫৭ গ. ৬১ ঘ. ৫৪ উত্তর: গ

৪৬. দুই বোনের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৪ : ৩। ৬ বছর আগে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ৫ : ৩। ৬ বছর পরে তাদের বয়সের সমষ্টি কত হবে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২৬ বছর খ. ২৮ বছর গ. ৪০ বছর ঘ. ৪৪ বছর উত্তর: গ

বিস্তারিত সমাধান: (শর্টকাটে নিজে করুন)

মনে করি, তাদের বর্তমান বয়স 8x ও ৩x

প্রশ্নমতে, $\frac{8x-6}{3x-6}=\frac{5}{3}$ $\Rightarrow 15x-30=12x-18$ $\Rightarrow 3x=12$ $\therefore x=8$

∴ ৬ বছর পরে তাদের বয়সের সমষ্টি = (8x+৬) + (৩x + ৬) = ৭x + ১২ = ৭ × ৪ + ১২ = ৪০ বছর

পদ্ধতি-০৫: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

দুজনের সমষ্টি দেয়া থাকলে একজনের টি x ধরে অন্যজনেরটি সমষ্টি থেকে বিয়োগ. আবার বয়সের ব্যবধান দেয়া থাকলে একজনেরটি ধরে অন্যজনেরটির জন্য ব্যবধানটি যোগ। আবার গুণ দেয়া থাকেল ছোটজনের বয়স ধরে বড় জনের বয়স কত গুণ তা বের করা যায়।

মনে রাখবেন, যে বড় সে সবসময় বড় থাকে এবং যে ছোট সে কখনো তার থেকে বড় কারো চেয়ে বড় হতে পারে না ।

(৫.ক) সাধারণ সমীকরণের প্রশ্ন :

৪৭. পিতার বয়স পুত্রের দ্বিগুণ অপেক্ষা ২ বছর বেশি । পিতার বয়স ৬২ বছর হলে পুত্রের বয়স কত বছর? *[সহকারী পরিসংখ্যান কর্মকর্তা-৯৮] +[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০১৯]+[NSI- (সহকারী পরিচালক)(ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. ৪০ খ. ৩৫ গ. ৩০ ঘ. ২৫

সমাধান:

ধরি, পুত্রের বয়স = x বছর $\therefore$ পিতার বয়স = $2x + 2$ বছর

প্রশ্নমতে, $2x + 2 = ৬২ \Rightarrow 2x = ৬০ \therefore x = ৩০$

সুতরাং, পুত্রের বয়স ৩০ বছর ।

মুখে মুখে: উত্তর: গ

২ বছর বেশি বলায় ৬২ থেকে ২ বাদ দিলে ৬০।

এখন পিতা পুত্রের দ্বিগুণ বলায় পুত্র হবে পিতার অর্ধেক

অর্থাৎ ৬০ এর অর্ধেক = ৩০ বছর।

৪৮. কলির বয়স ডলির বয়স থেকে সাত বছর কম । ডলির বয়সের তিনগুণ থেকে কলির বয়স বাদ দিলে ৪৩ বছর হয়। ডলির বয়স কত? *[বাংলাদেশে প্রতিযোগিতা কমিশন (ব্যক্তিগত সহকারী)-২০১৯]*

ক. ১১ খ. ১৪ গ. ১৬ ঘ. ১৮

সমাধান: ধরি, ডলির বয়স = x বছর। তাহলে কলির বয়স = x-৭ বছর। উত্তর: ঘ

প্রশ্নমতে, $3x - (x-7) = ৪৩ \Rightarrow 3x - x + ৭ = ৪৩ \Rightarrow 2x = ৩৬ \therefore x = ১৮$ সুতরাং ডলির বয়স = ১৮ বছর।

৪৯. রিনা মীমের থেকে ১০ বছরের বড়। ৭ বছর পর, রিনার বয়স মীমের বয়সের দ্বিগুণ হবে। রিনার বর্তমান বয়স কত? *[BADC (AO)-2017] +[বাংলাদেশ জাতীয় জাদুঘর (বিভিন্ন পদ)-২০২১]*

উত্তর:

ক. ১৩ খ. ১৫ গ. ১৭ ঘ. ২৩

সমাধান: ধরি, মীমের বর্তমান বয়স = x বছর

সুতরাং রিনার বর্তমান বয়স = $x + ১০$ বছর। উত্তর: ক

প্রশ্নমতে, $2(x+7) = (x+১০+7) \Rightarrow 2x+১৪ = x+১৭ \therefore x = ৩$

সুতরাং রিনার বর্তমান বয়স = ৩+১০ = ১৩ বছর

Wrong Idea : বর্তমান ১০ বছরের বড় তাহলে ৭ বছর পর ১০+৭ = ১৭ বছরে বড় হয়ে যাবে? অবশ্যই না। কারণ ৭ বছর পর দু জনের ই বয়স বাড়বে তাই পার্থক্য ১০ বছর ই থাকবে।

নিজে করুন:

৫০. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৮০ বছর। পিতার বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ হলে পিতার বয়স কত? *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*

ক. ৬০ খ. ২০ গ. ৪০ ঘ. ৬৪ উত্তর: ক

[Hints: ধরি, পুত্র x এবং পিতা $3x$ । প্রশ্নমতে, $x + 3x = ৮০ \therefore x = ২০ \therefore$ পিতার বয়স = ৩ × ২০ = ৬০ বছর ।**]**

৫১. পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৪ গুণ। ৪ বছর পূর্বে পিতা পুত্রের বয়সের সমষ্টি ছিল ৫২ বছর। পিতার বর্তমান বয়স কত? *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*

ক. ৪৮ খ. ২৪ গ. ৪০ ঘ. ৬৪ উত্তর: ক

সমাধান:

ধরি, পুত্রের বয়স = x বছর $\therefore$ পিতার বয়স = $8x$ বছর

৪ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = $(x - 8)$ বছর

৪ বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = $(8x - 8)$ বছর

প্রশ্নমতে, $x - 8 + 8x - 8 = ৫২ \Rightarrow ৫x = ৬০ \therefore x = ১২$

সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স = $8 \times ১২ = ৪৮$ বছর

মুখে মুখে: (বিপরীত দিক বয়স থেকে ভাবতে হবে)

৪ বছর পূর্বে দু'জনের বয়সের যোগফল = ৫২ বছর হলে বর্তমানে সমষ্টি = ৫২+(২×৪) = ৫২+৮ = ৬০ বছর।

এখন এই ৬০ বছরে পুত্র ১ গুণ + পিতা ৪গুণ মিলে ৫গুণ = ৬০ হলে ১ গুণ = ১২ এবং পিতা ৪ গুণ = ৪৮ বছর।

[সমীকরণের থেকে এটা সহজ, কারণ দ্রুত উত্তর পাবেন।

নিজে করুন:

. ২০ বছর পূর্বে এক ব্যক্তির বয়স তার পুত্রের বয়সের পাঁচ গুণ ছিল। ১৬ বছর পরে পুত্রের বয়স ৪১ বছর হলে পিতার বর্তমান বয়স কত?

ক. ৪০ বছর খ. ৪২ বছর গ. ৪৫ বছর ঘ. ৫০ বছর উত্তর: গ

[Hints: ১৬ বছর পরে পুত্রের বয়স = ৪১ হলে বর্তমানে = ৪১-১৬ = ২৫বছর। আবার ২০ বছর আগে পুত্রের বয়স ছিল ২৫-২০ = ৫ বছর, তখন তার পিতার বয়স ছিল = ৫×৫ = ২৫, এবং পিতার বর্তমান বয়স = ২৫+২০ = ৪৫ বছর ।**]**

৫৩. অরিণ ও ওয়াফি এর বর্তমান বয়সের সমষ্টি ১৬ বছর। ৪ বছর পরে অরিণের বয়স ওয়াফির বয়সের তিনগুণ হলে অরিণের বর্তমান বয়স কত? *[ডাক অধিদপ্তরের বিল্ডিং ওভারশিয়ার-২০১৮]*

ক. ৮ বছর খ. ১০ বছর গ. ১২ বছর ঘ. ১৪ বছর উত্তর : ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, অরিণের বর্তমান বয়স = x বছর

$\therefore$ ওয়াফির " " = $(১৬-x)$ "

৪ বছর পর অরিণের বয়স $(x+৪)$ বছর

৪ " " ওয়াফির " $(১৬-x+৪) = ২০ - x$ বছর

প্রশ্নমতে, $x+৪ = ৩(২০-x)$

$\Rightarrow x+৪ = ৬০-৩x \Rightarrow x+৩x = ৬০-৪ \Rightarrow ৪x = ৫৬$

$\therefore x = ১৪$ । সুতরাং অরিণের বর্তমান বয়স = ১৪ বছর।

শর্টকাট টেকনিক: মুখে মুখে করা যাবে।

৪ বছর পর তাদের সমষ্টি হবে = ১৬+২×৪ = ১৬+৮ = ২৪ বছর

তখন একজন অন্যজনের তিনগুণ হলে = ১+৩ = ৪ গুণ = ২৪ বছর হলে ১ গুণ = ৬ এবং ৩গুণ = ১৮ বছর। যেহেতু অরিণ বড় তাই বর্তমানে অরিণের বয়স হবে = ১৮-৪ = ১৪ বছর।

পরামর্শ: মাথা দিয়ে গভীর চিন্তা করে মুখে মুখে অংক করা গেলে ঐ অংকে সমীকরণ সাজাতে যাবেন না। কারণ সমীকরণের থেকে এভাবে অনেক দ্রুত উত্তর বের হবে।

নিজে করুন:

৫৪. পিতা ও কন্যার বয়সের সমষ্টি ৮০ বছর। পিতার বয়স কন্যার বয়সের ৪ গুণ। কন্যার বয়স কত? *[পরিবেশ অধি: (এডি) ২০১১]*

ক. ১৬ বছর খ. ১৪ বছর গ. ১৫ বছর ঘ. ২০ বছর উত্তর: ক

[Hints: এখানে ৪+১ = ৫ গুণের মান ৮০ তাই ১ গুণের মান = ১৬**]**

৫৫. পিতা ও পুত্রের বয়সের বর্তমান সমষ্টি ৮০ বছর। পিতার বয়স ৩ গুণ হলে পুত্রের বয়স ১০ বছর পরে কত হবে? *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. ২০ খ. ৩০ গ. ১০ ঘ. ৪০ উত্তর: খ

[Hints: এখানে ৩+১ = ৪ গুণের মান = ৮০ $\therefore$ পুত্রের বর্তমান বয়স ১ গুণের মান = ২০ । ১০ বছর পর হবে = ২০+১০ = ৩০**]**

৫৬. রমিজ এবং লুবানার বয়সের যোগফল ৬৫ বছর। রমিজের বয়সের দ্বিগুণ লুবনার বয়সের তিনগুণের সমান হলে রমিজের বয়স কত? *[বাংলাদেশে প্রতিযোগিতা কমিশন (ব্যক্তিগত সহকারী)-২০১৯]*

ক. ২৬ খ. ৩৯ গ. ৪২ ঘ. ৪৬ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে রমিজের বয়স = x বছর এবং লুবানার বয়স = y বছর।

প্রশ্নমতে, $x + y = ৬৫ \therefore y = ৬৫ - x$ (পরে y এর মান বসালে x এর মান বা রমিজের বয়স সরাসরি আসবে)

আবার $2x = 3y \Rightarrow 2x = ৩(৬৫-x) \Rightarrow 2x = ১৯৫-৩x \Rightarrow ৫x = ১৯৫ \therefore x = ৩৯$

সুতরাং রমিজের বয়স = ৩৯ বছর।

Be careful : ২গুণ + ৩ গুণ = ৫ গুণ = ৬৫ হলে ১ গুণ = ১৩ এবং রমিজের ২গুণ = ২৬ বছর। উত্তর ক? এভাবে সমাধান করে বাসায় আসলে কনফিডেন্টলি ভুল উত্তর বের হবে। কারণ এখানে রমিজ বড়। কেননা রমিজের ২গুণ এর সমান হওয়ার জন্য লুবানার ৩ গুণ লাগবে। প্রমাণ (লুবানা = ৬৫-৩৯ = ২৬ বছর) এখন ২×৩৯ = ৩×২৬ = ৭৮ বছর।

৫৭. ক-এর বয়স খ-এর বয়সের দ্বিগুণ এবং খ-এর বয়স গ-এর বয়সের দ্বিগুণ এবং তাদের বয়সের সমষ্টি ৬৩ বছর হলে, ক ও গ এর বয়সের পার্থক্য কত? *(সহ: প্রধান শিক্ষক নিয়োগ-০৮)*

ক. ২৭ খ. ৩৭ গ. ৪৭ ঘ. ৪৩ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, গ এর বয়স = x বছর। সুতরাং, খ = $2x$ বছর এবং ক = $8x$ বছর

প্রশ্নমতে, $8x+2x+x = ৬৩ \Rightarrow ৭x = ৬৩ \therefore x = ৯$, সুতরাং বয়সের ব্যাবধান = $(8x - x) = ৩x = ৩×৯ = ২৭$

৫৮. আজিজ থেকে সুজন ৯ বছরের বড় আবার আলম ৫ বছরের ছোট। তাদের বয়সের সমষ্টি ৫২ বছর হলে, আলমের বয়স কত? *(প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-০৯)* [**Hints:** x(আজিজ) + x+৯(সুজন)+ x-৫ (আলম) = ৫২]

ক. ১২ খ. ১৪ গ. ১৬ ঘ. ১১ উত্তর: খ

৫৯. পিতার বর্তমান বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ অপেক্ষা ২ বছর বেশী। ৫ বছর পর পিতা এবং পুত্রের বয়সের সমষ্টি ১০২ বছর হবে। পুত্রের বর্তমান বয়স কত বছর? *[CGDF (Auditor) -2017]+ [সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিস্ট্যান্ট কো-অর্ডিনেশন): ২০২৩]*

ক. ৩০ খ. ৩৫ গ. ৪০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান:

ধরি, বর্তমানে, পুত্রের বয়স = x বছর ∴পিতার বয়স = (2x + 2)

প্রশ্নমতে, 2x + 2 + ৫ + x + ৫ = ১০২

⇒ ৩x = ১০২ - ১২ ∴x = ৩০

মুখে মুখে: (বিপরীত দিক বয়স থেকে ভাবতে হবে)

দ্বিগুণের থেকে ২ বেশি না হলে বর্তমানে সমষ্টি হতো = (১০২-৫-৫-২) = ৯০ বছর।

তখন পিতা ৩গুণ = ৯০ হলে পুত্র ১ গুণ = ৩০ বছর।

৬০. ২ বছর আগে বাবার বয়স পুত্রের বয়সের ১৪ গুণ ছিল। যদি ২বছর পরে বাবার বয়স পুত্রের বয়সের চেয়ে ২৬ বছর বেশী হয়, তবে বাবার ও পুত্রের বয়সের অনুপাত কত হবে? *(রেজিস্টার্ড প্রাথ:সহ:শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১১)*

ক. ১৫ : ২ খ. ১৭ : ৩ গ. ১৮ : ৬ ঘ. ১৫ : ১ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ২ বছর আগে পুত্রের বয়স ছিল = x বছর ∴২ বছর আগে পিতার বয়স ছিল = ১৪x বছর।

সুতরাং পুত্রের বর্তমান বয়স = x+২ বছর এবং পিতার বর্তমান বয়স = ১৪x+২ বছর।

∴২ বছর পর পুত্রের বয়স হবে = x+২+২ = x+৪ বছর এবং ২ বছর পর পিতার বয়স হবে = ১৪x+২+২ = ১৪x+৪ বছর।

প্রশ্নমতে, x+৪+২৬ = ১৪x+৪ (পুত্র সব সময় ই ছোট, তাই যত যোগ বা গুণ পুত্রের বয়সের পাশেই হবে।)

⇒ x-১৪x = ৪-২৬-৪ ⇒১৩x = ২৬ ∴x= ২

পুত্রের বর্তমানে পুত্রের বয়স হবে = ২+২ = ৪ বছর। এবং পিতার বর্তমান বয়স = ১৪×২+২ = ৩০ বছর

∴ পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত = ৩০ : ৪ = ১৫ : ২

৬১. পিতার বয়স তার সন্তানের বয়সের থেকে ৩২ বছর বেশি। ৭ বছরের মধ্যে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ অপেক্ষা ৫ বছর বেশি হবে। ৩ বছর পর পিতার বয়স কত হবে ? *[BB (AD)-2006]*

ক. ৪৫ খ. ৫৫ গ. ৬৫ ঘ. ৭৫ উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, বর্তমানে, পুত্রের বয়স = x বছর ∴পিতার বয়স = (x +৩২)

৭ বছর পর পুত্র = x+৭ এবং পিতা = x+৩২+৭ = x+৩৯

প্রশ্নমতে, ২(x + ৭) + ৫ = x + ৩৯ (পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ করার পরও পিতার বয়স ৫ বেশি তাই পুত্রের দ্বিগুণের সাথে ৫ যোগ)

⇒ ২x+১৪+৫ = x+৩৯ ⇒ x= ৩৯-১৯ ∴x = ২০

সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স = ২০+৩২ = ৫২ বছর।

এবং ৩ বছর পর পিতার বয়স হবে = ৫২+৩ = ৫৫ বছর।

মুখে মুখে: (বিপরীত দিক বয়স থেকে ভাবতে হবে)

পিতা পুত্রের থেকে ৩২ বছর বড় অর্থ বয়স যতই আগে বা পরে নিয়ে যান পার্থক্য ৩২ বছর ই থাকবে।

এখন এই ৩২ বছর পার্থক্যই হলো পুত্রের ২গুণ + ৫।

তাহলে ৭ বছর পর পুত্রের বয়স = ৩২-৫ = ২৭ বছর।

সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স = ২৭+৩২-৪ = ৫৫ বছর।

(এখানে, ৭ বছর পরের বয়স থেকে ৩ বছর পর বলায় ৪ বছর বিয়োগ)

৬২. মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। ৫ বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (মিলিটারি ইঞ্জিনিয়ারিং স্টোরম্যান)-২০১৮]*

ক. ১৫ বছর খ. ৬০ বছর গ. ৩৫ বছর ঘ. ৩০ বছর উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, দুই কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি = x বছর। সুতরাং মাতার বর্তমান বয়স = ৪x বছর।

৫ বছর পর দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি হবে = x +৫+৫ = x +১০ বছর। এবং মাতার বয়স হবে = ৪x +৫ বছর।

প্রশ্নমতে, ২(x+১০) = ৪x+৫ ⇒২x+২০ = ৪x+৫ ⇒২x = ১৫ ∴x = ৭.৫ বছর।

তাহলে মাতার বর্তমান বয়স = ৪×৭.৫ = ৩০ বছর।

Learning point: দুই বোন বলায় ৫ বছর পর দু'জনের ই বয়স ৫ করে মোট ১০ বছর বাড়বে। এই বিষয়টাতে গুরুত্ব না দিলে সাধারণ অংকের মত করতে গেলে ভুল হবে। তাই গুরুত্ব সহকারে মনে রাখার চেষ্টা করুন।

(৫.খ) বর্তমানে এত গুণ পূর্বে বা পরে এত গুণ হবে :

বয়স বাড়ার সাথে গুণত্ব কমার সম্পর্ক:

পাশের টেবিলটি দেখুন। পুত্রের বয়স যখন ১ বছর পিতার বয়স তখন ২৫ বছর অর্থাৎ পিতা পুত্রের থেকে ২৪ বছরের বড় এবং তুলনায় ২৫ গুণ। কিন্তু যত দিন দিন পুত্র বড় হচ্ছে পিতার সাথে তার গুণত্বের সম্পর্ক কমে ১৩গুণ,৯গুণ, ৭ গুণ এভাবে কমে আসছে তবে সবসময়ই তাদের বয়সের পার্থক্য একই থাকছে।

গুণত্বের সম্পর্ক	পিতা	পুত্র	পার্থক্য
২৫গুণ	২৫	১	২৪
১৩গুণ	২৬	২	২৪
৯গুণ	২৭	৩	২৪
৭গুণ	২৮	৪	২৪
৫গুণ	৩০	৬	২৪

সারমর্ম: আমরা বলতে পারি যতই ভবিষ্যতের দিকে আগানো যাবে ততই দুজনের গুণত্বের সম্পর্ক কমতে থাকবে এবং যত অতীতে যাওয়া যাবে ততই তাদের গুণত্বের সম্পর্ক বাড়তে থাকবে।

কিন্তু গুণত্বের সম্পর্ক যা ই হোক শুরুতে তাদের বয়সের পার্থক্য যা থাকে সব সময়ই পার্থক্য একই থাকে।

৬৩. শুভ্রর বর্তমান বয়স অভ্রর দ্বিগুণ। তিন বৎসর পূর্বে শুভ্রর বয়স অভ্রর বয়সের তিনগুণ ছিল। শুভ্রর বর্তমান বয়স কত? *[জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধি দপ্তর এস্টিমেটর নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৮]*

ক. ১৬ বছর খ. ১৪ বছর গ. ১২ বছর ঘ. ৬ বছর উত্তর : গ

লিখিত সমাধান:

ধরি, অভ্রর বর্তমান বয়স = x বছর

∴শুভ্রর বর্তমান বয়স = ২x বছর

প্রশ্নমতে, (২x-৩) = ৩(x-৩)[যে ছোট তার সাথে সব সময় গুণ করে দাঁড়িপাল্লা সমান করতে হয়।]

⇒ ২x-৩ = ৩x-৯ ∴ x = ৬

সুতরাং শুভ্রর বর্তমান বয়স = ২×৬ = ১২ বছর। (উত্তর)

Ratio Method এ এই অংকগুলোও করা যাবে।

১ম অনুপাত = (২ : ১)×২ = ৪ : ২

পার্থক্য (২-১) = ১

পার্থক্য (৩-১) = ২

৪-৩ = ১ ১ অংশ = ৩ বছর

২য় অনুপাত = (৩ : ১)×১ = ৩ : ১

সর্বশেষ অনুপাত দুটির একই রাশির পার্থক্য = ১ অংশ = ৩ বছর।

∴ শুভ্রর বর্তমান বয়স = ৪×৩ = ১২ বছর। (১অংশ×৪ : ২)

আরেকটি দেখুন:

৬৪. ফরিদের বর্তমান বয়স ফিরোজের ৯ গুণ। ৯ বছর পর ফরিদের বয়স ফিরোজের বয়সের ৩ গুণ হবে। ফরিদের বর্তমান বয়স কত? *[আইন বিচার ও সংসদ মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১২]*

ক. ২৭ খ. ২৮ গ. ২৯ ঘ. ৩০ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

ধরি, ফিরোজ এবং ফরিদের বয়স = x এবং ৯x বছর।

প্রশ্নমতে,

৩(x+৯) = ৯x+৯ *(মনে রাখবেন যে ছোট তার সাথে গুণ করতে হবে, এখানেই অনেকে ভুল করে থাকে)*

⇒ ৩x+২৭ = ৯x+৯ ⇒ ৬x = ১৮ ∴x = ৩

সুতরাং ফরিদের বয়স = ৯×৩ = ২৭ বছর। (উত্তর)

Ratio Method এ ও করতে পারেন যদি ভালো বুঝেন।

১ম অনুপাত = (৯ : ১)×২ = ১৮ : ২

পার্থক্য (৯-১) = ৮

পার্থক্য (৩-১) = ২

২৪-১৮= ৬ ৬ অংশ = ৯ বছর

২য় অনুপাত = (৩ : ১)×৮ = ২৪ : ৮

৬ অংশ = ৯বছর ∴ফরিদের বর্তমান বয়স = ১৮অংশ = ২৭ বছর

সবসময় মনে রাখবেন, গুণ করার পরের অনুপাতটি ধরে হিসেব হবে

৬৫. ৭ বছর আগে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৭ গুণ ছিল। ৩ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৩ গুণ হবে। বর্তমানে তাদের বয়স কত?

ক. ১২ ও ৩২ খ. ১২ ও ৫২ গ. ১২ ও ৪২ ঘ. ১৩ ও ৩৬ উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, ৭ বছর আগে পুত্রের বয়স ছিল = x বছর। *(বর্তমান বয়স ধরে বিয়োগ না করে অতীত বয়সটি ধরে যোগ করলে সহজ)*
সুতরাং ৭ বছর আগে পিতার বয়স ছিল = ৭x বছর।
তাহলে তাদের বর্তমান বয়স = x+৭ এবং = ৭x+৭ বছর। *(এই দু লাইন না লিখেও সরাসরি সমীকরণ সাজানো যায়)*
সুতরাং ৩ বছর পরে পুত্রের বয়স হবে = x+১০ এবং ৩ বছর পরে পিতার বয়স হবে = ৭x+১০
প্রশ্নমতে, ৩(x + ১০) = ৭x+১০ *(পুত্রের সাথে ৩ গুণ করা হয়েছে,যেন দুপাশে সমান হয়, পিতার সাথে গুণ করা যাবে না)*
⇒ ৩x + ৩০ = ৭x+১০ ⇒৪x = ২০ ∴x = ৫
সুতরাং পুত্রের বর্তমান বয়স ৫+৭ = ১২ এবং পিতার বর্তমান বয়স = ৭×৫ +৭ = ৪২বছর। **উত্তর: ১২ এবং ৪২ বছর।**

[শর্টকাটে নিজে প্রয়োগ করার চেষ্টা করে দেখুন ।]

নিজে করুন:

৬৬. বাবার বয়স কন্যার বয়সের চার গুণ । পাঁচ বছর পূর্বে বাবার বয়স কন্যার বয়সের সাতগুণ হলে, কন্যার বর্তমান বয়স কত? *[বাংলাদেশে প্রতিযোগিতা কমিশন (ব্যক্তিগত সহকারী)-২০১৯]*
ক. ১৮ খ. ১৪ গ. ১২ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ
[Hints: কন্যার বয়স x বছর হলে প্রশ্নমতে, ৭(x -৫) = ৪x-৫ ⇒৩x = ৩০ ∴x = ১০ বছর। **]**

৬৭. পিতার বর্তমান বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ । ৫ বছর আগে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৪ গুণ ছিল। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত? *(থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯)*
ক. ৪৫ এবং ১৫ খ. ৫৪ এবং ১৮ গ. ৫১ এবং ১৭ ঘ.৩৬ এবং ১২ উত্তর: ক
[Hints: ৪(x-৫) = ৩x-৫ ∴x = ১৫ এবং ৩x= ৪৫**]**

৬৮. পিতার বর্তমান বয়স পুত্রের বয়সের চার গুণ। ৬ বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দশগুণ ছিল। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত? *[২০তম বিসিএস]*
ক. ৪০ এবং ১০ খ. ৫৪ এবং ১৪ গ. ৪৪ এবং ১১ ঘ. ৩৬ এবং ৯ উত্তর: ঘ
[Hints: ১০(x-৬) = ৪x-৬ ∴ x = ৯ এবং ৪x =৩৬ **]**

৬৯. ৫ বছর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ হবে, এবং ৫ বছর আগে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৭ গুণ ছিল। বর্তমানে পিতার বয়স কত?
ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ৩২ ঘ. ৪০ উত্তর: ঘ
[Hints: ৭(x-১০) = ৩x -১০ (৫ বছর পরের বয়স থেকে ৫ বছর আগের বয়সে যেতে ১০ করে বিয়োগ) **]**

৭০. পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৪ গুণ। ৬ বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ১০ গুণ ছিল। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত কত? *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]*
ক. ২ : ৩ খ. ১ : ৪ গ. ৪ : ১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ
[Hints: প্রশ্নের প্রথম অংশেই উত্তর আছে বর্তমানে ৪ গুণ অর্থ পিতা : পুত্র = ৪ : ১**]**

৭১. বর্তমানে পুত্রের বয়স পিতার বয়সের এক তৃতীয়াংশ। ১২ বছর পর পুত্রের বয়স পিতার বয়সের অর্ধেক হবে। বর্তমানে পুত্রের বয়স কত? *R [Rupali Bank (RBL)- 2010]*
ক. ৮ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৪ উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, পুত্রের বয়স x, তাহলে পিতার বয়স ৩x বছর। *(এক তৃতীয়াংশের বিপরীতই হলো তিনগুণ)*
১২ বছর পর পুত্রের বয়স হবে = x + ১২ আবার ১২ বছর পর পিতার বয়স হবে = ৩x+১২
প্রশ্নমতে, ২(x + ১২) = ৩x+১২ *[পিতার অর্ধেক পুত্র অর্থাই পুত্রের দ্বিগুণ = পিতা। এজন্য পুত্রের সাথে ২ গুণ করে সমান]*
⇒ ২x + ২৪ = ৩x+১২ ∴x = ১২ সুতরাং পুত্রের বর্তমান বয়স = ১২ বছর।

পরামর্শ: অংকটি করার সময় অনেকেই প্রশ্নানুযায়ী পিতার বয়স x ধরে পুত্রের বয়স x এর $\frac{১}{৩}$ বা $\frac{x}{৩}$ ধরে করতে পারেন। কিন্তু ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ করতে গেলে সময় বেশি লাগবে। সাধারণ সংখ্যার যোগ বিয়োগ মুখে মুখে করা খুব সহজ।

নিজে করুন:

৭২. বাবার বয়স ছেলের বয়সের ৪ গুণ। ২০ বছর পরে ছেলের বয়স বাবার বয়সের অর্ধেক হবে। বাবার বর্তমান বয়স কত ? *(উপ-সহ:পরিচালক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১০)*
ক. ৪০ বছর খ. ৪২ বছর গ. ৪৫ বছর ঘ.৫০ বছর উত্তর: ক
[Hints: ২(x+২০) = ৪x+২০ ∴ x = ১০ এবং ৪x= ৪০**]**
[Note: পুত্র পিতার অর্ধেক অর্থ পিতা পুত্রের দ্বিগুণ। এভাবে বিপরীত পাশে চিন্তা করলে ভগ্নাংশ ছাড়াই করা যাবে **]**

পদ্ধতি-৬: বয়সের বিবিধ অংক

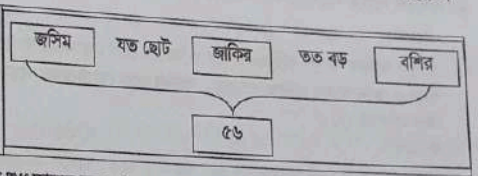
৭৩. কামাল বশিরের ৫ বছরের ছোট। বশির টুটুলের ৫ বছরের বড়। কামাল ও টুটুলের বয়সের পার্থক্য কত? *[এনএসআই(অফিস সহায়ক)-২০১৯]+ [এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*
ক. ১৫ খ. ১০ গ. ৫ ঘ. ০ উত্তর: ঘ

সমাধান: (এগুলো আইকিউ টাইপের প্রশ্ন। প্রশ্নের কথাগুলোকে সাজিয়ে লিখতে হবে)
এখানে, বশির - কামাল = ৫ বছর
আবার, বশির - টুটুল = ৫ বছর। অর্থাৎ উভয়ক্ষেত্রে বশিরের থেকে কামাল ও টুটুল ৫ বছর ছোট।
সুতরাং কামাল ও টুটুলের বয়স সমান হবে এবং পার্থক্য হবে = ০।

৭৪. জাকির, জসিমের চেয়ে যত বছরের ছোট, বশিরের থেকে ঠিক তত বছরের বড়। জসিম ও বশিরের বয়সের সমষ্টি ৫৬ বছর হলে, জাকিরের বয়স কত ? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড: (হিসাব কর্মকর্তা)-২০১৮]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]*
ক. ২৮ খ. ৩২ গ. ২০ ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান:

এই প্রশ্নটি মূলত মানসিক দক্ষতা অংশের। পাশের চিত্রটিতে জাকির হচ্ছে জসিম ও বশিরের ঠিক মাঝখানে। তাহলে জসিম ও বশিরের বয়সের গড় বের করলে মধ্যবিন্দু বের হবে যা জাকিরের বয়স। অর্থাৎ জাকিরের বয়স = ৫৬÷ ২ = ২৮ বছর।



লিখিত সমাধান: (যারা লিখিত সমাধান দেখতে চান শুধু তাদের জন্য।)
এখানে, জসিম-জাকির = জাকির-বশির (কারণ প্রথম দুজনের বয়সের ব্যবধান যত পরের দুজনের ব্যবধান ও তত)
বা, জসিম+বশির = জাকির + জাকির
বা, ৫৬ = ২ জাকির (যেহেতু জসিম ও বশিরের বয়সের সমষ্টি = ৫৬ বছর)
বা, ২ জাকির = ৫৬ সুতরাং জাকির = ৫৬ ÷ ২ = ২৮ বছর।

নিজে করুন:

৭৫. ক এর চেয়ে খ ততখানি ছোট যতখানি বড় গ এর চেয়ে। ক এবং গ এর বয়সের সমষ্টি ৪৮। খ এর বয়স কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*
ক. ১২ খ. ১৬ গ. ২০ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ
[Hints: এখানে ক > খ > গ অর্থাৎ ক ও গ এর ঠিক মাঝামাঝি বা গড় বের করলেই খ এর বয়স বের হবে।উত্তর = ৪৮÷২ = ২৪ **]**

৭৬. যদি ক, খ থেকে ৫ বছরের বড় এবং খ এর বয়স গ এর বয়সের দ্বিগুণ এবং তাদের মোট বয়স ৫০ বছর হলে ক এর বয়স কত? *[পোষ্ট মাষ্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল, চট্টগ্রাম)-এর কার্যালয়ের অধীন পোষ্টাল অপারেটর ২০১৬]*
ক. ৯ খ. ২৩ গ. ১৮ ঘ. ১৩ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, গ এর বয়স = x বছর। *(সব থেকে ছোট জনের বয়স ধরলে হিসেব করতে সহজ হবে।)*
তাহলে খ এর বয়স = ২x এবং ক এর বয়স = ২x+৫
প্রশ্নমতে, x+২x+২x+৫ = ৫০ ⇒ ৫x = ৪৫ ∴x = ৯ সুতরাং ক এর বয়স = (২×৯) + ৫ = ২৩ বছর।

৭৭. জেসমিন ও আবিদার বর্তমান বয়সের অনুপাত ৩:২ এবং আবিদা ও আনিকার বর্তমান বয়সের অনুপাত ৫:১। আনিকার বর্তমান বয়স ৩ বছর ৬ মাস। আনিকার বর্তমান বয়স জেসমিন এর বর্তমান বয়সের শতকরা কত ভাগ? *[সরকারি যানবহন অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ৯% খ. ১২% গ. $১২\frac{১}{২}\%$ ঘ. $১৩\frac{১}{৩}\%$ উত্তর: ঘ

সমাধান: জেসমিন : আবিদা = ৩ : ২ = (৩ : ২)×৫ = ১৫ : ১০ [উভয় অনুপাতে আবিদা কমন থাকায় আবিদার বয়স দ্বারা গুণ]
আবিদা : আনিকা = ৫ : ১ = (৫ : ১)×২ = ১০ : ২
∴ জেসামিন : আবিদা : আনিকা = ১৫ : ১০ : ২
ধরি, জেসমিন আবিদা এবং আনিকার বয়স যথাক্রমে = ১৫x, ১০x ও ২x

Note: আনিকার বর্তমান বয়স ২x = ৩,৫ এনে হিসেব করলেও একই উত্তর আসবে। কারণ অনুপাত থেকেই শতকরা বের করা যাবে।

আনিকার বর্তমান বয়স জেসমিনের বয়সের তুলনায় শতকরা = $\frac{২x\times১০০}{১৫x} = ১৩\frac{১}{৩}\%$ । উত্তর: $১৩\frac{১}{৩}\%$

৭৮. ৩ বছর পর পর জন্ম নেয়া পাঁচটি শিশুর মোট বয়স ৫০ বছর। সবথেকে ছোটজনের বয়স কত? *[BD House Building FC (OF)-2017]*

ক. ৪ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: x ধরে করতে গেলে x লিখতে লিখতেই অনেক সময় লাগবে.তাই ঐ নিয়মটা - ই অনুসরণ করুন :
প্রথম জনের বয়স যা ই হোক পরের প্রতিজনের বয়স ৩, ৬, ৯, ১২ বছর বেশি (মোট ৫ জন তাই ছোট জনের থেকে ৪ জন বড়)
এখন ৩+৬+৯+১২ = ৩০ হল ঐ ৫০ এর মধ্যে অতিরিক্ত বয়স তাহলে সবার সমান বয়স হবে = ৫০-৩০ = ২০
সুতরাং সবথেকে ছোট জনের বয়স = ২০÷৫ = ৪ বছর।

সাধারণ নিয়মে সমাধান: ধরি সবথেকে ছোট জনের বয়স x
প্রশ্নমতে, x+ (x+৩) + (x+৬) + (x+৯) + (x+১২) = ৫০ ⇒ ৫x+৩০ = ৫০ ⇒ ৫x = ২০ ∴x = ৪

৭৯. আব্দুল আজিজ আব্দুল করিমের চাইতে ৩ বছরের ছোট। আফজালের বয়স আব্দুল আজিজের থেকে ২ বছর কম। মুমিনের বয়স যখন ৫ তখন আব্দুল আজিজ জন্মেছে। তাদের মধ্যে জ্যেষ্ঠতমের বয়স ৫২ বছর হলে আফজালের বয়স কত? *[বিএসটিআই-এর ফিল্ড অফিসার-২০১০]*

ক. ৩৬ খ. ৪৫ গ. ৩৫ ঘ. ৫৫ উত্তর: খ

সমাধান: সবথেকে ছোট আফজালের বয়স ধরি = x বছর , তাহলে আজিজের বয়স = x+২, করিমের বয়স = x+২+৩ = x +৫
এবং মুমিনের বয়স = x+২+৫ *(কারণ মুমিন আজিজের থেকে ৫ বছরের বড়)*
প্রশ্নমতে, x+২+৫ = ৫২ *(কারণ সবথেকে বড় মুমিন এবং তার বয়সই ৫২ বছর।)*
সুতরাং **x = ৪৫ বছর** *(এটা সবথেকে ছোট আফজালের বয়স)* **উত্তর: ৪৫ বছর।**

নিজে করুন: (প্রশ্নে ভাষা বোঝা খুবই জরুরী। এই প্রশ্নটিতে নাবিল এর সাথে দু'জনের সম্পর্কের কথা বলা হয়েছে)

৮০. নাবিল থেকে আরজু ৯ বছরের বড় এবং আলী ৫ বছরের ছোট। তাদের বয়সের সমষ্টি ৫২ বছর হলে আলীর বয়স কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. ৯ বছর খ. ১১ বছর গ. ১২ বছর ঘ. ১৩ বছর উত্তর: খ

Hints: আলী = x হলে, নাবিল = x+৫ এবং আরজু = x+৫+৯ = x+১৪। প্রশ্নমতে, x+ x+৫+ x+১৪= ৫২ ∴x =১১

৮১. আজিজের বয়স আলমের বয়সের ৮০% হলে আলমের বয়স আজিজের বয়সের- *(প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক নিয়োগ-২০১০)*

ক. ১২৫% খ. ১৫০% গ. ২০০% ঘ. ২৫০% উত্তর: ক

সমাধান:
আজিজের বয়স ৮০ বছর হলে আলমের বয়স = ১০০ বছর।
∴ " " ১ " " " " = $\frac{১০০}{৮০}$
∴ " " ১০০ " " " " = $\frac{১০০\times১০০}{৮০} = ১২৫$ বছর বা, **১২৫ %**

Note: সাধারণত বয়স সমান পরিমাণে বাড়ে বা কমে কিন্তু শতকরার হিসেব চাওয়ায় দুজনের বয়স সমান হারে বাড়বে না, বরং শতকরা হারে বাড়বে।

Practice Part

১. লতা ও তার মায়ের বয়সের অনুপাত ৩ : ১১। তাদের বয়সের পার্থক্য ২৪ বছর হলে ৩ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?
ক. ১ : ২ খ. ১ : ৩ গ. ১ : ৬ ঘ. ১ : ৪

২. পিতা ও দুই সন্তানের বয়সের গড় ৩০ বছর। দুই সন্তানের বয়সের গড় ২০ বছর হলে, পিতার বয়স কত? *(প্রা:বি:সহ:শি:-১০)*
ক. ৪০ খ. ৫০ গ. ৬০ ঘ. ৭০

৩. A এর বয়স B এর বয়সের থেকে ২ বছর বেশি। আবার B এর বয়স C এর বয়সের ২ গুণ। তাদের তিনজনের মোট বয়স ২৭ বছর হলে B এর বয়স কত?
ক. ৭ খ. ৮ গ. ৯ ঘ. ১০

৪. এক ব্যক্তি তার স্ত্রীর চেয়ে তিন বছরের বড় এবং স্ত্রীর বয়স তার ছেলের বয়সের চারগুণ। চার বছর পর ছেলের বয়স হবে ১২ বছর । ঐ ব্যক্তির বর্তমান বয়স কত বছর? *(সহকারী পরিবার পরি:অফিসার-৯৮)*
ক. ৩৬ খ. ৪৫ গ. ৩৫ ঘ. ৫৫

৫. ফারজানার বর্তমান বয়স সামিরার বয়সের তিনগুণ, যার বয়স আবার ২০ বছর। কত বছর আগে ফারজানার বয়স সামিরার বয়সের ৫গুণ ছিল।
ক. ৩ খ. ১০ গ. ৭.৫ ঘ. ৬

৬. দুজন ব্যক্তির বর্তমান বয়সের পার্থক্য ১০ বছর। ১৫ বছর আগে বড় জনের বয়স ছোটজনের বয়সের দ্বিগুণ ছিল। বর্তমানে বড় জনের বয়স কত?
ক. ৩৫ খ. ১০ গ. ৪৫ ঘ. ৬০

৭. ৬ বছর আগে পিতার বয়স ছিল পুত্রের বয়সের ৫গুণ, বর্তমানে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৩ গুণ। তাহলে পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত? *[রেজিস্টার্ড প্রাথমিক সহ:শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১১]*
ক. ৩৬ বছর ও ১২ বছর খ. ১২ বছর ও ৩৬ বছর গ.৩০ বছর ও ৪০ বছর ঘ. ২০ বছর ও ৩০ বছর

৮. বাবার বয়স ছেলের বয়সের ৪ গুণ। ২০ বছর পরে ছেলের বয়স বাবার বয়সের অর্ধেক হবে। বাবার বর্তমান বয়স কত? *[উপ-সহকারী পরিচালক(দুদক) নিয়োগ পরীক্ষা -২০১০]*
ক. ৩৫ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৬০

৯. পিতার বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ। ১২ বছর পর পিতার বয়স হবে পুত্রের বয়সের ২ গুণ। পিতার বর্তমান বয়স কত? *(খাদ্য পরিদর্শক পরীক্ষা-০৯)*
ক. ৩৬ খ. ৪৫ গ. ৩৫ ঘ. ৫৫

১০. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৭০ বছর । তাদের বয়সের অনুপাত ৭ বছর পূর্বে ছিল ৫ : ২ । ৫ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১)]*
ক. ১৩ : ৭ খ. ৭ : ৫ গ. ১৩ : ৫ ঘ. ৫ : ১৩

১১. বর্তমানে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭:৩। চার বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ১৩:৫। বর্তমানে পুত্রের বয়স কত ?
(উপজেলা পোস্ট মাস্টার নিয়োগ-২০১০)
ক. ২৬ খ. ২৪ গ. ৩৫ ঘ. ২৫

১২.৬ বছর আগে রহিমের বয়স করিমের বয়সের P গুণ ছিল। যদি রহিমের বর্তমান বয়স ১৭ বছর হয় তাহলে P এর সাপেক্ষে করিমের বর্তমান বয়স কত? *[Union Bank Ltd- 2014]+ [Combined 8 banks (Cash-2019)-25-3-2022]*

ক. $\frac{১১}{P}+৬$ খ. $\frac{P}{১১}+৬$ গ. $\frac{১৭}{P}-৬$ ঘ. $\frac{১৭}{P}$

উত্তরমালা

১.	খ	২.	খ	৩.	ঘ	৪.	গ	৫.	খ	৬.	ক
৭.	ক	৮.	খ	৯.	ক	১০.	ক	১১.	খ	১২.	ক

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. **সমাধান:** এখানে ১১-৩ = ৮ অংশের মান ২৪ সুতরাং ১ অংশের মান = ৩ এবং লতার বয়স ৯ ও তার মায়ের বয়স ৩৩
এখন ৩ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত হবে = (৯+৩) : (৩৩+৩) = ১২ : ৩৬ = ১ : ৩ **উত্তর: ১ : ৩**

২. **সমাধান:** (৩০×৩) - (২০×২) = ৫০

৩. **সমাধান:** C = x, B = 2x ও A = (2x + ২) হলে (2x + ২) + 2x + x = ২৭ ∴ x = ৫ এবং B = 2x= ১০]

৪. **সমাধান:** ছেলে = ১২-৪ = ৮, স্ত্রী = ৮×৪ = ৩২ এবং ব্যক্তির বয়স = ৩২+৩ = **৩৫**

৫. **সমাধান:** সামিরা ও ফারজানা = ২০ ও ৬০ হলে ধরি, x বছর আগে ৫ গুণ থাকলে, **প্রশ্নমতে** ৬০-x = ৫(২০ -x) ∴x = ১০

৬. **সমাধান:** ধরি, বড় জনের বয়স = x, ছোটজনের বয়স = x-১০ **প্রশ্নমতে,** x-১৫ = ২(x-১০-১৫) ∴x = ৩৫

৭. **সমাধান:** বর্তমানে পুত্র = x হলে পিতা = ৩x প্রশ্নমতে, ৫(x-৬) = ৩x-৬ ∴ x = ১২ এবং ৩x = ৩৬

৮. **সমাধান::** পুত্রের বর্তমান বয়স x হলে, ২(x+২০) = 8x+২০ ∴x = ১০ ∴বাবার বর্তমান বয়স = ৪×১০ = ৪০ বছর

৯. **সমাধান :** পুত্র = x ধরে ২(x+১২) = ৩x+১২ থেকে x = ১২ সুতরাং পিতার বয়স = ৩ ×১২ = ৩৬ বছর।

১০. **সমাধান:**

৭ বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়স ছিল = ৭০-(৭+৭) = (৭০-১৪) = ৫৬ বছর যা (৫+২) = ৭ অংশের মান ।

১ অংশ = ৮, তাহলে তখন পিতার বয়স ছিল = ৫ অংশ × ৮ = ৪০ বছর এবং পুত্রের বয়স ছিল = ২ অংশ ×৮ = ১৬ বছর।

∴ বর্তমানে পিতার বয়স = (৪০+৭) = ৪৭ বছর এবং বর্তমানে পুত্রের বয়স =(১৬+৭) = ২৩ বছর

৫ বছর পর পিতা : পুত্র = (৪৭+৫) : (২৩+৫) = ৫২ : ২৮ = ১৩ : ৭ **উত্তর: ১৩ : ৭**

১১. **সমাধান:** ৭x-৪ : ৩x-৪ = ১৩ : ৫ **বাকীটা নিজে করুন।**

১২. **সমাধান:** ৬ বছর আগে রহিমের বয়স ছিল = ১৭-৬ =১১ বছর। রহিমের বয়স ১১ বছর ছিল তখন করিমের থেকে

রহিম P গুণ বড় থাকায় ঐ সময়ে করিমের বয়স ছিল = $\frac{১১}{P}$ তাহলে করমের বর্তমান বয়স = $\frac{১১}{P}$ +৬ বছর।

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৮০ বছর। পিতার বয়স পুত্রের ৩ গুণ হলে পুত্রের বয়স কত? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*
ক. ১৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ৩০

২. বর্তমানে রবি ও বিনয়ের বয়সের অনুপাত ৭ : ১৫। এখন থেকে ২ বছর পরে বিনয়ের বয়স রবির বয়সের ২ গুণ হবে। ৫ বছর আগে এদের বয়সের পার্থক্য কত ছিল?
ক. ১৩ বছর খ. ১৬ বছর গ. ১১ বছর ঘ. ১৮ বছর

৩. এক ব্যক্তি ও তার পুত্রের গড় বয়স ৩০ বৎসর। তাদের বয়সের অনুপাত ৪ : ১। পুত্রের বয়স কত?
ক. ১২ বছর খ. ১৪ বছর গ. ১৬ বছর ঘ. ২৪ বছর

৪. মীনার বয়স তাঁর মেয়ের বয়সের ৮ গুণ। এখন থেকে ৮ বছর পর মীনা ও তার মেয়ের বয়সের অনুপাত ১০ : ৩ হবে। মীনার বর্তমান বয়স কত?
ক. ৩২ বছর খ. ৪০ বছর গ. ৩৬ বছর ঘ. অনির্ণেয়

৫. A এবং B-এর বর্তমান বয়সের অনুপাত ৪ : ৫। ১৮ বৎসর আগে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ১১ : ১৬। বর্তমানে A ও B-এর মোট বয়স কত?
ক. ৯০ বছর খ. ১০৫ বছর গ. ১১০ বছর ঘ. ৮০ বছর

৬. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৫ : ২। যদি তাদের বয়সের গুণফল ১০০০ হয় তাহলে ১০ বছর পর পিতার বয়স কত হবে?
ক. ৫০ বছর খ. ৬০ বছর গ. ৮০ বছর ঘ. ১০০ বছর

৭. বর্তমানে পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ১০০ বছর। ৫ বছর আগে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ২ : ১। ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?
ক. ৪ : ৩ খ. ৫ : ৩ গ. ৩ : ৫ ঘ. ১০ : ৩

৮. সবুজ ও সাকাওয়াতের বয়সের অনুপাত ১২ : ৭। ৬ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত হবে ৩ : ২। তাদের বয়সের পার্থক্য কত?
ক. ৮ বছর খ. ১২ বছর গ. ৯ বছর ঘ. ১০ বছর

৯. একটি লোক ও তার দুই যমজ সন্তানের গড় বয়স ৩০ বৎসর। পিতা ও তার একটি পুত্রের বয়সের অনুপাত ৫ : ২ হলে পিতার বয়স কত?
ক. ৫০ বছর খ. ৩০ বছর গ. ৪৫ বছর ঘ. ২০ বছর

১০. পুনিত ও সুরেশের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৪ : ৫। ৭ বছর পর পুনিতের বয়স হবে ৩১ বছর তাহলে ৪ বছর আগে সুরেশের বয়স কত ছিল?
ক. ২৪ বছর খ. ২৮ বছর গ. ১৪ বছর ঘ. ২৬ বছর

উত্তরমালা

১.	খ	২.	খ	৩.	ক	৪.	ক	৫.	ক
৬.	খ	৭.	খ	৮.	ঘ	৯.	ক	১০.	ঘ

লিখিত অংশ

১. নানার বয়স নাতির বয়স এর ১০ গুণ। ৫ বছর আগে তাদের বয়সের পার্থক্য ছিল ৫৪ বছর। বর্তমানে তাদের বয়স কত? *[কৃষি মন্ত্রণালয় (উপসহকারী কৃষি কর্মকর্তা)-২০১৯]*

সমাধান:

ধরি, নাতির বর্তমান বয়স = x বছর সুতরাং নানার বর্তমান বয়স = ১০x বছর

৫ বছর আগে নাতির বয়স ছিল = (x − ৫) এবং নানার বয়স ছিল = (১০x − ৫) বছর

প্রশ্নমতে, (১০x − ৫) − (x − ৫) = ৫৪ ⇒ ৯x = ৫৪ ∴ x = ৬ ∴ নানার বয়স = (১০×৬) = ৬০ বছর

২. ৮ বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৮ গুণ ছিল। ১০ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে। বর্তমান কার বয়স কত? *[বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০১৯ (লিখিত)]*

সমাধান:

ধরি, ৮ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = x বছর সুতরাং ৮ বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = ৮x বছর

∴ বর্তমানে পুত্রের বয়স = (x +৮) বছর, বর্তমানে পিতার বয়স = (৮x + ৮) বছর,

শর্তমতে, ২×(x + ৮ + ১০) = ৮x + ৮ + ১০

⇒ ২(x +১৮) = ৮x + ১৮ ⇒২x + ৩৬ = ৮x + ১৮ ⇒ ৮x − ২x = ৩৬ − ১৮ ⇒ ৬x = ১৮ ∴ x = ৩

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = ৩+৮ = ১১ বছর এবং পিতার বর্তমান বয়স = (৮×৩+৮) = ৩২ বছর **উত্তর: ৩২ ও ১১ বছর।**

নিজে করুন:

৩. ১০ বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৪ গুণ ছিল। ৪ বছর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ২ গুণ হবে। বর্তমানে কার বয়স কত? *[পানি সম্পদ মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর) – ২০১৮]* **উত্তর: ৩৮ বছর এবং ১৭ বছর।**

[**Hints:** ১০ বছর পূর্বে পুত্র x হলে পিতা = ৪x প্রশ্নমতে, ২(x+১৪) = ৪x+১৪ থেকে x = ৭ বাকীটা নিজে করুন]

৪. ১০ বৎসর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল ৪ : ১। ১০ বৎসর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে ২ : ১। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় করুন? *[কাস্টমস,এক্সাইজ ও ভ্যাট কমিশনারেট ,ঢাকা-পশ্চিম (সিপাই)-২০২২ (লিখিত)]*

সমাধান:

ধরি, ১০ পূর্বে পিতার বয়স ছিল = ৪x বছর, এবং ১০ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = x বছর

∴ বর্তমানে পিতার বয়স = (৪x + ১০) বছর এবং বর্তমানে পুত্রের বয়স = (x + ১০) বছর।

শর্তমতে, $\frac{৪x + ২০}{x + ২০} = \frac{২}{১}$ ⇒ ৪x + ২০ = ২x + ৪০ ⇒ ২x = ২০ ∴ x = ১০

∴ পিতার বর্তমান বয়স = (৪ × ১০ + ১০) = ৪০ + ১০ = ৫০ বছর ।

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স = (১০ + ১০ = ২০ বছর **উত্তর: ৫০ বছর এবং ২০ বছর।**

৫. ৪ বছর আগে মোস্তাকের বয়স হানিফের বয়সের $\frac{৬}{৭}$ অংশ ছিল। বর্তমানে তাঁদের দুইজনের বয়সের সমষ্টি ৬০ বছর। হানিফ ও মোস্তাকের বয়স কত? *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০১০ (লিখিত)]*

সমাধান:

ধরি, ৪ বছর পূর্বে হানিফের বয়স ছিল = ৭x বছর এবং ৪ বছর পূর্বে মোস্তাকের বয়স ছিল = ৬x বছর

হানিফের বর্তমান বয়স = (৭x + ৪) বছর এবং মোস্তাকের বয়স (৬x + ৪) বছর

শর্তমতে, ৭x + ৪ + ৬x + ৪ = ৬০ ⇒ ১৩x + ৮ = ৬০ ⇒ ১৩x = ৬০ − ৮ ⇒ ১৩x = ৫২ ∴ x = ৪

হানিফের বর্তমান বয়স = (৭ × ৪ + ৪) বছর = ৩২ বছর,

এবং মোস্তাকের বর্তমান বয়স = (৬×৪+৪) = ২৮ বছর। **উত্তর: বর্তমানে হানিফের বয়স ৩২ এবং মোস্তাকের বয়স ২৮ বছর।**

৬. একজন ভদ্রমহিলার বয়সের সংখ্যার অঙ্কগুলির স্থান পরিবর্তন করলে তা তার স্বামীর বয়সের সমান হবে। তার স্বামী তার চেয়ে বড় এবং তাদের বয়সের পার্থক্য হলো তাদের বয়সের যোগফলের $\frac{১}{১১}$ ভাগ। স্বামীর বয়স কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি:(সিপাই)-২০২১]*

ক. ৩৬ খ. ৪৫ গ. ৫৪ ঘ. ৬৩ **উত্তর: গ**

সমাধান:

ধরি, ভদ্র মহিলার বয়সের সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক = y এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক = x

∴ সংখ্যাটি = ১০x + y = মহিলার বয়স

এখন, সংখ্যাটি স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যাটি বা ভদ্রমহিলার স্বামীর বয়স = ১০y + x

প্রশ্নমতে, $(১০x + y + ১০y + x) \times \frac{১}{১১} = (১০y + x) - (১০x + y)$ [যোগফলের ১১ ভাগের ১ ভাগ = বিয়োগফল]

⇒ $(১১x + ১১y) \times \frac{১}{১১} = ১০y + x - ১০x - y$

⇒ $১১(x + y) \times \frac{১}{১১} = ৯y - ৯x$

Note: একটা মাত্র সমীকরণের কষ দেয়া থাকায় অনুপাত হিসেবেই উত্তর বের করতে হবে। কারণ দুটা সমীকরণ সাজানো না যাওয়ায় আলাদা দুটি মান বের করা যাবে না।

⇒ $x + y = ৯y - ৯x$ ⇒ ৮y = ১০x ⇒ $\frac{x}{y} = \frac{৮}{১০} = \frac{৪}{৫}$ ∴ x : y = ৪ : ৫

সুতরাং মহিলার স্বামীর বয়স = (১০ × ৫ + ৪) = ৫৪ বছর। **উত্তর: ৫৪ বছর।**

৭. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৫০ বছর। যখন পুত্রের বয়স পিতার বর্তমান বয়সের সমান হবে তখন তাদের বয়সের সমষ্টি ১০২ বছর হবে। পিতা ও পুত্রের বয়স বের করুন। *[৩১ তম বিসিএস-(লিখিত)] + [কর্মসংস্থান ব্যাংক-(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০১৮-(লিখিত)] + [কর অঞ্চল ঢাকা (অফিস সহ:)-মার্চ-২০২২ (লিখিত)]*

সমাধান:

ধরি, পুত্রের বর্তমান বয়স = x সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স = ৫০ - x

তাদের বয়সের ব্যবধান = (৫০ − x) - x = ৫০ - ২x (ব্যবধান বা পিতা পুত্রের থেকে কত বড় জানাই এই অংকে আসল)

পুত্র যখন পিতার সমান হবে তখন পুত্রের বয়স = x + ৫০ - ২x বছর পর *(পুত্রের বর্তমান বয়সের সাথে ব্যবধান যোগ)*

অর্থাৎ পুত্রের ভবিষ্যৎ বয়স = ৫০ - x

আবার, তখন পিতার বয়স হবে = (৫০ - x) + (৫০ - ২x) *(পুত্রের বয়স যতটুকু বাড়বে পিতার ও ততটুকু বাড়বে)*

অর্থাৎ পিতার ভবিষ্যৎ বয়স = ১০০ - ৩x

প্রশ্নমতে,

৫০ - x + ১০০ - ৩x = ১০২ *[দু'জনের ভবিষ্যৎ বয়সের সমষ্টি = ১০২]*

বা, -৪x = ১০২ - ১৫০ বা, - ৪x = - ৪৮ ∴ x = ১২

সুতরাং পুত্রের বর্তমান বয়স = ১২ এবং পিতার বর্তমান বয়স = ৫০ - ১২ = ৩৮ **উত্তর: ৩৮ ও ১২ বছর।**

ক্ষেত্রফল ও পরিমাপ

ক্ষেত্রফল ও পরিমাপ অংশের অনেকগুলো প্রশ্ন বিভিন্ন পরীক্ষায় এসে থাকে। এখানে গুরুত্বপূর্ণ এবং পরীক্ষায় আসার উপযোগী তথ্যগুলো দেয়া হলো।

পদ্ধতি-০১: দৈর্ঘ্যের পরিমাপ

(১.ক) দৈর্ঘ্য পরিমাপের এককাবলি :

কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ একক	ব্রিটিশ পদ্ধতি	মেট্রিক ও ব্রিটিশ পরিমাপের সম্পর্ক
) C.G.S = Centimeter Gram Second	১ ফুট = ১২ ইঞ্চি	১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সে.মি. (প্রায়)
) M.K.S = Meter Kilogram Second	১ গজ = ৩ ফুট	১ গজ = ০.৯১৪৪ মি. (প্রায়)
) F.P.S. = Foot Pound Second	১ মাইল = ১৭৬০ গজ	১ মাইল = ১.৬১ কি.মি. (প্রায়)
মেট্রিক পদ্ধতি	১ মাইল = ৫২৮০ ফুট	১ মিটার = ৩৯.৩৭ ইঞ্চি (প্রায়)
মিলিমিটার (মি.মি.) = ১ সেন্টিমিটার (সে.মি.)	১ ফার্লং = ২২০ গজ	১ কি.মি. = ০.৬২ মাইল (প্রায়)
সেন্টিমিটার = ১ ডেসিমিটার (ডেসি.মি)	১ মাইল = ৮ ফার্লং	১ হেক্টর = ২.৪৭ একর
ডেসিমিটার = ১ মিটার (মি.)	১ মিটার = ১০০ সে.মি.	**নটিক্যাল মাইলের হিসাব পদ্ধতি**
মিটার = ১ ডেকামিটার (ডেকা.মি)	১ গজ = ০.৯১৪৪ মিটার।	১ নটিক্যাল মাইল = ১.৮৫২ কি.মি.
ডেকামিটার = ১ হেক্টোমিটার (হে.মি)	**দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক : মিটার**	১ নটিক্যাল মাইল = ২০২৫ গজ
হেক্টোমিটার = ১ কিলোমিটার (কি.মি.)		

সংশ্লিষ্ট প্রশ্নসমূহ:

বাংলাদেশে কত সালে মেট্রিক পদ্ধতি (S.I) চালু হয়? *[সহকারী পরিচালক (পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর): ২০০১]* উত্তর: ক

ক. ১ জুলাই ১৯৮২ খ. ১ জুলাই ১৯৮১ গ. ১ জুন ১৯৮৩ ঘ. ১ সেপ্টেম্বর ১৯৮২

C.G.S পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের একক হলো- *[CGA (Auditor)-2021]* উত্তর: ক

ক. সেন্টিমিটার খ. মিটার গ. কিলোমিটার ঘ. কোনটিই নয়

C.G.S পদ্ধতিতে ভরের একক কী? *[প্রশাসনিক কর্মকর্তা (নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়): ২০১৩]* উত্তর: খ

ক. পাউন্ড খ. গ্রাম গ. কিলোগ্রাম ঘ. আউন্স

M.K.S পদ্ধতিতে ভরের একক কী? *[প্রশাসনিক কর্মকর্তা (নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়): ২০১৩]* উত্তর: খ

ক. গ্রাম খ. কিলোগ্রাম গ. পাউন্ড ঘ. ফুট

F.P.S পদ্ধতিতে ভরের একক কী ? *[সহকারী পরিচালক (পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর): ২০০১]* উত্তর: খ

ক. ফুট খ. পাউন্ড গ. কিলোগ্রাম ঘ. মিটার

(১.খ) মিটার সংক্রান্ত প্রশ্ন:

এক মিটার সমান কত সেন্টিমিটার? *[সহকারী পরিচালক (সঞ্চয় অধিদপ্তর): ২০০৯]* উত্তর:খ

ক. ১০০০ সি.মি. খ. ১০০ সে.মি. গ. ১০ সে .মি. ঘ. ১০,০০০ সে.মি.

৮. **রতন/শিহাব ১৬০০০ মিটার দৌড়ালে সে কত কি.মি. পথ পাড়ি দিয়েছে?** *[সপ্তম বিজেএস সহকারী জজ:২০১২], [অষ্টম বিজেএস সহকারী জজ:২০১২]*

ক. ১২কি.মি খ. ১৪ কি.মি গ. ১৬কি.মি ঘ. ১৩কি.মি উত্তর: গ

৯. **১০ মিলিমিটার = ?** *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮], [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহকারী): ২০২১]*

ক. ১ ডেসিমিটার খ. ১ সেন্টিমিটার গ. ১ মিটার ঘ. ১ কিলোমিটার উত্তর : খ

১০. **১ হেক্টোমিটারে কত মিটার?** *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের মিলিটারি ইঞ্জিনিয়ার সার্ভিসেসের স্টোরম্যান-২০১৮]*

ক. ৫ মিটার খ. ১০ মিটার গ. ১৫০ মিটার ঘ. ১০০ মিটার উত্তর : ঘ

১১. **একজন দৌড়বিদ ১০০ মিটার ট্রাকে ২৪ বার দৌড়ালে তার অতিক্রম দূরত্ব কত?** *[থানা সহ.শিক্ষা অফিসার:২০০৫]*

ক. ২কি.মি. ৪ হেক্টো মি. খ. ২কি.মি. ৫ হেক্টো মি.

গ. ২কি.মি. ৬ হেক্টো মি. ঘ. ২কি.মি. ৮হেক্টো মি. উত্তর: ক

ব্যাখ্যা : মোট দূরত্ব (২৪ × ১০০) = ২৪০০ মি. = ২.৪ কি.মি. = ২ কি.মি. ৪ হেক্টো. মিটার।

(১. গ) ইঞ্চি-ফুট-গজ :

১২. **এক মিটার সমান কত ইঞ্চি?** *[ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার:২০১৩], [২৫ তম বিসিএস], [সড়ক পরিবহন ও সেতু মন্ত্রণালয়(BRTA)-(মটরযান পরিদর্শক)-২০১৭], [শ্রম ও পরিদপ্তর (জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যান কর্মকর্তা)-২০১৪], [শেখ ফজিলাতুন্নেছা মুজিব চক্ষু হাসপাতাল ও ট্রেনিং ইনস্টিটিউটের (তৃতীয় শ্রেণী কর্মচারী)-২০১৪]*

ক. ৩৭.৩৯ ইঞ্চি খ. ৩৯.৩৭ ইঞ্চি গ. ৩৯.৪৭ ইঞ্চি ঘ. ৩৮.৫৫ ইঞ্চি উত্তর: খ

১৩. **১ ইঞ্চি = কত সেন্টিমিটার?** *[বিবিএস ,(জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]+ [হিসাব মহানিয়ন্ত্রকের কার্যালয় নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০]+ [উপসহকারী প্রকৌশলী (গণপূর্ত অধিদপ্তর): ২০১১]*

ক. ২.৫৪ খ. ২.৪৫ গ. ২.৫০ ঘ. ২.৪০ উত্তর:

১৪. **১ সেন্টিমিটার সমান ০.৩৯৩৭ ইঞ্চি হলে ১ কিলোমিটার সমান কত ইঞ্চি?** *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]*

ক. ৩৯৩৭০ ইঞ্চি খ. ৩৯৩৭ গ.৩৯৩৭০০ ঘ.৩৯৩.৭ উত্তর:

১৫. **১ ফুট = কত সেন্টিমিটার ?** *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]*

ক. ২.৫৪ সে.মি. খ. ১২ সে.মি. গ. ৩০.৪৮ সে.মি. ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর

১৬. **১০০ লিংক বিশিষ্ট একটি চেইনের দৈর্ঘ্য কত?** *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]*

ক. ৬৬ ফুট খ. ৬৬ গজ গ. ৩৩ ফুট ঘ. ৩৩ গজ উত্তর

সমাধান: ১২ ইঞ্চি = ১ ফুট [১০০ লিংক = ৭৯২ ইঞ্চি]

আবার ৭৯২ ইঞ্চি $= \frac{১ \times ৭৯২}{১২} = ৬৬$ ফুট । সুতরাং ১০০ লিংক = ৬৬ ফুট

১৭. **৩৫২ গজ, ১ মাইলের কত অংশ?** *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক) (বরিশাল বিভাগ)-২০০৩]*

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{১}{৪}$ গ. $\frac{১}{৫}$ ঘ. $\frac{১}{৮}$

সমাধান: ১ মাইল = ১৭৬০ গজ $\therefore \frac{৩৫২}{১৭৬০} = \frac{১}{৫}$ অংশ

১৮. **তিন গজ কাপড় থেকে ১.৫ ফুট করে তিনটি টুকরা কাঁটা হলে, কতটুকু কাপড় অবশিষ্ট রইল?** *[বাংলাদেশ প্রতি কমিশন (ব্যক্তিগত সহকারী)-২০১৯]*

ক. ৪.৫ ফুট খ. ৬ ফুট গ. ৫ ফুট ঘ. ৬.৫ ফুট

সমাধান: ১ গজ = ৩ ফুট $\therefore$ ৩ গজ = (৩× ৩) = ৯ ফুট

তিন টুকরায় কাপড় ধরে (১.৫ × ৩) বা ৪.৫ ফুট

কাপড় অবশিষ্ট থাকে = (৯ - ৪.৫) ফুট বা ৪.৫ ফুট ।

January-2023

স্বল্প সময়ে যারা বই পড়ে গণিত শিখতে চান, এই বইটি তাদের জন্য

Khairul's BASIC MATH

যে কারণে বইটি সবার শীর্ষে

- শূন্য থেকে গণিতের ভিত্তি মজবুত করার সবথেকে কার্যকর বই
- ষষ্ঠ থেকে দ্বাদশ শ্রেণির প্রয়োজনীয় অংকসহ সমাধান সংযোজন
- সমজাতীয় অংকগুলোকে একসাথে রেখে সুবিন্যস্ত করা হয়েছে
- Written & Shortcut উভয় নিয়মে সমাধান প্রদান
- পরীক্ষার হলে সবচেয়ে কম সময়ে অংক সমাধানের টেকনিক সংযোজন
- সম্প্রতি অনুষ্ঠিত বিভিন্ন পরীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ সকল অংকের সহজ সমাধান

BCS
Primary
NTRCA
Varsity Admission
Board Book

6th ROYAL EDITION

সতর্কীকরণ

নকল, পাইরেসি ও ভেজালমুক্ত বই নিশ্চিত হতে ক্রেতা বিক্রেতা অবশ্যই নিজ দায়িত্বে সীল ও ক্রয় রশিদসহ সংগ্রহ করুন।

Md. Khairul Alam

KHAIRUL'S PUBLICATION

	❖ ওজনের পরিমাপ	৫৮২
	❖ তরল পাদার্থের আয়তন পরিমাপ	৫৮৩
অধ্যায়-২২	Special part	৫৮৬-৫৯১
	❖ দ্রুত ও সহজে অংক করার জন্য গুরুত্বপূর্ণ পরামর্শ	৫৮৬
	❖ গণিতের কাটাকাটি (দ্রুত অংক করার বিভিন্ন কৌশল)	৫৮৭
	বীজগণিত	
অধ্যায়-২৩	মান নির্ণয় ও সূত্র প্রয়োগ (Algebraic Operations)	৫৯২-৬২৬
	❖ সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন	৫৯২
	❖ মুখে মুখে মান নির্ণয়	৫৯৩
	❖ বর্গের সূত্রের প্রয়োগ	৬০০
	❖ পূর্ণবর্গ রাশি তৈরী	৬০৭
	❖ ঘন এর সূত্রের প্রয়োগ	৬০৯
	❖ তিনটি রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন	৬১৪
	❖ এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন	৬১৬
	❖ Practice part	৬২২
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৬২৪
অধ্যায়-২৪	উৎপাদকে বিশ্লেষণ (Factorization)	৬২৭-৬৪১
	❖ সাধারণ উৎপাদকের প্রশ্ন	৬২৮
	❖ Middle term এর মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়	৬৩০
	❖ ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়	৬৩৩
	❖ বহুপদী রাশির উৎপাদক নির্ণয়	৬৩৫
	❖ উৎপাদকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন	৬৩৬
	❖ Practice Part	৬৩৮
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৬৪০
অধ্যায়-২৫	ফাংশন (Function)	৬৪২-৬৪৫
অধ্যায়-২৬	বীজগণিতের রাশির ল.সা.গু - গ.সা.গু ও ভগ্নাংশ	৬৪৬-৬৫২
	❖ ল.সা.গু নির্ণয়	৬৪৬
	❖ গ.সা.গু নির্ণয়	৬৪৮
	❖ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ	৬৫১
অধ্যায়-২৭	সূচক (Exponent)	৬৫৩-৬৭৩
	❖ সাধারণ সূচকের প্রশ্ন	৬৫৪
	❖ সূচকের মান নির্ণয়	৬৫৭
	❖ সূচকের সমাধান	৬৫৯
	❖ Practice Part	৬৬৬
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৬৭২

অধ্যায়-২৮	লগারিদম (Logarithm)	৬৭৪-৬৮৯
	❖ Log- এর সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা	৬৭৫
	❖ Log- এর যোগ- বিয়োগ-গুণ-ভাগ	৬৭৬
	❖ Log- এর মান নির্ণয়	৬৭৭
	❖ Log- এর সমাধান	৬৮০
	❖ Log- এর বেস পরিবর্তন	৬৮৩
	❖ Practice Part	৬৮৫
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৬৮৮
অধ্যায়-২৯	সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা (Series)	৬৯০-৭১৭
	❖ সমান্তর ধারার পদের মান বের করা	৬৯১
	❖ সমান্তর ধারার পদের ক্রম বের করা	৬৯২
	❖ সমান্তর ধারার পদসংখ্যা বের করা	৬৯৩
	❖ সমান্তর ধারার সমষ্টি বের করা	৬৯৪
	❖ বর্গ ও ঘন সংখ্যার সমষ্টি বের করা	৭০১
	❖ গুণোত্তর ধারার পদের ক্রম বের করা	৭০৩
	❖ গুণোত্তর ধারার পদের মান বের করা	৭০৩
	❖ গুণোত্তর ধারা পদের সমষ্টি বের করা	৭০৭
	❖ অসীম ধারার সমষ্টি বের করা	৭০৮
	❖ Practice Part	৭১২
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৭১৫
অধ্যায়-৩০	সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ (Simple Equation & Application)	৭১৮-৭২৫
Part-1(সরল সমীকরণ)	❖ সাধারণ সমীকরণ	৭১৮
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৭২৪
Part-2 (সমী: প্রয়োগ)	❖ সংখ্যার সমীকরণ	৭২৭
	❖ ভগ্নাংশের সমীকরণ	৭২৯
	❖ সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান	৭৩২
	❖ সমীকরণের বিবিধ	৭৪৫
	❖ Practice Part	৭৪৬
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৭৪৮
অধ্যায়-৩১	দ্বিঘাত সমীকরণ (Simultaneous Linear Equation)	৭৫১-৭৫৬
অধ্যায়-৩২	সরল সহ-সমীকরণ (Simultaneous Equation)	৭৫৭-৭৬৮
	❖ সহ-সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন	৭৫৭
	❖ প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান	৭৬০
	❖ অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান	৭৬১
	❖ সহ-সমীকরণের প্রয়োগ	৭৬৪
	❖ লিখিত অংশ	৭৬৭

অধ্যায়-৩৩	সেট ও ভেনচিত্র (Set & Venn Diagram)	৭৬৯-৭৯১
Part-1 (সেট)	❖ সেটের উপর সাধারণ প্রশ্ন	৭৭০
	❖ তালিকা পদ্ধতির সেট	৭৭১
	❖ সেট গঠন পদ্ধতি	৭৭৩
	❖ উপসেট সংখ্যা নির্ণয়	৭৭৩
	❖ সংযোগ সেট ও ছেদ সেট	৭৭৬
Part-2 (ভেনচিত্র)	❖ ভেনচিত্রের সূত্র ও প্রয়োগ	৭৮১
	❖ $(A\cup B)'$ বা কোনটিই নয় বের করা	৭৮৩
	❖ $(A\cap B)$ বা উভয়টিই বের করা	৭৮৫
	❖ U সর্বমোট সংখ্যা বের করা	৭৮৬
	❖ উভয়টি করে বা করে না এরকম কেউ না থাকলে	৭৮৮
	❖ তিনটি বৃত্ত সম্পর্কিত ভেনচিত্রের প্রশ্ন	৭৮৯
অধ্যায়-৩৪	বিন্যাস (Permutation)	৭৯২-৮১৭
	❖ বিন্যাসের গুণন বিধি	৭৯৩
	❖ বিন্যাসের সাধারণ প্রশ্ন	৭৯৪
	❖ ভিন্ন ভিন্ন উপাদানের বিন্যাস	৭৯৫
	❖ একই উপাদান পুনরাবৃত্তি হলে বিন্যাস	৭৯৬
	❖ কিছু উপাদান একত্রে রেখে বা না রেখে বিন্যাস	৭৯৮
	❖ বিভিন্ন শর্ত প্রয়োগে বিন্যাস	৮০১
	❖ বিভিন্ন সংখ্যা গঠন	৮০৫
	❖ বৃত্তাকার বা চক্রাকার বিন্যাস	৮১২
	❖ Practice Part	৮১৬
অধ্যায়-৩৫	সমাবেশ (Combination)	৮১৮-৮৩৬
	❖ সমাবেশের সাধারণ প্রশ্ন	৮১৯
	❖ করমর্দন ও খেলার সংখ্যা বের করা	৮২১
	❖ কমিটি বা দল গঠন করা	৮২৩
	❖ নির্দিষ্ট ব্যক্তি বা বস্তুকে রেখে সমাবেশ	৮২৭
	❖ শব্দের বর্ণ থেকে কিছু বর্ণ বাছাই করা	৮২৮
	❖ যানবাহনে যাতায়াতের উপায়	৮৩১
	❖ কর্ণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংখ্যা বের করা	৮৩২
	❖ বিন্যাস ও সমাবেশের মিশ্র সমস্যা	৮৩৩
	❖ সমাবেশের বিবিধ প্রশ্ন	৮৩৫
	❖ Model Test	৮৩৬
অধ্যায়-৩৬	সম্ভাব্যতা (Probability)	৮৩৭-৮৬৩
	❖ সম্ভাবতার সাধারণ প্রশ্ন	৮৩৯
	❖ মুদ্রা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	৮৪০
	❖ ছক্কা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	৮৪২
	❖ তাস সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	৮৪৪

- ❖ সম্ভাব্যতার সূত্র প্রয়োগে সমাধান ---------- ৮৪৬
- ❖ বল সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন ---------- ৮৫১
- ❖ সংখ্যা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন ---------- ৮৫৪
- ❖ সমাবেশের সূত্রের মাধ্যমে সম্ভাব্যতা নির্ণয় ---------- ৮৫৬
- ❖ সম্ভাব্যতার বিবিধ প্রশ্ন ---------- ৮৫৮
- ❖ Practice Part ---------- ৮৬০
- ❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ---------- ৮৬২

অধ্যায়-৩৭ অসমতা (Inequality) ৮৬৪-৮৮৫

- ❖ অসমতার সাধারণ প্রশ্ন ---------- ৮৬৬
- ❖ অসমতার ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান ---------- ৮৬৮
- ❖ ভগ্নাংশের অসমতা ---------- ৮৬৯
- ❖ অসমতার সমাধান ---------- ৮৭১
- ❖ দ্বিঘাত অসমতা ---------- ৮৭৭
- ❖ তিন রাশির অসমতা ---------- ৮৮০
- ❖ Practice Part ---------- ৮৮৩

অধ্যায়-৩৮ পরিসংখ্যান (Statistics) ৮৮৬-৮৮৯

জ্যামিতি

অধ্যায়-৩৯ রেখা ও কোণ (Line & angle) ৮৯০-৮৯৮

অধ্যায়-৪০ ত্রিভুজ (Triangle) ৮৯৯-৯২৭

- ❖ ত্রিভুজের সাধারণ প্রশ্ন ---------- ৯০৪
- ❖ সমকোনী ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ---------- ৯০৬
- ❖ সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ---------- ৯১৬
- ❖ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ---------- ৯২০
- ❖ বিষমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা ---------- ৯২৩
- ❖ ত্রিভুজের অংকে ত্রিকোণমিতির প্রয়োগ ---------- ৯২৫
- ❖ Model Test ---------- ৯২৬
- ❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ---------- ৯২৭

অধ্যায়-৪১ চতুর্ভূজ (Quadrilateral) ৯২৮-৯৫৩

- ❖ আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ---------- ৯২৯
- ❖ বর্গ সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ---------- ৯৩৬
- ❖ বর্গক্ষেত্র এবং আয়তক্ষেত্রের হ্রাস-বৃদ্ধি ---------- ৯৪০
- ❖ রম্বস সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ---------- ৯৪৪
- ❖ সামান্তরিক সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ---------- ৯৪৬
- ❖ ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন ---------- ৯৪৯
- ❖ Practice part ---------- ৯৫০
- ❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান ---------- ৯৫২

অধ্যায়-৪২	বহুভূজ (Polygon)	৯৫৪-৯৫৮
	❖ বহি:স্থ এবং অন্ত:স্থ কোণের পরিমাপ নির্ণয়	৯৫৪
	❖ বাহুর সংখ্যা নির্ণয়	৯৫৫
	❖ অন্ত:কোণ গুলোর সমষ্টি বের করা	৯৫৭
অধ্যায়-৪৩	বৃত্ত (Circle)	৯৫৯-৯৮০
	❖ বৃত্ত বিষয়ক বিভিন্ন অনুসিদ্ধান্ত	৯৬০
	❖ বৃত্তের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ হ্রাস বৃদ্ধি :	৯৬৫
	❖ পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়	৯৬৭
	❖ বৃত্তের ভেতরে চিত্র অন্তর্লিখিত হলে	৯৭১
	❖ চাকা সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন	৯৭৬
অধ্যায়-৪৪	ঘন জ্যামিতি (Solid geometry)	৯৮১-৯৯৫
	❖ ঘনক সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮২
	❖ ঘনবস্তু সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮৫
	❖ বেলন সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮৭
	❖ কোণক সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৮৮
	❖ গোলক সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৯০
	❖ চৌবাচ্চার ধারণ ক্ষমতা সম্পর্কিত প্রশ্ন	৯৯২
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	৯৯৪
অধ্যায়-৪৫	ত্রিকোণমিতি (Trigonometry)	৯৯৬-১০১৩
	❖ ত্রিকোণমিতির সাধারণ প্রশ্ন	৯৯৭
	❖ ৯০° অপেক্ষা বড় ত্রিকোণমিতির অনুপাত	১০০২
	❖ পিথাগোরাসের সূত্রের প্রয়োগ	১০০৫
	❖ উচ্চতা বের কর	১০০৫
	❖ অতিভূজের দৈর্ঘ্য নির্ণয়	১০১০
	❖ ভূমির দৈর্ঘ্য বের করা	১০১১
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১০১২
অধ্যায়-৪৬	পরিমিতি (Mensuration)	১০১৪-১০২৯
	❖ ভেতরে বা বাইরে রাস্তা সংক্রান্ত প্রশ্ন	১০১৪
	❖ বর্গ এবং আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত প্রশ্ন	১০১৯
	❖ সামান্তরিক, রম্বস ও ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত	১০২১
	❖ খরচ সংক্রান্ত প্রশ্ন	১০২২
	❖ বৃত্ত সম্পর্কিত	১০২৫
	❖ ঘন জ্যামিতি সম্পর্কিত	১০২৬
	❖ ইট বা টাইলসের সংখ্যা বের করা	১০২৭
	❖ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	১০২৯
অধ্যায়-৪৭	বিসিএস-এর বিগত সালের প্রশ্ন এবং উত্তর	১০৩০-১০৫২
অধ্যায়-৪৮	সাম্প্রতিক প্রশ্ন এবং উত্তর	১০৫৩-১০৫৬

সব অংকের লিখিত খুঁজবেন না, আবার কোন লিখিত অংক শুধু শর্টকাট সূত্রে শিখবেন না।

ব্যাখ্যা : কিছু কিছু অংক আছে এত সহজ যে কয়েক সেকেন্ডেই করা সম্ভব, লিখিত পরীক্ষায় এত সহজ প্রশ্ন সাধারণত আসে না,তাই এদের লিখিত নিয়মে করার প্রয়োজন নেই।

আবার কোন লিখিত অংক শুধু শর্টাকাট সূত্র দিয়ে শেখা যাবে না। কারণ শর্টকাটে অংকের মূল বিষয়টি বোঝানোই যায় না, এবং নম্বর পাওয়া যাবে না।

কিন্তু বুঝে বুঝে অংক করলে সহজ অংক গুলোই পরবর্তীতে লিখিত অংকে কাজে লাগবে ।

বইটি যেভাবে পড়লে সবচেয়ে বেশি লাভবান হবেন

- বইটির যে কোন অধ্যায়ের শুরুর আলোচনা না পড়ে কখনো অংক করতে গেলে সমস্যায় পড়বেন।
- যে অধ্যায় যখনই করেন প্রথমে ঐ অধ্যয়ের বেসিক নিয়মগুলো পড়ে নিবেন।
- এর পর বিভিন্ন পদ্ধতির শুরুতে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো সময় ধরে বুঝে বুঝে কয়েকবার পড়বেন, তারপর খাতা কলমে একই অংকটি না দেখে করবেন,
- এরপর হুবহু ঐ নিয়মের অংকগুলো নিজে থেকে করতে থাকুন, প্রয়োজনীয় ব্যাখ্যাগুলো প্রশ্নের পাশে দেয়া আছে, সেখান থেকে প্রয়োজনে সাহায্য নিন, তবুও সমস্যা থেকে গেলে সমাধান করে দেয়া অংকটি আবার পড়ুন, তারপরেও সমস্যা হলে আমাদের ফেসবুক গ্রুপে যোগাযোগ করুন।
- যে কোন প্রশ্নে অসংলগ্নতা অথবা ভুল কিছু দেখলে আমাদের জানান শুদ্ধ করে দেয়া হবে।
- **এই বইয়ের কিছু অংক লিখে করুন, কিছু অংক বুঝে আর কিছু অংক না লিখে মুখে মুখে করার চেষ্টা করুন । সব অংক করতে করতে ক্লান্ত হয়ে গেলে শুধু বুঝিয়ে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো করার পর একই নিয়মের আরেকটি অংক নিজ থেকে করুন। তবে সব নিয়মেরই অন্তত একটি করে অংক করার চেষ্টা করবেন**

বইটির অন্যতম বৈশিষ্ট হচ্ছে বইটি গণিতের ক্ষেত্রে আপনাকে একজন গৃহশিক্ষকের ন্যায় সহযোগিতা করবে, যার মাধ্যমে গণিতে আপনার একটি শক্ত ভিত্তি তৈরী হবে।

শুধু বিসিএস এর জন্য যারা এই বইটি পড়তে চান তারা বিসিএস এর সিলেবাসভুক্ত টপিকগুলো একনজরে দেখে নিন।

বিসিএস প্রিলিমিনারির সিলেবাস:

ক্রম	টপিকের নাম	মোট নম্বর
০১	বাস্তব সংখ্যা, ল.সা.গু-গ.সা.গু, শতকরা, সরল ও যৌগিক মুনাফা, অনুপাত ও সমানুপাত এবং লাভ-ক্ষতি	০৩
০২	বীজগাণিতিক সূত্রাবলী, বহুপদী উৎপাদক, সরল ও দ্বিপদী সমীকরণ, সরল ও দ্বিপদী অসমতা এবং সরল সহ সমীকরণ	০৩
০৩	সূচক ও লগারিদম, সমান্তর ও গুণোত্তর অনুক্রম ও ধারা।	০৩
০৪	রেখা, কোণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য, পীথাগোরাসের উপপাদ্য, বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য, পরিমিতি সরলক্ষেত্র ও ঘনবস্তু	০৩
০৫	সেট, বিন্যাস ও সমাবেশ, পরিসংখ্যান ও সম্ভাব্যতা	০৩

(১. ঘ) মাইল সংক্রান্ত :

১৯. ১ নট = স্থল পথের কত মাইল? *[পাসপোর্ট এন্ড ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০০৭]*

ক. এক মাইল খ. ২.৪ মাইল গ. ১.১৫ মাইল ঘ. ২.৫ মাইল উত্তর: গ

সমাধান: সমুদ্র পথের প্রতি ঘন্টার গতিবেগ ১ ন্যাটিক্যাল মাইল হলে তার দূরত্বকে ১ নট বলে ।

২০. ১ বর্গমাইল = ? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ৬২০ একর খ. ৬৩০ একর গ. ৬৪০ একর ঘ. ৬৬০ একর উত্তর: গ

২১. ১ মাইল সমান কত গজ? *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]*

ক. ১৭৬০ গজ খ. ১৭৭০ গজ গ. ১৭৬৫ গজ ঘ. ১৭৭৭ গজ উত্তর: ক

২২. এক মাইল সমান কত কি.মি. ? *[১০ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন - ২০০৬]*

ক. ১কি.মি খ. ১.৬ কি.মি গ. ০.৬২ কি.মি. ঘ. ১.৮ কি.মি উত্তর: খ

২৩. ১ মাইলে কত শিকল? *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*

ক. ৮০ খ. ৭০ গ.৬০ ঘ.৫০ উত্তর: ক

২৪. এক মাইলে কত ফুট ? *[বাংলাদেশ প্রতিযোগিতা কমিশন(ব্যক্তিগত সহকারী)-২০১৯]*

ক. ১৫৭০ খ. ১৬৪০ গ. ১৭৬০ ঘ. ৫২৮০ উত্তর: ঘ

২৫. এক কিলোমিটার সমান কত মাইল? *[তিস্তা উন্নয়ন বোর্ডের কর্মকর্তা-২০১৫]*

ক. ০.৬২ মাইল খ. ১.৬২ মাইল গ. ১০ মাইল ঘ. ১.২ মাইল উত্তর: ক

২৬. ৩০০ কি. মি. সামান কত মাইল? *[সার্কেল এডজুটেন্ট(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের আনসার ও ভিডিপি অধিদপ্তর)-২০১০]*

ক. ১৫৬ মাইল (প্রায়) খ. ১৭৬ মাইল (প্রায়)
গ. ১৬৬ মাইল (প্রায়) ঘ.১৮৬ মাইল (প্রায়) উত্তর: ঘ

(১.৬) নদীপথে দূরত্ব :

২৭. এক নটিক্যাল মাইলে কত মিটার? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]+ [CGA (Auditor-2022)]*

ক. ১৮৫৩ মি. খ. ১৬৫০.২০ মি. গ. ১৯৫৩.১৮মি. ঘ. ১৭৫০.১৮ মি. উত্তর: ক

১০. ১ নটিক্যাল মাইল = কত কিলোমিটার? *[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১], [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*

ক. ১.৮২৫ খ. ১.৬১ গ. ১.৬৫ ঘ. ০.৬২৩ উত্তর: ক

২৮. কত ফুটে ১ নটিক্যাল মাইল? *[Combind 4 bank(Assistant programmer)-2020]*

ক. ৫২২০ খ. ৭০১০ গ. ৬২৫০ ঘ. ৬০৭৬ উত্তর: ঘ

২৯. ১৬৭২০ ফুট সমান কত নটিক্যাল মাইল? *[মাধ্যমিক বিদ্যা.সহ. শিক্ষক:২০০৬]*

ক. ১.৭৫ খ. ২.৭৫ গ. ৩.৭৫ ঘ. ৪.৭৫ উত্তর: খ

পদ্ধতি-০২: ক্ষেত্রফল পরিমাপ

ক্ষেত্রফল পরিমাপের এককাবলি

ওজন পরিমাপের একক : গ্রাম	কুইন্টাল
১০০ বর্গসেন্টিমিটার (ব.সে.মি) = ১ বর্গডেসিমিটার (ব.ডেসিমি.)	১ বর্গফুট = ১৪৪ বর্গইঞ্চি
১০০ বর্গডেসিমিটার = ১ বর্গমিটার (ব.মি.)	১ বর্গইঞ্চি = ৬.৪৫ সেন্টিমিটার
১০০ বর্গমিটার = ১ এয়র (বর্গডেকামিটার)	১ একর = ১০০ শতক
১০০ এয়র (বর্গডেকামিটার) = ১ হেক্টর বা ১ বর্গহেক্টোমিটার	১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ
১০০ বর্গহেক্টোমিটার = ১ বর্গকিলোমিটার	১ বর্গগজ = ৯ বর্গফুট

ক্ষেত্রফল পরিমাপে দেশীয় এককাবলি			
১ বর্গহাত = ১ গণ্ডা	২০ গণ্ডা = ১ ছটাক	১৬ ছটাক = ১ কাঠা	২০ কাঠা = ১ বিঘা

ক্ষেত্রফল পরিমাপে মেট্রিক ও ব্রিটিশ পদ্ধতির সম্পর্ক	ক্ষেত্রফল পরিমাপে মেট্রিক, ব্রিটিশ ও দেশীয় এককাবলির সম্পর্ক
১ বর্গসেন্টিমিটার = ০.১৬ বর্গইঞ্চি (প্রায়)	১ বর্গহাত = ৩২৪ বর্গইঞ্চি
১ বর্গমিটার = ১০.৭৬ বর্গফুট (প্রায়)	১ বর্গগজ বা ৪ গণ্ডা = ৯ বর্গফুট = ০.৮৩৬ বর্গমিটার (প্রায়)
১ হেক্টর = ২.৪৭ একর (প্রায়)	১ কাঠা = ৭২০ বর্গফুট = ৮০ বর্গগজ = ৬৬.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়)
১ বর্গইঞ্চি = ৬.৪৫ বর্গসেন্টিমিটার (প্রায়)	১ বিঘা = ১৬০০ বর্গগজ = ১৩৩৭.৮ বর্গমিটার (প্রায়)
১ বর্গফুট = ৯২৯ বর্গসেন্টিমিটার (প্রায়)	১ একর = ৩ বিঘা ৮ ছটাক = ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার (প্রায়)
১ বর্গগজ = ০.৮৪ বর্গমিটার (প্রায়)	১ শতক = ৪৩৫.৬ বর্গফুট = ১০০০ বর্গকড়ি (১০০ কড়ি = ৬৬ ফুট)
১ বর্গমাইল = ৬৪০ একর	১ বর্গমাইল = ১৯৩৬ বিঘা
	১ বর্গমিটার = ৪.৭৮ গণ্ডা (প্রায়) = ০.২৩৯ ছটাক (প্রায়)
	১ এয়র = ২৩.৯ ছটাক (প্রায়)

বহু সংশ্লিষ্ট প্রশ্নসমূহ:

৩০. ৬ ইঞ্চি × ৬ ইঞ্চি = কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ৩৬ ইঞ্চি খ. ৩৬ বর্গ ইঞ্চি গ. ৩ ফুট ঘ. ৩ বর্গফুট উত্তর: খ

৩১. এক বর্গইঞ্চি কত বর্গ সেন্টিমিটারের সমান? *[CGA (Auditor-2022)], [একটি বাড়ি একটি খামার- (উপজেলা সমন্বয়কারী) - ২০১৭]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. ০.০৯২৯ খ. ৭.৩০ গ. ৬.৪৫ ঘ. ৫.৪৫ উত্তর : গ

৩২. এক বর্গ মিটার সমান কত বর্গসেন্টিমিটার? *[পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ডের সহকারী সচিব:২০১৩]*

ক. ১০০ ব.সে.মি. খ. ১০০০ ব.সে.মি. গ. ১০,০০০ ব.সে.মি. ঘ. ১,০০,০০০ ব.সে.মি উত্তর: গ

৩৩. ১ কাঠা সমান কত বর্গমিটার?

ক. ৬৬.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়) খ. ৬৫.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়)
গ. ৬৪.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়) ঘ. ৬৩.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়) উত্তর: ক

৩৪. এক কাঠা সমান কত বর্গফুট? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যা.সহকারী শিক্ষক ২০০৬]*

ক. ৪০৪৬.২৪ ব.ফুট খ. ৭২০ ব.ফুট গ. ১০০ ব.ফুট ঘ. ৪৩৫.৬ ব.ফুট উত্তর: খ

৩৫. একটি জমির দৈর্ঘ্য ৯০ ফুট এবং প্রস্থ ৮০ ফুট। ঐ জমির পরিমাণ কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ৫ কাঠা খ. ৭ কাঠা গ. ১০ কাঠা ঘ. ২০ কাঠা উত্তর: গ

সমাধান: জমির ক্ষেত্রফল = ৯০ ফুট × ৮০ ফুট= ৭২০০ বর্গফুট

আমরা জানি, ৭২০ বর্গফুট = ১ কাঠা ∴ ৭২০০ বর্গফুট = $\frac{৭২০০}{৭২০}$ = ১০ কাঠা

৩৬. কত বর্গফুট এক শতাংশ জমির সমান? *[উপ-সহকারী পরিচালক (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়):২০১৮]+[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]*

ক. ৪৩০.৫ বর্গফুট খ. ৪৩৫.৬ বর্গফুট গ. ৪৩৪.৬ বর্গফুট ঘ. ৪৩৬ বর্গফুট উত্তর: খ

৩৭. এক একর সমান কত বর্গফুট? *[সহকারী পরিচালক (মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি.):২০১৩]*

ক. ১০০০০ খ. ৪০০০০ গ. ৪৩৫৬০ ঘ. ৪৮৪০ উত্তর: গ

৩৮. কোনটি সঠিক নয়? *[IBBL- (ATO)-2017]*

ক. ১বিঘা = ১৬০০ বর্গগজ খ. ১ কচ্চা = ৫ গন্ডা গ. ১ ছটাক = ৪৫ বর্গফুট ঘ. ১ একর = ২৩.৯ বিঘা উত্তর: ঘ

সমাধান: ১ একর = ১০০ শতক। আবার ৩৩ শতক = ১ বিঘা।

সুতরাং ১ একর = ৩ বিঘার থেকে একটু বেশি। কিন্তু ২৩.৯ বিঘা নয়।

৩৯. এক হেক্টর সমান কত বর্গমিটার ? *[সহকারী পরিচালক (পরিকল্পনা এবং প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়): ২০১৩]*

ক. ১০,০০০ ব.মি. খ. ১০০০ ব.মি. গ. ১০০ ব.মি. ঘ. ১০ ব.মি. উত্তর: ক

৪০. এক হেক্টর সমান কত একর? *[অফিস সহায়ক(সমাজসেবা অধিদপ্তর):২০১৮]*

ক. ১.৫ একর খ. ২.৫ একর গ. ২.৮ একর ঘ. ৩.৫ একর উত্তর: খ

৪১. ১.৮ হেক্টর = কত একর? *[পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা (পরিবার পরিকল্পনা অধি.): ২০১৮]*
ক. ৪.৮ একর খ. ৪.৭৫ একর গ. ৪.২ একর ঘ. ৪.৫ একর উত্তর: ঘ

৪২. ১ হেক্টর মিটারে কত মিটার? *[মিলিটারি ইঞ্জিনিয়ার সার্ভিসের স্টোরম্যান (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়): ২০১৮]*
ক. ৫ মিটার খ. ১০ মিটার গ. ১৫০ মিটার ঘ. ১০০ মিটার উত্তর: ঘ

৪৩. ১ একরের ৫% সমান কত বর্গগজ? *[অফিস সহায়ক(সমাজসেবা অধি:)-২০১৮], [সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধি:(জুনি-শিক্ষক)-২০২১]*
ক. ২৪২ খ. ৩৪২ গ. ২৮২ ঘ. ৩৮২ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, একর = ৪৮৪০ বর্গগজ $\therefore ৪৮৪০ \times \frac{৫}{১০০} = ২৪২$ বর্গগজ ।

৪৪. ১ একরের ৫% সমান কত বর্গগজ ? *[পরিবার পরিকল্পনা (সহকারী পরিদর্শক)-২০১৮]*
ক. ২৪২ খ. ১৭৬ গ. ৪৮৪ ঘ. ৮৫০ উত্তর: ক

৪৫. ১ একর = কত বর্গগজ? *[হিসাব মহানিয়ন্ত্রকের কার্যালয় নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০]*
ক. ৩৮৪০ খ. ১০০০ গ. ৪৫৪০ ঘ. ৪৮৪০ উত্তর: ঘ

৪৬. এক একর সমান কত শতক?
ক. ১০০ খ. ১০ গ. ২০ ঘ. ১৬ উত্তর: ক

৪৭. কত বর্গমিটার সমান ১ এয়র? *[কারা তত্ত্বাবধায়ক (ফরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়):২০১০]*
ক. ১০,০০০ খ. ১০০০ গ. ১০০ ঘ. ১০ উত্তর: গ

৪৮. ১ এয়র কত বিঘার সমান?
ক. ২৯.৯ বিঘা খ. ২৩.৮ বিঘা গ. ২৫ বিঘা ঘ. ২০.৫ বিঘা উত্তর: ক

Confusion Clear:
একর > এয়র অর্থাৎ একর ও এয়রের মধ্যে একর বড়। ১ একর = ৪০.৪ এয়র আবার ১ এয়র = ০.০২৪৭ একর।
১০০ এয়র = ১ হেক্টর আবার, ২.৪৭ একর = ১ হেক্টর

পদ্ধতি-০৩: ওজনের পরিমাপ

প্রত্যেক বস্তুর ওজন আছে। বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন এককের সাহায্যে বস্তু ওজন করা হয়।
অধিক পরিমাণ বস্তুর ওজন পরিমাপের জন্য কুইন্টাল ও মেট্রিক টন একক দুইটি ব্যবহার করা হয়।

ওজন পরিমাপের একক : গ্রাম	কুইন্টাল	টন
১০ মিলিগ্রাম(মি.গ্রা) = ১ সেন্টিগ্রাম (সে.গ্রা)	১০০ কিলোগ্রাম = ১ কুইন্টাল	১ মেট্রিক টন = ১০০০ কিলোগ্রাম
১০ সেন্টিগ্রাম = ১ ডেসিগ্রাম (ডেসিগ্রা.)	১০০০ কিলোগ্রাম = ১০ কুইন্টাল	১ টন = ১০০০কিলোগ্রাম
১০ ডেসিগ্রাম = ১ গ্রাম (গ্রা.)	১ মেট্রিক টন = ১০ কুইন্টাল	১ টন = ২৭.৫ মন
১০ গ্রাম = ১ ডেকাগ্রাম (ডেকা গ্রা.)	১ গ্রাম = ১০০০ মিলিগ্রাম	১ টন = ২২৪০ পাউন্ড
১০ ডেকাগ্রাম = ১ হেক্টোগ্রাম (হে.গ্রা.)	১ কিলোগ্রাম বা ১ কে.জি = ১০০০ গ্রাম	১ পাউন্ড = ০.৪৫৩৬ কেজি
১০ হেক্টোগ্রাম = ১ কিলোগ্রাম (কে.জি)	১ ক্যারেট = ২ গ্রাম	১ মিলিগ্রাম = ০.০০০০০০১ কি.গ্রাম

সংশ্লিষ্ট প্রশ্নসমূহ:

৪৯. ০.৫ মেট্রিক টন = কত কিলোগ্রাম? *[CAAB- (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*
ক. ৫০ খ. ৫০০ গ. ৭৫ ঘ. ৭৫০ উত্তর: খ

৫০. ১ ক্যারেট = কত গ্রাম? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*
ক. ৫ গ্রাম খ. ১০ গ্রাম গ. ১৮ গ্রাম ঘ. ২ গ্রাম উত্তর: ঘ

৫১. গাড়ির ওজন প্রকাশের একক কোনটি? *[পরিবেশ অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি এ্যাটেনডেন্ট)-২০২০]*
ক. কেজি খ. গ্রাম গ. টন ঘ. কুইন্টাল উত্তর: গ

৫২. এক গ্রাম = কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*
ক. ১০ ডেসিগ্রাম খ. ০.১ হেক্টোগ্রাম গ. .০১ সেন্টিগ্রাম ঘ. ০.১ মিলিগ্রাম উত্তর: ক

৫৩. এক সের সমান কত কিলোগ্রাম? *[সাব রেজিস্ট্রার:২০০৩]*
ক. ০.৯৭ কেজি খ. ০.৯৩ কেজি গ. ১.০৭ কেজি ঘ. ০.৬২ কেজি উত্তর:খ

৫৪. ১ কুইন্টাল সমান কত কেজি? *[শ্রম ও পরিদপ্তর (জনসংখ্যা ও পরিবারকল্যাণ কর্মকর্তা)-২০১০] +[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট):২০২০]*
ক. ১০০০ কেজি খ. ৫০০ কেজি গ. ২০০ কেজি ঘ. ১০০ কেজি উত্তর: ঘ

৫৫. ১ কিলোগ্রাম সমান কত সের? *[খাদ্য অধিদপ্তরের (সহকারী উপ-খাদ্য পরিদর্শক)-২০০৯]*
ক. ১ খ. ১.০৭ গ. ১.১ ঘ. ১.১৭ উত্তর: খ

৫৬. ১০০০ কিলোগ্রাম = কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহারী শিক্ষক)-১৯৯২]*
ক. ১০ কুইন্টাল খ. ১০০ ডেকোগ্রাম গ. ১০০ মেট্রিকটন ঘ. ১০০০০ গ্রাম উত্তর: ক

৫৭. একটি পেন্সিলের ওজন ৫ গ্রাম। মিলিগ্রামে পেন্সিলের ওজন কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (অফিস সহকারী)-২০২০]*
ক. ৫০ খ. ৫০০ গ. ৫০০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

৫৮. ২০৫৭৩.৪ মিলিগ্রামে কত কিলোগ্রাম *[১২তম বিসিএস]*
ক. ২০৫৭৩৪ খ. ০.২০৫৭৩৪ গ. ০.০২০৫৭৩৪ ঘ. ০.০০২০৫৭৩৪ উত্তর: গ

সমাধান: ১ মিলিগ্রাম = ০.০০০০০০১ কিলোগ্রাম $\therefore ২০৫৭৩.৪$ মিলিগ্রাম = ০.০২০৫৭৩৪ কিলোগ্রাম

৫৯. ১ কিলোগ্রাম কত পাউন্ডের সমান? *[সহকারী জজ:২০০৭]+ [CGA (Auditor-2022)]*
ক. ২ খ. ২.২১ গ. ২.৩২ ঘ. ১.৯৮ উত্তর: খ

৬০. এক টন সমান কত পাউন্ড ? *[দুদক(উপ সহ.পরিচালক)-২০২০], [সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ. শিক্ষক :২০০৮]*
ক. ১০০০ খ. ১১৬.৮ গ. ২২৪০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: গ

৬১. একটন কত কেজির সমান? *[NSI(ডেসপাচ রাইডার ও অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. ১০০০ খ. ১২০০ গ. ১৫০০ ঘ. ১৪০০ উত্তর: ক

৬২. এক পাউন্ড = কত আউন্স ? *[বিবিএস(খানা পরিসংখ্যানবিদ):২০২০]*
ক. ১৪ আউন্স খ. ১২ আউন্স গ. ১৮ আউন্স ঘ. ১৬ আউন্স উত্তর: ঘ

৬৩. ১ মণ কত কেজির সমান? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*
ক. ৪৫ খ. ৩৫.৪০ গ. ৩৭.৩২ ঘ. ৪০ উত্তর: গ

৬৪. এক মন লোহার ওজন ১ মন তুলা অপেক্ষা কত গুণ বেশি? *[পল্লী উন্নয়ন বোর্ডের (মঠ সংগঠক)-২০১৪]*
ক. ২ গুণ খ. ৯.৮ গুণ গ. ৪গুণ ঘ. সমান উত্তর: ঘ

পদ্ধতি-০৪: তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপ

কোনো তরল পদার্থ যতটুকু জায়গা জুড়ে থাকে তা এর আয়তন। একটি ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে। কিন্তু কোনো তরল পদার্থের নির্দিষ্টভাবে তা নেই। যে পাত্রে তরল পদার্থ রাখা হয় তা সেই পাত্রের আকার ধারণ করে। **তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের একক: লিটার**

আয়তন পরিমাপে মেট্রিক এককাবলি	আয়তনের মেট্রিক ও ব্রিটিশ এককের সম্পর্কে	মেট্রিক এককাবলি
১০০০ ঘন সেন্টিমিটার (ঘন সে.মি.) = ১ ঘন ডেসিমিটার (ঘ.ডেসি.মি.) ১০০০ ঘন ডেসিমিটার = ১ঘন মিটার (ঘ.মি.) ১ ঘন মিটার = ১ স্টেয়র ১০ ঘন স্টেয়র = ১ ডেকা স্টেয়র ১ ঘন সে.মি. (সি.সি.) = ১ মিলিলিটার ১ ঘনইঞ্চি = ১৬.৩৯ মিলিলিটার (প্রায়)	১ স্টেয়র = ৩৫.৩ ঘনফুট (প্রায়) ১ ডেকাস্টেয়র = ১৩.০৮ ঘনগজ(প্রায়) ১ ঘনফুট = ২৮.৬৭ লিটার(প্রায়)	১০মিলি লি.(মি.লি)= ১ সেন্টি লি. (সে.লি.) ১০ সেন্টিলিটার = ১ ডেসিলিটার (ডেসিলি.) ১০ ডেসিলিটার = ১ লিটার (লি.) ১০ লিটার = ১ ডেকালিটার (ডেকালি.) ১০ ডেকালিটার = ১ হেক্টোলিটার (হে.লি) ১০ হেক্টোলিটার = ১ কিলোলিটার (কি.লি.)

৬৫. ১ ঘনমিটার = কত ঘনডেসিমিটার? *[সাইফার অফিসার (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়): ২০১২]*
(ক) ১০০ ঘন ডেসি. মি. (খ) ১,০০০ ঘন.ডেসি.মি (গ) ১০,০০,০০০ ঘন.ডেসি.মি (ঘ) ১০ ঘন.ডেসি.মি — উত্তর: গ

৬৬. ১ ঘন মিটার পানির ভর হবে- *[গণমাধ্যম ইনস্টিটিউটের সহকারী পরিচালক, বেতার প্রকৌশল পশিক্ষণ)-২০০৪]*
ক. ১ কেজি খ. ১০ কেজি গ. ১০০ কেজি ঘ. ১০০০ কেজি — উত্তর: ঘ

৬৭. এক ঘনমিটার পানির ট্যাংক কত U.S গ্যালন পানি ধারণ করবে? *[গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়ের থানা প্রকৌশলী (সিভিল ইঞ্জিনিয়ারিং)-১৯৯৯]*
ক. ২৬৪ খ. ২২০ গ. ২৩৪ ঘ. ২৫০ — উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: ১ গ্যালন (U.S) = ৩.৭৮৫ লি. ∴১ লি. $= \frac{১}{৩.৭৮৫}$ গ্যালন ∴এক ঘন মি. বা ১০০০ লি. $= \frac{১০০০}{৩.৭৮৫} = ২৬৪.২$ গ্যালন

৬৮. এক লিটার পানির ওজন সমান কত গ্রাম ? *[প্রশাসনিক কর্মকর্তা (পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়):২০১৪]*
ক. ১০০গ্রাম খ. ৫০০ গ্রাম গ. ১০,০০০ গ্রাম ঘ. ১০০০গ্রাম — উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, ১ লিটার = ১০০০ ঘন সে.মি. ১ ঘন সে.মি = ১ গ্রাম ∴ ১০০০ ঘন সে.মি = ১০০০ গ্রাম

৬৯. এক গ্যালন = কত লিটার ? *[RAKUB (Cashier)-2017]*
ক. ৩.৫ খ. ৪ গ. ৪.৫৫ ঘ. ৫ — উত্তর: গ

৭০. ১০০ গ্যালনে কত লিটার? *[NSI-এর ফিল্ড অফিসার: ২০১৭]*
ক. ৪০০লি. খ. ৪২০ লি. গ. ৪৫০লি. ঘ. ৪৫৫লি. — উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: ১ গ্যালন = ৪.৫৫ লিটার ∴ ১০০ গ্যালন = (৪.৫৫ × ১০০) লিটার = ৪৫৫ লিটার

৭১. কত ঘন সেন্টিমিটার = ১ লিটার? *[সহকারী পরিচালক (পরিবেশ অধি.): ২০০৫]*
ক. ১০ ঘন সে.মি. খ. ১০০ ঘন সে.মি. গ. ১ ঘন সে.মি. ঘ. ১০০০ ঘন সে.মি. — উত্তর: ঘ

৭২. যদি কাঁচ পানি অপেক্ষা ২.৫ গুণ বেশি ভারী হয় তবে ৪০ ঘন সেন্টিমিটার কাঁচের ওজন কত? *[পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয়ের (সহকারী প্রকৌশলী)(সিভিল)-২০১৭]*
ক. ১০০ গ্রাম খ. ২৫০ গ্রাম গ. ৬০০ গ্রাম ঘ. ১০০০ গ্রাম — উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: ১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম
∴ ৪০ " " " " = ৪০ গ্রাম
সুতরাং ৪০ ঘন সে.মি. কাচের ওজন = (৪০×২.৫) = **১০০ গ্রাম।**

৭৩. ১ স্টেয়র = কত ঘনমিটার? *[প্রশাসনিক কর্মকর্তা (নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়): ২০১৩]*
ক. ১ ঘন মি. খ. ১৩.০৮ ঘন মি. গ. ১৬.৩৯ ঘন মি. ঘ. ২৮.৬৭ ঘন মি. — উত্তর:ক

৭৪. ১ স্টেয়র = কত ঘনফুট? *[প্রাথমিক বিদ্যা. সহ. শিক্ষক : ২০১২]*
ক. ৬.৪৫ ঘনফুট(প্রায়) খ. ১৩.০৮ঘনফুট(প্রায়) গ. ২৮.৬৭ ঘনফুট (প্রায়) ঘ. ৩৫.৩ ঘনফুট — উত্তর: ঘ

৭৫. ২৫০ মি.লি. বিশুদ্ধ আয়তনের পানির ওজন কত কেজি? *[CAAB-এর এরোড্রেম ফায়ার লীডার:২০২১]*
ক. ২৫০ খ. ০.২৫ গ. ২.৫০ ঘ. ২৫.০০ — উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: ১০০০ মি.লি. = ১ লিটার

∴ ২৫০ মি.লি. $= \frac{২৫০}{১০০০}$ = ০.২৫ লিটার ০.২৫ লিটার পানির ওজন = ০.২৫ কেজি [∵১ লিটার পানির ওজন ১ কেজি]

পদ্ধতি-০৫: সময় সংক্রান্ত হিসেব

সময় হিসাবের একক

১ ন্যানো সেকেন্ড = ১ সেন্ডের ১০০ কোটি ভাগের এক ভাগ		সময়ের একক = সেকেন্ড
১ মিনিট = ৬০ সেকেন্ড	১ ঘন্টা = ৬০ মিনিট	২৪ ঘন্টা = ১ দিন

৭৬. সময় পরিমাপে কোনটি সবচেয়ে বড়-? *[গণমাধ্যম ইন্সটিটিউটের (সহকারী পরিচালক)-২০০৩]*

ক. মাইক্রো সেকেন্ড খ. মিলিসেকেন্ড গ. পিকোসেকেন্ড ঘ. ন্যানোসেকেন্ড — উত্তর: খ

৭৭. এক ঘন্টায় কত সেকেন্ড? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৯]*
ক. ৩,০০০ সেকেন্ড খ. ৩,২০০ সেকেন্ড গ. ৩,৪০০ সেকেন্ড ঘ. ৩,৬০০ সেকেন্ড — উত্তর: ঘ

৭৮. ন্যানো সেকেন্ড হলো... *[পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড (অফিস সহকারী কামকলিপটার মুদ্রাক্ষরিক)]*
ক. এক সেকেন্ডের দশ হাজার ভাগের একভাগ খ. এক সেকেন্ডের দশ লক্ষ ভাগের একভাগ
গ. এক সেকেন্ডের একশত কোটি ভাগের একভাগ ঘ. এক সেকেন্ডের এক লক্ষকোটি ভাগের একভাগ — উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৬: আন্তর্জাতিক গণনা পদ্ধতি

মিলিয়ন, বিলিয়ন এবং ট্রিলিয়ন এর সম্পর্ক:

১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ এবং ১ কোটি = ১০০ লক্ষ = ১০ মিলিয়ন।
১ বিলিয়ন = ১০০ কোটি = ১০০×১০০ লক্ষ = ১০০০×১০ লক্ষ = ১০০০ মিলিয়ন
১ ট্রিলিয়ন = $১০^{১২} = ১০^{৭} \times ১০^{৫} = ১০০০০০০ \times ১০^{৫} = ১০০০০০০$ কোটি = ১ লক্ষ কোটি অর্থাৎ ১ ট্রিলিয়ন = ১ মিলিয়ন মিলিয়ন।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৭৮. ১ মিলিয়ন = কত লক্ষ? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ব্যুরোর উপ-সহকারী পরিচালক:২০০১]*
ক. ১লক্ষ খ. ১০ লক্ষ গ. ১০০ লক্ষ ঘ. ১০০০ লক্ষ — উত্তর:খ

৭৯. ১ কোটি = কত মিলিয়ন? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ব্যুরোর উপ-সহকারী পরিচালক:২০০১]*
ক. ২০ মিলিয়ন খ. ১০ মিলিয়ন গ. ১০০ মিলিয়ন ঘ. ১০০০ মিলিয়ন — উত্তর:খ

৮০. ১০ মিলিয়নে কত কোটি? *[রাষ্ট্রায়ত্ত ব্যাংক (অফিসার)-১৯৯৭]*
ক. ১০০ কোটি খ. ১ কোটি গ. ১০ কোটি ঘ. ০.১ কোটি — উত্তর: খ

৮১. ৫০ মিলিয়নে কত কোটি? *[পরিকল্পণা মন্ত্রণালয়ের ডাটা প্রসেসিং অপারেটর(২০০২)]*
ক. ৫০০ কোটি খ. ৫ কোটি গ. ৫০ কোটি ঘ. ২০ কোটি — উত্তর: খ

৮২. ১০০০ মিলিয়নে কত টাকা হয়? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের (অফিস সহায়ক-২০১৭/+/ টেলিফোন বোর্ডের (সহকারী পরিচালক) -১৯৯৫]*
ক. ১০০ কোটি খ. ১০ কোটি গ. ১০ লক্ষ ঘ. ১০০ লক্ষ — উত্তর: ক

৮৩. ৯ কোটি কত? *[খাদ্য অধিদপ্তরের (খাদ্য পরিদর্শক)-২০০০]*
ক. এক মিলিয়ন খ. ৯০ মিলিয়ন গ. ৯ মিলিয়ন ঘ. ৯০০ মিলিয়ন — উত্তর: খ

৮৪. ১ বিলিয়ন সমান কত মিলিয়ন? *[Agrani Bank (SO):2014]*
ক. ১০০০০ মিলিয়ন খ. ১০০০মিলিয়ন গ. ১০০ মিলিয়ন ঘ. ১০ মিলিয়ন — উত্তর: খ

৮৫. এক ট্রিলিয়ন সমান কত? *[দুদক (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০২০], [মাধ্যমিক বিদ্যা. সহ. শিক্ষক:২০১১]*
ক. এক লক্ষ কোটি খ. দশ লক্ষ কোটি গ.একশত কোটি ঘ. একহাজার কোটি — উত্তর: ক

৮৬. ১ বিলিয়ন সংখ্যায় প্রকাশ করতে ১ এর পর কতটি শূন্য লাগবে? *[পিএসসির নিয়োগ-২০১৮]*
ক. ৮ টি খ. ৭ টি গ. ৯ টি ঘ. ১০ টি — উত্তর: গ

৮৭. ১ ট্রিলিয়ন লিখতে ১ এর পর কয়টি শূন্য দিতে হবে? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*
ক. ১২টি খ. ১০টি গ. ১১টি ঘ. ১৫ টি — উত্তর: ক

Special Part

দ্রুত অংক করার জন্য কিছু কার্যকরী টিপস: দ্রুত অংক করার জন্য নিচের কথাগুলো মনোযোগ দিয়ে পড়ুন।

কিভাবে অংক করা শুরু করবেন?

- একবারে সম্পূর্ণ অংকটি না পড়ে ভাগ ভাগ করে পড়ুন তারপর চিন্তা করুন এতে আপনার মাথায় কম চাপ পড়বে।
- অংকটি বার বার পড়ার পরিবর্তে ধীরে ধীরে একবারই পড়ুন, নতুবা বার বার পড়ার কারণে আপনার মাথায় জটিলতা বেড়ে যেতে পারে।
- অংকে কী চাওয়া হয়েছে সে অংশটি ভালো করে লক্ষ্য করুন, কেননা প্রশ্নের চাহিদা অনুযায়ী আপনাকে কাজ করতে হবে।
- প্রতিটি অংশ করার পর যা বের করলেন তা কি? কেন বের করলেন? পরের অংশে কিভাবে কাজে লাগাবেন? তা নিয়ে ভাবুন।
- বড় সংখ্যা, দশমিক বা ভগ্নাংশ দেখে ভয় না পেয়ে স্বাভাবিক নিয়মে করুন, কেননা করার পদ্ধতি একই রকম।
- অংকে প্রদত্ত Clue গুলো নিয়ে চিন্তা করুন। যা দেয়া নেই তা নিয়ে ভাবলে শুধু সময় যাবে কিন্তু সমাধান হবে না।
- অংক করার সময় আপনার আশেপাশের বাস্তব উদাহরণ গুলি নিয়ে ভাবুন এতে আপনার বুঝটা অনেকদিন স্থায়ী হবে।
- অংকের মতো বাস্তব Subject পৃথিবীতে আর একটিও নেই, তাই এটাকে বিরক্ত না হয়ে মজা মনে করে করুন।
- সব অংক লিখিত পরীক্ষায় আসবে না। কিন্তু প্রিলির জন্য বুঝে বুঝে অংক করলে তা লিখিত তে কাজে লাগবে।

দ্রুত বা মুখে মুখে অংক পারার জন্য নিচের কাজগুলি করা জরুরি।

- ১ থেকে ২০ এর নামতা ভালোভাবে মুখস্থ করুন। এভাবে ১৭×৭ = ? ধরলেই যেন পারেন । পারলে আজই শুরু করুন।
- পারলে ২১ থেকে ৩০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর ৫ ঘর পর্যন্ত নামতা মুখস্থ রাখুন । যেমন:২১×৫=১০৫, ২৫×৫=১২৫ ইত্যাদি।
- ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলির বর্গ মুখস্ত রাখুন, বর্গমূল গুলোও লক্ষ্য করুন।
- সচরাচর ব্যবহৃত হয় এমন কিছু ভগ্নাংশের দশমিক মান মুখস্ত করে রাখুন(যেমন: $\frac{১}{২}$=.৫, $\frac{১}{৩}$ =.৩৩, $\frac{১}{৪}$=.২৫ এভাবে আরো যতো পারা যায়)
- মুখের জড়তা দূর করার জন্য খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে কিছু বড় বড় যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ বিড়বিড় করে করার চেষ্টা করুন (এতে খুব খুব খুবই লাভ হবে, যেমন: ৩৭+২৬=? ১২৭-৪৯=? ১৪×৮=? ৭×৯-২৮=? ১৪×৬+২৮=! খাতা কলমে সবাই পারবে, মুখে মুখে করার চেষ্টা করুন, অংক করার স্পিড বাড়বেই কেননা যে কোন অংকেই যোগ, বিয়োগ, গুন, ভাগের বাইরে না, ক্যালকুলেটরের আগেও পারা যাবে! কেননা আমাদের মাথা খুব দ্রুত অনেক কাজ করতে সক্ষম)
- এই কাজগুলো একদিনই করা সম্ভব কিন্তু অলসতা করলে ১ বছরেও হবে না। তাই আপনার সদিচ্ছাকে কাজে লাগান।
- কবি বলেছেন, *"ইচ্ছা করলে হয় না কিছু ইচ্ছা করলে হয়, অলস লোকের ইচ্ছা শুধু কল্পনাতেই রয়"* তাই ভাবুন আপনার ইচ্ছাগুলো আলসেমি করে কল্পনাতেই সীমাবদ্ধ রাখবেন নাকি সেগুলো বাস্তবায়ন করার জন্য আজকে থেকেই কাজে লেগে যাবেন।

"দ্রুত অংক করতে গিয়ে ভুল করা যাবে না আবার নির্ভুল অংক করতে গিয়ে বেশি সময় নেয়া যাবে না"

রোমান সংখ্যা ও ইংরেজি বর্ণ:

পরামর্শ: রোমান সংখ্যাগুলোর মান গুলো খুবই সহজ। কিন্তু জানা না থাকলে কোনভাবেই উত্তর বের করা সম্ভব নয়। তাই খুব কম সময়ে এখান থেকে দেখে রাখুন।

I=1	XI=11	XXX=30	CD=400	$\bar{V}$ = 5000
II=2	XII=12	XL=40	D=500	$\bar{X}$ = 10,000
III=3	XIII=13	L=50	DC=600	$\bar{C}$ = 1,00,000
IV=4	XIV=14	LX=60	DCC= 700	$\bar{M}$ = 10,00,000
V=5	XV=15	LXX=70	DCCC= 800	**Note:** M = 1000 আকারে ব্যবহৃত হয়। যখন কোনো রোমান Symbol এর উপর bar (¯) চিহ্ন থাকে তখন তাকে 1000 দ্বারা গুণ করে ব্যবহৃত হয়। যেমন- $\bar{V} = 5 \times 1000 = 5000$
VI=6	XVI=16	LXXX=80	CM= 900	
VII=7	XVII=17	XC=90	M= 1000	
VIII=8	XVIII=18	C=100	MC= 1100	
IX=9	XIX=19	CC=200	MCM= 1900	
X=10	XX=20	CCC=300	MM= 2000	

Note: Mark করা অক্ষর ৭টি হচ্ছে মৌলিক প্রতিক।

প্রশ্ন: রোমান M প্রতীকের অর্থ কোনটি? *[সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]*

ক. ১০০০ খ. ৫০০ গ. ১৫০০ ঘ. ১২০০ **উত্তর: ক**

রোমান XIX এর অর্থ কোনটি? *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]*

ক. ১৮ খ. ১৯ গ. ২০ ঘ. ২১ **উত্তর: খ**

রোমান সংখ্যা MCCLXXXIV এর মান কত? *[বিডিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*

ক. 784 খ. 1284 গ. 1234 ঘ. 2284 **উত্তর: খ**

গণিতের কাটাকাটি

কাটাকাটির গুরুত্ব বোঝার আগে নিচের প্রশ্নগুলো কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করার পদ্ধতিটি দেখুন:

অংক মানেই কাটাকাটি কারণ যে কোন অংকের শেষে আপনাকে কাটাকাটি করেই সঠিক উত্তরটি বের করতে হয়।
তাই কাটাকাটিতে যত কম সময় নিবেন তত দ্রুত উত্তর বের করতে পারবেন।
অংক করার গতি বাড়াতে চাইলে আপনাকে এই অধ্যায়টি অবশ্যই ভালোভাবে পড়তে হবে।

এই অধ্যায়ে আমরা শিখবো কিভাবে যে কোন অংকের বিভিন্ন সংখ্যা খুব দ্রুত ক্যালকুলেটর ছাড়াই খাতা কলমে এমনকি মুখে মুখে কাটাকাটি করা সম্ভব।

- দ্রুত যোগ বিয়োগ করতে পারার জন্য সব সময় মুখে মুখে যোগ বিয়োগ করার চেষ্টা করুন।
- গুণ + ভাগ দ্রুত পারলেই কাটাকাটি দ্রুত পারা যাবে।

কাটাকাটি করার ক্ষেত্রে নামতার গুরুত্ব:

ধরুন: ১২৫÷১৩= ? ২৭২÷২৫ =? এখানে প্রথম থেকে নামতা না পড়ে আইডিয়া করে ধরতে হবে। না হলে অনেক সময় লাগবে। কিন্তু আপনার আইডিয়া তো এমনি এমনি আসবে না। তাই বেশি বেশি প্রাকটিস করতে হবে। করুন:

☞ নামতা ছোটবেলার মতো করে না পড়ে এভাবে পড়ুন:

১২×১২ যদি ১৪৪ হয়, তাহলে ১২×১৩ অর্থাৎ হলে ১৩টি ১২, ১৪৪ এর মধ্যে ১২টি ১২ আছে তাহলে ১৩টি ১২গুণ করলে হবে ১৪৪+১২= ১৫৬ (এভাবে পারার জন্য মুখে মুখে যোগ করার ক্ষমতা তৈরী করতে হবে)

৫×৭ = অর্থ ৫টি ৭ অথবা ৭টি ৫ তাহলে ৭×৩২ অর্থ কী ?

সবসময় ছোট সংখ্যা দিয়ে বড় সংখ্যাকে গুণ করার চেষ্টা করুন। একবারে গুণ করতে না পারলে দু বারে গুণ করুন।

মনে রাখবেন, কাটাকাটি খুব দ্রুত পারার জন্য আপনাকে নামতার উপর Expert হতে হবেই।

যেমন: ১৩২ কে ১২ দিয়ে ভাগ করলে উত্তর কত হবে, এখন শেষে ২ দেখে আপনি ২ দিয়ে কাটা শুরু করলে কয়েকবার কাটতে কাটতে আপনার প্রতি অংকের জন্য বরাদ্দকৃত ৩৬ সেকেন্ডের তিনগুণ সময় লেগে যাবে শুধু কাটাকাটি করতেই।

তাই এভাবে ভাবুন, ১৩২ এর সবথেকে কাছাকাছি কোন সংখ্যা আপনার মনে আছে যা ১২ দিয়ে ভাগ করা যায়? অবশ্যই ১২০ এখন এই ১২০ এর সাথে আর ১টি ১২ যোগ করলে ১৩২ হবে। অর্থাৎ ১২০ এ আছে ১০টি ১২। কিন্তু ১৩২ এ আছে ১১টি ১২। তাহলে বুঝলাম ১৩২ কে ১২ দ্বারা ভাগ করলে উত্তর হবে ১১।

শুধু ১০পর্যন্ত নামতা মুখস্থ না করে আরো যতো পারা যায় মুখস্থ করে রাখুন। যেমন: ১৫×১২ = ১৮০

কিছু সংখ্যার শর্টকাট কৌশল: মুখস্থ না করে খাতা কলমে লিখে লিখে Practice করুন:

৪ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:	৪ দিয়ে ভাগ করার খুব সহজ টেকনিক:
৭৫×৪ = যে কোন সংখ্যাকে ৪ দিয়ে গুণ করতে গেলে গুণ না করে সরাসরি ঐ সংখ্যাটিকে দুবার দ্বিগুণ করে নিন, মুখে মুখে। যেমন: ৭৫ এর দ্বিগুণ ১৫০ আবার ১৫০ এর দ্বিগুন ৩০০ তাহলে ৭৫×৪ = ৩০০।	৫০০÷৪= ? ভাগ করতে যাচ্ছেন? থামুন। খাতা কলম বের না করে এভাবে ভাবুন তো, ৫০০ এর অর্ধেক ২৫০ আবার ২৫০ এর অর্ধেক ১২৫। তাহলে ৫০০÷৪ = ১২৫। অর্থাৎ দু'বার অর্ধেক করতে হবে এভাবে শুধু অংকই হবে না, বরং মজা লাগবে।
নিজে করুন: ৩৫×৪ = ? ২৩×৪ =? ১৮×৪ =? আবার, ৭৬÷৪ = ? ১৮০÷৪ = ? ৯০০÷৪ = ?	

৫ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:	৫ দিয়ে ভাগ করার খুব সহজ টেকনিক:
যেকোন সংখ্যাকে ৫ দ্বারা গুণ করতে হলে প্রথমে ঐ সংখ্যাটিকে অর্ধেক করুন তারপর শেষে একটি শূন্য বসিয়ে দিন। যেমন: ৩৬×৫ = ১৮০ আবার, ২৪×৫ = ? ২৩×৫ = ? এভাবে বানিয়ে করুন।	যে সংখ্যাটিকে ৫ দিয়ে ভাগ করতে হবে সেই সংখ্যাটিকে দ্বিগুণ করে এ সংখ্যার এক ঘর আগে দশমিক বসালেই ভাগফল বের হবে। যেমন: ২৬÷৫ = ৫২ এর এক ঘরে আগে দশমিক অর্থাৎ ৫.২ আবার ৪৭÷৫ = ৪৭ এর দ্বিগুণ ৯৪ অর্থাৎ ৯.৪, তাহলে ১৪÷৫ =?

৯ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:	১১ দিয়ে গুণ করার খুব সহজ টেকনিক:
৯×২১ =? যে কোন সংখ্যাকে ৯ দিয়ে খুব দ্রুত গুন করতে চাইলে মুখে মুখে ঐ সংখ্যাটির সাথে ১০ গুণ করে ফেলুন। অর্থাৎ শেষে একটি শূন্য বসিয়ে দিন। এখন যেহেতু ৯টি ২১ তাহলে ২১০ থেকে একটি ২১ কম অর্থাৎ ২১০-২১ = ১৮৯। আর খাতা কলমে করতে গেলে ৯ এর নামতা দুইবার পরে উত্তর বসান। নিজে করুন: ৯×১৫ = ১৩৫, ৯×২৫ = ? ৯×১৬ = ?	প্রথমে ১০ দিয়ে গুণ করে ঐ সংখ্যাটি পুণরায় একবার যোগ করুন। খাতা কলমের থেকে ৫ সেকেন্ড কম সময় লাগবে, যেমন: ১১×১৮ = ১৮০+১৮=১৯৮ । (এই কাজটি এখানে লিখে দেখিয়ে দেয়াতে বড় মনে হচ্ছে। কিন্তু যখন আপনি মাথা দিয়ে করবেন তখন মুহূর্তেই হয়ে যাবে।) নিজে করুন, ১১×২৫= ? ৪০×১১=? ১৬×১১=?

Note: আসলে এই সব টেকনিকের থেকে স্বাভাবিক সিস্টেম কম কার্যকর তা না। যেমন: ২১×৯ = আগে ৯ দিয়ে ১ কে গুণ তারপর ২ কে গুণ। = ১৮৯ তো এত টেকনিক শেখার কি প্রয়োজন! সমস্যা হলে সাধারণ পাঠকরা অযথাই অতিরিক্ত টেকনিক শেখার জন্য ফ্যান্টাসিতে ভোগেন। যেখানেই টেকনিক সেখানেই হুমড়ী খেয়ে পড়েন। অথচ স্বাভাবিক এবং ছোটবেলা থেকে শিখে আসা নরমাল প্রসেসগুলো ভালোভাবে পারলে সহজেই সব পারা যাবে। (কিছু স্পেশাল টেকনিক বাদে)

ভুল থেকে শিখে রাখুন:

☞ কয়েকটি অংক দেখুন. যেখানে অধিকাংশরাই ভুল করে থাকেন,

যেমন: $\frac{৩৫২৫}{৫}$ = ৭৫ নাকি ৭০৫, $\frac{৮৩৪৪}{৮}$ =১৪৩ নাকি ১০৪৩, $\frac{৩২০৩২}{১৬}$ = ২০২ নাকি ২০০২?

অনেকেই Confidently ভুল উত্তরটি করে আসেন। মনে রাখবেন প্রথম বার কোন সংখ্যাকে ভাগ করা না গেলে তার পরের সংখ্যাও ধরা যায়। কিন্তু যদি কখনো মাঝখানের কোন একটি সংখ্যাকে নিচের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা না যায় সেক্ষেত্রে পরের সংখ্যাটিকে ধরার আগে ভাগফলে একটি অতিরিক্ত শূন্য যোগ করতে হবে। এখানে, প্রদত্ত ভ্যাংশগুলোর উত্তর, ৭০৫, ১০৪৩ এবং ২০০২ ।

শূন্য যুক্ত সংখ্যার কাটাকাটি:

শূন্য কাটার পর যে সংখ্যা ছোট ঐ সংখ্যাটিকে আরো ছোট করে কাটুন তাহলে পরবর্তীতে গুণ করতে সহজ হবে

$\frac{১৩৫০ \times ২৭}{৩০}$ = ৪৫×২৭ অর্থাৎ শূন্য কাটার পর ৩ দিয়ে ১৩৫ কে আগে ভাগ করলে দুটা মাঝারী সংখ্যা আসবে যার গুণফল মুখে মুখে বের করা সময় সাপেক্ষ হবে।

কিন্তু $\frac{১৩৫০ \times ২৭}{৩০}$ = ১৩৫×৯ = ৯ এভাবে ছোট সংখ্যাকে আরো ছোট করলে ৯ এর নামতা সহজে পড়ে গুণ করতে পারবেন।

নিজে করুন:

ক. $\frac{১৩২ \times ২৪০}{৬০}$ = ১৩২×৪ = ৫২৮ খ. $\frac{১০৮ \times ৫৪}{৯}$ = ৬৪৮ গ. $\frac{২২০০ \times ১৪৪}{৪০}$ ঘ. $\frac{৬০০০ \times ১০০}{৭৫০০}$ ঙ. $\frac{১৫০০ \times ১০০}{২৫০০}$

চ. $\frac{১০০ \times ৫৭৫০}{১১৫}$ = ৫০০০ (১১৫ এর নামতা) ছ. $\frac{১০০ \times ৫৪০}{১০৮}$ = ৫০০ জ. $\frac{১০০ \times ৫৬০}{৮০}$ = ৭০০

☞ **খুবই গুরুত্বপূর্ণ:** $\frac{১০০ \times ৭৫}{১৫}$ উপরের ১০০ কে না কেটে ৭৫ কে কেটে হিসেব করলে পরে গুণ করা সহ হবে।

টিপস: যে সংখ্যার শেষে শূন্য থাকবে সেই সংখ্যাকে না কেটেই অংক করার চেষ্টা করতে হবে

নিজে করুন: ক. $\frac{১০০ \times ১৪৪}{১৬}$ (১৪৪ এর সাথে আগে কাটুন) খ. $\frac{১০০ \times ৯১ \times ১৫}{৩৫}$ গ. $\frac{১০০ \times ২২৫}{৭৫}$

[কিন্তু যদি কাঁটার প্রয়োজন হয় তাহলে শেষে কাটতে হবে] যেমন: $\frac{১০০ \times ৭২}{১৬} = \frac{১০০ \times ১৮}{৪}$ = ২৫×১৮ = ৪৫০

☞ **মুখস্থ না রেখে নিয়ম অনুযায়ী করতে হবে।**

সব সময় কাটাকাটি করলেই মিলে যাবে এ ধরনের ভুল প্রবণতা থাকা যাবে না। যেমন: $\frac{৮০ \times ৬০০}{২৪৪}$ = ১৯৬.৭২

$\frac{৫০ \times ৭২}{১২}$ = ৩৩০ শূন্য সহ যে সংখ্যাগুলো থাকে সেগুলোর কাটাকাটি করা সবথেকে সহজ। যেমন: $\frac{১০৮ \times ২০০০}{১০০}$ = ২১৬০

☞ **কাটাকাটি করা শেষে অবশিষ্ট সংখ্যাগুলোর গুণ কিভাবে দ্রুত করবেন??**

সাধারণত যে কোন সংখ্যা দুটি এর বেশি থাকলে গুণ করার সময় যে সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে শেষে শূন্য আসবে সে সংখ্যাগুলো আগে গুণ করুন । যেমনঃ ৭×৬×৫ প্রথমে ৭×৬ গুণ করলে ৪২ কে আবার ৫ দিয়ে গুণ করার থেকে, প্রথমে ৬ কে ৫ দিয়ে গুণ করার পর ৭ দিয়ে গুণ করলে খুব সহজে ৩০×৭ = ২১০ হয়ে যাবে।

নিজে করুন: ক. ২×৩×৪×৫ খ.৫×৩×৮ গ. ২×৩×৪×৫×৬×৭ ঘ.২×৯×৬ ঙ. ৩×৮×৪

আগে ৩ ও ৪ এর ১২ তারপর ৮×১২ = ৯৬। কিন্তু প্রথমে ৩×৮ =২৪ করতে গেলে আপনার ২৪ এর নামতা পড়তে কঠিন হবে।

মনে রাখবেন ৫ সেকেন্ডের টেকনিক প্রয়োগ করে যদি আপনি পরীক্ষার হলে ৫ সেকেন্ড সেভ করতে পারেন, তাহলে আপনি অনেকটাই উপকৃত হবেন। বাস্তব ধারণা পাবেন, যদি কয়েকটি পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করে থাকেন।

ল.সা.গু করার ক্ষেত্রেও এই ধরনের অনেকগুলো গুণ করতে হয়, এছাড়াও বিন্যাস ও সমাবেশের অংক করার সময় এ ধরণের গুণ করতে হয়। তাই এখান থেকেই ভালোভাবে শিখে নিন।

ভগ্নাংশের কাটাকাটি :

শর্টকাট: যে কোন ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করার ক্ষেত্রে ভাগ না লিখে সরাসরি হরের সাথে গুণ করে দিলেই হয়ে যাবে।

যেমন: $\frac{১২}{৫} \div ১০০$ সরাসরি $\frac{১২}{৫ \times ১০০}$ অর্থাৎ ১০০ দ্বারা ভাগ না করে সরাসরি ৫ এর সাথে ১০০ গুণ করতে হবে।

ক. $\frac{৩}{\frac{১}{২৭}} = ৩ \times ২৭$ খ. $\frac{\frac{১৫}{৪}}{১০০} = \frac{১৫}{৪} \times \frac{১}{১০০}$ (এভাবে না করে সরাসরি নিচের টার সাথে গুণ করে দিয়ে করুন

$= \frac{১৫}{৪ \times ১০০}$ গ. $\frac{\frac{১৫}{২} \times ১০০}{১০০}$ (এভাবে থাকলে তাড়াহুড়ো করা যাবে না আগে উপরের কাজ তারপর নিচের সাথে সমন্বয় করতে হবে।)

নিজে করুন: ক. $\frac{\frac{১৪}{৪} \times ১০০}{২০}$ খ. $\frac{\frac{১৫}{৬} \times ৫০}{৩০}$ গ. $\frac{\frac{১}{৭} \times ৫০}{৩০ \times \frac{৪৫}{১২}}$

এক সাথে অনেকগুলো সংখ্যা থাকলে (সরল অধ্যায়ে এ ধরনের অংক বেশি থাকে)

কয়েকটি সংখ্যার কাটাকাটি একসাথে করতে হলে, $\frac{৮ \times ২০ \times ১৭}{৩৪ \times ৪} = ২০$ এখানে প্রথমে উপরের ৮ এবং নিচের ৩৪ কে না কেটে বরং ১৭ আর ৩৪ কে কাটুন। তাহলে এক সাথে বড় সংখ্যা দিয়ে কাটায় উত্তরটি খুব দ্রুত বের হবে।

ক. $\frac{৯ \times ১৫ \times ১৬}{১০৮}$ খ. $\frac{১৬ \times ১৫}{১২}$ গ. $\frac{১৮ \times ১০০ \times ১০০}{১৫ \times ৩০}$ ঘ. $\frac{৫ \times ৬০}{১০০} = ৩$ ঙ. $\frac{১৪০ \times ১০০}{৫ \times ৪০০} = ৭০$

দশমিক সংখ্যার কাটাকাটি:

০.৫ অথবা ০.২৫ যুক্ত সংখ্যাকে গুণ করার শর্টকাট।

যে কোন সংখ্যাকে ০.৫ দিয়ে গুণ করলে ঐ সংখ্যাটি অর্ধেক হয়ে যায়।

বিভিন্ন অংক করার ক্ষেত্রে .৫ অথবা .২৫ অথবা .২ যুক্ত প্রচুর অংক করতে হয়।

যেমন: ৭.৫ টাকা কেজি দরে আলু বিক্রয় করলে ১মণ আলুর দাম কত? ৭.৫×৪০ = প্রথমে ৭ দিয়ে গুণ করে ২৮০ এর সাথে ৪০ এর অর্ধেক ২০ যোগ। অর্থাৎ = ২৮০+২০ = ৩০০।

১২ জনের গড় বয়স ১৪.৫ বছর হলে তাদের মোট বয়স কত?

খুব দ্রুত গুণ করার সহজ বুদ্ধি হল প্রথমে ০ .৫ বাদে শুধু পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করে .৫ এর জন্য ১২ এ অর্ধেক নিয়ে যোগ করতে হবে। যেমন: ১২×১৪ = ১৬৮ এবং ১২ এর অর্ধেক ৬ তাহলে ১২× ১৪.৫ = ১৬৮+ ৬ = ১৭৪।

এভাবে অনেক অংকে ০.৫ যুক্ত সংখ্যা আসে। এভাবে করলে কম সময় লাগবে।

প্রতিটি কলার দাম ২.২৫ টাকা করে হলে ৮ টি কলার দাম কত?

২টাকা × ৮ = ১৬ টাকা এবং ৮টা ২৫ পয়সা = ২টাকা মিলে মোট = ১৬+২ = ১৮ টাকা।

দশমিকের ভাগ করার ক্ষেত্রে:

যে কোন সংখ্যাকে ১০ দিয়ে ভাগ করলে ঐ সংখ্যাটির এক অংক আগে দশমিক বসাতে হয়। যেমন: ২৫÷১০=২.৫

২÷১০ = .২ আবার ১০০ দ্বারা ভাগ করলে দুই অংক আগে দশমিক বসাতে হয়। অর্থাৎ যতটি শূন্য থাকবে তত ঘর আগে দশমিক বসাতে হবে। যেমন: ২২৫ ÷১০০ = ২.২৫, ২÷১০০ = .০২, ৫২৪১÷১০০০ = ৫.২৪১, অর্থাৎ দশমিক বসানোর জন্য সংখ্যার ঘাটতি হলে শূন্য দিয়ে পূর্ণ করে দিতে হবে। ২÷১০০০ = ০.০০২।

দশমিকের গুণের ক্ষেত্রে:

আবার দশমিক যুক্ত সংখ্যাকে গুণ করার সময় এর বিপরীত নিয়ম। অর্থাৎ দশমিকের পর একটি অংকযুক্ত সংখ্যাকে ১০ দ্বারা গুণ করলে ঐ দশমিকটি এক ঘর ডানে সরে যায়। যেমন: ২.২ ×১০ = ২২, ১০০ দিয়ে গুণ করলে দুই ঘর, ১০০০ দিয়ে গুণ করলে তিন ঘর ডানে সরে যায়। যেমন: ৫২.৩২৫ ×১০০ = ৫২৩২.৫। ৩২৫.২×১০০ = ৩২৫২০

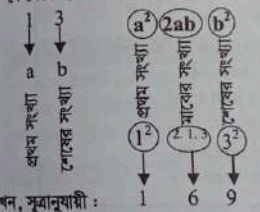
কিছু দশমিক মান মুখস্থ রাখুন: $\frac{২৫}{৪} = ৬.২৫$, $\frac{৩৬}{৫} = ৭.২$ [উপরে বিস্তারিত দেয়া আছে]

নিজে করুন: ক. ১১৮ এর ১০% খ. ২২০ এর ৩% গ. $\frac{২৬}{৫}$ গ. $\frac{৩৭}{৫}$ ঘ. ৩২৫ এর ২৫% ঙ. $\frac{৮০ \times ৮}{১০০}$

দ্রুত বর্গ বের করার টেকনিক:

দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলোর বর্গ বের করার শর্টকাট টেকনিক:

যে কোন ২ অংকের বাম দিকে থেকে ১ম সংখ্যাটিকে a এবং শেষ সংখ্যাটিকে b ধরে, সূত্র প্রয়োগ করি,



শর্টকাট: $(ab)^2 = a^2\ 2ab\ b^2$

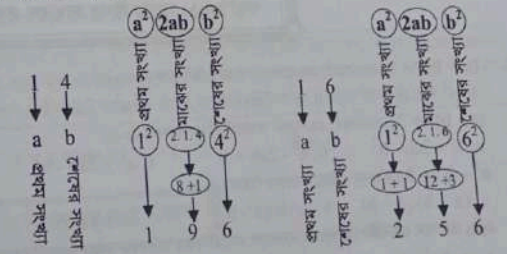
যেমন : $(৩২)^2 = ৩^2\ (২.৩.২)\ ২^2 = ৯\ ১২\ ৪ = ১০২৪$

(শেষের হাতের সংখ্যাগুলোকে বামের সংখ্যার সাথে যোগ করতে হবে।)

$(১৫)^2 = ১^2\ (২.১.৫)\ ৫^2 = ১\ ১০\ ২৫ = ২২৫$ (৫ রেখে ২ যোগ, ২ রেখে ১ যোগ)

এখন, সূত্রানুযায়ী :

যখন একক স্থানীয় সংখ্যার বর্গের মান দশক স্থানীয় মান হয়। যেমন : ১৪ এর একক স্থানীয় মান ৪ আর ৪ এর বর্গ ১৬ যা দশক স্থানীয় মান পর্যন্ত । এ ক্ষেত্রে শেষের সংখ্যায় ১৬ না বসিয়ে শুধু ৬ বসাতে হবে এবং ১ মাঝের সংখ্যার সাথে যোগ করতে হবে। যেমন:



নিজে করুন:

ক. $(৪৫)^2$ খ. $(৬৪)^2$ গ. $(৯৩)^2$

[**Note:** দুপাশে ১টা করে ডিজিট বসানোর পর হাতে থাকা সংখ্যাগুলো মাঝের সংখ্যার সাথে যোগ হবে।]

বীজগাণিতিক সূত্রাবলী

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	ঘন-এর সূত্রের প্রয়োগ
পদ্ধতি-০২	মুখে মুখে মান নির্ণয়	পদ্ধতি-০৬	তিনটি রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	বর্গের সূত্রের প্রয়োগ	পদ্ধতি-০৭	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৪	পূর্ণবর্গ রাশি তৈরী	পদ্ধতি-০৮	বিবিধ প্রশ্ন
Practice Part		Model Test	

বীজগাণিতিক সূত্রাবলী উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী:

বর্গ এর সূত্রাবলী:-

1. $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 = (a-b)^2+4ab$
2. $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2 = (a+b)^2-4ab$
3. $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab = (a-b)^2+2ab$
4. $2(a^2+b^2) = (a+b)^2+(a-b)^2$
5. $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$
6. $4ab = (a+b)^2-(a-b)^2$
7. $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
8. $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
   অথবা, $a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
   অথবা, $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$
9. $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

ঘন এর সূত্রাবলী:

10. $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$
11. $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$
12. $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b) = (a+b)(a^2-ab+b^2)$
13. $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b) = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

পদ্ধতি-০১: সূত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন

১. $(a+b)^2 = ?$ *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
a. $a^2+2ab+b^2$ b. $a^2-2ab+b^2$ c. $a^2+2ab-b^2$ d. $a^2-2ab-b^2$ Ans: a

২. $(a-b)^2 = ?$ *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
a. $a^2-2ab-b^2$ b. $a^2-2ab+b^2$ c. $a^2+2ab-b^2$ d. $a^2+2ab+b^2$ Ans: b

৩. $a^2-b^2 = ?$ *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*
a. $(a+b)(a-b)$ b. $(a+b)(a^2+b^2)$ c. $(a+b)(a+b)$ d. $a^2-2ab+b^2$ Ans: a

৪. **4ab এর মান কোনটি?** *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]*
a. $(a+b)^2-(a-b)^2$ b. $(a+b)^2+(a-b)^2$ c. $(a-b)^2+(a-b)^2$ d. $(a+b)^2+(a+b)^2$ Ans: a

৫. $2(a^2+b^2) =$ কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*
a. $(a+b)^2-2ab$ b. $(a+b)^2+(a-b)^2$ c. $(a-b)^2+2ab$ d. $(a+b)^2-4ab$ Ans: b

পদ্ধতি-০২: মুখে মুখে মান নির্ণয়

এই নিয়মটির গুরুত্ব বোঝার জন্য নিচের সমাধান করে দেয়া অংক দুটি আগে ভালভাবে পড়ুন:

৬. $x-y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, x- এর ধনাত্মক মানটি- *[৩৫তম বিসিএস]*
a. 3 b. 4 c. 5 d. 6 Ans: d

সমাধান:
দেয়া আছে, $x-y = 2$
বা, $(x-y)^2 = 2^2$ (উভয় পক্ষকে বর্গ করে)
বা, $(x-y)^2 = 4$
বা, $(x+y)^2-4xy = 4$
বা, $(x+y)^2-4\times24 = 4$ $(\because xy=24)$
বা, $(x+y)^2-96 = 4$
বা, $(x+y)^2 = 100$
বা, $(x+y) = \sqrt{100}$
বা, $(x+y) = \pm10$
$(x+y) = 10$ (ধনাত্মক মান ধরে)
এখন, $x+y = 10$
এবং $x-y = 2$
$2x = 12$ বা, $x = 6$ $\therefore x = 6$ Ans: 6 এভাবে করলে অনেক বেশি সময় লাগবে।

2	24
2	12
2	6
	3

যদি কখনো বড় সংখ্যা আসে তাহলে এভাবে ভাঙ্গতে পারেন

Attention: যেকোনো চাকুরীর পরীক্ষায় এই নিয়মের দু'একটি করে অংক প্রায়ই আসে। এখানে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো খুব ভালোভাবে বুঝে বুঝে করলে কয়েক সেকেন্ডেই এ ধরনের শত শত অংক খাতা - কলম এমনকি সূত্র ছাড়াই মুখে মুখে করতে পারবেন।

কিন্তু সূত্র ছাড়াই বুঝে বুঝে ৫ সেকেন্ডে অংকটি করতে এভাবে ভাবুন
$x-y = 2$ অর্থ x-এর মান বড়।
আবার $xy = 24$ অর্থাৎ x ও y গুণ করে 24 হবে এবং x থেকে y বিয়োগ করলে 2 হবে।
তাহলে $8\times3 = 24$ হতে পারে, কিন্তু $8-3 = 2$ হয় না।
আবার, $6\times4 = 24$ এবং $6-4 = 2$ (মিলে গেছে!!) উত্তর 6 (প্রাকটিস করলে সরাসরি সঠিকটিই মাথায় আসবে)

৭. $x+y = 6$ এবং $x-y = 4$ হলে, xy এর মান কত ? *[রাকাব, (ক্যাশিয়ার) -১৫] + [IBBL- (ATO)-2017] +কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]*
a. 35 b. 20 c. 9 d. 5 Ans: d

সমাধান: [বুঝলে মুখে মুখে আর লিখে করতে চাইলে এই নিয়মে সমাধান করুন]
$x+y = 6$ ----(i)
$x-y = 4$ ---- (ii)
$2x = 10$ $\therefore x = 5$
আবার, $x+y = 6 \Rightarrow 5+y = 6$ $\therefore y = 1$ সুতরাং $xy = 5\times1 = 5$ উত্তর: 5

মুখে মুখে সমাধান: দুটি সংখ্যার যোগফল (সমষ্টি) এবং বিয়োগফল (ব্যবধান) দেয়া থাকলে, সমষ্টি থেকে ব্যবধান বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যা বের হয় আবার সমষ্টি এবং ব্যাবধান যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যাটি বের হয়। পরের নিয়মটি দেখুন।

(২.ক) দুটি রাশির যোগফল ও বিয়োগফল দেয়া থাকলে:

৮. $x+y = 12$ এবং $x-y = 8$ হলে, xy এর মান কত ? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*
a. 20 b. 40 c. 60 d. 80 Ans: a

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন
x+y = 12 - - - - (i) x-y = 8 - - - - - (ii) --- (i)+(ii) 2x = 20 ∴ x = 10 আবার, (i)-(ii) 2y = 4 সুতরাং y = 2 তাহলে xy = 10×2 = 20 বীজগণিতের সূত্রের থেকে এই নিয়মটা সহজ।	যে কোন দুটি সংখ্যার সমষ্টি ও ব্যবধান দেয়া থাকলে যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যা এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যাটি বের হয়। প্রাকটিস করলে মুখে মুখে হবে। যেমন: বড় সংখ্যাটি $x = \frac{12+8}{2} = \frac{20}{2} = 10$ ছোট সংখ্যাটি $y = \frac{12-8}{2} = \frac{4}{2} = 2$ ∴ xy = 10×2 = 20

৯. **a+b = 9 এবং a-b = 7 হলে ab-এর মান কত?** *[জাতীয় রাজস্ব বোর্ডের (সহ: কর্ম:))-২০১০]*

a. 7 b. 8 c. 5 d. 3 Ans: b

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন
$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2$ $= \frac{81}{4} - \frac{49}{4} = \frac{81-49}{4} = \frac{32}{4}$ ∴ ab = 8	a+b = 9 এবং a-b = 7 সমীকরণ দুটি থেকে লেখা যায় $a = \frac{9+7}{2} = \frac{16}{2} = 8$ এবং $b = \frac{9-7}{2} = \frac{2}{2} = 1$ সুতরাং ab = 8×1 = **8**

নিজে করুন:

১০. **x + y = 12 এবং x – y = 2 হলে xy এর মান কত?** *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*

a. 35 b. 40 c. 45 d. 50 Ans: a

১১. **x + y = 5 এবং x – y = 3 হলে xy এর মান কত?** *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]+ [বাংলাদেশ কর্মচারী কল্যাণ বোর্ড(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার): ২০২১] +[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: d

১২. **a + b = 8, a – b = 4 হলে ab = কত?** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

a. 8 b. 10 c. 12 d. 18 Ans: c

১৩. **x + y = 12, x-y = 2 হলে xy-এর মান কত?** *(২৩তম বিসিএস)* **[Hints:** 7+5 = 12 এবং 7-5 = 2 ∴ 7×5 = 35]

a. 27 b. 72 c. 35 d. 30 Ans: c

১৪. **দুটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে সংখ্যা দুটি কত?** *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক):২০২১]*

ক. ৩০, ৫০ খ. ৪৫, ১৫ গ. ৪০,২০ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: গ

১৫. **দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং বিয়োগফল যথাক্রমে 28 এবং 4। বড় সংখ্যাটি কত?** *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

a. 16 b. 18 c. 20 d. 22 Ans: a

১৬. **a+b = 13, a-b = 3 হলে a^2+b^2-এর মান কত?** *(সমাজসেবা অধি: ইন্সট্রাক্টর-২০০৫)*

a. 7 b. 89 c. 59 d. 3 Ans: b

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে: (শেষের লেজুড় যা ই থাক যোগ বিয়োগ থাকলে নিয়ম একই)
$a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$ $= \frac{13^2+3^2}{2} = \frac{169+9}{2} = \frac{178}{2} = 89$	a+b = 13 এবং a-b = 3 সমীকরণ দুটি থেকে লেখা যায় $a = \frac{13+3}{2} = \frac{16}{2} = 8$ এবং $b = \frac{13-3}{2} = \frac{10}{2} = 5$ ∴ $a^2+b^2 = 8^2+5^2 = 64+25 = 89$

নিজে করুন:

১৭. **মান নির্ণয় করুন: x + y = 8, x – y = 6 হলে $x^2 + y^2$ এর মান কত?** *[গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

[Hints: 7+1 = 8 এবং 7-1 = 6 ∴ $7^2+1^2 = 50$]

a. 40 b. 20 c.50 d. 48 Ans: c

১৮. **x+y = 5 & x-y = 3 then $2x^2+2y^2$ =?** *[রাকাব, (সুপারভাইজার) -১৫]* **[Hints:** $2.4^2+2.1^2 = 2.16+2.1 = 34$]

a. 34 b. 20 c.15 d. 5 Ans: a

একটু ব্যতিক্রম:

১৯. **a + b = 9m এবং ab = 18 m^2 হলে a - b এর মান কত?** *[পায়রা বন্দর (অফিস সহ:) নিয়োগ-২০১৯] +[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো(পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]*

a. + 3m b. - 3m c. ± 3m d. 3m Ans: c

সমাধান:

আমরা জানি: $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
$= (9m)^2 - 4.18m^2$
$= 81m^2 - 72m^2$
$\Rightarrow (a-b)^2 = 9m^2$
$\Rightarrow a-b = \sqrt{9m^2}$ ∴ a - b = ± 3m

অর্থাৎ শুধু (a + b) অথবা (a -b) এর মান বের করতে বলা হলে সরাসরি এদের যেহেতু সূত্র নেই, তাই $(a+b)^2$ বা $(a-b)^2$ এর সূত্র প্রয়োগ করে অংকটি করতে হয়। এক্ষেত্রে উত্তর যাহাই আসুক না কেন তার পূর্বে ± চিহ্ন বসাতে হয়। কারণ বর্গমূল ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে।

(২.খ) দুটি রাশির গুণফল ও সমষ্টি/পার্থক্য দেয়া থাকলে:

টিপস: এরুপ ক্ষেত্রে যোগ বিয়োগ নিয়ে শুরুতে না ভেবে আগে গুণের অংশটি নিয়ে ভাবুন। তাহলে দ্রুত উত্তর বের হবে।

২০. **x+y = 7 এবং xy= 12 হলে x ও y এর মান কত?** *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

a. 3,5 b. 2,3 c. 9,3 d. 4,3 Ans: d

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$ $\Rightarrow (x-y)^2 = 7^2 - 4\times12 = 49-48 = 1$ ∴x-y = 1 এখন x+y = 7 এবং x-y = 1 সমীকরণ দুটি যোগ ও বিয়োগ করে আমরা পাই, x = 4 এবং y = 3। উত্তর: 4, 3	দেয়া আছে, x+y= 7, xy = 12 প্রথমে, 12 কে ভাঙ্গলে = 4×3 = 12 এবং 4+3 = 7] তাই x এবং y এর মান 4 এবং 3 । উত্তর: 4 ,3 **Note:** এখানে x = 3 এবং y = 4 ধরলেও সঠিক হবে।

২১. **x + y = 17 এবং xy= 60 হলে, $(x-y)^2$ এর মান কত?** *(শিক্ষক নিবন্ধন, প্রিলিমিনারী টেস্ট কলেজ পর্যায়-২০১৫)*

a. 49 b. 64 c. 36 d. 125 Ans: a

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন
আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$ $\Rightarrow (x-y)^2 = 17^2 - 4\times60$ (মান বসিয়ে) $\Rightarrow (x-y)^2 = 289 - 240$ ∴$(x-y)^2 = 49$	দেওয়া আছে, x+y= 17, xy = 60 প্রথমে, 60 কে ভাঙ্গলে = 12×5 = 60 এবং 12+5 = 17] তাই $(12-5)^2 = 7^2 = 49$ উত্তর: 49

নিজে করুন:

২২. **যদি a + b = 2 এবং ab = 1 হয়, তবে a এবং b-এর মান যথাক্রমে-[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]**

a. 0, 2 b. – 1, 3 c. 2, 0.5 d. 1, 1 Ans: d

২৩. **x – y = 4 এবং xy = 60 হলে x + y এর মান কত?** *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]*

a. 16 b. ± 16 c. 4 d. ± 64 Ans: b

২৪. **যদি x-y= 1, xy = 56 হয় তবে x+y = কত?** *[মাধ্যমিক সহ: শিক্ষক-২০০০]* **[Hints :** 8×7 = 56, 8-7 = 1]

a. 35 b. 20 c.15 d. 5 Ans: c

২৫. **a - b = 2 এবং ab = 24 হলে a + b এর মান কত?** *[১৩তম বিজেএস-২০১৯]*

a. 10 b. - 10 c. 100 d. ±10 Ans: d

২৬. **a+b = 13 এবং ab = 36 হলে a-b-এর মান কত?** *(খরাষ্ট্র মন্ত্রণা:কারা তত্ত্বা:-০৫)*

a. 45 b. 20 c. 9 d. 5 Ans: d

২৭. $x+y=12$, $xy=27$ হলে $x-y=?$ *[BIWTA-2018]*

a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 Ans: b

২৮. $x+y=17$ এবং $xy=60$ হলে $x-y$ এর মান কত? *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০১৯]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 Ans: c

[**Hints** : এখানে, $60=12\times5$ এবং $12+5=17$ সুতরাং $x-y=12-5=7$]

২৯. $x-y=3$ এবং $xy=10$ হলে, $(x+y)^2$ এর মান কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. 49 খ. 30 গ. 90 ঘ. 39 উত্তর: ক

৩০. $x+y=6$, $xy=8$ হলে $(x-y)^2=?$ *(ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর- ২০১৬) + [যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]*

a. 3 b. 4 c. 9 d.12 Ans: b

৩১. $x+y=7$ এবং $xy=10$ হলে $(x-y)^2$ এর মান কত? *(ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর- ২০১৬) + [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]*

a. 9 b. 19 c. 29 d. 39

৩২. $x+y=7$ এবং $xy=6$ হলে x^2+y^2 এর মান কত? *[এনএসআই(অফিস সহায়ক)-২০১৯]*

a. 25 b. 30 c. 34 d. কোনটিই নয় Ans: a

সমাধান: $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=7^2-2\times6=49-12=37$ Ans: d

৩৩. $a-b=8$ এবং $ab=50$ হলে a^2+b^2 এর মান নির্ণয় কর। *[বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০]*

সমাধান: দেওয়া আছে, $a-b=8$ এবং $ab=50$

প্রদত্ত রাশি, $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(8)^2+2\times50=64+100=\mathbf{164}$

৩৪. $a+b=8$ এবং $ab=15$ হলে, a^2+b^2 এর মান কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

a. 120 b. 60 c. 34 d. 33 Ans: c

৩৫. $a-b=2$ ও $ab=24$ হলে $a^2-b^2=?$ *[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহকারী): ২০২১]*

a. 10 b. 12 c. 15 d. 20 Ans: d

৩৬. $x+y=5$, $xy=6$ হলে x^3+y^3 এর মান কত? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর):২০২১]*

সমাধান: দেওয়া আছে, $x+y=5$, $xy=6$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=5^3-3\times6\times5=125-90=\mathbf{35}$

৩৭. $a+b=3$ এবং $ab=2$ হলে, a^3+b^3 এর মান কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

a. 6 b. 9 c. 12 d. 15 Ans: b

৩৮. $x+y=5$ এবং $xy=6$ এবং $x>y$ হলে $x^3-y^3-3(x^2+y^2)$ এর মান নির্ণয় করুন। *[এনসিটিবি (অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. 10 b. 20 c. -20 d. 25 Ans: c

সমাধান: কোন বড় রাশির মান জানতে চাইলেও নিয়ম একই :
দেয়া আছে, $x+y=5$ $xy=6$ এবং $x>y$ (অর্থাৎ x বড় সংখ্যা)
আমরা জানি, $(x-y)^2=(x+y)^2-4.xy=5^2-4.6=25-14=1$ $\therefore x-y=1$
সুতরাং $x^3-y^3-3(x^2+y^2)=(x-y)^3+3xy(x-y)-3\{(x+y)^2-2.xy\}$
$=1^3+3.6.1-3(5^2-2.6)=1+18-3(25-12)=19-3\times13=19-39=\mathbf{-20}$ **(Ans)**
মুখে মুখে: $(3+2)=5$ এবং $(3\times2=6)$ সুতরাং $x^3-y^3-3(x^2+y^2)=3^3-2^3-3(3^2+2^2)=27-47=\mathbf{-20}$

৩৯. $x+y=6$, $xy=8$ then $(x-y)^3=?$ *[বাংলাদেশ বেতার (সহ-সম্পাদক)-২০১৯]+ [যুব উন্নয়ন অধি (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]*

a. 3 b. 8 c. 9 d. 12 Ans: b

সমাধান: $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=6^2-4\times8=36-32=4$ $\therefore x-y=\sqrt{4}=2$ সুতরাং $(x-y)^3=2^3=\mathbf{8}$

৪০. $a+b=7$ ও $ab=12$ হলে, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ এর মান কত? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

a. $\frac{3}{25}$ b. $\frac{25}{144}$ c. $\frac{31}{144}$ d. $\frac{11}{49}$ Ans: b

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
দেয়া আছে $a+b=7$ এবং $ab=12$ এই মান দুটি দিয়ে সূত্র প্রয়োগ	$ab=12=4\times3$ কারণ $a+b=7$
$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2-2\times\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}$	এখন, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{4^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{1}{16}+\frac{1}{9}$
$=\left(\frac{a+b}{ab}\right)^2-2.\frac{1}{ab}=\left(\frac{7}{12}\right)^2-2.\frac{1}{12}=\frac{49}{144}-\frac{1}{6}=\frac{49-24}{144}=\frac{25}{144}$	$=\frac{9+16}{144}=\frac{25}{144}$ (এভাবে দ্রুত হবে)

৪১. $a^2+b^2=25$ এবং $ab=12$ হলে $a+b=$ কত? *[প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয় (সহকারী কম্পিউটার প্রোগ্রামার ও সহ: কম্পিউটার প্রোগ্রামার) ২০১৩]*

a. 6 b. 7 c. 8 d. 9 Ans: b

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
আমারা জানি, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=a^2+b^2+2ab=25+2\times12=49$	$ab=12=4\times3$ এবং $4^2+3^2=25$
$(a+b)^2=49$ হলে $a+b=7$	সুতরাং $a+b=4+3=7$

৪২. $a+b=7$ এবং $a^2+b^2=25$ হলে নিচের কোনটি ab-এর মান হবে? *[৩০তম বিসিএস]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]*

a. 35 b.12 c. 9 d. 5 Ans: b

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
আমারা জানি, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$a+b=4+3=7$ এবং $4^2+3^2=25$
$\Rightarrow7^2=a^2+b^2+2ab\Rightarrow49=25+2ab\Rightarrow2ab=24$ $\therefore ab=12$	সুতরাং $ab=4\times3=\mathbf{12}$

নিজে করুন:

৪৩. $a^2-b^2=45$ এবং $a-b=3$ হলে ab-এর মান কত? *(পরিকল্পনা মন্ত্রণা:সহ:পরি:-০৬)*

a. 60 b. 64 c. 54 d. 45 Ans: c

[**Hints:** অপশন দেখে $9\times6=54$ এবং $9^2-6^2=81-36=45$ সুতরাং $a-b=9-6=3$]

৪৪. $a-b=3$ এবং $a^2+b^2=29$ হলে ab এর মান কত? *[RAKUB –(SO)-2015]*

a.10 b.12 c.15 d.18 Ans: a

(২. গ) শুধু সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান

যখন পূর্ণ সংখ্যার হিসেব হয় তখন সেগুলো মুখে মুখে করা যায়। কিন্তু সূত্র প্রয়োগ করলে ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক সংখ্যা সব কিছুর হিসেব বের হয়। উপরের অংকগুলো ছাড়া এরকম অনেক অংক আছে। যেগুলো সূত্র ছাড়া সমাধান করা সম্ভব নয়। এই ধরণের অংকগুলো সূত্র প্রয়োগ করে করতে হবে। কারণ মাথায় চিন্তা করা যায় না এমন যেকোন মান ও সূত্র বের করে দিবে।

৪৫. $a+b=4$ এবং $ab=2$ হলে, $(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় করুন? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]*

a. 8 b. 27 c. 16 d. 10 Ans:

সমাধান: $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=4^2-4.2=16-8=\mathbf{8}$ **(Ans)** [ভগ্নাংশ মান হওয়ায় মুখে মুখে মিলছে না , তাই সূত্র দিয়ে

৪৬. $x^2+y^2=8$ এবং $xy=7$ হলে, $(x+y)^2$-এর মান কত? *[২০তম বিসিএস] + [RAKUB (Supervisor)-2017]+[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]*

a. 19 b. 20 c. 21 d. 22

✍সমাধান: $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy = 8+2.7 = 8+14 = 22$ **(Ans)** Ans: d

৪৭. যদি $(x-y)^2 = 14$ এবং $xy = 2$ হয় তবে $x^2 + y^2 =$ কত?

a. 12 b. 14 c. 16 d. 18

✍সমাধান : $x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 14 + 2\times2 = 14 + 4 = 18$ $\therefore x^2 + y^2 = 18$ Ans: d

নিজে করুন:

৪৮. $a + b = 3$ এবং $ab = 1$ হলে $a^2 - ab + b^2 =$ কত? *[মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*

a. 4 b. 6 c. 3 d. 8

[Hints: $a^2 - ab + b^2 = a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 2ab - ab = 3^2 - 3\times1 = 9-3 = 6$ **]** **Ans: b**

৪৯. যদি $(x-y)^2 = 12$ এবং $xy = 1$ হয়, তবে $x^2+y^2 =$ কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে গুপ্ত সংকেত পরি: সাইবার অফিসার: ০৫]*

a. 11 b. 12 c. 13 d. 14

[Hints: $x^2+y^2 = (x-y)^2+2xy$**]** Ans: d

৫০. $(x+y)^2 = 164$ এবং $xy = 32$ হলে $x - y =$ কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে প্রশাসনিক কর্মকর্তা : ০৪]*

a. 6 b. 9 c. 4 d. 12

[Hints: $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$**]** Ans: a

৫১. $a+b = \sqrt{5}$, $a-b = \sqrt{3}$ তাহলে $a^2+b^2 = ?$ *(উপজেলা মহিলা কর্মকর্তা: ০৫)+ [PKB- (EO) - 2017]*

a. 7 b. 4 c. 5 d. 6 Ans: b

✍সমাধান: দেয়া আছে $a+b = \sqrt{5}$, $a-b = \sqrt{3}$

$$\therefore a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2} = \frac{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2}{2} = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

নিজে করুন:

৫২. $a+b = \sqrt{3}$ এবং $a-b = \sqrt{2}$ হলে, ab এর মান নির্ণয় কর। *[বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]*

a. $\sqrt{6}$ b. 6 c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Ans: c

৫৩. $a+b = \sqrt{3}$ এবং $a - b = \sqrt{2}$ হলে $8ab(a^2+b^2) = ?$ *[BKB (SO)-2015]*

a. 12 b. 10 c. 8 d. 5 Ans: d

✍সমাধান: $8ab(a^2+b^2) = 4ab.2(a^2+b^2)$

$= \{(a+b)^2-(a-b)^2\}\{(a+b)^2+(a-b)^2\} = \{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2\} = \{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{2})^2\} = (3-2)(3+2) = 5.1 = 5$

নিজে করুন:

৫৪. $a+b = \sqrt{7}$ এবং $a-b = \sqrt{5}$ হলে $8ab(a^2+b^2) =$ কত ? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

a. 49 b. 25 c. 24 d. 32 Ans: c

৫৫. $x - y = 10$ এবং $xy = 30$ হলে $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর। *[সরকারি যানবহন অধিদপ্তর(অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. 1500 b. 1800 c. 1900 d. 2500 Ans: c

✍সমাধান : $x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) = (10)^3 + 3.30(10) = 1000 + 900 =$ **1900**

Attention: উপরের নিয়মটি ভালোভাবে আয়ত্ত করলে লিখিত ও পাটিগণিতের অনেকগুলো অংক মুখে মুখে পারা যাবে।

(২. ঘ) বাংলায় লিখিত আকারে কিছু প্রশ্ন:

৫৬. দুইটি সংখ্যার গুণফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত ? *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*

a. 23 b. 25 c. 26 d. 27 Ans: b

✍লিখিত সমাধান:	✍মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে x এবং y. $\therefore xy = ১৫৬$ ও $x^2+y^2 = ৩১৩$ আমরা জানি, $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ $\Rightarrow (x+y)^2 = ৩১৩+২\times১৫৬$ $\Rightarrow (x+y)^2 = ৩১৩+৩১২ \Rightarrow (x+y)^2 = ৬২৫$ $\therefore x+y = ২৫$	সংখ্যা দুটির গুণফল = ১৫৬. কে ভাঙ্গানো। যায় = ১২×১৩ আকারে। আবার $১২^২+১৩^২ = ১৪৪+১৬৯ = ৩১৩$ সুতরাং যোগফল = ১২+১৩ = ২৫।

৫৭. দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল ৬৮ এবং এদের পার্থক্যের বর্গ ৩৬। সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল কত? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

a. ১৬ b. ২০ c. ২৪ d. ২৮ Ans: a

✍লিখিত সমাধান:	✍মুখে মুখে করতে এভাবে ভাবুন :
ধরি, একটি সংখ্যা = x এবং অপর সংখ্যাটি = y প্রশ্নমতে, $x^2+y^2 = ৬৮$ এবং $(x-y)^2 = ৩৬$ আমরা জানি, $x^2+y^2 = (x-y)^2 + 2xy$ $\Rightarrow ৬৮ = ৩৬ + 2xy \Rightarrow ৩২ = 2xy$ $\therefore xy = ১৬$	দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল ৬৮ দেখে বোঝা যায় ৬৪+৪ = ৬৮ অর্থাৎ $৮^২+২^২ = ৬৮$ হয় এবং এদের বর্গের পার্থক্য $(৮-২)^২ = ৩৬$ হয়। তাহলে গুণফল হবে = ৮×২ = ১৬

নিজে করুন:

৫৮. একটি কলমের মূল্য একটি বইয়ের মূল্য অপেক্ষা 7 টাকা কম, উক্ত কলম এবং বই ক্রয় করতে মোট 43 টাকা প্রয়োজন হলে, কলমের মূল্য কত? *(জাতীয় সংসদ সচিবালয়-০৬)* **[Hints:**কলমের দাম কম তাই বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ**]**

a. 4 b. 3 c. 2 d. 18 Ans: d

৫৯. দুইটি সংখ্যার যোগফল ১৭ এবং গুণফল ৭২। ছোট সংখ্যাটি কত? *[বাংলাদেশ জুডিশিয়াল সার্ভিস কমিশন গৃহীত সহকারি জজ প্রিলিমিনারী টেস্ট ২০০৭]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

a. 6 b. 8 c. 9 d. কোনটিই নয় Ans: b

[Hints: $a+b = 17$ এবং $ab = 72$ (9×8)**]**

৬০. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250 এবং সংখ্যা দু'টির গুণফল 117 হলে, সংখ্যা দুটি নির্ণয় কর। *[প্রাথমিক সহ: শি.নি. পরীক্ষা-২০১৯ (৪র্থ ধাপ) সেট: (৫১২৪)]* **[Hints:** ১১৭ কে ভাঙ্গালে শুধু ১৩×৯ ই হয়। অতিরিক্ত আর কিছু করতে হবে না**]**

a. 12,6 b. 13,9 c. 14,8 d. 15,5 Ans: b

৬১. দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 6 হলে সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর কত?

a. 6 b. 3 c. 8 d. 5 Ans: d

[Hints: $a^2+b^2 = 13$ এবং $ab = 3\times2 = 6$ $\therefore a^2-b^2 = 3^2-2^2 = 9-4 = 5$ **]**

৬২. দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বর্গের অন্তর 3 এবং গুণফল 2, এদের বর্গের সমষ্টি–*[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 5 Ans: d

[Hints: $a^2-b^2 = 3$ এবং $ab = 2$ $\therefore 2^2+1^2 = 4+1 = 5$

পদ্ধতি-০৩ : বর্গের সূত্রের প্রয়োগ

📖 সংশ্লিষ্ট সূত্রসমূহ:

(i) $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$ (ii) $a^2+b^2 = (a-b)^2+2ab$ (iii) $2(a^2+b^2) = (a+b)^2+(a-b)^2$

(৩.ক) বর্গ বের করা:

📖 টিপস: ধরুন আপনাকে বলা হলো ৩ এর বর্গ কত? তখন সরাসরি এর উত্তর $3^2 = 9$ অর্থাৎ যে কোন সংখ্যার উপর স্কয়ার দিলে তার বর্গ কত তা বের হয়। তেমনি বীজগণিতের যে কোন রাশির উপর স্কয়ার দিলে সেই রাশিটির বর্গ কত তা বের হবে। কিন্তু এক্ষেত্রে সূত্র প্রয়োগ করে সর্বশেষ মানটি বের করতে হবে।

৬৩. $2x+3y$-এর বর্গ কত? *(প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-৯৯)*

a. $4x^2+12xy+9y$ b. $4x+12xy+9y^2$ c. $4x^2+12x+9y^2$ d. $4x^2+12xy+9y^2$ Ans:d

✍সমাধান: $2x+3y$-এর বর্গ হল

$= (2x+3y)^2$ *[$(a+b)^2$ এর সূত্র প্রয়োগ করতে হবে]*

$= (2x)^2+2.2x.3y+(3y)^2 = 4x^2+12xy+9y^2$

৬৪. $(2x+1)$ এর বর্গ কত? *(আবহাওয়া অধিদপ্তর সহ:পরিচালক-১৯৯৫) + [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*

a. $4x+4$ b. $4x^2+4x+1$ c. $2x^2+2x+1$ d. $4x^2+1$ Ans: b

✍সমাধান: $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2.2x.1 + 1^2 = \mathbf{4x^2 + 4x+1}$

৬৫. $2x + 3y + 5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর। *[খাদ্য অধিদপ্তর (বিভিন্ন পদ): ২০২০]*

✍সমাধান: $(2x + 3y + 5z)^2$

$= (2x)^2 + (3y)^2 + (5z)^2 + 2.2x.3y+2.3y.5z.+2.5z.2x$

$= 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$ **(Ans.)**

📖 নিজে করুন:

৬৬. 999 সংখ্যাটির বর্গ নির্ণয় করুন? *(বন ও পরিবেশ মন্ত্রণা:সহ:পরি:২০০৭)* **[Hints:** $(1000-1)^2$]

a. 998001 b. 99001 c. 99001 d. 99800 Ans: a

৬৭. $x+\frac{1}{x}=3$ হলে $(x+\frac{1}{x})^2$ এর মান নির্ণয় করুন। *[কাস্টমস এক্সাইজ ও ভ্যাট কমিশনারেট ,ঢাকা (সিপাই):২০২১]* উত্তর: 9

a. 0 b.1 c. 9 d. 10 Ans: c

✍সমাধান: $(x+\frac{1}{x})^2 = 3^2 = \mathbf{9}$

(৩. খ) বর্গের মান বের করা :

৬৮. $a+\frac{1}{a} = 2$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান কত? *[কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো (উপ-পরিচালক)-২০০৭]+ [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (মেট্রোপলিটন সার্কেল) পরিদর্শক ২০১৬]*

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 Ans: a

✍লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)	✍শর্টকাট: (সূত্রের শেষের অংশ থেকে মুখে মুখে)
$a^2+\frac{1}{a^2} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$ $= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$	এরকম ভগ্নাংশাকারে মান দেয়া থাকলে এবং বর্গের যোগফলের মান বের করতে বলা হলে শর্টকাট সূত্র: $(\text{মান})^2 \pm 2$ অর্থাৎ (+) এর মান থাকলে (-2) আর (-) এর মান থাকলে (+2)হবে। এখানে উত্তর: $(\text{মান})^2-2 = (2)^2-2 = 4-2 = 2$

৬৯. $a+\frac{1}{a}=3$ হলে, $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান কত? *(প্রা:সহ:শি:-১০) + [এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]*

a. 8 b.7 c.13 d.6 Ans: b

✍লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)	✍শর্টকাট টেকনিক: মাত্র ৫-১০ সেকেন্ডেই উত্তর বের হবে।
$a^2+\frac{1}{a^2} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$ [ভেতরে(+)তাই বাইরে (-)] $= (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$	☞মুখে মুখে : $(\text{মান})^2-2$ এখানে, $3^2-2 = 9-2 = 7$ [প্রশ্নে (+) এর মান দেয়া আছে তাই (-2)]

৭০. $a-\frac{1}{a}=3$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান কত? *(মাধ্য: সহ:প্র:শি:-২০০৩)*

a. 11 b. 12 c. 14 d. 16 Ans: a

✍লিখিত সমাধান: (সূত্র প্রয়োগ করে)	✍শর্টকাট: (সূত্রের শেষের অংশ থেকে মুখে মুখে)
$a^2+\frac{1}{a^2} = \left(a-\frac{1}{a}\right) + 2.a.\frac{1}{a}$ [ভেতরে (-) হলে বাইরে +] $= (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$	☞মুখে মুখে : $(\text{মান})^2+2$ এখানে, $3^2+2 = 9+2 = 11$ [প্রশ্নে (-) এর মান দেয়া আছে তাই (+2)]

📖 নিজে করুন:

৭১. $p-\frac{1}{p} = 8$ হলে $p^2+\frac{1}{p^2}$ = কত? *(প্রা:সহ:শি:-০৮)+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯] [সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]* **[Hints:** $(\text{মান})^2+2 = 8^2+2 = 64+2 = 66$]

a. 44 b. 52 c. 62 d. 66 Ans: d

৭২. $x-\frac{1}{x} = 5$ হলে $x^2+\frac{1}{x^2}$ -এর মান কত? *(মাধ্য:সহ:প্র:শি:-০৬)*

a. 32 b. 27 c. 24 d. 16 Ans: b

৭৩. $x+\frac{1}{x} = 4$ হলে $x^2+\frac{1}{x^2}$ -এর মান কত? *[তথ্য ও সম্প্রচার মন্ত্রণালয়ের (অফিস সহায়ক)-২০২২]*

a. 18 b. 12 c. 14 d. 10 Ans: c

৭৪. $a-\frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ = কত? *[প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯ (শাপলা)]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

a. 65 b. 77 c. 72 d. 86 Ans: b

✍লিখিত সমাধান: (ভিন্ন মান থাকলেও নিয়ম একই)	✍শর্টকাট সমাধান :
$a^2+\frac{1}{a^2} = \left(a-\frac{1}{a}\right) + 2.a.\frac{1}{a}$ [$= (5\sqrt{3})^2 + 2 = 5^2.(\sqrt{3})^2 + 2 = 75 + 2 = 77$	☞মুখে মুখে : $(\text{মান})^2+2$ এখানে, $(5\sqrt{3})^2 + 2 = 25\times3+2 = 77$ [প্রশ্নে (-) এর মান দেয়া আছে তাই (+2)]

📖 নিজে করুন:

৭৫. $a+\frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে, $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান - *[২৬তম বিসিএস]*

a. 5 b. 2 c. 1 d. 3 Ans: c

৭৬. $x-\frac{1}{x}=3$ হলে, $\frac{x^4+1}{x^2}$ এর মান কত? *[১৩ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা (মূল পর্যায়)-২০১৬]*

a. 11 b. 10 c. 9 d. 7 Ans: a

সমাধান: এখানে, $\frac{x^4+1}{x^2}=\frac{x^4}{x^2}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2.x.\frac{1}{x}=3^2+2=9+2=\mathbf{11}$

৭৭. $x+\frac{1}{x}=2$ হলে, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 4 Ans: a

সমাধান: $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4.x.\frac{1}{x}=2^2-4=4-4=\mathbf{0}$

৭৮. $x-\frac{1}{x}=5$ হলে $(x+\frac{1}{x})^2$ এর মান নির্ণয় কর। *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]+ [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]+ [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. 15 b. 20 c. 25 d. 29 Ans: d

সমাধান: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4.x.\frac{1}{x}=5^2+4=25+4=\mathbf{29}$

(৩.গ) উল্টোভাবে আসলে :

অর্থাৎ প্রশ্নের মান বের করে দেয়া থাকবে প্রথম অংশের মান বের করতে হবে

৭৯. $x^2+\frac{1}{x^2}=38$ হলে তবে $x-\frac{1}{x}$ এর মান কত ? *[ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ পর্যায়)-২০১৬]*

a. 5 b. ±9 c. ±6 d. ±3 Ans: c

লিখিত সমাধান: (বর্গের অংকগুলোর বিপরীত নিয়মে করতে হবে)	শর্টকাট সমাধান :
$x^2+\frac{1}{x^2}=38$ (প্রথম অংশের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে) $\Rightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2.x.\frac{1}{x}=38\Rightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=38-2$ $\therefore x-\frac{1}{x}=\sqrt{36}=\pm 6$ [$\sqrt{}$ থাকলে উত্তরের আগে ± বসাতে হয়]	(-) যুক্ত রাশির মান বের করতে (মান-2) করে বর্গমূল আর (+) যুক্ত রাশির মান বের করতে (মান+2) করে বর্গমূল। অথবা প্রদত্ত মানটি সবসময় পূর্ণ বর্গ সংখ্যার থেকে 2 বেশি বা কম হয়। 2 বেশি হলে 2 বিয়োগ করে বর্গমূল আর 2 কম হলে 2 যোগ করে বর্গমূল বের করলেই দ্রুত উত্তর বের হবে। এখানে, মান দেয়া আছে 38 তাই উত্তর হবে $\sqrt{38-2}=\sqrt{36}=\pm 6$ (প্রশ্নে (-) রাশির মান চেয়েছে)

৮০. $a^2+\frac{1}{a^2}=2$ হলে $a-\frac{1}{a}$ কত ? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)]*

a. 3 b. 0 c. 1 d. 2 Ans: b

সমাধান: $a^2+\frac{1}{a^2}=2\Rightarrow\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2.a.\frac{1}{a}=2\Rightarrow\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=2-2\ \therefore a-\frac{1}{a}=0$

মুখে মুখে: $\sqrt{\text{মান}-2}=\sqrt{2-2}=\sqrt{0}=0$

নিজে করুন:

৮১. $a^2+\frac{1}{a^2}=47$ হয়, তবে $a+\frac{1}{a}$ এর মান কত? [মুখে মুখে: $\sqrt{\text{মান}+2}=\sqrt{47+2}=\sqrt{49}=\pm 7$]

a. ±7 b. 7 c. -7 d. 6 Ans: a

৮২. $a^2+\frac{1}{a^2}=51$ হয়, তবে $a-\frac{1}{a}$ এর মান কত?

a. 7 b. ±7 c. -7 d. 0 Ans: b

৮৩. $a^2+\frac{1}{a^2}=18$ হয়, তবে $a-\frac{1}{a}$ এর মান কত?

a. 8 b. 4 c. ±4 d. -4 Ans: c

৮৪. $a^2+\frac{1}{a^2}=66$ হয়, তবে $a-\frac{1}{a}$ এর মান কত?

a. ±8 b. 8 c. -8 d. 6 Ans: a

[**Note:** প্রশ্নগুলোতে প্রদত্ত সবগুলো সংখ্যা ই পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে ২ বড় বা ছোট। তাই সবথেকে কাছের পূর্ণবর্গ করে তার বর্গমূল ই উত্তর]

(৩. ঘ) (a^2) এর স্থলে (a^4) থাকলে :

এক্ষেত্রে নিয়ম একই শুধু একই সূত্র দু'বার সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। যেমন:

৮৫. মান নির্ণয় করুন : $x+\frac{1}{x}=2$ হলে, $x^4+\frac{1}{x^4}=$ কত? *[প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯(জবা)] +[স্বাস্থ্য অধিদপ্তর(মেডিক্যাল টেকনোলজিস্ট)-২০২০]+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*

a. 4 b. 3 c. 2 d. 1 **Ans: c**

লিখিত সমাধান: (দুবার বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে করতে হবে)	শর্টকাট সমাধান : (মুখে মুখে সমাধানের টেকনিক)
দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=2$ $\therefore x^4+\frac{1}{x^4}=(x^2)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2.x^2.\frac{1}{x^2}$ $=\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}\right\}^2-2=\{(2)^2-2\}^2-2$ $=(4-2)^2-2=2^2-2=4-2=2$	সূত্র: $\{(\text{মান})^2\pm 2\}^2-2$ অর্থাৎ $(\text{power})^4$ থাকলে প্রথমে যে মানটি থাকবে তার বর্গ করে যদি (+) রাশির মান হয় তাহলে (-2) আর (-) রাশির মান হয় তাহলে (+2) বসবে। এরপর আবার বর্গ করে শেষে সবসময় (-2) ই বসবে। উত্তর: $\{(\text{মান})^2-2\}^2-2=\{(2)^2-2\}^2-2$ $=(4-2)^2-2=2^2-2=4-2=2$ [∵বর্গ করার পর সবসময় ২ বিয়োগ হয় তাই এই ধরণের প্রশ্নগুলোর উত্তর সবসময় পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে ২ কম হয়।]
$(\text{power})^4$ এর প্রশ্নগুলোতে প্রথমবার সবসময় (+) এর সূত্র প্রয়োগ করতে হয়। ২য় বার সূত্রে ফেলার সময় মান দেখে হিসেব হয়। কারণ সূত্র প্রয়োগের ক্ষেত্রে প্রথমবার (+) এর সূত্র ফেলে অংক না করলে অন্য সূত্রে অংক চলে যাবে। মান বসানো যাবে না।	

৮৬. যদি $a-\frac{1}{a}=2$ হয় তবে $a^4+\frac{1}{a^4}=$ কত? *[প্রাক প্রাথমিক সহ.শিক্ষক (মেঘনা) -২০১৩]+[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০] + [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১] +[পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

a. 36 b. 32 c. 34 d. 40 Ans: c

সমাধান: দেওয়া আছে, $a-\frac{1}{a}=2$

প্রদত্ত রাশি, $a^4+\frac{1}{a^4}=(a^2)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2$ (পাওয়ার ^{4} কে ভেঙ্গে দুটো স্কয়ার^2 বানানো হয়েছে যেন সূত্র প্রয়োগ করা যায়।)

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2.a^2.\frac{1}{a^2}$ (প্রথম বার সব সময় + এর সূত্র প্রয়োগ করতে হবে, নতুবা মান বসানো যাবে না)

$=\left\{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2.a.\frac{1}{a}\right\}^2-2=\{(2)^2+2\}^2-2=(4+2)^2-2=36-2=34$ (Ans)

মুখে মুখে: সূত্র: $\{(মান)^2\pm2\}^2-2$ এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই $(2^2+2)^2-2=6^2-2=36-2=34$

৮৭. $x-\frac{1}{x}=3$ হলে, $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান কত? *(বাংলাদেশ রেলওয়ের জুনিয়র অডিটর-২০১০)+ [যুব ও উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্রেডিট সুপারভাইজার)-২০২১]*

a. 123 b. 47 c. 119 c. 62 Ans: c

বিকল্প লিখিত সমাধান: (যে মান দেয়া থাকে সেখান থেকেও হিসেব করে করে পাওয়ার^4 এর মান বের করা যায়।)

দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=3\Rightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=3^2\Rightarrow x^2-2.x.\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^2=9\Rightarrow x^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2=9+2$

$\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=11\Rightarrow\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=(11)^2\Rightarrow(x^2)^2+2.x^2.\frac{1}{x^2}+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2=121\therefore x^4+\frac{1}{x^4}=119$

মুখে মুখে: সূত্র: $\{(মান)^2\pm2\}^2-2$ এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই $(3^2+2)^2-2=(11)^2-2=121-2=119$

নিজে করুন:

৮৮. যদি $x+\frac{1}{x}=3$ হয় তবে $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৯ (গোলাপ)] +[ভূমি সংস্কার বোর্ড (অফিস সহায়ক): ২০২১]*

a. 47 b. 51 c. 27 d. 49 Ans: a

[**Hints:** এখানে (+) এর মান দেয়া আছে তাই $(3^2-2)^2-2=(7)^2-2=49-2=47$]

৮৯. $a+\frac{1}{a}=4$ হলে, $a^4+\frac{1}{a^4}$ এর মান কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক); জননিরাপত্তা বিভাগ]+[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

a. 120 b. 154 c. 172 d. 194 Ans: d

[**Hints:** এখানে (+) এর মান দেয়া আছে তাই $(4^2-2)^2-2=(14)^2-2=196-2=194$]

Interesting Fact: এ ধরণের প্রশ্নগুলোর উত্তর সাধারণত 2, 14, 34, 47,.. .. 119,142, 194, 322 এই সংখ্যাগুলো হয়ে থাকে। এগুলোর সবগুলোর মধ্যে মিল হচ্ছে এরা সবাই পূর্ণবর্গ সংখ্যার থেকে 2 করে ছোট। বুঝলে অপশন দেখেই উত্তর।

৯০. $x-\frac{1}{x}=4$ হলে $x^4+\frac{1}{x^4}=$ কত? *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক ২০১০ (করতোয়া)]*

a. 310 b. 315 c. 322 d. 336 Ans: c

[**Hints:** এখানে (-) এর মান দেয়া আছে তাই $(4^2+2)^2-2=(18)^2-2=324-2=322$]

(৩.৬) সরাসরি মান বসানো না গেলে :

যখন কোন মান সরাসরি প্রশ্নে চাওয়া সূত্রে প্রয়োগ করা যাবে না তখন ঐ মানটিকে যেভাবে সাজিয়ে নিলে সূত্রে বসানো যাবে ঠিক সেভাবে সাজিয়ে নিতে হবে। নিচের উদাহরণগুলো দেখুন।

৯১. $2x+\frac{2}{x}=3$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}$ মান কত ? *[IBBL- (ATO)-2017]+ [দূর্যোগ ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার)-২০২১]*

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{6}{10}$ Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x+\frac{2}{x}=3\Rightarrow2\left(x+\frac{1}{x}\right)=3\ \therefore x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$ [এখন এই মান টি সূত্রে বসানো যাবে]

সুতরাং $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}=\left(\frac{3}{2}\right)^2-2=\frac{9}{4}-2=\frac{9-8}{4}=\frac{1}{4}$ **Ans:** $\frac{1}{4}$

৯২. $\frac{1}{x}=1-x$ হলে, $\frac{1}{x}+x^2$ এর মান কত হবে? *[বাংলাদেশে রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)- ২০১৬]*

a. 1 b. -1 c. ±1 d. 0 Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $\frac{1}{x}=1-x\Rightarrow x+\frac{1}{x}=1\Rightarrow\frac{x^2+1}{x}=1\Rightarrow x^2+1=x\ \therefore x^2=x-1$

সুতরাং $\frac{1}{x}+x^2=(1-x)+(x-1)$ [$\frac{1}{x}$ এবং x^2 এর মান বসিয়ে] $=1-x+x-1=0$ **(Ans)**

৯৩. $x^2+1=\sqrt{2}\,x$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}=$ কত? *[১১তম বিজেএস (সহকারী জজ)-প্রাথমিক পরীক্ষা-২০১৭]*

a. 2 b. 1 c. 0 d. কোনটিই নয় Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে, $x^2+1=\sqrt{2}\,x\Rightarrow\frac{x^2}{x}+\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{2}x}{x}\ \therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{2}$

সুতরাং $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}=(\sqrt{2})^2-2=2-2=0$

নিজে করুন:

৯৪. $a+a^{-1}=\sqrt{3}$ হলে, a^2+a^{-2} এর মান *[স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের (সিনিয়র স্টাফ নার্স)(বাতিলকৃত)-২০১৭]*

a. 3 b. 2 c. 1 d. 0 Ans: c

[**Hints:** $a^{-1}=1/a$ এবং $a^{-2}=1/a^2$ ধরে সাধারণ অংকগুলোর মত সমাধান করুন।$(\sqrt{3})^2-2=3-2=1$]

একটু ব্যতিক্রম : আগের নিয়মের মতই সরাসরি মান বসানো না গেলে সাজিয়ে নিয়ে বসাতে হবে:

৯৫. $x^2-4x+1=0$ হলে $\frac{x}{x^2-3x+1}$ এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 4 Ans: b

সমাধান: এখানে, $x^2-4x+1=0\Rightarrow x^2+1=4x$ সুতরাং $\frac{x}{x^2-3x+1}=\frac{x}{x^2+1-3x}=\frac{x}{4x-3x}=\frac{x}{x}=1$

৯৬. $x+\frac{1}{x}=4$ হলে, $\frac{x}{x^2-3x+1}$ এর মান কত? *[সড়ক ও জনপথ অধিদপ্তরের উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১০]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3 Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=4 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x}=4 \quad \therefore x^2+1=4x$ (এখন এই মানটি প্রদত্ত রাশিটিতে বসাতে হবে)

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x}{x^2-3x+1}=\frac{x}{x^2+1-3x}=\frac{x}{4x-3x}=\frac{x}{x}=1$

নিজে করুন:

৯৭. $x+\frac{1}{x}=2$ হলে, $\frac{x}{x^2-x+1}$ এর মান কত? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 0 Ans: a

৯৮. যদি $x+\frac{1}{x}=5$ হয়, তবে $\frac{x}{x^2+x+1}$ এর মান কত? *[সহ:শিক্ষক -২০১৮]+ [জাতীয় রাজস্ব (কর্মকর্তা)-২০১৫]+ [ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]+ [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-১)-২০১৯] +[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২২]*

a. $\frac{1}{5}$ b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{7}$ Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=5 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x}=5 \quad \therefore x^2+1=5x$

সুতরাং $\frac{x}{x^2+x+1}=\frac{x}{x^2+1+x}=\frac{x}{5x+x}=\frac{x}{6x}=\frac{1}{6}$

৯৯. $p-\frac{6}{p}=1$ হলে, $\frac{6}{p^2-p-1}$ এর মান কত? *[সংস্থাপন মন্ত্রণালয়ের (প্রশা কর্ম)-২০০৭]+ [গণযোগাযোগ অধি [সহ তথ্য অফি)-২০১৩]*

a. $\frac{7}{6}$ b. $\frac{6}{7}$ c. $\frac{6}{5}$ d. $\frac{5}{6}$ Ans: c

সমাধান: $p-\frac{6}{p}=1 \Rightarrow \frac{p^2-6}{p}=1 \Rightarrow p^2-6=p \quad \therefore p^2-p=6$ সুতরাং $\frac{6}{p^2-p-1}=\frac{6}{6-1}=\frac{6}{5}$

নিজে করুন:

১০০. $x-\frac{1}{x}=4$ হলে $\frac{x}{x^2+x-1}$ এর মান কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

a. 1 b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{1}{6}$ d. $\frac{1}{7}$ Ans: b

১০১. $x+\frac{1}{x}=4$ হলে, $\frac{x}{x^2+3x+1}$ এর মান কত? *[১৫ তম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯].*

a. 1 b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{2}{7}$ d. $\frac{1}{7}$ Ans: d

১০২. যদি $x+\frac{1}{x}=-5$ হয়, তবে $\frac{x}{x^2+x+1}$ এর মান কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা -২০১৯].*

a. -4 b. 4 c. $\frac{1}{4}$ d. $-\frac{1}{4}$ Ans: d

পদ্ধতি-০৪ : পূর্ণবর্গ রাশি তৈরী

পূর্ণ বর্গ বিষয়টি আগে বুঝে নিন:

যে সংখ্যাগুলোর বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় বের করা যায় সেগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা । যেমন: 9, 16, 25, 36, 64 ইত্যাদি। কিন্তু 10, 15, 24, এই সংখ্যাগুলো পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়। কেননা এদের বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যায় নেই। এখন যদি বলা হয় 15 এর সাথে কত যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্নবর্গ হবে সেক্ষেত্রে 15 এর পরপরই পূর্ণবর্গ সংখ্যাটি হলো 16 তাই 15 এর সাথে 1 যোগ করলে তা পূর্ণ বর্গ হবে।

কোন সংখ্যাকে পূর্ণবর্গ বানাতে যা ঘাটতি বা অতিরিক্ত থাকে তা যোগ বা বিয়োগ করার মাধ্যমে ঐ সংখ্যা বা রাশিটিকে পূর্ণবর্গ বানানো যায়।

বীজগণিতের ক্ষেত্রেও বিষয়টি একই। তবে এক্ষেত্রে প্রদত্ত রাশিটিকে নিম্নোক্ত ৪ টি সুত্রের যে কোন একটিতে ফেলতে হবে।

1. $(a+b)^2$ 2. $(a-b)^2$ 3. $(a+b+c)^2$ 4. $(a-b-c)^2$

ধরুন, প্রশ্ন করা হলো a^2+2ab এর সাথে কত যোগ করলে তা পূর্ণবর্গ হবে। তাহলে দেখেই বোঝা যাচ্ছে প্রদত্ত রাশিটির সাথে b^2 যোগ করলে তা $(a+b)^2$ এর সূত্রানুযায়ী হবে। যা একটি পূর্ণবর্গ রাশি। তাহলে বোঝা যাচ্ছে প্রদত্ত রাশিটিতে b^2 এর ঘাটতি রয়েছে তাই b^2 যোগ করতে হবে। উত্তর: b^2

১০৩. a^2-2ab থেকে কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে ? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০০১]*

a. $-b^2$ b. b c. b^3 d. $-a$ Ans: a

সমাধান: (সূত্র মেলাতে যা ঘাটতি থাকবে তা পূর্ণ করতে যা লাগবে তা ই উত্তর।)

$(a-b)^2=a^2-2ab+\underline{b}^2$ অর্থাৎ সূত্র মেলানোর জন্য শুধু b^2 দরকার।

কিন্তু প্রশ্নে কত বিয়োগ করতে হবে বলায় $(+b^2)$ আনার জন্য বিয়োগ করতে হবে $(-b^2)$ কেননা - $(-b^2)=b^2$ (উত্তর)

১০৪. $(9x^2+16y^2)$ রাশিটির সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? *[সরাসরি:সহ:শি:-২০০০]*

a. 25xy b. 24xy c. 24x d. 24y Ans: b

সমাধান:

$9x^2+16y^2$(রাশিটিতে দুটো সংখ্যায় ক্ষয়ার আছে তাহলে বোঝাই যাচ্ছে এরা দুপাশের অংশ, এবং মাঝের সংখ্যাটি নেই)

$=(3x)^2+\ldots\ldots+(4y)^2$ [উপরের চারটি সূত্রের সাথে মেলাতে মাঝখানে যে অংশটুকু বসবে তা ই হবে উত্তর]

$=(3x)^2+2.3x.4y+(4y)^2-24xy$ [সূত্র অনুযায়ী $2ab=2.3x.4y$]

$=(3x+4y)^2-24xy$ (অর্থাৎ প্রশ্নে প্রদত্ত রাশিটিতে 24xy ঘাটতি আছে তাই উত্তর হবে 24xy যোগ করতে হবে) **Ans: 24xy**

১০৫. $2a^2-4ab+4b^2$ রাশিটির সাথে কত যোগ বা বিয়োগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণ বর্গ হবে? *[পল্লী উন্নয়ন একাডেমী (RDA) এর সহকারী পরিচালক-২০২১]*

a. $2a^2$ যোগ করলে b. $2b^2$ বিয়োগ করলে c. a^2 বিয়োগ করলে d. 2ab যোগ করলে Ans: c

সমাধান:

প্রদত্ত রাশি: $2a^2-4ab+4b^2=a^2-2.a.2b+(2b)^2+a^2=(a-2b)^2+\underline{a}^2$ [এখানে a^2 বাড়তি আছে যার জন্য বর্গ মিলছে না]

সুতরাং $2a^2-4ab+4b^2$ রাশিটি থেকে a^2 বিয়োগ করলে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ রাশি হবে।

নিজে করুন:

১০৬. $4x^2-20x$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে? *[প্রাক প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০১৩(বুড়িগঙ্গা)]*

a. 4 b. 9 c. 16 d. 25 Ans: d

[**Hints:** $4x^2-20x=(2x)^2-2.2x.5+5^2$ সুতরাং উত্তর : 25 যোগ করতে হবে]

১০৭. p-এর মান কত হলে $4x^2-px+9$ সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে? *[একটি বাড়ী একটি খামার -(জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭] +[বিবিএস গণ পরিসংখ্যানবিদ]:২০২০]*

a. 10 b. 12 c. 15 d. 20 Ans: b

সমাধান: একই শুধু p এর স্থানে কত বসবে তা বের করুন।

$4x^2-px+9$

$= (2x)^2-px+3^2$ (যেহেতু মাঝখানে ঘাটতি আছে তাই দুপাশের কাজ আগে করতে হবে)

$= (2x)^2-2.2x.3+3^2$ ($(2x)^2$ হচ্ছে a এবং 3^2 হচ্ছে b, তাই সূত্রানুযায়ী সূত্রের 2 বসানোর পরে aএবং b এর মান বসানো হয়েছে)

$= (2x)^2-12x+3^2$ (দেখা যাচ্ছে p এর জায়গায় 12 বসালে রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ রাশিতে পরিণত হবে।) তাই p=12 Ans: 12

১০৮. $16x^2+16x+2$ -এর সাথে ন্যূনতম কত যোগ করলে এটি একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে? *(টেলিফোন বোর্ডের সহ:পরি: ১৯৯৫)*

a. 2 b. 4 c. 6 d. 8 Ans: a

সমাধান: (এখানে শেষের 2 কে ভাঙ্গানো যায় না তাই 2 এর সাথেই কিছু একটা যোগ করে রাশিটিকে পূর্ণবর্গ বানাতে হবে।)

$16x^2+16x+2$

$(4x)^2 + 2.4x.2+2^2$ (যেহেতু 2 কে ভাঙ্গানো যায় না তাই মাঝের 16x মেলাতে প্রথমে সূত্রের 2 তার পর a এর মান 4x এবং শেষে 16x মেলাতে 2গুণ করে বোঝা যাচ্ছে রাশিটিতে b এর মান হবে 2) পরবর্তী b^2 এর জায়গায় 2^2 লিখে বোঝা যাচ্ছে রাশিটি 2 ঘাটতি আছে)

সুতরাং পূর্ণবর্গ রাশি $(4x)^2+16x+4$ থেকে প্রদত্ত $16x^2+16x+2$ রাশি 2 কম হওয়ায় উত্তর 2 **Ans: 2**

নিজে করুন:

১০৯. b এর মান কত হলে $16a^2-ab+49$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*

a. 48 b. 56 c. 49 d. 32 Ans: b

[**Hints:** $16a^2-ab+49 = (4a)^2 -2.4a.7+7^2$ সুতরাং মাঝে b এর জায়গায় বসবে $= 2\times4\times7 = 56$]

১১০. $16x^2+px+25$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হতে হলে p এর মান কত হবে? *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ২০০৭)+ [ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]*

a. 30 b. 40 c. 50 d. 60 Ans: b

[**Hints:** $16x^2 = (4x)^2$ এবং $25 = 5^2$ ধরে হিসেব করতে গিয়ে মাঝে যা ঘাটতি হবে তা ই উত্তর।]

১১১. 'Q' এর মান কত হলে $4Y^2-QY+16$ একটি পূর্ণবর্গ হবে? *[NSI-(সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

a. 4 b. 8 c. 12 d. 16 Ans: d

[**Hints:** $4Y^2 = (2Y)^2$ এবং $16 = 4^2$ ধরে হিসেব করতে গিয়ে মাঝে যা ঘাটতি হবে তা ই উত্তর।]

১১২. a এর মান কত হলে $(9 - 12x + ax^2)$ রাশিটি একটি পূর্ণ বর্গ হবে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা) নিয়োগ-২০১৮]*

a. 8 b. 6 c. 4 d. 2 Ans: c

[**Hints:** $9-12x+ ax^2 = 3^2 - 2.3.2x+(2x)^2$ সুতরাং $a = 4$ বসাতে হবে]

১১৩. $9p^2 + 14p$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৫)+ [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

a. $\frac{49}{9}$ b. $\frac{14}{9}$ c. $\frac{7}{3}$ d. 7 Ans: a

সমাধান: $9p^2+14p = (3p)^2 + 2.3p.\frac{7}{3} + \left(\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$

[এখানে মাঝের রাশিটি 14p কে মেলানোর জন্য, প্রথমে $2.3p = 6p$ দিয়ে 14p, কে ভাগ করে $\frac{7}{3}$ আনা হয়েছে যা p এর মান]

$= \left(3p+\frac{7}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$ [অর্থাৎ প্রদত্ত রাশিটির সাথে $\frac{49}{9}$ যোগ করলে তা একটি পূর্ণবর্গ রাশিতে পরিণত হবে] **Ans:** $\frac{49}{9}$

১১৪. $\frac{x^2}{y^2}+\frac{2x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হবে? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয় আনসার ভিডিপি অধীনে। সার্কেল অ্যাডজুট্যান্ট-২০১০]*

a. 2xy b. $2y^2$ c. 1 d. -1 Ans: c

সমাধান: $\frac{x^2}{y^2}+\frac{2x}{y} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2.\frac{x}{y}.1+1^2$ সুতরাং যোগ করতে হবে = 1 (যেহেতু শেষের ১ বাদে বাকী সব প্রশ্নে আছে)

১১৫. $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে? *[৩২তম +২৬ তম বিসিএস] +[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. -2xy b. 8xy c. 6xy d. 2xy Ans: d

ব্যাখ্যা:

$x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ [এই অংকটিতে অতিরিক্ত রাশির সংখ্যা থাকায় তা $(a+b+c)^2$ এর সূত্রানুযায়ী হবে]

$= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2.x.y + 2.y(-4) + 2(-4)x - 2xy$ [সূত্র মেলানোর জন্য এভাবে সাজানো প্রয়োজন]

$= x^2 + y^2 + (-4)^2 + 2xy - 8y - 8x - 2xy$

$= (x + y - 4)^2 - 2xy$ সুতরাং পূর্ণ বর্গ করতে হলে 2xy যোগ করতে হবে। **উত্তর: 2xy**

পদ্ধতি-০৫ : ঘন-এর সূত্রের প্রয়োগ

ঘন সংক্রান্ত গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী:

(i) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	(iii) $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$
(ii) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	(iv) $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$
(v) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$	

(৫. ক) ঘন এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

১১৬. a^3+b^3 = কত? *(সমবায় দপ্তরে হি:শ্রে:অফি:-৯৭)* (সরাসরি সূত্রটিই দিতে হবে) $(a+b)^3-3ab(a+b)$

a. $(a+b)-3ab(a+b)$ b. $(a+b)^3-3ab$ c. $a^3+b^3-3ab(a+b)$ d. $(a+b)^3-3ab(a+b)$ Ans: d

১১৭. $(a-2b)^3$ *(ফিমেল সেকেন্ডারী এডুকেশন প্র:অফিসার-৯৯)*

সমাধান: $(a-2b)^3 = a^3 - 3.a^2.2b + 3.a.(2b)^2 - (2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

১১৮. $a+b = 3$ এবং $ab = 3$ হলে a^3+b^3-এর মান কত? *(৬ষ্ঠ শি:নি:ও প্র:পরী:-১০)*

a. 0 b. 1 c. 3 d. 9 Ans: a

সমাধান: $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$ [প্রশ্নে যেহেতু a + b এবং ab এর মান দেয়া আছে।]

$= 3^3-3.3.3$ [মান বসিয়ে]

$= 27 - 27 = 0$ **Ans: 0**

নিজে করুন:

১১৯. $a+b = 3$ এবং $ab=2$ হলে a^3+b^3 এর মান কত? *[ঔষধ প্রশাসন অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

a. 1 b. 3 c. 7 d. 9 Ans: d

১২০. $a+b = 5$ এবং $ab = 3$ হলে a^3+b^3-এর মান কত? *(প্রা:বি:সহ:শি:০৮)*

a. 15 b. 45 c. 80 d. 152 Ans: c

[**Hints:** $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b) = 5^3-3.3.5 = 125-45 = 80$]

১২১. $m - n = x$ এবং $mn = 6x^2$ হলে, $m^3 - n^3 =$ কত? *[১৬ তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(কলেজ/পর্যায়)-২০১৯]*

a. $19x^2$ b. $19x^3$ c. $18x^2$ d. $18x^3$ Ans: b

✍সমাধান: $m^3 - n^3 = (m-n)^3 - 3mn(m-n) = x^3 + 3.6x^2.x = x^3 + 18x^3 = 19x^3$

১২২. $x-y = 4$ হলে, নিচের কোন উক্তিটি সঠিক ? *[IBBL- (ATO)-2017]*

a. $x^3 - y^3 - 4xy = 64$ b. $x^3 - y^3 - 12xy = 12$
c. $x^3 - y^3 - 3xy = 64$ d. $x^3 - y^3 - 12xy = 64$ Ans: d

✍সমাধান: সবগুলো অপশনে যেহেতু $x^3 - y^3$ দেয়া আছে সুতরাং এটা নিয়েই কাজ শুরু

$x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) = 4^3 + 3xy.4 = 64 + 12xy$

দেখা যাচ্ছে 64 এর সাথে অতিরিক্ত +12xy এসে গেছে তাই এই +12xy কে বাদ দেয়ার জন্য -12xy নিতে হবে। যা শুধুমাত্র অপশন D তে আছে। $x^3 - y^3 - 12xy = 64$

১২৩. $x-y = 8$, $xy = 5$ হলে, $x^3 - y^3 + 8(x+y)^2 =$ কত? *[CAAB (SO)-2021]+ [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*

a. 1304 b. 1034 c. 1044 d. 1372 Ans: a

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $x-y = 8$ এবং $xy = 5$

এখন, $x^3 - y^3 + 8(x+y)^2 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) + 8\{(x-y)^2 + 4xy\}$
$= 8^3 + 3\times5\times8 + 8(8^2 + 4\times5) = 512 + 120 + 8\times84 = 632 + 672 = \mathbf{1304}$

১২৪. $x + y = 4$, $xy = 5$ হলে, $(x^3 + y^3)^2$ এর মান কত? *[পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয় (সহকারী প্রকৌশলী -সিভিল)-২০১৭]*

a. 16 b. 4 c. 8 d. 10 Ans: a

✍সমাধান: এখানে, $(x^3 + y^3)^2 = \{(x+y)^3 - 3xy(x+y)\}^2 = \{4^3 - (3\times5\times4)\}^2 = (64 - 60)^2 = 4^2 = \mathbf{16}$

১২৫. $a+b = c$ হলে a^3+b^3+3abc-এর মান কত? *(প্রা:বি:প্র:শি:০৮)*

a. a^2 b. a^3 c. c^2 d. c^3 Ans: d

✍সমাধান: দেয়া আছে, $a+b = c$

$\therefore a^3+b^3+3abc = (a+b)^3 - 3ab(a+b) + 3abc = c^3 - 3abc + 3abc = c^3$ ($a+b = c$ বসিয়ে)

নিজে করুন:

১২৬. $x + y = 4$ হলে $x^3+y^3+12xy =$? *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১]+ [ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(জুনিয়র সহকারী পরিচালক):২০২১]*

a. 64 b. 52 c. 72 d. 84 Ans: a

[**Hints:** $x^3+y^3+12xy = (x+y)^3 - 3xy(x+y) + 12xy = (4)^3 - 3xy\times4 + 12xy = 64 - 12xy + 12xy = 64$]

১২৭. $x-y = 3$ হলে x^3-y^3-9xy -এর মান কত? *[প্রা:বি:প্র:শি:২০০৮]*

a. 12 b. 15 c. 20 d. 27 Ans: d

১২৮. $x + y = 2$ হলে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$ *[সুরক্ষা বিভাগ, স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(অফিস সহায়ক)- ২০২১]*

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $x + y = 2$

L.H.S $= x^3 + y^3 + 6xy$
$= (x+y)^3 - 3xy(x+y) + 6xy = (2)^3 - 3.xy.2 + 6xy = 8 - 6xy + 6xy = 8$ (R.H.S)
$\therefore$ L.H.S = R.H.S (দেখানো হলো)

১২৯. $x^3 - y^3 = 513$ এবং $x-y = 3$ হলে xy - এর মান কত? *(প্রা:বি:প্র:শি:০৯)*

a. 20 b. 25 c. 40 d. 54 Ans: d

✍সমাধান: দেয়া আছে, $x^3 - y^3 = 513$ এবং $x - y = 3$

$\therefore x^3 - y^3 = 513$
$\Rightarrow (x-y)^3 + 3xy(x-y) = 513 \Rightarrow 3^3 + 3xy\times3 = 513 \Rightarrow 27 + 9xy = 513 \Rightarrow 9xy = 486 \therefore xy = 54$

১৩০. $x+y = 2$ এবং $x^2+y^2 = 4$ হলে x^3+y^3 এর মান কত? *[খাদ্য শি:অফিসার-২০০৫]*

a. 5 b. 8 c. 10 d. 12 Ans: b

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $x+y = 2$ এবং $x^2+y^2 = 4$ (এই দুটি মান সরাসরি x^3+y^3 এর সূত্রে প্রয়োগ করা যায় না) তাই একটু ঘুরিয়ে অন্য সূত্র প্রয়োগ করে x^3+y^3 এর মান বের করতে হবে।

আমরা জানি,
$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy \Rightarrow 4 = (2)^2 - 2xy \Rightarrow 4 = 4 - 2xy \Rightarrow xy = 0$
(xy এর মান বের করার পর $x^3 + y^3$ এর মান বের করা সম্ভব।)
এখন, $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = (2)^3 - 3\times0\times2 = 8 - 0 = 8$ **Ans: 8**

(৫. খ) ভগ্নাংশ আকারে আসলে :

১৩১. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]+ : [কেন্দ্রীয় পুলিশ হাসপাতাল (মেডিক্যাল টেকনোলোজিস্ট): ২০২১]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: b

✍লিখিত সমাধান:	✍শর্টকাট সমাধান : (মুখে মুখে সমাধানের টেকনিক)
$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$ $= (2)^3 - 3\times2 = 8 - 6 = 2$	সূত্র: $\{(মান)^3 \pm 3 \times মান\}$ অর্থাৎ (power)^3 থাকলে প্রথমে তার ঘন করে (+3) অথবা (-3) বসিয়ে আবার ঐ মানটি গুণ করতে হয়। এখানে, (+) এর মান বের করতে বলায় $(2)^3 - 3\times2 = 8 - 6 = 2$

১৩২. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? *[৩০তম বিসিএস] +[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (করতোয়া) ২০১২]*

a. 12 b. 18 c. 21 d. 27 Ans: b

✍সমাধান: $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 3^3 - 3.3 = 27 - 9 = \mathbf{18}$ [শেষের বোল্ড করা অংশটিই শর্টকাট]

১৩৩. $x - \frac{1}{x} = 7$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ - এর মান কত? *[৩২তম বিসিএস (বিশেষ)]*

a. 54 b. 196 c. 224 d. 364 Ans: d

✍সমাধান: $x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 7^3 + 3\times7 = 343 + 21 = \mathbf{364}$

নিজে করুন:

১৩৪. $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] +(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.২ এর ১২)*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: d

[**Hints:** যেহেতু (-) এর মান দেয়া আছে তাই সরাসরি = $1^3 + 3.1 = 1 + 3 = 4$]

১৩৫. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত ? *[প্রাথমিক: প্রধান শি: ২০০৯] + [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]*

a. 9 b. 18 c. 27 d. 36 Ans: d

১৩৬. $P-\frac{1}{p}=5$ হলে $P^3-\frac{1}{p^3}$ এর মান কত? *[BRTA (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম-কম্পিউটার অপারেটর):২০২১]*

a. 100 b. 120 c. 140 d. 180

১৩৭. মান নির্ণয় করুন: $x+\frac{1}{x}=a$ হলে $x^3+\frac{1}{x^3}=?$ *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (সাব-এসিস্ট্যান্ট ইঞ্জিনিয়ার): ২০২১]* Ans: c

a. a^3-3 b. a^2-2a c. a^3-3a d. 1

১৩৮. $x-\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহ: প্রোগ্রামার): ২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধি: (উচ্চমান সহ:)-২০২১]* Ans: a

a. $8\sqrt{5}$ b. $10\sqrt{2}$ c. 5 d. 8

সমাধান: দেয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=\sqrt{5}$

$$\therefore x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3.x.\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)=(\sqrt{5})^3+3\sqrt{5}=(\sqrt{5})^2.\sqrt{5}+3\sqrt{5}=5\sqrt{5}+3\sqrt{5}=8\sqrt{5}$$

জেনে রাখুন: $\sqrt{}$ (root) যুক্ত যে কোনো সংখ্যার উপর কিউব অর্থাৎ power 3 থাকলে, একটিকে বর্গ করতে হয় যেমন: $(\sqrt{2})^3=(\sqrt{2})^2.\sqrt{2}=2\sqrt{2}$, এই নিয়মটি যে কোন সংখ্যার ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। যেমন: $(\sqrt{3})^3=3\sqrt{3}$

নিজে করুন:

১৩৯. $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}=$ এর মান কত?

a. 2 b. $10\sqrt{2}$ c. $2\sqrt{5}$ d. $5\sqrt{5}$ Ans: c

[**Hints:** (+) এর মান দেয়া আছে তাই $(\sqrt{5})^3-3\sqrt{5}=(\sqrt{5})^2.\sqrt{5}-3\sqrt{5}=5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$]

১৪০. $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}=$ এর মান কত? *[প্রাথমিক সহ: শি:১০(কুরতোয়া)] +[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী):২০২০]*

a. $3\sqrt{3}$ b.0 c. $2\sqrt{3}$ d. 9 Ans: b

[**Hints:** (+) এর মান আছে তাই $(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0$]

১৪১. $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=3$ হলে $a^3+\frac{1}{a^3}$ এর মান কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা:০৬]*

a. 0 b. 1 c. 3 d. 9 Ans: a

[**Hints:** $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=3$ বা, $a+\frac{1}{a}=\sqrt{3}$ এনে আগের নিয়মে করুন]

১৪২. $x-\frac{1}{4}=\sqrt{2}$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? *[১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(স্কুল পর্যায়)-২০১৭]*

a. $3\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{2}$ c. $5\sqrt{2}$ d. $7\sqrt{2}$ Ans: c

[**Hints:** (-) এর মান আছে তাই $(\sqrt{2})^3+3\sqrt{2}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$]

(৫. গ) সরাসরি মান বসা না গেলে :

১৪৩. $x+\frac{2}{x}=3$ হলে, $x^3+\frac{8}{x^3}$ এর মান কত? *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয় (স্টোর কিপার)-২০১৯]*

a. 1 b. 8 c. 9 d. 10 Ans: c

সমাধান: $(x)^3+\left(\frac{2}{x}\right)^3=\left(x+\frac{2}{x}\right)^3-3.x.\frac{2}{x}\left(x+\frac{2}{x}\right)=3^3-6.3=27-18=9$ **Ans: 9**

১৪৪. যদি $4a^2+\frac{1}{a^2}=2$ হয়, তবে $8a^3+\frac{1}{a^3}$ এর মান কত? *[নার্সিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের (সিনি: স্টাফ নার্স) নিয়োগ-২০১৮]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 5 Ans: a

সমাধান: দেয়া আছে, $4a^2+\frac{1}{a^2}=2$

$$\Rightarrow(2a)^2+\left(\frac{1}{a}\right)^2=2\Rightarrow\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2-2.2a.\frac{1}{a}=2\Rightarrow\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2=6\ \therefore 2a+\frac{1}{a}=\sqrt{6}$$

সুতরাং $8a^3+\frac{1}{a^3}=(2a)^3+\left(\frac{1}{a}\right)^3=\left(2a+\frac{1}{a}\right)^3-3.2a.\frac{1}{a}\left(2a+\frac{1}{a}\right)=(\sqrt{6})^3-6\sqrt{6}=0$

১৪৫. $\sqrt{3}-\frac{1}{x}=x$ হলে, $x^3+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা -২০১৮]*

a. 0 b. $\sqrt{3}$ c. $3\sqrt{3}$ d. 1 Ans: b

সমাধান: $\sqrt{3}-\frac{1}{x}=x\quad\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

সুতরাং $x^3+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}=x+\frac{1}{x}+x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=\sqrt{3}+(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3}=\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

১৪৬. $x^2+\frac{1}{x^2}=3$ হলে, $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান কত? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(কলেজ সমপর্যায়)-২০১৯]*

a. $3\sqrt{5}$ b. $4\sqrt{5}$ c. $2\sqrt{5}$ d. $\sqrt{5}$ Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে, $x^2+\frac{1}{x^2}=3\Rightarrow\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}=3\Rightarrow\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=5\ \therefore\left(x+\frac{1}{x}\right)=\sqrt{5}$

সুতরাং $\frac{x^6+1}{x^3}=\frac{x^6}{x^3}+\frac{1}{x^3}=x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)=(\sqrt{5})^3-3\sqrt{5}=5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

নিজে করুন:

১৪৭. $x+\frac{1}{x}=3$ হলে, $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান কত? *[মৎস ও প্রাণী সম্পদ মন্ত্রা:(মাঠ সহ)-২০১৯], [বাংলাদেশ ব্যাংক(সাধারণ অফিসার)-২০১৯]*

a. 17 b. 18 c. 19 d. 20 Ans: b

[**Hints:** আগের অংকটির মতই Power 3 এর মান বের করতে হবে। এখানে শর্টকাটে (+)মান থাকায় $3^3-3.3=29-9=18$]

১৪৮. $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}}$ হলে $3a^3 - 9a + 1$ এর মান কত? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন (ফুল পর্যায়)-২০১৭]

a. 12 b. 15 c. 17 d. 11 Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $a = 3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow (a)^3 = (3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}})^3$

$\Rightarrow a^3 = 3^{\frac{1}{3}\times 3} + 3^{-\frac{1}{3}\times 3} + 3.3^{\frac{1}{3}}.3^{-\frac{1}{3}}(3^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}})$ [ঘন এর সূত্র $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$]

$\Rightarrow a^3 = 3+3^{-1} + 3^{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}}.a$

$\Rightarrow a^3 = 3+\frac{1}{3}+3a \Rightarrow a^3 = \frac{9+1+9a}{3} \Rightarrow 3a^3 = 10+9a \Rightarrow 3a^3-9a = 10 \therefore 3a^3-9a+1 = 10+1 = 11$

পদ্ধতি-০৬: তিন রাশির বর্গ ও ঘন সম্পর্কিত প্রশ্ন

(৬. ক) তিন রাশির বর্গ বের করা :

📖 সংশ্লিষ্ট সূত্রাবলী:

(i) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

(ii) $a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

(iii) $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$ [পরামর্শ: প্রথম সূত্রটি মুখস্থ রাখুন এবং অন্য দুটি ১ম টি থেকে বের করুন]

১৪৯. $a+b+c = 15$ এবং $a^2+b^2+c^2 = 83$ হলে $ab+bc+ca =$ কত? [সরকারী রেলওয়ে সহকারী কমান্ডেন্ট ২০০৭]

a. 24 b. 56 c. 71 d. 84 Ans: c

সমাধান: দেয়া আছে, $a+b+c = 15$, $a^2+b^2+c^2 = 83$

আমরা জানি, $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$

বা, $ab+bc+ca = \frac{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)}{2} = \frac{(15)^2-83}{2} = \frac{225-83}{2} = \frac{142}{2} = 71$

১৫০. $x^2+y^2+z^2 = 4$, $x+y+z = 8$ এবং $yz+zx+xy$ এর মান [১৫ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন-(ফুল সময়পর্যায়)-২০১৯],

a. -60 b. -30 c. 30 d. 60 Ans: c

সমাধান: আমরা জানি, $2(yz+zx+xy) = (x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)$

$\therefore (yz+zx+xy) = \frac{(x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)}{2} = \frac{(8)^2-4}{2} = \frac{64-4}{2} = \frac{60}{2} = 30$

১৫১. $a+b+c = 2$ এবং $ab+bc+ca = 1$ হলে $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$ এর মান কত? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (হাউজ প্যারেন্ট কাম টিচার): ২০২০]+ [এনসিটিবি (সাঁট লিপিকার কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১ /

a. 1 b. 3 c. 5 d. 6 Ans: d

সমাধান: $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$

$= a^2+2ab+b^2+b^2+2bc+c^2+c^2+2ca+a^2$

$= 2a^2+2b^2+2c^2+2ab+2bc+2ca$

$= 2\{(a^2+b^2+c^2)+(ab+bc+ca)\}$

$= 2[\{(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)\}+(1)] = 2\times(2^2-2\times 1+1) = 2\times(4-2+1) = 2\times 3 = 6$ (Ans)

নিজে করুন:

১৫২. $a+b+c = 9$, $a^2+b^2+c^2 = 29$ হলে $ab+bc+ca$ এর মান কত? [১৬তম বিসিএস]

a. 10 b. 12 c. 18 d. 26 Ans: d

১৫৩. $a+b+c = 9$ এবং $ab+bc+ca = 31$ হলে $a^2+b^2+c^2$ এর মান ?-(মহাহিসাব নিরী: ও নিয়: কার্যা ৯৮)

a. 8 b. 15 c. 19 d. 21 Ans: c

(৬. খ) তিন রাশির ঘন বের করা :

সংশ্লিষ্ট সূত্র: $a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

বা, $a^3+b^3+c^3 = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

১৫৪. $a+b+c = 0$ হলে $a^3+b^3+c^3$ এর মান কত? [১০ম বিসিএস]+ [সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]

a. 0 b. 1 c. 3abc d. abc Ans: c

সমাধান: দেওয়া আছে, $a+b+c = 0$

$\therefore a^3+b^3+c^3 = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$= 0\times(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc = 0+3abc = 3abc$

১৫৫. $x+y+z = 0$ হলে, $\frac{1}{3}(x^3+y^3+z^3)$ এর মান কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ/অধিদপ্তরে(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৮]

a. $3xy$ b. $-3xy$ c. $-xyz$ d. xyz Ans: d

সমাধান:

দেওয়া আছে, $x+y+z = 0$

$\therefore \frac{1}{3}(x^3+y^3+z^3) = \frac{1}{3}\{(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)+3xyz\}$

$= \frac{1}{3}\{0\times(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)+3xyz\} = \frac{1}{3}\times 3xyz = xyz$ (Ans)

নিজে করুন:

১৫৬. $p+q+r = 0$ হলে, $p^3+q^3+r^3$ এর মান কত? (প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক - ০৯ গোলাপ)

a. pqr b. $3pr$ c. $3pqr$ d. $3pq$ Ans: c

(৬. গ) পাওয়ার ৫ বা তার বেশি হলে :

এমসিকিউ পরীক্ষায় এরকম প্রশ্ন আসলে সাধারণত শুধু x এর একক মান বের করে হিসেব করতে হয়। বড় পাওয়ার দেখে চিন্তা করার কিছু নেই।

১৫৭. $x+\frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^5+\frac{1}{x^5} =$ কত? [৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা -২০১২]

a. 2 b. 4 c. 27 d. 64 Ans: a

সমাধান:

দেয়া আছে, $x+\frac{1}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 2 \Rightarrow x^2+1 = 2x \Rightarrow x^2-2x+1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \therefore x = 1$

সুতরাং $x^5+\frac{1}{x^5} = 1^5+\frac{1}{1^5} = 1+1 = 2$ (Ans)

১৫৮. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^{2019} + x^{2020}$ মান নির্ণয় করুন ?

a. 0 b. 2 c. 1 d. 4 Ans: b

✍সমাধান: $x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \therefore x = 1$

সুতরাং প্রদত্ত রাশি, $x^{2019} + x^{2020} = 1^{2019} + 1^{2020} = 1 + 1 = \mathbf{2}$ **(Ans)**

পদ্ধতি-০৭: এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

যেগুলো বিভিন্ন পরীক্ষার প্রিলি এবং লিখিত অংশে বার বার আসে এখান থেকে ভালোভাবে সমাধান করলে অনেক পরীক্ষায় ভালো করা যাবে । কারণ যত নিয়োগ পরীক্ষা হয় দেখা যায় ঘুরে ফিরে এগুলোই আসে।

১৫৯. $a^2 - 6a + 1 = 0$ হলে $a + \frac{1}{a} = ?$ *[বাংলাদেশ কর্মচারী কল্যাণ বোর্ড(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর); জনশিক্ষাপত্র বিভাগ, স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(সাঁটমুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর)- ২০২১]*

a. 4 b. 6 c. 8 d. 10 Ans: b

✍সমাধান: $a^2 - 6a + 1 = 0 \Rightarrow a^2 + 1 = 6a \Rightarrow a^2 + 1 = 6a \therefore a + \frac{1}{a} = 6$ (a দ্বারা ভাগ করে)

১৬০. $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ (উপ-পরিচালক) -২০১৮]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 4 Ans: b

✍সমাধান: দেয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 + 1 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

১৬১. যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$ *[৪০তম বিসিএস প্রিলি]+ [সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক)-২০২১] + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]*

a. 3 b. 2 c. 1 d. 0 Ans: d

✍সমাধান: দেয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$\Rightarrow x^4 + 1 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = 1 \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

এখন, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(\sqrt{3}\right)^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$ **Ans: 0**

১৬২. $a^4 - 51a^2 + 1 = 0$ হলে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

a. ± 9 b. ± 7 c. ± 5 d. ± 3 Ans: b

✍সমাধান: $a^4 - 51a^2 + 1 = 0 \Rightarrow a^4 + 1 = 51a^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ [a^2 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a} = 51 \Rightarrow \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 49 \therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{49} = \pm 7$ [বর্গমূল করে]

১৬৩. $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2$ হলে, $x + \frac{1}{x} =$ কত? *[সহকারী পরিবার পরিকল্পনা কর্মকর্তা ২০১৬]*

a. $\sqrt{3}$ b. 2 c. 5 d. $\sqrt{5}$ Ans: d

✍সমাধান: $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2 \Rightarrow x^4 + 1 = 3x^2$

$\Rightarrow \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{3x^2}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

১৬৪. $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ হলে , $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত ? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]*

a. 1 b. $\sqrt{5}$ c. 3 d. $2\sqrt{5}$ Ans: c

✍সমাধান: $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{5}x \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \sqrt{5} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

সুতরাং $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{5})^2 - 2 = 5 - 2 = 3$ **Ans: 3**

১৬৫. $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$ *[ডাক অধিদপ্তরের বিভিন্ন ওভারশিয়ার-২০১৮]*

a. 0 b. 1 c. 4 d. 10 Ans: b

✍সমাধান: $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{3}x \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

সুতরাং $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$

১৬৬. $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ -এর মান *(৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)+ [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১]*

a. $5\sqrt{3}$ b. $3\sqrt{5}$ c. $4\sqrt{5}$ d. $6\sqrt{5}$ Ans: b

✍সামাধান: দেয়া আছে, $x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 3x \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3 \therefore x + \frac{1}{x} = 3$

আবার, আমরা জানি

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x}$

$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 - 4$

$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4 \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$ সুতরাং $x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{5}$ (মান বসিয়ে)

Attention: প্রশ্নটিতে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ -এর মান বের করতে বলা হয়েছে যার সূত্র প্রয়োগ করলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$ হয়। তাই একবার (+) এবং অন্যবার (-) এর মান বের করে তা বসিয়ে উত্তর বের করা হয়েছে।

১৬৭. $x+\frac{1}{x}=1$ হলে, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)$ এর মান কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইফার অফিসার)-২০১২]

a. 2 b. 4 c. 1 d. 8 Ans: c

সমাধান: এরকম দুটা মান একসথে সমন্বয় করতে চাইলে আলাদা আলাদা মান বের করে শেষে হিসেব করতে হবে।

দেয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=1 \Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=1^2 \Rightarrow x^2+2.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=1 \quad \therefore x^2+\frac{1}{x^2}=-1$

আবার, $\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)=(x^2)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2.x^2.\frac{1}{x^2}=(-1)^2-2=1-2=-1$

সুতরাং প্রদত্ত রাশি, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)=(-1)\times(-1)=$ **1 (Ans)**

১৬৮. $a^2+1=3a$ হলে, $\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)\left(a^3+\frac{1}{a^3}\right)$ এর মান নির্ণয় করুন। [জেলা প্রশাসকের কার্যালয় চট্টগ্রাম-২০২২]

সমাধান: $a^2+1=3a \Rightarrow \frac{a^2}{a}+\frac{1}{a}=\frac{3a}{a}$ [a দিয়ে ভাগ করে] $\quad \therefore a+\frac{1}{a}=3$

সুতরাং $a^2+\frac{1}{a^2}=(a+\frac{1}{a})^2-2\,a.\frac{1}{a}=3^2-2=7$ এবং $a^3+\frac{1}{a^3}=(a+\frac{1}{a})^3-3.a.\frac{1}{a}\,(a+\frac{1}{a})=3^3-3.3=18$

$\therefore (a^2+\frac{1}{a^2})(a^3+\frac{1}{a^3})=7\times18=$ **126 (Ans)**

১৬৯. $a+3+\frac{1}{a}=0$ হলে $a^3+\frac{1}{a^3}=$ কত? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭] + [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ(উপ-পরিচালক) -২০১৮] +[বাংলাদেশ জাতীয় জাদুঘর (বিভিন্ন পদ):২০২১]

a. 18 b. 20 c. -18 d. -20 Ans: c

সমাধান: উল্টাপাল্টা যা ই দেয়া থাক সবগুলোকেই ঘুরিয়ে ফিরিয়ে সূত্রে প্রয়োগ করার মত করে সাজিয়ে নিতে হব।।

$a+3+\frac{1}{a}=0 \Rightarrow a+\frac{1}{a}=-3$ প্রদত্ত রাশি $a^3+\frac{1}{a^3}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)=(-3)^3-3(-3)=-27+9=-18$

১৭০. $a^2=3a-1$ হলে $\frac{a^8+1}{a^4}$ এর মান—[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

a. 47 b. 49 c. 51 d. 53 Ans: a

সমাধান: $a^2=3a-1 \Rightarrow a^2+1=3a \quad \therefore a+\frac{1}{a}=3$

মুখে মুখে: $(3^2-2)^2-2=7^2-2=49-2=47$

এখন, $\frac{a^8+1}{a^4}=\frac{a^8}{a^4}+\frac{1}{a^4}=a^4+\frac{1}{a^4}=(a^2)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2.a^2.\frac{1}{a^2}=\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2.a.\frac{1}{a}\right\}^2-2$

$=(3^2-2)^2-2=7^2-2=49-2=$ **47**

১৭১. $x^2-\sqrt{2}x+1=0$ হলে $\frac{x^{12}+1}{x^6}$ এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]

a. 0 b. 1 c. $\sqrt{2}$ d. 2 Ans: a

সমাধান: দেয়া আছে, $x^2-\sqrt{2}x+1=0 \Rightarrow x^2+1=\sqrt{2}x \quad \therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{2}$ [x দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

এখন, $\frac{x^{12}+1}{x^6}=\frac{x^{12}}{x^6}+\frac{1}{x^6}=x^6+\frac{1}{x^6}=(x^3)^2+\left(\frac{1}{x^3}\right)^2$

$=\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)^2-2.x^3.\frac{1}{x^3}=\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)\right\}^2-2$

$=\left\{(\sqrt{2})^3-3.\sqrt{2}\right\}^2-2=(2\sqrt{2}-3\sqrt{2})^2-2=\left(-\sqrt{2}\right)^2-2=2-2=$ **0 (Ans:)**

১৭২. $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য $x^3-\frac{1}{x^3}=0$ হবে? [বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১৮]

a. 2 b. -2 c. 0 d. 1 Ans: a

সমাধান: $x^3-\frac{1}{x^3}=0$

$\Rightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x^2+x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=0 \Rightarrow \left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}+1\right)=0 \therefore x-\frac{1}{x}=0 \left[\because x^2+\frac{1}{x^2}+1\neq0\right]$

$\Rightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=0$ (বর্গ করে) $\Rightarrow x^2-2.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0 \therefore x^2+\frac{1}{x^2}=2$ (অর্থাৎ বর্গের মান ২ হলে কিউবের মান ০)

১৭৩. $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}$ - এর মান নির্ণয় করুন। [পাট ও বস্ত্র মন্ত্রনালয় (ইন্সট্রাক্টর)-২০১৮]

a. 0 b. 10 c. 20 d. 50 Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ [লবকে হর এবং হরকে লব বানানো হয়েছে মান বসানোর জন্য]

$\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{1\times\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ [লব ও হরকে $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করা হয়েছে]

$\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$ [সূত্রের প্রয়োগ] $\quad \therefore \frac{1}{x}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ [নিচে ৩ থেকে ২ বিয়োগ করলে ১ থাকে তাই কিছু লিখা হয় নি]

সুতরাং $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{3}$ [এভাবে একসাথে মান বের করে নিলে পরে হিসেব সহজ হবে]

প্রদত্ত রাশি: $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}=(2\sqrt{3})^2-2=4\times3-2=12-2=$ **10 (Ans.)**

১৭৪. $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ - এর মান নির্ণয়করুন। [৩৮তম বিসিএস প্রিলি]+ (৯ম -১০ম শ্রেণী অনু: ৩.২ এর উদা:১৬)+ [কর অঞ্চল-২ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [বাস্তবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ণ বিভাগ (অফিস সহকারী কাম মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] +[বিআইডব্লিউটিএ-(ট্রাফিক সুপারভাইজার):২০২১]+ [কৃষি বিপনন অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক):২০২১] + [অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ পক্ষ (সাঁট মুদ্রক্ষরিক কম্পিউটার): ২০২১]

a. $3\sqrt{2}$ b. $18\sqrt{3}$ c. $12\sqrt{3}$ d. 8 Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে $x = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ $\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ $\therefore x+\frac{1}{x} = \sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $= x^3+\frac{1}{x^3}$

$= \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$= \left(2\sqrt{3}\right)^3 - 3\times 2\sqrt{3} = 8\times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$ **Ans. $18\sqrt{3}$**

Learning point: $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ এরকম ক্রমিক দুটি সংখ্যার বর্গমূলের যোগফল থাকলে $\frac{1}{x}$ মান সবসময় $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ হবে। (+) চিহ্নটা (-) চিহ্ন হয়ে যায়।

১৭৫. $x = \sqrt{4}+\sqrt{3}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত ? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. $5\sqrt{3}$ b. 52 c. $5\sqrt{2}$ d. $2\sqrt{5}$ Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $x = \sqrt{4}+\sqrt{3}$ $\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{4}-\sqrt{3}$ সুতরাং $x+\frac{1}{x} = \sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{4}-\sqrt{3} = 2\sqrt{4}$

প্রদত্ত রাশি, $x^3+\frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{4})^3 - 3.\ 2\sqrt{4} = 8\times 4\sqrt{4} - 6\sqrt{4} = 32\sqrt{4} - 6\sqrt{4} = 26\sqrt{4} = 26\times 2 = 52$ উত্তর:

১৭৬. $a = \sqrt{6}+\sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6-1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। *(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.২ এর ১৬)*

a. $46\sqrt{5}$ b. $45\sqrt{5}$ c. $45\sqrt{6}$ d. $46\sqrt{6}$ Ans. a

সমাধান: দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6}+\sqrt{5}$ হলে, $\frac{1}{a} = \sqrt{6}-\sqrt{5}$ $\therefore a-\frac{1}{a} = \sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{6}+\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

সুতরাং $\frac{a^6-1}{a^3} = a^3-\frac{1}{a^3} = \left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3.a.\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right) = (2\sqrt{5})^3+3\times(2\sqrt{5}) = 8\times 5\sqrt{5}+6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$

১৭৭. $a = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ হলে, $a^3+3a+3a^{-1}+a^{-3}$ এর মান কত? *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮], [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ(৪র্থ পর্যায়)-২০১৯]*

a. $18\sqrt{2}$ b. $24\sqrt{3}$ c. $8\sqrt{2}$ d. $16\sqrt{2}$ Ans: b

সমাধান: $a = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ $\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ $\therefore a+\frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$ (আগের প্রশ্নগুলোর মতই)

এখন, $a^3+3a+3a^{-1}+a^{-3} = a^3+\frac{1}{a^3}+3\left(a+\frac{1}{a}\right) = \left(a+\frac{1}{a}\right)^3 - 3a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)+3\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 = 2^3.(\sqrt{3})^3 = 8.3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

১৭৮. $x = 3+2\sqrt{2}$ হলে x^{-1} এর মান কত? *[৭ম প্রভাষক নিবন্ধন-২০১১]*

a. $3+2\sqrt{2}$ b. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ c. $3-2\sqrt{2}$ d. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ Ans: c

সমাধান: $x = 3+2\sqrt{2}$

$\therefore x^{-1} = \frac{1}{x} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{1\times(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3)^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} = 3-2\sqrt{2}$

১৭৯. $x = \sqrt{3}+\sqrt{5}$ হলে $\frac{x^2-2}{x}$ এর মান হবে। *[১৪ তম বিজেএস (সহকারী জজ)-২০২১]*

a. $-2\sqrt{3}$ b. $3\sqrt{2}$ c. $2\sqrt{3}$ d. $5\sqrt{2}$ Ans: c

সমাধান: [না বুঝে (+) থাকলেই (-) ধরা যাবে না। পরপর সংখ্যা না থাকলে হিসেব মিলবে না, এখানে 3 ও 5 থাকায় ভিন্ন হবে]

দেওয়া আছে, $x = \sqrt{3}+\sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3}$ $\therefore \frac{1}{x}\times 2 = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}\times 2$ সুতরাং $\frac{2}{x} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি $\frac{x^2-2}{x} = \frac{x^2}{x}-\frac{2}{x} = x-\frac{2}{x} = \sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{5}+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

পদ্ধতি-০৮: বিবিধ প্রশ্ন

১৮০. $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$ হলে $a-(-b)-(-c)-(-d)$ -এর মান কত? *[১৫তম বিসিএস]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3 Ans: a

সমাধান: $a-(-b)-(-c)-(-d) = a+b+c+d = 1+(-1)+2+(-2) = 1-1+2-2 = 0$

১৮১. $m = 2$ হলে, $27m^3+54m^2+36m+3$ এর মান নির্ণয় করুন। *[খাদ্র মন্ত্রণালয়- (সার্ট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর- (লিখিত)-২০২২)]*

সমাধান: $m = 2$

$= 27m^3+54m^2+36m+3 = (3m)^3+3.(3m)^2.2+3.3m(2)^2+(2)^3-5$

$= (3m+2)^3-5 = (3\times 2+2)^3-5 = 8^3-5 = 512-5 = 507$

নিজে করুন:

১৮২. $a = 2, b = -1, c = -2$, $d=1$ হলে $-a-(-b)+(-c)-(-d)$ এর মান কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

a. 6 b. 4 c. 0 d. 2 Ans: c

১৮৩. $x = 4$, $y = -8$ এবং $z = 5$ হলে, $25(x+y)^2-20(x+y)(y+z)+4(y+z)^2$ এর মান কত? *[অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক কাম কম্পিউটার)-২০২১]*

a. 120 b. 136 c. 172 d. 196 Ans: d

১৮৪. $a-\{a-(a+1)\}$ = কত? *[১১তম বিসিএস] + [NSI (অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]*

a. $a-1$ b. 1 c. a d. $a+1$ Ans. d

সমাধান: $a-\{a-(a+1)\} = a-\{a-a-1\} = a-(-1) = a+1$

১৮৫. $a-[a-\{a-(a-\overline{a-1})\}]$ = কত? *[৩৬তম বিসিএস]*

a. 1 b. -1 c. $a-1$ d. $a+1$ Ans. c

সমাধান: $a-[a-\{a-(a-a+1)\}] = a-[a-\{a-1\}] = a-[a-a+1] = a-1$ **Ans:**

(যেহেতু a আছে মোট ৫টি তাই কাটাকাটি শেষে অবশ্যই একটি a অবশিষ্ট থাকবে)

[Important point: $a-1$ এর উপরে line bar থাকায় দাগযুক্ত সংখ্যার মাঝের চিহ্ন - থেকে + এ পরিবর্তন হয়েছে]

নিজে করুন:

১৮৬. $a-[a-(a-1)] = ?$ *[জেলা নির্বাচন অফি: ২০০৪]*

a. $a-1$ b. $a+1$ c. $2a+1$ d. $2a-1$ Ans. a

Practice Part

১. $x-y=2$ এবং $xy=15$ হলে, $(x+y)$ এর মান কত? *[(BREB)(এসিস্টান্ট জেনারেল ম্যানেজার)-২০২২]*
a. 2 b. 5 c. 8 d. 10

২. $x+y=7$ এবং $xy=10$ হলে $(x-y)^3$ এর মান কত? *[BCSIR(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২২]*
a. 7 b. 17 c. 21 d. 27

৩. $a+b=8$ এবং $ab=15$ হলে, a^3+b^3 এর মান কত? *[৮ম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ৩]*
a. 145 b. 155 c. 152 d. 160

৪. দুটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 13 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 6 হলে সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর কত?
a. 6 b. 3 c. 8 d. 5

৫. $2x+3y=13$ এবং $xy=6$ হলে, $8x^3+27y^3$এর মান নির্ণয় করুন?*(৮ম শ্রেণী, অনু: ৪.২ এর ৫)*
a. 695 b. 712 c. 763 d. 793

৬. $x-\frac{1}{x}=2$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান কত?
a. 6 b. 12 c. 14 d. 24

৭. $a^2+\frac{1}{a^2}=83$ হয়, তবে $a-\frac{1}{a}$ এর মান কত?
a. 9 b. -9 c. ± 9 d. 0

৮. $b+b^{-1}=2$ হলে, $\frac{2b}{b^2-b+1}$ এর মান *[সাধারণ পুলের আওতায় বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]*
a. 2 b. 1 c. 3 d. 5

৯. $x-\frac{1}{x}=p$ হলে $\frac{c}{x(x-p)}$ এর মান কত?
a. 2c b. $\frac{c}{p}$ c. c d. $\sqrt{p^2c}$

১০. $16x^2+8x+4$ -এর সাথে ন্যূনতম কত যোগ করলে এটি একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে?
a. 16x b.16 c. 2 d. 8x

১১. $a-\frac{1}{a}=5$ হলে, $a^3-\frac{1}{a^3}$ এর মান কত? *(৮ম শ্রেণী, অনু:৪.২ এর ১৪)*
a. 170 b. 150 c. 160 d. 140

১২. যদি $a+\frac{1}{a}+2=0$ হয়, তবে $\left(a^{37}+\frac{1}{a^{100}}\right)$ এর মান কত?
a. -2 b. 3 c. 4 d. -5

উত্তরমালা

১.	c	২.	d	৩.	c	৪.	d	৫.	d	৬.	c
৭.	c	৮.	a	৯.	c	১০.	d	১১.	d	১২.	a

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. দুইটি সংখ্যার যোগফল 18 এবং তাদের অন্তর 4 হলে, সংখ্যা দুইটি হবে যথাক্রমে-
a. 10,6 b. 11,7 c. 12,6 d. 14, 4

২. $a^2+\frac{1}{a^2}=102$ হয়, তবে $a-\frac{1}{a}$ এর মান কত?
a. 10 b. 12 c. 11 d. 5

৩. $x+y=3$ এবং $xy=1$ হলে, x^3+y^3+3xy এর মান কত?
a. 24 b. 25 c. 22 d. 21

৪. $x+y=6$ এবং $xy=8$ হলে, $(x-y)^2=?$ *[ইসলামী ব্যাংক ফিল্ড অফিসার, ২০১০]*
a. 4 b. 6 c. 8 d. 12

৫. $m+\frac{1}{m}=a$ হলে, $m^3+\frac{1}{m^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। *[৯ম -১০ম শ্রেণী, অনু:৩.২ এর ১০]*
a. $a^3-\frac{1}{a^3}$ b. $a^3+\frac{1}{a^3}$ c. a^3-3a d. a^3+3a

৬. $p+\frac{1}{p}=5$ হলে $p^3+\frac{1}{p^3}$ কত?
a. 27 b. 91 c. 112 d. 110

৭. যদি $(x-y)^2=12$ এবং $xy=1$ হয়, তবে $x^2+y^2=$ কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রঃ অধীনে গুপ্ত সংকেত পরিদপ্তরের সাইবার অফিঃ ০৫]
a. 11 b. 12 c. 13 d. 14

৮. $x-\frac{1}{x}=5$ হলে $x^2+\frac{1}{x^2}$ -এর মান কত? (মাধ্য:সহ:প্র:শি:-০৬)
a. 32 b. 27 c. 25 d. 47

৯. যদি $x^2+y^2=4$ এবং $x^2-y^2=-4$ হয় তাহলে x^4+y^4 is
a.-16 b. 16 c. 0 d. 8

১০. $a^4+a^2b^2+b^4=3$ এবং $a^2+ab+b^2=3$ হয়, তবে a^2+b^2 এর মান কত? *[বাংলাদেশ পুলিশ(অফিস সহায়ক), জাতীয় নদী রক্ষা কমিশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*
a. 4 b. 6 c. 10 d. 2

উত্তরমালা

১.	b	২.	a	৩.	d	৪.	a	৫.	c
৬.	d	৭.	d	৮.	b	৯.	b	১০.	d

লিখিত অংশ

১. $x+\frac{1}{x}=7$ হলে $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। *[বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]*

সমাধান: $x^3+\frac{1}{x^3}=(x+\frac{1}{x})^3-3x.\ \frac{1}{x}(x+\frac{1}{x})=(7)^3-3.7=343-21=\mathbf{322}$ **(Ans:)**

নিজে করুন :

২. $x-\frac{1}{x}=3$ হলে $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান কত? *[বাংলাদেশ লোক প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্র (অফিস সহায়ক)-২০২২ (লিখিত)]* **Ans : 36**

৩. $a+b=3$, এবং $ab=2$ হলে a^3+b^3 এর মান নির্ণয় কর। *[বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]*

সমাধান: $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=(3)^3-3\times2\times3=27-18=\mathbf{9}$

৪. প্রমাণ করুন যে, $(a+b)^4-(a-b)^4=\mathbf{8ab\,(a^2+b^2)}$ *[বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক): ২০২১]*

সমাধান:

L.H.S, $(a+b)^4-(a-b)^4$

$=\{(a+b)^2\}^2-\{(a-b)^2\}^2$

$=\{(a+b)^2+(a-b)^2\}\ \{(a+b)^2-(a-b)^2\}\quad=2(a^2+b^2).\ 4ab=\mathbf{8ab(a^2+b^2)}=$ R.H.S

৫. $x-\frac{1}{x}=\sqrt{3}$ হলে, $x^6+\frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় করুন ? *[৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]*

সমাধান : দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

Learning point:
ধাপে ধাপে power দিয়ে গুণ করে প্রশ্ন সমাধানের প্রয়োজনে, কিভাবে শুধু x কে x^6 বানাতে হয় তা এখান থেকে দেখে নিন।

$\Rightarrow x-\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow(x-\frac{1}{x})^2=(\sqrt{3})^2\ \Rightarrow x^2-2.x.\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^2=3\ \Rightarrow x^2-2+\frac{1}{x^2}=3\quad\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=5$

এখন, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^3=(5)^3$ [ঘন করে] $\Rightarrow\left(x^2\right)^3+\left(\frac{1}{x^2}\right)^3+3.x^2.\frac{1}{x^2}\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=125$

$\Rightarrow x^6+\frac{1}{x^6}+(3\times5)=125\quad\Rightarrow x^6+\frac{1}{x^6}=125-15=\mathbf{110}\ \therefore x^6+\frac{1}{x^6}=\mathbf{110}$

৬. $x^2-\sqrt{3}x+1=0$ হলে $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান কত? *[৩২তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: দেওয়া আছে, $x^2-\sqrt{3}x+1=0\ \Rightarrow x^2+1=\sqrt{3}x\ \therefore\ x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$ [x দ্বারা ভাগ করে]

এখন, $\frac{x^6+1}{x^3}=x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)=(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\mathbf{0}$ **Ans: 0**

৭. $2x^2-3x=2$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন । *[৩৭তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x^2-3x=2$

$\Rightarrow 2x^2-2=3x\ \Rightarrow\frac{2x^2}{x}-\frac{2}{x}=\frac{3x}{x}\Rightarrow2(x-\frac{1}{x})=3\quad\therefore x-\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

এখন, $x^3-\frac{1}{x^3}=(x-\frac{1}{x})^3+3.x.\frac{1}{x}(x-\frac{1}{x})$

$=(\frac{3}{2})^3+3.\frac{3}{2}=\frac{27}{8}+\frac{9}{2}=\frac{27+36}{8}=\frac{63}{8}$ সুতরাং নির্ণেয় মান $=\frac{63}{8}$

৮. $y=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ হলে, $\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)\left(y^3-\frac{1}{y^3}\right)$ এর মান নির্ণয় করুন। *[৩৫তম বিসিএস(লিখিত)]*

সমাধান: দেওয়া আছে, $y=\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\Rightarrow\frac{1}{y}=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{1(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{1(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$\therefore y+\frac{1}{y}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{3}$ (মান বসিয়ে)

সুতরাং $y^2+\frac{1}{y^2}=\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-2.y.\frac{1}{y}=(2\sqrt{3})^2-2=12-2=10$

আবার, $y-\frac{1}{y}=\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

আবার, $y^3-\frac{1}{y^3}=\left(y-\frac{1}{y}\right)^3+3.y.\frac{1}{y}\left(y-\frac{1}{y}\right)=(2\sqrt{2})^3+3.2\sqrt{2}=16\sqrt{2}+6\sqrt{2}=22\sqrt{2}$

$\therefore\left(y^2+\frac{1}{y^2}\right)\left(y^3-\frac{1}{y^3}\right)=10\times22\sqrt{2}=220\sqrt{2}$ **Ans. $220\sqrt{2}$**

৯. যদি $2x=\frac{2}{x}+3$ হয় তবে প্রমাণ করুন যে, $8x^3=\frac{8}{x^3}+63$. *[৩৩-তম বিসিএস, লিখিত][মাধ্যমিক বোর্ড বই ।+জাতীয় গণমাধ্যম ইনস্টিটিউট(অফিস সহকারী কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১] + [BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x=\frac{2}{x}+3\quad\Rightarrow\left(2x-\frac{2}{x}\right)=3\quad\Rightarrow2\left(x-\frac{1}{x}\right)=3\quad\therefore\left(x-\frac{1}{x}\right)=\frac{3}{2}$

প্রমাণ করতে হব যে, $8x^3=\frac{8}{x^3}+63\quad\Rightarrow8x^3-\frac{8}{x^3}=63$ (অনেক প্রশ্নে এভাবে দেয়া আছে, একই প্রশ্ন)

L.H.S $=8x^3-\frac{8}{x^3}=8\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)=8\left\{\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3.x.\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)\right\}=8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3+3\left(\frac{3}{2}\right)\right\}$

$=8\left\{\frac{27}{8}+\frac{9}{2}\right\}=8\left\{\frac{27+36}{8}\right\}=63=$ R.H.S $\therefore8x^3=\frac{8}{x^3}+63.\ \therefore$ **L.H.S =R.H.S (Proved)**

বিকল্প সমাধান: $2x-\frac{2}{x}=3\Rightarrow\left(2x-\frac{2}{x}\right)^3=3^3\ \Rightarrow(2x)^3-\left(\frac{2}{x}\right)^3-3.2x.\frac{2}{x}\left(2x-\frac{2}{x}\right)=27$

Basic Math 6th-40A

$\Rightarrow 8x^3-\frac{8}{x^3}-(3\times4\times3)=27 \Rightarrow 8x^3-\frac{8}{x^3}=27+36=63 \quad \therefore 8\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=63$ (দেখানো হলো)

১০. $2x-\frac{2}{x}=3$ হলে $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান কত ? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার টাইপিস্ট) - ২০১৮- (লিখিত)]*

সমাধান : $2x-\frac{2}{x}=3$ বা, $2\left(x-\frac{1}{x}\right)=3 \quad \therefore x-\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

এখন, $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2.x.\frac{1}{x}=\left(\frac{3}{2}\right)^2+2=\frac{9}{4}+2=\frac{9+8}{4}=\frac{17}{4}$ **Ans:** $\frac{17}{4}$

১১. $x^3+\frac{1}{x^3}=2$ হলে $x+\frac{1}{x}$ এর মান কত? *[প্রবাসী কল্যাণ মন্ত্রঃ অধীনে-(টেকনিকাল এ্যাসিসটেন্ট)-২০১৮-(লিখিত)]*

সমাধান : দেয়া আছে, $x^3+\frac{1}{x^3}=2 \Rightarrow \frac{x^6+1}{x^3}=2 \Rightarrow x^6+1=2x^3 \Rightarrow (x^3)^2-2.x^3.1+1^2=0$

$\Rightarrow (x^3-1)^2=0 \quad \Rightarrow x^3=1 \therefore x=1$ সুতরাং , $x+\frac{1}{x}=1+\frac{1}{1}=2$ **Ans: 2**

১২. $a-\frac{1}{a}=m$ হলে, দেখাও যে, $a^4+\frac{1}{a^4}=m^4+4m^2+2$ *[মহারাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

সমাধান: দেয়া আছে, $a-\frac{1}{a}=m \Rightarrow \left(a-\frac{1}{a}\right)^2=m^2 \Rightarrow a^2-2.a.\frac{1}{a}+\left(\frac{1}{a}\right)^2=m^2 \Rightarrow a^2+\frac{1}{a^2}=m^2+2$

$\Rightarrow \left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2=(m^2+2)^2 \Rightarrow (a^2)^2+2.a^2.\frac{1}{a^2}+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2=(m^2)^2+2.m^2.2+2^2$

$\therefore \left(a^4+\frac{1}{a^4}\right)=m^4+4m^2+4 \therefore$ **L.H.S =R.H.S** (দেখানো হলো)

নিজে করুন :

১৩. $m+\frac{1}{m}=2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4+\frac{1}{m^4}=2$ *[মহারাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

১৪. $a^4-a^2+1=0$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $a^3+\frac{1}{a^3}=0$ *[বাংলাদেশ সুপ্রিম কোর্টের হাইকোর্ট বিভাগ(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০২০]*

সমাধান: দেয়া আছে, $a^4-a^2+1=0 \Rightarrow a^4+1=a^2 \Rightarrow a^2+\frac{1}{a^2}=1$ [a^2 দিয়ে ভাগ করে]

$\Rightarrow \left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2a\frac{1}{a}=1 \quad \Rightarrow \left(a+\frac{1}{a}\right)^2=3 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=\sqrt{3}$

এখন, প্রমাণ করতে হবে যে, $a^3+\frac{1}{a^3}=0$

L.H.S $=a^3+\frac{1}{a^3}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)=(\sqrt{3})^3-3\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0=$ (R.H.S) **(Proved)**

উৎপাদকে বিশ্লেষণ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	সাধারণ উৎপাদকের প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৪	বহুপদী রাশির উৎপাদক নির্ণয়
পদ্ধতি-০২	Middle term এর মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়	পদ্ধতি-০৫	উৎপাদকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়		
Practice Part		**Model Test**	
উৎপাদকে বিশ্লেষণের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

কোন রাশি দু ইবা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়। কোন বীজগাণিতিক রাশির উৎপাদক নির্ণয় করার পর রাশিটিকে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়। বীজগাণিতিক রাশিগুলো এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট (বহুপদী) হতে পারে। সেজন্য উক্ত রাশির উৎপাদকগুলোরও এক বা একাধিক পদ বিশিষ্ট হতে পারে।

উৎপাদক কী?

পাটিগণিতের ক্ষেত্রে: কোন সংখ্যাকে যতগুলো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায় তাদেরকে ঐ সংখ্যাটির উৎপাদক বলে, যেমন: ১৫ সংখ্যাটিকে ১৫ ,৫ ,৩ এবং ১ দ্বারা ভাগ করা যায়। তাই ১৫ ,৫ ,৩ ,ও ১ হচ্ছে ১৫ এর উৎপাদক। কিন্তু ৬ সংখ্যাটি ১৫ এর উৎপাদক নয় কারণ ৬ দ্বারা ১৫ কে ভাগ করা যায় না।

বীজগণিতের ক্ষেত্রে: প্রদত্ত রাশিটিকে যে রাশিগুলো দিয়ে ভাগ করা যায় তাদেরকে উক্ত রাশিটির উৎপাদক বলে। যেমন:

a^2-b^2 বীজগণিতীয় রাশিটির দুটি উৎপাদক হচ্ছে (a+b) এবং (a-b), অর্থাৎ (a+b) এবং (a-b) উভয় রাশি দ্বারা a^2-b^2 কে নি:শেষে ভাগ করা যায়।

সাধারণ উৎপাদকে বিশ্লেষণ অংকগুলো বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রচুর আসে । কিন্তু সমস্যা হলো অপশনে যে চারটি উত্তর দেয়া থাকে তা প্রায় একই রকম। তাই নিয়ম না জেনে শুধু উত্তর থেকে অংক মেলানো খুব জটিল। অংকগুলো খুব দ্রুত পারার জন্য কিছু টেকনিক অনুসরণ করতে হবে, যা এই অধ্যায়ের শেষে সুন্দরভাবে আলোচনা করা হয়েছে।

এই অধ্যায়ের সাথে সংশ্লিষ্ট গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ	
01.	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
02.	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
03.	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

উৎপাদকের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : সাধারণ উৎপাদকের প্রশ্ন

(১.ক) বর্গের সূত্র প্রয়োগে উৎপাদক নির্ণয় করা :

১. a^2-4-এর উৎপাদক কোনটি? *(প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয়-২০০৪)*

সমাধান:
$a^2-4 = a^2-2^2$
$= (a+2)(a-2)$

২. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x-y$ *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]*

সমাধান: $x-y = (\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2$
$= (\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$

৩. x^2-y^2+2y-1 এর একটি উৎপাদক-*(৩২ও২৬তম বিসিএস)+ [NSI (ফিল্ড অফিসার): ২০২১] +রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১|+ [BRTA (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম-কম্পিউটার অপারেটর):২০২১]*

a. x+y+1 b. x-y+1
c. y-x+1 d. x-y-1 Ans: b

সমাধান:
x^2-y^2+2y-1 (এখানে মাঝে $2y$ দেখে বুঝতে হবে y^2+2y-1 নিয়ে একটি সূত্র প্রয়োগ করা যাবে)
$= x^2-(y^2-2y+1)$ {(-) শুরুতে কমন নিয়ে (y^2-2y+1) একপাশে আনা হয়েছে যেন সূত্র প্রয়োগ করা যায়}
$= x^2-(y-1)^2$ $= (x+y-1)(x-y+1)$

৪. x^2-y^2-2y-1 এর একটি উৎপাদক $x+y+1$ হলে অপর উৎপাদকটি কত? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

a. x+y-1 b. x-y+1
c. y-x+1 d. x-y-1 Ans: d

সমাধান:
x^2-y^2-2y-1
$x^2-(y^2+2.y.1+1^2)$
$= x^2-(y+1)^2$ $= (x+y+1)(x-y-1)$

সুতরাং অপর উৎপাদকটি = $x-y-1$

৫. $x^2+2xy-2yz-z^2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহঃ ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮]*

সমাধান:
$x^2+2xy-2yz-z^2$
$= x^2-z^2+2xy-2yz$
$= (x+z)(x-z)+2y(x-z)$
$= (x-z)(x+2y+z)$ **Ans: $(x-z)(x+2y+z)$**

৬. x^2-y^2+4y-4 এর একটি উৎপাদক- *(প্রাথমিক বিদ্যালয় সহঃশিক্ষক-১২)*

a. $x+y-2$ b. $x+y+2$
c. $x-y-2$ d. $x-2y+1$ Ans: a

সমাধান:
x^2-y^2+4y-4
$= x^2-(y^2-4y+4)$
$= x^2-(y^2-2.y.2+2^2)$
$= x^2-(y-2)^2 = (x+y-2)(x-y+2)$

৭. $ay+a-y^2-2y-1$ *[গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

সমাধান:
$ay+a-y^2-2y-1$
$= a(y+1)-(y^2+2y+1)$
$= a(y+1)-(y+1)^2$
$= a(y+1)-(y+1)(y+1)$
$= (y+1)(a-y-1)$ **(Ans)**

নিজে করুন:

৮. $x+xy+2y+2y^2$ উৎপাদক কত ? *[বাংলাদেশ সিকিউরিটি এক্সচেঞ্জ কমিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

উত্তর: $(1+y)(x+2y)$

৯. $x^2-y(y-2)-1$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*

উত্তর: $(x+y-1)(x-y+1)$

১০. x^2-y^2+2x+1 এর একটি উৎপাদক কত? *[NSI-(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

উত্তর: $(x+y+1)(x-y+1)$

১১. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $a^2+2ab-2b-1$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩] + [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] +[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]+ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২২]*

a. $(a-1)(a+2b+1)$
b. $(a+1)(a+2b+1)$
c. $(a-1)(a+2b-1)$
d. $(a-1)(a-2b-1)$ Ans: a

সমাধান: (b^2 নিয়ে আসলে দুটা সূত্র তৈরী হবে)
$a^2+2ab-2b-1$
$= a^2-1+2ab-2b$
$= (a+1)(a-1)+2b(a-1) = (a-1)(a+2b+1)$ **(Ans)**

১২. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $2bd-a^2-c^2+b^2+d^2+2ac$ *[কেন্দ্রীয় পুলিশ হাসপাতাল (মেডিক্যাল টেকনোলোজিস্ট): ২০২১]*

উত্তর: $(b+d+a-c)(b+d-a+c)$

১৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2-2ax+(a+b)(a-b)$ *(সংস্থাপন মন্ত্রণালয়-০৭)*

সমাধান:
$x^2-2ax+(a+b)(a-b)$ { এই অংককে $2ax$ নিয়ে ভাবুন }
$= x^2-2ax+a^2-b^2$
$= (x-a)^2-b^2$ $= (x-a+b)(x-a-b)$ **(Ans)**

১৪. a^4+4-এর উৎপাদক কি কি? *(১২তম বিসিএস)*

সমাধান:
a^4+4
$= (a^2)^2+2^2$
$= (a^2+2)^2-2.a^2.2$ (a^2+b^2 এর সূত্র প্রয়োগ)
$= (a^2+2)^2-(2a)^2$ (a^2-b^2 এর সূত্র প্রয়োগ করার জন্য এভাবে সাজানো হয়েছে)
$= (a^2+2a+2)(a^2-2a+2)$

১৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন x^4-64 ? *[মহারাষ্ট্র মন্ত্র (অফিস-সহঃ))-২০১৬]*

সমাধান:
x^4-64
$= (x^2)^2-8^2$
$= (x^2+8)(x^2-8)$
$= (x^2+8)\{x^2-(2\sqrt{2})^2\}$
$= (x^2+8)(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2})$ **(Ans)**

নিজে করুন:

১৬. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: a^4-b^4 *[সরকারি যানবহন অধিদপ্তর(অফিস সহায়ক):২০২১]*

উত্তর: $(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

১৭. $4x^4+1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন। *(সংস্থাপন মন্ত্রণালয়-০৭) +[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ(অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

সমাধান:
$4x^4+1$
$= (2x^2)^2+1^2$
$= (2x^2+1)^2-2.2x^2.1$
$= (2x^2+1)^2-(2x)^2$
$= (2x^2+2x+1)(2x^2-2x+1)$

১৮. x^4-2x^2+1 কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন। *[কাস্টমস এক্সাইজ ও ভ্যাট কমিশনারেট, ঢাকা (দক্ষিণ)-(সিপাই)- ২০২১]*

সমাধান:
x^4-2x^2+1
$= (x^2)^2-2.x^2.1+1^2$
$= (x^2-1)^2$
$= \{(x+1)(x-1)\}^2 = (x+1)^2(x-1)^2$

১৯. $2y^4-14y^2+2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? *(৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১০)*

সমাধান:
$2y^4-14y^2+2$ (সবগুলোতে সংখ্যা থাকলে কমন)
$= 2(y^4-7y^2+1)$
$= 2\{(y^2)^2+2.y^2.1+1^2-9y^2\}$
$= 2\{(y^2+1)^2-(3y)^2\}$
$= 2(y^2+3y+1)(y^2-3y+1)$

২০. x^4+x^2+1 এর একটি উৎপাদক x^2+x+1,অপর উৎপাদকটি কত? *[স্বাস্থ্য অধিদপ্তর(মেডিক্যাল টেকনোলিজিস্ট):২০২০]*

সমাধান:
x^4+x^2+1 (এই অংশের সরাসরি কোন সূত্র নেই, তাই একটু ঘুরিয়ে লিখতে হবে)
$= (x^2)^2+2.x^2.1+1^2-x^2$ (a^2+b^2 সূত্র প্রয়োগ করা হয়েছে, কিন্তু তাতে x^2 বেশি লেখা হয়েছে তাই শেষে- x^2)
$= (x^2+1)^2-x^2$ (a^2-b^2 সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)
$= (x^2+1+x)(x^2+1-x)$ [এই লাইনটি না লিখে সরাসরি সাজিয়ে পরের লাইন লিখুন।]
$= (x^2+x+1)(x^2-x+1)$ **Ans: (x^2-x+1)**

নিজে করুন:

২১. $a^4+a^2b^2+b^4$-এর একটি উৎপাদক a^2+ab+b^2 হলে অপর উৎপাদক কত? *(ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৪)*

(হুবহু উপরের অংকটির মতই) **Ans: a^2-ab+b^2**

(১.খ) ঘন এর সূত্র প্রয়োগে উৎপাদক নির্ণয় :

২২. কোনটি a^3+1এর উৎপাদক কোনটি? *(মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তরের অধীনে প্রদর্শক-০৪)*

সমাধান: $a^3+1 = (a+1)(a^2-a+1)$

২৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন, $8a^3+27b^3$ *[কৃষি বিপনন অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

উত্তর: $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b)^2$

২৪. a^3-1-এর একটি উৎপাদক a-1 হলে অপরটি কত? *(ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৪)*

সমাধান:

$a^3-1 = (a-1)(a^2+a+1)$ **Ans: (a^2+a+1)**

২৫. x^3-x এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? *(বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১০)*

সমাধান: $x^3-x = x(x^2-1) = x(x+1)(x-1)$

২৬. x^3-8 এর উৎপাদক কোনটি? *(পাসপোর্ট এন্ড ইমিগ্রেশন অফিসার-০৩)*

সমাধান:

$x^3-8 = (x)^3-(2)^3 = (x-2)(x^2+2x+4)$ **(Ans)**

২৭. $a^3+\frac{1}{8}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাওয়া যায়- *(বিএসটিআই ল্যাব সহকারী পরীক্ষা-১০)*

সমাধান: $a^3+\frac{1}{8} = a^3+\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \left(a+\frac{1}{2}\right)\left\{a^2-a.\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$

$= \left(a+\frac{1}{2}\right)\left(a^2-\frac{a}{2}+\frac{1}{4}\right)$ **(Ans)**

২৮. x^6-y^6 এর উৎপাদক কোনটি? *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-২০০৭)*

সমাধান:

x^6-y^6

$= (x^3)^2-(y^3)^2$

$= (x^3+y^3)(x^3-y^3)$

$= (x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$= (x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

২৯. p^6-q^6 এর উৎপাদক কোনটি? *[NSI (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

উত্তর: $(p+q)(p-q)(p^2+pq+q^2)(p^2-pq+q^2)$

৩০. $8x^3+12x^2+6x-63$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন? *[স্বাস্থ্য, শিক্ষা ও পরিবার কল্যাণ বিভাগ(সর্টহ্যান্ড কাম কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

সমাধান:

$= (2x)^3+3(2x)^2.1+3.2x.1^2+1^3-64$

$= (2x+1)^3-64$

$= (2x+1)^3-4^3$

$= (2x+1-4)\{(2x+1)^2+4(2x+1)+4^2\}$

$= (2x-3)(4x^2+4x+1+8x+4+16)$

$= (2x-3)(4x^2+12x+21)$

পদ্ধতি-০২ : Middle Term এর মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়

Middle Term Factor: একটি রাশিকে সর্বোচ্চ ঘাত থেকে সর্বনিম্ন ঘাতে সাজালে যদি ax^2+bx+c আকার ধারণ করে তবে তাকে মধ্যপদী প্রক্রিয়ায় উৎপাদক বিশ্লেষণ করা যায় অর্থাৎ প্রথম রাশি এর উপরের পাওয়ারের অর্ধেক মাঝের রাশিতে থাকলে (প্রথম ঘাত ও দ্বিতীয় ঘাতের অনুপাত ২:১ হতে হবে) তাহলে তা **Middle Term Factor-** এর নিয়মানুসারে উৎপাদক করতে হয়।

ax^2+bx+c আকারের রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের নিয়ম দেয়া হলো:

প্রথম ও শেষ রাশি গুণ করার পর প্রদত্ত রাশিটিকে এমনভাবে দুটি রাশিতে ভাঙ্গতে হবে যেন ঐ রাশি দুটি যোগ অথবা বিয়োগ করে মাঝখানের রাশিটির সমান হয়। এক্ষেত্রে শেষের রাশিটির আগে + থাকলে ঐ রাশি দুটি যোগ করতে হবে, এবং শেষের রাশিটির আগে - চিহ্ন থাকলে রাশি দুটি বিয়োগ করে মাঝের রাশিটি আনতে হয়। যেমন:

৩১. x^2-x-2 এর একটি উৎপাদক– *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ (উপ-পরিচালক) -২০১৮] + [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]+[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. $(x+1)$ b. $(x+2)$

c. $(x-3)$ d. $(x-1)$ Ans: a

সমাধান:

x^2-x-2

$= x^2-2x+x-2 = x(x-2)+1(x-2) = (x-2)(x+1)$

৩২. $x^2-7x+12$ এর একটি উৎপাদক $(x-3)$ হলে অপরটি কত? *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*

a. $(x-4)$ b. $(x-5)$

c. $(x+4)$ d. $(x+3)$ Ans: a

সমাধান: (সর্ব প্রথমে 12 কে এমনভাবে দুটি সংখ্যায় ভাঙ্গুন যাতে সংখ্যা দুটি যোগ করে 7 হয় যোগ হবে কারণ ১২ আগে যোগ আছে। $3\times4=12$ ও $4+3=7$)

$x^2-7x+12$

$= x^2-4x-3x+12$ (4 এবং 3 যোগ করতে হবে কিন্তু 7 এর পূর্বে - আছে তাই দুটোতেই - দেয়া হয়েছে)

$= x(x-4)-3(x-4) = (x-4)(x-3)$

৩৩. $x^2-7x+12=0$ হলে x এর মান কত? *[BCSIR-(অফিস সহকারী)-মার্চ-2022]*

a. 3, 4 b. 2, 5

c. 7, 5 d. 6, 2 Ans: a

সমাধান: (সমীকরণ আকারে আসলেও নিয়ম একই)

$x^2-7x+12=0$

$\Rightarrow x^2-4x-3x+12=0$

$\Rightarrow x(x-4)-3(x-4)=0$

$\Rightarrow (x-4)(x-3)=0 \quad \therefore x=(3,4)$ **(Ans)**

৩৪. x^2+x-6 এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? *[CGA (Auditor)-2021]*

a. $(x-2)(x+3)$ b. $(x+2)(x-3)$

c. $(x-3)(x-2)$ d. $(x+2)(x+3)$ Ans:a

সমাধান:

x^2+x-6

$= x^2+3x-2x+6$

$= x(x+3)-2(x+3) = (x+3)(x-2)$

৩৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2+7x+12$ *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

উত্তর: $(x+3)(x+4)$

৩৬. x^2-7x+6 এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি ? *[IBBL (ATO)-17] +[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহ): ২০১৯] + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের বিভিন্ন পদ-২০২১]*

a. $(x-2)(x-3)$ b. $(x-1)(x+8)$

c. $(x-1)(x-6)$ d. $(x+1)(x+6)$ Ans: c

সমাধান: x^2-7x+6

$\Rightarrow x^2-6x-x+6$

$\Rightarrow x(x-6)-1(x-6) \Rightarrow (x-1)(x-6)$ উত্তর:

৩৭. $x^2-37x-650$ *[৯ম -১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]*

সমাধান: বড় সংখ্যা আসলেও নিয়ম একই:

$x^2-37x-650$

$= x^2-50x+13x-650$

$= x(x-50)+13(x-50) = (x-50)(x+13)$

৩৮. $9x^2y^2-5xy^2-14y^2$ *[৯ম -১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]*

সমাধান:

$9x^2y^2-5xy^2-14y^2$

$= y^2(9x^2-5x-14)$

$= y^2\{9x^2-14x+9x-14\}$

$= y^2\{x(9x-14)+1(9x-14)\} = y^2(x+1)(9x-14)$

নিজে করুন:

৩৯. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2-3x-28$ *[সুরক্ষা সেবা বিভাগ(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

উত্তর: $(x-7)(x+4)$

৪০. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: x^2+x-20 *[কৃষি বিপনন অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]* উত্তর: $(x+5)(x-4)$

৪১. $x^2-2x-15$ এর একটি উৎপাদক কোনটি? *(তথ্য মন্ত্র-০৬)*

a. $x-5$ b. $x-3$

c. $x+5$ d. $x+2$ Ans: a

[**Hints:** $x^2-5x+3x-15$]

৪২. $m^2+8m+15$ এর উৎপাদক কত? *(প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১২)*

[**Hints:** $m^2+5m+3m+15$] উত্তর: $(m+5)(m+3)$

(প্রথমে সংখ্যা দেয়া থাকলে:

প্রথম সংখ্যাটি দিয়ে শেষের সংখ্যাটিকে গুণ করে যে গুণফল বের হবে তাকে এমনভাবে দুটি সংখ্যায় ভাঙ্গতে হবে যেন সংখ্যা দুটি যোগ অথবা বিয়োগ করে মাঝের সংখ্যাটির সমান হয়।

এক্ষেত্রে, শেষের সংখ্যার আগে + চিহ্ন থাকলে ঐ সংখ্যা দুটি যোগ করতে হবে এবং শেষের সংখ্যাটির আগে - চিহ্ন থাকলে ঐ সংখ্যা দুটি বিয়োগ করতে হবে। উৎপাদকের অংক করার সময় এই কথাটি সিরিয়াসলি মনে রাখতে হবে।

৪৩. $3x^2+x-10$ এর একটি উৎপাদক $x+2$ হলে অপরটি কত? *[CAAB-(এরোড্রাম/ইন্সপেক্টর//সহকারী হিসাবরক্ষণ/ সহকারী নিরীক্ষা কর্মকর্তা)-উপ-সহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০২১] +[বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]*

a. $2x-5$ b. $2x+5$

c. $3x-5$ d. $3x+5$ Ans: c

সমাধান:

$3x^2+x-10$

$= 3x^2+6x-5x-10$

$= 3x(x+2)-5(x+2) = (x+2)(3x-5)$

৪৪. $3x^2-x-14$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে কি হয়? *[DPDC-এর সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট: ২০২১]*

a. $(3x+7)(x+2)$ b. $(3x-7)(x+2)$
c. $(3x+7)(x-2)$ d. $(3x-7)(x-2)$ Ans: b

৪৫. $2x^2-x-3$ এর উৎপাদক কোনটি? *[বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

সমাধান:
$2x^2-x-3$
$=2x^2+2x-3x-3$
$=2x(x+1)-3(x+1)=(x+1)(2x-3)$

৪৬. $2x^2-xy-6y^2$ এর উৎপাদক- *(প্রাথমিক সহ: শিক্ষক-১০)*

সমাধান:
$2x^2-xy-6y^2$
$=2x^2-4xy+3xy-6y^2$
$=2x(x-2y)+3y(x-2y)=(x-2y)(2x+3y)$

৪৭. $3x^2-16x-12$ রাশিটির উৎপাদক বিশ্লেষণ নিচের কোনটি ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. $(3x-2)(x+6)$ b. $(3x-2)(x-6)$
c. $(x-6)(3x+2)$ d. $3(x-6)(x-2)$ Ans:c

৪৮. $9x^2-9x-4$ এর উৎপাদক কোনটি? *[হিসাব মহানিয়ন্ত্রকের কার্যালয় নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০]+ [বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]*

a. $(3x+1)(3x+4)$ b. $(3+x)(3x-4)$
c. $(3x+1)(3x-4)$ d. $(3x+1)(4x+3)$ Ans:c

সমাধান:
$9x^2-9x-4$
$=9x^2-12x+3x-4$
$=3x(3x-4)+1(3x-4)=(3x-4)(3x+1)$

৪৯. $4x^2+5x-6$ এর উৎপাদক কোনটি? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ(অফিস সহকারি)-২০২১]*

সমাধান:
$4x^2+5x-6$ (প্রথমেই 4 দিয়ে 6 কে গুণ = 24, 24 কে এমনভাবে ভাঙ্গতে হবে যেন বিয়োগ করে 5 আসে)
$=4x^2+8x-3x-6$
(এখানে $8x\times 3x=24x^2$ এবং $8x-3x=5x$)
$=4x(x+2)-3(x+2)=(x+2)(4x-3)$

নিজে করুন:

৫০. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $4x^2-4x-3$ *[জাতীয় দক্ষতা উন্নয়ন কতৃপক্ষ (অফিস সহায়ক)-২০২২]*

Ans: $(2x-3)(2x+1)$

৫১. $12x^2+7x-10$ এর উৎপাদক- *(প্রাথমিক সহ:শিক্ষক-১০)*

সমাধান:
$12x^2+7x-10$
[$12\times10=120$ তাই $15\times8=120$ এবং $15-8=7$]
$=12x^2+15x-8x-10$
$=3x(4x+5)-2(4x+5)=(4x+5)(3x-2)$

৫২. $4x^2-13x-12$ এর উৎপাদক কত? *(প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক-১২)*

সমাধান:
$4x^2-13x-12$
$=4x^2-16x+3x-12$
$=4x(x-4)+3(x-4)=(x-4)(4x+3)$

৫৩. $2x^2+x-15$ এর উৎপাদক কোনটি? *(২৪তম বিসিএস) +[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]*

a. $(x+3)(2x-5)$ b. $(x+3)(2x+5)$
c. $(x+3)(2x+5)$ d. $(x-3)(2x-5)$ Ans: a

সমাধান: $2x^2+x-15$
$=2x^2+6x-5x-15$
$=2x(x+3)-5(x+3)=(x+3)(2x-5)$

নিজে করুন:

৫৪. $2x^2-x-15$ এর উৎপাদক হবে- *(১২তম বিসিএস)*

a. $(x-3)(2x+5)$ b. $(x-2)(2x+5)$
c. $(x+3)(2x+5)$ d. $(x+3)(3x+5)$ Ans: a

৫৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $2a^2-6a-20$ *[খাদ্য অধিদপ্তর (বিভিন্ন পদ): ২০২০]*

সমাধান: $2(a^2-3a-10)$
$=2(a^2-5a+2a-10)$
$=2(a-5)(a+2)$

৫৬. $2a^2+7ab-15b^2$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ কত হয়? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১] +[কম্পিউটার অপারেটর (অর্থনৈতিক সম্পর্ক বিভাগ)-২০২১]*

a. $(a+5b)(2a-3b)$ b. $(a-5b)(2a+3b)$
c. $(a-5b)(2a-3b)$ d. $(a-5b)(a+5b)$ Ans:b

সমাধান: $2a^2+7ab-15b^2$
$=2a^2+10ab-3ab-15b^2$
$=2a(a+5b)-3b(a+5b)$
$=(a+5b)(2a-3b)$ (উত্তর)

নিজে করুন:

৫৭. $2x^2-x-3$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি ? *(১২তম বিসিএস) + [পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]*

a. $2x+3$ b. $x-1$
c. $x+1$ d. $2x+3x$ Ans: c

৫৮. $3x^2-7x-6$ এর উৎপাদক কোনটি? *(প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-০৯)*

[Hints: $6\times3=18$ তাই $9\times2=18$ এবং $-9+2=-7$]

উত্তর: $(x-3)(3x+2)$

৫৯. $2x^2-5x-7$ এর উৎপাদক কোনটি? *(প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-০৯)* উত্তর: $(2x-7)(x+1)$

৬০. $6x^2-7x-5$ এর একটি উৎপাদক $3x-5$ হলে অপরটি- *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

a. $2x-1$ b. $2x+1$
c. $2x^2+1$ d. $2x+5$ Ans: b

৬১. $35-2x-x^2$ এর একটি উৎপাদক $(7+x)$ হলে অপরটি-*[বাংলাদেশ বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (CABB)-এর (মেডিকেল অফিসার/এরোড্রোম সহ:)-২০২১]*

a. $7-x$ b. $5-x$
c. $5+x$ d. $12-x$ Ans: b

সমাধান: $35-2x-x^2$
$=35-7x+5x-x^2$
$=7(5-x)+x(5-x)=(5-x)(7+x)$

৬২. $-4a^2+23a+6$ এর উৎপাদক কোনটি? *(অর্থমন্ত্রণা-০৯)*

সমাধান:
$-4a^2+23a+6$ [প্রথমে (-) থাকলেও নিয়ম একই, প্রথম ও শেষ সংখ্যার গুণফলকে ভাঙ্গতে হবে]
$=-4a^2+24a-a+6$
$=-4a(a-6)-1(a-6)$
$=(a-6)(-4a-1)$ [এখানে দ্বিতীয় অংশে দুটি সংখ্যার শুরুতে (-) আছে তাই (-) কমন নিতে হবে]
$=(a-6)\{-1(4a+1)\}$
$=(a-6)(-1)(4a+1)$
$=(-a+6)(4a+1)$ [(-1) কে প্রথম রাশির সাথে গুণ]
$=(6-a)(4a+1)$ [১ম রাশিটি ঘুরিয়ে লেখা হয়েছে]
[শুদ্ধি পরীক্ষা : উত্তর দুটি গুণ করলে প্রথম রাশিটা আসবে]

পদ্ধতি-০৩: ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয়

উৎপাদকের কোন প্রশ্নগুলো ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে করতে হবে?

সাধারণত, যখন কোন রাশির প্রথম পদের চলকের ঘাত যত দেয়া থাকে পরের পদের চলকের ঘাত তার অর্ধেক না থাকলে ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে উৎপাদক নির্ণয় করতে হয়। যেমন: x^3+x-6 এবং $2x^4-3x^3-3x-2$ রাশিগুলোর উৎপাদক ভাগশেষ উপপাদ্যের মাধ্যমে নির্ণয় করতে হবে। কিন্তু x^2+x-6 বা, x^4+x^2-12 রাশিগুলোর উৎপাদক Middle term এর মাধ্যমে বের করা যাবে।

ভাগশেষ উপপাদ্যের উৎপাদক অংকগুলো যেভাবে করতে হবে।

উৎপাদক = 0 ধরে, x এর মান সরাসরি উত্তরে বসাবেন।	মনে রাখতে হবে ভাগশেষ উৎপাদকের ক্ষেত্রে যে মানের জন্য
x এর মান বসানোর পর যদি শূন্য (0) হয় তাহাই সঠিক উত্তর ।	উক্ত রাশিটির মান শূন্য হবে সেটি হবে উক্ত রাশির একটি
$f(a)=0$ হলে $x-a$ উহার একটি উৎপাদক।	উৎপাদক। যেমন, $a=-1$ বসালে যদি শূন্য হয়
$x-a=0 \therefore x=a$	তবে $(a+1)$ হবে রাশিটির একটি উৎপাদক।

৬৩. $a^3-21a-20$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।*[যুব ও উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্রেডিট সুপারভাইজার)-২০২১]*

a. $(a-1)(a-5)(a+4)$ b. $(a+1)(a-5)(a+4)$
c. $(a+1)(a-5)(a-4)$ d. কোনটিই নয় Ans: b

সমাধান:

প্রথম রাশিতে ঘন থাকলে সাধারণ নিয়মের মতো উৎপাদক করা যাবে না। তখন প্রথমে x এর এমন একটি মান ধরতে হবে যা বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান শুণ্য হয়।

এখানে প্রদত্ত রাশিটি $a^3-21a-20$ যাতে x -এর যায়গায় -1 বসালে রাশিটির মান শূন্য হয়। এখন এই $a=-1$ কে +1 বানিয়ে $(a+1)$ হলো এই রাশিটির একটি উৎপাদক। তাহলে সমাধান হবে

∴প্রদত্ত রাশি
$a^3-21a-20$
$=a^3+a^2-a^2-a-20a-20$ (২য় লাইনটি লিখার আগে ৩য় লাইনে তিনটিতে $(a+1)$ ফাঁকা রেখে ৩বার লিখুন। এবং প্রথম লাইনটিকে মেলানোর জন্য যা যা গুণ করা দরকার তা দিয়ে গুণ করে ২য় লাইনটি আনুন)
$=a^2(a+1)-a(a+1)-20(a+1)$ (এখানে প্রতিটি রাশিতে $(a+1)$ আছে তাই $(a+1)$ কমন নিয়ে যা থাকবে তা লিখতে হবে)
$=(a+1)(a^2-a-20)$ (এখানে আবার ২য় অংশটির মিডিল টার্ম উৎপাদক হবে)
$=(a+1)(a^2-5a+4a-20)$
$=(a+1)\{a(a-5)+4(a-5)\}=(a+1)(a-5)(a+4)$

৬৪. x^3-x-6 এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি? *(৮ম প্রভাষক নিয়োগ পরীক্ষা-১২)*

সমাধান: এখানে, $f(x) = 2$ বসালে রাশিটির মান 0 হয়।

$\therefore x^3-x-6$
$= x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + 3x - 6$
$= x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + 3(x - 2)$ [প্রথম লাইন লিখার পর এই লাইন আগে, তারপর ২য় লাইন লিখতে হবে]
$= \mathbf{(x - 2)(x^2 + 2x + 3)}$ **(উত্তর)**

৬৫. $x^4 - 19x-20$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? *[কারা তত্ত্বাবধায়ক নিয়োগ পরীক্ষা-২০০৬]*

a. x+3 b. x-3
c. x-1 d. x+1 Ans: d

সমাধান:

ধরি, $f(x) = x^4 - 19x-20$

$(x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি $f(-1) = 0$ হয়।

$\therefore f(-1) = (-1)^4-19(-1)-20 = 1+19-20 = 20-20 = 0$

$\therefore (x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

নিজে করুন:

৬৬. $x^3+3x+36$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: *[ভূমি সংস্কার বোর্ড (অফিস সহায়ক): ২০২১]* **উত্তর: $(x+3)(x^2-3x+12)$**

[$f(x) = -3$ ধরলে রাশির মান শূন্য হয় তাই $(x+3)$ ধরে করুন)]

৬৭. x^3-3x^2+4x-4 *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪]*

সমাধান:

ধরি, $f(x) = x^3 - 3x^2+4x-4$

$\therefore f(2) = 2^3-3(2)^2+4.(2)-4$
$= 8-12+8-4 = 16-16 = 0$

সুতরাং ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে-

$(x-2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

প্রদত্ত রাশি, $x^3 - 3x^2+4x-4$
$= x^3-2x^2-x^2+2x+2x-4$
$= x^2(x-2) - x(x-2)+2(x-2)$
$= \mathbf{(x-2)(x^2-x+2)}$

৬৮. $a^3-7a^2b+7ab^2-b^3$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪]*

সমাধান:

এখানে, a কে চলক এবং b কে সহগ বা ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করে উৎপাদক নির্ণয় করা যায়।

ধরি., $f(a) = a^3-7a^2b+7ab^2-b^3$
$f(b) = b^3-7b^2.b+7.b.b^2-b^3$
$= b^3-7b^3+7b^3-b^3 = 8b^3-8b^3 = 0$

সুতরাং ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে

$(a-b)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

প্রদত্ত রাশি $= a^3-7a^2b+7ab^2-b^3$
$= a^3-a^2b-6a^2b+6ab^2+ab^2-b^3$
$= a^2(a-b)-6ab(a-b)+b^2(a-b)$ [এই লাইন আগে]
$= \mathbf{(a-b)(a^2-6ab+b^2)}$

৬৯. x^3-x-24 *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪]*

সমাধান:

ধরি, $f(x) = x^3-x-24$

$\therefore f(3) = 3^3 - 3-24$
$= 27-27 = 0$

$\therefore$ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে

যেহেতু $(x-3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

প্রদত্ত রাশি $= x^3-x-24$
$= x^3-3x^2+3x^2-9x+8x-24$
$= x^2(x-3)+3x(x-3)+8(x-3)$
$= \mathbf{(x-3)(x^2+3x+8)}$

৭০. $(x+5)(x-9) - 15$ এর উৎপাদক কোনটি? *[বাংলাদেশ বেসরকারি বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]*

a. x+10 b. x-10
c. x-8 d. x-6 Ans: b

সমাধান:

ধরি, $f(x) = (x+5)(x-9)-15$। এখন অপশন টেস্ট করে $f(x) = 0$ হলে সেই অপশনই নির্ণেয় উৎপাদক হবে।

$f(-10) = (-10+5)(-10-9)-15 = (-5)(-19)-15$
$= 95-15 = 80$

$f(10) = (10+5)(10-9)-15 = = 15-15 = 0$

$\therefore (x+5)(x-9)-15$ এর একটি উৎপাদক হলো $= \mathbf{x-10}$

যেগুলোকে সরাসরি ভেঙ্গে লেখা যায় সেগুলোকে ফ্যাংশন মাধ্যমে করার প্রয়োজন নেই।

৭১. $4x^4-25x^2+36$ কত? *(মহাহিসাবরক্ষক ও নিরীক্ষক-১৮)*

সমাধান:

$4x^4-25x^2+36$
$= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36$
$= 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$
$= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$
$= (x^2 - 2^2)\{(2x)^2 - 3^2\}$
$= \mathbf{(x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3)}$ **(Ans)**

নিজে করুন:

৭২. $3a^3+2a+5$ **Ans: $(a+1)(3a^2-3a+5)$**

৭৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন, $x^3+3x^2+2x-120$

Ans: $(x-4)(x^2+7x+30)$

৭৪. $x^3-7xy^2-6y^3$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪]*

Ans: $(x+y)(x-3y)(x+2y)$

Special Technique: x এর মান কত ধরলে সম্পূর্ণ রাশির মান শূন্য হবে? এটা খুব সহজে বের করার জন্য রাশিটির শেষের সংখ্যার উৎপাদক হিসেবে নিতে হয়। যেমন: $x^3+6x^2+11x+6$ রাশিতে x এর মান কত হলে তা দিয়ে অবশ্যই 6 কে ভাগ করা যেতে হবে। এজন্য সংখ্যাগুলো হতে পারে, ±1, ±2, ±3 ঠিক একই ভাবে $a^3-7a^2b+7ab^2-b^3$ রাশিতে a এর মান $\pm b$ ধরতে হবে।

পদ্ধতি:-০৪: বহুপদী রাশির উৎপাদক নির্ণয়

আগে বুঝুন:

যে সব বীজগাণিতিক রাশির সর্বোচ্চ ঘাত ৩ বা তার চেয়ে বেশি সে সকল রাশিকে বহুপদী রাশি বলে। এসকল রাশির উৎপাদক গুলোকে বহুপদী উৎপাদক বলে।

[**Note:** সর্বোচ্চ ঘাত ২টি হলে দ্বিপদী রাশি বলে যা এই অধ্যায়ের শুরুতে আলোচনা করা হয়েছে।]

এক্ষেত্রে উৎপাদক বের করার সহজ নিয়ম হলো ফ্যাংশনের মাধ্যমে উৎপাদক বের করা। তবে এমসিকিউ পরীক্ষার জন্য উত্তরের অপশন থেকে সমাধান করা খুব সহজ। নিচের সমাধান করা প্রশ্নগুলো দেখুন।

৭৫. $2x^4-3x^3-3x-2$ এর নীচের কোন উৎপাদকটি সংশ্লিষ্ট নহে? *[৯ম-১০ম শ্রেণী, (অনু: ৩.৪ এর ১২)] + [CAAB-(নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]*

a. x-2 b. 2x+1 c. x^2-1 d. x^2+1 Ans:c

লিখিত সমাধান :

ধরি, $f(x) = 2x^4-3x^3-3x-2$

$\therefore f(2) = 2\times2^4-3\times2^3-3\times2-2$
$= 32-24-6-2 = 32-32 = 0$

$\therefore (x-2)$ প্রদত্ত ফাংশনের একটি উৎপাদক।

এখন, $2x^4-3x^3-3x-2$
$= 2x^4-4x^3+x^3-2x^2+2x^2-4x+x-2$
$= 2x^3(x-2)+x^2(x-2)+2x(x-2)+1(x-2)$
$= (x-2)(2x^3+x^2+2x+1)$
$= (x-2)\{x^2(2x+1)+1(2x+1)\}$
$= \mathbf{(x-2)(2x+1)(x^2+1)}$ **[এই ৩টিই উৎপাদক]**

সুতরাং রাশিটির উৎপাদক নয়, অপশন (c). x^2-1

শর্টকাট সমাধান : (MCQ পরীক্ষার জন্য সময় কম)

(a) x-2 থেকে, $f(x) = 2$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয়।

(b) 2x+1 থেকে, $f(x) = -\frac{1}{2}$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয়

(c) x^2-1 থেকে, $f(x) = 1$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয় না।

(d) x^2+1 থেকে, $f(x) = -1$ ধরলে রাশিটির মান 0 হয়।

সুতরাং অপশনগুলোর মধ্যে উৎপাদক নয় **(c) x^2-1 (উত্তর:)**

৭৬. কোনটি $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2$ এর একটি উৎপাদক?

a. x+1 b. x-1 c. x+2 d. x-2 Ans. b

লিখিত সমাধান :

ধরি, $f(x) = 2x^4-5x^3+6x^2-5x+2$

$\therefore f(1) = 2\times1^4-5\times1^3+6\times1^2-5\times1+2$
$= 2-5+6-5+2 = 10-10 = 0$

$\therefore (x-1)$ প্রদত্ত ফাংশনের একটি উৎপাদক।

এখন, $2x^4-5x^3+6x^2-5x+2$
$= 2x^4 - 2x^3 - 3x^3 + 3x^2 + 3x^2 - 3x - 2x + 2$
$= 2x^3(x-1)-3x^2(x-1)+3x(x-1)-2(x-1)$
$= (x-1)(2x^3 - 3x^2 + 3x - 2)$
$= (x-1)(2x^3 - 2x^2 - x^2 + x + 2x - 2)$
$= (x-1)\{2x^2(x-1) - x(x-1) + 2(x-1)\}$
$= \mathbf{(x-1)(x-1)(2x^2 - x + 2)}$

শর্টকাট সমাধান : (MCQ এর জন্য বেস্ট নিয়ম)

অপশন ৪ টির মধ্যে x = -1, 1, -2 অথবা, 2 বসালে দেখা যাবে শুধু x = 1 বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 আসছে। বাকীগুলো দিয়ে আসছে না। তাই উত্তর হবে **(x-1)**

৭৭. $3x^3+2x^2-21x-20$ রাশিটির একটি উৎপাদক হচ্ছে-

(৩০তম বিসিএস) +[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি)-২০২১]

a. x+2 b. x+1
c. x-1 d. x-2 Ans. b

সমাধান: ধরি, $f(x) = 3x^3+2x^2-21x-20$

$\therefore f(-1) = 3(-1)^3+2(-1)^2-21(-1)-20$
$= -3+2+21-20 = 23-23 = 0$

সুতরাং x = -1 বসালে যেহেতু সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হয়

$\therefore (x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

নিজে করুন:

৭৮. $p^4 - 3p^3 - 2p + 4$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর-২০১০]*

ক. p-1 খ. p+1
গ. p+2 ঘ. p-2 Ans. a

৭৯. $2x^3 - 5x^2 + 6x - 3$ বহুপদীর একটি উৎপাদক কোনটি?

ক. x-1 খ. x-2
গ. x-3 ঘ. x+2 Ans. a

৮০. $x^2 + 7x + p$ যদি $x-5$ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে p এর মান কত হবে? *(NBR-2015)*

a. 30 b. - 30
c. - 60 d. 5 Ans. c

সমাধান:

যেহেতু এখানে $x-5$ হচ্ছে সম্পূর্ণ রাশিটির একটি উৎপাদক তাহলে $x = 5$ বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হবে। তাই লিখতে হবে

ধরি $f(x) = x^2 + 7x + p$

$\therefore f(5) = 5^2 + 7.5 + p = 0$ {হতে হবে}

$\Rightarrow 25+35+p = 0 \Rightarrow 60+p = 0 \therefore p = -60$

অর্থাৎ $x = 5$ বসালে p এর মান -60 হয়। **উত্তর: - 60**

৮১. $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $x-2$ হলে, a এর মান কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans. d

সমাধান:

ধরি, $f(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$

$(x-2)$, $f(x)$ এর ১টি উৎপাদক হলে অবশ্যই $f(2) = 0$ হবে

সুতরাং মান বসিয়ে, $2^4 - 5(2)^3 + 7(2)^2 - a = 0$

$\Rightarrow 16 - 40 + 28 - a = 0 \Rightarrow 4 - a = 0 \therefore a = 4$

নিজে করুন:

৮২. যদি $2x^3 + x^2 + ax - 9$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x+3)$ হয়, তবে a এর মান কত?

a. -17 b. 16
c. -18 d. -19 Ans. c

৮৩. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ এর উৎপাদক কোনটি? *(সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ:শিক্ষক-০৮) +১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল)-২০২১]*

সমাধান:

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ { $f(x) = 1$ ধরে }

$= x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6$

$= x^2(x-1) - 5x(x-1) + 6(x-1)$

$= (x-1)(x^2 - 5x + 6)$

$= (x-1)(x^2 - 3x - 2x + 6)$

$= (x-1)\{x(x-3) - 2(x-3)\}$

$= \mathbf{(x-1)(x-2)(x-3)}$ **(Ans:)**

নিজে করুন:

৮৪. $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 8x + 5$ বহুপদীর একটি উৎপাদক?

a. x-2 b. x+1
c. x-1 d. x+3 Ans: b

৮৫. $a^3 - a^2 - 10a - 8$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪]*

উত্তর: $(a+1)(a-4)(a+2)$

৮৬. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪]*

উত্তর: $(x+1)(x+2)(x+3)$

৮৭. $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.৪]*

উত্তর: $(x-2)(2x+1)(x^2+1)$

পদ্ধতি-০৫: উৎপাদকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

এই অংশ এবং লিখিত অংশের প্রশ্নগুলো ভালো করে সমাধান করুন। বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রিলি এর সাথে সাথে এই প্রশ্নগুলো লিখিত পরীক্ষার জন্য প্রচুর পরিমাণে এসে থাকে।

৮৮. $a^3 + 3a + 36$ *(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.৪ এর ৫)*

a. $(a-3)(a^2+3a-12)$ b. $(a+3)(a^2-3a+12)$
c. $(a+3)(a^2+3a+12)$ d. $(a-3)(a^2-3a+12)$

সমাধান:

$a^3 + 3a + 36$

$= a^3 + 27 + 3a + 9$

$= (a)^3 + (3)^3 + 3(a+3)$

$= (a+3)(a^2 - 3a + 9) + 3(a+3)$

$= (a+3)(a^2 - 3a + 9 + 3) = \mathbf{(a+3)(a^2-3a+12)}$

৮৯. $a^3 - 9 + (a+1)^3$ রাশিটির একটি উৎপাদক $(a-1)$ এবং অপর একটি উৎপাদক? *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. $2a^2 + 5a + 8$ খ. $2a^2 - 5a + 8$
গ. $2a^2 - 6a + 8$ ঘ. $2a^2 + 5a - 8$ উত্তর: ক

সমাধান: [$(a-1)$ উৎপাদক হওয়ায় সরাসরি ৩ বার লিখে করুন]

$a^3 - 9 + (a+1)^3$

$= a^3 - 9 + a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

$= 2a^3 - 2a^2 + 5a^2 - 5a + 8a - 8$

$= 2a^2(a-1) + 5a(a-1) + 8(a-1)$

$= \mathbf{(a-1)(2a^2 + 5a + 8)}$

৯০. $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$ এর একটি উৎপাদক $(a-b)$ হলে অপর উৎপাদকটি কত? *[CAAB (SO)-2021]*

a. $2a^2 + 5ab - 8a^2$ b. $2a^2 - 5ab + 8a^2$
c. $2a^2 + 5ab + 8a^2$ d. কোনটিই নয় Ans: c

সমাধান: (সাধারণ নিয়মে)

$a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$

$= a^3 - b^3 + (a+b)^3 - 8b^3$

$= a^3 - b^3 + \{(a+b)^3 - (2b)^3\}$

$= (a-b)(a^2+ab+b^2) + [(a+b-2b)\{(a+b)^2 + (a+b)\times 2b + (2b)^2\}]$

$= (a-b)(a^2+ab+b^2) + (a-b)(a^2+2ab+b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2)$

$= (a-b)(a^2+ab+b^2) + (a-b)(a^2+4ab+7b^2)$

$= (a-b)(a^2+ab+b^2+a^2+4ab+7b^2)$

$= (a-b)(2a^2+5ab+8b^2)$

$\therefore$ অপর উৎপাদকটি $= \mathbf{(2a^2+5ab+8b^2)}$

বিকল্প সমাধান: (ফ্যাশনের মাধ্যমে)

$a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$

$= a^3 - 9b^3 + a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$= 2a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - 8b^3$ (এই লাইনের পর ১ লাইন গ্যাপ)

$= 2a^3 - 2a^2b + 5a^2b - 5ab^2 + 8ab^2 - 8b^3$

$= 2a^2(a-b) + 5ab(a-b) + 8b^2(a-b)$ [(a-b) ৩ বার]

$= (a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2)$

সুতরাং অপর উৎপাদকটি $= \mathbf{(2a^2+5ab+8b^2)}$

৯১. $ax^2 + (a^2+1)x + a$ *[যুব ও উন্নয়ন অধিদপ্তর (ট্রেডেড সুপারভাইজার)-২০২১] +[সরকারি যানবহন অধি: (অফিস সহ:)-২০২১]+[শিক্ষা প্রকৌশল অধি:(হিসাবারক্ষক):২০২১]*

a. $(x+a)(ax-1)$ b. $(x-a)(ax+1)$
c. $(x-a)(ax-1)$ d. $(x+a)(ax+1)$ Ans.d

সমাধান: $ax^2 + (a^2+1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x+a) + 1(x+a) = \mathbf{(x+a)(ax+1)}$

৯২. $2\sqrt{2}x^3 + 125$ এর সঠিক উৎপাদকের বিশ্লেষণ কোনটি? *[সমাজ কল্যাণ অধিদপ্তর - ২০১০]*

সমাধান: $2\sqrt{2}x^3 + 125$

$= \left(\sqrt{2}\right)^2 . \sqrt{2}x^3 + 125$ [$2 = \left(\sqrt{2}\right)^2$ লেখা যায়]

$= \left(\sqrt{2}\right)^3 x^3 + 125$

$= \left(\sqrt{2}x\right)^3 + 5^3$

$= (\sqrt{2}x + 5)\{\left(\sqrt{2}x\right)^2 - \sqrt{2}x.5 + 5^2\}$

$= (\sqrt{2}x + 5)(2x^2 - 5\sqrt{2}x + 25)$ **Ans:**

৯৩. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: $2(x+y)^2 - 3(x+y) - 2$ *[রেজাষ্ট মন্ত্র: জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

সমাধান:

$2(x+y)^2 - 3(x+y) - 2$

$= 2a^2 - 3a - 2$ [$x+y = a$ ধরে]

$= 2a^2 - 4a + a - 2$

$= 2a(a-2) + 1(a-2)$

$= (a-2)(2a+1)$

$= (x+y-2)\{2(x+y)+1\}$ [মান বসিয়ে]

$= \mathbf{(x+y-2)(2x+2y+1)}$ **(উত্তর)**

৯৪. $3(a^2+2a)^2 - 22(a^2+2a) + 40$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন। *[৯ম-১০ম শ্রেনি- (অনু:৩.৩)+[প্রধান ব্রয়লার পরিদর্শকের কার্যালয় (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

সমাধান:

$3(a^2+2a)^2 - 22(a^2+2a) + 40$

$= 3x^2 - 22x + 40$ [$a^2+2a = x$ ধরে]

$= 3x^2 - 12x - 10x + 40$

$= 3x(x-4) - 10(x-4)$

$= (x-4)(3x-10)$

$= (a^2+2a-4)\{3(a^2+2a)-10\}$ (x এর মান বসিয়ে)

$= \mathbf{(a^2+2a-4)(3a^2+6a-10)}$

৯৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $x^2 + ax - (3a-2)(4a-2)$ *[খাদ্য অধিদপ্তর (বিভিন্ন পদ): ২০২০]*

সমাধান:

ধরি, $4a - 2 = p$ .....(i)

এবং $3a - 2 = q$ .....(ii)

(i) - (ii) করে পাই, $a = p - q$

$\therefore x^2 + (p-q)x - pq$

$= x^2 + px - qx - pq$

$= x(x+p) - q(x+p)$

$= (x+p)(x-q) = \mathbf{(x+4a-2)(x-3a+2)}$

৯৬. $x^2 - x - (a+1)(a+2)$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

সমাধান:

$x^2 - x - (a+1)(a+2)$

$= x^2 - x - (a+1)(a+1+1)$

$= x^2 - x - p(p+1)$ [$a+1 = p$ ধরে।]

$= x^2 - x - p^2 - p$

$= x^2 - p^2 - x - p$

$= (x+p)(x-p) - 1(x+p)$

$= (x+p)(x-p-1) = \mathbf{(x+a+1)(x-a-2)}$ [মান বসিয়ে]

৯৭. $x^2 + 2x - (a+1)(a+3)$

সমাধান:

$x^2 + 2x - (a+1)(a+3)$

$= x^2 + 2x - (a+1)(a+1+2)$

$\therefore (a+1) = p$ ধরলে রাশিটি দাঁড়ায়

$x^2 + 2x - p(p+2)$

$= x^2 + 2x - p^2 - 2p$

$= x^2 - p^2 + 2x - 2p$

$= (x+p)(x-p) + 2(x-p)$

$= (x-p)(x+p+2)$

$= (x-a-1)(x+a+1+2)$ [p এর মান বসিয়ে]

$= (x-a-1)(x+a+3)$ **(Ans)**

৯৮. উৎপাদক বিশ্লেষণ করুন: $x^2 - \left(\frac{2}{a} - 3a\right)x - 6$ *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]*

সমাধান: $x^2 - \left(\frac{2}{a} - 3a\right)x - 6$

$= x^2 - \frac{2x}{a} + 3ax - 6$

$= x^2 + 3ax - \frac{2x}{a} - 6$

$= x(x+3a) - \frac{2}{a}(x+3a) = (x+3a)\left(x - \frac{2}{a}\right)$ **(Ans)**

৯৯. $(x^2-x)^2+3(x^2-x)-40$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

সমাধান: $(x^2-x)^2+3(x^2-x) - 40$

ধরি, $x^2-x = a$

$a^2+3a-40$

$= a^2+8a-5a-40$

$= a(a+8)-5(a+8)$

$= (a+8)(a-5) = (x^2-x+8)(x^2-x-5)$ **(Ans)**

১০০. $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

সমাধান:

মনে করি, $a-b = x$, $b-c = y$, $c-a = z$

তাহলে, $x+y+z = a-b+b-c+c-a = 0$

সুতরাং প্রদত্ত রাশি $= (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$

$= x^3 + y^3 + z^3$

$= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz + 3xyz$

$= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) + 3xyz$

$= 0 \times (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz$

$= 3xyz$ (এখানে মান বসাতে হবে।)

$= 3(a-b)(b-c)(c-a)$ Ans.

Practice Part

নিচের প্রশ্নগুলো উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :

১. $x^2+7x-120$ *(৮ম শ্রেণী, অনু: ৪.৩ এর ২৪)*

২. $15x^2 - 11xy - 12y^2$ *(৮ম শ্রেণী, অনু: ৪.৩ এর ৪৩)*

৩. $3x-75x^3$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

৪. $36-12x+x^2$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

৫. $a^2-2ab+b^2-p^2$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

৬. $16y^2-a^2-6a-9$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

৭. x^4+x^2-20 *[৯ম -১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]*

৮. $2x^2-5x-7$ এর উৎপাদক- *(প্রাথ:বি:প্র:শি:-২০০৯)*

৯. $3x^2-7x-6$ এর উৎপাদক- *(প্রাথ:বি:প্র:শি:-২০০৯)*

১০. $8x^2-34x+21$ এর উৎপাদক কোনটি?

১১. $4a^2+11a+6 = 0$ হলে, a = কত? *(বাংলাদেশ গ্যাসফিল্ড কোম্পানি-১১)*

১২. $2a^2-a-3$ এর উৎপাদক কোনটি? *(সড়ক ও জনপদঅধি-১০)*

১৩. $9x^2+18x-40$ রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে, উৎপাদক হবে- *(প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-০৬)*

১৪. $35x^2-x-12$ *(বিটিভির প্রশাসনিক কর্মকর্তা পরীক্ষা-০৪)*

১৫. $7x^3 - 8x^2+6x-36$ বহুপদীর একটি উৎপাদক হবে-

ক. (x+3) খ. (x-4)

গ. (x-7) ঘ. (x- 2)

১৬. $x^4+7x^3+17x^2+17x+6$ বহুপদীর একটি উৎপাদক?

ক. x+5 খ. x+2

গ. x+1 ঘ. কোনটিই নয়

১৭. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন $a^3-9+(a+1)^3$ *[৯ম-১০ম শ্রেণি অনু. ৩.৪ উদাহরণ]*

১৮. $8a+ap^3$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

১৯. $2a^3+16b^3$ *[৮ম শ্রেণি অনু. ৪.৩]*

২০. $\frac{a^6}{27} - b^6$ *[৯ম -১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]*

উত্তরমালা

১.	(x+15) (x-8)	২.	(3x-4y) (5x+3y)	৩.	3x(1+5x)(1-5x)
৪.	$(x-6)^2$	৫.	(a-b+p)(a-b-p)	৬.	(4y+a+3)(4y-a-3)
৭.	(x+2)(x-2)(x^2+5)	৮.	(2x - 7) (x + 1)	৯.	(x - 3) (3x + 2)
১০.	(2x - 7) (4x - 3)	১১.	a = (-2, - 3/4)	১২.	(2a-3)(a+1)
১৩.	(3x + 10) (3x - 4)	১৪.	(5x - 3) (7x + 4)	১৫.	(x- 2)
১৬.	(x+1)	১৭.	(a-1) ($2a^2$+5a+8)	১৮.	a(2+p)(4-2p+p^2)
১৯.	$2(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$	২০.	$\left(\frac{a^2}{3} - b^2\right)\left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right)$		

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. $x^3 - 8$ এর উৎপাদক কোনটি?

a. x - 2 b. x - 4

c. x^2 - x - 2 d. x^2 - 2x - 2

২. $8a^3 + 8a - 5$এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?

a. (2a+1) b. (2a-1)

c. (a+1) d. (a-1)

৩. $x^3+3x+36$ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

a. (x+3)(x^2-3x+12) b. (x-3)(x^2-3x+12)

c. (x+3)(x^2+3x+12) d. (x+2)(x^2-3x+12)

৪. $2x^2-x-3$ এর উৎপাদক- (প্রাথ:বি:প্র:শি:-০৯)

a. (x+1) (2x+3) b. (x+1) (2x-3)

c. (x-1) (2x-3) d. (x+1) (2x-4)

৫. $4x^4+1$ এর একটি উৎপাদক

a. $(2x^2+2x-1)(2x^2-2x+1)$

b. $(2x^2+2x+1)(2x^2-2x-1)$

c. $(2x^2+2x-1)(2x^2-2x-1)$

d. $(2x^2+2x+1)(2x^2-2x+1)$

৬. $x^2-3x-10$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ করুন?

a. (x-2) (x-5) b. (x+3) (x-5)

c. (x+2) (x-5) d. (x+2) (x+5)

৭. a^3-a এর একটি উৎপাদক কোনটি?

a. (a + 3) b. (a + 2)

c. (a + 1) d. (a - 2)

৮. $a^3+\frac{1}{27}$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাওয়া যায়-

a. $a+\frac{1}{2}$ b. $a+\frac{1}{3}$

c. a + 3 d. $a+\frac{1}{4}$

৯. $4a^2+11ax+6x^2$ এর উৎপাদক কোনগুলো?

a. (a+2x)(2a+3x) b. (a+2x)(a+3x)

c. (a+2x)(4a+3x) d. (3a+2x)(4a+3x)

১০. x^3+2x^2+2x+1 বহুপদীর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি?

a. x-1 b. x-2

c. x+2 d. x+1

উত্তরমালা

১.	a	২.	b	৩.	a	৪.	b	৫.	d
৬.	c	৭.	c	৮.	b	৯.	c	১০.	d

লিখিত অংশ

অনেক পরীক্ষার লিখিত অংশে এই অধ্যায় থেকে প্রায়ই প্রশ্ন এসে থাকে। এবং লিখিত পরীক্ষার উৎপাদকের প্রশ্নগুলো সাধারণ এমসিকিউ পরীক্ষার প্রশ্নের উৎপাদক অংকগুলোর থেকে একটু কঠিন হয়। নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন, এবং বুঝে বুঝে অন্য প্রশ্নগুলোর সমাধান করুন।

1. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$ *[বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]*

সমাধান:

$a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3-b^3$

$= (a-b)^3 - b^3$

$= (a-b-b)\{(a-b)^2+(a-b)b+b^2\}$

$= (a-2b)\{a^2-2ab+b^2+ab-b^2+b^2\}$

$= \mathbf{(a-2b)(a^2-ab+b^2)}$ **(Ans:)**

2. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :

$54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$ *[৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)/+৯ম-১০ম- ৩.৪ উদাহরণ/ +/এনসিটিবি(স্টোর গার্ড): ২০২১]*

সমাধান: (সরাসরি কমন যায়, তাই ফাংশন লাগবে না)

$54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$= 27x^3(2x+a) - 8(2x+a)$

$= (2x+a)(27x^3-8)$

$= (2x+a)\{(3x)^3-2^3\}$

$= (2x+a)(3x-2)\{(3x)^2+3x.2+2^2\}$

$= \mathbf{(2x+a)(3x-2)(9x^2+6x+4)}$ **(Ans)**

3. $12x^2 + 35x + 18$ *[৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]*

সমাধান:

$12x^2 + 35x + 18$

$= 12x^2 + 27x + 8x + 18$

$= 3x(4x + 9) + 2(4x + 9)$

$= \mathbf{(4x + 9)(3x + 2)}$ **Ans:**

4. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $(a-1)x^2+a^2xy+(a+1)y^2$ *[মহাহিসাব নিয়ন্ত্রক(অডিটর(-২০২২)/ +/৩১তম বিসিএস লিখিত/+৯ম -১০ম শ্রেণি অনু: ৩.৩]*

সমাধান:

ধরি, $a+1 = p$; $a - 1 = q$

$\therefore (a+1)(a-1) = pq$ (গুণ করে)

$\Rightarrow a^2-1 = pq \quad \therefore a^2 = pq+1$

সুতরাং $(a-1)x^2+a^2xy+(a+1)y^2$

$= qx^2 + (pq+1)xy + py^2$

$= qx^2+pqxy+xy+py^2$

$= qx(x+py) + y(x+py)$

$= (x+py)(qx+y)$

$= \{x+(a+1)y\}\{(a-1)x+y\}$ [p ও q এর মান বসিয়ে]

$= \mathbf{(x+ay+y)(ax-x+y)}$ **(Ans)**

5. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $a(a+1)(a+2)(a+3)-15$ *[৩০তম বিসিএস লিখিত/+ খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহ প্রোগ্রা): ২০২১]*

সমাধান:

$a(a+1)(a+2)(a+3)-15$

$= \{(a+1)(a+2)\}\{a(a+3)\} - 15$

$= (a^2+3a+2)(a^2+3a) - 15$

$= (p+2)p - 15$ [$a^2+3a = p$ ধরে]

$= p^2 + 2p - 15$

$= p^2 + 5p - 3p - 15$

$= (p+5)(p-5)$

$= \mathbf{(a^2+3a+5)(a^2+3a-3)}$ উত্তর:

6. উৎপাদক বিশ্লেষণ করুন: $x^4 - 4x + 3$ *[৩৫তম বিসিএস . লিখিত]*

সমাধান: এই অংকটি সাধারণ নিয়মে উৎপাদকের নিয়মে করা যাবে না। তাই ফাংশনের উৎপাদকের নিয়ম অনুসারে

ধরি $f(x) = x^4 - 4x + 3.$

$\therefore f(1) = 1^4 - 4.1 + 3 = 4 - 4 = 0$

অর্থাৎ $x = 1$ বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হয়। তাই $(x-1)$ রাশিটির একটি উৎপাদক। **(1 হলে -1 নিতে হবে)**

তাহলে আমরা লিখতে পারি,

$x^4 - 4x + 3$

$= x^4 - x^3 + x^3 - x^2 + x^2 - x - 3x + 3$

$= x^3(x-1) + x^2(x-1) + x(x-1) - 3(x-1)$

$= (x-1)(x^3+x^2+x-3)$

[একই নিয়মে আবার $x=1$ বসিয়ে উৎপাদক বের করতে হবে।]

$= (x-1)(x^3-x^2+2x^2-2x+3x-3)$

$= (x-1)\{x^2(x-1)+2x(x-1)+3(x-1)$

$= (x-1)(x-1)(x^2+2x+3)$

$= \mathbf{(x-1)^2(x^2+2x+3)}$ **Ans:**

7. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $3x^5 + 2x + 5$ *[৩২তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান :

ধরি, $f(x) = 3x^5 + 2x + 5$

$\therefore f(-1) = 3(-1)^5+2(-1)+5 = -3-2+5 = -5+5 = 0$

সুতরাং $(x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন প্রদত্ত রাশি, $3x^5 + 2x + 5$

$= 3x^5+3x^4-3x^4-3x^3+3x^3+3x^2-3x^2-3x+5x+5$

$= 3x^4(x+1) - 3x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 3x(x+1) + 5(x+1)$

$= \mathbf{(x+1)(3x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 5)}$ **(Ans)**

8. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : $a^3 - 3a^2b + 2b^3$ *[২৯তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান: ধরি, $f(a) = a^3 - 3a^2b + 2b^3$

$\therefore f(b) = b^3 - 3.b^2.b + 2b^3$

$= b^3 - 3b^3 + 2b^3 = 3b^3 - 3b^3 = 0$

$\therefore$ সুতরাং প্রদত্ত রাশিটির মান শূন্য হবে যদি $a = b$ বসানো যায়। সুতরাং $(a-b)$ উহার একটি উৎপাদক।

$\therefore a^3-3a^2b+2b^3$

$= a^3-a^2b-2a^2b+2ab^2-2ab^2+2b^3$

$= a^2(a-b)-2ab(a-b)-2b^2(a-b)$

$= \mathbf{(a-b)(a^2-2ab-2b^2)}$ **(Ans)**

9. $18x^3 + 15x^2 - x - 2$ *[৯ম-১০ম বোর্ড বই ৩.৪ উদা:]*

সমাধান:

ধরি, $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 18\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 15\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 2$$

$$= 18.\frac{-1}{8} + 15.\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2$$

$$= \frac{-9+15+2-8}{4} = \frac{17-17}{4} = 0$$

$\therefore (2x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$= 18x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 3x - 4x - 2$

$= 9x^2(2x+1) + 3x(2x+1) - 2(2x+1)$

$= (2x+1)(9x^2 + 3x - 2)$

$= (2x+1)(9x^2 + 6x - 3x - 2)$

$= (2x+1)\{3x(3x+2) - 1(3x+2)\}$

$= \mathbf{(2x+1)(3x+2)(3x-1)}$ **(Ans)**

নিজে করুন:

10. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : $x^3 - 7x - 6$ *[সমবায় অধিদপ্তর (সহ: পরিদর্শক)-২০২১ লিখিত]*

উত্তর: $(x+1)(x-3)(x+2)$

11. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন:

$x^4(y^2-z^2)+y^4(z^2-x^2)+z^4(x^2-y^2)$ *[জাতীয় দক্ষতা উন্নয়ন কর্তৃপক্ষ (সহকারী পরিচালক)(লিখিত)-২০২২]*

সমাধান:

$x^4(y^2-z^2)+y^4(z^2-x^2)+z^4(x^2-y^2)$

$= x^4y^2 - x^4z^2 + y^4z^2 - y^4x^2 + z^4x^2 - z^4y^2$

$= x^4y^2 - y^4x^2 - x^4z^2 + y^4z^2 + z^4(x^2-y^2)$

$= x^2y^2(x^2-y^2) - z^2(x^4-y^4) + z^4(x^2-y^2)$

$= x^2y^2(x^2-y^2) - z^2(x^2+y^2)(x^2-y^2) + z^4(x^2-y^2)$

$= (x^2-y^2)\{x^2y^2 - z^2(x^2+y^2) + z^4\}$

$= (x^2-y^2)\{x^2y^2 - z^2x^2 - z^2y^2 + z^4\}$

$= (x^2-y^2)\{x^2(y^2-z^2) - z^2(y^2-z^2)\}$

$= (x^2-y^2)(y^2-z^2)(x^2-z^2)$

$= \mathbf{(x+y)(x-y)(y+z)(y-z)(x+z)(x-z)}$ **(Ans)**

12. $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$ *[৯ম -১০ম শ্রেণি: (অনু: ৩.৩)]*

সমাধান:

$$4a^2+\frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= (2a)^2 + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2.2a.\frac{1}{2a} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2 - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2a - \frac{1}{2a}\right) + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right)$$ **(Ans.)**

ফাংশন

ফাংশন : (Function):

যদি দুটি চলক x ও y এর মধ্যে এরূপ সম্পর্ক বিদ্যমান থাকে যে x এর মানের জন্য y এর একটি ও কেবলমাত্র একটি মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়।

যদি $y = x^2-2x+3$ হয় তাহলে y, x এর একটি ফাংশন।

যখন $y = x+2$, তখন, $x = 1$ হলে, $y = 3$; $x = 2$ হলে, $y = 4$; $x = 3$ হলে, $y = 5$

অর্থাৎ x এর একটি মানের জন্য y এর মাত্র একটি মান পাওয়া যায় এবং x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক তৈরী হয় $y = x+2$ দ্বারা।

সুতরাং দুইটি চলক x এবং y এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যেন x এর যেকোন একটি মানের জন্য y এর একটি মাত্র মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়।

উদাহরণ : $f(x) = x^2-4x+3$ হলে, $f(-1)$ নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ২.২) এর উদাহরণ]*

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $f(x) = x^2-4x+3$

$\therefore f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 3 = 1+4+3 = 8$

উদাহরণ: যদি $g(x) = x^3+ax^2-3x-6$ হয়, তবে a এর কোন মানের জন্য $g(-2) = 0$ *[৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ২.২) এর উদাহরণ]*

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $g(x) = x^3+ax^2-3x-6$

$\therefore g(-2) = (-2)^3 + a(-2)^2 - 3(-2) - 6 = -8+4a+6-6 = 4a-8$

প্রশ্নানুসারে, $g(-2) = 0$

$\therefore 4a-8 = 0$ বা, $4a = 8$ বা, $a=2$ সুতরাং $a = 2$ হলে, $g(-2) = 0$ হবে।

ফাংশনের প্রতীক: (Symbol of Function):

সাধারণত y, f(x), g(x), F(x) ইত্যাদি প্রতীকের মাধ্যমে ফাংশন নির্দেশ করা হয়ে থাকে।

ফাংশনের উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

১. **$f(x) = x^3+2x^2-3$ হলে, $f(-3)$ এর মান কত?** *[বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১০]*

a. 10 b. 12 c. -12 d. 15 Ans: c

📖 **Tips : $f(x) = x^3+2x^2-3$** অর্থ হল যেখানে x সেখানে x ই বসালে রাশিটি ও ভাবেই থাকবে।
আবার **$f(1)$** অর্থ হল যেখানে x আছে সেখানে 1 বসালে রাশিটির মান যা হবে তাই উত্তর।

✍সমাধান : $f(x) = x^3+2x^2-3$ $\therefore f(-3) = (-3)^3+2(-3)^2-3 = -27+18-3 = -12$

২. **$f(x) = x^4+5x^2-3$ হলে $f(-1)$ এর মান কত?** *[খুলনা কর অঞ্চল (উচ্চমান সহকারী)-২০১৯]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3 Ans: d

✍সমাধান : এখানে, $f(x) = x^4+5x^2-3$ সুতরাং $f(-1) = (-1)^4+5(-1)^2-3 = 1+5-3 = 3$

৩. **$f(x) = x^3-2x+10$ হলে $f(0) =$ কত?** *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]*

a. 1 b. 0 c. 5 d. 10 Ans: d

✍সমাধান: $f(x) = x^3-2x+10$ $\therefore f(0) = 0^3-2.0+10 = 10$

৪. **$f(x) = x^2-5x+6$ এবং $f(x) = 0$ হলে, $x =$ কত?** *[১৪ তম বিসিএস (সহকারী জজ)-২০২১]+ [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

a. 2,3 b. −2, 3 c. 2, -3 d. 6, -1 Ans: a

✍সমাধান: দেয়া আছে, $f(x) = 0$

$\therefore x^2-5x+6 = 0 \Rightarrow x^2-3x-2x+6 = 0 \Rightarrow x(x-3)-2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) = 0$

$\therefore x = 2,3$

📖 **নিজে করুন:**

৫. **$4a^2+11a+6 = 0$ হলে $a = ?$** *(জাক অধিদপ্তর উপজেলা পোস্ট মাস্টার-১০)*

a. -2 b. 2 c. 1 d. 3 Ans: a

{Hints: a= কত বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান 0 হবে তা বের করতে হবে।}

৬. **যদি $x^3+hx+10 = 0$ এর একটি সমাধান 2 হয়, তবে h এ মান কত?** *(১৩তম বিসিএস) +[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯] +[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]*

a. 9 b. -9 c. 10 d. -10 Ans: b

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $x^3+hx+10 = 0$ এখন, $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$(2)^3 + h\times 2 + 10 = 0 \Rightarrow 8+2h+10 = 0 \Rightarrow 2h = -18 \therefore h = -9$

৭. **x, y বাস্তব রাশি এবং $f(x, y) = x^2y^2$, যদি $h(x) = (x^2-5)$ হয়, তবে $f(2, h(3))$ এর মান কত?** *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

a. 64 b. 16 c. 96 d. 32 Ans: a

✍সমাধান: $f(x,y) = x^2y^2$ এখানে, $h(x) = x^2-5 \Rightarrow h(3) = 3^2-5 = 4$

$\therefore f(2, h(3)) = f(2,4) = 2^2\times 4^2 = 64$

৮. **যদি $f(x) = x^3+9x^2-3x-6$ হয়, তবে $f(-2) =$ কত?** *[১৩ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (ফুল/সমপর্যায়-২)-২০১৬]*

a. 28 b. -44 c. 32 d.26 Ans: a

✍সমাধান: $f(x) = x^3+9x^2-3x-6$

$\therefore f(-2) = (-2)^3 + 9(-2)^2 - 3(-2) - 6 = -8+36+6-6 = 28$

৯. **$f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(2x+3)$ হলে নিচের কোনটির মান শূন্য হবে?** *[জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৫]*

a. $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ b. $f(2)$ c. $f\left(\frac{3}{2}\right)$ d. $f(-3)$ Ans: a

✍সমাধান: $2x+3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \therefore x = -\frac{3}{2}$; সুতরাং, $f(x) = f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$ হবে।

১০. **$f(x) = x^3+kx^2-6x-9$, k এর মান কত হলে হবে $f(3)=0$ হবে?** *(৩০ তম বিসিএস)*

a. 1 b.1 c. 2 d. 0 Ans: d

✍সমাধান: দেয়া আছে, $f(x) = x^3+kx^2-6x-9$

$\therefore f(3) = 3^3+k\times 3^2-6\times 3-9 = 9k$

প্রশ্নমতে, $9k = 0$ $\therefore k = 0$ [যেহেতু $f(3) = 0$]

📖 **নিজে করুন:**

১১. **$f(x) = x^3-12x^2+48x-64$ হলে, $f(5)$ এর মান কত?**

a. 1 b. 3 c. 2 d. 4 Ans: a

ভগ্নাংশ আকারে আসলে :

১২. $f(x)=\frac{2x+5}{x-3}$ হলে, $f(6)$ এর মান কত?

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{3}{17}$ c. $\frac{17}{3}$ d. $\frac{17}{6}$ Ans: c

সমাধান : $f(6)=\frac{2.6+5}{6-3}=\frac{12+5}{3}=\frac{17}{3}$

১৩. $f(x)=\frac{3x+4}{x-5}$ হলে, $f(\frac{1}{3})$ এর মান কত?

a. $\frac{15}{14}$ b. $-\frac{15}{14}$ c. $\frac{14}{15}$ d. $-\frac{14}{15}$ Ans: b

১৪. $f(x)=x^2+\frac{1}{x-1}-1$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (কারা তত্ত্বাবধায়ক)-২০১৩]*

a. $f(0)=\infty$ b. $f(1)=-1$ c. $f(1)=0$ d. $f(-1)=-\frac{1}{2}$ Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $f(x)=x^2+\frac{1}{x-1}-1$

$\therefore f(-1)=(-1)^2+\frac{1}{-1-1}-1=1+\frac{1}{-2}-1=1-\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$ সুতরাং $f(-1)=-\frac{1}{2}$

১৫. $f(x)=x^2+\frac{1}{x}+1$ এর অনুরূপ কোনটি? *(১৭ তম বিসিএস)*

a. $f(1)=1$ b. $f(0)=1$ c. $f(-1)=3$ d. $f(1)=3$ Ans: d

সমাধান:

দেয়া আছে, $f(x)=x^2+\frac{1}{x}+1$

সুতরাং $f(1)=1^2+\frac{1}{1}+1=1+1+1=3$

$f(0)=0+\infty+1=\infty$

$f(-1)=(-1)^2+\frac{1}{-1}+1=1-1+1=1$ সুতরাং উত্তর: d

☞ **Note:** যে কোন সংখ্যাকে 0 দ্বারা ভাগ করলে তা অসংজ্ঞায়িত হয়। এক্ষেত্রে ∞ চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।

১৬. $f(x)=x^2+\frac{1}{x^{-1}}-1$ হলে, নীচের কোনটি সঠিক? *[ATEO-2010]*

a. $f(0)=\infty$ b. $f(1)=-2$ c. $f(2)=0$ d. $f(-1)=-1$ Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $f(x)=x^2+\frac{1}{x^{-1}}-1 \Rightarrow f(x)=x^2+\frac{1}{\frac{1}{x}}-1 \Rightarrow f(x)=x^2+x-1$

সমাধান:

এখন, (a) $f(0)=0^2+0-1=-1$

এবং, (b) $f(1)=1^2+1-1=1$

(c) $f(2)=2^2+2-1=5$

(d) $f(-1)=(-1)^2+(-1)-1=-1$ শুধুমাত্র d সঠিক

১৭. $f(x)=\frac{4x-7}{x-2}$ হলে, $f(2)$ এর মান কত? (নিচে 0 আসার কারণে অসংজ্ঞায়িত)

a. 1/4 b. 0 c. অসংজ্ঞায়িত d. 1/3 Ans: c

১৮. $f(x)=\frac{2x+5}{x-3}$ হলে, $f(3)$ এর মান কত? (নিচে 0 আসার কারণে উত্তর: অসংজ্ঞায়িত)

a. 0 b. 11/6 c. 11/3 d. অসংজ্ঞায়িত Ans: d

ফাংশনের মাধ্যমে ভাগশেষ বের করা :

১৯. x^3-x^2 কে $x-2$ দ্বারা ভাগ করলে অবশেষ থাকবে- *[৩১তম বিসিএস]*

a. 2 b. 4 c. -6 c. -8 Ans: b

সাধারণ সমাধান:

$x-2)\ x^3-x^2\ (x^2+x+2$

x^3-2x^2

x^2-2x

$2x-4$

এখানে ভাগশেষ হলো 4

বিকল্প সমাধান: ফাংশনের মাধ্যমে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :

এখানে ভাগ করতে হবে x-2 দিয়ে। অর্থাৎ x-2 যদি প্রদত্ত রাশিটির একটি উৎপাদক হয় তাহলে ভাগশেষ 0 আসার কথা। কিন্তু যদি উৎপাদক না হয় তাহলে যা ভাগশেষ আসবে বা অতিরিক্ত থেকে যাবে তা ই উত্তর। যেমন এখানে,

ধরি, $f(x)=x^3-x^2$

$\therefore f(2)=2^3-2^2=8-4=4$ [x-2= 0 থেকে x = 2 হবে]

২০. x^4-3x-2 কে $x+1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কি হবে? *[জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৬]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: b

সমাধান: $(x+1)=0$ ধরে, $x=-1$ প্রদত্ত রাশি x^4-3x-2 তে বসালে পাই $(-1)^4-3(-1)-2=1+3-2=2$ ∴ ভাগশেষ 2

২১. $x^4+2x^3+3x^2+4x+5$ কে $x+3$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত থাকবে?

a. 24 b. 36 c. 45 c. 47 Ans: d

সমাধান: এখানে, $f(x)=x^4+2x^3+3x^2+4x+5$ হলে,

$\therefore f(-3)=(-3)^4+2.(-3)^3+3.(-3)^2+4.(-3)+5=81+2(-27)+3.9-12+5=81-54+27-12+5=113-66=47$

২২. $2x^3+5x^2-6x+4$ থেকে কত বিয়োগ করলে উক্ত রাশিটি $(x+2)$ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে? *[পোস্ট মাষ্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল,চট্টগ্রাম) এর কার্যালয়ের (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৬]*

a. 4 b. 20 c. 28 d.12 Ans: b

সমাধান: (ভাগশেষ যা থাকবে তা বিয়োগ করে দিলেই হয়ে যাবে)

$x+2=0$ থেকে $x=-2$ বসিয়ে পাই, $=2\times(-2)^3+5\times(-2)^2-6(-2)+4=-16+20+12+4=20$

সুতরাং ভাগশেষ = 20 তাহলে রাশিটি থেকে 20 বিয়োগ করলে রাশিটি $(x+2)$ দ্বারা বিভাজ্য হবে। উত্তর: 20

নিজে করুন:

২৩. x^2-3x-2 কে $x+1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কি হবে? *[সহকারী সার্জন: ০৫]* [x = (-1) বসিয়ে হিসেব করুন]

a. 0 b. 2 c. 6 d.4 Ans: b

২৪. $(x+3)(x-3)$ কে x^2-6 দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? *[১১তম বিসিএস] +[বৈমানিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১]*

a. -6 b. 3 c. 6 d.-3 Ans: d

[**Hints:** $(x+3)(x-3)=x^2-3^2=x^2-9$ কে x^2-6 দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ -3 হবে।]

বীজগণিতের ল.সা.গু-গ.সা.গু ও ভগ্নাংশ

ল.সা.গু নির্ণয়:

ল.সা.গু. (L.C.M.- Least Common Multiple)

দুইবা ততোধিক রাশির মধ্যে সাধারণ গুণিতকের সবচেয়ে ছোট গুণিতকটিকে লঘিষ্ট সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.গু বলে।
যেমন- $x^3y^3z^4$, $x^4y^2z^2$ এবং $x^3y^4z^3$ এ রাশি তিনটির ল.সা.গু $x^4y^4z^4$

ল.সা.গু. নির্ণয়ের নিয়ম:

- পাটিগণিতের নিয়মে রাশিগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলো থাকবে তার ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।
- বীজগণিতীয় রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদকের সর্বোচ্চ শক্তি বের করতে হবে।
- এখন, উভয়ের গুণফলই হবে প্রদত্ত রাশিগুলোর ল.সা.গু।

মনে রাখবেন, বীজগাণিতিক রাশির ল.সা.গু বের করার সময় উৎপাদকগুলোর মধ্যে কমন-আনকমন সব রাশি ই একবার করে নিতে হবে কিন্তু একাধিকবার নেয়া যাবে না।

ল.সা.গু এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন :

১. a^2bc, ab^2c এবং abc^2 -এর ল.সা.গু কত? *(উপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা:২০১০)*
a. $a^2b^2c^2$ b. a^3b^2c c. a^2bc^2 d. a^2bc^2 Ans.a

সমাধান:
প্রদত্ত রাশি ৩টির ল.সা.গু হবে- প্রতিটি রাশির মধ্যে সর্বোচ্চ পাওয়ার বিশিষ্ট সংখ্যা গুলোর গুণফল নির্ণেয় ল.সা.গু, $a^2b^2c^2$

২. $(a+b)$ এবং $a^2(a-b)$ -এর ল.সা.গু কত? *(পাব:সার্ভিস কমিশনে সহ:পরি: ১৯৯৪)*
a. $a^2(a^2-b^2)$ b. $a^3(a^2-b^2)$ c. $a^4(a^2-b^2)$ d. $a^2(a^3-b^2)$ Ans.a

সমাধান: ল.সা.গু $= a^2(a+b)(a-b) = a^2(a^2-b^2)$

নিজে করুন:

৩. x^3y-xy^3 এবং x^2-y^2-এর ল.সা.গু কত? *(তথ্য মন্ত্র: অধীন সহ:পরি:-২০০৩)*
a. $x(x+y)(x-y)$ b. $xy(x-y)(y+x)$ c. $y(y-x)(x+y)$ d. $xy(x-y)(x+y)$ Ans. d

৪. x^3+x^2y, x^2y+xy^2 এর ল. সা. গু. কোনটি? *[৩২তম বিসিএস (বিশেষ)] +[বেবিচক(ইন্সপেক্টর/সহ: ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*
a. $xy(x+y)$ b. $x^2(x+y)$ c. $x^2y(x+y)$ d. $y(x+y)$ Ans: c
[Hints: কমন ও আনকমন উভয় রাশি নিতে হবে]

৫. $4x^2y^2z$ এবং $6xy^2$ এর ল. সা. গু. কত? *[ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের টেলিফোন পরিচালক ২০০৪]*
a. $12x^2yz$ b. $12xy^2z$ c. $10x^2y^2z$ d. $12x^2y^2z$ Ans. d
[Hints: প্রথমে 4 এবং 6 এর ল.সা.গু $= 12$ $\therefore$ ল.সা.গু $= 12x^2y^2z^2$]

৬. $2x^2+x$ এবং $4x^2-1$ এর ল.সা.গু কত? *(থানা শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯)*
a. $x(2x+2)(2x-1)$ b. $x(x+1)(2x-1)$ c. $x(2x+1)(2x-2)$ d. $x(2x+1)(2x-1)$ Ans. d

সমাধান:
প্রথম রাশি, $2x^2+x = x(2x+1)$ এবং দ্বিতীয় রাশি, $4x^2-1 = (2x)^2-1^2 = (2x+1)(2x-1)$
সুতরাং নির্ণেয় ল.সা.গু $= \mathbf{x(2x+1)(2x-1)}$

৭. $\frac{x}{x-y}$, $\frac{y}{x+y}$ এবং $\frac{z}{x(x+y)}$ এর সাধারণ হর কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*
a. x^2-y^2 b. $x(x^2-y^2)$ c. x^3-y^3 d. $xyz(x-y)$ Ans: b

সমাধান: এখানে, হরগুলোর $(x-y)$, $(x+y)$ এবং $x(x+y)$ এর সাধারণ হর বা ল.সা.গু $= x(x+y)(x-y) = x(x^2-y^2)$

৮. x^2-4, x^2+4x+4, x^3-8 বীজগাণিতিক রাশির ল.সা.গু. কত? *[৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪]+ [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ)-২০১৯]*
a. $(x+2)^2(x^3-8)$ b. $(x-2)^2(x^3-8)$
c. $(x^2-2)^2(x^3-8)$ d. $(x^2+2)(x^3-8)$ Ans: a

সমাধান:

১ম রাশি, $x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$	৩য় রাশি, x^3-8
২য় রাশি, x^2+4x+4	$= x^3-2^3 = (x-2)(x^2+2x+4)$
$= x^2+2x+2x+4 = x(x+2)+2(x+2) = (x+2)(x+2)$	
সুতরাং নির্ণেয় ল.সা.গু $= (x+2)(x+2)(x-2)(x^2+2x+4) = \mathbf{(x+2)^2(x^3-8)}$	

৯. x^3-1, x^3+1, x^4+x^2+1 এর ল. সা. গু. কত? *[প্রাথ: শিক্ষক -১৫] +৮ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]*
+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): রাষ্ট্রপতির কার্যালয়(কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]
a. x^5-1 b. x^4-1 c. x^9-1 d. x^6-1 Ans. d

সমাধান:

১ম রাশি, $x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1)$	৩য় রাশি, $x^4+x^2+1 = (x^2)^2+2x^2+1-x^2$
২য় রাশি, $x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1)$	$= (x^2+1)^2-x^2 = (x^2+1-x)(x^2+1+x)$
সুতরাং নির্ণেয় ল.সা.গু $= (x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1) = (x^3-1)(x^3+1) = \mathbf{x^6-1}$	

১০. x^2+3x+2, x^2-1 এবং x^2+x-2 এর ল.সা.গু কত? *[৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪]+ [বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১]*

সমাধান:

১ম রাশি, x^2+3x+2	৩য় রাশি, x^2+x-2
$= x^2+2x+x+2 = x(x+2)+1(x+2) = (x+2)(x+1)$	$= x^2+2x-x-2 = x(x+2)-1(x+2) = (x+2)(x-1)$
২য় রাশি, $x^2-1 = (x+1)(x-1)$	
সুতরাং নির্ণেয় ল.সা.গু $= (x+2)(x+1)(x-1) = \mathbf{(x+2)(x^2-1)}$ **(Ans:)**	

নিজে করুন:

১১. $3x^2+9$, x^4-9 এবং x^4+6x^2+9 -এর ল.সা.গু নির্ণয় করুন। *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্র: পুলিশ সহ::২০০২)*
a. $(x^2+3)(x^2-3)(x^2+3)$ b. $3(x^2+3)(x-3)(x^2+3)$
c. $3(x^2+3)(x^2-3)(x^2+4)$ d. $3(x^2+3)^2(x^2-3)$ Ans: d

ল.সা.গু নির্ণয় করুন :

১২. $x^2-3x-10$, $x^2-10x+25$ *[৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]* Ans: $(x+2)(x-5)^2$

১৩. $a^2-7a+12$, a^2+a-20, $a^2+2a-15$ *[৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]* Ans: $(a+5)(a^2-7a+12)$

১৪. $x^2-8x+15, x^2-25, x^2+2x-15$ *[৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]* Ans: $(x-3)(x^2-25)$

১৫. $x+5, x^2+5x, x^2+7x+10$ *[৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]* Ans: $x(x+2)(x+5)$

১৬. $6x^2-x-1, 3x^2+7x+2$, এবং $2x^2+3x-2$ *[৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪]* **Ans:** $(2x-1)(3x+1)(x+2)$

গ.সা.গু নির্ণয়:

গ.সা.গু. (H.C.F. -Highest Common Factor):

দুই বা ততোধিক রাশির অন্তর্গত সর্বোচ্চ সংখ্যক সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কের ধারাবাহিক গুণফলকে ঐ রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা গ.সা.গু বলা হয়। যেমন- $x^2y^3z^4$, $x^4y^2z^2$ এবং $x^3y^4z^3$ এ রাশি তিনটির গ.সা.গু. $x^2y^2z^2$

গ.সা.গু নির্ণয়ের নিয়ম :

- পাটিগণিতের নিয়মে রাশিগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলো থাকবে তার গ.সা.গু নির্ণয় করতে হবে।
- বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করতে হবে।
- প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সংখ্যক বীজগণিতীয় সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর এবং সংখ্যা-সহগের গ.সা.গু এর ধারাবাহিক গুণফল হচ্ছে নির্ণেয় গ.সা.গু।

মনে রাখবেন, বীজগাণিতিক রাশির গ.সা.গু বের করার সময় উৎপাদকগুলোর মধ্যে শুধু কমন রাশিগুলো নিতে হবে। এক্ষেত্রে একই চলক বিশিষ্ট রাশি আসলে সর্বনিম্ন ঘাত বিশিষ্ট রাশিটি নিতে হবে।

গ.সা.গু এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন :

১৭. a^3-b^3, a^3+b^3 এর গ.সা.গু. কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

a. $(a-b)$ b. 1 c. $a+b$ d. a^2+ab+b^2 Ans: b

সমাধান: $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ আবার, $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

উভয় রাশির মধ্যে কোন সাধারণ উৎপাদক বা মিল না থাকায় নির্ণেয় গ.সা.গু = **1**

১৮. $15a^3b^3c^3$ ও $12a^4bc^4$ এর গ.সা.গু হবে? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*

a. $3abc$ b. $3a^2bc^2$ c. $3a^3bc^3$ d. a^3bc^3 Ans: c

সমাধান: $15a^3b^3c^3$ ও $12a^4bc^4$ এর মধ্যে সংখ্যাগুলো 15 ও 12 এর গ.সা.গু 3 আবার অক্ষরগুলোর গ.সা.গু ছোট = a^3bc^3

সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = $\mathbf{3a^3bc^3}$

১৯. $x^2-y^2, x^3-y^3, x^4+x^4y^2+y^4$ রাশিগুলোর গ.সা.গু কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহঃ শিক্ষক)-২০১৯]*

a. $x+y$ b. $x-y$ c. 0 d. 1 Ans: d

সমাধান: ১ম রাশি, $x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$ ২য় রাশি, $x^3-y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$

এবং ৩য় রাশি, $x^4+x^4y^2+y^4 = (x^2)^2+2x^2y^2+(y^2)^2-x^2y^2$

$= (x^2+y^2)^2-(xy)^2 = (x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy) = (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

এখানে, রাশি ৩টির মধ্যে ১ বাদে অন্য কোন সাধারণ উৎপাদক নেই। ∴ **নির্ণেয় গ.সা.গু = 1**

২০. a^2-3a, a^2-9, এবং a^2-4a+3 এর গ.সা.গু কোনটি? *[জরিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

a. $a-3$ b. $a+3$ c. 1 d. 3 Ans: a

সমাধান:	
১ম রাশি, $a^2-3a = a(a-3)$	৩য় রাশি, $a^2-4a+3 = a^2-3a-a+3 = a(a-3)-1(a-3) = (a-3)(a-1)$
২য় রাশি, $a^2-9 = a^2-3^2 = (a+3)(a-3)$	সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = **(a-3)**

২১. $(4x^2-16)$ এবং $6x^2+24x+24$-এর গ.সা.গু.----- *(31তম বিসিএস)*

a. $4(x+2)$ b. $2(x+3)$ c. $2(x+2)$ d. $2(x+5)$ Ans: c

সমাধান:

প্রথম রাশি, $4x^2-16 = 4(x^2-4) = 4(x^2-2^2) = 4(x+2)(x-2)$

দ্বিতীয় রাশি, $6x^2+24x+24 \Rightarrow 2(3x^2+12x+12) \Rightarrow 2(3x^2+6x+6x+12)$

$\Rightarrow 2\{3x(x+2)+6(x+2)\} \Rightarrow 2(x+2)(3x+6)$ ∴ নির্ণেয় গসাগু, = **$2(x+2)$**

২২. $(2x^2-8)$ এবং $4x^2+20x+24$-এর গ.সা.গু.---

a. $x+4$ b. $x+2$ c. $x-2$ d. $2(x+2)$ Ans: d

সমাধান:

প্রথম রাশি = $2x^2-8 = 2(x^2-4) = 2(x^2-2^2) = 2(x+2)(x-2)$

দ্বিতীয় রাশি= $4x^2+20x+24 = 4(x^2+5x+6) = 4(x^2+3x+2x+6) = 4\{x(x+3)+2(x+3)\}$

$= 2.2(x+3)(x+2)$ ∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = **$2(x+2)$**

Shortcut: ১ম রাশি $2x^2-8 = 2(x^2-4) = 2(x^2-2^2) = 2(x+2)(x-2)$

২য় রাশি = $4(x^2+5x+6) = 2.2(x+3)(x+2)$ অর্থাৎ 2 উৎপাদক হিসাবে d. নং এ আছে উহার সঠিক উত্তর।

২৩. $4(x+y), 10(x-y)$ এবং $12(x^2-y^2)$ এর গ.সা.গু কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-২)-২০১৯]*

a. $(x-y)$ b. $(x+y)$ c. $12(x^2-y^2)$ d. 2 Ans: d

সমাধান:	
১ম রাশি, $4(x+y)$, ২য় রাশি, $10(x-y)$ এবং ৩য় রাশি, $12(x^2-y^2) = 12(x+y)(x-y)$	এখানে সংখ্যাগুলোর গ.সা.গু = 2 অন্য রাশিগুলোর মধ্যে কমন না থাকায় তাদের গ.সা.গু = 1 সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = **2**

২৪. **Find the HCF (গ.সা.গু) of x^3-16x, $2x^3+9x^2+4x$, $2x^3+x^2-28x$.** *[Agrani Bank (SO-Auditor)-2018-(Written)]*

Solution:

প্রথম রাশি = $\mathbf{x^3-16x} = x(x^2-16) = x(x^2-4^2) = x(x+4)(x-4)$	৩য় রাশি $\mathbf{2x^3+x^2-28x}$ $= x(2x^2+x-28)$ $= x(2x^2+8x-7x-28)$ $= x\{2x(x+4)-7(x+4)\}$ $= x(x+4)(2x-7)$
২য় রাশি $\mathbf{= 2x^3+9x^2+4x}$ $= x(2x^2+9x+4)$ $= x(2x^2+8x+x+4)$ $= x\{2x(x+4)+1(x+4)\} = x(x+4)(2x+1)$	
সুতরাং H.C.F বা (গ.সা.গু) = **$x(x+4)$** (গ.সা.গু বের করার সময় শুধু কমন রাশিগুলো নিতে হয়।)	**Ans. $x(x+4)$**

২৫. $x=a^2-7a+6, y=a^2-2a+1, z=a^2-5a+4$ হলে x, y, z এর গ.সা.গু কত? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. $(a-4)$ b. $(a-1)$ c. $(a-6)$ d. $(a-1)^2$ Ans: b

সমাধান: ১ম রাশি = $x = a^2-7a+6 = a^2-6a-a+6 = a(a-6)-1(a-6) = (a-1)(a-6)$

২য় রাশি = $a^2-2a+1 = a^2-a-a+1 = a(a-1)-1(a-1) = (a-1)(a-1)$

৩য় রাশি = $z = a^2-5a+4 = a^2-4a-a+4 = a(a-4)-1(a-4) = (a-1)(a-4)$

∴ x,y এবং z এর ল.সা.গু = $(a-1)$ **(Ans)**

২৬. $x^2-11x+30$ এবং $x^3-4x^2-2x-15$ এর গ. সা. গু কত? *[২৫তম বিসিএস] +[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯] +[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]*

a. x-4 b. x-2 c. 2x-5 d. x-5 Ans: d

সমাধান : প্রথম রাশি $= x^2-11x+30 = x^2-5x-6x+30 = x(x-5)-6(x-5) = (x-5)(x-6)$

২য় রাশি $= x^3-4x^2-2x-15 = x^3-5x^2+x^2-5x+3x-15 = x^2(x-5)+x(x-5)+3(x-5) = (x^2+x+3)(x-5)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = $(x-5)$

২৭. x^2+5x, x^2-25, $x^2+7x+10$ এর গ. সা. গু কত? *[একটি বাড়ী একটি খামার -(জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]*

a. x-5 b. x+5 c. x(x+5) d. x(x-5) Ans: b

সমাধান:

১ম রাশি $= x^2+5x = x(x+5)$ ২য় রাশি $= x^2-25 = x^2-5^2 = (x+5)(x-5)$

৩য় রাশি $= x^2+7x+10 = x^2+5x+2x+10 = x(x+5)+2(x+5) = (x+5)(x+2)$ ∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= (x+5)$

নিজে করুন:

২৮. a^2-3a, a^2-9, a^2-4a+3 এর গ.সা.গু. হবে- *[৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪]+ [শ্রম মন্ত্রণালয়ের সহকারী পরিচালক ২০০৫] + [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯] +[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

a. (a-3) b. (a-2) c. (a+2) d. (a+3) Ans.a

২৯. সাধারণ উৎপাদক নির্ণয় করুন : $a^2-b^2-c^2-2bc$, $b^2-c^2-a^2-2ac$ *(পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-০৬)*

a. a-b-c b. ab+bc+ca c. a+b+c d. a-b+c Ans: c

সমাধান:

১ম রাশি $= a^2-b^2-c^2-2bc = a^2-(b^2+c^2+2bc) = a^2-(b+c)^2 = (a+b+c)(a-b-c)$

২য় রাশি $= b^2-c^2-a^2-2ac = b^2-(c^2+a^2+2ac) = b^2-(c+a)^2 = (a+b+c)(b-c-a)$

∴ নির্ণেয় সাধারণ উৎপাদক (গ.সা.গু) = $a+b+c$

৩০. $a(a+b)$, $ab(a+b)$ এবং $a(a+b)^2$ এর গ. সা. গু কত? *[বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭]*

a. a(a+b) b. ab(a+b) c. a+b d. $a(a+b)^2$ Ans: a

সমাধান :

১ম রাশি $= a(a+b)$, ২য় রাশি $= ab(a+b)$ এবং ৩য় রাশি $= a(a+b)^2 = a(a+b)(a+b)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. = $a(a+b)$

৩১. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু $a^2b(a+b)$ এবং গ.সা.গু $a(a+b)$ । একটি সংখ্যা a^3+a^2b হলে, অপর সংখ্যাটি কত? *(সহকারী পরি.পরি:অফি:-98)*

a. a^2b+ab^2 b. $ab+ab^2$ c. a^2b+ab d. a^2b+b^2 Ans: a

সমাধান: অপর সংখ্যা $= \frac{\text{গ.সা.গু} \times \text{ল.সা.গু}}{\text{একটি সংখ্যা}} = \frac{a^2b(a+b)\times a(a+b)}{a^2(a+b)} = ab(a+b) = a^2b+ab^2$

গ.সা.গু নির্ণয় করুন:

৩২. a^2-16, $3a+12$, a^2+5a+4 *[৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]* Ans: a+4

৩৩. $xy-y$, x^3y-xy, x^2-2x+1 *[৭ম শ্রেণী অনু. ৫.৪]* Ans: x-1

৩৪. a^3-3a^2-10a, a^3+6a^2+8a এবং $a^4-5a^3-14a^2$ *[৮ম শ্রেণী অনু. ৪.৪]* Ans: $a(a+2)$

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

১. $\frac{1-x^2}{1-x}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ নিচের কোনটি ? *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী)- ২০১৯]*

a. 1 b. x c. (1 – x) d. (1 + x) Ans: d

সমাধান: $\frac{1-x^2}{1-x} = \frac{(1+x)(1+x)}{(1-x)} = (1+x)$

২. $\frac{x}{y}$ এর সাথে যোগ করলে যোগফল $\frac{y}{x}$ হবে ? *[৩৩ তম বিসিএস], ১৬ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল পর্যায়)-২০১৯]*

a. $\frac{x^2-y^2}{xy}$ b. $\frac{2x^2-2y^2}{xy}$ c. $\frac{y^2-x^2}{xy}$ d. $\frac{x^2-2y^2}{xy}$ Ans: c

সমাধান: $\frac{y}{x}-\frac{x}{y} = \frac{y^2-x^2}{xy}$ [১০ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল ১৫ হবে উত্তর: ১৫-১০ = ৫ ঠিক একই রকম]

৩. $\frac{x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{2y}{x}$ কত হবে ? *[২০ তম বিসিএস]*

ক. $\frac{2y^2-x^2}{xy}$ b. $\frac{2x^2-y^2}{xy}$ c. $\frac{2x^2+y^2}{xy}$ d. $\frac{x^2-y^2}{xy}$ Ans: a

৪. $\frac{x-3}{x-2}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2-x}$ হবে? *[গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৮]*

a. x – 2 b. x – 3 c. 1 d. – 1 Ans: d

সমাধান: $\frac{1}{2-x}-\frac{x-3}{x-2} = \frac{1}{2-x}-\frac{x-3}{-(2-x)} = \frac{1}{2-x}+\frac{x-3}{2-x} = \frac{1+x-3}{2-x} = \frac{x-2}{2-x} = \frac{-(2-x)}{2-x} = -1$

৫. $\frac{x+y}{x}+\frac{x-y}{y}-\frac{x^2-y^2}{xy}$ = কত? *[থানা (সহকারী শিক্ষা অফিসার)-১৯৯৯]*

a. $\frac{y}{x}$ b. $\frac{x}{y}$ c. $\frac{2x}{y}$ d. $\frac{2y}{x}$ Ans: d

সমাধান: $\frac{x+y}{x}+\frac{x-y}{y}-\frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{xy+y^2+x^2-xy-x^2+y^2}{xy} = \frac{2y^2}{xy} = \frac{2y}{x}$

৬. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=6$ হলে $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}$ এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

a. 30 b. 32 c. 34 d. 36 Ans: c

সমাধান:এখানে, $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=6 \Rightarrow \left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2 = 6^2 \Rightarrow \frac{x^2}{y^2}+2\times\frac{x}{y}\times\frac{y}{x}+\frac{y^2}{x^2} = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2} = 36-2 = 34$

৭. যদি $16x-3y+4x-7y=0$ হয় তবে $\frac{y}{x}$ = ? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

a. 1.5 b. 2 c. 2.5 d. 3 Ans: b

সমাধান: $16x-3y+4x-7y=0 \Rightarrow 20x-10y=0 \Rightarrow 10y=20x \quad \therefore \frac{y}{x}=\frac{20}{10}=2$

৮. $\left(\frac{1}{a}+1\right)\div\left(1-\frac{1}{a^2}\right)=$ কত? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১১]*

a. $\frac{a}{a+1}$ b. $\frac{a}{a-1}$ c. $a(a+1)$ d. $a(a-1)$ Ans: b

সমাধান: $\left(\frac{1}{a}+1\right)\div\left(1-\frac{1}{a^2}\right)=\frac{1+a}{a}\div\frac{a^2-1}{a^2}=\frac{1+a}{a}\times\frac{a^2}{(a+1)(a-1)}=\frac{a}{a-1}$

৯. $\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\right)\div\left(\frac{5}{x}+\frac{2}{y}\right)=$ কত ? *[শ্রম মন্ত্রণালয় (সহকারী পরিচালক)-২০০৫]*

a. $\frac{2x+5y}{3x+2}$ b. $\frac{3x+2y}{2x+5y}$ c. $\frac{3x+2y}{xy}$ d. $\frac{xy}{2x+5y}$ Ans: b

সমাধান: $\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\right)\div\left(\frac{5}{x}+\frac{2}{y}\right)=\left(\frac{2y+3x}{xy}\right)\div\left(\frac{5y+2x}{xy}\right)=\frac{2y+3x}{xy}\times\frac{xy}{5y+2x}=\frac{3x+2y}{2x+5y}$

নিজে করুন:

১০. $\frac{a^2b^3}{c^2d}$ কে $\frac{a^3b^2}{cd^3}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত? *[শ্রম অধিদপ্তরের রেজিস্টার-২০০০]*

a. $\frac{ab^2}{ca}$ b. $\frac{ab^2}{cd}$ c. $\frac{b^2c}{ad}$ d. $\frac{bd^2}{ac}$ Ans: d

১১. $\frac{mn-n^2}{m+n}\div\frac{n-m}{m}=$ কত? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে (সহকারী পরিচালক))-২০০৩]*

a. $\frac{-mn}{m+n}$ b. $\frac{m-n}{m}$ c. $\frac{m+n}{m-n}$ d. $\frac{mn}{m+n}$ Ans: a

১২. $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y}=$? *[B.C.B.L.Off: 08]*

a. $\frac{(x-y)}{x+y}$ b. $\frac{(x-y)^2}{x+y}$ c. $x-y$ d. $2+x-y$ Ans: d

সমাধান: $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y}=\frac{2(x+y)+(x-y)(x+y)}{x+y}=\frac{(x+y)(2+x-y)}{x+y}=2+x-y$

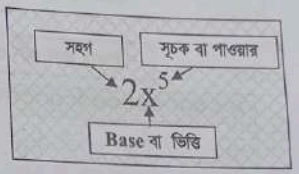
১৩. $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}=$ কত? *[১৬তম বিসিএস]*

সমাধান:

$\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}=\frac{a^2+2ab+b^2-c^2}{a^2+2ac+c^2-b^2}=\frac{(a+b)^2-c^2}{(a+c)^2-b^2}=\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a-b+c)}=\frac{(a+b-c)}{(a-b+c)}$

সূচক

প্রাথমিক আলোচনা:



সূচক : সূচক শব্দের অর্থ হলো শক্তি। n সংখ্যক a- এর ক্রমিক গুণফল।
a^n এখানে, a কে ভিত্তি বলা হয়।
n কে a এর (ভিত্তির) সূচক বলা হয় বা শক্তি বলা হয়।
a^n কে a এর n তম ঘাত বা শক্তি বা 'power' বলা হয়।

সূচক সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী

ক্রম	সূত্র	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
০১.	$a^n=a\times a\times a\times\ldots.$(nসংখ্যক a)		$x^3=x\times x\times x$
০২.	$(a^m)^n=a^{mn}$	পাওয়ারের উপর পাওয়ার থাকলে গুণ হয়।	$(x^2)^5=x^{2\times5}=x^{10}$
০৩.	$a^m.a^n=a^{m+n}$	ভিত্তি একই হলে এবং গুণ থাকলে পাওয়ার গুলো যোগ করতে হয়	$x^3.x^5=x^{3+5}=x^8$
০৪.	$a^m\div a^n=\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$	আবার ভাগ থাকলে পাওয়ার গুলো বিয়োগ করতে হয়।	$a^6\div a^2=\frac{a^6}{a^2}=a^{6-2}=a^4$
০৫	$a^0=1$	যে কোন সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 হলে তার মান 1 হয়) [যেখানে $a\neq0$]	$5^0=1$
০৬.	$\sqrt{a}=a^{\frac{1}{2}}$	বর্গমূল থাকলে পাওয়ার ১/২ হয়।	$\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$
০৭.	$\sqrt[q]{a}=a^{\frac{1}{q}}$	ঘনমূল এর সাথে বর্গ থাকলে ভগ্নাংশ আকারে ঘনমূল নিচে ও বর্গ উপরে বসে।	$\sqrt[3]{a}=a^{\frac{1}{3}}$ এবং $\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{2}{3}}$
০৮.	$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	কোন পাওয়ার মাইনাস থাকলে তা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয় এবং মাইনাস তুলে লব 1 এর নিচে পুরো সংখ্যাটি পাওয়ার সহ লিখতে হয়	অর্থাৎ $a^{-2}=\frac{1}{a^2}$
০৯.	$\left(\frac{m}{n}\right)^{-p}=\left(\frac{n}{m}\right)^{p}$	(কোন ভগ্নাংশের উপরের পাওয়ার টি মাইনাস হলে ঐ ভগ্নাংশটি উল্টে যায় অর্থাৎ হরের জায়গায় লব এবং লবের জায়গায় হর বসে)	যেমন: $\left(\frac{b}{a}\right)^{-2}=\left(\frac{a}{b}\right)^{2}$
১০.	$a^x=a^y$ হলে, $x=y$	দু পাশের ভিত্তি মিলে গেলে দুটো ভিত্তিই তুলে দিতে হয়	$a^m=a^n$ হলে, $m=n$
১১.	$a^x=b^x$ হলে, $a=b$	দু পাশের power মিলে গেলে দুটো পাওয়ারই বাদ দিতে হয়	$m^3=n^3$ হলে, $m=n$

অনেক পরীক্ষা শুধু সূত্রগুলো থেকেও অনেক প্রশ্ন হয়ে থাকে। সূত্র বুঝলে অংক সহজ তাই গুরুত্ব দিন।
এই অধ্যায়ে নতুন নতুন প্রচুর ম্যাথ প্রাকটিস করাই সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ।

📖 **গুরুত্বপূর্ণ একটি নিয়ম:** $4^a = 1$ হলে $4^a = 4^0$ বা, $a = 0$

অর্থাৎ যে কোন পাওয়ার যুক্ত সংখ্যা = 1 দেয়া থাকলে ডানের 1 এর পরিবর্তে ঐ সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 লেখা যায়। কারণ পাওয়ার 0 থাকলে তার মান 1 হয়।

যেমন: $(a+2)^x = 1$ হলে আমরা লিখতে পারি $(a+2)^x = (a+2)^0$ বা, $x = 0$

পরীক্ষায় গুণে গুণে ভাঙ্গতে গেলে সময় নষ্ট হবে। তাই মুখস্থ রাখুন।

দ্রুত অংক পারার জন্য নিচের সংখ্যাগুলোর মান মুখস্থ রাখুন: (যেগুলো বেশি আসে সেগুলো আগে)

2		3	4	5	6
$2^2 = 4$	$2^6 = 64$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$,	$6^2 = 36$
$2^3 = 8$	$2^7 = 128$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$
$2^4 = 16$	$2^8 = 256$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$	$6^4 = 1296$
$2^5 = 32$	$2^9 = 512$	$3^5 = 243$	$4^5 = 1024$	$5^5 = 3125$	

পরামর্শ: $(3^4 = 81$ হলে $81 = 3^4$ অর্থাৎ প্রতিটা মান উল্টোপাশেও চিন্তা করুন। তাহলে সূচকের অংকগুলো সমাধান করার সময় সংখ্যা দেখলেই দ্রুত ভাঙ্গতে পারবেন।

সূচক অধ্যায়ের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: সাধারণ সূচকের প্রশ্ন

১. $a^m.a^n = a^{m+n}$ কখন হবে? *[১৪তম বিসিএস]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]*

a. m ও n ধনাত্মক হলে b. m ধনাত্মক ও n ঋণাত্মক হলে
c. m ও n ঋণাত্মক হলে d. m ঋণাত্মক ও n ধনাত্মক হলে Ans: a

২. কোন শর্তে $a^0 = 1$? *(RAKUB officer-2015) + [RAKUB (Cashier)-2017]*

a. $a = 0$ b. $a \neq 0$ c. $a > 0$ d. a#1 Ans: b

সমাধান : $a^0 = 1$ যেখানে $a \neq 0$

৩. $a^0 =$ কত? *(বিএসটিআই ল্যাব সহকারী পরীক্ষা-১০) (৩১ তম বিসিএস, মানসিক দক্ষতা)*

a. 1 b. 0 c. a d. 2 Ans: a

সমাধান: যে কোন সংখ্যার উপর পাওয়ার ০ অর্থাৎ (সংখ্যা)^0 হলে তার মান 1 হয়। সংখ্যাটি যত বড়ই হোক না কেন। যেমন:

$\left(\frac{ab}{a+b}\right)^0 = 1$, অর্থাৎ তাই সবসময় উত্তর: 1 [বিপরীতপাশে 1 = (যে কোন সংখ্যা)^0 মনে রাখুন কাজে দিবে।]

৪. a এবং b দুটি ধনাত্মক সংখ্যা হলে $\frac{1}{5}(3ab)^0$ এর মান কত? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

a. 5^{-1} b. $\frac{1}{5}ab$ c. $(\frac{1}{5}3ab)^0$ d. 0 Ans: a

সমাধান: $\frac{1}{5}(3ab)^0 = \frac{1}{5}.1 = 5^{-1}$

৫. a, b ∈ | R; $a \neq 0, b \neq 0$ হলে a^0+b^0 এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

a. a+b b. 0 c. 1 d. 2 Ans: d

সমাধান: $a^0+b^0 = 1+1 = 2$

৬. $8^2 \times 8^0 =$ এর মান কত? *(পরিবার কল্যাণ পরিদর্শক নিয়োগ পরীক্ষা : ১০)*

a. 16 b. 322 c. 512 d. 64 Ans: d

৭. $a^m \times a^n \times a^{-p} =$ কত? *(তুলা উন্নয়ন কর্মকর্তা পরীক্ষা-৯৭)* [Hints: a কমন নিলে হয় $a^{m+n+(-p)} = a^{m+n-p}$]

a. a^{m+n-p} b. a^{m-p} c. a^{m+n} d. a^{n-p} Ans:a

৮. $x^4 \div x^6 \times x^2$ এর মান কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১] +[এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

a. 4 b. 3 c. 2 d. 1 Ans: d

সমাধান: $x^4 \div x^6 \times x^2 = x^{4-6+2} = x^0 = 1$

Note: $(x^2)^3 = x^6$ কিন্তু $x^2 \times x^3 = x^5$ (অর্থাৎ পাওয়ারের উপর পাওয়ার থাকলে দুই পাওয়ারই গুণ করতে হয়, কিন্তু দুটি সংখ্যা পাশাপাশি বসিয়ে গুণ করার সময় পাওয়ারগুলো যোগ করতে হয়।

৯. $(2x^{-1})^2 \div x^{-5} = ?$

a. $4x^3$ b. $2x^3$ c. $4x^2$ d. $3x^2$ Ans: a

সমাধান: $(2x^{-1})^2 \div x^{-5} = \left(\frac{2}{x}\right)^2 \div \frac{1}{x^5} = \frac{4}{x^2} \times x^5 = 4x^3$

এই অধ্যায়ে টেকনিক মাত্র কয়েকটা ই। শুধু প্রয়োজন প্রচুর অংক প্রাকটিস করার।

১০. $(a^{-1}+b^{-1})^{-1}$ $[a > 0, b > 0]$ *(চট্টগ্রাম বোর্ড-০৮)*

a. $\frac{a+b}{ab}$ b. $\frac{ab}{a+b}$ c. $\frac{1}{a+b}$ d. a + b Ans: b

সমাধান: $(a^{-1}+b^{-1})^{-1}$ [a > 0,b>0] <এর অর্থ a ও b এর মান ০ থেকে বড়, এরকম পাশে কিছু থাকলে Don't worry]

$= \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^{-1}$ (ব্রাকেটের ভেতরের কাজ আগে এবং (-) পাওয়ার থাকলে ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয়।)

$= \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1} = \frac{ab}{a+b}$ (ভগ্নাংশের উপর ঋণাত্মক পাওয়ার থাকলে ভগ্নাংশটি উল্টে যায়, এবং পাওয়ারের (-) উঠে যায়)

১১. $1-\left(1-\frac{1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1}$ এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

a. $-\frac{1}{a}$ b. -1 c. 0 d. $\frac{1}{a}$ Ans: c

সমাধান: $1-\left(1-\frac{1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1} = 1-\left\{\left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1} \div \left(\frac{a-1}{a}\right)^{-1}\right\} = 1-1 = 0$

১২. $\left[2-\left(3^{-1}\right)^{-1}\right]^{-1} =$ কত? *[ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]*

a. 1 b. - 1 c. 0 d. $\frac{1}{3}$ Ans: b

সমাধান: $\left[2-\left(3^{-1}\right)^{-1}\right]^{-1} = \left[2-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^{-1} = [2-3]^{-1} = [-1]^{-1} = \left[\frac{1}{-1}\right] = -1$

১৩. $[2-3(2-3)^{-1}]^{-1}$ এর মান কত? *[১৩তম বিসিএস]*

a. 5 b. - 5 c. 1 d. $\frac{1}{5}$ Ans: d

সমাধান: $[2-3(2-3)^{-1}]^{-1} = [2-3(-1)^{-1}]^{-1} = [2-3(-1)]^{-1}$ (-1 কে ভগ্নাংশে করলেও -1 থাকে) $= (2+3)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

১৪. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}}$ এর মান হবে- *[৩৩তম বিসিএস] +[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৯]+ [বেবিচক (ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

a. $a^{\frac{1}{3}}$ b. $a^{\frac{1}{9}}$ c. $a^{\frac{1}{27}}$ d. a^3 Ans: a

সমাধান: (a) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}} = \sqrt[3]{a^{3\times\frac{1}{3}}} = a^{\frac{1}{3}}$ [একটা কিউব রুট এবং কিউব কেটে গেলেও আরেকটা থাকে]

১৫. $\sqrt[4]{x^3} = 2$ হলে x^3 এর মান কত? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

a. 16 b. 32 c. 64 d. 81 Ans: a

সমাধান: $\sqrt[4]{x^3} = 2$ বা, $\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^4 = 2^4 \therefore x^3 = 16$

১৬. $\sqrt{x^{-1}.y}\ \sqrt{y^{-1}.z}\ \sqrt{z^{-1}.x}$ এর মান কত ? *[৯ম-১০ম শ্রেনী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)]*

a. 35 b. 1 c. -1 d. 100 Ans: b

সমাধান: $\sqrt{x^{-1}.y}\ \sqrt{y^{-1}.z}\ \sqrt{z^{-1}.x} = \sqrt{\frac{1}{x}.y}\ \sqrt{\frac{1}{y}.z}\ \sqrt{\frac{1}{z}.x} = \sqrt{\frac{y}{x}}\ \sqrt{\frac{z}{y}}\ \sqrt{\frac{x}{z}} = \sqrt{\frac{y}{x}.\frac{z}{y}.\frac{x}{z}} = \sqrt{1} = 1$

১৭. $x,y,z > 0$ হলে, $\sqrt{x^{-2}y^2}\ .\ \sqrt{y^{-2}z^2}\ .\ \sqrt{z^{-2}x^2}$ *[স্বাস্থ মন্ত্রণালয় (উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১৬]*

a. 0 b. 1 c. xyz d. y Ans: b

সমাধান: $\sqrt{x^{-2}y^2}\ .\ \sqrt{y^{-2}z^2}\ .\ \sqrt{z^{-2}x^2} = \sqrt{\frac{y^2}{x^2}}\ .\ \sqrt{\frac{z^2}{y^2}}\ .\ \sqrt{\frac{x^2}{z^2}} = \frac{y}{x}.\frac{z}{y}.\frac{x}{z} = 1$

১৮. $\frac{3^x}{3^{x-1}}$ এর মান কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]*

a. 1 b. 2 c. 0 d. 3 Ans: d

সমাধান: $\frac{3^x}{3^{x-1}} = 3^{x-x+1} = 3^1 = 3$

অনেক বেশি প্রাকটিসের জন্য ডেকোরেশনকে নয় বরং সব নিয়মের প্রশ্ন প্রাকটিসকে গুরুত্ব দিন।

১৯. $\sqrt[3]{125} \times 8 = ?$ *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*

a. 20 b. $10\sqrt{2}$ c. 40 d. $10\sqrt{5}$ Ans: c

সমাধান: $\sqrt[3]{125} \times 8 = \sqrt[3]{5^3} \times 8 = 5^{3\times\frac{1}{3}} \times 8 = 5\times 8 = 40$

২০. $\left(\sqrt{3}\times\sqrt{5}\right)^4$ এর মান কত? *(২৬তম বিসিএস) +[একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপারঃ) নিয়োগ-২০১৮]*

a. 30 b. 60 c. 225 d. 230 Ans: c

সমাধান: $(\sqrt{3}\times\sqrt{5})^4 = (\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{5})^4 = \{(\sqrt{3})^2\}^2 \times \{(\sqrt{5})^2\}^2 = 3^2\times 5^2 = 9\times 25 = 225$

অথবা আরো সহজে: $(\sqrt{3}\times\sqrt{5})^4 = (\sqrt{15})^4 = 15^2 =$ **225** **Ans: 225**

Learning point: পাওয়ার একই হলে সম্পূর্ণটার উপর Whole power দেয়া যায়। যেমন:
$\sqrt{2}\times\sqrt{3} = \sqrt{6}$, $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{15}$ (ব্যাখ্যা: $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{3} = 5^{\frac{1}{3}}\times 3^{\frac{1}{3}} = (15)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{15}$ (এরকম সব প্রশ্নেই)

২১. $(\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{4})^6 =$ কত? *[৩৩তম বিসিএস]* [Hints: $(\sqrt[3]{3}\times\sqrt[3]{4})^6 = 3^2\times 4^2 = 9\times 16 = 144$]

a. 27 b. 121 c. 144 d. 140 Ans: c

২২. $(\sqrt{2})^8 \times (\sqrt[3]{2})^9 =$ কত? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২১]*

a. 128 b. 225 c. 256 d. 264 Ans: a

সমাধান: $(\sqrt{2})^8 \times (\sqrt[3]{2})^9 = 2^{8\times\frac{1}{2}} \times 2^{9\times\frac{1}{3}} = 2^4\times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 = 128$

২৩. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = ?$ *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*

a. 1 b. $\sqrt{2}-1$ c. $1-\sqrt{2}$ d. $\sqrt{2}$ Ans: b

সমাধান: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}$ [লব ও হরকে $(\sqrt{6}-\sqrt{3})$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{18}-\sqrt{3}.\sqrt{3}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{9\times 2}-3}{6-3} = \frac{3\sqrt{2}-3}{3} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3} = \sqrt{2}-1$

পদ্ধতি-০২: সূচকের মান নির্ণয়

২৪. $2^x+2^x+2^x+2^x$ এর মান কত?

a. 2^{x+3} b. 2^x c. 4 d. 2^{x+2} Ans: d

সমাধান:

ধরুন, $a^2+a^2+a^2 = ?$ উত্তর: $3a^2$ (কোন একজাতীয় রাশি যোগ করার সময় যতটি রাশি তত লিখে ঐ রাশিটি লিখতে হয়।)

হুবহু এই নিয়মেই উপরের অংকটি করা যায়। যেমন:

$2^x+2^x+2^x+2^x$ (এখানে সবগুলো রাশি একই তাই যোগ করতে হবে, আবার এখানে 4 টি 2^x আছে)

$= 4.2^x$ (মনে রাখবেন 4x এর অর্থ হলো 4 এর সাথে x গুণ, এখান গুণ চিহ্ন না থাকলেও বুঝতে হবে গুণ অবস্থায় আছে)

$= 2^2.2^x$ (দুটো সংখ্যারই ভিত্তি মেলানোর জন্য 4 কে 2^2 লিখা হয়েছে)

$= 2^{2+x}$ (ভিত্তি একই হওয়ায় 2 কমন নেয়া হয়েছে এবং গুণ অবস্থায় থাকার কারণে পাওয়ার গুলো যোগ করা হয়েছে)

$= 2^{x+2}$ Ans: 2^{x+2} (মনে রাখবেন যে কোন বীজগণিতের অংকে অক্ষর এবং সংখ্যা এক সাথে আসলে অক্ষর প্রথমে বসে, তার পর সংখ্যা, যেমন: আমরা কখনো লিখি না 1+x বরং আমরা লিখি x+1)

২৫. যদি $2^x+2^x+2^x+2^x = 2^n$ হয়, তবে n এর প্রেক্ষিতে x এর মান কত? [Hints: $4.2^x = 2^n$ or $2^{2+x} = 2^n$]

a. n-2 b. n+2 c. n+4 d. 2^{x+2} Ans: a

২৬. $3^x+3^x+3^x =$ কত? *[BKB - (SO)-2017] & [RAKUB (Cashier)-2017]*

a. 9^x b. 3^{x+1} c. 9^{3x} d. x^3 Ans: b

সমাধান: $3^x+3^x+3^x = 3.3^x = 3^{x+1}$

২৭. $9^x+9^x+9^x =$ কত ? *[এনএসআই (ফিল্ড অফিসার): ২০২১]*

a. 2^{3x+1} b. 3^{x+1} c. 3^{2x+1} d. 3^{2x-1} Ans: c

সমাধান: $3.9^x = 3.(3^2)^x = 3.3^{2x} = 3^{2x+1}$

২৮. $2^{30}+2^{30}+2^{30}+2^{30}=$? *[BANK Asia (PO) -2014]*

a. 8^{120} b. 8^{30} c. 2^{32} d. 2^{30} Ans: c

সমাধান : $2^{30}+2^{30}+2^{30}+2^{30} = 4.2^{30} = 2^2.2^{30} = 2^{30+2} = 2^{32}$

নিজে করুন:

২৯. $4^x+4^x+4^x+4^x$ এর মান কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]*

a. 4^x b. 4^{x+1} c. 4^{x+4} d. 4^{x+16} Ans: b

৩০. $3^{10}+3^{10}+3^{10}=$? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

a. 3^{30} b. 3^3 c. 3^{11} d. 9^{10} Ans: c

৩১. $5^x+8.5^x+16.5^x = 1$ হলে, x এর মান কত? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. -3 b. -2 c. -1 d. -1/2 Ans: b

সমাধান: $5^x+8.5^x+16.5^x = 1 \Rightarrow 5^x(1+8+16) = 1 \Rightarrow 5^x = \frac{1}{25} = 5^{-2} \Rightarrow 5^x = 5^{-2} \therefore x = -2$ (Ans:)

৩২. যদি $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$ হয় তবে xyz এর মান কত হবে? *[৩৭তম বিসিএস লিখিত]+ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১]+ [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

a. 2 b. 1 c. -2 d. -1 Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে, $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$

যেহেতু, $c^z = a$ বা, $b^{yz} = a$ [$\because b^y = c$] বা, $a^{xyz} = a$ [$\because a^x = b$] বা, $(a)^{xyz} = a^1$ $\therefore xyz = 1$

নিজে করুন:

৩৩. $p^a = q$, $q^b = r$, $r^c = p$ হলে abc = ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. 0 b. 1 c. a^p d. p^a Ans: b

৩৪. $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}}\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$ এর মান কত?

a. 1 b. 0 c. a d. abc Ans: a

সমাধান: $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}}\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = x^{(a-b)\frac{1}{ab}} \times x^{(b-c)\frac{1}{bc}} \times x^{(c-a)\frac{1}{ca}}$

$= x^{\frac{a-b}{ab}\times\frac{b-c}{bc}\times\frac{c-a}{ca}} = x^{\frac{a-b}{ab}+\frac{b-c}{bc}+\frac{c-a}{ca}} = x^{\frac{ac-bc+ab-ac+bc-ab}{abc}} = x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1$

৩৫. যদি $a+b+c = 0$ এবং $a^3+b^3+c^3 = 3abc$ হয় তাহলে $(x^a)^{a^2-bc}\times(x^b)^{b^2-ca}\times(x^c)^{c^2-ab}$ এর মান কত? *[DPDC-এর(সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট)- ২০২১]*

a. abc b. 0 c. 1 d. $a^2b^2c^2$ Ans: c

সমাধান: $(x^a)^{a^2-bc}\times(x^b)^{b^2-ca}\times(x^c)^{c^2-ab} = x^{a^3-abc}\times x^{b^3-abc}\times x^{c^3-abc} = x^{a^3+b^3+c^3-3abc} = x^{3abc-3abc} = x^0 = 1$

৩৬. $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q}\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r}\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$ = কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. x b. x^{p+q+r} c. $x^{2p+2q+2r}$ d. 1 Ans: d

সমাধান: $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q}\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r}\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p} = \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q}\times\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r}\times\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$

$= \left(x^{p-q}\right)^{p+q}\times\left(x^{q-r}\right)^{q+r}\times\left(x^{r-p}\right)^{r+p}$

$= x^{p^2-q^2}\times x^{q^2-r^2}\times x^{r^2-p^2} = x^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2} = x^0 = 1$

৩৭. $\sqrt[mn]{\frac{x^m}{x^n}}\sqrt[nl]{\frac{x^n}{x^l}}\sqrt[ml]{\frac{x^l}{x^m}}$ = কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. x^p b. x^m c. x^l d. 1 Ans: d

সমাধান: $\sqrt[mn]{\frac{x^m}{x^n}}\sqrt[nl]{\frac{x^n}{x^l}}\sqrt[ml]{\frac{x^l}{x^m}} = \sqrt[mn]{x^{m-n}}\times\sqrt[nl]{x^{n-l}}\times\sqrt[ml]{x^{l-m}} = (x^{m-n})^{\frac{1}{mn}}\times(x^{n-l})^{\frac{1}{nl}}\times(x^{l-m})^{\frac{1}{ml}}$

$= x^{\frac{m-n}{mn}}\times x^{\frac{n-l}{nl}}\times x^{\frac{l-m}{ml}} = x^{\frac{m-n}{mn}+\frac{n-l}{nl}+\frac{l-m}{ml}} = x^{\frac{lm-ln+mn-lm+ln-mn}{mnl}} = x^{\frac{0}{mnl}} = x^0 = 1$

৩৮. $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ হলে, x এর মান কত ? *[৯ম-১০ম(উচ্চতর গণিত) (৯.১ এর উদা: ১১ হবহু)]+ [৪০তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{4}{9}$ c. $\frac{9}{4}$ d. $\frac{2}{3}$ Ans: c

সমাধান: এখানে, $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x \Rightarrow x^{x.x^{\frac{1}{2}}} = (x.x^{\frac{1}{2}})^x \Rightarrow x^{x^{1+\frac{1}{2}}} = (x^{1+\frac{1}{2}})^x \Rightarrow x^{x^{\frac{3}{2}}} = x^{\frac{3}{2}x}$

$\Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\times x \Rightarrow x^{\frac{3}{2}}\div x = \frac{3}{2} \Rightarrow x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \therefore x = \frac{9}{4}$

পদ্ধতি-০৩: সূচকের সমাধান

৩৯. $100^x = 10$ হলে x এর মান কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]*

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{3}{2}$ c. $\frac{5}{2}$ d. $\frac{5}{4}$ Ans: a

সমাধান: $100^x = 10 \Rightarrow (10)^{2x} = 10^1 \Rightarrow 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2}$

৪০. If $2^x = \sqrt{1024}$, What is the value of x? *[Microcredit Regulatory Authority (AD)-2021]*

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 Ans: d

সমাধান: $2^x = \sqrt{1024} \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \therefore x = 5$

৪১. $(1000)^{\frac{x}{3}} = 10$ হলে, x এর মান কত? *[RAKUB (Cashier)-2017]*

a. 0 b. 1 c. 3 d. 2 Ans: b

সমাধান: $(1000)^{\frac{x}{3}} = 10$ (যেহেতু ডান পাশে 10 আছে সেহেতু বাম পাশের 1000 কেও 10 ভিত্তি বানাতে হবে)

$\Rightarrow (10^3)^{\frac{x}{3}} = 10 \Rightarrow (10)^{\frac{3x}{3}} = 10$ (একটি ভিত্তির উপর দুটি পাওয়ার থাকলে দুটোই গুণ করতে হয় !)

$\Rightarrow 10^x = 10 \Rightarrow 10^x = 10^1$ (দু পাশেই 10 আছে তাই , দুটি 10 ই বাদ দেয়া যায়) $\therefore x = 1$

৪২. $\sqrt[3]{8x^2\sqrt{32x\sqrt{4x^2}}} = 4$ হলে, x এর মান কত? *[বাংলাদেশ সড়ক পরিবহন কর্তৃপক্ষ (অফিস সহকারী)-২০১৭]*

a. 2 b. 1 c. 3 d. 4 Ans: b

সমাধান: $\sqrt[3]{8x^2\sqrt{32x\sqrt{4x^2}}} = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{8x^2\sqrt{32x.2x}} = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{8x^2\sqrt{64x^2}} = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{8x^2.8x} = 4$

$\Rightarrow \sqrt[3]{64x^3} = 4 \Rightarrow 4x = 4 \quad \therefore x = 1$

৪৩. $2^{x+1} = 32$ হলে x এর মান কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*

a. 4 b. 3 c. 2 d. 1 Ans: a

সমাধান: $2^{x+1} = 32 \Rightarrow 2^{x+1} = 2^5 \Rightarrow x+1 = 5 \quad \therefore x = 4$

৪৪. $4^{x+1} = 32$ হলে x এর মান কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-১৮] + [আইসিবি-এ্যাসিস্টেন্ট প্রোগ্রামার - ২০১৯]+ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(গণিত অনু: ৪১ এর উদা: ৬ হবহু)] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{3}{2}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$ Ans: b

সমাধান: $4^{x+1} = 32 \Rightarrow 2^{2(x+1)} = 2^5 \Rightarrow 2x+2 = 5 \Rightarrow 2x = 3 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$

৪৫. $4^{x+1} = 32^{x-2}$ হলে x = কত? *[ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]*

a.10 b. -2 c. -4 d. 4 Ans: d

সমাধান: $4^{x+1} = 32^{x-2} \Rightarrow (2^2)^{x+1} = (2^5)^{x-2}$

$\Rightarrow 2^{2x+2} = 2^{5x-10} \Rightarrow 2x+2 = 5x-10 \Rightarrow 5x-2x = 2+10 \Rightarrow 3x = 12 \quad \therefore x = 4$

৪৬. যদি $3^{x+2} = 81$হয়, তবে 3^{x-2} = কত? *(৮ম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২)*

a. 1 b. 3 c. 2 d. 4 Ans: a

সমাধান: $3^{x+2} = 81 \Rightarrow 3^{x+2} = 3^4$ (3×3×3×3 অর্থাৎ 4 টি 3 গুণ করলে 81 হয়)

$\Rightarrow x+2 = 4$ *(ভিত্তি মিলে যাওয়ায় ভিত্তি বাদ)* $\therefore x = 2$ সুতরাং $3^{x-2} = 3^{2-2} = 3^0 = 1$ Ans: 1

৪৭. যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে x = কত? *[৩৬তম বিসিএস]*

a. 0 b. 1 c. -1 d. 4 Ans: a

সমাধান: $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ বা, $(5^2)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ বা, $(5)^{4x+6} = 5^{3x+6}$ বা, $4x+6 = 3x+6 \quad \therefore x = 0$

৪৮. সমাধান করুন: $4^{x+1} = 2^{x-2}$? *(বেসামরিক বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা:০৫)*

a. 1 b. 3 c. 2 d. -4 Ans:d

সমাধান: $4^{x+1} = 2^{x-2}$ বা, $2^{2(x+1)} = 2^{x-2}$ বা $2^{2x+2} = 2^{x-2}$ বা, $2x+2 = x-2 \quad \therefore x = -4$

৪৯. If $(16)^{2x+3} = (4)^{3x+6}$ then x =? *(DBBL (AO)-2009)*

a. 0 b. 3 c. 2 d. 4 Ans: a

সমাধান: $(16)^{2x+3} = (4)^{3x+6}$ বা, $(4^2)^{2x+3} = 4^{3x+6}$ বা, $4^{4x+6} = 4^{3x+6}$ বা, $4x+6 = 3x+6 \quad \therefore x = 0$

৫০. $(2^2)^{x+3} = 256$ হলে x = কত? *[ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫] + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবারক্ষক):২০২১]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. 4 Ans: b

সমাধান: $(2^2)^{x+3} = 256 \Rightarrow (4)^{x+3} = 4^4 \Rightarrow x+3 = 4 \quad \therefore x = 1$ (এখানে 8 না বানিয়ে ২ বানালে সময় বেশি লাগবে)

৫১. If $2^{x-6} = \frac{1}{64}$, value of x? *[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহকারী): ২০২১]*

a. 0 b. 1 c. 2 d. -2 Ans:a

সমাধান: $2^{x-6} = \frac{1}{64} \Rightarrow 2^{x-6} = 2^{-8} \Rightarrow x-6 = -8 \quad \therefore x = -2$

৫২. $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত? *[৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. 3 b. -3 c. 7 d. 9 Ans: b

সমাধান: $125(\sqrt{5})^{2x} = 1 \Rightarrow (\sqrt{5})^6 (\sqrt{5})^{2x} = 1 \Rightarrow (\sqrt{5})^{6+2x} = (\sqrt{5})^0 \Rightarrow 6+2x = 0 \quad \therefore x = -3$

৫৩. যদি $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K$ হয়, তবে K =? *[৩১-তম বিসিএস]*

a. $9\frac{1}{2}$ b. $11\frac{1}{3}$ c. $12\frac{2}{5}$ d. $13\frac{2}{3}$ Ans: d

সমাধান: $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K \Rightarrow (2^6)^{\frac{2}{3}} + (5^4)^{\frac{1}{2}} = 3K$

$\Rightarrow 2^4 + 5^2 = 3K \Rightarrow 16+25 = 3K \Rightarrow 3K = 41 \quad \therefore K = 13\frac{2}{3}$

৫৪. $(16)^{\frac{1}{x}} = (64)^{\frac{1}{y}}$ হলে, $\frac{y}{x}$ এর মান কত?

a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{3}{2}$ Ans: d

সমাধান: $(16)^{\frac{1}{x}} = (64)^{\frac{1}{y}} \Rightarrow (4^2)^{\frac{1}{x}} = (4^3)^{\frac{1}{y}} \Rightarrow 4^{\frac{2}{x}} = 4^{\frac{3}{y}} = \frac{2}{x} = \frac{3}{y} \quad \therefore \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

৫৫. $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$ হয় তবে x = কত? *[৩৩তম বিসিএস]*

a. 8 b. 3 c. 5 d. 4 Ans: d

সমাধান: $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{(x-5)} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-(x-5)}$ [ভগ্নাংশ উল্টে দিলে পাওয়ারের আগে (-) চিহ্ন বসে]

$\Rightarrow x-3 = -x+5$ [ভিত্তি মিলে গেছে তাই ভিত্তি বাদ] বা, $2x = 8 \quad \therefore x = 4$

নিজে করুন:

৫৬. If $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-3}$ *[স্টান্ডার্ড ব্যাংক প্রবেশনারী অফিসার- ২০০৮]*

a. 1 b. 2 c. 5 d. 8 Ans: b

৫৭. $\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ এর মান কত? *[ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]+ [খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]*

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{5}{3}$ c. $\frac{9}{25}$ d. $\frac{25}{9}$ Ans: c

সমাধান: $\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{5^3}{3^3}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{3\times\frac{-2}{3}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

পদ্ধতি-০৪: সূচকের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

৯ম -১০ শ্রেণীর সাধারন গণিত ও উচ্চতর গণিত থেকে সংগ্রহকৃত কিছু প্রশ্নের সাথে সাম্প্রতিক বিভিন্ন পরীক্ষাতে আসা কিছু প্রশ্ন এখানে সমাধান করে দেয়া হলো। প্রতিটা প্রশ্ন প্রথমে নিজে থেকে চেষ্টা করুন এবং পরে সমাধান দেখে উত্তর মেলান।

৫৮. $x^{-3} - 0.001 = 0$ হলে, x^2-এর মান- *[৩৫তম বিসিএস]*

a. 100 b. 10 c. $\frac{1}{10}$ d. $\frac{1}{100}$ Ans: a

সমাধান: $x^{-3} - 0.001 = 0$ বা, $x^{-3} = 0.001$ বা, $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{1000}$ বা, $x^3 = 1000$ (আড়াআড়ি গুণ করে)

বা, $x^3 = 10^3$ (দুপাশে **power** সমান করার জন্য) বা, $x = 10$ **(power** মিলে যাওয়ায় পাওয়ার বাদ)

এই 10 ই উত্তর না, কেননা 10 হল x এর মান। কিন্তু প্রশ্নে x^2এর মান বের করতে বলা হয়েছে।∴ $x=10$ হলে $x^2 = 100$।

নিজে করুন:

৫৯. $x^{-4} - 0.0001 = 0$ হলে, x^2 এর মান কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিঃ (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*

a. 10 b. 100 c. $\frac{1}{100}$ d. $\frac{1}{1000}$ Ans: b

৬০. $3^{x+4} = 3.9^x$ হলে x = কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. 2 b. 3 c. 4 d. 9 Ans: b

সমাধান: $3^{x+4} = 3.9^x \Rightarrow 3^{x+4} = 3.3^{2x} \Rightarrow 3^{x+4} = 3^{2x+1} \Rightarrow x + 4 = 2x + 1 \therefore x = 3$

৬১. $3.2^n - 4.2^{n-2}$ = কত? *(৮ম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২)*

a. 2^n b. 2^{n+1} c. 2^{n-1} d. 2^3 Ans: b

সমাধান: $3.2^n - 4.2^{n-2} = 3.2^n - 2^2.2^{n-2}$

$= 3.2^n - 2^{2+n-2}$ (2 এর ভিত্তি মিলে যাওয়ায় এবং গুণ অবস্থায় থাকায় 2 কমন নিয়ে পাওয়ার যোগ হয়েছে)

$= 3.2^n - 2^n = 2^n(3-1)$ (দু রাশিতেই 2^n আছে তাই 2^n কমন) $= 2^n.2^1 = 2^{n+1}$ **Ans:** 2^{n+1}

৬২. $12.27^x = 2^2.9^{x+4}$ হলে x-এর মান কত? *(কারা তত্ত্বাবধায়ক-১০)*

a. 5 b. 4 c. 6 d. 7 Ans: d

সমাধান:

$12.27^x = 2^2.9^{x+4}$

বা, $4 \times 3 \times (3^3)^x = 4 \times (3^2)^{x+4}$ = (উভয় পাশে মেলানোর জন্য যেভাবে ভাঙ্গানো দরকার, সেভাবে চেষ্টা করুন)

বা, $4 \times 3^{3x+1} = 4 \times 3^{2x+8}$ বা, $3^{3x+1} = 3^{2x+8}$ (উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে)

বা, $3x+1 = 2x+8$ *(দু পাশের ভিত্তি 3 মিলে যাওয়ায় 3 তুলে দেয়া হয়েছে)* বা, $3x-2x = 8-1$ ∴ $x = 7$ **Ans:** 7

৬৩. $3 \times 27^x = 9^{x+4}$ হলে x = কত? *(পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা-১০) + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর উদাহরণ -১)]*

a. 4 b. 8 c. 7 d. 16 Ans: c

সমাধান: $3 \times 27^x = 9^{x+4} \Rightarrow 3 \times 3^{3x} = 3^{2x+8} \Rightarrow 3^{3x+1} = 3^{2x+8} \Rightarrow 3x+1 = 2x+8 \quad \therefore x = 7$

৬৪. $9.2^n - 2.2^{n-1}$ = কত? *[সার্কেল এডজুটেন্ট রাজশাহী মন্ত্রণালয়-২০১০]*

a. 2^n b. 2^{n+1} c. 2^{n-1} d. 2^{n+3} Ans: d

টিপস: মনে রাখবেন সূচকের অংকে মাঝখানে + অথবা - থাকলে এগুলো হচ্ছে সীমানা । এদের দুপাশের রাশির আলাদা আলাদা কাজ করতে হয়, এবং শেষে কমন নিয়ে মান বের করা যায়। কখনো একসাথে করতে গিয়ে গুলিয়ে ফেলবেন না।

সমাধান: $9.2^n - 2.2^{n-1}$ (9 কে 3^2 বানানোর প্রয়োজন নেই,এখানে (-) এর দু পাশে 2^n আছে তাই এটা নিয়ে ভাবুন)

$= 9.2^n - 2^{1+n-1}$

$= 9.2^n - 2^n = 2^n(9-1)$ (উভয় রাশিতে 2^n আছে তাই 2^n কমন নেয়া হলো) $= 2^n.8 = 2^n.2^3 = 2^{n+3}$

৬৫. $36.2^{3x-8} = 3^2$ হলে x এর মান কত? *[৩৩তম বিসিএস]*

a. $\frac{7}{3}$ b. $\frac{8}{3}$ c. 3 d. 2 Ans: d

সমাধান: $36.2^{3x-8} = 3^2 \Rightarrow 36.2^{3x-8} = 9 \Rightarrow 4.2^{3x-8} = 1$ [9 দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে]

$\Rightarrow 2^2.2^{3x-8} = 1 \Rightarrow 2^{3x-8+2} = 1 \Rightarrow 2^{3x-6} = 2^0 \Rightarrow 3x-6 = 0 \quad \therefore x = 2$

৬৬. x এর মান কত হলে, $72.3^{3x-5} = 2^3$ হবে? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (উপ: সহ: প্রকৌশলী - সিভিল)-২০১৭]*

a. $\frac{3}{5}$ b. 2 c. $\frac{5}{3}$ d. 1 Ans: d

সমাধান: $72.3^{3x-5} = 2^3 \Rightarrow 72.3^{3x-5} = 8 \Rightarrow 9.3^{3x-5} = 1 \Rightarrow 3^2.3^{3x-5} = 1 \Rightarrow 3^{2+3x-5} = 1$

$\Rightarrow 3^{3x-3} = 1 \Rightarrow 3^{3x-3} = 3^0 \Rightarrow 3x-3 = 0 \Rightarrow 3x = 3 \quad \therefore x = 1$

৬৭. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ হলে x = কত? *(৩৪তম বিসিএস)+ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত ৫.৩)]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তি: কর্মকর্তা-২০২২]*

a. 2 b. 3 c. $\frac{8}{3}$ d. $\frac{7}{3}$ Ans: d

সমাধান:

$5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ [শুরুতেই দুপাশের পাওয়ার বাদ দিলে কিছুই থাকবে না তাই পাওয়ার বাদ দেয়া যাবে না]

বা, $\frac{5^{3x-7}}{3^{3x-7}} = 1$ [$3^{3x-7} \times 1$ গুণ অবস্থায় ছিল তাই বাম পাশে গিয়ে ভাগ হয়েছে এবং ডানে 1 রয়ে গেছে]

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = 1$ [উপর নিচে পাওয়ার কমন]

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$ [যেহেতু $1 = (\text{যে কোন কিছু})^0$]

বা, $3x - 7 = 0$ বা, $3x = 7 \quad \therefore x = \frac{7}{3}$ **Ans:** $\frac{7}{3}$

বিকল্প সমাধান:

$5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা, $\frac{5^{3x}}{5^7} = \frac{3^{3x}}{3^7} \left[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}\right]$

বা, $\frac{5^{3x}}{3^{3x}} = \frac{5^7}{3^7}$ [আড়াআড়ি পরিবর্তন করে]

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{5}{3}\right)^7 \left[\because \frac{a^n}{a^n} = \left(\frac{a}{a}\right)^n\right]$

বা, $3x = 7$ [$\because a = a^n$ হলে $m = n$]

বা, $x = \frac{7}{3}$ সুতরাং $x = \frac{7}{3}$ **Ans:** $\frac{7}{3}$

৬৮. $5^{4x-2} = 7^{4x-2}$ হলে x = ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. $\frac{1}{2}$ b. 2 c. $-\frac{1}{2}$ d. -2 Ans: a

সমাধান: $5^{4x-2} = 7^{4x-2} \Rightarrow \frac{5^{4x-2}}{7^{4x-2}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{5}{7}\right)^{4x-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^0 \Rightarrow 4x-2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{4} \quad \therefore x = \frac{1}{2}$

৬৯. $3^{x-n} - 5^{x-n} = 0$ হলে, x = কত? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]+ [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*

a. 3 b. 5 c. 0 d. n Ans: d

সমাধান: $3^{x-n}-5^{x-n}=0 \Rightarrow 3^{x-n}=5^{x-n} \Rightarrow \frac{3^{x-n}}{5^{x-n}}=1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x-n}=\left(\frac{3}{5}\right)^{0} \Rightarrow x-n=0 \therefore x=n$

৭০. $4^x+4^{1-x}=4$ হলে, $x=$ কত? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{1}{2}$ d. 1 Ans: c

সমাধান:	বিকল্প সমাধান:
$4^x+4^{1-x}=4 \Rightarrow 4^x+\frac{4}{4^x}=4 \Rightarrow \frac{(4^x)^2+4}{4^x}=4 \Rightarrow (4^x)^2+4=4.4^x \Rightarrow (4^x)^2-4.4^x+4=0$ $\Rightarrow (4^x)^2-2.2.4^x+(2)^2=0 \Rightarrow (4^x-2)^2=0$ $\Rightarrow 4^x=2 \Rightarrow 2^{2x}=2^1 \Rightarrow 2x=1 \therefore x=\frac{1}{2}$	$4^x+4^{1-x}=4$ $\Rightarrow 4^x+\frac{4}{4^x}=4 \Rightarrow \frac{a^2+4}{a}=4$ $[4^x=a$ ধরে $]$ $\Rightarrow a^2+4=4a \Rightarrow a^2-4a+4=0 \Rightarrow a^2-2a-2a+4=0 \Rightarrow (a-2)(a-2)=0$ [বামে দুটি রাশি একই] $\therefore 4^x-2=0$ [a এর মান বসিয়ে] $\Rightarrow 4^x=2 \Rightarrow 2^{2x}=2^1 \Rightarrow 2x=1 \therefore x=\frac{1}{2}$

শর্টকাট: অপশন থেকে মান বসিয়ে $x=1/2$ ধরে বামপক্ষ $4^x+4^{1-x}=4^{1/2}+4^{1-1/2}=4^{1/2}+4^{1/2}=4$ = ডানপক্ষ। অন্যগুলো নিলে এভাবে সমান হবে না। তাই উত্তর: $x=1/2$

৭১. $2^x+2^{1-x}=3$ হলে $x=$ কত? *[৩৬তম বিসিএস লিখিত:]* এবং *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]* *(বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণীর ৪১ অধ্যায়ের ২২ নম্বর প্রশ্ন হুবহু।)+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

a. (1,2) b. (0,2) c. (1,3) d. (0,1) Ans: d

সমাধান:		
$2^x+2^{1-x}=3$ বা, $2^x+\frac{2^1}{2^x}=3$ বা, $p+\frac{2}{p}=3$ $[2^x=p$ ধরে $]$	বা, $\frac{p^2+2}{p}=3$ বা, $p^2+2=3p$ বা, $p^2-3p+2=0$ বা, $p^2-2p-p+2=0$	বা, $(p-2)(p-1)=0$ হয়, $p-2=0$ অথবা, $p-1=0$ বা, $2^x=2$ বা, $2^x=1$ $\therefore x=1$ বা, $2^x=2^0$ $[a^0=1]$ $\therefore x=0$ সুতরাং $x=(0,1)$ **Ans. (0,1)**

শর্টকাট: কয়েক সেকেন্ড সমাধান করার জন্য: $x=0$ হলে, $2^0+2^{1-0}=3 \Rightarrow 1+2=3 \Rightarrow 3=3$ আবার: $x=1$ হলে, $2^1+2^{1-1}=3 \Rightarrow 2+1=3 \Rightarrow 3=3$ = এর দুপাশে 3 মিলে যাওয়ায় এটাই উত্তর

৭২. সমাধান করুন : $5^x+5^{2-x}=26$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর ৯)]*

a. (1, 2) b. (2, 3) c. (1, 3) d. (2, 0) Ans: d

সমাধান:

$5^x+5^{2-x}=26 \Rightarrow 5^x+\frac{5^2}{5^x}=26$ $\Rightarrow a+\frac{5^2}{a}=26$ $[\ 5^x=a$ ধরে $]$ $\Rightarrow a^2+25=26a$ $\Rightarrow a^2-25a-a+25=0$ $\Rightarrow (a-25)(a-1)=0 \Rightarrow (5^x-25)(5^x-1)=0$	এখানে হয়, $5^x-25=0$ অথবা, $5^x-1=0$ $\Rightarrow 5^x=25$ $\Rightarrow 5^x=1$ $\Rightarrow 5^x=5^2$ $\Rightarrow 5^x=5^0$ $\therefore x=2$ $\therefore x=0$ সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $x=2$ অথবা 0 **উত্তর: (2,0)**

৭৩. If $\frac{0.0015\times10^m}{0.03\times10^k}=5\times10^7$, then $m-k=$? *[BKB (SO)-2017]*

a. 9 b. 8 c. 7 d. 6 Ans: a

সমাধান: $\frac{0.0015\times10^m}{0.03\times10^k}=5\times10^7$

or $\frac{10^m}{10^k}=5\times10^7\times\frac{0.03}{0.0015}$ or $\frac{10^m}{10^k}=5\times10^7\times\frac{3\times100}{15} \Rightarrow 10^{m-k}=10^9 \therefore m-k=9$

৭৪. $3^{mx-1}=3a^{mx-2}$ হলে x এর মান কত? *[ডাক অধিদপ্তরের বিভিন্ন ওভারশিয়ার-২০১৮] [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)*

a. $\frac{2}{m}$ b. 2m c. $\frac{m}{2}$ d. 0 Ans: a

সমাধান: $3^{mx-1}=3a^{mx-2}$(এখানে কেউ দুপাশ থেকে 3 বাদ দিলে ভুল হবে। কারণ ডানপাশে 3 এরপর a গুণ অবস্থায় আছে)

$\Rightarrow \frac{3^{mx-1}}{3}=a^{mx-2} \Rightarrow 3^{mx-2}=a^{mx-2} \Rightarrow \frac{3^{mx-2}}{a^{mx-2}}=1 \Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2}=1 \Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2}=\left(\frac{3}{a}\right)^0 \Rightarrow mx-2=0 \therefore x=\frac{2}{m}$

৭৫. $\frac{3^{x+4}-9.3^{x+1}}{3^{x+2}}$ এর মান কত ? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ট্রেশন মাষ্টার)-২০১৮]*

a. 8 b. 7 c. 7 d. 6 Ans: d

সমাধান: $\frac{3^{x+4}-9.3^{x+1}}{3^{x+2}}=\frac{3^x\times3^4-3^2.3^x\times3^1}{3^x\times3^2}=\frac{3^x\times81-3^x\times27}{3^x\times9}=\frac{3^x(81-27)}{3^x\times9}=\frac{54}{9}=6$

৭৬. $a^b=b^a$, $a=2b$, $a\neq0$ $b\neq0$ হলে $(a, b)=$? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]*

a. (2, 4) b. (4, 2) c. (4, 8) d. (8,4) Ans: b

সমাধান:

$a^b=b^a$ এবং $a=2b \Rightarrow (2b)^b=b^{2b}$ $[\because a=2b]$ $\Rightarrow 2^b.b^b=b^{2b}$

$\Rightarrow 2^b=\frac{b^{2b}}{b^b} \Rightarrow 2^b=b^{2b-b} \Rightarrow 2^b=b^b \therefore b=2$ সুতরাং $a=2\times2=4 \therefore (a, b)=(4,2)$

নিজে করুন:

৭৭. সমাধান করুন: $x^y=y^x$; $x=2y$ $(x\neq0, y\neq0)$ *[থানা নির্বাচন অফিসার: ২০০৪]*

a. $(x, y)=(8, 4)$ b. $(x, y)=(6, 3)$ c. $(x, y)=(2, 1)$ d. $(x, y)=(4, 2)$ Ans: d

সমাধান: দেওয়া আছে, $x=2y$ $(x\neq0, y\neq0)$

সুতরাং $x^y=y^x \Rightarrow (2y)^y=y^{2y}$ $[x=2y$ বসিয়ে পাই]

$\Rightarrow 2^y y^y=y^{2y}$ $\Rightarrow 2^y=\frac{y^{2y}}{y^y}$ $\Rightarrow 2^y=y^{2y-y}$ $\Rightarrow 2^y=y^y$ $\therefore y=2$

$\therefore x=2y=2.2=4$ $\therefore (x, y)=(4, 2)$

৭৮. $\frac{5^{n+2}+35\times5^{n-1}}{4.5^n}=$ কত? *[৩৪ তম বিসিএস] + [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১ এর উদাহরণ]*

a. 4 b. 8 c. 12 d. 16 Ans: b

সমাধান: $\frac{5^n\times5^2+7\times5\times5^{n-1}}{4\times5^n}=\frac{5^n\times25+7\times5^{1+n-1}}{4\times5^n}=\frac{5^n(25+7)}{4\times5^n}=\frac{32}{4}=8$

৭৯. $\frac{5.3^n - 27.3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}}$ এর মান-[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

সমাধান: $\frac{5.3^n - 27.3^{n-2}}{3^n - 3^{n-1}} = \frac{5.3^n - 27.3^n.3^{-2}}{3^n - 3^n.3^{-1}} = \frac{3^n\left(5 - \frac{27}{9}\right)}{3^n\left(1 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$ Ans: d

৮০. $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, x^3+6 এর মান কত? [৪১তম বিসিএস প্রিলি:]

a. 4x b. 6x c. 4 d. 8

সমাধান: Ans: b

$x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0 \Rightarrow x = -(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}})$.....(i)

$\Rightarrow x^3 = -\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)^3$ [ঘন করে] $\Rightarrow x^3 = -\left[\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3 + 3.2^{\frac{1}{3}}.2^{\frac{2}{3}}\left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\right]$

$\Rightarrow x^3 = -\{2 + 4 + 3.2^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}(-x)\}$ [(i) হতে] $\Rightarrow x^3 = -6 + 6x \quad \therefore x^3 + 6 = 6x$ উত্তর: 6x

৮১. যদি $a = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^3 - 6a^2 + 6a - 2 = 0$ [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১ উদা: ১৬]

সমাধান: দেওয়া আছে, $a = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$

$\therefore a - 2 = 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$

বা, $(a-2)^3 = \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 2^2 + 2 + 3.\ 2^{\frac{2}{3}}.2^{\frac{1}{3}}\left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right) = 6 + 6(a-2)$ $\left[\because 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} = a - 2\right]$

বা, $a^3 - 3.a^2.2 + 3.a.2^2 - 2^3 = 6 + 6a - 12$ বা, $a^3 - 6a^2 + 12a - 8 = 6a - 6 \quad \therefore a^3 - 6a^2 + 6a - 2 = 0$

Practice Part

১. $a = 3, m = 2, n = 1$ হলে $(a^m)^n$ এর মান কত? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]

a. 9 b. 12 c. 3 d. 4

২. $a^{-3} = 0.2$ হলে a^{12} = কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী-২০১৮]

a. 125 b. 625 c. 5 d. 6

৩. $2^{x+2} = 16$ হলে, 5^{x-2} এর মান কত?

a. 3 b. 2 c. 1 d. 0

৪. $\frac{\sqrt[3]{7^2} \times \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$ [৯ম-১০ম সাধারণ গণিত (অনু: ৪.১)] + [CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]

a. $\sqrt[3]{7}$ b. 7 c. $7\sqrt{7}$ d. $\sqrt{7}$

৫. যদি $a^x = b^y = c^z$ এবং $b^2 = ac$ হয় তাহলে $\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$ এর মান কত?

a. 2 b. $\frac{2}{y}$ c. $\frac{y}{2}$ d. y

৬. যদি $\sqrt[x]{a} = \sqrt[y]{b} = \sqrt[z]{c}$ এবং $abc = 1$ হয় তাহলে $x + y + z$ এর মান কত?

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

৭. যদি, $a^x = p$, $a^y = q$ এবং $a^2 = (p^y.q^x)^z$ হয় তবে, xyz এর মান কত?

a. 2 b. 5 c. 1 d. 4

৮. $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ এবং $abc = 1$ হলে $x+y+z = ?$

a. 1 b. 2 c. 3 d. 0

৯. যদি $x^a = y^b = z^c$ এবং $xyz = 1$ হয় তবে, $ab + bc + ca$ এর মান নির্ণয় করুন।

a. 0 b. 1 c. 5 d. 3

১০. যদি, $9^x = 27^y$ হয় তবে, $\frac{x}{y}$ এর মান কত?

a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{2}{3}$ c. 3 d. 2

১১. যদি $10^{2y} = 25$ হয় তাহলে 10^{-y} = কত?

a. 0 b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{1}{2}$ d. 2

১২. যদি $x\sqrt{0.09} = 3$, তাহলে $x = ?$ [One Bank - 2010]

a. 0.9 b. 0.03 c. 0.3 d. 10

১৩. $2^{2x+2} = 8^{x+3}$ হলে x = কত?

a. 7 b. -7 c. 5 d. 3

১৪. $\sqrt{5^n} = 125$ হলে $n^2+n-1 = ?$

a. 24 b. 36 c. 41 d. 48

১৫. $16^x = 4^{8x-36}$ হলে $5^x = ?$

a. 5^8 b. 6^8 c. 5^6 d. 5^4

১৬. $2^{2^a} = 16^{2^{2a}}$ হলে a এর মান কত?

a. 2 b. -2 c. 4 d. 1

১৭. $16 \times 4^a = 1$ [রাকাব, (সুপারভাইজার) -১৫]

a. 2 b. -2 c. 4 d. -4

১৮. $\frac{9^x - 4}{3^x - 2} - 2$ এর মান কত? [১৩ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল/পর্যায়-২)-২০১৬]

a. 3^x b. $3^x + 2$ c. $2^x - 2$ d. 2^x

১৯. $\sqrt[3]{3^4\sqrt{3^{-5}\sqrt{3^6}}}$ এর মান কত?
a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

২০. $2^a = 3^b$ এবং $2^{a+2} - 3^{b+1} = 3$ হলে b = কত?
a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

২১. $(64)^{0.2} \times (16)^{0.3} \times (4)^{0.8}$ এর মান কত?
a. 10 b. 12 c. 16 d. 24

২২. সমাধান করুন:- $7^{x-5} + 6 = 7^{x-4}$
a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

২৩. $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = 1$ হলে a - এর মান কত? [১১তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা- ২০১৪]
a. 0 b. 2 c. 1 d. – 1

২৪. $\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$ $(a > 0)$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩) প্রশ্ন-৬]
a. 5 b. 10 c. $\frac{5}{2}$ d. $\frac{2}{5}$

২৫. $\frac{5^{2x}.b^{x-3}}{5^{x+3}} = a^{x-3}$, $(a > 0, b > 0, 5b \neq a)$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩) প্রশ্ন:৭]
a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

২৬. সমাধান করুন : $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)]
a. 4 b. -4 c. 6 d. -6

২৭. $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৯.১)]
a. 8 b. 6 c. 5 d. 2

২৮. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]
a. 0 b. 5 c. 8 d. 12

২৯. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ $(a > 0, a \neq 2)$ [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]
a. 1 b. 3 c. 6 d. 10

৩০. $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ হলে x = কত? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]
a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

উত্তরমালা

১.	a	২.	b	৩.	c	৪.	d	৫.	b	৬.	a	৭.	c	৮.	d
৯.	a	১০.	a	১১.	b	১২.	d	১৩.	b	১৪.	c	১৫.	c	১৬.	b
১৭.	b	১৮.	a	১৯.	c	২০.	a	২১.	c	২২.	d	২৩.	d	২৪.	c
২৫.	d	২৬.	b	২৭.	c	২৮.	b	২৯.	c	৩০.	a				

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: দেওয়া আছে, a=3, m =2, n=1 $\therefore (a^m)^n = (3^2)^1 = 3^2 = 9$

২. সমাধান: $a^{-3} = 0.2 \Rightarrow \frac{1}{a^3} = \frac{2}{10} \Rightarrow a^3 = \frac{10}{2} \Rightarrow (a^3)^4 = (5)^4 \quad \therefore a^{12} = 625$

৩. সমাধান: $2^{x+2} = 16 \Rightarrow x + 2 = 4 \quad \therefore x = 2 \quad \therefore 5^{x-2} = 5^{2-2} = 5^0 = 1$

৪. সমাধান: $\frac{\sqrt[3]{7^2}.\sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7^2)^{\frac{1}{3}}.7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2}{3}}.7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{3}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^1}{7^{\frac{1}{2}}} = 7^{1-\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$ Ans.

৫. সমাধান: $a^x = b^y \Rightarrow a = b^{\frac{y}{x}}$ আবার, $c^z = b^y \Rightarrow c = b^{\frac{y}{z}}$

এখন, $b^2 = ac \Rightarrow b^2 = b^{\frac{y}{x}}.b^{\frac{y}{z}} \Rightarrow b^2 = b^{\frac{y}{x}+\frac{y}{z}} \Rightarrow 2 = \frac{y}{x} + \frac{y}{z} \Rightarrow 2 = y \times \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) \therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{2}{y}$

৬. সমাধান: $\sqrt[x]{a} = \sqrt[y]{b} = \sqrt[z]{c} = k \quad \therefore a = k^x, c = k^z, b = k^y$

এখন, $abc = 1 \Rightarrow k^x.k^y.k^z = 1 \Rightarrow k^{x+y+z} = k^0 \quad \therefore x + y + z = 0$

৭. সমাধান: দেওয়া আছে, $a^x = p$, $a^y = q$ এবং $a^z = (p^y.q^x)^z$

$\Rightarrow a^z = (a^{xy}.a^{yx})^z \quad \Rightarrow a^z = a^{(xy+xy)z} \quad \Rightarrow 2 = 2xyz \quad \therefore xyz = 1$

৮. সমাধান: ধরি, $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k \quad \therefore a = k^x, b = k^y, c = k^z$

আবার, $abc = 1 \Rightarrow k^x.k^y.k^z = k^0 \quad \Rightarrow k^{x+y+z} = k^0 \quad \therefore x+y+z = 0$ **(Ans:)**

৯. সমাধান: $x^a = y^b = z^c = k$ সুতরাং $x = k^{\frac{1}{a}}$, $y = k^{\frac{1}{b}}$, $z = k^{\frac{1}{c}} \therefore xyz = 1$

$\Rightarrow k^{\frac{1}{a}}.k^{\frac{1}{b}}.k^{\frac{1}{c}} = k^0 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow \frac{bc+ca+ab}{abc} = 0 \quad \therefore ab+bc+ca = 0$

১০. সমাধান: $9^x = 27^y \Rightarrow 3^{2x} = 3^{3y} \Rightarrow 2x = 3y \therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$

১১. সমাধান: $10^{2y} = 25 \Rightarrow (10^y)^2 = 25 \Rightarrow (10^y)^2 = (5)^2 \Rightarrow 10^y = 5 \Rightarrow 10^{-y} = 5^{-1} \therefore 10^{-y} = \frac{1}{5}$

১২. সমাধান: $x\sqrt{0.09} = 3 \Rightarrow x \times 0.3 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{.3} \quad \therefore x = 10$

১৩. সমাধান: $2^{2x+2} = 8^{x+3}$ বা, $2^{2x+2} = 2^{3(x+3)}$ বা, $2^{2x+2} = 2^{3x+9}$ বা, $2x + 2 = 3x + 9 \quad \therefore x = -7$

১৪. সমাধান: $\sqrt{5^n} = 125 \Rightarrow (5)^{\frac{n}{2}} = 5^3 \Rightarrow \frac{n}{2} = 3 \quad \therefore n = 6 \quad \therefore n^2+n-1 = 6^2 + 6 - 1 = 36 + 5 = 41$

১৫. সমাধান: $16^x = 4^{8x-36} \Rightarrow 4^{2x} = 4^{8x-36} \Rightarrow 2x = 8x - 36 \Rightarrow 6x = 36 \quad \therefore x = 6 \quad 5^x = 5^6$ **(Ans)**

১৬. সমাধান: $2^{2^a} = 16^{2^{2a}}$

$\Rightarrow (2)^{2^a} = (2^4)^{2^{2a}} \Rightarrow 2^a = 4 \times 2^{2a} \Rightarrow 2^a = 2^2 \times 2^{2a} \Rightarrow 2^a = 2^{2+2a} \Rightarrow a = 2+2a \therefore a = -2$

১৭. সমাধান: $16 \times 4^a = 1$ or $2^4 \times 2^{2a} = 1$ or $2^{4+2a} = 1$ or $2^{4+2a} = 2^0$ or $4+2a = 0$ or $2a = -4$ So $a = -2$

১৮. সমাধান: $\frac{9^x - 4}{3^x - 2} - 2 = \frac{3^{2x} - 2^2}{3^x - 2} - 2 = \frac{(3^x)^2 - 2^2}{3^x - 2} - 2 = \frac{(3^x + 2)(3^x - 2)}{3^x - 2} - 2 = 3^x + 2 - 2 = 3^x$

১৯. সমাধান: $\sqrt[3]{3^4\sqrt{3^{-5}\sqrt{3^6}}} = \sqrt[3]{3^4\sqrt{3^{-5} \times 3^{\frac{6}{2}}}} = \sqrt[3]{3^4\sqrt{3^{-5+3}}} = \sqrt[3]{3^4 . 3^{-\frac{2}{2}}} = \sqrt[3]{3^{4-1}} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$

২০. সমাধান: দেয়া আছে, $2^a = 3^b$ এবং $2^{a+2} - 3^{b+1} = 3$ $\Rightarrow 2^a \times 2^2 - 3^b \times 3^1 = 3$

$\Rightarrow 3^b \times 4 - 3^b \times 3 = 3 \Rightarrow 3^b (4-3) = 3 \Rightarrow 3^b = 3^1 \therefore b = 1$

২১. সমাধান: $(64)^{0.2} \times (16)^{0.3} \times (4)^{0.8} = (4^3)^{0.2} \times (4^2)^{0.3} \times (4)^{0.8} = 4^{0.6} \times 4^{0.6} \times 4^{0.8} = 4^{0.6+0.6+0.8} = 4^2 = 16$

২২. সমাধান: $7^{x-5} + 6 = 7^{x-4} \Rightarrow 7^{x-4} - 7^{x-5} = 6 \Rightarrow 7^x . 7^{-4} - 7^x 7^{-5} = 6 \Rightarrow 7^x (7^{-4} - 7^{-5}) = 6$

$\Rightarrow 7^x \left(\frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^5}\right) = 6 \Rightarrow 7^x \left(\frac{7-1}{7^5}\right) = 6 \Rightarrow 7^x \left(\frac{6}{7^5}\right) = 6 \Rightarrow 7^x \times 6 = 6 \times 7^5 \Rightarrow 7^x = 7^5 \therefore x = 5$

২৩. সমাধান: $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = 1$ বা, $\left(\frac{x}{2}\right)^{a+1} = \left(\frac{x}{2}\right)^0$ বা, $a + 1 = 0$ $\therefore a = -1$

২৪. সমাধান: $\frac{3^{3x-4} . a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$ $(a > 0) \Rightarrow \frac{3^{3x-4}}{3^{x+1}} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$ [সম জাতীয়গুলোকে একপাশে রাখলে হিসেব করা সহজ হবে।]

$\Rightarrow 3^{3x-4-x-1} = 1 \Rightarrow 3^{2x-5} = 1 \Rightarrow 3^{2x-5} = 3^0 \Rightarrow 2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \therefore x = \frac{5}{2}$

২৫. সমাধান: $\frac{5^{2x} . b^{x-3}}{5^{x+3}} = a^{x-3}$, $(a > 0, b > 0, 5b \neq a)$

$\Rightarrow \frac{5^{2x}}{5^{x+3}} \times b^{x-3} = a^{x-3}$

$\Rightarrow 5^{2x-x-3} \times b^{x-3} = a^{x-3}$ [এখানে বাম পাশের b^{x-3} ডান পাশে নিচে আনা যাবে না, তাহলে উপরের শর্ত পূর্ণ হবে না]

$\Rightarrow \frac{5^{x-3} \times b^{x-3}}{a^{x-3}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{5b}{a}\right)^{x-3} = 1 \Rightarrow \left(\frac{5b}{a}\right)^{x-3} = \left(\frac{5b}{a}\right)^0 \Rightarrow x - 3 = 0 \quad \therefore x = 3$

২৬. সমাধান: $3^{x+5} = 3^{x+3} + \frac{8}{3}$ [শেষের ভগ্নাংশটি দেখে টেনশন করার কিছু নেই কারণ সমাধান করতে ধরলে মিলে যাবে।]

$\Rightarrow 3^{x+5} = \frac{3.3^{x+3} + 8}{3} \Rightarrow 3(3^{x+5}) = (3^x . 3^4) + 8$ [আড়াআড়ি গুণ]

$\Rightarrow 3^x . 3^6 - (3^x . 3^4) = 8 \Rightarrow 3^x . 3^4 (3^2 - 1) = 8 \Rightarrow 3^{x+4} . 8 = 8 \Rightarrow 3^{x+4} = 1 \Rightarrow 3^{x+4} = 3^0 \Rightarrow x + 4 = 0 \therefore x = -4$

২৭. সমাধান: $2^{x+3} + 2^{x+1} = 320 \Rightarrow 2^x . 2^3 + 2^x . 2^1 = 320 \Rightarrow 8 . 2^x + 2 . 2^x = 320 \Rightarrow 2^x (8+2) = 320$

$\Rightarrow 2^x . 10 = 320 \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5 \quad \therefore x = 5 \quad \therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x = 5$

২৮. সমাধান: $\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+5} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x+5} \Rightarrow 3^{\frac{x+5}{2}} = 3^{\frac{2x+5}{3}} \Rightarrow \frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3} \Rightarrow 3x + 15 = 4x + 10 \therefore x = 5$

২৯. সমাধান $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ $(a > 0, a \neq 2) \Rightarrow \frac{2^{x-4}}{4} = a^{x-6} \Rightarrow \frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6} \Rightarrow 2^{x-4-2} = a^{x-6}$

$\Rightarrow 2^{x-6} = a^{x-6} \Rightarrow \frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0 \Rightarrow x - 6 = 0 \quad \therefore x = 6$ **Ans: 6**

৩০. সমাধান:

$4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$	বা, $2^{2x} . 2^4 - 2^{2x} . 2 = 14$	বা, $2^{2x} = 1$
বা, $4^{x+2} - 2^{2x+1} = 14$ [x গুলো একপাশে]	বা, $2^{2x} (16 - 2) = 14$	বা, $2^{2x} = 2^0$
বা, $2^{2x+4} - 2^{2x+1} = 14$	বা, $2^{2x} . 14 = 14$	বা, $2x = 0 \quad \therefore x = 0$

Model Test

পূর্ণমান: ১৫ সময়: ১৫মিনিট

১. $(\sqrt{3})^6$ এর মান কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ০১]*

a. 9 b. 18 c. 27 d. 81

২. $x^4 \div x^6 \times x^2$ এর মান কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]*

a. 1 b. x^2 c. x d. $\frac{1}{x}$

৩. $\frac{1}{e^{-x}}$ = নিচের কোনটি?

a. e^x b. $\frac{1}{e^x}$ c. e^{-x} d. $\frac{1}{e^x}$

৪. $8^{\frac{3}{4}} \div 8^{\frac{1}{2}}$ এর মান কত? *[ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]*

a. 4 b. 8 c. $\sqrt[4]{8}$ d. $\sqrt[8]{4}$

৫. $2^n \div 2^{n-1}$ = কত? *[পরিসংখ্যান ব্যুরোর কম্পিউটার কর্মকর্তা - ১৯৯৫]*

a. 2 b. 2^{n+1} c. 2^n d. 2^{n-1}

৬. $\left(\sqrt[3]{2^6}\right)^2$ এর মান কত?

a. 10 b. 16 c. 32 d. 24

৭. $4^n = 64$ হলে n এর মান কত?

a. 5 b. 7 c. 4 d. 3

৮. $\sqrt[4]{x} \times x^{\frac{1}{4}}$ এর এর মান কত?

a. $\sqrt{x}$ b. $\frac{1}{\sqrt{x}}$ c. $x^{\frac{1}{4}}$ d. $x^{\frac{1}{3}}$

৯. $5^x+5^x+5^x+5^x+5^x$ এর মান নিচের কোনটি?
a. 5^{x+3} b. 5^{x+2} c. 5^{x+1} d. 5^x

১০. সমাধান করুন: $2^{x+7}=4^{x+2}$ *[৯ম-১০ম শ্রেনী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর উদাহরণ -১)]*
a. 5 b. 3 c. 6 d. 9

১১. সমাধান করুন: $2^{2x+1}=128$ *[৯ম-১০ম শ্রেনী-(সাধারণ গণিত অনু: ৪.১)]+ [CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]*
a. 3 b. 6 c. 8 d. 10

১২. $3^{x+2}=81$ হলে x=কত? *(উপজেলা সহকারী শিক্ষা অফিসার-১০) + [৯ম-১০ম শ্রেনী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩)]*
a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

১৩. $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-1}=\left(\frac{b}{a}\right)^{x-3}$ হলে x এর মান কত হবে?
a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

১৪. $\sqrt[12]{a^8\sqrt{a^6\sqrt{a^4}}}$
a. 0 b. 1 c. a d. b

১৫. $2^x=\frac{2^4\times8^3\times4^2}{2^{10}}$ হলে x = কত?
a. 3 b. 8 c. 4 d. 7

উত্তরমালা

১.	d	২.	a	৩.	a	৪.	c	৫.	a	৬.	b	৭.	d	৮.	a
৯.	c	১০.	b	১১.	a	১২.	b	১৩.	c	১৪.	c	১৫.	d		

লিখিত অংশ

১. সমাধান করুন : $4^x-3(2^{x+2})+2^5=0$ *[৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]*

সমাধান: দেওয়া আছে,

$4^x-3(2^{x+2})+2^5=0$

$\Rightarrow (2^x)^2-3.2^x.2^2+32=0$

$\Rightarrow (2^x)^2-12.2^x+32=0$ [এখানে 12 দিয়ে 2^x এর 2 কে গুণ কওে 24^x করলে ভুল হবে।]

$\Rightarrow (2^x)^2-8.2^x-4.2^x+32=0$ [উৎপাদকের নিয়মে ভাঙ্গতে হবে ($2^x=a$ এর মত মনে করুন,)]

$\Rightarrow 2^x(2^x-8)-4(2^x-8)=0$

$\Rightarrow (2^x-8)(2^x-4)=0$

$\Rightarrow 2^x-8=0$ অথবা, $2^x-4=0$

$\Rightarrow 2^x=2^3$ বা, $2^x=2^2$

$\therefore x=3$ $\therefore x=2$ $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান x=2 অথবা x = 3 **Ans: (2, 3)**

নিজে করুন:

২. $2^{2x}-3.2^{x+2}=-32$ *[৯ম-১০ম শ্রেনী-(উচ্চতর গণিত অনু: ৫.৩ এর ১২ নম্বর প্রশ্ন হবহু)]* **Ans:** x = (2, 3)

৩. $\left(\sqrt{3}\right)^{x+1}=\left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x-1}$ হলে x এর মান কত? *৩৭তম বিসিএস লিখিত)+ [৯ম-১০ম শ্রেনী ৪.১ এর ২১ নং প্রশ্ন হবহু) +বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*

সমাধান: $(\sqrt{3})^{x+1}=(\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

$\Rightarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+1}=\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x-1} \Rightarrow (3)^{\frac{x+1}{2}}=(3)^{\frac{2x-1}{3}} \Rightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{2x-1}{3} \Rightarrow 4x-2=3x+3 \quad \therefore x=5$

৪. $(x^{a-b})^{a+b}.(x^{b-c})^{b+c}.(x^{c-a})^{c+a}=$ কত? *(৩১তম বিসিএস লিখিত)* **Ans. 1**

সমাধান: $(x^{a-b})^{a+b}.(x^{b-c})^{b+c}.(x^{c-a})^{c+a}=x^{a^2-b^2}\times x^{b^2-c^2}\times x^{c^2-a^2}=x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}=x^0=1$

৫. $\frac{2^{x+4}-4.2^{x+1}}{2^{x+2}\div 2}$ এর মান কত? *[৯ম-১০ম শ্রেনী-(সাধারণ গণিত অনু:৪.১)]*

সমাধান: *(উপরে মাঝখানে (-) আছে তাই (-) এর দু পাশে আলাদা ভাবে কাজ করতে হবে)*

$=\frac{2^{x+4}-4.2^{x+1}}{2^{x+2}\div 2}=\frac{2^x.2^4-2^{2+x+1}}{2^x.2^2\div 2}=\frac{2^x.2^4-2^{3+x}}{2^x.2^{2-1}}=\frac{2^x(2^4-2^3)}{2^x.2}=\frac{16-8}{2}=\frac{8}{2}=4$ **Ans: 4**

৬. $\frac{3.2^n-4.2^{n-2}}{2^n-2^{n-1}}$ এর মান কত?

সমাধান: $\frac{3.2^n-2^2.2^{n-2}}{2^n-\frac{2^n}{2}}=\frac{3.2^n-2^{2+(n-2)}}{2^n\left(1-\frac{1}{2}\right)}=\frac{3.2^n-2^n}{2^n.\frac{1}{2}}=\frac{2^n(3-1)}{2^n.\frac{1}{2}}=2\times 2=4$

৭. $\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}}\div\frac{9^{.m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$ *[১৭তম বিসিএস]*

সমাধান: $\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}}\div\frac{9^{.m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}=\frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}}\div\frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}}=3^{m+1-m^2+m}\div 3^{2m+2-m^2+1}$

$=3^{m+1-m^2+m-(2m+2-m^2+1)}=3^{2m-m^2+1-2m-2+m^2-1}=3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$ **Ans: $\frac{1}{9}$**

Khairuls Basic Math বইয়ের টপিক ভিত্তিক ভিডিও পেতে
আমাদের ফেসবুক পেজ ও Youtube চ্যানেল: Khairul's Math এর সাথে সংযুক্ত থাকুন

লগারিদম

সর্বপ্রথম স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ 'জন নেপিয়ার' **(1550-1617)** লগারিদম আবিষ্কার করেন।

লগারিদম পদ্ধতি দুই ধরনের:

ক) স্বাভাবিক লগারিদম: স্বাভাবিক লগের ভিত্তি থাকে e । যেমন: $\log_e x$ । $\log_e$ কে ln লেখা যায়। $\therefore \log_e x = \ln x$.

খ) সাধারণ লগারিদম: সাধারণ লগের ভিত্তি থাকে 10। যেমন: $\log_{10} x$ ।

যেমন, যদি $a^x = N$ হয় তবে x কে Nএর a ভিত্তিক লগারিদম বা সংক্ষেপে লগ বলা হয়।
লগারিদমের প্রতীক ব্যবহার করে লেখা হয়: $\text{Log}_a N = x$

$a^x = N$, $(a > 0, a \neq 1)$ হলে, $x = \log_a N$ কে N এর a ভিত্তিক লগ বলা হয়, যেখানে $N > 0$

অর্থাৎ ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম আছে। শূন্য, ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই

লগারিদম এর বিভিন্ন শর্ত:

(i) যদি $x > 0, y > 0$ এবং $a \neq 1$ হয় তবে, $x = y$ হবে যদি এবং কেবল যদি $\log_a x = \log_a y$
(ii) যদি $a > 1$ এবং $x > 1$ হয় তবে $\log_a x > 0$
(iii) যদি $0 < a < 1$ এবং $0 < x < 1$ হয় তবে $\log_a x > 0$
(iv) যদি $a > 1$ এবং $0 < x < 1$ হয় তবে $\log_a x < 0$

Note: সূচক এবং লগারিদম অধ্যায় দুটি বিসিএস সহ যে কোন পরীক্ষার জন্য অনেক বেশি গুরুত্বপূর্ণ। এই অধ্যায় দুটির প্রশ্ন গুলো সমাধানের টেকনিক খুব বেশি নাই। বরং সূত্রগুলো ভালোভাবে বুঝে প্রশ্ন অনুসারে সমাধান করতে হবে। এক্ষেত্রে প্রচুর নতুন নতুন অংক প্রাকটিস করা জরুরী। ঠিক এই কাজটি করার জন্য আমরা সবথেকে বেশি ম্যাথ সংযোজন করেছি। এক্ষেত্রে বইয়ের পরিধি যেনো বেশি বড় হয়ে না যায় তাই সমাধানগুলো পাশাপাশি দেয়া হয়েছে। আশা করি মোটের উপর সবার উপকারই হবে।

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত সূত্রাবলী

অনেক পরীক্ষায় শুধু সূত্রগুলো থেকেও অনেক প্রশ্ন হয়ে থাকে। সূত্র বুঝলে অংক সহজ তাই গুরুত্ব দিন।

ক্রম	সূত্র	ব্যাখ্যা	উদাহরণ
০১.	$\log a + \log b + \log c = \log(abc)$	log কমন নেয়ার সময় যোগ থাকলে গুণ	$\log 1 + \log 2 + \log 3 = \log(1\times2\times3)$
০২.	$\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$	log কমন নেয়ার সময়, বিয়োগ থাকলে ভাগ হয়, এবং প্রথমটি উপরে বসে	$\log 5 - \log 3 = \log\frac{5}{3}$
০৩.	$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$	গুণ থাকলে যোগ করতে হয়	$\log_6^{(7\times8)} = \log_6^7 + \log_6^8$
০৪.	$\log_a\frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$	ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়	$\log_6\frac{8}{7} = \log_6 8 - \log_6 7$
০৫.	$\log_a M^n = n\log_a M$	ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি ও ভিত্তি এর উপর পাওয়ার থাকলে পাওয়ারটি শুরুতে বসে	$\log_x 10^5 = 5\log_x 10$
০৬.	$\log_a 1 = 0$	যে কোন ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি 1 হলে তার উত্তর 0 হয়	$\log_{10} 1 = 0$

০৭.	$\log_a a = 1$	ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলে গেলে তার মান সবসময় 1 হয়।	$\log_{10} 10 = 1$
০৮.	$\log_a a^n = n$	কখনো log এর ভিত্তিমূল ও ভিত্তি যদি সমান হয় তাহলে ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি উভয়ে উঠে যায় এবং ভিত্তির উপর যে পাওয়ার থাকে তাই উত্তরে লিখতে হয়	$\log_x x^4 = 4$
০৯.	$\log_a y = x$ হলে $a^x = y$	কোন পাওয়ার = কোন মান দেয়া থাকলে log তুলে দিয়ে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বদল করে অর্থাৎ পাওয়ার জায়গায় মানটি এবং মান এর জায়গায় পাওয়ার যায় অর্থাৎ $\log_a x = b$ হলে $a^b = x$ লিখা যায়। ভালোভাবে আরেকটি দেখুন: $\log_x 4 = 2$ হলে $x^2 = 4$	$\log_5 y = 3$ হলে $y = 5^3 = 125$
১০.	$a^{\log_a b} = b$ (৪৩বিসিএস)	যে কোন ভিত্তির Power এ 'লগ' থাকলে log এর বেস মিলে গেলে ভিত্তি সহ log উঠে যায়।	$2^{\log_2 4} = 4$; $4^{\log_4 6} = 6$
১১.	$\log_a b^{a^y} = \frac{y}{b}$	বেস a এবং লগ একই হলে নিচের a এর পাওয়ার ভগ্নাংশের নিচে,অন্য a এর পাওয়ার উপরে বসে $\frac{y}{b}$ হয়	$\log_a 3^{a^2} = \frac{2}{3}\log_a a = \frac{2}{3}$
১২	$\log_b x^{a^y} = \frac{y}{x}\log_b^a$	বেস a এবং লগ একই না হয়ে ভিন্ন হলে ভগ্নাংশ মানের সাথে log থেকে যাবে।	$\log_{(3^5)}^{(2^3)} = \frac{3}{5}\log_3 2$
১৩	$\log_a^b = \frac{\log b}{\log a} = \frac{1}{\log_b^a}$	বেস পরিবর্তনের সূত্র	$\log_5^6 = \frac{\log 6}{\log 5} = \frac{1}{\log_6^5}$

পদ্ধতি-০১: Log- সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা

1. কোন শর্তে $\log_a 1 = 0$ *[৪০তম বিসিএস প্রিলি[৯ম -১০ম শ্রেণীর উচ্চতর গণিত- লগারিদম অধ্যায়ের শুরুর আলোচনা]*

a. $a > 0, a \neq 1$ b. $a \neq 0, a > 1$ c. $a > 0, a = 1$ d. $a \neq 1, a < 0$ **Ans:** a

সমাধান:

$\log_a 1 = 0$ হবে যখন $a > 0, a \neq 1$. অর্থাৎ a এর মান 1 বাদে 0 এর থেকে বড় যে কোন সংখ্যা হতে পারে।

2. কোন শর্তে $\log_a a = 1$ হবে? *[১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭।তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি অধিদপ্তরের (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]*

a. $a > 0$ b. $a \neq 1$ c. $a > 0, a \neq 1$ d. $a \neq 0, a > 2$ **Ans:** c

সমাধান:

যদি নিধান $(a \neq 1)$ ও সংখ্যা উভয়ই ধনাত্মক ও সমান হয়, তবে সংখ্যাটির লগারিদমের মান 1 হবে; অর্থাৎ $\log_a^a = 1$

3. $a^x = y$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? *[১০ম ও ১৪তম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন -২০১৭]*

a. $y = \log_x a$ b. $x = \log_a y$ c. $a = \log_x y$ d. $x = \log_y a$ **Ans:** b

সমাধান:

$a^x = y \Rightarrow \log_a a^x = \log_a y$ [$\log_a$দিয়ে গুণ করে] $\Rightarrow x\log_a a = \log_a y \Rightarrow x\times1 = \log_a y \ \therefore x = \log_a y$

4. একটি সংখ্যাকে $a\times10^n$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি? *[৯ম-১০ম জন: ৪.৩ এর প্রশ্ন ৫]*

a. $1 < a < 10$ b. $1 \leq a \leq 10$ c. $1 \leq a < 10$ d. $1 < a \leq 10$ **Ans:**

Ln সংক্রান্ত সমস্যা:

5. Inx এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক পরীক্ষা-২০১৯]*

a. $x \geq 0$ b. $x > 0$ c. $x < 0$ d. $x \leq 0$

সমাধান: Inx এর ক্ষেত্রে $x \leq 0$ হলে x এর বাস্তব মান পাওয়া যায় না। আবার, Inx এর মান ঋণাত্মক হয় না। সুতরাং অপশনগুলোর মধ্যে সঠিক উত্তর হবে $x > 0$ । Ans: b

6. $\log_e{}^1 = x$ হলে x এর মান কত?

সমাধান: $\log_e{}^1 = x \Rightarrow \ln 1 = x \quad \therefore x = 0 \quad [\because \ln 1 = 0]$

7. $\ln(e^{12}) = x$ হলে x = ?

সমাধান: $\ln(e^{12}) = x \Rightarrow 12 \ln e = x \Rightarrow 12 \times 1 = x \quad \therefore x = 12 \quad [\because \ln e = 1]$

8. $\frac{Inx}{x-1}$ এর মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে নিচের কোন শর্তটি প্রযোজ্য? *[১৬ তম প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা; (মূল/ সমপর্যায়)-২০১৯]*

a. $x > 0$ এবং $x \neq 1$ b. $x \geq 0$ এবং $x \neq 1$ c. $x > 0$ অথবা $x \neq 1$ d. $x \geq 0$ অথবা $x \neq 1$ Ans: a

সমাধান: Inx -এর শর্ত হলো $x > 0$ [x এর মান শূন্য থেকে বড় হবে অর্থাৎ ঋণাত্মক হবে না] আবার যে কোন ভগ্নাংশের হর যেহেতু শূণ্য হতে পারে না। এজন্য দুটি শর্তই পূরণ করতে হবে।

পদ্ধতি-০২: Log- এর যোগ-বিয়োগ-গুণ-ভাগ

9. Log3 + log4 =?

a. log2 b. log4 c. log6 d. log12 Ans: d

সমাধান: $\text{Log3} + \text{log4} = \text{Log}(3\times4) = \text{log12}$

10. 3log2 + log5 =?

a. log20 b. log40 c. log60 d. log12 Ans: b

সমাধান: $\text{Log}2^3 + \text{log5} = \text{Log8} + \text{log5} = \text{Log}(8\times5) = \text{log40}$

11. $\log_a 2 + \log_a 4 + \log_a 8 = ?$ *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-১৬]*

a. $\log_a 12$ b. $\log_a 1$ c. $\log_a 64$ d. $\log_a 32$ Ans: c

সমাধান: $\log_a 2 + \log_a 4 + \log_a 8 = \log_a(2\times4\times8) = \log_a 64$

12. $\log_a 7 + \log_a \sqrt{7} + \log_a \sqrt{7} = ?$ *[পোস্ট মাস্টার-২০১০]*

a. $\log_a 10$ b. $\log_a 40$ c. $\log_a 49$ d. $\log_a 35$ Ans: c

সমাধান: $\log_a 7 + \log_a \sqrt{7} + \log_a \sqrt{7} = \log_a(7\times \sqrt{7} \times \sqrt{7}) = \log_a 49$

13. $\log_2 64 + \log_2 8$ এর মান কত? *[জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৬]*

a. 128 b. 7 c. 9 d. 2 Ans: c

সমাধান: $\log_2 64 + \log_2 8 = \log_2 2^6 + \log_2 2^3 = 6\log_2 2 + 3\log_2 2 = 6 + 3 = \mathbf{9}$

14. 4log3 – log9 = কত? *[খাদ্য অধিদপ্তর (উচ্চমান সহ:)-২০২১]*

a. log9 b. log2 c. log3 d. log4 Ans: a

সমাধান: $4\log3 - \log9 = 4\log3 - \log3^2 = 4\log3 - 2\log3 = 2\log3 = \log3^2 = \mathbf{log9}$

15. 5log3- log9 = কত? *[১২ তম শিক্ষক নিবন্ধন-২০১৫]*

a. log8 b. log27 c. log5 d. $\log_{10}$ Ans: b

সমাধান: $5\log3 - \log9 = 5\log3 - \log3^2 = 5\log3 - 2\log3 = 3\log3 = \log3^3 = \mathbf{log27}$

16. $5\log_5 5 - \log_5 25$ = কত?

a. 7 b. -7 c. 5 d. 3 [Hints: $5 - 2 = 3$] Ans: d

Learning point: Log এর অংকগুলো কষার সময়, সব সময় চেষ্টা করবেন কিভাবে ভিত্তিমূল ও ভিত্তিকে সমান করা যায়, কেননা ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলে গেলে দুটোই বাদ দেয়া যাবে, তখন তার পাওয়ারটিই হবে উত্তর।

17. $\frac{\log 36}{\log 6} = ?$ *[Agrani Bank – (Cash)-2017] & [BB-(officer)-2018]*

a. 5 b. 8 c. 3 d. 2 Ans: d

সমাধান: $\frac{\log36}{\log6} = \frac{\log6^2}{\log6} = \frac{2\log6}{\log6} = 2$ [সরাসরি কাটলে 6 আসবে যেটা ভুল। কারণ আগে সূত্রে ফেলতে হবে।]

পদ্ধতি-০৩: Log- এর মান নির্ণয়

18. $\text{Log}_3 9$ = কত?

a. 2 b. -7 c. 5 d. 3 Ans: a

সমাধান:

$\text{Log}_3 9$

$= \text{Log}_3 3^2$

$= 2\,\text{Log}_3 3$ (পাওয়ার শুরুতে চলে যায়) $= 2\times1 = 2$ (Log এর ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি মিলে গেলে তার মান 1 হয়)

মুখে মুখে: ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলিয়ে দেয়ার পর যা পাওয়ার থাকবে তা - ই উত্তর।

19. $\text{Log}_2 8$ = কত ? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: c

সমাধান $\text{Log}_2 8 = \text{Log}_2 2^3 = 3\times \text{Log}_2 2 = 3\times1 = 3$ [যেহেতু $\text{Log}_a a = 1$]

20. $\log_2 16$-এর মান কত? [Hints: $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$]

a. 5 b. 3 c. 4 d. $\frac{1}{4}$ Ans: c

21. $\text{Log}_3 81$ = কত? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]*

a. 6 b. 4 c. 5 d. 3 Ans: b

সমাধান: $\text{Log}_3 81 = \text{Log}_3 3^4 = 4\text{Log}_3 3 = 4$

22. $\log_{\frac{1}{2}} 32$ এর মান কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবারক্ষক):২০২১]+ [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: (ওয়ারলেস অপারেটর)-২০২১]*

a. $\frac{1}{25}$ b. -5 c. $\frac{1}{5}$ d. $-\frac{1}{5}$ Ans: b

সমাধান $\log_{\frac{1}{2}} 32 = \log_{\frac{1}{2}} 2^5 = \log_{2^{-1}} 2^5 = -5\times\log_2{}^2 = -5\times1 = \mathbf{-5}$

বিকল্প সমাধান: $\log_{\frac{1}{2}} 32 = x \Rightarrow 2^x = \frac{1}{32} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2^5} \Rightarrow 2^x = 2^{-5} \quad \therefore \mathbf{x = -5}$

23. $\log_{3^{\frac{1}{9}}}$ এর মান- *[৩৫তম বিসিএস]* [Hints: $\log_{3^{\frac{1}{9}}} = \log_{3^{\frac{1}{3^2}}} = \log_3 3^{-2} = -2$]

a. 2 b. –2 c. 3 d. –3 Ans: b

24. $\log_{2^{\frac{1}{4}}}$ = কত ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

a. 2 b. – 2 c. $\frac{1}{2}$ d. $-\frac{1}{2}$ Ans: b

25. $\log_2 \frac{1}{8}$ এর মান কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

a. -3 b. $\frac{1}{2}$ c. 2 d. 3 Ans: a

26. 32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত? *(১৩তম বিসিএস)*

a. 7 b. -7 c. 5 d. 3 Ans: c

সমাধান:

$\text{Log}_2 32$ (32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত বলতে বোঝায় Log এর 2 ভিত্তির উপর 32 বসালে তার মান কত হবে)

$= \text{Log}_2 2^5 = 5$ **Ans:** 5

27. 64 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত? *(কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক পরীক্ষা-০৭)*

a. 7 b. 6 c. 5 d.3 Ans: b

28. $\text{Log}_5 \sqrt[3]{5}$ = কত?

a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{5}{3}$ Ans: a

সমাধান: নিচের 5 কে ঠিক রেখে উপরের $\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

29. $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত? *[৯ম-১০ম শ্রেনী ৪.২ এর উদাহারণ ৭ এর (ক)] +[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপা:)-২০২১]*

a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{2}{3}$ c. 1 d. 5 Ans: a

সমাধান: $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ $= \log_5 (5\sqrt{5}) = \log_5 5^1.5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{1+\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\log_5 5 = \frac{3}{2}$

30. $25\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত?*[১৪তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল পর্যায়)-২০১৭]*

a. $\frac{5}{2}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{125}{2}$ d. $\frac{25}{2}$ Ans: a

31. $\log_{2.5} 6.25$ = কত? *[বাংলাদেশ বেতার (সহ-সম্পাদক)-২০১৯]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: b

সমাধান: $\log_{2.5} 6.25 = \log_{2.5} (2.5)^2 = 2\log_{2.5} 2.5 = 2\times 1 = \mathbf{2}$

32. $\log_5 125 + \log_2 8$ = কত? *[নন-ক্যাডার পরীক্ষা- সহকারী প্রোগ্রামার-২০১৭]*

a. 2 b. 8 c. 4 d. 6 Ans: d

সমাধান: $\log_5 125 + \log_2 8 = \log_5 5^3 + \log_2 2^3 = 3\log_5 5 + 3\log_2 2 = (3\times 1)+(3\times 1) = 3+3 = \mathbf{6}$

33. $\text{Log}_4 2$ = কত?

a. -3 b. $\frac{1}{2}$ c. 2 d. 3 Ans: b

সমাধান $\text{Log}_4 2 = \log_4 \sqrt{4} = \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\times \log_4 4 = = \frac{1}{2}\times 1 = \mathbf{\frac{1}{2}}$

Note: এখানে নিচের ভিত্তিমূলকে পরিবর্তন করা যাবে না। তাই উপরের ভিত্তি ২ কে ভিত্তিমূলের সাথে মেলানোর জন্য যা করা দরকার তাই করতে হবে। আমার জানি $\sqrt{4} = 2$ সুতরাং আমরা ২ কে ৪ বানানোর জন্য লিখতে পারি $2 = \sqrt{4}$

বিকল্প সমাধান : শুরুর ১১ নম্বর সূত্রানুসারে, $\log_4 2 = \log_{2^2} 2^1 = \frac{1}{2}$ [নিচের পাওয়ার নিচে উপরের পাওয়ার উপরে]

34. $\text{Log}_8 2$ = কত? *[প্রাথমিক সহ: শিক্ষক(৪র্থ ধাপ)-২০১৯]*

a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{1}{3}$ Ans: d

35. $\log_{\sqrt{2}} 16$ = কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*

a. 9 b. 8 c. 6 d. 4 Ans: b

সমাধান: $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\sqrt{2}} 2^4 = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^8 = 8$ বিকল্প সমাধান: $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\frac{1}{2^2}} 2^4 = \frac{4}{1/2} = 8$

36. $\log_{\sqrt{3}} 81$ এর মান কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]*

a. 8 b. 6 c. 5 d. 4 Ans: a

37. $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2$ = কত? *[৪১ তম বিসিএস ফিলি]*

a. -2 b. -1 c. 1 d. 2 Ans: d

সমাধান: $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 = \log_2 \log_{\sqrt{e}} (\sqrt{e})^4 = \log_2 4.1 = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2\log_2 2 = \mathbf{2}$

38. $\log_{\sqrt{a}} b \times \log_{\sqrt{b}} c \times \log_{\sqrt{c}} a = ?$ *[উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ৬ (গ)]*

সমাধান: $\log_{\frac{1}{a^2}} b \times \log_{\frac{1}{b^2}} c \times \log_{\frac{1}{c^2}} a = 2\times\log_a b \times 2\log_b c \times 2\log_c a = 8\times\log_a b \times \log_b a = 8\times 1 = \mathbf{8}$

39. $\log_b 3^a \times \log_c 3^b \times \log_a 3^c = ?$

a. $\frac{1}{9}$ b. $\frac{1}{7}$ c. $\frac{1}{27}$ d. $\frac{1}{2}$ Ans: c

সমাধান: $\log_b 3^a \times \log_c 3^b \times \log_a 3^c = \frac{1}{3}\log_b a \times \frac{1}{3}\log_c b \times \frac{1}{3}\log_a c = \frac{1}{27}\times \log_b a \times \log_a b = \frac{1}{27}\times 1 = \mathbf{\frac{1}{27}}$

40. $\text{Log}_6 \sqrt{6}$ = কত?

সমাধান: এখানে ভিত্তিমূল 6 এর উপরে 6 এবং $\sqrt{6}$ সংখ্যা দুটি গুণ অবস্থায় আছে। তাই

$\text{Log}_6 \sqrt{6} = \text{Log}_6 6\times 6^{\frac{1}{2}}$ *(এখানে নিচের ভিত্তিমূলের কোন কাজ করা যাবে না। শুধু উপরের অংশ নিয়ে কাজ করতে হবে)*

$= \text{Log}_6 6^{1+\frac{1}{2}}$ *(এখানে 6 এবং 6 দুটি ভিত্তি মিলে যাওয়ায় এবং সংখ্যা দুটি গুণ অবস্থায় থাকায় পাওয়ার যোগ)*

$= \text{Log}_6 6^{\frac{2+1}{2}} = \text{Log}_6 6^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ *(ভিত্তি ও ভিত্তিমুল মিলে যাওয়ায় শুধু পাওয়ার রেখে সব বাদ দেয়া হয়েছে।)*

41. $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$ কত? *(নন-ক্যাডার(মেইনটেন্যান্স ইঞ্জি)-২০১৭ + বিভিন্ন অধিদপ্তরের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]*

a. log5 b. 1 c. $\log 2^2$ d. 3log2 Ans: b

সমাধান: $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} = \log_2 \left(\sqrt{6\times \frac{2}{3}}\right) = \log_2 \sqrt{2\times 2} = \log_2 2 = 1$

42. $\log_k\left(\frac{a^n}{b^n}\right)+\log_k\left(\frac{b^n}{c^n}\right)+\log_k\left(\frac{c^n}{a^n}\right)=$? *[উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ৬ (ক)]*

Solution: $=\log_k\left(\frac{a^n}{b^n}\times\frac{b^n}{c^n}\times\frac{c^n}{a^n}\right)=\log_k 1=0 \quad [\because \log_{10}1=0]$

43. $\log_a\log_a\log_a(a^{a^{a^b}})$ = ? *[উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ৬ (ঘ)]*

Solution: $\log_a\log_a\log_a\left(a^{a^{a^b}}\right)=\log_a\log_a\log_a(a)^{a^{a^b}}=\log_a\log_a(a^{a^b})\log_a a$

$=\log_a\log_a(a)^{a^b}\times 1 \ [\because \log_a a=1]$

$=\log_a(a^b)\log_a a=\log_a(a^b).1=b\log_a a=b.1=b$

44. $7^{\log_7 9}$ = ? *[৯ম-১০ম- উচ্চতর গণিত অনু: ৯.২ এর উদা:১৯]*

a. 2 b. 8 c. 10 d. 9

সমাধান: $7^{\log_7 9}=9$ *[যেহেতু $a^{\log_a b}=b$ সরাসরি সূত্র]* Ans: d

45. $2^{\log_2 3+\log_2 5}$ এর মান কত? *[৪৩-তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. 2 b. 8 c. 15 d. 10

সমাধান: $2^{\log_2 3+\log_2 5}=2^{\log_2(3\times5)}=2^{\log_2 15}=15$ *[$a^{\log_a b}=b$ সূত্র প্রয়োগে]* Ans: c

পদ্ধতি-০৪: Log- এর সমাধান

46. $\log_x 9=2$ হলে x এর মান কত? *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার): ২০২১]*

a. $3\sqrt{3}$ b. 3 c. $\sqrt{3}$ d. 2 Ans: b

47. $\log_x 25=2$ হলে x এর মান কত? *৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.২ এর ২ এর খ)+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহ:)-২০২১]*

a. 1 b. $2\sqrt{2}$ c. 5 d. 4

Solution: $\log_x 25=2$ বা, $x^2=25 \ \therefore x=5$ Ans: c

48. $\text{Log}_{10}x=2$ হলে x = কত?

a. 70 b. 81 c. 64 d.100 Ans: d

[Hints: $10^2=x$ *(ভিত্তিমূলের উপর পাওয়ার = একটি মান দেয়া থাকলে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বিনিময় করে ও Log উঠে যায়)* $\therefore x=100$

49. $\log_{10}x=-2$ হলে x এর মান কত হবে? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

a. 0.01 b. 0.001 c. 0.02 d. 0.002 উত্তর: ক

50. $\log_{10}(0.001)$= কত? *[রেলওয়ে উপ-সহকারী -২০১৩]+ [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]*

(ক) -2 (খ) -3 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$ Ans:খ

সমাধান: ধরি, $\text{Log}_{10}(.001)=x$ বা, $10^x=.001$ বা, $10^x=10^{-3}$ $\therefore x=-3$

[এভাবে x ধরে করা যায় আবার দশমিক থেকে ভগ্নাংশ বানিয়ে উপরের নিয়মেও করা যায়। উত্তর একই আসবে।]

51. $\log_{10}x=-3$ হলে x = ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. 0.1 খ. 0.01 গ. 0.001 ঘ. 0.0001 উত্তর: গ

52. $\log_x\frac{1}{9}=-2$ হলে, x-এর মান কত? *(বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১১) + [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*

a. 3 b. 2 c. $\frac{1}{3}$ d. $-\frac{1}{3}$ Ans. a

সমাধান: $\log x^{\frac{1}{9}}=2 \Rightarrow x^{-2}=\frac{1}{9} \Rightarrow x^{-2}=\frac{1}{3^2} \Rightarrow x^{-2}=3^{-2} \quad \therefore x=3$

53. What is the value of x in the equation $\log_x\frac{1}{81}=4$ *[BEPZA (AD)-2021]*

a. 2 b. $\frac{1}{2}$ c. 3 d. $\frac{1}{3}$ Ans: d

54. $\text{Log}_x(\frac{1}{8})=-2$ হলে x = কত? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি]+ (বোর্ড বই ৯ম-১০ম শ্রেণীর ৪.২ অধ্যায় ২ নং এর গ সদৃশ।)*

a. 2 b. $\sqrt{2}$ c. $2\sqrt{2}$ d. 4 Ans. c

সমাধান: $\text{Log}_x(\frac{1}{8})=-2 \Rightarrow x^{-2}=\frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{x^2}=\frac{1}{8} \Rightarrow x^2=8 \Rightarrow x=\sqrt{4\times2} \ \therefore x=2\sqrt{2}$

55. $\log_x\frac{1}{16}=-2$ হলে x এর মান কত? *[১২তম বেসরকারি স্কুল নিবন্ধন পরীক্ষা- ১৫] +(৯ম-১০ম শ্রেণী , অনু: ৪.২ এর ২. গ)*

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 Ans. c

Solution: $\log_x\frac{1}{16}=-2 \Rightarrow x^{-2}=\frac{1}{16} \Rightarrow x^{-2}=4^{-2} \ \therefore x=4$

56. যদি $\log_x 2^{\frac{9}{16}}=-\frac{1}{2}$ হয়, তাহলে ভিত্তির মান কত? *[Combined 5 banks (off:-2018]*

a. $\frac{16}{9}$ b. $\frac{9}{16}$ c. $\frac{256}{81}$ d. $\frac{81}{256}$ Ans. c

সমাধান: $\log_x 2^{\frac{9}{16}}=-\frac{1}{2}$

$\therefore (x^2)^{-\frac{1}{2}}=\frac{9}{16} \Rightarrow x^{-1}=\frac{9}{16} \Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{9}{16} \Rightarrow 9x=16 \quad \therefore x=\frac{16}{9}$

কিন্তু প্রশ্নে বেস $\log_{x^2}$ এর মান বের করতে বলায় $x^2=(\frac{16}{9})^2 \quad \therefore \text{base}(x^2)=\frac{256}{81}$

57. $\frac{1}{5}\log_x^{(2187\sqrt{3})}=1$ হলে x এর মান কত? *[১৫তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন-স্কুল/সমপর্যায় -২০১৯]*

a. $3\sqrt{3}$ b. 3 c. $\sqrt{3}$ d. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Ans. a

সমাধান: $\frac{1}{5}\log_x(2187\sqrt{3})=1$

$\Rightarrow \log_x(2187\sqrt{3})=5 \Rightarrow x^5=2187\sqrt{3} \Rightarrow x^5=(3\sqrt{3})^5 \ \therefore x=3\sqrt{3}$

58. $\log_x 324 = 4$ হলে, x এর মান কত? *(অর্থ মন্ত্রণালয়ের পরিদপ্তরের সহ:পরিচালক-২০১০)+ [BEPZA (AD)-2021]*

সমাধান: $\log_x 324 = 4$ বা, $x^4 = 324$ বা, $x^4 = 81\times4$ বা, $x^4 = 3^4 \times \left(\sqrt{2}\right)^4$ বা, $x^4 = \left(3\sqrt{2}\right)^4$ $\therefore x = 3\sqrt{2}$

59. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে x এর মান কত? *(৮ম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২) + [৩৭তম বিসিএস লিখিত]*

a. 7 b. 4 c. 5 d. 3 Ans:b

সমাধান: $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$

বা, $(2\sqrt{5})^x = 400$ (পাওয়ার এবং মান কে ছানান্তরিত করে)

বা, $(2\sqrt{5})^x = 16\times25$ (৪০০ কে ভাঙ্গানোর সময় এমন সংখ্যা দিয়ে ভাঙ্গতে হবে যেন বর্গ সংখ্যা হয়)

বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^4\times5^2$ বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^4\times(\sqrt{5})^4$ বা, $(2\sqrt{5})^x = (2\sqrt{5})^4$ $\therefore x = 4$

60. $\log_{2\sqrt{5}} 20$ এর মান কত? *[ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০১৬]*

a. 400 b. 10 c. 4 d. 2 Ans:d

61. $\log_{10000}{}^x = -\frac{1}{4}$ হলে, x এর মান কত?

a. $\frac{1}{10}$ b. $\frac{1}{100}$ c. $\frac{1}{1000}$ d. $\frac{1}{10000}$ Ans. a

সমাধান: $\log_{10000}{}^x = -\frac{1}{4}$ $\Rightarrow x = (10000)^{-\frac{1}{4}}$ $\Rightarrow x = 10^{4\times\left(-\frac{1}{4}\right)}$ $\Rightarrow x = 10^{-1}$ $\therefore x = \frac{1}{10}$

62. $\log_x\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x - এর মান কত? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. $\frac{4}{9}$ b. $\frac{9}{4}$ c. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ d. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ Ans. a

Solution: $\log_x\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$ (পাওয়ার এ মাইনাস থাকলে তা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয়)

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\therefore x = \frac{4}{9}$

63. $\log_x\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x - এর মান কত? *[স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে সহ: প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১৭]*

a. $\frac{25}{4}$ b. $\sqrt{\frac{5}{2}}$ c. $\sqrt{\frac{2}{5}}$ d. $\frac{4}{25}$ Ans. d

64. $\log_x\sqrt{\frac{1}{27}} = -\frac{3}{2}$ হলে x এর মান কত?

Solution: $\log_x\sqrt{\frac{1}{27}} = -\frac{3}{2}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{27}} = x^{\frac{-3}{2}}$ $\Rightarrow \sqrt{27^{-1}} = x^{\frac{-3}{2}}$ $\Rightarrow \sqrt{\{(3)^3\}^{-1}} = x^{\frac{-3}{2}}$ $\Rightarrow 3^{\frac{-3}{2}} = x^{\frac{-3}{2}}$

$\therefore x = 3$

পদ্ধতি-০৫: Log- এর বেস পরিবর্তন

65. $\log_a{}^b \times \log_b{}^a =$ কত?

a. ab b. a+b c. 1 d. 2 Ans. c

সমাধান: $\log_a{}^b \times \log_b{}^a = \log_a{}^b \times \frac{1}{\log_a{}^b} = 1$ [বেস পরিবর্তনের সূত্র]

66. $\log_a b \times \log_b a = ?$ *[PSC সহকারী পরিচালক-০৩]*

a. 4 b. 3 c. 1 d. 2 Ans. c

Solution: $\log_a b \times \log_b a = \frac{1}{\log_b a} \times \log_b a = 1$

67. $\log_m n = ?$ *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক-০৫]*

a. $\frac{2}{\log_n m}$ b. $\frac{1}{\log_m n}$ c. $\frac{3}{\log_n m}$ d. $\frac{1}{\log_n m}$ Ans. d

Solution: ভিত্তি পরিবর্তনের সূত্র: $\log_m n = \frac{1}{\log_n m}$

68. $\log_7 2 = ?$ *[সংসদ সচিবালয়ের সহকারী পরিচালক-০৬]*

a. log49 b. $\frac{1}{\log_7 2}$ c. $\frac{1}{\log_2 7}$ d. $\frac{1}{\log_2 -7}$ Ans. c

সমাধান: ভিত্তি পরিবর্তনের সূত্রানুসারে : $\log_7 2 = \frac{1}{\log_2 7}$

69. $\frac{1}{\log_a{}^{abc}} + \frac{1}{\log_b{}^{abc}} + \frac{1}{\log_c{}^{abc}} = ?$ *[উচ্চতর গণিত-৯.২ এর উদা-২৭]*

Solution: $\frac{1}{\log_a{}^{(abc)}} + \frac{1}{\log_b{}^{abc}} + \frac{1}{\log_c abc} = \frac{1}{\frac{1}{\log_{abc}{}^a}} + \frac{1}{\frac{1}{\log_{abc}{}^b}} + \frac{1}{\frac{1}{\log_{abc}{}^c}}$

$= \log_{abc}{}^a + \log_{abc}{}^b + \log_{abc}{}^c = \log_{abc}{}^{(abc)} = 1$ $[\because \log_{10}{}^a + \log_{10}{}^b = \log_{10}{}^{ab}]$

70. $\log_b a^2 . \log_c b^2 . \log_a c^2$ এর মান কত? *[উপজেলা/থানা শিক্ষা অফিসার-২০১০]*

a. 1 b. 2 c. 6 d. 8 Ans. d

সমাধান: $\log_b a^2 . \log_c b^2 . \log_a c^2 = 2\times\log_b{}^a \times 2\times\log_c{}^b \times 2\times\log_a{}^c = 8\times\frac{\log a}{\log b}\times\frac{\log b}{\log c}\times\frac{\log c}{\log a} = 8\times1 = \mathbf{8}$

পদ্ধতি-০৬: Log- এর বিবিধ

71. যদি $\log_n{}^2 = a$ এবং $\log_n{}^5 = b$ হয়, তাহলে $\log_n{}^{50} = ?$ *[বেপজা (সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২০]*

a. a+b b. $a+b^2$ c. ab^2 d. a+2b Ans. d

সমাধান: $\log_n 50 = \log_n(2\times5^2) = \log_n 2 + \log_n 5^2 = \log_n 2 + 2\log_n 5 = a + 2b$ [মান বসিয়ে]

72. $\log_a x = 1$, $\log_a y = 2$ হলে, $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a\left(\frac{x^3y^2}{z}\right)$ এর মান কত? *[৩৫-তম বিসিএস]*

a. 1 b. 2 c. 4 d. 5 Ans:c

✍সমাধান: $\log_a x = n$ হলে $x = a^n$,

$\log_a x = 1$ বা, $a^1 = x$ $\therefore x = a^1 = a$

$\log_a y = 2$ বা, $a^2 = y$ $\therefore y = a^2$

$\log_a z = 3$ বা, $a^3 = z$ $\therefore z = a^3$

এখন, $\log_a\left(\frac{x^3y^2}{z}\right) = \log_a\left(\frac{x^3y^2}{z}\right) = \log_a a^4 = 4\log_a a = 4 \times 1 = 4$ Ans:4

73. **$\log_5(x^2+x) - \log_5(x+1) = 3$ find the value of x.** *[Microcredit Regulatory Authority (AD)-2021]*

✍সমাধান: $\log_5(x^2+x) - \log_5(x+1) = 3 \Rightarrow \log_5\frac{x^2+x}{x+1} = 3 \Rightarrow \frac{x(x+1)}{x+1} = 5^3$ $\therefore x = 125$

74. **$\log(x+3) = \log x + \log 3$ হলে, x এর মান কত?**

a. $\frac{2}{3}$ b. $2\frac{3}{2}$ c. $\frac{3}{2}$ d. 2 Ans:c

✍সমাধান: $\log(x+3) = \log x + \log 3 \Rightarrow \log(x+3) = \log(x\times3) \Rightarrow x+3 = 3x \Rightarrow 2x = 3$ $\therefore x = \frac{3}{2}$

75. **$\log_5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5...}}} \propto = x = ?$**

a. 3 b. $\sqrt{5}$ c. 1 d. $\sqrt{3}$ Ans:c

✍সমাধান: ধরি, $\log_5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5...}}} \propto = x$ $\therefore \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5...}}} \propto = 5^x \Rightarrow 5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5...}}} \propto = (5^x)^2$

$\Rightarrow 5^{1+x} = 5^{2x} \Rightarrow 1 + x = 2x \therefore x = 1$ So, $\log_5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5...}}} \propto = 1$

Turning point: এ ধরণের প্রশ্নের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ পয়েন্ট হলো, $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5...}}} \propto$ অর্থ অসীম সংখ্যক $\sqrt{5}$ তাই একবার একটা $\sqrt{5}$ কমে গেলেও পরে আবার যতটা খুশি নেয়া যায়। এজন্য বার বার $\sqrt{5}$ কমন নিলেও কমবে না।

76. **$\log a + \log a^2 + \log a^3 +$ ---------- ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি কত?** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের সহ: সাইফার কর্মকর্তা-২০১৭]*

a. 28 log a b. 56 log a c. 7 log a d. 8 log a Ans: a

✍**Solution:**

ধারাটির প্রথম ৭টি পদ = $\log a^1 + \log a^2 + \log a^3$---------- $\log a^7$

$= 1.\log a + 2\log a + 3\log a +$ ---------$7\log a$

$= \log 11^1 + \log 11^2 + \log 11^3 +$ -------- $+\log 11^{10}$

$= 1\log 11 + 2\log 11 + 3\log 11 +$ ------- $10\log 11$

$= \log a(1+2+3+\text{------}7) = \log a\frac{7\times(7+1)}{2} = \log a\frac{7\times8}{2} = \log a\times28 = \mathbf{28\log a}$

77. **$\log 2 + \log 4 + \log 8 +$ ..... ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি কত?** *[২৫তম বিসিএস]*

a. 45 log11 b. 55 log 2 c. 36 log 11 d. 66 log 11 Ans: b

[Hints: হুবহু উপরের নিয়মে এভাবে শুরু, $\text{Log}2^1+\log 2^2+\log 2^3+\ldots\ldots \log 2^{10} = \log 2(1+2+3+\text{----}10)$**]**

Practice Part

1. 400 এর লগ 4 হলে লগের ভিত্তি কত ? *[৯ম-১০ম অনু: ৪.২ এর উদা: ৭+জন প্রশাসন মন্ত্রঃ অধীনে: পিএসসির সহ: পরি:-২০১৬]*
2. সমাধান করুন: $\log_a\sqrt{2} = \frac{1}{6}$ *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর সহ: পরিচালক-২০১৩]*
3. $\log_{\sqrt{2}}^{16\sqrt{2}}$ এর মান কত?
4. $\log_5(\sqrt[3]{5}.\sqrt{5})$ *[৯ম-১০ম শ্রেনী ৪.২ এর ১ এর ঙ]*
5. $\log_2\frac{1}{64}$ এর মান কত? *[ত্রয়োদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৬]*
6. $\log_{\sqrt{x}}^{\sqrt{x^3-2x+4}} = 3$ হলে x এর মান কত?

$\Rightarrow x^3 - 2x + 4 = x^3$ $\Rightarrow -2x + 4 = -4$ $\therefore x = 2$

7. $\log_{x^2}^{25} = 1$ হলে x এর মান কত?
8. $\log_2 x^2 = 4$ হলে x এর মান কত?
9. $\log_{18}^{\frac{n}{3}} = -\frac{1}{2}$ হলে n এর মান কত ?
10. $\log_2(\log_3^{x}) = 3$ হলে x এর মান কত ?
11. $\log_b^{(x-3)} = \log_5^{\sqrt{x+3}}$ হলে x = ?
12. $\log x + \log(10x) = 3$ হলে x = ?
13. $\log_5\frac{y}{\sqrt{y}} = \frac{2}{\log_5^{y}}$ হলে y = ?
14. $\log_3 \times \log_2 \times \log_3 x = 0$ হলে, x =?
15. $\text{Log}_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3}$ হলে, x এর মান কত? *[৯ম-১০ম শ্রেনী (উচ্চতর গণিত- অনু: ৯.২ এর উদাহরণ: ২৩(ক)]*
16. $\log_{10}[98+\sqrt{x^2-12x+36}] = 2$ *[উচ্চতর গণিত-৯.২ এর ২৩(খ)]*
17. $\log 11 + \log 121 + \log 1331 +$ ---------- ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত? *[নির্বাচন কমিশন সচি: কর্ম: ২০০৬]*
18. $_5^{\log}10^x + _x^{\log}10^5 = 50$ হলে x এর মান কত?
19. যদি $\log(x-2) = \log x - \log 2$ হলে x = ?

বিস্তারিত সমাধান

1. ✍**Solution:** ধরি, ভিত্তি a,

প্রশ্নমতে, $\log_a 400 = 4$ $\therefore a^4 = 400$ বা, $a^4 = (20)^2 = \{(2\sqrt{5})^2\}^2 = (2\sqrt{5})^4$ $\therefore a = 2\sqrt{5}$

2. ✍**Solution:** $\log_a\sqrt{2} = \frac{1}{6}$ বা, $a^{\frac{1}{6}} = \sqrt{2}$, বা, $a^{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$ বা, $a^{\frac{1}{3}} = 2$ বা, $a = 2^3$ $\therefore a = 8$ **Ans:** 8

3. ✍**Solution:** $\log_{\sqrt{2}}{}^{16\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}}{}^{2^4\times\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}}{}^{(\sqrt{2})^8\times\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}}{}^{(\sqrt{2})^9} = 9$

4. ✍**Solution:** $\log_5 5^{\frac{1}{3}}.5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6}\log_5 5 = \frac{5}{6}$

5. ✍সমাধান: $\log_{2^{\frac{1}{64}}} = \log_{2^{2^{-6}}} = \log_{2^{2^{-6}}} = -6\times\log_2{}^2 = -6\times1 = -6$

6. ✍**Solution:** $\log_{\sqrt{x}}{}^{\sqrt{x^3-2x+4}} = 3 \Rightarrow \sqrt{x^3-2x+4} = (\sqrt{x})^3 \Rightarrow \sqrt{x^3-2x+4} = \sqrt{x^3}$

7. ✍**Solution:** $\log_{x^2}{}^{25} = 1 \Rightarrow 25 = (x^2)^1 \Rightarrow 25 = x^2 \quad \therefore x = 5$

8. ✍**Solution:** $\log_2 x^2 = 4 \Rightarrow 2^4 = x^2 \Rightarrow x^2 = 16 \quad \therefore x = 4$

9. ✍**Solution:** $\log_{18}{}^{\frac{n}{3}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n}{3} = (18)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{\sqrt{18}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{\sqrt{9\times2}} \Rightarrow \frac{n}{3} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \quad \therefore n = \frac{1}{\sqrt{2}}$

10. ✍**Solution:** $\log_2(\log_3{}^x) = 3 \Rightarrow \log_3{}^x = 2^3 \Rightarrow \log_3{}^x = 8 \quad \therefore x = 3^8$

11. ✍**Solution:** $\log_5{}^{(x-3)} = \log_5{}^{(\sqrt{x+3})} \Rightarrow (x-3) = \sqrt{x+3} \Rightarrow (x-3)^2 = (x+3)$
$\Rightarrow x^2-6x+9 = x+3 \Rightarrow x^2-7x+6 = 0 \Rightarrow x^2-6x-x+6=0 \Rightarrow (x-6)(x-1) = 0$
$\therefore x = 6$ or, $x = 1$কিন্তু $x=1$ গ্রহণযোগ্য নয় কারণ তখন $x-3 = 1-3 = -2$ঋণাত্মক হয়ে যাবে। $\therefore x = 6$

12. ✍**Solution:** $\log x + \log(10x) = 3 \Rightarrow \log 10x^2 = 3 \Rightarrow 10x^2 = 10^3$ [log এর বেস 10 ধরে]
$\Rightarrow 10x^2 = 1000 \Rightarrow x^2 = 100 \quad \therefore x = 10$

13. **Solution:** $\log_5 \frac{y}{\sqrt{y}} = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow \log_5 \sqrt{y} = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_5 y = \frac{2}{\log_5 y} \Rightarrow (\log_5 y)^2 = 4 \therefore \log_5 y = \pm 2$

$\therefore$ মানটি (+) হলে, $\log_5 y = 2 \Rightarrow y = 5^2 = 25$

এবং মানটি (-) হলে, $\log_5 y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \quad \therefore y = 25 \text{ or } \frac{1}{25}$

14. ✍সমাধান: $\log_3 \times \log_2 \times \log_3 x = 0$
$\Rightarrow \log_3[\log_2(\log_3 x)] = 0$ [একটা একটা করে log বাদ দেয়ার জন্য সূত্রে ফেলতে হবে]
$\therefore \log_2(\log_3 x) = 3^0 \Rightarrow \log_2(\log_3 x) = 1 \therefore \log_3 x = 2^1 \Rightarrow \log_3 x = 2 \quad \therefore x = 3^2 = 9$

15. ✍সমাধান:

$\text{Log}_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{8}} x = \frac{10}{3} \Rightarrow x = (\sqrt{8})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2^{3\times\frac{1}{2}})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2)^{\frac{3}{2}\times\frac{10}{3}} \Rightarrow x = 2^5 \therefore x = 32$

16. ✍সমাধান: যেহেতু $\log_{10}[98+\sqrt{x^2-12x+36}] = 2$
$\therefore 98 + \sqrt{x^2-12x+36} = 10^2 = 100$
$\Rightarrow \sqrt{x^2-12x+36} = 2 \Rightarrow x^2-12x+36 = 4 \Rightarrow (x-4)(x-8) = 0 \quad \therefore x = 4$ বা $x = 8$

17. ✍**Solution:** $\log 11 + \log 121 + \log 1331 +$ ---------10 টি পদ
$= \log 11^1 + \log 11^2 + \log 11^3 +$ -------- $+\log 11^{10}$
$= 1\log 11 + 2\log 11 + 3\log 11 +$ ------- $10\log 11$
$= (1+2+3+$------$10)\log 11 = \frac{10(10+1)}{2}\log 11 = 55\log 11$ **(Ans:)**

18. ✍**Solution:** ${}_5{}^{\log}10^x + {}_x{}^{\log}10^5 = 50 \Rightarrow {}_5{}^{\log}10^x + {}_5{}^{\log}10^x = 50$ $[\because {}_b{}^{\log}b^a = {}_a{}^{\log}a^b]$
$\Rightarrow 2\times{}_5{}^{\log}10^x = 50 \Rightarrow {}_5{}^{\log}10^x = 25 \Rightarrow {}_5{}^{\log}10^x = 5^2 \Rightarrow \log_{10}{}^x = 2 \Rightarrow x = 10^2 \therefore x = 100$

19. সমাধান: $\log(x-2) = \log x - \log 2 \Rightarrow \log(x-2) = \log\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow x-2 = \frac{x}{2} \Rightarrow x-\frac{x}{2} = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \therefore x = 4$

Model Test

পূর্ণমান: ১৫ সময়: ১৫ মিনিট

1. $\log_3 \frac{1}{27}$ কত? *[ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]*
a. 2 b. -2 c. 3 d. -3

2. $\log_{10} x = 3$ হলে x-এর মান কত? *(উপজেলা পল.উন্নয়ন কর্মকর্তা-১২)*
a. 1000 b.1002 c.1004 d.10000

3. $\log_x \frac{3}{4} = -2$ হলে x এর মান কত?
a. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ c. $\sqrt{3}$ d. 0

4. $\text{Log}_2 8 + \log_3 27$ এর মান কত?
a.4 b.2 c.3 d.6

5. $\text{Log}_x 625 = 4$ হলে x= কত?
a.6 b.5 c. 8 d.11

6. $\text{Log}_5 x = 3$ হলে x= কত?
a.125 b.225 c. 375 d.120

7. যদি $\log(x+2) = \log x + \log 2$ হলে x = ?
a. 3 b. 4 c. 2 d. 5

8. $\text{Log}_{27} 3$ = কত?
a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{1}{3}$

9. $\log_x \frac{1}{25} = -2$ হলে, x-এর মান কত? *(বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১১)*
a.3 b. 2 c.5 d.4

10. $x^{-\frac{1}{2}}$ = কত?
a. $\frac{1}{\sqrt{x}}$ b $\frac{1}{2}$ c. $-x$ d. $\sqrt{x}$

11. $\log_{12}\sqrt{12}$
a.3 b.4 c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$

12. $3\sqrt{3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ কত?

a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{3}{2}$ c. 1 d. 5

13. $\log_{10}(7x-5)=2$ হলে, x এর মান কত?

a. 5 b. 8 c. 10 d. 15

14. $\log_{\sqrt{2}}x=a$ হলে, $\log_{2\sqrt{2}}x$ এর মান কত হবে?

a. a b. $\frac{a}{3}$ c. $\frac{a}{2}$ d. $\frac{x}{3}$

15. $\log_{\sqrt{6}}216$

a. 8 b. 6 c. 10 d. 16

উত্তরমালা

1	d	2	a	3	b	4	d	5	b	6	a	7	c	8	d
9	c	10	a	11	c	12	b	13	d	14	b	15	b		

লিখিত অংশ

1. $p=xy^{a-1}, q=xy^{b-1}$, এবং $r=xy^{c-1}$ হলে, প্রমাণ করুন ঃ $\log p^{b-c}+\log q^{c-a}+\log r^{a-b}=0$ *[৪০তম বিসিএস লিখিত]*

✍সমাধান:

দেওয়া আছে, $p=xy^{a-1}, q=xy^{b-1}$, এবং $r=xy^{c-1}$

বামপক্ষ $=\log p^{b-c}+\log q^{c-a}+\log r^{a-b}$

$=\log(xy^{a-1})^{b-c}+\log(xy^{b-1})^{c-a}+\log(xy^{c-1})^{a-b}$

$=\log(x^{b-c}.y^{ab-ca-b+c})+\log(x^{c-a}.y^{bc-ab-c+a})+\log(x^{a-b}.y^{ca-bc-a+b})$

$=\log(x^{b-c}.y^{ab-ca-b+c}.x^{c-a}.y^{bc-ab-c+a}.x^{a-b}.y^{ca-bc-a+b})$

$=\log(x^{b-c}.x^{c-a}.x^{a-b}.y^{ab-ca-b+c}.y^{bc-ab-c+a}.y^{ca-bc-a+b})$

$=\log(x^0.y^0)=\log(1.1)=\log(1)=0=$ ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

2. যদি $\frac{\log a}{q-r}=\frac{\log b}{r-p}=\frac{\log c}{p-q}$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে, $a^{q+r}b^{r+p}c^{p+q}=1$ *[৩৫তম বিসিএস(লিখিত)]*

✍সমাধান:

ধরি, $\frac{\log a}{q-r}=\frac{\log b}{r-p}=\frac{\log c}{p-q}=k$

এখন, $\frac{\log a}{q-r}=k \quad \therefore \log a=k(q-r)$

বা, $(q+r)\log a=k(q-r)(q+r)$ *[উভয় পক্ষে (q+r) গুণ করে।]*

বা, $\log a^{q+r}=k(q^2-r^2) \quad \therefore \log a^{q+r}=kq^2-kr^2$

অনুরূপ ভাবে $\log a^{r+p}=kr^2-kp^2$ এবং $\log c^{p+q}=kp^2-kq^2$

এখন, $\log a^{q+r}+\log b^{r+p}+\log c^{p+q}=kq^2-kr^2+kr^2-kp^2+kp^2-kq^2$

$\Rightarrow \log(a^{q+r}.b^{r+p}.c^{p+q})=0$

$\Rightarrow \log(a^{q+r}.b^{r+p}.c^{p+q})=\log 1 \quad [\because \log 1=0] \quad \therefore a^{q+r}.b^{r+p}.c^{p+q}=1$ (প্রমাণিত)

3. সরল করুন ঃ $3\log\frac{36}{25}+\log(\frac{2}{9})^3-2\log\frac{16}{125}$ *(সমাজ কল্যাণ সংগঠক-০৭)* {Ans: log2}

✍সমাধান: $3\log\left(\frac{36}{25}\right)+\log\left(\frac{2}{9}\right)^3-2\log\frac{16}{125}$ (বাম পাশের সংখ্যাগুলোকে পাওয়ার হিসেবে লেখা হয়েছে)

$=\log\left(\frac{4\times9}{5^2}\right)^3+\log\left(\frac{2}{3^2}\right)^3-\log\left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2$

$=\log\left(\frac{2^2\times3^2}{5^2}\right)^3+\log\frac{2^3}{3^6}-\log\frac{2^8}{5^6}$

$=\log\frac{2^6\times3^6}{5^6}+\log\frac{2^3}{3^6}-\log\frac{2^8}{5^6}$

$=\log\left(\frac{2^6\times3^6}{5^6}\times\frac{2^3}{3^6}\times\frac{5^6}{2^8}\right)$ (log কমন নিলে +টি × ও -টি÷ হয়ে যায়। ÷ কে × করে শেষের ভগ্নাংশটি উল্টানো হয়েছে)

$=\log\frac{2^9}{2^8}$ (সবগুলো কাটাকাটি করে অবশিষ্টাংশ লেখা হয়েছে)

$=\log 2^{9-8}$ (ভাগ থাকলে পাওয়ার বিয়োগ করতে হয়) $=\log 2$ Ans. log2

4. $\log_7\left(\sqrt[5]{7}.\sqrt{7}\right)-\log_3\sqrt[3]{3}+\log_4 2$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী (সাধারণ গণিত- অনু: ৪.২ এর ৪)]*

✍সমাধান:

$\log_7\left(\sqrt[5]{7}.\sqrt{7}\right)-\log_3\sqrt[3]{3}+\log_4 2=\log_7 7^{\frac{1}{5}}.7^{\frac{1}{2}}-\log_3 3^{\frac{1}{3}}+\log_4 4^{\frac{1}{2}}=\log_7 7^{\frac{2+5}{10}}-\frac{1}{3}\log_3 3+\frac{1}{2}\log_4 4$

$=\frac{7}{10}\log_7 7-\frac{1}{3}\log_3 3+\frac{1}{2}\log_4 4=\frac{7}{10}\times1-\frac{1}{3}\times1+\frac{1}{2}\times1=\frac{21-10+15}{30}=\frac{26}{30}=\frac{13}{15}$ Ans. $\frac{13}{15}$

5. $\frac{\log_{10}\sqrt{27}+\log_{10}8-\log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10}1.2}$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী (সাধারণ গণিত- অনু: ৪.২ এর উদাহরণ-১০:)]*

✍Solution: $\frac{\log_{10}\sqrt{27}+\log_{10}8-\log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10}1.2}=\frac{\log_{10}(3^3)^{\frac{1}{2}}+\log_{10}8-\log_{10}(10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10}\frac{12}{10}}$

$=\frac{\log_{10}3^{\frac{3}{2}}+\log_{10}2^3-\log_{10}(10)^{\frac{3}{2}}}{\log_{10}12-\log_{10}10}=\frac{\frac{3}{2}\log_{10}3+3\log_{10}2-\frac{3}{2}\log_{10}10}{\log_{10}(3\times2^2)-\log_{10}10}=\frac{\frac{3}{2}(\log_{10}3+2\log_{10}2-1)}{\log_{10}3+2\log_{10}2-1}=\frac{3}{2}$

সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	সমান্তর ধারার পদের মান বের করা	পদ্ধতি-০৬	গুণোত্তর ধারার পদের ক্রম বের করা
পদ্ধতি-০২	সমান্তর ধারার পদের ক্রম বের করা	পদ্ধতি-০৭	গুণোত্তর ধারা পদের মান বের করা
পদ্ধতি-০৩	সমান্তর ধারার পদসংখ্যা বের করা	পদ্ধতি-০৮	গুণোত্তর ধারার পদের সমষ্টি বের করা
পদ্ধতি-০৪	সমান্তর ধরার সমষ্টি বের করা	পদ্ধতি-০৯	অসীম ধারার সমষ্টি বের করা
পদ্ধতি-০৫	বর্গ ও ঘন সংখ্যার সমষ্টি বের করা	পদ্ধতি-১০	এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন
Practice Part		**Model Test**	
সমান্তর ও গুণোত্তর ধারার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

ধারা একটি সিস্টেম যেখানে পরপর কিছু সংখ্যা থাকে যারা পরস্পর সুবিন্যাস্ত এবং নির্দিষ্ট নিয়ম অনুসারে সাজানো।

ধারা সাধারণত দুই প্রকার:

(ক) সমান্তর ধারা (The Arithmetic Series) এবং (খ) গুণোত্তর ধারা (Geometric Series)

ধারার সাথে সম্পর্কিত কিছু বিষয়:

- **প্রথম পদ:** যে কোন ধারার শুরু হয় যে পদের দ্বারা। যাকে প্রকাশ করা হয় a দ্বারা।
- **সাধারণ অন্তর:** একপদের সাথে তার পরবর্তী পদের পার্থক্যকে সাধারণ অন্তর বলা হয়।
  সাধারণ অন্তর প্রকাশ করা হয় d দ্বারা। d = ২য় পদ - ১ম পদ
- **শেষপদ:** কোন পদের শেষ পদ জানা না থাকলে তা r তম পদ বা n তম পদ হিসেবে ধরা হয়। তাই n হলো শেষপদ।
- **পদসংখ্যা:** একটি ধারায় মোট কতটি পদ আছে তাদেরকে পদসংখ্যা বলা হয়। মোট পদসংখ্যা অনির্দিষ্ট হলে পদসংখ্যা n ধরা হয়

বিভিন্ন ধারার পরিচিতি:

- **সাধারন ধারা:** একটি নির্দিষ্ট ব্যবধানে বৃদ্ধি প্রাপ্ত বা হ্রাসকৃত পরপর কিছু সংখ্যাকে সাধারণ ধারা বলে।
- **সমান্তর ধারা:** কোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মানের পার্থক্য সমান হলে তাকে সমান্তর ধারা বলে। যেমন: 1+2+3+4+. . . .100
- **গুণোত্তর ধারা:** একটি ধারাকে প্রতিবার নির্দিষ্ট একটি সংখ্যা দিয়ে গুণ অথবা ভাগ করে নতুন রাশি তৈরী করলে তাকে গুণোত্তর ধারা বলা হয়। যেমন: 2+4+8+16+32..... . . . . .+256

সমান্তর ধারা:

যে ধারায় প্রতিটি পদে একই পরিমাণে বৃদ্ধি বা হ্রাস ঘটে অর্থাৎ ক্রমিক দুইটি পদের অন্তর একই হয়, তাকে সমান্তর ধারা বলে। **অর্থাৎ** যে ধারার কোন পদকে তার পরবর্তী পদ থেকে বিয়োগ করলে প্রতিক্ষেত্রে বিয়োগফল একই হয় তাকে সমান্তর ধারা বলে। যেমন: 2+4+6+8+10 . . . . . +20 এখানে প্রতি পদের বৃদ্ধির হার 2 করে।

সমান্তর ধারার গুরুত্বপূর্ণ সূত্র ও তার প্রয়োগ:

কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ ও শেষ পদ দেয়া থাকলে

$$\text{সমষ্টি} = \frac{\text{পদসংখ্যা (শেষপদ + প্রথম পদ)}}{২} \quad \text{এবং পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}} + ১$$

একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d হলে r তম পদ = $a+(r-1)d$

প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d বিশিষ্ট সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $s = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

পদ্ধতি-০১: সমান্তর ধারার পদের মান বের করা

যে কোন একটি ধারা দেয়া থাকবে, সেই ধারার যে কোন একটি পদের মান কত তা বের করতে বলা হবে। ধারার পদক্রমের মান বের করার ক্ষেত্রে সূত্র হলো: সমান্তর ধারার r তম পদ = $a+(r-1)d$
অর্থাৎ ধারার ৫ম, ৮ম বা ১০ম এভাবে যে কোন পদের মান বের করতে এই সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে। নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন।

১. **1 + 5 + 9 + 13 + ... ধারাটির n তম পদ কত?** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

a. 3n – 3 b. 4n-3 c. 4n + 1 d. 4n – 1 Ans: b

সমাধান: প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ, a = 1; সাধারণ অন্তর d = 5-1 = 4
∴ n তম পদ = a+(n-1)d = 1+(n-1)×4 =1+4n-4 = **4n-3 (Ans:)**

২. **2 + 4 + 6+--------- ধারাটির দশম পদ কত?** *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের অধীন আইডিইএ প্রকল্প (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

a. 110 b. 48 c. 28 d. 20 Ans: d

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করার টেকনিক: (Practical চিন্তর সমন্বয়)
প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ, a = 2 সাধারণ অন্তর d = 4-2 = 2 ∴ 10ম পদ = a+(10-1)d = 2+(10-1)×2 =2+(9×2) = **20**	১০ টা পদ = ১০টা গাছ হলে ১০ টা গাছের মাঝে মোট গ্যাপ থাকে = ১০-১ = ৯টি। প্রতিটি গ্যাপ ২ হাত করে হলে প্রথম গাছ থেকে শেষ গাছ পর্যন্ত মোট দূরত্ব = ৯×২ = ১৮। তাহলে প্রথম পদ ২ হলে ১০ম পদ = ২+১৮ = ২০ ।

৩. **1, 4, 7, 10, ... ধারার 29তম পদটি কত?** *[যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর (ক্যাশিয়ার)-২০১৮]+[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

a. 79 b. 82 c. 85 d. 88 Ans: c

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর :
r তম পদ = a+(r-1)d হলে, 29তম পদ = 1+(29-1)×3 = 1+28×3 = 1+84= **85**	১ম পদ থেকে ২৯ তম পদ পর্যন্ত যেতে মোট গ্যাপ = ২৯-১= ২৮টি । প্রতিটি গ্যাপের মান ৩ (সাধারণ অন্তর) হলে ২৮ টি গ্যাপের মান হবে ২৮×৩ = ৮৪। এখন প্রথম পদ ১ থেকে ২৯তম পদ = ১+৮৪ = ৮৫

৪. **একটি ধারার ১ম সংখ্যাটি ২ এবং এরপরের প্রতিটি সংখ্যা ঠিক আগের সংখ্যা থেকে ৪ বেশি হলে ধারার ২০২ তম সংখ্যাটি কত?** *[CGDF-(Auditor)-2019]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবারক্ষক)-২০২১]*

a. 794 b. 804 c. 806 d. 704 Ans: c

সমাধান: এখানে প্রথম সংখ্যাটি বা প্রথম পদ, a = ২, একপদ থেকে অন্য পদের অন্তর = d = ৪ এবং r তম পদ = ২০২
সুতরাং সিরিজটি হবে, ২+৬+১০+১৪+১৮ . . . . .
আমরা জানি, r তম পদ = a+(r-1)d = ২+(২০২-১)×৪ = ২+২০১×৪ = ২+৮০৪ = ৮০৬ **উত্তর: ৮০৬**

নিজে করুন:

৫. **1+5+9+13 ..... ধারাটির 15 তম পদ হবে-** *[সার্কেল অ্যাডজুটেন্ট+উপজেলা আনসার ভিডিপি কর্মকর্তা-২০১৫]*

a. 61 b. 53 c. 57 d. 65 Ans: c

৬. ২০, ২৩, ২৬, ২৯, ... ধারাটির ৩১তম পদ কত? - [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের (পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা)-২০১৮]
ক. ১০৩ খ. ১০৭ গ. ১১০ ঘ. ১১৩

৭. একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর 10 এবং 6-তম পদটি 52 হলে 15-তম পদটি- [৩৭-তম বিসিএস প্রিলি:] উত্তর:
a. 140 b. 142 c. 148 d. 150

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর :
আমরা জানি r তম পদ $a+(r-1)d$ প্রশ্নমতে ৬ষ্ঠ পদ $= a+(6-1)d = 52$ $\Rightarrow a+5\times10 = 52 \Rightarrow \therefore a = 2$ অর্থাৎ ধারাটির প্রথম পদ $a = 2$ এখন, ১৫ তম পদ $= 2+(15-1)10 = 2+140 =$ **142 Ans:**	সাধারণ অন্তর ১০ এবং ৬ষ্ঠ পদ ৫২ তাহলে ১৫ তম পদ হবে ৬ষ্ঠ পদের পর আরো (১৫-৬)= ৯টি পদের যোগফল । প্রতিটি পদে মধ্যকার পার্থক্য ১০ হওয়ায় ৯টি পদের পার্থক্য হবে $= ৯\times১০ = ৯০$। তাহলে ১৫তম পদটি হবে ৫২+৯০ = ১৪২

নিজে করুন:

৮. **একটি সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর ৯ এবং ৭ম পদ ৬০ হলে ১২তম পদটি কত?** [স্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের (সহকারী প্রকৌশলী)(সিভিল)-২০১৭] [**Hints:** সূত্র প্রয়োগ করে প্রথমে a এর মান বের করে পরে ১২তম পদের মান বের করুন।]
a. ৮৯ b. ১০০ c. ১০৮ d. ১০৫ Ans:d

পদ্ধতি-০২: সমান্তর ধারার পদের ক্রম বের করা

পদক্রম বের করা অর্থ হলো এর আগের নিয়মটিতে যেখানে ৮ম, ১০ম পদের মান কত তা বের করতে বলা হয়েছে তার এখানে পদটি কত তম পদ তা দেয়া থাকবে না কিন্তু তার মান দেয়া থাকবে। এখন ঐ পদটির পদক্রম কত তা বের করতে হবে অর্থাৎ আগের নিয়মটির ঠিক উল্টো নিয়ম।

সূত্র : আমরা জানি r তম পদ $a+(r-1)d$ অর্থাৎ সূত্র একটাই । (Note: r এর পরিবর্তে n বসালেও সমস্যা নেই)

পূর্বের নিয়মটিতে r এর মান কত তা জানা ছিল।(৫ম,৮ম,১০ম এভাবে) কিন্তু এবার r এর মান দেয়া থাকবে না। তবে r এর মান বসানোর পর উত্তর কত হবে তা দেয়া থাকবে। নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান দেখুন।

৯. $3+6+9+$.....ধারাটির কততম পদ 33? [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]
a. 10 b. 12 c. 11 d. 13 Ans: c

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর :
প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ $a = 3$; সাধারণ অন্তর $d = 6-3 = 3$ ধরি, ধারাটির r তম পদ $= 33$ আমরা জানি, r তম পদ $= a+(r-1)d$ $\Rightarrow 33 = 3+(r-1)3 \Rightarrow 3+3r-3 = 33 \Rightarrow 3r = 33 \therefore r =$ **11**	আগের ভাবনাগুলোই বিপরীতপাশ থেকে ভাবুন। প্রথম থেকে শেষ পদ পর্যন্ত দূরত্ব $= ৩৩-৩ = ৩০$ প্রতি পদের গ্যাপ $= ৩$ ∴মোট পদ $= ৩০\div ৩ =$ ১০টি। তাহলে ৩৩ হলো $= ১+১০ = ১১$তম পদ।

১০. $5+8+11+14+$ ..... এ ধারাটির কত তম পদ 320 ? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮]
a. 105 b. 106 c. 102 d. 110 Ans: b

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর :
প্রদত্ত সমান্তর ধারাটিতে প্রথম পদ $a = 5$, সাধারণ অন্তর $d = 8-5 = 3$ **প্রশ্নমতে,** r তম পদ $= a+(r-1)d = 320$ $\Rightarrow 5+(r-1)3 = 320 \Rightarrow (r-1)3 = 315$ $\Rightarrow (r-1) = 105 \therefore r = 105+1 =$ **106** উত্তর: 106 তম	প্রথমপদ থেকে শেষ পদের ব্যবধান ৩২০-৫ = ৩১৫ এর মাঝে ৩ করে গ্যাপ রাখলে মোট গ্যাপ হবে = ৩১৫÷৩ = ১০৫টি। ১০৫ টি গ্যাপ হলে শুরুর পদটি সহ মোট পদ হবে = ১০৫+১ = ১০৬ তম পদ।

১১. $5+8+11+14$ ..... ধারাটির কত তম পদ 302? [বাণিজ্য ও সমাজকল্যাণ মন্ত্র: নিয়োগ) + [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]
a. 60 তম পদ b. 70 তম পদ c. 90 তম পদ d. 100 তম পদ Ans: d

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর :
এখানে, ১ম পদ $a = 5$ সাধারণ অন্তর, $d = 8-5 = 3$ ধরি, r তম পদ $= a+(r-1)d = 302$ $\Rightarrow 5+(r-1)3 = 302$ $\Rightarrow 3r = 302-5+3 \Rightarrow 3r = 300 \therefore r = 100$ উত্তর: **100**তম	প্রথমপদ থেকে শেষ পদের ব্যবধান: ৩০২-৫ = ২৯৭ এর মাঝে ৩ করে গ্যাপ রাখলে মোট গ্যাপ হবে = ২৯৭÷৩ = ৯৯টি। ৯৯টি গ্যাপ হলে শুরুর পদটি সহ মোট পদ হবে ৯৯+১ = ১০০তম

১২. ১১+৯+৭+ ..... ধারাটির কোন পদ -৩? [বহির্গমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারি পরিচালক)-২০১১]
ক. ৬ষ্ঠ খ. ৭ম গ. ৮ম ঘ. ৯ম উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে উত্তর :
প্রদত্ত সমান্তর ধারার ১ম পদ $a = ১১$, সাধারণ অন্তর $d = ৯-১১ = -২$ আমরা জানি r তম পদ $= a+(r-১)d = -৩$ $\Rightarrow ১১+(r-১)(-২) = -৩$ $\Rightarrow (r-১)(-২) = -১৪ \Rightarrow r-১ = ৭ \therefore r = ৮$ উত্তর: ৮	প্রতিবার যেহেতু ২ করে কমছে তাহলে পুরো সিরিজটি লিখে ফেলুন, ১১+৯+৭+৫+৩+১+(-১)+(-৩) এখন গুণে দেখুন, -৩ হলো ধারাটির ৮ম পদ।

Confusion Clear:

r তম পদ	n তম পদ
একটি সমান্তর ধারার মাঝখানের যে কোন পদকে r তম পদ বলা যায়। যেমন: ২+৫+৮+১১+ .... ৩৫+৩৮+৪১ এখানে r তম পদ = ১১,৩৫ ,৩৮ যে কোন কিছু হতে পারে।	সাধারণত একটি ধারার শেষ পদকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন: ২+৫+৮+১১+ .... ৩৫+৩৮+৪১ ধারাটির শেষপদ n = ৪১
সাধারণত শেষপদ হিসবে r = ৪১ এভাবে বলা হয় না। তবে সূত্র ঠিক রেখে বললেও সমস্যা নেই। উত্তর মিলে যাবে	সাধারণত ধারার মাঝের পদগুলোকে r দিয়ে প্রকাশ করা হলেও r এর পরিবর্তে n = ৮, ৩৫, ৩৮ বললে ভুল হবে না।
মোট কথা: সমান্তর ধারার সূত্রগুলোতে r অথবা n যেটাই ধরে অংক করেন, সূত্র মেলানোর সময় হিসেব ঠিক রাখলেই হবে।	

নিজে করুন:

১৩. **4+7+10+13+..... ধারাটির কোন পদ 301 ?** [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩১]+ [মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০০৬]
a. 50 তম পদ b. 100 তম পদ c. 80 তম পদ d. 101 তম পদ Ans: b

১৪. **1,3,5 ---------- কোন পদ 383 হবে?** [প্রাইমারী শিক্ষক নিয়োগ-১২]
a.192 b.132 c.124 d.142 Ans: a

১৫. ৫, ৯, ১৩, ১৭, ... ১৬৫ কত তম পদ ? - [পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের (পরিবার পরিকল্পনা সহকারী)-২০১৮]
ক. ৪২ খ. ৪১ গ. ৪০ ঘ. ৩৯ উত্তর: খ

পদ্ধতি-০৩: সমান্তর ধারার পদসংখ্যা বের করা

এখন পদসংখ্যার সূত্রটি $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}} + ১$ (এর ব্যাখ্যা দেখুন)

ধরুন: ১০ মিটার পর পর ১টি করে গাছ লাগানো হবে। তাহলে ১০০ মিটার জায়গায় মোট ১০টি গাছ নয় বরং ১০+১ = ১১টি গাছ লাগাতে হবে। (শুরুর গাছ সহ ধরলে ১টি গাছ অতিরিক্ত হয়।)

উদাহরণ: ১০০ মিটার থেকে শুরু করে ২০০ মিটার পর্যন্ত গাছ লাগাতে হবে, ১০০, ১১০, ১২০ . . . . ২০০ মিটার এভাবে। তাহলে মোট গাছের সংখ্যা কতটি হবে? ১০টি নাকি ১১টি? এখানে,

গাছ লাগানো হবে, ১০০ (১০০মিটারে ই ১ম গাছ লাগিয়ে শুরু।) তারপর ১১০, ১২০, ১৩০, ১৪০, ১৫০, ১৬০, ১৭০, ১৮০, ১৯০ ও ২০০ মিটারে। = ১১টি। এই বিষয়টিকেই শর্টকাটে বের করার জন্য সূত্রটি প্রয়োগ করুন:

পদসংখ্যা= $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}}$ +১ [এখানে উপরের রাশিগুলোর মাঝের পার্থক্য বের করতে হবে, ২০০-১০০ =১০০মিটার জায়গাতেই গাছ লাগাতে হবে। এখন সাধারণ অন্তর বা ১টি গাছ থেকে আরেকটি গাছের দূরত্ব ১০মিটার তাহলে মোট গাছ লাগানো যাবে, $\frac{১০০}{১০}$ = ১০টি? না, বরং উত্তর হবে ১০+ প্রথমে ১টি = ১১টি।। আর এজন্যই সূত্রটির সাথে সবসময় শেষে ১ যোগ হয়।] এভাবে **Practically** ভাবতে পারলে সূত্রগুলো সবসময় মনে থাকবে।

১৬. 20, 25, 30 ...140 ধারাটিতে মোট কতগুলো পদ আছে? *[জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধি দপ্তর এস্টিমেটর নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৮]*

a. 25টি b. 24 টি c. 23 টি d.22টি

লিখিত সমাধান: Ans: a

এখানে, পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}}$ +1 = $\frac{140-20}{5}+1 = \frac{120}{5}+1$ =24+1 = **25**

মুখে মুখে উত্তর :

১৪০ ও ২০ এর মাঝে পার্থক্য ১২০। রাশি গুলোর পার্থক্য ৫ হওয়ায় মোট পদ = ১২০÷৫ = ২৪ + শুরুর ১টি = **২৫টি**।

১৭. ১২ ও ৯৬ এর মধ্যে (এই দুটি সংখ্যা সহ) কয়টি সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য?

a. ১১ b. ২২ c. ২৪ d. ২৫

লিখিত সমাধান: Ans: b

এখানে ১ম পদ = ১২ শেষ পদ = ৯৬ সাধারণ অন্তর = ৪ [কারণ ৪ দ্বারা বিভাজ্য মানে ৪ ঘর পর পর সংখ্যাটি বিভাজ্য] অর্থাৎ ধারাটি দেখতে এরকম হবে, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ... ৯৬

∴ পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}}$ +১ = $\frac{৯৬-১২}{৪}+১ = \frac{৮৪}{৪}+১ = ২১+১ = ২২$ টি

[দুটি সংখ্যা সহ বলায় ১২ ও ৯৬ কে সহ নেয়া হয়েছে। বাদ দিয়ে বললে ২২-২ = ২০টি হতো।]

মুখে মুখে উত্তর :

১ থেকে ১০০ পর্যন্ত মোট ১০০÷৪ = ২৫টি সংখ্যা আছে যেগুলো ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

এখন এর মধ্যে ৪,৮ এবং ১০০ এই ৩টি সংখ্যা বাদ দিলে মোট বিভাজ্য সংখ্যা = ২৫-৩ = **২২টি**।

নিজে করুন:

১৮. 20, 25, 30, ..., 100 ধারাটিতে মোট কতগুলো পদ আছে? *[জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের (এস্টিমেটর) পদে নিয়োগ পরীক্ষা*

a. 17 টি b. 24 টি c. 23 টি d. 22 টি উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৪: সমান্তর ধারার সমষ্টি বের করা

(৪. ক) শেষপদ দেয়া থাকলে গড় বের করা :

সমান্তর ধরার গাণিতিক গড় = $\frac{\text{শেষপদ + প্রথম পদ}}{২}$ (সমান হারে বাড়া বা কমার কারণে মধ্যম সংখ্যাটি ই গড় হবে)

১৯. 1, 2, 3, ..., n ধারাটির গাণিতিক গড় কত? *- [পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০০১]*

ক. $\frac{n+1}{2}$ খ. $\frac{n}{2}$ গ. $\frac{n}{2}+1$ ঘ. $\frac{1}{2}(n-1)$ উত্তর: ক

সমাধান: সিরিজটিতে প্রথম পদ = 1 এবং শেষপদ n হওয়ায় গড় = $\frac{n+1}{2}$

২০. ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত যে সংখ্যাগুলো ৩ দিয়ে শেষ হয়েছে সেগুলোর গড় কত? *[Pubali Bank Ltd. Senior Officer 2011]*

a. ৪৪ b. ৪৫ c. ৪৬ d. ৪৮ Ans: d

সমাধান: এখানে ধারাটি হবে, ৩+১৩+২৩+৩৩+ . . . . +৯৩

∴ সংখ্যাগুলোর গড়= $\frac{৯৩+৩}{২} = \frac{৯৬}{২}$ = ৪৮ (সবগুলোর রাশির যোগফল বের করে রাশির সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলেও একই উত্তর আসবে)

নিজে করুন:

২১. ১, ৫, ৯,.....৮১ ধারাটির সংখ্যাগুলোর গড় কত? *[স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের নার্সিং (মিডওয়াইফ)-২০১৭]+ [NSI (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [DPDC-এর সুইচ বোর্ড এটেনডেন্ট: ২০২১]*

a. ৩৯ b. ৪১ c. ৪৪ d. ৪৯ Ans: b

২২. ১ হতে ৪৯ পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? *- [১০ম বিসিএস]*

ক. ২৬ খ. ২৭ গ. ২৫ ঘ. ২৮ উত্তর: গ

২৩. ১৫ হতে ৭৫ পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যাগুলোর গড় কত? *- [মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০০২]*

ক. ৫৫ খ. ৬৫ গ. ৪৫ ঘ. ৭৫ উত্তর: গ

(৪. খ) শেষপদ দেয়া থাকলে সমষ্টি বের করা :

অর্থাৎ প্রশ্নের মধ্যেই প্রথম পদ ও শেষপদের উল্লেখ থাকবে : যে কোন পরীক্ষায় এই প্রশ্নগুলোই সবথেকে বেশি আসে:

১ থেকে শুরু করে ক্রমিক সংখ্যা হলে, সূত্র = $\frac{n(n+১)}{২}$ যেখানে n = শেষ পদ = পদসংখ্যা। (কারণ শেষপদই মোট পদ)

২৪. ১ + ২ + ৩ + ৪ +..... + ১৯ = কত? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]*

a. ১৮০ b. ১৮৪ c. ১৮৮ d. ১৯০ Ans: d

সমাধান:

১ + ২ + ৩ + ৪ + ... + ১৯। ইহা একটি স্বাভাবিক ক্রমিক সংখ্যার ধারা যার পদ সংখ্যা n = ১৯টি (১থেকে শুরু তাই)

আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি = $\frac{n(n+১)}{২} = \frac{১৯(১৯+১)}{২} = \frac{১৯\times২০}{২}$ = **১৯০**

২৫. ১ + ২ + ৩ + ৪ + ... + ৯৯ = কত? *(২৫তম বিসিএস) + [৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদা:৪]+ [BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০২০]+[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (অফিস সহায়ক):২০২১] + [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. ৪৯৫০ b. ৬০৫২ c. ২৫৪৭ d. ২২৮৮ Ans: a

লিখিত সমাধান:

এখন সমষ্টি বের করার সূত্রানুযায়ী = $\frac{n(n+১)}{২} = \frac{৯৯(৯৯+১)}{২} = \frac{৯৯\times১০০}{২}$ = ৯৯×৫০ = **৪৯৫০**

মুখে মুখে উত্তর : (নিয়ম দুটাই কাছাকাছি, এখানে গড়ের মত করে ভাবলে সূত্রের কোন প্রয়োজন হবে না এতটুকুই)

রাশিগুলোর গড় = $\frac{৯৯+১}{২}$ = ৫০ এবং মোট রাশি = ৯৯টি তা

নিজে করুন:

২৬. ১+২+৩+৪+.....+২২ = কত? - *[গ্রাক-প্রাথমিক (সহকারি শিক্ষক)-২০১৩]*
ক. ২৫৩ খ. ২৫৪ গ. ২৫৬ ঘ. ২৫৮ উত্তর: খ

২৭. $1+2+3+4+\ldots\ldots+50$ = কত? *[থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার-২০০৪], [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (তথ্য ও সাইবার অফিসার), ২০০৫], শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (কলকারখানা ও প্রতিষ্ঠান পরিদর্শন অধিদপ্তর)-সহকারী পরিদর্শক- ২০০৫], [জনতা ব্যাংক লিমিটেড(ক্যাশ)-২০১৫]*
a. ১২২৫ b. 1250 c. 1275 d. 1375 Ans: c

২৮. ১ হতে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাসমূহের সমষ্টি কত? *[১৮তম বিসিএস] +[সিজিডিএফ (অডিটর): ২০২১]*
a. ৪৪৯৯ b. ৫৫০১ c. ৫০৫০ d. ৫০০১ Ans: c

[**Hints:** ১-৯৯ এর সমষ্টির সাথে ১০০ যোগ = ৪৯৫০+১০০ = ৫০৫০]

২৯. ০ থেকে ৯৯ পর্যন্ত সংখ্যাসমূহের যোগফল কত? *[পিএসসি'র নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৮]* [**Hints:** ১ থেকে ৯৯ পর্যন্ত যোগফল ই]
ক. ৪৮৫০ খ. ৪৯৫০ গ. ৫৯৫০ ঘ. ৫৭৫০ উত্তর: খ

ক্রমিক সংখ্যা না হলে এবং ১ অথবা যে কোন সংখ্যা দিয়ে শুরু হলে:

শেষ পদ দেয়া থাকলে সূত্র হলো: **সমষ্টি = পদসংখ্যা $\times \frac{\text{শেষপদ + প্রথম পদ}}{২}$** এখন এই সূত্রে থাকা পদ সংখ্যা বা মোট প

কয়টি তা কিভাবে পাবেন? পদসংখ্যা বের করার সূত্র হচ্ছে: **পদসংখ্যা= $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}} + ১$**

উপরের এই সূত্র দুটি যাদের এলোমেলো লেগে যেতে পারে তারা এভাবে Practically ভাবতে পারেন।

আমরা জানি কয়েকটি রাশির সমষ্টি = রাশিগুলোর গড় × মোট রাশির সংখ্যা ।

যেমন: একটি সিরিজ: ৪+৬+৮+১০+১২ সিরিজটির যোগফল সহজে বের করার নিয়ম হলো এখানে মোট রাশি বা পদসংখ্যা আছে ৫টি। এবং রাশিগুলোর গড় = $\frac{\text{শেষপদ + প্রথম পদ}}{২} = \frac{১২+৪}{২} = \frac{১৬}{২} = ৮$ তাহলে সবগুলোর সমষ্টি হবে = ৫×৮ = ৪০। *(এখানে এই গড় বের করার সূত্রটিই সমষ্টি বের করার সূত্রের শেষাংশ যেখানে শেষ পদ ও প্রথম পদ যোগ করে নিচে দুই রাশির জন্য ২ দিয়ে ভাগ করে গড় বের করতে হয়।)* **তাহলে বার বার এভাবে ভাবলে সূত্রটি সহজে ভুলে যাবেন না।**

৩০. ১+৩+৫ ..... +১৫+১৭ যোগফল কত? = *(২৯তম বিসিএস - মানসিক দক্ষতা)*
a. ৫১ b. ৬৪ c. ৭২ d. ৮১ Ans:d

লিখিত সমাধান:

পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}} + ১ = \frac{১৭-১}{৩-১} + ১ = \frac{১৬}{২} + ১ = ৯$

∴ সমষ্টি = পদসংখ্যা $\times \frac{\text{শেষপদ + প্রথম পদ}}{২} = ৯ \times \frac{১৭+১}{২}$

$= ৯ \times ৯ = ৮১$

শর্টকাট: সূত্রের (+) আর (-) ছাড়াই ভাবনা

১ থেকে ১৭ এর গড় = $\frac{১৭+১}{২} = \frac{১৮}{২} = ৯$

আবার মোটপদ = মোট পার্থক্য = ১৭-১ = ১৬ কে প্রতিটা পদের পার্থক্য (৩-১) = ২ দিয়ে ভাগ করলে ১৬÷২ = ৮+১= ৯টি। সুতরাং সমষ্টি = ৯×৯ = ৮১

আরেকটি দেখুন:

৩১. ১ + ৩ + ৫ + ৭ + ৯ ..... + ৫১ = কত? *(পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ে ব্যক্তিগত কর্মকর্তা:০৬) + [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
a. ৬৭৬ b. ৬৭২ c. ৬৭০ d. ৬২৮ Ans: a

লিখিত সমাধান:

পদসংখ্যা = $\frac{৫১-১}{৩-১} + ১ = \frac{৫০}{২} + ১ = ২৫+১ = ২৬$

∴ সমষ্টি = পদসংখ্যা $\times \frac{\text{শেষপদ + প্রথম পদ}}{২} = ২৬ \times \frac{৫১+১}{২}$

$= ২৬ \times ২৬ = ৬৭৬$

শর্টকাট: সূত্রের (+) আর (-) ছাড়াই ভাবনা

এখানে গড় = $\frac{৫১+১}{২} = \frac{৫২}{২} = ২৬$

আবার পদসংখ্যা = $\frac{৫১+১}{২} = ২৬$ টি।

∴ সমষ্টি = গড় × রাশির সংখ্যা = ২৬×২৬ = ৬৭৬

Confusion Clear: এই প্রশ্নের পদসংখ্যার নিচের 2 আবার সমষ্টির নিচেও 2? দুই 2 এক নয়।
মনে রাখবেন: সমষ্টির নিচের 2 সবসময় ই 2 ই থাকবে।(কারণ দুটি রাশির গড়ের জন্য 2 দিয়ে ভাগ) কিন্তু পদসংখ্যার ক্ষেত্রে রাশিগুলোর মাঝে সাধারণ অন্তর যখন যা হবে তাই লিখতে হবে।

ভিন্ন টাইপের আরো দুটি প্রশ্ন দেখুন:

৩২. 99+98+97+.....+40 ধারাটির সমষ্টি কত? *(সমাজসেবা অধিদপ্তর -০৫)*
a.1234 b. 4432 c. 4170 d. 2546 Ans: c

লিখিত সমাধান:

প্রথম পদ a = 99, সাধারণ অন্তর d = 98-99 = -1, শেষ পদ = 40

∴ পদসংখ্যা= $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}} + 1 = \frac{40-99}{-1} + 1 = 60$

সুতরাং সমষ্টি = $\frac{\text{পদসংখ্যা (শেষপদ + প্রথম পদ)}}{২}$

$= \frac{60 \times (99+40)}{2} = 30 \times 139 = \mathbf{4170}$

পরামর্শ:

এই অংকটি ঘুরিয়ে নিয়ে 80+ . . . . . +৯৭+৯৮+৯৯ এভাবে লিখে আগের অংকগুলোর মত সমষ্টি = গড় × পদসংখ্যা হিসেবে সহজে উত্তর বের করা যায়। কারণ ঘুরিয়ে নিলে ঋণাত্মক সংখ্যা আসবে না। এখানে,

সমষ্টি = গড় ($\frac{১৩৯}{২}$)× পদসংখ্যা (৬০) = ৪১৭০

৩৩. $1+3+5+\ldots\ldots+(2x-1)$ কত? *[৩৬তম বিসিএস]*
a. x(x - 1) b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. x(x + 1) d. x^2 **Ans: d**

সমাধান: এখানে প্রথম পদ a = 1, সাধারণ অন্তর d = 3-1 = 2 এবং শেষ পদ = (2x - 1)

∴ পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}} + 1 = \frac{2x-1-1}{2} + 1 = \frac{2x-2}{2} + 1 = \frac{2(x-1)}{2} + 1 = x-1+1 = x$

সুতরাং সমষ্টি = $\frac{\text{পদসংখ্যা (শেষপদ + প্রথম পদ)}}{2} = \frac{x \times 2x-1+1}{2} = \frac{2x^2}{2} = x^2$

মুখে মুখে : সমষ্টি = (গড়) x × (পদসংখ্যা) x = x^2 (এমসিকিউতে প্রচুর আসা এই অংকগুলোর জন্য এটাই বেস্ট নিয়ম)

৩৪. একটি সামান্তর ধারার প্রথম পদ 1, শেষ পদ 99 এবং সমষ্টি 2500 হলে ধারাটির সাধারণ অন্তর হবে-*(সংসদ সচিবালয়-০৫)*
a.-2 b. 2 c. 20 d. 21 Ans: b

সমাধান: প্রথমে প্রশ্নে প্রদত্ত কু বা সংখ্যা গুলো নিয়ে ভাবুন। এখানে সাধারণ অন্তর d এর মান বের করতে হবে। তাই প্রথমে সমষ্টির সূত্র প্রয়োগ করে পদসংখ্যা বের করার পর যে সূত্রে d এর মান বের হবে সেই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। =

প্রশ্নমতে, $\frac{(1+99)}{2} \times$ পদসংখ্যা $= 2500 \Rightarrow 50 \times$ পদসংখ্যা $= 2500$ ∴ পদসংখ্যা = 50

আবার পদসংখ্যা = $\frac{99-1}{d} + 1 = 50$ (এই সূত্রে সাধারণ অন্তর d এর মান বের হবে) $\Rightarrow \frac{98}{d} = 49$ ∴ **d = 2**

নিজে করুন:

৩৫. ১+৩+৫+. ..... +৩১= কত? *(২৪ তম বিসিএস)* [**Hints:** সমষ্টি = গড় (১৬)× পদসংখ্যা(১৬) = ২৫৬]
a. ২৩৪ b. ২৫৬ c. ৩২৪ d. ৩৪২ Ans: b

৩৬. ১+৫+৯+ ------- +৮১ = ? *[৩৬তম বিসিএস প্রিলি:]* [**Hints:** সমষ্টি = গড় (৪১)× পদসংখ্যা(২১) = ৮৬১]
a. ৯৬১ b. ৮৬১ c. ৭৬১ d. ৬৬১ Ans: b

৩৭. ১ + ৫ + ৯ + ... + ১৬১ = ? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর (অ্যাকাউন্টস)-২০১৮]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগের (বিভিন্ন পদ)-২০২১]*
a. ৩৩২১ b. ৩৩৪২ c. ৩৩২২ d. ৩৩৪৪ Ans: a

৩৮. ১ + ৪ + ৭ + ১০ + -------- + ৭৩ সমান্তর ধারাটির যোগফল কত হবে? *[একটি বাড়ী একটি থামার -(জেলা সমন্বয়কারী)-১৭]* [**Hints:** সমষ্টি = গড় (৮১)× পদসংখ্যা(৪১) = ৩৩২১]
a. ৯২৫ b. ১১২৫ c. ১০২৫ d. ১২২৫ Ans: a

৩৯. ৮, ৯, ১০, ... ১০০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? *(প্রবাসী কল্যান মন্ত্রণালয়ের সহ:পরি:-২০০৭)* [**Hints:** সমষ্টি = গড় (৩৭)× পদসংখ্যা(২৫) = ৯২৫]
a. ৫০২২ b. ২৪৩২ c. ২৩২৪ d. ২৩৪২ Ans: a

৪০. ৫ থেকে ৪৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? *(সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ:শিক্ষক-০৬)* [**Hints:** ২৫× ৪১ = ১০২৫]
a. ১০২৪ b.১০২৮ c. ৩২৫৫ d. ১০২৫ Ans: d

(৪. গ) শেষপদ দেয়া না থাকলে সমষ্টি বের করা :

শেষপদ না থেকে পদসংখ্যা দেয়া থাকলে সমষ্টি বের করার সূত্র $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

প্রশ্নের মধ্যে শেষ পদের উল্লেখ না থেকে যদি পদের সংখ্যা কতটি তার উল্লেখ্য থাকে।
তাহলে আগের সূত্রগুলো ব্যবহার না করে উপরের সূত্রটির মাধ্যমে দ্রুত উত্তর বের করা যাবে।

৪১. 3+6+9+12+..... ধারাটির 12টি পদের যোগফল কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*
a. 230 b. 231 c. 232 d. 234 Ans: d

লিখিত সমাধান : (এখানে শেষ পদ কত তা দেয়া না থাকায় সমষ্টি বের করার সূত্র দিয়ে উত্তর)

প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ a = 3; সাধারণ অন্তর d = 6-3 = 3; মোটপদ n = 12

$\therefore$ সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = \frac{12}{2}\{2\times3+(12-1)\times3\} = 6\times(6+33) = 6\times39 = \mathbf{234}$

বিকল্প সমাধান : শেষপদ বের করার মাধ্যমে শেষপদের সূত্র অথবা, গড়× পদসংখ্যা = সমষ্টি এই নিয়মে:

শেষপদ = ১২ তম পদ = a+(r-1)×d = 3+(12-1)×3 = 3+11×3 = 3+33 = **36** (শেষপদ বের করলে আগের সূত্র)

তাহলে সমষ্টি = গড়×পদসংখ্যা = $\frac{36+3}{2}\times12 = \frac{39}{2}\times12 = 39\times6 = \mathbf{234}$ **(সূত্র প্রয়োগ করেও করতে পারেন)**

আরেকটি দেখুন:

৪২. 7 + 12 + 17+.....ধারাটির প্রথম 30 টি পদের সমষ্টি কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩১) উদা:প্র]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*
a. 2385 b. 2410 c. 2370 d. 2845 Ans: a

সমাধান: প্রদত্ত সমান্তর ধারাটির ১ম পদ, a = 7; সাধারণ অন্তর, d = (12-7) = 5 এবং পদসংখ্যা n = 30টি

$\therefore$ সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = \frac{30}{2}\{2\times7+(30-1)\times5\} = 15\times\{14+145\} = 15\times159 = \mathbf{2385}$ **(Ans)**

৪৩. 1+2+3+----------+48+49+50+49+48+----+3+2+1 = কত? *[পরিচালক- ২০১৩]* *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের অধীন জাতীয় প্রতিবন্ধী নিয়ন্ত্রণ অতীতকরের সহকারী]*
a. ১২৫০ b. ২৫০০ c. ২৫২৫ d. ৫০০০ Ans: b

সমাধান : এখানে দুটি অংশে ভাগ করলে পাওয়া যাবে,
প্রথম অংশ = 1+2+3+----------+48+49+50 [এখানে মোট পদ = 50টি]
দ্বিতীয় অংশ = 1+2+3+----------+48+49 [এখানে মোট পদ = 49টি]

প্রথম অংশের যোগফল = $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = \frac{50}{2}\{2\times1+(50-1)\} = 25(2+49) = 25\times51 = \mathbf{1275}$

দ্বিতীয় অংশের যোগফল = $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = \frac{49}{2}\{2\times1+(49-1)\} = \frac{49}{2}\{2+49-1\} = \frac{49}{2}\times50 = \mathbf{1225}$

$\therefore$ সবগুলোর যোগফল = 1275+1225 = **2500** [**Note:** প্রথমের ক্রমিক সংখ্যার সূত্র প্রয়োগ করেও সমাধান করা যাবে]

নিজে করুন:

৪৪. 5, 9, 13, 17 - -- সিরিজটির প্রথম 17 টি সংখ্যার যোগফল কত? *[Sonali Bank –(SO)-2018]*
a. 529 b. 462 c. 629 d. 523 Ans: c

৪৫. 8+16+24+..... ধারাটির প্রথম 9 টি পদের সমষ্টি কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩১]+[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*
a. 288 b. 360 c. 396 d. 425 Ans: b

৪৬. 11 + 18 + 25 + 32 + ... ধারাটির 15 টি পদের সমষ্টি কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*
a. 900 b. 109 c. 1800 d. 909 Ans: a

৪৭. 11+18+25+32+---------- ধারাটির 29 তম পদের সমষ্টি কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক - ২০১২]*
a. 2131 b. 3131 c. 3161 d. 3260 Ans: c

(৪. ঘ) সমষ্টি বের করার গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন :

৪৮. 1+3+5+7 . . . . . ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি নর্ণয় করুন ।
a. n b. n^2 c. n^3 d. 2n Ans: b

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, a = 1 সাধারণ অন্তর, d = 2

n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$ [যখন শেষপদ দেয়া থাকে না তখন এই সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে]

$= \frac{n}{2}\{2.1+(n-1).2\} = \frac{n}{2}\{2+2n-2\} = \frac{n}{2}\times2n = \mathbf{n^2}$ **Ans: n^2**

৪৯. কোন সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23 টি পদের সমষ্টি কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩১]*
a. 1700 b. 1581 c. 1771 d. 1280 Ans: c

সমাধান :
এখানে সূত্রানুসারে, 12 তম পদ = a +(12-1)d = a+11d [যেহেতু r তম পদ = = a+(r-1)d]
প্রশ্নানুসারে, a+11d = 77 .....(i) [এই লাইনটা খুব গুরুত্বপূর্ণ কারণ এই মানটি পরে বসানো যাবে]
$\therefore$ 23 টি পদের সমষ্টি, $= \frac{23}{2}\{2a+(23-1)d\} = \frac{23}{2}\{2a+22d\} = \frac{23}{2}\times2(a+11d) = 23\times77 = \mathbf{1771}$
সুতরাং সমান্তর ধারার প্রথম 23 টি পদের সমষ্টি = **1771 (Ans:)**

নিজে করুন:

৫০. কোন সমান্তর ধারার ৭ম পদ ৩১ এবং সাধারণ অন্তর ৩ হলে, প্রথম পদ কত? *[জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা (স্বাস্থ্য পরিদপ্তর), ২০০৯; (তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে সহকারী পরিচালক)-২০১৮]*

a. ২১ b. ৩১ c. ১৩ d. ১৭ Ans: c

৫১. একটি সমান্তর ধারার ৪র্থ এবং ১২তম পদের যোগফল ২০। ঐ ধারাটির প্রথম ১৫টি পদের যোগফল কত? *[BD House Building FC (SO)-2017]*

a. 300 b. 120 c. 150 d. 130 Ans: c

সমাধান: যেহেতু সমান্তর ধারার r তম পদ = $= a+(r-1)d$

সুতরাং ৪র্থ পদ $= a+(4-1)d = a+3d$ এবং ১২তম পদ $= a+(12-1)d = a+11d$

৪র্থ ও ১২তম পদের যোগফল $= (a+3d+a+11d) = \mathbf{2a+14d = 20}$----(i) [যোগফল = ২০ প্রশ্নে দেয়া আছে]

সুতরাং প্রথম ১৫টি পদের যোগফল $= \frac{15}{2}\{2a+(15-1)d\} = \frac{15}{2}\times\{2a+14d\} = \frac{15}{2}\times 20 = 150$ **Ans:150**

৫২. একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি ১৮ এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল ৭৫ হলে প্রথম পদটি কত? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি]*

a. ২ b. ১০ c. ৪ d. ১২ Ans: d

লিখিত সমাধান : *(প্রথমে সূত্র প্রয়োগে যে মান পাওয়া যাবে তা পরের সূত্রে বসাতে হবে)*

এখানে ১ম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d তাহলে সমান্তর ধারার ৫ম পদ $= a+(5-1)d = a+4d$

প্রশ্নমতে, $\mathbf{a+4d = 18}$-----(i)

প্রথম ৫টি পদের সমষ্টি $= \frac{5}{2}\{2a+(5-1)d\} = \frac{5}{2}\{a+(a+4d)\} = \frac{5}{2}(a+18)$ (মান বসিয়ে) ----- (ii)

শর্তমতে, $\frac{5}{2}(a+18) = 75 \Rightarrow a+18 = 75\times\frac{2}{5} \Rightarrow a+18 = 30 \therefore \mathbf{a = 12}$

শর্টকাট সমাধান : *(ধারাবাহিক সংখ্যার গড় বের করার নিয়ম ভাবলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের হবে)*

৫টি সংখ্যার যোগফল ৭৫ হলে তাদের গড় = ৭৫÷৫ = ১৫। সমান্তর ধারায় সিরিজটি হবে ১২, ১৩.৫, ১৫, ১৬.৫ এবং ১৮ গড় কে মাঝখানে রেখে শেষের ১৮ এর সাথে পার্থক্য (১৮-১৫)÷২ = ৩÷২ = ১.৫ হয়। তাই সবগুলো রাশির পার্থক্য ১.৫ হওয়ায় প্রতিটির রাশির মধ্যে পার্থক্য ১.৫ করে বসিয়ে দেখা যাচ্ছে প্রথম রাশিটি = ১২। **উত্তর: ১২**

৫৩. একটি সমান্তর ধারার 5ম পদ 13 এবং 7ম পদ 19 হলে ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি কত? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]*

a. 140 b. 280 c. 145 d. 290 Ans: c

সমাধান: ধরি, ধারাটির ১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d,

সুতরাং ধারাটির 5তম পদ $= a+(5-1)d = 13$ বা, $a+4d = 13$----(i)

এবং ধারাটির 7ম পদ $= a+(7-1)d = 19$ বা, $a+6d = 19$----(ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে (i) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই, $2d = 6 \therefore d = 3$ এই মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$a+4\times 3 = 13 \therefore a = 13-12 = 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি $= \frac{10}{2}\{2.1+(10-1)3\} = 5(2+27) = 5\times 29 = \mathbf{145}$ **(Ans)**

৫৪. একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 টি পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 টি পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু-১৩.১]*

a. 0 b. 2 c. 100 d. 110 Ans: a

সমাধান :

ধরি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d (মানগুলো থেকে a ও d এর মান বের করতে হবে আগে)

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

সমান্তর ধারার 12 টি পদের সমষ্টি $= \frac{12}{2}\{2a+(12-1)d\} = 6(2a+11d)$

আবার, সমান্তর ধারার 20 টি পদের সমষ্টি $= \frac{20}{2}\{2a+(20-1)d\} = 10(2a+19d)$

প্রশ্নমতে, $6(2a+11d) = 144 \Rightarrow 2a+11d = 24$ .....(i)

এবং $10(2a+19d) = 560 \Rightarrow 2a+19d = 56$ .....(ii)

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই, $8d = 32 \quad \therefore \mathbf{d = 4}$

সমীকরণ (i) এ d এর মান বসিয়ে পাই, $2a+11d = 24 \Rightarrow 2a+11.4 = 24 \Rightarrow 2a = 24-44 \Rightarrow 2a = -20 \therefore \mathbf{a = -10}$

সুতরাং প্রথম 6 পদের সমষ্টি, $S_6 = \frac{6}{2}\{2a+(6-1)d\}$

$= 3(2a+5d) = 3\{2\times(-10)+5\times 4\} = 3(-20+20) = 3\times 0 = \mathbf{0}$ **Ans: 0**

Attention:
এই প্রশ্নটা খুব ভালোভাবে বোঝার চেষ্টা করুন। তাহলে অন্য অংকগুলো অনেক বেশি সহজ মনে হবে এবং লিখিত পরীক্ষা উপযোগী ম্যাথ বুঝতে পারবেন। বিশেষ করে ক্লু ছাড়া প্রশ্নকে কিভাবে সমীকরণের মাধ্যমে সমাধান করতে হয় এই বিষয়টাতে গুরুত্ব দিন।

পদ্ধতি-০৫ : বর্গ ও ঘন সংখ্যার সমষ্টি বের করা

টিপস: এ নিয়মের অংকগুলোতে শুধুমাত্র সূত্র মনে রেখে সূত্র প্রয়োগ করতে পারলেই উত্তর বের হয়ে যাবে। তবে বর্তমানে পরীক্ষায় ক্যালকুলেটরের ব্যবহার না থাকায় এ ধরনের প্রশ্ন খুব বেশি আসে না। আসলেও সহজ সংখ্যার গুলোই আসে। তাই সূত্রগুলোকে গুরুত্ব দিন।

(৫. ক) সমান্তর ধারার বর্গের সমষ্টি বের করা :

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

অর্থাৎ $(1^2+2^2+3^2+5^2+. \ldots\ldots +n^2 =$ ধারার সমষ্টি $S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

৫৫. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + x^2$ এর মান কত? *[৩১ তম বিসিএস], [জনতা ব্যাংক লিমিটেড (অফিসার ক্যাশ): ২০১৬], একটি বাড়ি একটি খামার (ফিল্ড সুপারভাইজার)-২০১৮]*

a. $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$ b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. x d. $\left(\frac{x(x+1)}{2}\right)^2$ Ans: a

সমাধান: x সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$

৫৬. 1 থেকে 9 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর বর্গের যোগফল কত? *[BD House Building FC (OF)-2017]*

a. 285 b. 260 c. 105 d. 385 Ans: a

সমাধান: এখানে সিরিজটি হবে $= 1^2+2^2+3^2+ \ldots\ldots\ldots +9^2$ যেখানে n = 9

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{9\times 10\times 19}{6} = \mathbf{285}$

৫৭. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots + 50^2 =$ কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি):২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি):২০২১]*

a. 35725 b. 42925 c. 45500 d. 47225 Ans: b

সমাধান: $\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \text{-------} + 50^2 = \frac{50\times 51\times 101}{6} = \mathbf{42925}$

নিজে করুন:

৫৮. $1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots+(40)^2$= কত? *(২৭ তম বিসিএস)*

a. 22130 b. 22140 c. 22150 d. 22160 Ans: b

(৫. খ) সমান্তর ধারার ঘন এর সমষ্টি বের করা :

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি: অর্থাৎ $1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots+n^3$= ধারার সমষ্টি $S=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

৫৯. $1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots+n^3$= কত? *(সমাজ সেবা অফিসার:২০০৭)* (মূল সূত্রটিই)

a. $\frac{n(n+1)}{2}$ b. $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ c. $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^3$ d. n^3 Ans: b

৬০. $1^3+2^3+3^3+4^3+\ldots\ldots+(30)^3$= কত? *[পিএসসির (সহ: পরিচালক)-২০০৬]*

a.2050655 b. 216255 c. 256145 d. 216225 Ans: d

সমাধান: $1^3+2^3+3^3+4^3+\ldots\ldots+(30)^3=\left\{\frac{30(30+1)}{2}\right\}^2=$ **216225** [প্রশ্নে ঘন থাকলেও সূত্রে কিন্তু বর্গ]

নিজে করুন:

৬১. $1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots+10^3$= কত? *(সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার:২০১০)*

a. 3025 b.3030 c.3028 d.3050 Ans: a

৬২. $1^3+2^3+3^3+4^3+\ldots\ldots+(20)^3$ = কত?

a. 3025 b. 3030 c. 44100 d. 3050 Ans: c

গুণোত্তর ধারা:

যে ধারার কোনো পদের সাথে তার পরবর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হয়, সে ধারাকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন: 3+6+12+24+..... প্রতি পদের সাথে 2 গুণ করে পরবর্তী পদ বের করা হয়েছে। যতগুণ করে বাড়ে বা কমে তাকে সাধারণ অনুপাত বলা হয় এবং সাধারণ অনুপাতকে q দ্বারা প্রকাশ করা হয়। **মনে রাখবেন** $\mathbf{q=\frac{দ্বিতীয় পদ}{প্রথম পদ}}$

গুণোত্তর ধারার সূত্র দুটি অবশ্যই মনে রাখুন:

1. r- তম পদ= aq^{r-1} **অথবা,** n তম পদ = ar^{n-1}

2. n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $s_n=a\times\frac{q^n-1}{q-1}$ (q>1হলে) $s_n=a\times\frac{1-q^n}{1-q}$ (q<1হলে)

[Confusion Clear : r বা n যা ই ধরেন সেভাবেই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে **]**

গুণোত্তর ধারার Basic Concept Clear করার জন্য নিচের আলোচনা গুলো মনযোগ দিয়ে পড়ুন:

৬৩. **2, 4, 8, 16, 32,.....,....., 256** ধারাটি ? । *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

a. সমান্তর b. গুণোত্তর c. অসংজ্ঞায়িত d. অসীম Ans: b

সমাধান: এখানে, 4÷2 =2 আবার, 8÷4 =2 এবং 16÷8 =2 অর্থাৎ সবগুলোতেই ভাগফল 2 যা গুণোত্তর ধারা নির্দেশ করে। যার প্রত্যেকটির সাধারণ অনুপাত 2। সুতরাং ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

পদ্ধতি-০৬ : গুণোত্তর ধরার পদের ক্রম বের করা

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে ধারাটির r- তম পদ= aq^{r-1} (অর্থাৎ একটি ধারার মাঝখানের যে কোন একটি পদের মান কত অথবা যে পদের মান দেয়া আছে পদটি কত নম্বর পদ বের করতে বলা হলে এই সূত্রটি প্রয়োগ করতে হয়। যেমন:

৬৪. **2+4+8+16+.....** ধারাটির কত তম পদের মান **128**?

a. 5 b. 7 c. 8 d. 9 Ans: b

সমাধান: ধরি, ধারাটির r তম পদ = 128

প্রশ্নমতে, $aq^{r-1}=128$ (কারণ এই সূত্রটি প্রয়োগ করলে যে মানটি আসবে তা হবে 128)

$\Rightarrow 2.2^{r-1}=128, \Rightarrow 2^{r-1}=64 \Rightarrow 2^{r-1}=2^6 \Rightarrow r-1=6 \therefore r=7$ **উত্তর: 7**

নিজে করে দেখুন:

৬৫. **2+4+8+16+32 .....** ধারাটি কততম পদের মান **1024**?

a. ১০ তম b. ১২ তম c. ২০ তম d. ২৫ তম Ans: a

পদ্ধতি-০৭ : গুণোত্তর ধরার পদের মান বের করা

৬৬. $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\ldots\ldots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি? *[রেলপথ মন্ত্রণালয়ের অধীনে (উপসহকারী প্রকৌশলী-স্থির)-২০১৮]*

ক. $\frac{n-1}{n+1}$ খ. $\frac{2n}{n+1}$ গ. $\frac{1}{n}$ ঘ. $\frac{n}{n+1}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে, প্রদত্ত ধরারাটির প্রথম পদ = $\frac{1}{2}=\frac{1}{1+1}$; দ্বিতীয় পদ = $\frac{2}{3}=\frac{2}{2+1}$; তৃতীয় পদ = $\frac{3}{4}=\frac{3}{3+1}$

সুতরাং n তম পদ = $\frac{n}{n+1}$

৬৭. $\frac{1}{\sqrt{5}},-1,\sqrt{5}$ .....ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? *[RADUB(SO)-2016]* **[Hints:** ২য় পদ ভাগ প্রথম পদ**]**

a. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b. -1 c. $-\sqrt{5}$ d. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ Ans: c

৬৮. ২৭, -৯, ৩, -১..... অনুক্রমের পরবর্তী সংখ্যাটি কত? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহকারী প্রকৌশলী ও ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]*

ক. $\frac{১}{৩}$ খ. $\frac{-১}{৩}$ গ. -৩ ঘ. ১ উত্তর: ক

সমাধান: ২৭, - ৯, ৩, - ১ ..... ইহা একটি গুণোত্তর ধারা যেখানে প্রথম পদ, a = ২৭ এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{-৯}{২৭}=-\frac{১}{৩}$

সুতরাং ধারাটির ৫ম পদ = $ar^{n-1}=২৭\times\left(-\frac{১}{৩}\right)^{৫-১}=২৭\times\left(-\frac{১}{৩}\right)^{৪}=২৭\times\frac{১}{৮১}=\frac{১}{৩}$

মুখে মুখে করার জন্য: প্রতিবার (-৩) দিয়ে ভাগ করলে পরের রাশি পাওয়া যাচ্ছে তাই শেষপদ (-১) কে -৩) দিয়ে ভাগ।

নিজে করুন:

৬৯. ০.০৩, ০.১২, ০.৪৮, ... শূন্যস্থানে সংখ্যাটি কত হবে - *[৩৪ তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]*

ক. ০.৯৬ খ. ১.৪৮ গ. ১.৯২ ঘ. ১.৫০ উত্তর: গ

৭০. $2+4+8+16+\ldots\ldots$ ধারাটির ৭ম পদ কত?

a.128 b.120 c.125 d.124 Ans: a

সমাধান: গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a = 2, সাধারণ অনুপাত q = 4÷2 = 2 এবং পদের সংখ্যা r = 7

সুতরাং ধারাটির 7 ম পদ = $aq^{7-1} = 2.2^6 = 2.64 = 128$ **Ans: 128**

মুখে মুখে: সিরিজটি বুঝে বুঝে লিখলেই প্রমাণ পাওয়া যায় 2+4+8+16+ 32+ 64 + **128** সুতরাং ৭ম পদটি =128

৭১. $64 + 32 + 16 + 8 + \ldots$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.২]*

a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{3}{2}$ d. $\frac{1}{5}$ Ans: b

সমাধান: এখানে গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, a = 64 এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ ধারাটির 8 তম পদ = $ar^{8-1} = 64.\left(\frac{1}{2}\right)^7 = 2^6.\frac{1}{2^6.2} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ ধারাটির অষ্টম পদ = $\frac{1}{2}$

৭২. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অনুপাত $-\frac{1}{2}$ হলে ধারাটির চতুর্থ পদ কত? *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহ: প্রোগ্রা:)- ২০২১]*

a. 1 b. $\frac{1}{4}$ c. $-\frac{1}{2}$ d. $-\frac{1}{4}$ Ans: d

সমাধান: ১ম পদ a = 2, সাধারণ অনুপাত $r = -\frac{1}{2}$ $\therefore$ ৪র্থ পদ = $ar^{4-1} = 2\times(-\frac{1}{2})^3 = 2\times -\frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$

নিজে করুন:

৭৩. $2+4+8+16+\ldots\ldots$ ধারাটি ৯ম পদের মান কত বের করুন।

a. 500 b. 512 c. 524 d. 540 Ans: b

৭৪. একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি 20 এবং ষষ্ঠ (6-তম) পদটি 160 হলে প্রথম পদটি কত? *[৩৭তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. 5 b. 10 c. 12 d. 8 **Ans: a**

লিখিত সমাধান : (দুটি পদের মান দেয়া থাকলে সমীকরণ সাজিয়ে প্রথমে a অথবা q এর মান বের করতে হয়)

গুণোত্তর অনুক্রমের প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে অনুক্রমটির r - তম পদ = aq^{r-1}

প্রশ্নমতে, তৃতীয় পদ $aq^{3-1} \Rightarrow aq^2 = 20$ ------- (i) এবং ৬ষ্ঠ পদ, $aq^{6-1} \Rightarrow aq^5 = 160$------ (ii)

এখন, [(ii)÷ (i)] করে পাই, $\frac{aq^5}{aq^2} = \frac{160}{20} \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q^3 = 2^3 \therefore q = 2$

এখন প্রথম পদ a এর মান বের করার জন্য q এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই $a.2^2 = 20 \Rightarrow a = 20\div 4 \therefore a = 5$

মুখে মুখে উত্তর বের করার জন্য এভাবে ভাবুন :

তৃতীয় পদ ২০ এবং ৬ষ্ঠ পদ ১৬০ এখন, যদি চতুর্থপদ ২০×২ = ৪০ এবং পঞ্চম পদ ৪০×২ = ৮০ ধরা হয় তাহলে ৬ষ্ঠ পদ = ৮০×২ = ১৬০ মিলে। অর্থাৎ প্রতিবার ২দিয়ে গুণ করে পরের পদ তৈরী করা হয়েছে। তাহলে পূর্বপদ বের করার জন্য প্রতিবার ২ দিয়ে ভাগ করতে হবে। তাহলে ২য় পদ = ২০÷২ =১০ সুতরাং ১ম পদ = ১০÷২ = ৫ উত্তর: ৫

৭৫. $5+x+y+135$ গুণোত্তর ধারাটির x ও y এর মান কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.২]*

a. 15, 50 b. 15, 45 c. 20, 45 d. 25,55 Ans: b

লিখিত সমাধান :

এখানে, ৪র্থ পদ $aq^{4-1} = 135 \Rightarrow aq^3 = 135$ . . . (i) এবং প্রথম পদ $aq^{1-1} = 5 \Rightarrow aq^0 = 5 \therefore a = 5$. . . (ii)

এখন, (i) ÷ (ii) করে পাই $q^3 = 27$ $\therefore q = 3$ (আগের পদের সাথে প্রতিবার 3 গুণ করে পরের পদ বের হবে)

সুতরাং, $x = 5\times 3 = 15$ এবং, $y = 15\times 3 = 45$

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন : Ans. x=15 এবং y = 45

৫ ও ১৩৫ দুটিই ৫ দিয়ে বিভাজ্য, তাহলে এর মাঝের যে সংখ্যা দুটি হবে তা ও ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা ই হবে। দেখা যাচ্ছে ২য় পদ ১৫ ও ৩য় পদ ৪৫ নিলে প্রতিবার ৩ দিয়ে গুণ করতে হচ্ছে। তাই ১৫ ও ৪৫ ই উত্তর

নিজে করুন:

৭৬. $5 + x + y + 625$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x ও y এর মান কত? *[পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর (সহকারি পরিচালক)-২০১১]*

a.15, 45 b. 25, 45 c. 25, 125 d. 45, 125 Ans: c

৭৭. একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি– 48 এবং পঞ্চম পদটি $\frac{3}{4}$ হলে,সাধারণ অনুপাত কত? *[৩৫তম বিসিএস]*

a. $\frac{1}{2}$ b. $-\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{4}$ d. $-\frac{1}{4}$ **Ans:d**

লিখিত সমাধান :

গুণোত্তর অনুক্রমের প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে অনুক্রমটির n- তম পদ = aq^{n-1}

প্রশ্নমতে, দ্বিতীয় পদ, $aq^{2-1} \Rightarrow aq = -48$------- (i) এবং পঞ্চম পদ, $aq^{5-1} \Rightarrow aq^4 = \frac{3}{4}$ -------- (ii)

এখন, (ii)÷ (i) করে পাই, $\frac{aq^4}{aq} = \frac{3}{4\times(-48)} \Rightarrow q^3 = -\frac{1}{64} \Rightarrow q^3 = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \therefore q = -\frac{1}{4}$

Learning Point: ধারার রাশিগুলোর মধ্যে একবার (+) ও একবার (-) থাকলে বুঝতে হবে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে গুণ করা হয়েছে। অর্থাৎ রাশিগুলোর মাঝে সাধারণ অনুপাত বা q এর মানটি ঋণাত্মক হবে।

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন :

যেহেতু (-) সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে তাই ক ও গ নং অপশন বাদ দেয়া যায়। এখন খ অপশনটি ধরে, ২য় পদ -48

$\therefore$ ৩য় পদ = $(-48)\times -\frac{1}{2} = 24$, ৪র্থ পদ = $24\times -\frac{1}{2} = -12$ এবং ৫ম পদ = $(-12)\times -\frac{1}{2} = 6$

কিন্তু প্রশ্নে ৫ম পদ $\frac{3}{4}$ তাই এটি উত্তর নয় । তাহলে, $(-48)\times -\frac{1}{4}\times -\frac{1}{4}\times -\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ সুতরাং উত্তর $-\frac{1}{4}$

৭৮. $128 + 64 + 32 + \ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.২]*

a. 7 b. 8 c. 9 d. 10 Ans: c

সমাধান: ar^{n-1} সুত্রানুসারে:

$128\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \Rightarrow n-1 = 8 \Rightarrow n = 8+1 \therefore n = 9$

শর্টকাট: $32\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ৩নং পদ ৩২ এর সাথে ৫বার $\frac{1}{2}$ গুণ করলে $=\frac{1}{2}$ আসে। তাই ৯ম পদ

৭৯. $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে ? *[বেসরকারি বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ০৫] + [৩য় বিসিএস- (বিশেষ)] + [মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. ৯ তম পদ b. ১০ তম পদ c. ১১ তম পদ d. ১২ তম পদ Ans: a

লিখিত সমাধান :

ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা। এখানে, প্রথম পদ $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $q=1\div\frac{1}{\sqrt{2}}\therefore q=\sqrt{2}$

শর্তমতে, $aq^{n-1}=8\sqrt{2}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}\times(\sqrt{2})^{n-1}=2^3\sqrt{2}\Rightarrow(\sqrt{2})^{-1}\times(\sqrt{2})^{n-1}=(\sqrt{2})^6.\sqrt{2}$

$\Rightarrow(\sqrt{2})^{n-2}=(\sqrt{2})^7\Rightarrow n-2=7\quad\therefore n=9$ সুতরাং ধারাটির ৯ম পদ $=8\sqrt{2}$

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন :

প্রথমে তিনটি রাশি দেয়াই আছে। তাই ৪র্থ রাশি থেকে গুণ করা শুরু করুন। প্রতিটি রাশির সাথে ধারাটির সাধারণ অন্তর $\sqrt{2}$ গুণ করে বের করুন, কত নং রাশিতে গিয়ে $8\sqrt{2}$ আসে। দেখা যাবে ৯ম রাশিতে গেলে $8\sqrt{2}$ আসবে

পরামর্শ: সূত্র ভুলে গেলেও Practical নিয়মগুলো সহজে ভুলে যাবেন না এবং যেহেতু প্রশ্নগুলো সহজই আসে। তাই এমসিকিউ পরীক্ষার জন্য যথাসম্ভব নিয়ম ছাড়াই করার চেষ্টা করুন।

নিজে করুন:

৮০. $\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, 1$ ..... ধারাটির কোন পদ 9 হবে? *[Agrani Bank (SO)-2015]*

a. ১০ম পদ b. ৬ষ্ঠ পদ c. ৮ম পদ d. ৭ম পদ Ans: d

পদ্ধতি-০৮ : গুণোত্তর ধরার পদের সমষ্টি বের করা

গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে ধারাটির **n** তম পদের সমষ্টি, $s=a.\frac{q^n-1}{q-1}$

৮১. **2-4+8-16+..... ধারাটির প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি কত ?** *(কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর-০৫)+ [পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]+ [BIWTC- (অফিস সহ: কাম কম্পি: মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

a. 36 b. 86 c. 52 d. 56 Ans: b

লিখিত সমাধান :

এখানে প্রথম পদ a= 2, সাধারণ অনুপাত, $q=\frac{-4}{2}=-2$

$\therefore$ প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি $=a\times\frac{1-q^n}{1-q}$ (যেহেতু $q<1$)

$=2\times\frac{1-(-2)^7}{1-(-2)}=2\times\frac{1+128}{1+2}=2\times\frac{129}{3}=2\times43=\mathbf{86}$

মুখে মুখে সমাধান বের করার জন্য এভাবে ভাবুন :

2-4+8-16 .এখানে প্রতিবার (-2) দিয়ে গুণ করা হয়েছে, ৪টি রাশি দেয়াই আছে, সুতরাং প্রতিবার (-2) দিয়ে গুণ করলে পরের ৩টি রাশি সহ ৭টি রাশির সিরিজটি হবে 2-4+8-16+32-64+128

এবং এদের যোগফল হবে,

$=2-4+8-16+32-64+128=170-84=\mathbf{86}$

৮২. **2 + 6 + 18 + ধারাটির ৮টি পদের সমষ্টি কত?** *[আমদানি-রপ্তানি অধিদপ্তরের নির্বাহী অফিসার-২০০৭]*

a. 6565 b. 6560 c. 6569 d. 5560 Ans: b

সমাধান: 8 টি পদের সমষ্টি $=a.\frac{q^n-1}{q-1}=2.\frac{3^8-1}{3-1}=6560$

৮৩. **12 + 24 + 48 + ... + 768 ধারাটির সমষ্টি কত?** *[৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদা:১০]*

a. 1500 b. 1520 c. 1524 d. 1824 Ans: c

সমাধান: (এখানে আগে পদসংখ্যা অর্থাৎ ৭৬৮ কত তম পদ তা বের করে সমষ্টির নিয়মে করতে হবে)

এখানে, প্রথম পদ $a=12$, সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{24}{12}=2>1$ ।

প্রশ্নমতে, $ar^{n-1}=768\Rightarrow12\times2^{n-1}=768\Rightarrow2^{n-1}=\frac{768}{12}=64\Rightarrow2^{n-1}=2^6\Rightarrow n-1=6\therefore n=7$

সুতরাং, ধারাটির সমষ্টি $=\frac{a\times(r^n-1)}{(r-1)}=\frac{12\times(2^7-1)}{(2-1)}=12\times(128-1)=12\times127=1524$ **Ans:1524**

ভগ্নাংশ আসলেও নিয়ম একই: শুধু মান বসিয়ে ধাপে ধাপে করতে হবে:

৮৪. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+$ ..... ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত? *।[আনসার ও ভিডিপি অধি: (সার্কেল অ্যাডজুটেন্ট))-২০১৫]+ [৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদা:১১]*

a. $\frac{33}{31}$ b. $\frac{63}{32}$ c. $\frac{63}{64}$ d. $\frac{127}{64}$ Ans: d

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ $a=1$, সাধারণ অনুপাত $r=\frac{1}{2}\div1=\frac{1}{2}<1$ ।

সুতরাং, গুণোত্তর ধারাটির 7 টি পদের সমষ্টি $S_8=\frac{1\times\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7\right\}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1-\frac{1}{128}}{\frac{1}{2}}=2\times\left(\frac{128-1}{128}\right)=\mathbf{\frac{127}{64}}$

নিজে করুন:

৮৫. **$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+$..... ধারাটির ১ম 5 টি পদের সমষ্টি কত?** *[১০ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০১৪]*

ক. $\frac{121}{81}$ খ. $\frac{119}{81}$ গ. $\frac{81}{121}$ ঘ. $-\frac{121}{81}$ উত্তর: ক

৮৬. **2+4+8+16+ ..... ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে n এর মান কত?** *[আনসার ও ভিডিপি অধিদপ্তরের সার্কেল অ্যাডজুটেন্ট: ০৫]*

a. 4 b. 5 c. 6 d. 7 Ans: d

সমাধান, ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা। এখানে, প্রথম পদ, $a=2$ এবং সাধারণ অনুপাত, $q=2$;

প্রশ্নমতে, $a.\frac{q^n-1}{q-1}=254\Rightarrow2.\frac{q^n-1}{q-1}=254\Rightarrow2^n-1=127\Rightarrow2^n=128\Rightarrow2^n=2^7\therefore n=7$ **Ans: 7**

৮৭. একটি গুণোত্তর শ্রেণীর প্রথম ছয়টি পদের যোগফল তার প্রথম তিনটি পদের যোগফলের নয় গুণ। সাধারণ অনুপাত হবে- *[মহাহিসাব রক্ষক ও নিরীক্ষকের অধীনে অধীক্ষক -১৯৯৮]*

ক. 2 খ. 3 গ. 4 ঘ. 1 উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অনুপাত = q

সুতরাং ধারাটির প্রথম 6টি পদের সমষ্টি $= a\times\frac{q^6-1}{q-1}$ এবং প্রথম 3 টি পদের সমষ্টি $= a\times\frac{q^3-1}{q-1}$

প্রশ্নমতে, $a\times\frac{q^6-1}{q-1}=9\times a\times\frac{q^3-1}{q-1} \Rightarrow q^6-1=9(q^3-1) \Rightarrow (q^3+1)(q^3-1)=9(q^3-1)$

$\Rightarrow q^3+1=9 \quad \Rightarrow q^3=8 \Rightarrow q^3=2^3 \quad \therefore \mathbf{r=2}$

৮৮. **প্রথম দিনে ১ টাকা, দ্বিতীয় দিনে ২ টাকা, তৃতীয় দিনে ৪ টাকা, চতুর্থ দিনে ৮ টাকা, এরূপভাবে দান করলে ১৫ দিনে মোট কত টাকা দান করা হবে?** *[পাবলিক সার্ভিস কমিশনে সহকারি পরিচালক ০৪]*

a. ৬৫,৬৩৫ b. ৩২,৭৬৭ c. ১৬,৩৮৩ d. ৮,২৯১ Ans: b

সমাধান,

1, 2, 4, 8, -----15টি পদের সমষ্টি = ? ধারাটি গুণোত্তর। এখানে, সাধারণ অনুপাত, q = 2, a = ১ম পদ = 1; n = 15

সুতরাং ধারাটির প্রথম ১৫টি পদের সমষ্টি $= a.\frac{q^n-1}{q-1}=1.\frac{2^{15}-1}{2-1}=2^{15}-1=32768-1=$ **32767**

[**Tips:** সূত্র ভুলে গেলে ১৫ দিনের টাকা আলাদা আলাদা ভাবে লিখে যোগ করুন]

পদ্ধতি-০৯ : অসীম ধারার সমষ্টি বের করা

অসীম গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a এবং সাধারণ অনুপাতকে r দ্বারা সূচিত করা হয়। অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টিকে S_∞ দিয়ে প্রকাশ করা হয় এবং একে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বলা হয়। ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি $|r|<1$ হয়, $-1<r<1$ হয়। অর্থাৎ সাধারণ অনুপাত (r) এর মান যদি (+1) থেকে ছোট হয় এবং (-1) থেকে বড় হয় কেবল তখন অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করার সূত্র: $S_\infty=\frac{a}{1-r}$

৮৯. **$1+2+4+8+16+\ldots$ ..... ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত ?**

a. $\frac{3}{20}$ b. 3 c. 2 d. কোনটিই নয় Ans: d

সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, a = 1 এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{2}{1}=2>1$ [যা প্রদত্ত শর্ত বিরোধী]

খেয়াল করুন, একটি অসীম গুণোত্তর ধারার অসীম পদের সমষ্টি থাকবে যদি এবং কেবল যদি সাধারণ অনুপাত r -এর মান (+1) থেকে ছোট এবং (-১) থেকে বড় হয়। প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত (r) এর মান (+১) থেকে বড় যা শর্ত বিরোধী। সুতরাং ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি নেই । কারণ এই ধারাটির সমষ্টি বের করার সূত্র নেই। বের করাও সম্ভব নয়।

৯০. **$1+0.1+0.01+0.001+\ldots\ldots\infty$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?**

a. $1\frac{1}{2}$ b. $2\frac{1}{3}$ c. $1\frac{1}{9}$ d. $2\frac{1}{4}$ Ans: c

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটির ১ম পদ, a = 1, সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{0.1}{1}=\frac{1}{10}<1$

$\therefore$ অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\frac{a}{1-r}=\frac{1}{1-\frac{1}{10}}=\frac{1}{\frac{10-1}{10}}=\frac{1}{\frac{9}{10}}=1\times\frac{10}{9}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}$ **(Ans)**

৯১. **$0.12+0.0012+0.000012+\ldots\ldots$ ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল-** *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

a. $\frac{4}{33}$ b. $\frac{4}{99}$ c. $\frac{112}{99}$ d. $\frac{14}{99}$ Ans: a

সমাধান: এখানে, প্রথম পদ a = 0.12 এবং সাধারণ অনুপাত $r=\frac{0.0012}{0.12}=0.01$ এখানে, $0.01<1$

ধারাটির অসীম পদের যোগফল $=\frac{a}{1-r}=\frac{0.12}{1-(0.01)}=\frac{0.12}{0.99}=\frac{12}{99}=\frac{4}{33}$ (উত্তর)

নিজে করুন:

৯২. **$0.5+0.05+0.005+\ldots\ldots\infty$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কোনটি ?** *[সোনালী ব্যাংক (অফিঃ)-২০১৪]*

a. $\frac{4}{9}$ b. $\frac{2}{5}$ c. $\frac{3}{7}$ d. $\frac{5}{9}$ Ans: d

৯৩. **$0.9+0.09+0.009+\ldots\ldots\infty$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কোনটি ?** *[রুপালী ব্যাংক (অফিঃ)-২০১৫]*

a. 1 b. 0.9 c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{1}{9}$ Ans: a

৯৪. **$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots\ldots\infty$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?** *[বাংলাদেশ ব্যাংক (অফিঃ)-২০১৮]*

a. 3 b. 5 c. 2 d. 6 Ans: c

সমাধান: ধারার ১ম পদ, a = 1 এবং সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{1}{2}\div 1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1}{2}<1$

$\therefore$ অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\frac{a}{1-r}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{2-1}{2}}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=1\times\frac{2}{1}=2$ **(Ans)**

নিজে করুন:

৯৫. **$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4}+\ldots\ldots$ গুণোত্তর ধারার অসীতক সমষ্টি কত?**

a. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ b. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ c. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ Ans: d

সমাধান: a = 1 এবং $r=\frac{1}{\sqrt{2}}\div 1=\frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\therefore S_\infty=\frac{a}{1-r}=\frac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

৯৬. $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{2}{27}+$ .....ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. $S_\infty=\frac{20}{3}$ b. $S_\infty=\frac{3}{20}$ c. $S_\infty=20$ d. $S_\infty=3$ Ans: b

✍সমাধান: $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{2}{27}+$ ..... সিরিজটিতে, প্রথম পদ $a=\frac{1}{4}$ এবং $r=-\frac{1}{6}\div\frac{1}{4}=-\frac{1}{6}\times4=-\frac{2}{3}<1$

$\therefore$ সুতরাং অসীম পদের সমষ্টি $S_\infty=\frac{a}{1-r}$ [সূত্র] $=\frac{\frac{1}{4}}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{2}{3}}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{3}}=\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$

নিজে করুন:

৯৭. $2-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+$.... গুণোত্তর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

a. $-\frac{4}{3}$ b. $-\frac{3}{4}$ c. $\frac{4}{3}$ d. $\frac{3}{4}$ Ans: c

৯৮. $\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+$.....ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{9}$ d. $\frac{1}{4}$ Ans: b

✍সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a=\frac{1}{3}$ সাধারণ অনুপাত, $r=\frac{\text{২য় পদ}}{\text{১ম পদ}}=\frac{1}{3^2}\div\frac{1}{3}=\frac{1}{3^2}\times\frac{3}{1}=\frac{1}{3}<1$

লক্ষ্য করুন, r এর মান $\frac{1}{3}$ যা (+1) থেকে ছোট কিন্তু (- 1) থেকে বড়। সুতরাং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে

$\therefore$ অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\frac{a}{1-r}=\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3-1}{3}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$ (Ans)

নিজে করুন:

৯৯. $\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+$.....∝ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

a. $\frac{9}{11}$ b. $\frac{4}{5}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$ Ans: d

১০০. $\frac{1}{5}-\frac{2}{5^2}+\frac{4}{5^3}-\frac{8}{5^4}$ ..... ∝ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{4}{9}$ d. $\frac{1}{7}$ Ans: d

[**Hints:** ধারার ১ম পদ, $a=\frac{1}{5}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $r=-\frac{2}{5^2}\div\frac{1}{5}=-\frac{2}{5^2}\times\frac{5}{1}=-\frac{2}{5}<1$ বাকীটা নিজে করুন]

পদ্ধতি-১০ : এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন

১০১. একটি ধারার ১ম সংখ্যাটি ৩, ২য় সংখ্যাটি ৯। ৩য় সংখ্যা থেকে শুরু করে বাকী সংখ্যাগুলো পূর্ববর্তী সবগুলো সংখ্যার গড়। ধারাটির ১১তম সংখ্যাটি কত? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড-(ডাটা ইন্ট্রি অপারেটর)-২০১৯]*

a. ৫৩ b. ৪৮ c. ৩ d. ৬ Ans: d

✍সমাধান:
দেয়া আছে ধারাটির প্রথম পদ = ৩ এবং ২য় পদ = ৯। সুতরাং ১ম ও ২য় পদের গড় = (৩+৯) = ১২ ÷২ = ৬।
এখন, ৪র্থ, ৫ম, ৬ষ্ঠ . . . . ১১তম পদ পর্যন্ত প্রতিবার যে কোন সংখ্যা বসালে তা আগের সংখ্যাগুলোর গড়ের সমান হতে হলে প্রতিবার ৬ ই বসাতে হবে। অর্থাৎ সিরিজটি হবে, ৩, ৯, ৬, ৬, ৬, ৬ . . . . . ৬। সুতরাং ১১ তম পদ = ৬।

১০২. একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ (- 20) হলে, এর প্রথম 31 টি পদের সমষ্টি কত? *[তুলা উন্নয়ন বোর্ড (কর্মকর্তা)-২০০৩], [বহিরাগমন এবং পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৬]*

a. – 600 b. – 610 c. – 620 d. – 630 Ans: c

✍সমাধান: দেওয়া আছে, ধারটির 16তম পদ = - 20

প্রশ্নমতে, $a+(16-1)d=-20 \quad \therefore a+15d=-20$ ..... (i)

আবার, n তম পদের সমষ্টি $S_n=\frac{n}{2}\{2a\times(n-1)d\}$

$\therefore$31 টি পদের সমষ্টি $=\frac{31}{2}\{2a\times(31-1)d\}=\frac{31}{2}(2a\times30d)=\frac{31}{2}\{2(a\times15d\}=31\times(-20)=$ **- 620**

১০৩. 9+7+5+.....ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল -144 হলে n = ? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৩১]+ [নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬]+[মহাহিসাব নিরীক্ষকের অধীন জুনিয়র অডিটর-২০২১]+[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১১]*

a. 16 b. 12 c. 14 d. 18 Ans: d

✍সমাধান: ধারাটির প্রথম পদ, a = 9 এবং সাধারণ অন্তর, d = 7-9 = - 2

প্রশ্নমতে, $\frac{n}{2}\{2.9+(n-1)\times(-2)\}=-144 \Rightarrow \frac{n}{2}(18-2n+2)=-144 \Rightarrow \frac{n}{2}(20-2n)=-144$

$\Rightarrow\frac{n}{2}\times2\times(10-n)=-144 \Rightarrow 10n-n^2=-144 \Rightarrow n^2-10n-144=0$

$\Rightarrow n^2-18n+8n-144=0 \Rightarrow n(n-18)+8(n-18)=0 \Rightarrow (n-18)(n+8)=0$

এখন, হয়, $(n-18)=0 \therefore n=18$ অথবা, $(n+8)=0 \therefore n=-8$

কিন্তু n = - 8 গ্রহণযোগ্য নয়। সুতরাং n এর নির্ণেয় মান = **18** **Ans: 18**

১০৪. $\log a+\log a^2+\log a^3+$ ..... ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইফার কর্মকর্তা)-২০১৭]*

a. 28 log a b. 56 log a c. 7 log a d. 8 log a Ans: a

✍সমাধান: $\log a+\log a^2+\log a^3+$ .....$+\log a^7$

$=1.\log a+2.\log a+3.\log a+$ .....$+7.\log a$

$=\log_a(1+2+3+$.....$+7)$

$=\log a\times\frac{7\times(7+1)}{2}=\log a\times28=$ **28 log a**

১০৫. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 10^2 = 385$ হলে, $2^2 + 4^2 + 6^2 \ldots\ldots + 20^2$ এর মান কত? *[গণমাধ্যম ইনস্টিটিউট (সহকারি পরিচালক)-বেতার প্রকৌশল প্রশিক্ষণ-২০০৩]*

a. 770 b. 1540 c. 1155 d. $(385)^2$

✍সমাধান:

দেয়া আছে, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 10^2 = 385$

$\therefore 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots\ldots + 20^2$

$= (2.1)^2 + (2.2)^2 + (2.3)^2 + \ldots\ldots + (2.10)^2$

$= 2^2.1^2 + 2^2.2^2 + 2^2.3^2 + \ldots\ldots + 2^2.10^2$

$= 2^2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + 10^2)$

$= 4 \times 385 = \mathbf{1540}$

Ans:b

✍Wrong Idea:

$2^2 + 4^2 + 6^2 \ldots\ldots + 20^2$ থেকে

$2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots\ldots + 10^2)$

$2 \times 385 = 770$ মনে করলে ভুল হবে। কারণ $6^2 = 36$ কিন্তু 6^2 থেকে 2 কমন নিয় $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ লেখা ভুল।

১০৬. কোন সমান্তর ধারার p তম পদ q এবং q তম পদ p হলে, (p+q) তম পদ কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৩.১] + [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ বুরোর (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০০৯] + [বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]*

a. pq b. p+q c. pq(p+q) d. 0

Ans:d

✍সমাধান : ধরি, ধারাটির ১ম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d

প্রশ্নমতে, p তম পদ = $a+(p-1)d = q$ .....(i)

এবং q তম পদ = $a+(q-1)d = p$ .....(ii)

(i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$a+(p-1)d-a-(q-1)d = q-p \Rightarrow (p-1)d-(q-1)d = q-p \Rightarrow (p-1-q+1)d = q-p$

$\Rightarrow (p-q)d = -(p-q) \quad \Rightarrow d = -\frac{(p-q)}{p-q} \quad \therefore d = -1$

এখন, d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a+(p-1)(-1) = q \quad \Rightarrow a-(p-1) = q \quad \therefore a = p+q-1$

$\therefore (p+q)$ তম পদ $= a+(p+q-1)d = p+q-1+(p+q-1)(-1) = p+q-1-p-q+1 = \mathbf{0}$ **Ans: 0**

১০৭. $2 - 2 + 2 - 2 + \ldots\ldots$ ধারাটির $2n + 2$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? *[নন ক্যাডার পরীক্ষা(সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]*

a. 1 b. -1 c. 2 d. 0

Ans: d

✍সমাধান: ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$; সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-2}{2} = -1 < 1$

$\therefore (2n+2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^{2n+2})}{1-r} = \frac{2\{1-(-1)^{2n+2}\}}{1-(-1)} = \frac{2\{1-(+1)\}}{1+1} = \frac{2(1-1)}{1+1} = \frac{2\times 0}{2} = \mathbf{0}$ **(Ans)**

নিজে করুন:

১০৮. $1 - 1 + 1 - 1 + \ldots\ldots$ এর ধারাটির $(2n+1)$ এর সমষ্টি হবে? *[৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ১৩.২)]*

a. -1 b. 1 c. 0 d. কোনটিই নয়

Ans: b

Practice Part

১. $1+5+9+13+\ldots\ldots$ধারাটির n তম পদ কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

a. 4n-1 b. 3n-3 c. 4n-3 d. 4n+1

২. 2-5-12-19.....ধারাটির 12 তম পদ কত? *[প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০১৭]*

a. -65 b. 55 c. 75 d. -75

৩. কোন সমান্তর ধারার ১ম পদ ১১ এবং ৩য় পদ ২৭ হলে, ধারাটির ১১ তম পদ কত ?

a. ৬১ b. ৭২ c. ৮০ d. ৯১

৪. $13 + 20 + 27 + 34 + \ldots. + 111$ ধারাটির পদসংখ্যা কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৩.১]*

a. 10 b.13 c. 15 d. 20

৫. $7 + 13 + 19 + 25 + \text{----}$ ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি কত? *(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ১৩.১ এর ৪)*

a. 141 b.1210 c. 1280 d. 2560

৬. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে উক্ত ধারার r তম পদ কত? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের (সহকারী প্রধান পরিদর্শক)-২০০৯+সোনালী ব্যাংক (ক্যাশ অফিসার)-২০১৫]*

a. $2r - 3$ b. $3r - 3$ c. $3r + 2$ d. $3r + 5$

৭. $3 + a + b + 81$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, b এর মান কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইফার অফিসার)-২০১৫]*

a. 9 b. 12 c. 18 d. 27

৮. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ও দ্বিতীয় পদ যথাক্রমে 27 এবং 9 হলে 5ম পদ কত? *(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ১৩.২ এর উদা:৯)*

a. $\frac{1}{3}$ b. 3 c. $\frac{1}{9}$ d. 81

৯. $২৯ + ২৫ + ২১ + \ldots\ldots\ldots - ২৩ =$ কত? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগের অধীনে (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]*

a. ৮২ b. ৭২ c. ৫২ d. ৪২

১০. একটি সমান্তর ধারার সাধারণ অন্তর 2 এবং n তম পদ $2n-1$ হলে, প্রথম পদ কত? *[Bangladesh Commerece Bank (Officer)--2016]*

a. 1 b. 3 c. 5 d. 7

উত্তরমালা

১.	c	২.	d	৩.	d	৪.	c	৫.	c
৬.	c	৭.	d	৮.	a	৯.	d	১০.	a

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. ✍সমাধান: $\therefore$ n তম পদ $= a+(n-1)d = 1+(n-1)4 = 1+4n-4 =$ **4n-3**

২. ✍সমাধান : যেহেতু n তম পদ $= a+(n-1)d$ সুতরাং 12 তম পদ $= 2+(12-1)(-7) = 2+11(-7) =$ **-75**

৩. ✍সমাধান: ধারাটি একটি সমান্তর ধারা তাই ২য় পদ হবে ১ম ও ৩য় পদের গড় অর্থাৎ ২য় পদ $= \frac{১১+২৭}{২} = \frac{৩৮}{২} = ১৯$

$\therefore$ সাধারণ অন্তর $d = ১৯-১১ = ৮$ সুতরাং ১১ তম পদ $= a+(১১-১)d = a+১০d = ১১+১০\times ৮ = ১১+৮০ = ৯১$

৪. ✍সমাধান: পদসংখ্যা $= \frac{\text{শেষপদ - প্রথম পদ}}{\text{সাধারন অন্তর}} + 1 = \frac{111-13}{7} + 1 = \frac{98}{7} + 1 = 14+1 = \mathbf{15}$

৫. ✍সমাধান: প্রথম পদ $a = 7$, সাধারণ অন্তর $d = 13-7 = 6$

$\therefore 20$ টি পদের সমষ্টি $= \frac{20}{2}\{2.7+(20-1)6\} = 10\times(14+114) = 10\times 128 = \mathbf{1280}$

৬. ✍সমাধান: r তম পদ $= a+(r-1)d = 5+(r-1)^3 = \mathbf{3r+2}$

৭. ✍সমাধান: ধারাটির ৪র্থ পদ $= aq^{4-1} = 3q^3 = 81 \Rightarrow q^3 = 27 \therefore q = 3 \quad \therefore$ তৃতীয় পদ $b = aq^{3-1} = 3\times 3^2 = \mathbf{27}$

৮. ✍সমাধান: সাধারণ অনুপাত $r = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \quad \therefore$ পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = 27\times\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{27\times 1}{27\times 3} = \frac{1}{3}$

৯. ✍সমাধান: পদসংখ্যা $= \frac{-২৩-২৯}{-৪}+১ = \frac{-৫২}{-৪}+১ = ১৪$, গড় $= (-২৩+২৯)\div২ = ৬\div২ = ৩$। সমষ্টি $= ১৪\times৩ = ৪২$

১০. ✍সমাধান: ধরি, প্রথম পদ $= a$; সাধারণ অন্তর, $d = 2$; সুতরাং n তম পদ $= a+(n-1)d = a+(n-1)2 = a+2n-2$
প্রশ্নমতে, $a+2n-2 = 2n-1 \Rightarrow a+2n-2n = -1+2 \quad \therefore a = 1$ সুতরাং ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. -5-12-19.....ধারাটির 10 তম পদ কত? *[সমাজসেবা (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০০৫]+[সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা -২০০৮]*
a. -75 b. -70 c. -58 d. -68

২. 7+12+17+.....ধারাটির কত তম পদ 52? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (কারা তত্ত্বাবধায়ক)-২০১০]+[প্রাক-প্রাথ: সহকারী শিক্ষক-২০১৪]*
a. 4 b. 5 c. 10 d. 7

৩. 1 থেকে 79 সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? *[১৬তম বিসিএস : ১৯৯৪]*
a. 3050 b. 3200 c. 3160 d. 3060

৪. 5 থেকে 35 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক: ০১]*
a. 600 b. 610 c. 620 d. 630

৫. 8+14+20+26.....ধারাটির প্রথম 10 টি পদের সমষ্টি কত? *[খাদ্য অধিদপ্তরের (খাদ্য পরিদর্শক/উপ খাদ্য পরিদর্শক)-২০১৭]+[মহিলা ও শিশু বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে (উপজেলা মহিলা বিষয়ক কর্মকর্তা)-২০০২]*
a. 270 b. 251 c. 290 d. 350

৬. একটি সমান্তর ধারার তৃতীয় পদ 20 এবং সপ্তম পদ 12 হলে ধারাটির সাধারন অন্তর কত?
a. -2 b. -4 c. 2 d. 4

৭. $1^3+2^3+3^3+. \ldots . +11^3$ = কত?
a. 3250 b. 3500 c. 4356 d. 4550

৮. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে, n এর মান কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৩.২] + [বাংলাদেশ রোড ট্রান্সপোর্ট অথরিটি (সহকারী পরিচালক)-২০০৫]*
a. n = 3 b. n = 5 c. n = 6 d. n = 7

৯. 5+15+x+y+405 এই গুণোত্তর ধারার x এর মান কত? *[গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়ের আবাসন পরিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০০৬]+[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের (সহকারী শিক্ষক)-২০০৯]*
a. 20 b. 45 c. 60 d. 135

১০. 0.2 + 0.02 + 0.002 + ...∝ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কোনটি ?
a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{2}{9}$ d. $\frac{2}{7}$

উত্তরমালা

১.	d	২.	c	৩.	c	৪.	c	৫.	d
৬.	a	৭.	c	৮.	b	৯.	b	১০.	c

লিখিত অংশ

১. ৮+১১+১৪+১৭ .....ধারার কোন পদ ৩৯২ ? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহ: কাম কম্পি: টাইঃ) - ২০১৮- (লিখিত)]*

✍সমাধান: ধরি, ধারাটির r তম পদের মান ৩৯২।
আমরা জানি, একটি সমান্তর ধারার r তম পদ $= a+(r-১)d$
প্রশ্নমতে, $a+(r-১)d = ৩৯২ \Rightarrow ৮+(r-১)\times৩=৩৯২$ (প্রশ্নে a = প্রথম পদ = ৮ এবং d = সাধারণ অন্তর = ১১-৮ = ৩)
$\Rightarrow (r-১)\times৩=৩৯২-৮ \Rightarrow (r-১)=\frac{৩৮৪}{৩} \quad \therefore r = ১২৮+১ = ১২৯$ উত্তর: ১২৯ তম পদ।

২. এক ব্যক্তি ২২০০০ টাকায় একটি ফ্রিজ কিস্তিতে পরিশোধের মাধ্যমে কিনতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে ৫০০ টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি ১০০০ টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে তিনি ফ্রিজের দাম পরিশোধ করতে পারবেন এবং সর্বশেষ কিস্তির পরিমাণ কত? *[৩৫তম বিসিএস লিখিত]*

সবার আগে বুঝতে হবে যে, এই অংকটি কেন সান্তধারার অংকের নিয়মে হবে।

✍সমাধান:
এখানে প্রথম কিস্তি = ১০০০ এবং পরবর্তী কিস্তি ৫০০ করে বাড়বে এবং সব কিস্তি মিলে মোট টাকা হবে ২২০০০
তাহলে সিরিজটি সাজালে হবে, ১০০০+ ১৫০০+ ২০০০+২৫০০ . . . . . = ২২০০০
এখানে ধারার সমষ্টি বের করার সুত্র প্রয়োগ করতে হবে যেখানে প্রথম পদ a = ১০০০ , সাধারণ অন্তর d = ৫০০
এবং সমষ্টি = ২২০০০
তাহলে সুত্রানুযায়ী

সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 22000$ (এখানে n হল মোট কিস্তির সংখ্যা)

$\Rightarrow n\{2\times1000 + (n-1)500\} = 22000\times2$ (মান বসানো হলো)
$\Rightarrow n\{2000 + 500n - 500\} = 44000$
$\Rightarrow n(500n + 1500) = 44000$
$\Rightarrow 500n^2 + 1500n - 44000 = 0$
$\Rightarrow 500(n^2 + 3n - 88) = 0$
$\Rightarrow n^2 + 3n - 88 = 0$
$\Rightarrow n^2 + 11n - 8n - 88 = 0$
$\Rightarrow n(n+11) - 8(n+11) = 0$
$\Rightarrow (n+11)(n-8) = 0$
হয়, $n+11 = 0$ অথবা, $n-8 = 0$
$\therefore n = -11$ $\therefore n = 8$

যেহেতু ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয় তাই, $n = 8$ **অর্থাৎ মোট কিস্তি = ৮টি।**
আবার যেহেতু মোট কিস্তি ৮টি তাহলে শেষের কিস্তিটি হবে ৮ নম্বর কিস্তি।
ধরি ৮ হচ্ছে মোট কিস্তির r তম পদ।
আমরা জানি, r তম পদ $= a+(r-1)d = 1000+(8-1)500 = 1000+7\times500 = 1000+3500 = 4500$
সুতরাং ৮ম কিস্তি বা সর্বশেষ কিস্তির পরিমাণ হল ৪৫০০ টাকা **উত্তর: মোট কিস্তি ৮টি এবং সর্বশেষ কিস্তি = ৪৫০০ টাকা**

এই অংকটিই কোন ধরণের নিয়ম ছাড়াই করতে চাইলে এভাবে করতে পারেন
১ম কিস্তি = ১০০০
২য় " = ১৫০০
৩য় " = ২০০০
৪র্থ " = ২৫০০
৫ম " = ৩০০০
৬ষ্ঠ " = ৩৫০০
৭ম " = ৪০০০
৮ম " = ৪৫০০
সব কিস্তির যোগফল = ২২,০০০
সুতরাং মোট কিস্তি সংখ্যা = ৮টি
এবংসর্বশেষ কিস্তি = ৪৫০০টাকা
উত্তর: ৮টি এবং ৪৫০০ টাকা।

[**Note :** লিখিত অংককে উপরের নিয়মটা অনেক প্রশ্নে প্রয়োজন হবে। তাই খুব ভালোভাবে মনে রাখুন।]

নিজে করুন:

৩. $2+4+6+8+....$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:৩.২]*

[**Hints:** সূত্র প্রয়োগ করে নিজে করুন: $\frac{n}{2}\{2.2+(n-1)2\}=2550 \therefore n=50$]

৪. এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছুসংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন। *[৯ম-১০ম শ্রেণী অনু:৩.১/+ ছাত্র শিক্ষা ও পরিবার কল্যাণ বিভাগ (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর):২০২১]*

সমাধান :

মনে করি, কিস্তির সংখ্যা = n প্রথম কিস্তি, a = 1;

এবং সাধারণ অন্তর বা পরপর দুই কিস্তির পার্থক্য, d = 2; মোট ঋণের পরিমাণ, $S_n = 2500$ (সব কিস্তির যোগফল)

সমান্তর ধারার সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$ বা, $2500 = \frac{n}{2}\{2\times1+(n-1)2\}$ বা, $2500 = \frac{n}{2}(2+2n-2)$

বা, $2500 = \frac{n}{2}\times 2n$ বা, $2500 = n^2$ বা, $n^2 = 2500$ বা, $n = \sqrt{2500}$ $\therefore n = \pm 50$

যেহেতু কিস্তির সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। সুতরাং $n = 50$ ∴কিস্তির সংখ্যা **50টি**। **Ans. 50**

৫. রশিদ তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী প্রতিমাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর (অনু. ১৩.১) উদা:৬]*

ক) সমস্যাটিকে n সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারায় প্রকাশ কর।

খ) তিনি 18তম মাসে কত টাকা এবং প্রথম 18 মাসে মোট কত টাকা সঞ্চয় করেন?

গ) তিনি কত বছরে মোট 106200 টাকা সঞ্চয় করেন? *[BKB- (officer)-2017-(Written)]*

সমাধান:

(ক) এখানে, ধারাটির প্রথম পদ a = 1200, সাধারণ অন্তর d = 100

∴ দ্বিতীয় পদ = 1200 + 100 = 1300, তৃতীয় পদ = 1300 + 100 = 1400

সুতরাং ধারাটি 1200 + 1300 + 1400 + ... + n পর্যন্ত। (অজানা রাশির শেষ পর্যন্ত লিখতে n পর্যন্ত লিখতে হয়।)

খ) আমরা জানি, n তম পদ = a + (n − 1)d

∴ 18তম মাসে সঞ্চয় = $a+(18-1)d = 1200+17\times100 = 2900$ টাকা (১৮ তম পদের মান)

আবার, প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

∴ প্রথম ১৮ মাসের সঞ্চয় $= \frac{18}{2}\{2\times1200+(18-1)\times100\} = 9(2400+1700) = 36900$ টাকা (১৮ মাস পর্যন্ত মোট সঞ্চয়)

গ) মনে করি, তিনি 106200 টাকা সঞ্চয় করেন মোট n মাসে

প্রশ্নানুসারে, $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = 106200$ [কারণ প্রশ্নে বলা আছে তার মোট সঞ্চয় = ১০৬২০০ টাকা]

বা, $\frac{n}{2}\{2\times1200+(n-1)\times100\} = 106200$

বা, $n(2400+100n-100) = 212400$

বা, $100n^2+2300n-212400 = 0$

বা, $n^2+23n-2124 = 0$

বা, $n^2+59n-36n-2124 = 0$ বা, $(n+59)(n-36) = 0$ অর্থাৎ, $n = -59$ অথবা $n = 36$

এখানে ঋণাত্মক মান গ্রহনযোগ্য নয়। **তাই মোট সময় = ৩৬ মাস বা ৩ বছর।**

নিজে করুন:

৬. আনিস তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী প্রতি মাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন, তিনি 18 তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

উত্তর: ২৯০০ টাকা

৭. গণি সাহেব একজন সরকারি চাকুরিজীবী। ২০১৬ সালের জুলাই মাসে তাঁর মূল বেতন ছিল ২২,০০০ টাকা তাঁর বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাপ ১০০০ টাকা। *[৪০ তম বিসিএস লিখিত]*

(ক) উপযুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি সমান্তর ধারা তৈরি করুন এবং ২০২৫ সালের জুলাই মাসে গণি সাহেবের মাসিক মূল বেতন কত হবে তা নির্ণয় করুন।

সমাধান: দেওয়া আছে, গণি সাহেবের প্রারম্ভিক মূল বেতন = ২২,০০০ টাকা।

এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ = ১০০০ টাকা। ∴গণি সাহেবের বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির ধারা নিম্নরূপঃ

২২,০০০ + ২৩,০০০ + ২৪০০০ + ...

যা একটি সমান্তর ধারা। এবং ধারাটির, ১ম পদ, a = ২২,০০০ এবং সাধারণ অন্তর d = ১০০০

n তম পদ = a + (n - 1)d

এখন, ২০২৫ সালের জন্য, n = (২০২৫ - ২০১৬ + ১) = ১০ বছর

∴ ২০২৫ সালের জুলাই মাসে গণি সাহেবের মাসিক মূল বেতন = a + (n -1)d টাকা

= ২২,০০০ + (১০-১) × ১০০০ = ২২,০০০ + ৯ × ১০০০ = ২২,০০০ + ৯০০০ = ৩১,০০০ (উত্তর)

(খ) মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্যৎ তহবিলে কর্তন করলে ২০ বছরে তাঁর মোট কত টাকা ভবিষ্যৎ তহবিলে জমা হবে তা নির্ণয় করুন।

সমাধান: ক হতে পাই, গণি সাহেবের বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পর নতুন ধারা নিম্নরূপঃ

২২,০০০ + ২৩,০০০ + ২৪,০০০ + ...

যেহেতু, মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্যৎ তহবিলে জমা হয়,

সুতরাং ২০১৬ সালে প্রতিমাসে ভবিষ্যৎ তহবিলে জমার পরিমাণ ২২,০০০ × ১০% = ২,২০০ টাকা

সুতরাং, ২০১৬ সালে মোট জমার পরিমাণ = ১২ × ২,২০০ টাকা

অনুরূপভাবে, ২০১৭ সালে মোট জমার পরিমান = ১২ × ২,৩০০ টাকা

২০১৮ সালে মোট জমার পরিমান = ১২× ২,৪০০ টাকা

∴গণি সাহেবের ভবিষ্যৎ তহবিলে টাকা জমার ধারা নিম্নরূপ :

১২ ×২,২০০ + ১২ × ২,৩০০ + ১২ × ২,৪০০ + ... = ১২(২,২০০ + ২,৩০০ + ২,৪০০ + ...)

এখানে বন্ধনীর অভ্যন্তরের ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

এবং, ধারাটির, ১ম পদ, a = ২,২০০ ও সাধারণ অন্তর d = (২,৩০০ - ২,২০০) = ১০০

∴ ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

এখন, ২০ বছরের জন্য, n = ২০

∴ ২০ বছরে, ভবিষ্যৎ তহবিলে মোট জমা = $১২ \times \frac{২০}{২} \times \{২ \times ২,২০০ + (২০ - ১) \times ১০০)$ টাকা।

= ১২ × ১০ × (৪,৪০০ + ১৯ × ১০০) টাকা

= ১২ × ১০ × (৪,৪০০ + ১৯০০) টাকা

= ১২ × ১০ × ৬,৩০০ টাকা = ৭৫৬,০০০ টাকা। (উত্তর)

সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

Part-01 - সরল সমীকরণ :		Part-02 - সমীকরণের প্রয়োগ :	
পদ্ধতি-০১ :	সাধারণ সমীকরণ লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	পদ্ধতি-০২	সংখ্যার সমীকরণ
		পদ্ধতি-০৩	ভগ্নাংশের সমীকরণ
		পদ্ধতি-০৪	সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান
Practice Part		Model Test	
সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

Part-01: সরল সমীকরণ

পদ্ধতি-০১: সাধারণ সমীকরণ

সাধারণ সরল সমীকরণের অংকগুলোতে প্রশ্নের মধ্যেই সমীকরণ সাজিয়ে দেয়া থাকবে, এক্ষেত্রে সমীকরণের বাম পাশে অজানা রাশিগুলোকে যেমন (x,y, a, b) রেখে ডানপাশে অন্য সংখ্যাগুলোকে রেখে সমাধান করতে হয়। যেহেতু এমসিকিউ প্রশ্নের উত্তর প্রদানের সময় খুব কম থাকে তাই যত কম লিখে সমাধান করা যায় ততই ভাল। কিভাবে কম সময়ে করবেন তা নিচে বুঝিয়ে দেয়া হল।

(১.ক) পূর্ণ সংখ্যা থাকলে:

১. ৫২ - ক = ৩০ হলে, 'ক' এর মান কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট)-২০২০]*

a. ২০ b. ২১ c. ২২ d. ২৩ Ans: c

সমাধান: ৫২ - ক = ৩০ ⇒ -ক = ৩০-৫২ ⇒ -ক = -২২ ∴ ক = ২২ (২ লাইন বাদে সরাসরি ও লেখা যায়)

২. (৭ + ক) × ৩ = ৩০ হলে 'ক' এর মান কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট):২০২০+কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক):২০২১]*

a. ২১ b. ১০ c. ৯ d. ৩ Ans: d

সমাধান: (৭+ক)×৩ = ৩০ ⇒ ৭+ক = ১০ ∴ ক = ৩

৩. $5x - 3 = 2x + 9$ সমীকরণে x এর মান কত?

a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{2}$ c. 4 d. $\frac{1}{4}$ Ans: c

সমাধান: $5x - 3 = 2x + 9 \Rightarrow 3x = 12 \quad \therefore x = 4$

৪. $x - 6 = 7x - 48$ কে সমাধান করলে x- এর মান হবে- *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (পদ) ২০০৯]*

a. 3 b. 5 c. −6 d. 7 Ans: d

সমাধান: $x - 6 = 7x - 48$

বা, $-6x = -42$ [এখানে মাঝের $(x-7x = -48+6)$ লাইনটি না লিখে সরাসরি করা হয়েছে] $\therefore x = 7$ **Ans:7**

৫. $4x + 12 = 36$ হলে $2x + 3 =$ কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিঃ (ভ্যারাবেস অপারেটর)-২০২১]*

ক. 3 খ. 7 গ. 15 ঘ. 21 উত্তর: গ

সমাধান: $4x + 12 = 36 \Rightarrow 4x = 36 - 12 \Rightarrow 4x = 24 \quad \therefore x = 6$ সুতরাং $2x + 3 = 2\times6 + 3 = \mathbf{15}$

৬. $2x + 15 = 27 - 4x$ কে সমাধান করলে x- এর মান হবে- *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (শাপলা) ২০০৯]*

a. −1 b. 2 c. −2 d.3 Ans: b

[Hints: সরাসরি 6x=12]

৭. x- এর মান কত হলে a (x-a) = b (x-b) হবে? *[শ্রম মন্ত্রণালয়ের সহকারী পরিচালক ২০০৫]*

a. 1 b.0 a−b c. b−a d. a+b Ans: d

[Hints: $a(x-a) = b(x-b) = ax-a^2 = bx-b^2$ এখন একজাতীয় গুলো একপাশে নিয়ে সমাধান করুন।]

৮. xyz = 240 হলে কোনটি y এর মান হতে পারে না? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*

a. 0 b. ৫ c. ৩ d. ২ উত্তর: ক

[Hints: অনেকগুলোর রাশির মধ্যে যে কোন একটি রাশি ০ এর সমান হলে সবগুলোর গুণফল ০ হবে।]

৯. $(2 + x) + 3 = 3(x + 2)$ হলে x এর মান কত? *[১ম তম বিসিএস]*

a. $-\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{2}{3}$ Ans: a

সমাধান: $(2+x) + 3 = 3(x+2) \Rightarrow 2 + x + 3 = 3x + 6 \Rightarrow 2x = -1 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$ **Ans:** $-\frac{1}{2}$

১০. $(2x - 1)(x + 3) = 2x(x + 1)$ হলে, x = কত? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের পরিচালক ২০০৬]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. −1 Ans: a

সমাধান: $(2x - 1)(x + 3) = 2x(x + 1)$

$\Rightarrow 2x^2+3.2x-x-3=2x^2+2x \quad \Rightarrow 2x^2+6x-x-3-2x^2-2x=0 \quad \Rightarrow 3x-3=0 \quad \Rightarrow 3(x-1)=0 \quad \therefore x=1$

১১. যদি $(x-5)(a+x) = x^2-25$ হয়, তবে a-এর মান কত? *[মৎস্য ও প্রাণী সম্পদ মন্ত্রণালয়(মাঠ সহকারী)-২০১৯+প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ?(৪র্থ পর্যায়)-২০১৯]*

a. 5 b. 25 c. 15 d. -25 Ans: a

সমাধান: $(x-5)(a+x) = x^2 - 25$

$\Rightarrow (x-5)(a+x) = x^2-5^2 \quad \Rightarrow (x-5)(a+x) = (x+5)(x-5) \quad \Rightarrow a+x = x+5 \quad \Rightarrow a+x-x = 5 \quad \therefore a = 5$

(১.খ) ভগ্নাংশ আকারে থাকলে :

১২. $\frac{x}{p} + \frac{x}{q} = 1$ সমীকরণে x এর মান কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক:-২০০৯]*

a. p+q b. $\frac{pq}{p+q}$ c. pq d. $\frac{p+q}{pq}$ Ans: b

সমাধান: $\frac{x}{p}+\frac{x}{q}=1 \Rightarrow \frac{qx+px}{pq}=1 \Rightarrow px+qx=pq \Rightarrow x(p+q)=pq \therefore x=\frac{pq}{p+q}$

১৩. $\frac{x}{a}+a=\frac{x}{b}+b$ হলে x এর মান কত? *[CGA (Auditor)-2021]*

a. ab b. a c. b d. $\frac{a}{b}$ Ans: a

সমাধান: $\frac{x}{a}+a=\frac{x}{b}+b \Rightarrow \frac{x}{b}-\frac{x}{a}=a-b \Rightarrow \frac{ax-bx}{ab}=a-b \Rightarrow \frac{x(a-b)}{ab}=a-b \therefore x=ab$

১৪. যদি $\left(\frac{x}{3}+1\right)=\left(\frac{x}{4}+1\right)$ হয়, তবে x এর মান কোনটি? *[টেক্সটাইল ইঞ্জিনিয়ারিং কলেজের ইনস্ট্রাক্টর (ডিটিআই) ২০১৮]*

a. 3 b. 2 c. 1 d. 0 Ans: d

সমাধান: $\left(\frac{x}{3}+1\right)=\left(\frac{x}{4}+1\right) \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{x}{4}+1-1 \Rightarrow \frac{x}{3}-\frac{x}{4}=0 \Rightarrow \frac{4x-3x}{12}=0 \therefore x=0$

১৫. $\left(\frac{5x}{6}+3\right)$ এবং $\left(\frac{x}{3}+10\right)$ পরস্পর সমান হলে x = কত ? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের প্রবেশন অফিসার-২০১৩]*

a. 12 b. 14 c. 16 d. 18 Ans: b

সমাধান: $\frac{5x}{6}+3=\frac{x}{3}+10 \Rightarrow \frac{5x}{6}-\frac{x}{3}=10-3 \Rightarrow \frac{5x-2x}{6}=7 \Rightarrow 3x=42 \therefore x=14$

১৬. $\frac{3}{x}+\frac{4}{x+1}=2$ হলে, x এর মান- *[৩৫তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: c

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে করার টেকনিক:
$\frac{3}{x}+\frac{4}{x+1}=2$ $\Rightarrow \frac{3(x+1)+4x}{x(x+1)}=2 \Rightarrow \frac{3x+3+4x}{x^2+x}=2$ $\Rightarrow 2x^2+2x=7x+3 \Rightarrow 2x^2+2x-7x-3=0$ $\Rightarrow 2x^2-5x-3=0 \Rightarrow 2x^2-6x+x-3=0$ $\Rightarrow 2x(x-3)+1(x-3)=0 \Rightarrow (x-3)(2x+1)=0$ হয় $x-3=0 \therefore x=3$ অথবা, $2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \therefore x=-\frac{1}{2}$ Ans: c	(b) এবং (d) প্রথমেই বাদ দেয়া যায়, এ জন্য যে x=2 অথবা 4 ধরলে প্রথম অংশে 3 কে ভাগ করা যায় না। তাই শুধু (a) এবং (c) নং অপশন ধরে ভাবুন a. অনুযায়ী x=1হলে $\frac{3}{1}+\frac{4}{1+1}=3+\frac{4}{2}=3+2=5$ c. অনুযায়ী x=3হলে $\frac{3}{3}+\frac{4}{3+1}=1+\frac{4}{4}=1+1=2$ মিলে গেছে তাই, x = 3। (যখন ভাববেন তখন সবকিছুই লিখতে হবে না, এমনিতেই মাথা কাজ করবে)

১৭. যদি $x(2x+1)=0$ এবং $(x+\frac{1}{2})(2x-3)=0$ তাহলে x-এর মান কত? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

a. $\frac{1}{2}$ b. $-\frac{3}{2}$ c. $\frac{3}{2}$ d. $-\frac{1}{2}$ Ans: d

সমাধান: সাধারণভাবে সমাধান না করে অপশন থেকে মেলালে দ্রুত উত্তর বের হবে। $x=-\frac{1}{2}$ উভয় সমীকরণের মান 0 হয়।

১৮. $\frac{x-a}{a^2-b^2}=\frac{x-b}{b^2-a^2}$ হলে, x = ? *[মন্ত্রণালয়ের বাংলাদেশ জরিপ অধি: সহকারী সুপারভাইজর সার্ভে ২০০৫]*

a. $\frac{a-b}{2}$ b. $\frac{b-a}{2}$ c. $\frac{a+b}{2}$ d. a + b Ans: c

সমাধান: $\frac{x-a}{a^2-b^2}=-\frac{x-b}{(a^2-b^2)} \Rightarrow x-a=-x+b \Rightarrow 2x=a+b \therefore x=\frac{a+b}{2}$

১৯. $\frac{3}{y+1}=\frac{4}{y-2}$ সমীকরণে y এর মান কত? *[(পাসপোর্ট অ্যান্ড ইমিগ্রেশন (সহ: পরি:) ২০০৩] + [শ্রেণী-৭ম: অনুশীলনী ৭.১]*

a. −10 b. $\frac{3}{4}$ c. $\frac{4}{3}$ d. 10 Ans: a

সমাধান: $\frac{3}{y+1}=\frac{4}{y-2} \Rightarrow 4y+4=3y-6$ (আড়াআড়ি গুণ করে) $\therefore y=-10$

২০. যদি $\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$ হয়, তবে $\frac{x+y}{x-y}$ এর মান কত? *[ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]*

a. 1 b. 2 c. 7 d. -7 Ans: c

সমাধান: $\frac{x}{y}=\frac{3}{4} \therefore \frac{x+y}{x-y}=\frac{3+4}{3-4}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

২১. $\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=\frac{x+1}{6}$ সমীকরণের সমাধান কত? *[পরিকল্পনা মন্ত্রণালয়ের ডাটা প্রসেসিং অপারেটর ২০১২]*

a. x = 1 b. $x=-\frac{1}{2}$ c. x = 2 d. x = −2 Ans: d

সমাধান: $\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=\frac{x+1}{6} \Rightarrow \frac{4x-3x}{12}=\frac{x+1}{6} \Rightarrow \frac{x}{12}=\frac{x+1}{6}$
$\Rightarrow 12x+12=6x \Rightarrow 12x-6x=-12 \Rightarrow 6x=-12 \therefore x=-2$ ∴ নির্ণেয় সমাধান, x = -2

২২. $\frac{2p-1}{5}+1=\frac{p-1}{10}$ $\frac{p-1}{10}$ সমীকরণে p- এর মান কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (বেলি) ২০০৯]*

a. $-\frac{1}{3}$ b. 3 c. −3 d. $\frac{2}{3}$ Ans: c

সমাধান: $\frac{2p-1}{5}+1=\frac{p-1}{10} \Rightarrow \frac{2p-1+5}{5}=\frac{p-1}{10} \Rightarrow 2p+4=\frac{p-1}{2}$
$\Rightarrow 4p+8=p-1 \Rightarrow 4p-p=-1-8 \Rightarrow 3p=-9 \Rightarrow p=-3$ ∴ নির্ণেয় সমাধান, p = -3

২৩. $\frac{m}{3}+3=\frac{2m}{15}+6$ সমীকরণে m- এর মান কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (বেলি) ২০০৯]*

a. −15 b. ±15 c. 14 d. 15 Ans: d

সমাধান: $\frac{m}{3}+3=\frac{2m}{15}+6 \Rightarrow \frac{m}{3}-\frac{2m}{15}=6-3 \Rightarrow \frac{5m-2m}{15}=3 \Rightarrow \frac{3m}{15}=3 \Rightarrow 3m=45 \therefore m=15$

২৪. যদি $\frac{7x}{2}-\frac{10x-3}{8}=\frac{7x+5}{6}$ হয় তাহলে x = কত? *[BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২০]*

a. $\frac{26}{11}$ b. 26 c. $\frac{11}{26}$ d. 11

সমাধান: $\frac{7x}{2}-\frac{10x-3}{8}=\frac{7x+5}{6} \Rightarrow \frac{28x-10x+3}{8}=\frac{7x+5}{6} \Rightarrow \frac{18x+3}{4}=\frac{7x+5}{3}$ Ans: c

$\Rightarrow 54x+9=28x+20 \quad \Rightarrow 26x=11 \quad \therefore x=\frac{11}{26}$

(১. গ) সমাধান সেট বের করা :

২৫. $\frac{x-2}{x-1}+\frac{1}{x-1}-2=0$ এর সমাধান সেট কোনটি ? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

a. {∅} b. {1} c. {-1} d. {2}

সমাধান: $\frac{x-2}{x-1}+\frac{1}{x-1}-2=0 \Rightarrow \frac{x-2+1}{x-1}=2 \Rightarrow \frac{x-1}{x-1}=2 \Rightarrow 1=2$ সুতরাং সমাধান সেট = {∅} Ans: a

[যেহেতু x এর কোন মান নেই যা নিলে সমীকরণটি সঠিক হয়]

২৬. সমাধান কর ও সমাধান সেট লেখ? $x-4=\frac{x-4}{x}$ *[৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু:৬.২)]*

সমাধান: $x-4=\frac{x-4}{x}$ বা, $x(x-4)=x-4$

$\Rightarrow x(x-4)-(x-4)=0$ [আড়গুণন করে]

$\Rightarrow (x-4)(x-1)=0$ [পক্ষান্তর করে] $\therefore (x-4)=0$ অথবা, $(x-1)=0$ এখন, $x-4=0$ হলে, $x=4$

আবার, $x-1=0$ হলে, $x=1$ $\therefore$ সমাধান সেট: {1,4}

২৭. $|x+1|^2+3|x+1|-4=0$ সমীকরণটির সমাধান সেট নির্ণয় করুন- *[থানা নির্বাচন অফিসার-২০০৪]*

a. $\left\{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$ b. {-1,1} c. {-3,1} d. {0,-5} Ans: d

সমাধান: ধরি, $x+1=p$

তাহলে প্রদত্ত রাশিমালা $=p^2+3p-4=0 \Rightarrow p^2+4p-p-4=0 \Rightarrow p(p+4)-1(p+4)=0 \Rightarrow (p+4)(p-1)=0$

হয়, $p+4=0$
$\Rightarrow p=-4$
$\Rightarrow x+1=-4$ (মান বসিয়ে)
$\therefore x=-4-1=-5$

অথবা, $p-1=0$
$\Rightarrow p=1$
$\Rightarrow x+1=1$ (মান বসিয়ে)
$\therefore x=1-1=0$

সুতরাং x = (0, -5)

(১. ঘ) বর্গমূল আকারে থাকলে :

২৮. সমাধান করুন: $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}=5$ *[উপজেলা মহিলা ও শিশু বিষয়ক কর্মকর্তা-২০০৭]*

a. x = 1 b. x = 6 c. x = 7 d. x = 10 Ans: d

সমাধান: $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}=5 \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}-\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}=\frac{5+1}{5-1}$ [যোজন বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}}=\frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}}=\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{x-6}=\frac{9}{4}$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow 9x-54=4x-4 \Rightarrow 5x=50 \quad \therefore x=10$

২৯. $x=\frac{3}{4}$ হলে $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=$ কত? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি অধিদপ্তরে (সহকারী প্রোগ্রামার): ২০১৭]*

a. 1 b. 2 c. -1 d. -2 Ans: b

সমাধান: $x=\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{4}{3}$ (ব্যাস্তানুপাত করে যেহেতু 1+x এর মধ্যে 1 আগে আছে তাই 1 কে উপরে বসাতে হবে)

$\Rightarrow \frac{1+x}{1-x}=\frac{4+3}{4-3}$ [যোজন ও বিয়োজন করে]

$\Rightarrow \frac{1+x}{1-x}=\frac{7}{1} \Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}=\sqrt{7}$ [বর্গমূল করে] $\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=\frac{3.65}{1.65} \quad \Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=2.21=2$ (প্রায়)

৩০. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{5-x}}{\sqrt{5}-\sqrt{5-x}}=5$ হলে, x এর মান কত? *[সংস্থাপন মন্ত্রণালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৭]*

a. $\frac{20}{9}$ b. $\frac{25}{9}$ c. $\frac{22}{9}$ d. $\frac{15}{9}$ Ans: b

সমাধান: $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{5-x}}{\sqrt{5}-\sqrt{5-x}}=5$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{5}+\sqrt{5-x}+\sqrt{5}-\sqrt{5-x}}{\sqrt{5}+\sqrt{5-x}-\sqrt{5}+\sqrt{5-x}}=\frac{5+1}{5-1}$ [যোজন ও বিয়োজন করে] $\Rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5-x}}=\frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-x}}=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-x}}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2$ [বর্গ করে] $\Rightarrow \frac{5}{5-x}=\frac{9}{4} \Rightarrow 45-9x=20 \Rightarrow 9x=25 \quad \therefore x=\frac{25}{9}$

নিজে করুন:

৩১. $\frac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}}=\frac{1}{3}$ সমীকরনের সমাধান কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তরের অধীনে কারিগরি শিক্ষা (জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর)-২০০৫]*

a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{5}{3}$ Ans: c

লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

১. সমাধান করুন: $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{3}{x-3}$ *[২৭তম বিসিএস লিখিত] +[জাতীয় দক্ষতা উন্নয়ন কর্তৃপক্ষ (সহ: পরিচালক)(লিখিত)-২০২১]*

সমাধান:

$\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{3}{x-3} \Rightarrow \frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{1}{x-3}+\frac{2}{x-3}$

$\Rightarrow \frac{2}{x-2}-\frac{2}{x-3}=\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-1} \Rightarrow \frac{2x-6-2x+4}{(x-2)(x-3)}=\frac{x-1-x+3}{(x-3)(x-1)}$

$\Rightarrow \frac{-2}{(x-2)(x-3)}=\frac{2}{(x-3)(x-1)} \Rightarrow x-2=-x+1$ [$\frac{2}{(x-3)}$ দিয়ে ভাগ করে] $\Rightarrow 2x=3 \therefore x=\frac{3}{2}$

২. সমাধান করুন : $\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-4}{7x-1}=\frac{2x-1}{5}$ *[সমাজসেবা অধি: (অফিস সহ: কাম কম্পিউটার টাইপিস্ট) -২০১৮- (লিখিত)]*

সমাধান: $\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-4}{7x-1}=\frac{2x-1}{5}$

$\Rightarrow \frac{6x+1}{15}-\frac{2x-1}{5}=\frac{2x-4}{7x-1}$ [নিচের সংখ্যাগুলোকে মিলিয়ে সমাধান করলে দ্রুত উত্তর বের হবে।]

$\Rightarrow \frac{6x+1-6x+3}{15}=\frac{2x-4}{7x-1} \Rightarrow \frac{4}{15}=\frac{2x-4}{7x-1} \Rightarrow 30x-60=28x-4 \Rightarrow 2x=56 \therefore x=28$ **(Ans)**

নিজে করুন:

৩. সমাধান করুন: $\frac{2x-9}{7}+\frac{x-5}{6}=\frac{x-3}{3}+\frac{6x+1}{21}$ *[২২তম বিসিএস লিখিত]* **Ans: -7**

৪. $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{8}{x+3}$ হয়, তবে $x=$? *[২৫তম বিসিএস লিখিত]+ [পরিকল্পনা মন্ত্রণালয় এবং প্রবাসীকল্যাণ মন্ত্রণালয় ২০০৬] (লিখিত)*

a. −1 b. 2 c. 3 d. 4 Ans: c

সমাধান: $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{8}{x+3} \Rightarrow \frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{5+3}{x+3} \Rightarrow \frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{5}{x+3}+\frac{3}{x+3}$

$\Rightarrow \frac{3}{x-2}-\frac{3}{x+3}=\frac{5}{x+3}-\frac{5}{x-6} \Rightarrow \frac{3x+9-3x+6}{(x-2)(x+3)}=\frac{5x-30-5x-15}{(x+3)(x-6)} \Rightarrow \frac{15}{x-2}=\frac{-45}{x-6}$

$\Rightarrow \frac{1}{x-2}=\frac{-3}{x-6} \Rightarrow x-6=-3x+6 \Rightarrow x+3x=6+6 \Rightarrow 4x=12 \therefore x=3$ ∴ নির্ণেয় সমাধান $x=3$

৫. সমাধান করুন: $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3a-3b}{a+b}=0$ *[১৫তম বিসিএস লিখিত] +[৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু-৫১)] + [পরিদর্শন ও নিরিক্ষা অধিদপ্তর (অডিটর)-২০২০ (লিখিত)]*

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3a-3b}{a+b}=0$

$\Rightarrow \frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3(a+b)}{a+b}=0 \Rightarrow \frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x}{a+b}-3=0$

$\Rightarrow \frac{x-a}{b}-1+\frac{x-b}{a}-1+\frac{x}{a+b}-1=0 \Rightarrow \frac{x-a-b}{b}+\frac{x-b-a}{a}+\frac{x-a-b}{a+b}=0$

$\Rightarrow (x-a-b)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right)=0 \Rightarrow (x-a-b)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right)=0$

$\Rightarrow x-a-b=0$ [যেহেতু $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right)\neq 0$] $\therefore x=a+b$ ∴ নির্ণেয় সমাধান: $x=a+b$

৬. সমাধান করুন: $\frac{5}{x-1}+\frac{4}{x-2}=\frac{9}{x-3}$ *[২৮তম বিসিএস লিখিত] + [৮ম শ্রেণী-৩১ উদা:৬ হুবহু (পুরাতন সিলেবাস)]*

সমাধান: $\frac{5}{x-1}+\frac{4}{x-2}=\frac{9}{x-3}$

> ভাঙ্গানোর নিয়ম: বাম পাশের উপরের 5 দিয়ে ডান পাশের নিচের (x) এর সহগ 1 কে গুণ করলে 5 হয় এখন বাম পাশের নিচের (x) এর সহগ 1 দিয়ে ভাগ করলে 5 হয়। তাই উপরের 9 = 5+4

$\Rightarrow \frac{5}{x-1}+\frac{4}{x-2}=\frac{5}{x-3}+\frac{4}{x-3}$

$\Rightarrow \frac{5}{x-1}-\frac{5}{x-3}=\frac{4}{x-3}-\frac{4}{x-2}$

$\Rightarrow \frac{5x-15-5x+5}{(x-1)(x-3)}=\frac{4x-8-4x+12}{(x-3)(x-2)} \Rightarrow \frac{-10}{(x-1)(x-3)}=\frac{4}{(x-3)(x-2)}$ [x-3 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow -10x+20=4x-4 \Rightarrow -14x=-24 \Rightarrow x=\frac{24}{14} \therefore x=\frac{12}{7}$ **Ans: $\frac{12}{7}$**

নিজে করুন:

৭. সমাধান কর : $\frac{10}{2x-5}+\frac{1}{x+5}=\frac{18}{3x-5}$ *[Premier Bank (TJOI)-2018- (Written)] +[১০ম বিসিএস লিখিত]*

[Hints: $\frac{10}{2x-5}+\frac{1}{x+5}=\frac{18}{3x-5} \Rightarrow \frac{10}{2x-5}+\frac{1}{x+5}=\frac{15}{3x-5}+\frac{3}{3x-5}$ উত্তর : $x=15$]

(বাম পাশের উপরের ১০ দিয়ে ডানের নিচের ৩ কে গুণ করে বাম পাশে ২দিয়ে ভাগ করে ১৫+৩)

৮. সমাধান করুন: $\frac{2}{2x-1}+\frac{3}{3x-1}=\frac{8}{4x+1}$ *[২১তম বিসিএস লিখিত]* উত্তর : $\frac{13}{32}$

৯. $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}$ *[৯ম-১০ম শ্রেণি (অনু: ৫১)]*

সমাধান:

$\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+3} \Rightarrow \frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+5}$ [জোড় সংখ্যাগুলোকে একসাথে নেয়া হয়েছে,]

$\Rightarrow \frac{x+4-(x+2)}{(x+2)(x+4)}=\frac{(x+5)-(x+3)}{(x+3)(x+5)} \Rightarrow \frac{x+4-x-2}{x^2+4x+2x+8}=\frac{x+5-x-3}{x^2+5x+3x+15}$

$\Rightarrow \frac{2}{x^2+6x+8}=\frac{2}{x^2+8x+15} \Rightarrow \frac{1}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x^2+8x+15}$

$\Rightarrow x^2+8x+15=x^2+6x+8 \Rightarrow x^2+8x-x^2+6x=8-15 \Rightarrow 2x=-7 \therefore x=-\frac{7}{2}$ **Ans : $x=-\frac{7}{2}$**

Part-02: সমীকরণের প্রয়োগ

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়টি খুবই গুরুত্বপূর্ণ। কেননা এখান থেকে প্রশ্ন আসবেই। আবার পাটিগণিতের যে অংকগুলো ধরে ধরে করা যায় সেগুলো এই অধ্যায়েরই অংক। (=) চিহ্ন দ্বারা একটি রাশির সাথে অপর একটি রাশির সমতার সম্পর্ককে সমীকরণ বলা হয়।

নিচের সমীকরণ দুটি দেখুন : ক. $2x = 4$ এবং খ. $5x - 18 = 14$

সমীকরণে বামপক্ষে একটি অজ্ঞাত বীজগণিতীয় প্রতীক থাকে। উপরের উদাহরণ দুটি অজ্ঞাত প্রতীক x. অজ্ঞাত প্রতীক হিসাবে সাধারণ ইংরেজি বর্ণমালার x, y, z, অক্ষরগুলো ব্যবহৃত হয়।

সমীকরণের বীজ : সমীকরণ থেকে অজ্ঞাত প্রতীকের প্রাপ্ত মানকে প্রদত্ত সমীকরণের বীজ বলা হয়।

$\underbrace{5x-18}_{\text{বামপক্ষ}} = \underbrace{14}_{\text{ডানপক্ষ}}$ (সমীকরণে (=) চিহ্নের বামপাশের রাশি হল বামপক্ষ এবং ডানপক্ষ রাশি হল ডানপক্ষ।)

সমীকরণের সমাধান : সমীকরণের বীজ নির্ণয় করার প্রক্রিয়াকে সমীকরণের সমাধান বলা হয়।

সরল সমীকরণ : যে সমীকরণে একঘাতবিশিষ্ট একটি মাত্র অজ্ঞাত বীজগণিতীয় প্রতীক থাকে তাকে সরল সমীকরণ বলা হয়।

উদাহরণ: $2(5x - 18) = 14$

টিপস: এই অধ্যায়ের অংকগুলো সহজ মনে হলেও লাইনের পর লাইন লিখে করতে করতে অনেক সময় নষ্ট হয়। তাই সবসময় চেষ্টা করুন, কিভাবে কম লিখে বেশি কাজ করা যায়। অর্থাৎ দুই, তিন লাইনের কাজ এক লাইনেই করার চেষ্টা করুন।

কিছু উপকারী কৌশল:

দ্রুত এই নিয়মের অংকগুলো করার জন্য নিচের কৌশলগুলো অনুসরণ করুন।

(ক) ধরার সময় ছোট সংখ্যাটি ধরে অংক করার চেষ্টা করুন।

যেমন: একটি সংখ্যা অপর সংখ্যার 3 গুণ। তাহলে ছোট সংখ্যাটি x এবং বড় সংখ্যাটি 3x

(খ) যথাসম্ভব ভগ্নাংশকে এড়িয়ে চলার চেষ্টা করুন । যেমন: একটি সংখ্যা আরেকটি সংখ্যার অর্ধেক। এভাবে আসলে যে সংখ্যাটি অর্ধেক তা ছোট তাই তাকে x ধরুন। তাহলে বড়টি হবে 2x, কেননা, ১৫ সংখ্যাটি ৩০ এর অর্ধেক হলে স্বাভাবিকভাবেই ৩০ সংখ্যাটি ১৫ এর দ্বিগুণ। বড় সংখ্যটি x ধরলে ছোট সংখ্যাটি হবে $\frac{x}{2}$ যেভাবে অংক করা আসলেই কঠিন।

(গ) সমীকরণ সাজানোর সময় দুপাশের মানকে সমান সমান বানান। সমান না হলে সঠিক উত্তর আসবে না।

যেমন: বর্তমানে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৫গুণ, ৫ বছর পর পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৩গুণ হবে। পুত্রের বর্তমান বয়স কত?

ধরি, পুত্রের বর্তমান বয়স x সুতরাং পিতার বর্তমান বয়স 5x এখন ৫ বছর পর পুত্রের বয়স হবে x+5 এবং পিতার বয়স হবে 5x+5 এ পর্যন্ত লিখার পর সমীকরণ সাজাতে হবে

প্রশ্নমতে, $3(x+5) = 5x+5$ (যে কোন সমীকরণের অংকে এই লাইনটি সাজাতেই মাথা খাঁটাতে হবে।)

(এখানে না বুঝে শুধু প্রশ্ন পড়ে লিখলে মনে হবে পিতার বয়সের সাথে ৩ গুণ করে দেই? কিন্তু মনে রাখবেন = চিহ্ন হল একটি দাঁড়িপাল্লার দাঁড়ির মত। যার দুপাশে সমান ভারবাহী উপাদান থাকতে হবে। এখানে ৫ বছর পর পুত্র এবং পিতার বয়স = এর দুপাশে লিখলে হয় $x+5 = 5x+5 <$ যেখানে পিতার বয়স আগে থেকেই ৩ গুণ বেশি আছে, তাই পুত্রের বয়সের সাথে ৩ গুণ করলে দাঁড়িপাল্লাটি সমান হবে। কিন্তু ভুল করে পিতার সাথে আবার ৩ গুণ করলে ভারী পাল্লাটি আরো বেশি ভারী হবে এবং ভুল উত্তর আসবে।)

নিচের অংকটি দেখে বুঝুন এই বিষয়টি বার বার আসবে। তাই এখান থেকে সম্পূর্ণ বুঝে নিন।

(ঘ) আড়াআড়ি গুণ করার সময় যে পাশে গুণ করলে x এর মান বড় হবে সেপাশে আগে গুণ করুন।

যেমন: $\frac{x}{2} = \frac{x+3}{4}$ কে $2x+6 = 4x$ না লিখে এভাবে লিখুন $4x = 2x+6$ অথবা সরাসরি $4x - 2x = 6$, তাহলে ১ লাইন কম লিখেই উত্তর বের করা সম্ভব হবে।

(ঙ) ছোট ছোট যোগ বিয়োগ গুণ ভাগ না লিখে মুখে মুখে করে ফলাফল বসান। যেমন:

$4x + 9 = 15 + 3x$ কে $4x - 3x = 15 - 9$ বা $x = 6$ এভাবে ৩লাইনে না লিখে মাথের লাইনের কাজটি মুখে মুখে করে ফেলুন এবং সরাসরি উত্তর বসান $x = 6$ (সমীকরণের অংক গুলোতে কম লিখে বেশি কাজ করতে হবে)

(চ) এমসিকিউ পরীক্ষায় সহজ অংকগুলোর অপশন থেকে মান বসিয়ে বের করুন:

(ছ) আবার একটি সংখ্যা আরেকটি সংখ্যার দেড়গুণ/ আড়াই গুণ হলে ছোট সংখ্যাটিকে শুধু x না ধরে মাথা খাঁটিয়ে 2x এবং অন্যটিকে 3x বা 5x ধরে করলে ভগ্নাংশের ঝামেলা এড়িয়ে যাওয়া যাবে। **(বিস্তারিত ভগ্নাংশের সমীকরণ পদ্ধতিতে)**

পদ্ধতি-০২: সংখ্যার সমীকরণ

সংখ্যার সমীকরণের ছোট ছোট অনেকগুলো প্রশ্ন পাটিগণিতের সংখ্যা অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে কিভাবে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান করতে হয় সেরকম কিছু প্রশ্ন দেখানো হলো ।

(২.ক) সংখ্যার সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন:

এই অধ্যায়টি করার সময় শুধু প্রশ্ন আর সমাধানের থেকে সমীকরণ সাজানোর বিভিন্ন যুক্তিগুলোকে গুরুত্ব দিতে হবে।

১. **একটি সংখ্যাকে ২১ দ্বারা গুণ করলে তা ৪২০ বৃদ্ধি পায়। সংখ্যাটি কত?** *[সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

ক. ২১ খ. ২০ গ. ২২ ঘ. ১৯ **উত্তর: ক**

সমাধান: ধরি সংখ্যাটি x প্রশ্নমতে, $21x = x+420$ $\Rightarrow 20x = 420$ $\therefore x = 21$

২. **x এর সাথে ১০ যোগ করলে যে সংখ্যাটি হয় তা থেকে ২০ বিয়োগ করলে হয় ২২। x এর মান কত?** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ৫২ খ. ১২ গ. ৩২ ঘ. ৪২ **উত্তর: গ**

সমাধান: প্রশ্নমতে, $x+10-20 = 22$ $\Rightarrow x - 10 = 22$ $\Rightarrow x = 22+10$ $\therefore x = 32$

৩. **একটি বিজোড় সংখ্যার ৫গুণের সাথে পরবর্তী বিজোড় সংখ্যার ৩গুণ যোগ করলে ৬২ হয়। প্রথম বিজোড় সংখ্যাটি কত?** *[CGDF (junior Auditor)-2022]*

ক. ৫ খ. ৭ গ. ৩ ঘ. ৯ **উত্তর: খ**

সমাধান: ধরি, প্রথম বিজোড় সংখ্যাটি = x সুতরাং পরবর্তী বিজোড় সংখ্যাটি = $x + 2$

প্রশ্নমতে, $5x + 3(x+2) = 62 \Rightarrow 5x + 3x+6 = 62$ $\Rightarrow 8x = 56$ $\therefore x = 7$ সুতরাং প্রথম বিজোড় সংখ্যাটি = ৭

৪. **একটি সংখ্যার ৪ গুণের সাথে ১০ যোগ করা হলে উত্তর হয় সংখ্যাটির ৫ গুণ অপেক্ষা ৫ কম। সংখ্যাটি কত?** *[IBBL(ATO)-17]*

ক. ৩০ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ১৫ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x, প্রশ্নমতে, $8x + 10 = 5x - 5$ $\therefore x = 15$

৫. **কোনো একটি সংখ্যার সাথে ৬ যোগ করলে যে উত্তর পাওয়া যায়, সংখ্যাটির দ্বিগুণ থেকে ২১ বিয়োগ করলে একই উত্তর পাওয়া যায়। সংখ্যাটি কত?** *(প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক-২০০৯)+ [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১০ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২৭ **উত্তর: ঘ**

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি x **শর্তমতে,** $x+6 = 2x - 21$ $\therefore x = 27$ সুতরাং সংখ্যাটি = ২৭

নিজে করুন:

৬. কোনো সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে ৫ যোগ করলে যোগফল সংখ্যাটি অপেক্ষা ৭ বেশি হয়। সংখ্যাটি কত? *(উপ: পরিসংখ্যান কর্মকর্তা-১৮)*
ক. ৫ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ৪ উত্তর: গ

৭. ২৫ থেকে কোন সংখ্যাটি বিয়োগ করলে বিয়োগফল সংখ্যাটি অপেক্ষা ৫ বেশি হবে? *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণা:অধীন আন:ও ভিডিপিসা:অ্যাড-১৮)*
ক. ৪ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১৫ উত্তর: গ

৮. কোন সংখ্যার চারগুণের সাথে ১ যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যাটির ৩ গুণ হতে ৫ বেশি হবে,সংখ্যাটি কত? *(অর্থমন্ত্রণা:সহ: পরি: ২০০৯)*
ক. ৪ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ

(২.খ) দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার প্রশ্ন:

এই প্রশ্নগুলো সংখ্যা অধ্যায়ের শেষে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে এখানে সমীকরণ তৈরী করে কিছু প্রশ্নের সমাধান দেখানো হলো।

৯. **দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ১৫। সংখ্যাটি থেকে ৯ বিয়োগ করলে এর অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি কত?** *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০]*
ক. ৯৬ খ. ৮৭ গ. ৭৮ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

লিখিত সমাধান :	শর্টকাট: (অপশন টেস্ট করে সমাধান)
ধরি, দশক স্থানীয় অঙ্ক = x সুতরাং একক স্থানীয় অঙ্ক = ১৫-x ∴ সংখ্যাটি = ১০x+১৫-x = ৯x+১৫ অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যা = ১০(১৫-x)+x = ১৫০-৯x প্রশ্নমতে, ৯x+১৫- ৯ = ১৫০-৯x ⇒ ১৮x = ১৪৪ ∴ x = ৮ সুতরাং সংখ্যাটি = ৯x+১৫ = ৯×৮+১৫ = ৭২+১৫ = ৮৭ **(উত্তর)**	অপশন থেকে সংখ্যাগুলো নিলে (ক) ৯৬-৬৯ = ২৭ (খ) ৮৭-৭৮ = ৯ (গ) ৭৮-৮৭ = -৯ শুধুমাত্র (খ) অপশনের ৮৭ এর সাথে প্রশ্নের সব শর্ত মিলে যায় তাই উত্তর: ৮৭

নিজে করুন:

১০. **দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৫। সংখ্যাটির সাথে ৯ যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি কত?** *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় অফিসার ২০০৬]* [**Hints:** ২৩+৯ = ৩২]
ক. ২৩ খ. ১৪ গ. ৪১ ঘ. ৫০ উত্তর: ক

১১. **দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ৭, অঙ্ক দুইটি স্থান পরিবর্তন করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, উহা প্রদত্ত সংখ্যা হতে ২৭ কম। সংখ্যাটি কী?** *[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ২০০৮]* [**Hints:** ৫২-২৫= ২৭]
ক. ২৭ খ. ৩৬ গ. ৫২ ঘ. ২৫ উত্তর: গ

১২. **দুই অংক বিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্ক দুটির অন্তর ২; অঙ্ক দুটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা ৬ কম। সংখ্যাটি কত?** *(পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-০৬ ,উপজেলা শিক্ষা অফিসার-০৫)*
ক. ১২ খ. ১৬ গ. ২০ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান :	শর্টকাট: (অপশন টেস্ট করে সমাধান)
ধরি, একক স্থানীয় অঙ্ক = x ∴ দশক স্থানীয় অঙ্ক = x - ২ সংখ্যাটি, ১০(x - ২) + x = ১০x-২০+x = ১১x-২০ স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যা = ১০x + x - ২ = ১১x - ২ প্রশ্নমতে, ২(১১x-২০) = ১১x - ২+৬ (প্রথম সংখ্যাকে ২ গুণ করলে ৬ বেশি হয়ে যায় তাই ডানে ৬ যোগ।) ⇒ ২২x − ৪০ = ১১x + ৪ ⇒ ১১x = ৪৪ ∴ x = ২ সুতরাং সংখ্যাটি = ১১ × ৪- ২০ = ৪৪-২০ = ২৪	২৪ কে বিপরীত করণ করলে হবে = ৪২ যা ২৪ এর দ্বিগুণ = ৪৮ থেকে ৪৮-৪২ = ৬ কম। **(সমীকরণের লজিক: = ২×২৪ = ৪২+৬)** **পরামর্শ:** এমসিকিউ পরীক্ষায় আসলে অপশন টেস্ট করে উত্তর করবেন এবং লিখিত পরীক্ষায় আসলে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান বের করবেন।

১৩. **দুই অংকবিশিষ্ট কোনো সংখ্যা তার অংকদ্বয়ের যোগফলের ছয়গুণ। সংখ্যাটির থেকে ৯ বিয়োগ করলে অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটির দ্বিগুণ কত?** *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]*
ক. ৬৮ খ. ৮৬ গ. ৯০ ঘ. ১০৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, দশক স্থানীয় অঙ্ক = x; এবং একক স্থানীয় অঙ্ক = y
∴ সংখ্যাটি = ১০x + y এবং স্থান বিনিময় করলে নতুন সংখ্যাটি হবে = ১০y + x

১ম শর্তমতে, ১০x + y = ৬(x+y) ⇒ ১০x-৬x = ৬y-y ⇒৪x = ৫y ⇒ $x = \frac{৫y}{৪}$ .....(i)

২য় শর্তমতে, ১০x+y- ৯ = ১০y+x ⇒ ৯x-৯y = ৯ ⇒ ৯x-৯y = ৯ ⇒ x-y = ১ ---(ii)

(ii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই = $\frac{৫y}{৪}$ -y = ১ ⇒ $\frac{৫y - ৪y}{৪} = ১$ ∴ y = ৪

এখন y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, x-৪ = ১ ∴x = ৫

∴ সংখ্যাটি =১০x + y = ১০×৫+৪ = ৫৪ এবং এর দ্বিগুণ = ৫৪×২ = ১০৮ উত্তর: ১০৮

পদ্ধতি-০৩: ভগ্নাংশের সমীকরণ

ভগ্নাংশ সংক্রান্ত সমীকরণের বেশ কিছু প্রশ্ন এই বইয়ের ভগ্নাংশ অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে শুধু সমীকরণের সাথে সম্পর্কিত প্রশ্নগুলো নিয়ে আলোচনা করা হলো।

যে কোন ভগ্নাংশের অংক ধরে করার সময় শুধু x না ধরে ভগ্নাংশ অনুযায়ী ধরুন এবং কে ছোট কে বড় তা যেন ভুল না হয়।

১৪. **একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার $\frac{২}{৫}$ গুণ। সংখ্যা দুটির সমষ্টি ৯৮ হলে সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন।** *[৯ম-১০ম শ্রেণী, (অনু: ৫.১)]*
ক. ৪২, ৫৬ খ. ৩০, ৬৮ গ. ২৮, ৭০ ঘ. ৩৮, ৬০ উত্তর: গ

সাধারণ নিয়মে সমাধান:	সবথেকে সহজ সমাধান:
ধরি, একটি সংখ্যা x ∴ অপর সংখ্যাটি = $\frac{২x}{৫}$ প্রশ্নমতে, $x + \frac{২x}{৫} = ৯৮$ ⇒ $\frac{৫x + ২x}{৫} = ৯৮$ ⇒ $\frac{৭x}{৫} = ৯৮$ ⇒ ৭x= ৪৯০ ∴x = ৭০ ∴একটি সংখ্যা ৭০ এবং অপর সংখ্যাটি $\frac{২ \times ৭০}{৫} = ২৮$ ∴ **সংখ্যা দুটি ৭০ ও ২৮**	ধরি, ছোট সংখ্যাটি ২x সুতরাং বড় সংখ্যাটি ৫x প্রশ্নমতে, ২x+৫x = ৯৮ ⇒৭x = ৯৮ ∴x = ১৪ সুতরাং ছোট সংখ্যাটি = ২×১৪=২৮ এবং বড় সংখ্যাটি = ৫×১৪ = ৭০ **উত্তর: ৭০ ও ২৮** **পরামর্শ:** এরকম সব প্রশ্ন এভাবে করবেন। এভাবে সহজভাবে অংক নিয়ে ভাবার সুবিধা হলো, কয়েকটা অংক করতে করতে খাতাকলম ছাড়াই মুখে মুখে অংক করার লজিক ডেভেলপ হবে। কিন্তু ভগ্নাংশ আকারে শত শতবার প্রাকটিস করলেও একটা নির্দিষ্ট সময় লাগবেই।

১৫. **একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার $\frac{২}{৩}$ গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি ১০০ হলে বড় সংখ্যাটির মান কত?** *[পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা নিয়োগ পরীক্ষা: ২০১০]*
ক. ৫৫ খ. ৭০ গ. ৬৫ ঘ. ৬০ উত্তর: ঘ

সমাধান: শুধু x না ধরে একটি সংখ্যা ২x এবং অপর সংখ্যাটি ৩x ধরে করুন।
প্রশ্নমতে, (২x+৩x)= ১০০ ⇒ ৫x = ১০০ ∴x = ২০ সুতরাং বড় সংখ্যাটি হবে = ৩×২০= ৬০

দেড়গুণ, আড়াই গুণ সাড়ে তিন গুণ এভাবে ভগ্নাংশ থাকলে একটু মাথা খাঁটিয়ে করতে হবে। অনেক প্রশ্নের সমীকরণ সহজ হয়ে যায়।

☞ একটি আরেকটির দেড়গুণ হলে একটিকে $2x$ এবং অপরটিকে $3x$ ধরে করুন। কেননা ৩ হচ্ছে ২ এর দেড়গুণ। এভাবে করলেও উত্তর একই আসবে এবং ভগ্নাংশ না আসায় মুখে মুখে করা যাবে। যেমন:

১৬. ৫৫০ গ্রামের একটি কেক বানাতে চিনির দ্বিগুণ পরিমাণ ময়দা এবং কিসমিসের $১\frac{১}{২}$ গুণ পরিমাণ চিনি লাগলে, ময়দা কতটুকু লাগবে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক -২০০৯]*

ক. ২২৫ গ্রাম খ. ২৫০ গ্রাম গ. ২৭৫ গ্রাম ঘ. ৩০০ গ্রাম উত্তর: ঘ

✍ সাধারণ নিয়মে সমাধান: (ঠিক প্রশ্নে যেভাবে বলেছে)

ধরি, কিসমিস লাগে x গ্রাম,

সুতরাং চিনি লাগে $= x \times ১\frac{১}{২} = \frac{৩x}{২}$

তাহলে ময়দা $= ২ \times \frac{৩x}{২} = ৩x$

প্রশ্নমতে, $x + \frac{৩x}{২} + ৩x = ৫৫০$

$\Rightarrow \frac{২x + ৩x + ৬x}{২} = ৫৫০$

$\Rightarrow ১১x = ৫৫০ \times ২ \quad \therefore x = ১০০$

সুতরাং ময়দা লাগবে $= ৩x = ৩ \times ১০০ = ৩০০$ গ্রাম।

✍ সবথেকে সহজ সমাধান: (এই ভাবনাটা মাথায় রাখুন)

ধরি, কিসমিস $= 2x$ তাহলে চিনি $= ৩x$ (দেড়গুণ সম্পর্ক)

এবং ময়দা $= ২ \times ৩x = ৬x$

প্রশ্নমতে, $2x + ৩x + ৬x = ৫৫০ \Rightarrow ১১x = ৫৫০ \therefore x = ৫০$

সুতরাং ময়দা লাগবে $= ৬x = ৬ \times ৫০ = ৩০০$ গ্রাম।

উপরের চিন্তাটা এসেছে বইয়ের শুরুতে আলোচিত **Ratio Method** থেকে। ভাবনাটাকে সুন্দরভাবে কাজে লাগাতে পারলে ভগ্নাংশ যুক্ত অনেক অংক অনেক সহজে করা যাবে।

এখানে, চিনি : কিসমিস $= ১\frac{১}{২} : ১ = \frac{৩}{২} : ১ = ৩ : ২$

$\therefore$ ময়দা : চিনি : কিসমিস $= (২ \times ৩) : ৩ : ২ = ৬ : ৩ : ২$

এখন, ৬+৩+২ = ১১ অংশ = ৫৫০ হলে ৬ অংশ = ৩০০

১৭. একটি ক্রিকেট দলে যতজন স্ট্যাম্প আউট হল তার দেড়গুণ কট আউট হল এবং মোট উইকেটের অর্ধেক বোল্ড আউট হল, এই দলে কতজন কট আউট হলো? *(১১তম বিসিএস) + [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়/ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*

ক. ২ জন খ. ৩ জন গ. ৪ জন ঘ. ৫ জন উত্তর: খ

✍ সাধারণ নিয়মে সমাধান: (লিখত নিয়মে)

ধরি, স্ট্যাম্প আউট হলো 'x' জন $\therefore$ কট আউট $= \frac{৩x}{২}$

প্রশ্নমতে, $x + \frac{৩x}{২} + ৫ = ১০$

$\Rightarrow ৫x = ১০ \quad \therefore x = ২$

$\therefore$ কট আউট হলো $= \frac{৩ \times ২}{২} = ৩$ জন

✍ শর্টকাট: (এভাবে ভাবলে মুখে মুখে উত্তর বের হবে)

মোট উইকেট ১০টি, অর্ধেক = ৫টি অবশিষ্ট = ১০-৫ = ৫টি

বাকী ৫টির মধ্যে একটি আরেকটির দেড়গুণ অর্থ হলো স্ট্যাম্প আউট ২ জন এবং কট আউট ৩জন। (দেড়গুণ সম্পর্ক)

সুতরাং কট আউট হয়েছে মোট = ৩ জন।

☞ **মনে রাখুন:** দেড়গুণ অর্থ একটা $2x$ হলে অন্যটা $৩x$। এই টেকনিকটা জ্যামিতি সহ অনেক অংকে কাজে দিবে।

১৮. একটি ক্রিকেট দলের মোট ১০ উইকেটের মধ্যে যতজন রান আউট হলো তার দ্বিগুণ বোল্ড আউট হলো। মোট উইকেটের তিন পঞ্চমাংশ কট আউট হলো। অবশিষ্ট জন স্ট্যাম্পড হলে দলটির কতজন বোল্ড আউট হয়েছিল? *[(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২ জন খ. ৩ জন গ. ৫ জন ঘ. ৬ জন উত্তর: ক

✍সমাধান: ধরি, রান আউট হয়েছে = x জন, $\therefore$ বোল্ড আউট $= 2x$ জন, সুতরাং কট আউট $= ১০$ এর $\frac{৩}{৫} = ৬$ জন

স্ট্যাম্পড হয়েছে অবশিষ্ট ১ জন

প্রশ্নমতে, $x + 2x + ৬ + ১ = ১০ \Rightarrow ৩x = ১০ - ৭ \Rightarrow ৩x = ৩ \quad \therefore x = ১ \therefore$ বোল্ড আউট হয়েছে $= 2x = ২ \times ১ = ২$ জন।

নিজে করুন:

১৯. ১০৫০ টাকা P,Q ও R এর মধ্যে ভাগ করে দেয়া হলো। P এর অংশ Q ও R একত্রে যা পায় তার ২/৫ ভাগ। P কত টাকা পায়? *[বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ)-২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ২০০ খ. ৩০০ গ. ৫০০ ঘ. ৬০০ উত্তর: খ

[**Hints:** $P + (Q + R) = ২ + ৫ = ৭$ অংশ $= ১০৫০$ হলে ১ অংশ $= ১৫০$ সুতরাং P এর ২ অংশ $= ২ \times ১৫০ = ৩০০$]

২০. ৮৮২ টাকা তিনজন ছাত্রের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হল যে, ১ম জন ২য় জনের অর্ধেক টাকা পায়। ৩য় জন কত টাকা পায়? *[BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. ৪২৭ টাকা খ. ৪৪১টাকা গ. ৫০২ টাকা ঘ. ৫০৪ টাকা উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ধরি, প্রথম জন পায় = x টাকা (একপাশ থেকে অর্ধেক =বিপরীত পাশ থেকে দ্বিগুণ, এভাবে ভগ্নাংশ ছাড়া সহজে করা যাবে) তাহলে ২য় জন পায় $= 2x$ টাকা এবং ৩য় জন পায় $= ২x \times ২x = 8x$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $x + ২x + 8x = ৮৮২ \Rightarrow ৭x = ৮৮২ \quad \therefore x = ১২৬$ সুতরাং ৩য় জন পাবে $= 8 \times ১২৬ = ৫০৪$ টাকা।

☞ বুঝে গেলে মুখে মুখে : ৮৮২ এর ৭ ভাগের ৪ ভাগ = ৫০৪ টাকা।

২১. ২৬০০ টাকা তিন জনের মধ্যে এমন ভাবে ভাগ করা হলো যে প্রথম ব্যক্তি দ্বিতীয় ব্যক্তির দ্বিগুণ টাকা পেল এবং দ্বিতীয় ব্যক্তি তৃতীয় ব্যক্তির ১/১০ গুণ টাকা পেল। তৃতীয় ব্যক্তি কত টাকা পেল? *[CGDF Auditor Exam-2017]*

ক. ১৮০০ খ. ১৬২৫ গ. ২০০০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

✍সমাধান: ধরি, তৃতীয় ব্যক্তি পায় ১০x টাকা, তাহলে, দ্বিতীয় ব্যক্তি পায় x টাকা সুতরাং প্রথম ব্যক্তি পায় 2x টাকা।

প্রশ্নমতে, $2x + x + ১০x = ২৬০০ \Rightarrow ১৩x = ২৬০০ \therefore x = ২০০$ সুতরাং তৃতীয় ব্যক্তি পায় $= ১০ \times ২০০ = ২০০০$ টাকা।

২২. কালাম, সাজেম এবং বদি একটি মেসে থাকে এবং খাবারের টাকা ভাগ করে দেয়। এক মাসে কালামের বিল সাজেমের বিল থেকে ৫০% বেশি আসে এবং কালামের বিল বদির বিলের ৫/৬ অংশ। যদি সাজেম সে মাসে ২০ টাকা বিল দেয় তবে তাদের খাবারের মোট বিল কত টাকা? *[চট্টগ্রাম বন্দরের নিয়োগ-২০১৭]*

ক. ৮৬ টাকা খ. ৭০ টাকা গ. ৫৬ টাকা ঘ. ৯০ টাকা উত্তর: ক

✍সমাধান: (টাকার পরিমাণ দেয়া থাকায় এই প্রশ্নটার সমাধান সহজ)

সাজেম = ২০ টাকা, সুতরাং কালাম = ২০+২০ এর ৫০% = ২০+১০ = ৩০টাকা।

এখন, ভগ্নাংশ থেকে, ধরি, কালামের বিল = $5x$ টাকা, তাহলে বদির বিল = $6x$ টাকা [লব কার আর হর কার গুরুত্ব দিন]

প্রশ্নমতে, $5x = ৩০$ হলে $x = ৬$ সুতরাং বদির বিল = $৬ \times ৬ = ৩৬$ টাকা।

এখন, তাদের সবার মোট বিল = ২০+৩০+৩৬ = ৮৬ টাকা।

২৩. রাসেল, আসাদ ও রাজুকে ৩১৫ টাকা ভাগ করে দেওয়া হলো। এতে রাসেলের টাকা আসাদের টাকার $\frac{৩}{৫}$ অংশ এবং আসাদের টাকা রাজুর টাকার ২গুণ হলো। রাজু কত টাকা পেল? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ৬০ টাকা খ. ৯০ টাকা গ. ১৫০ টাকা ঘ. ৭৫ টাকা উত্তর: ঘ

✍ লিখিত সমাধান :

ধরি, রাজু পায় $= x$ টাকা তাহলে আসাদ $= 2x$

এবং রাসেল $= ২x \times \frac{৩}{৫} = \frac{৬x}{৫}$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $x + 2x + \frac{৬x}{৫} = ৩১৫$

$\Rightarrow \frac{২১x}{৫} = ৩১৫ \Rightarrow x = \frac{৩১৫ \times ৫}{২১} \quad \therefore x = ৭৫$

অর্থাৎ রাজু পাবে, ৭৫ টাকা।

✍ শর্টকাট: (এভাবে ভাবলে মুখে মুখে উত্তর বের হবে)

ধরি , রাসেল = $৩x$ টাকা তাহলে আসাদ পাবে = $5x$ টাকা (লবের টাকা রাসের এবং হরের টাকা আসাদ)

সুতরাং রাজু পাবে, $5x \div 2 = 2.5x$ (আসাদের টাকা রাজুর টাকার দ্বিগুণ হলে রাজুর টাকা আসাদের টাকার অর্ধেক হবে)

প্রশ্নমতে, $৩x + 5x + 2.5x = ৩১৫$ (সবার যোগফল = ৩১৫)

$\Rightarrow ১০.5x = ৩১৫ \quad \therefore x = \frac{৩১৫}{১০.৫} = ৩০$টাকা।

তাহলে রাজু পাবে, $২.৫ \times ৩০ = ৭৫$ টাকা।

নিজে করুন:

২৪. সবুজ, ডালিম ও লিংকন তিন ভাই। তাদের পিতা ৬৩০০ টাকা তাদের মধ্যে ভাগ করে দিলেন। এতে সবুজ ডালিমের $\frac{৩}{৫}$ অংশ এবং ডালিম লিংকনের দ্বিগুণ টাকা পায়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ বের কর। *[৭ম শ্রেণি অনু: ২.১]*

ক. ১৮০০, ৩০০০, ১৫০০ খ. ১৮০০, ৩০০০, ২০০০
গ. ৩০০০, ৩২০০, ৩৪০০ ঘ. ১৮০০, ৩২০০, ৩৫০০ উত্তর: ক

২৫. কালামের বেতন x টাকা , যা সালামের বেতনের অর্ধেক এবং আরিফের বেতনের চার গুণ। তাদের তিন জনের বেতনের যোগফল কত ? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:)-২০১৮]*

ক. $\frac{১৩x}{৪}$ খ. $\frac{৭৩}{৪}$ গ. $৩x$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

সমাধান: দেয়া আছে, কালামের বেতন = x টাকা, সালামের বেতন= 2x টাকা এবং আরিফের বেতন = $\frac{x}{৪}$ টাকা (উল্টোপাশে)

∴ তিন জনের মোট বেতন = $x+2x+\frac{x}{৪} = \frac{৪x+৮x+x}{৪} = \frac{১৩x}{৪}$ টাকা

পদ্ধতি-০৪: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

(৪.ক) সাধারণ সমীকরণের প্রশ্ন :

২৬. একটি বই-এর মূল্য একটি কলমের মূল্য অপেক্ষা ৭ টাকা কম এবং উক্ত বই এবং কলমের মোট ক্রয়মূল্য ৪৩ টাকা হলে বইটির মূল্য কত টাকা ? *[মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয় (উপজেলা মহিলা বিষয়ক কর্মকর্তা)-২০০৭]*

ক. ২৫ খ. ২০ গ. ২২ ঘ. ১৮ উত্তর: ঘ

সমাধান	মুখে মুখে:
ধরি, বইটির মূল্য = x টাকা ∴ কলমটির মূল্য = (x + ৭) টাকা প্রশ্নমতে, x + x + ৭ = ৪৩ ⇒ 2x = ৩৬ ∴ x = ১৮ সুতরাং বইটির ক্রয়মূল্য = **১৮ টাকা।**	যোগফল ও বিয়োগফল দেয়া থাকলে দুটি যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড়টি এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোটটি বের হয়। এখনে বইয়ের দাম কম তাই বইয়ের মূল্য = (৪৩-৭)÷২ = ৩৬÷২ = ১৮ টাকা।

নিজে করুন:

২৭. একটি কলম ও দুইটি পেন্সিলের একত্রিত মূল্য ৬৮ টাকা । যদি একটি কলমের মূল্য একটি পেন্সিলের মূল্যের চেয়ে ৫ টাকা বেশি হয়, তবে পেন্সিলের মূল্য কত টাকা ? *[পরিসংখ্যান ব্যুরো (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)– ২০১৬]*

ক. ১৮ খ. ২০ গ. ২১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

[**Hints:** কলমের মূল্য ৫টাকা বেশি হওয়ায় = ৬৮-৫ = ৬৩ টাকা ৩টার সমান দাম। তাহলে ১টা পেন্সিল = ৬৩÷৩ = ২১ টাকা]

২৮. রাকিব সাধারণ গণিত ও উচ্চতার গণিতে একত্রে ১৮৫ নম্বর পেয়েছে। সে সাধারণ গণিত অপেক্ষা উচ্চতর গণিতে ৫ নম্বর কম পেয়েছে । প্রত্যেক বিষয়ে তার প্রাপ্ত নম্বর কত? *[বিদ্যুৎ জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (সহকারী বিক্ষোরক পরিদর্শক)-২০০৩]*

ক. ১০৫ এবং ৮০ খ. ১০০ এবং ৮৫ গ. ৯৫ এবং ৯০ ঘ. ১১০ এবং ৭৫ উত্তর: গ

[**Hints:** (১৮৫+৫) ÷২ = ১৯০ ÷২ = ৯৫ এবং(১৮৫-৫) ÷২ = ১৮০ ÷২ = ৯০ **উত্তর: ৯৫ এবং ৯০**]

. রহিমের আয়ের দ্বিগুণের সাথে ১১০ টাকা যোগ করলে ৭০০০ টাকা হয়। রহিমের আয় কত? *[PETROBANGLA – (UDA)17]*

ক. ৩২৭৫ খ. ৩৪৪৫ গ. ৩২১০ ঘ. ৫২৭৫ উত্তর: খ

সমাধান	শর্টকাট:
ধরি, রহিমের আয় x টাকা প্রশ্নমতে, 2x + ১১০ = ৭০০০ ⇒ 2x = ৬৮৯০ ∴ x = ৩৪৪৫ টাকা	১১০ টাকা যোগ করার পর ৭০০০ টাকা হলে যোগ করার আগে ছিল ৬৮৯০ টাকা। আবার ৬৮৯০ টাকা দ্বিগুণ করার আগে ছিল ৬৮৯০÷২ = ৩৪৪৫ । (এই ভাবে ভাবতে পারলে বা ভাবনা শুরু করলে মুখে মুখে পারবেন।)

৩০. একটি কলম ও একটি বইয়ের মোট দাম ৯৫ টাকা। কলমটির দাম ১৫ টাকা বেশি ও বইটির দাম ১৪ টাকা কম হলে কলমটি বইয়ের দামের ২ গুণ হতো। একটি কলমের দাম কত? *[সিরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-২০০৯]*

ক. ৪০ টাকা খ. ৪৯ টাকা গ. ৫৫ টাকা ঘ. ৬০ টাকা উত্তর:খ

সমাধান	বিকল্প সমাধান: (উল্টোপাশ থেকে)
ধরি, কলমের দাম = x টাকা ∴ বইয়ের দাম = ৯৫-x টাকা প্রশ্নমতে, (x+১৫) = 2(৯৫- x-১৪) [বইয়ের দাম কম তাই কলম = 2× বই] ⇒ x + ১৫ = ১৯০ - 2x - ২৮ ⇒ 3x = ১৬২ - ১৫ ⇒ 3x = ১৪৭ ∴ x = ৪৯	ধরি, ১৪ টাকা কমার পর বইয়ের দাম = x টাকা তাহলে ১৫টাকা বাড়ার পর কলমের দাম = 2x টাকা। প্রশ্নমতে, x+১৪+2x-১৫=৯৫ [বাড়া কমার আগের সমষ্টি = ৯৫] ⇒ 3x = ৯৬ ∴ x = ৩২ কলমের দাম = 2×৩২-১৫ = ৪৯ (**Note:** এভাবে করতে হবে না, শুধু আইডিয়াটা মাথায় রাখুন)

নিজে করুন:

৩১. একটি কলম ও একটি বইয়ের মূল্য একত্রে ৯৫ টাকা । কলমটির মূল্য ১৫ টাকা বেশি এবং বইটির মূল্য ১৪ টাকা কম হলে কলমটির মূল্য বইটির মূল্যের দ্বিগুণ হতো । বইটির মূল্য কত টাকা? *[প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮)/+ [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ৪০ টাকা খ. ৪৫ টাকা গ. ৪৬ টাকা ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

(৪.খ) বেতন ও টাকা বন্টন সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৩২. এক ব্যক্তির নিকট যাকাতের ৮০০ টাকা আছে। কিছু সংখ্যক লোকের প্রত্যেককে ৬ টাকা করে দিলে ১০০ টাকা কম পড়ে। লোকের সংখ্যা কত? *[ঢাকা সেনানিবাস (অফিস সহায়ক)- ২০২০]*

ক. ১৫০ জন খ. ২০০ জন গ. ২৬৬ জন ঘ. ২৫০ জন উত্তর: ক

সমাধান: মনে করি,লোক সংখ্যা = x জন প্রশ্নমতে, 6x – ১০০ = ৮০০ ∴ x = ১৫০ উত্তর: ১৫০ জন।

৩৩. রহিম ও করিম ১,০০০ টাকা ভাগ করে নিল। করিম আরও ৫০০ টাকা বেশি পেলে এবং রহিম ৫০০ টাকা কম পেলে, করিম রহিমের ৪ গুণ টাকা পেত। রহিম কত টাকা পেয়েছে? *(খাদ্য অধিদপ্তর-২০০৯)*

ক. ৮০০ খ. ৬০০ গ. ৪০০ ঘ. ৭০০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, রহিম পেয়েছে x টাকা ∴করিম পেয়েছে (১০০০ – x) .

প্রশ্নমতে, ১০০০ − x + ৫০০ = 8×(x − ৫০০) [৫০০টাকা বেশি কমের পর রহিম কম পায় তাই রহিমের সাথে ৪ গুণ]

⇒ ১৫০০ − x = 8x − ২০০০ ⇒5x = ৩৫০০ ∴ x = ৭০০ সুতরাং রহিম পেয়েছে = ৭০০ টাকা।

৩৪. শোভনের মাসিক বেতন জামালের মাসিক বেতনের চেয়ে ৪০০০ টাকা বেশি। তাদের দুজনের বার্ষিক বেতনের যোগফল ৫,২৮,০০০ টাকা হলে জামালের মাসিক বেতন কত টাকা? *[NSI (অফিস সহায়ক)-২০১৯]*

ক. ১২০০০ টাকা খ. ২০০০০ টাকা গ. ১৯০০০ টাকা ঘ. ১৫৫০০০ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, জামালের মাসিক বেতন = x টাকা ∴ শোভনের মাসিক বেতন = (x+৪০০০) টাকা

প্রশ্নমতে, ১২×(x+x+৪০০০) = ৫২৮০০০ ⇒ 2x + ৪০০০ = ৪৪০০০ ⇒ 2x = ৪০০০০ ∴x = ২০০০০

∴ জামালের মাসিক বেতন = ২০০০০ টাকা

নিজে করুন:

৩৫. ফারুকের বেতন কালামের বেতনের ১.২ গুণ। মালেকের বেতন কালামের বেতনের ০.৮ গুণ। তাদের মোট বেতন ৬৩০০ টাকা হলে মালেকের বেতন কত? *(দুর্নীতি দমন কমিশন-২০১০)* [**Hints:** কালাম = x হলে, $x + 1.2x + 0.8x = 6300$]

ক. ১৮০০ খ. ১৬০০ গ. ১৬৮০ ঘ. ১২০০ উত্তর: গ

৩৬. খ এর দৈনিক আয় ক এর দ্বিগুণ এবং গ এর দৈনিক আয় খ এর দ্বিগুণ । তাদের তিনজনের আয়ের যোগফল ১১২০ টাকা হলে, ক এর দৈনিক আয় কত টাকা ? *[পরিসংখ্যান ব্যুরো (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০১৬]*

ক. ৫৬০ খ. ৬৪০ গ. ৬৮৪ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ক এর দৈনিক আয় x টাকা, ∴ খ এর দৈনিক আয় = 2x টাকা এবং গ এর দৈনিক আয় = 2×2x = 8x টাকা

প্রশ্নমতে, $x+2x+8x = 1120 \Rightarrow 7x = 1120 \quad \therefore x = 160$ সুতরাং গ এর দৈনিক আয় = $8x = 8\times160 = 640$টাকা

নিজে করুন:

৩৭. x, y এবং z-এর মধ্যে ১৪০০ টাকা এমনভাবে ভাগ করা হলো যেন x পেল y-এর দ্বিগুণ এবং y পেল z-এর দ্বিগুণ। তাহলে y কত টাকা পেল? *(খাদ্য অধিদপ্তর-০৯)* [**Hints:** $a+2a+8a = 1400$ হলে, $a = 200$ সুতরাং $2a = 400$]

ক. ৮০০ খ. ৬০০ গ. ৪০০ ঘ. ২০০ উত্তর: খ

৩৮. বনি, ডলি ও লিলির মধ্যে ১,২৬০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হলো যেন,ডলি, লিলির সমান টাকা পায় এবং বনি ডলির দ্বিগুণ টাকা পায়। এতে বনি কত টাকা পেল? *[বাংলাদেশে পল্লী বিদ্যুৎ (সহ: পরি)-২০১৬]*

ক. ৬৩০ খ. ৬২৩ গ. ৪২৫ ঘ. ২২৫ উত্তর: ক

[**Hints:** দুজনে যা বনি একাই তা, তাই মোট ৪ ভাগ করে বনিকে অর্ধেক দিতে হবে তাই উত্তর: ১২৬০÷২ = ৬৩০]

৩৯. রফিকের ওজন যদি ১৭ কেজি কমে যায় তবে তার ওজন আরিফের ওজনের অর্ধেক হয়ে যাবে । তাদের দুজনের ওজনের যোগফল ১৪০ কেজি হলে রফিকের ওজন কত কেজি ? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. ৫৫ খ. ৫৮ গ. ৬১ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:	বিকল্প সমাধান: মুখে মুখে করার যুক্তি
ধরি, রফিকের ওজন = x কেজি ∴ আরিফের ওজন = ১৪০-x কেজি। প্রশ্নমতে, $2(x-17) = 140-x$ (যে ছোট তার সাথে গুণ) $\Rightarrow 2x-34 = 140-x \Rightarrow 3x = 174 \quad \therefore x = 58$	রফিকের ওজন ১৭ কমা অর্থ মোট ১৪০ থেকে ১৭ বাদ দিলে = ১৪০-১৭ = ১২৩ যাকে ৩ দ্বারা ভাগ করে = ১২৩÷৩ = ৪১ যেহেতু রাফিক অর্ধেক হবে তাই রফিক = ১ভাগ +১৭ = ৪১ +১৭ = ৫৮ কেজি।

৪০. যদি কবিরের ওজন ৮ পাউন্ড কমে, তবে কবিরের ওজন তার বোনের ওজনের দ্বিগুণ হবে। এখন তাদের উভয়ের ওজন ২৭৮ পাউন্ড। বর্তমানে কবিরের ওজন কত ? *[BKB - (SO)-2017] & [Sonali Bank Officer (General)– 2018]*

ক. ১৪৭ খ. ১৮৮ গ. ১৩৩ ঘ. ১৩৯ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: সাধারণত যা চায় তা ধরা বেটার	বিকল্প সমাধান: এভাবে সাজানো সহজ
ধরি, কবিরের ওজন = x পাউন্ড। সুতরাং তার বোনের ওজন = ২৭৮-x (যোগফল থাকলে এভাবে) প্রশ্নমতে, $x-8 = 2(278-x)$ (কবিরের ওজন থেকে ৮ বাদ দিলে যা থাকে তা তার বোনের দ্বিগুণ তাই বোনের সাথে ২ গুণ করে সমান) $\Rightarrow x-8 = 556-2x \Rightarrow 3x = 564 \quad \therefore x = 188$ সুতরাং কবিরের ওজন = ১৮৮ পাউন্ড। **উত্তর: ১৮৮**	ধরি, কবিরের বোনের ওজন = x (বোনের ওজন ধরলে ছোট সংখ্যার সমীকরণ বানানো সহজ হবে) তাহলে কবিরের ওজন = 2x+8 (কবিরের ওজন থেকে ৮ বাদ দিলে বোনের দ্বিগুণ হয়, অর্থাৎ সে দ্বিগুণের থেকেও ৮ বেশি) প্রশ্নমতে, $x+2x+8 = 278$ (দুজনের ওজনের যোগফল = ২৭৮) $\Rightarrow 3x = 270 \quad \therefore x = 90$ সুতরাং কবিরের ওজন = ২×৯০ +৮ = ১৮৮ পাউন্ড।

মুখে মুখে: কবিরের ওজন থেকে ৮ বাদ দিলে যদি সে তার বোনের দ্বিগুণ হয় তাহলে ২৭৮ থেকে ৮ বাদ দিলে তাকে ৩ ভাগ করা যাবে অর্থাৎ ২৭০÷৩ = ৯০। এখন কবির ২ ভাগের থেকে ৮ বেশি অর্থাৎ ৯০ এর দ্বিগুণ ১৮০+ ৮ = ১৮৮ (উত্তর)

৪১. একটি ক্রিকেট খেলায় ইমন ও সুমনের মোট রানসংখ্যা ৫৮। ইমনের রানসংখ্যা সুমনের রানসংখ্যার দ্বিগুণের চেয়ে ৫ রান কম। ঐ খেলায় ইমনের রানসংখ্যা কত? *(৭ম শ্রেণী, অনু: ৭.২)*

ক. ৩৫ রান খ. ৩৯ রান গ. ৩৭ রান ঘ. ৩৩ রান উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (প্রশ্নে যেভাবে বলা হয়েছে সেভাবে)	বিকল্প সমাধান: (যেভাবে ধরলে শর্ত মেলানো সহজ)
ধরি, ইমনের রান সংখ্যা = x ∴ সুমনের রান = ৫৮-x প্রশ্নমতে, $x+5 = 2(58-x)$ [সুমনের রান ২ গুণ করলে তা ইমনের থেকে ৫ বেশি হয়] $\Rightarrow x+5 = 116-2x \Rightarrow 3x = 111 \quad \therefore x = 37$ সুতরাং ইমনের রান সংখ্যা = ৩৭ উত্তর: ৩৭ রান।	ধরি, সুমনের রান সংখ্যা = x, তাহলে ইমনের রান সংখ্যা = 2x-5 (২গুণ থেকে ৫ কম) প্রশ্নমতে, $x+2x-5 = 58$ [যেহেতু মোট রান ৫৮] $\Rightarrow 3x = 63 \quad \therefore x = 21$ সুতরাং সুমনের রান = ২১ তাহলে ইমনের রান সংখ্যা = ২×২১-৫ = ৪২-৫ =৩৭
মুখে মুখে: ৫৮ রান ২ ভাগ করতে ৫ কম হয়। ৫ কম না হলে মোট রান = ৫৮+৫ = ৬৩ এবং তখন একজন ১গুণ + ২গুণ = ৩ গুণ = ৬৩ রান হলে ১ গুণ = ২১ ও ২গুণ = ৪২, কিন্তু ইমন ২গুণের থেকে ৫ কম করায় সে করেছে = ৪২-৫ = ৩৭ রান	

৪২. সুমি এবং মীমের মধ্যে ৫১ টাকা এমনভাবে বন্টন করে দেয়া হল যে, সুমি, মীমের টাকার দ্বিগুণের থেকে ৩ টাকা কম পেল, সুমি মোট কত টাকা পেল? *[Agrani Bank Limited-2010]*

ক. ৮০ খ. ৬০ গ. ৪০ ঘ. ৩৩ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (প্রশ্নে যেভাবে বলা হয়েছে সেভাবে)	বিকল্প সমাধান: মুখে মুখে করার যুক্তি
ধরি, মীম পেয়েছে = x টাকা ∴সুমি পেয়েছে = 2x-৩টাকা প্রশ্নমতে, $x+(2x-3) = 51$ $\Rightarrow 3x = 51+3 \Rightarrow 3x = 54 \quad \therefore x = 18$ সুতরাং মীম পেয়েছে ১৮ টাকা। তাহলে, সুমি পেয়েছে = ২×১৮-৩ = ৩৬-৩ = ৩৩ টাকা।	মোট ৫১ টাকা ভাগ করতে ৩টাকা কম পরেছে তাই = ৫১+৩ = ৫৪ টাকা ভাগ করলে মীম ১গুণ + সুমি ২গুণ = ৩ গুণ = ৫৪ টাকা হলে ১ গুণ = ৫৪÷৩ = ১৮ টাকা। এখন সুমি পাবে = ২গুণ = ৩৬টাকা। কিন্তু আসলে তো ৩টাকা কম ছিল তাই সুমি ৩ টাকা কমে মোট পাবে = ৩৬-৩ = ৩৩ টাকা।

৪৩. একজন ব্যাটসম্যান ২১টি বাউন্ডারি ও ওভার বাউন্ডারির মাধ্যমে ৯৬ রান করে। তার বাউন্ডারির সংখ্যা কত? *[CGA (Auditor)-2022]*

ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৭ ঘ. ১৮ উত্তর: ক

সমাধান:

ধরি, বাউন্ডারির সংখ্যা x টি এবং ওভার বাউন্ডারির সংখ্যা = (২১-x) টি

প্রশ্নমতে, $4x+6\times(21-x) = 96 \Rightarrow 4x+126-6x = 96 \Rightarrow 2x = 30 \quad \therefore x = 15$ টি

৪৪. একটি খাবারের দোকানে দুই ধরনের খাবার পাওয়া যায় যার মূল্য ৬৫ টাকা ও ২০ টাকা। একদিনে দুই ধরনের মোট ২০৯ টি খাবার বিক্রি করে ৮৩৬৫ টাকা পাওয়া গেলে, ৬৫ টাকা মূল্যের খাবার কয়টি বিক্রি হয়েছিল? *[NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ৭৭ খ. ৯৩ গ. ৯৯ ঘ. ১০৫ উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, ৬৫ টাকা মূল্যের খাবার বিক্রয় করে = x টি ∴ ২০ টাকা মূল্যের খাবার বিক্রয় করে = (২০৯-x) টি

প্রশ্নমতে, $65x + 20(209-x) = 8365$ [দু ধরণের খাবারের মোট বিক্রয়মূল্য = ৮৩৬৫ টাকা]

$\Rightarrow 65x + 4180-20x = 8365 \Rightarrow 45x = 8365-4180 \Rightarrow 45x = 4185 \quad \therefore x = 93$

৪৫. একটি ইকো কলমের মূল্য ৫ টাকা এবং একটি ম্যাটাডোর কলমের মূল্য ৪ টাকা। যদি ঐ দোকানদার ৫০০ টি কলম বিক্রি করে ২৩০০ টাকা পায়, তবে সে কয়টি ইকো কলম বিক্রয় করেছিল? *[খাদ্য অধিদপ্তর-২০০৯]*

ক. ১০০ খ.২০৫ গ.৩০৮ ঘ.৩০০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (লিখিত এর জন্যই শুধু এভাবে করবেন)

ধরি, ইকো কলম বিক্রি করেছিল = x টি

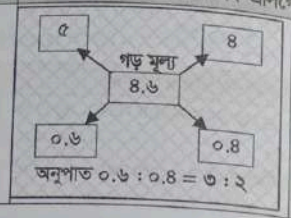
∴ ম্যাটাডোর কলমের সংখ্যা = (৫০০-x)টি

প্রশ্নমতে, $5x+8(500-x) = 2300$ (মোট খরচ = ২৩০০)

$\Rightarrow 5x + 2000 - 8x = 2300 \therefore x = 300$

সুতরাং ইকো কলম বিক্রয় করেছিল = ৩০০টি।

শর্টকাট সমাধান: রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে ১০ সেকেন্ডে



অনুপাত ০.৬ : ০.৪ = ৩ : ২

গড় মূল্য $= 2300 \div 500 = 4.6$

ইকো : ম্যাটাডোর = ৩ : ২ তাই ইকো কলম

$= 500 \times \frac{3}{5} = 300$টি

নিজে করুন: (বিস্তারিত সমাধান এলিগেশন অধ্যায়ে পাবেন)

৪৬. একটি সিনেমা হলে প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণীর আসন মিলিয়ে মোট ৫০০ আসন আছে। প্রথম শ্রেণীর একটি টিকিটের দাম ৩০ টাকা এবং দ্বিতীয় শ্রেণীর একটি টিকিটের দাম ১৮ টাকা। সবগুলো টিকিটের বিক্রয়মূল্য ১০,৫০০ টাকা হলে দ্বিতীয় শ্রেণীর আসন সংখ্যা কত? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ২২৫ খ. ২৫০ গ. ৩৭০ ঘ. ৩৭৫ উত্তর: গ

[**Hints:** ২য় শ্রেণির আসন সংখ্যা x টি ধরে, প্রশ্নমতে, $18x + 30(500-x) = 10,500 \therefore x = 370$]

৪৭. ফাতিহা ২০ টাকা ও ৩০ টাকা দামের সমসংখ্যক কলম কিনলো। যদি সে মোট ১০০০ টাকার কলম কিনে থাকে তবে সে কয়টি কলম কিনলো? *(খাদ্য অধিদপ্তর -০৯)* [**Hints:** উভয় ধরণের কলম সংখ্যা xটি ধরে প্রশ্নমতে, $20x+30x = 1000$]

ক. ৪০ খ. ৫০ গ. ৬০ ঘ. ৬০ উত্তর: খ

৪৮. করিম ২ টাকা ও ৩ টাকা মানের সমান সংখ্যক স্ট্যাম্প কিনেছে । যদি স্টাম্প ক্রয়ের মোট খরচ ১০০ টাকা হয় তাহলে করিম মোট কতটি স্ট্যাম্প কিনেছিলো? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় (সাইকার অফিসার)- ২০০৫]* [**Hints:** $2x + 3x = 100$]

ক. ২৫ খ. ৩৪ গ. ৪০ ঘ. ৪৬ উত্তর: গ

৪৯. একজন শ্রমিক কাজের দিন ১০০ টাকা পায় এবং অনুপস্থিত থাকলে ২০ টাকা জরিমানা দিতে হয়। শ্রমিকটি জুন মাসে ২৪০০ টাকা বেতন পেল । সে ঐ মাসে কত দিন কাজ করেছে ? *[যোগাযোগ মন্ত্রণালয় বাংলাদেশ রোড অথরিটি (সহকারী পরিচালক)-২০০৫]*

ক. ২৭ দিন খ. ২৬ দিন গ. ২৫ দিন ঘ. ২৪ দিন উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

ধরি, উপস্থিত থাকে = x দিন

∴ অনুপস্থিত থাকে (৩০- x) দিন

প্রশ্নমতে,

$100x - 20(30 - x) = 2400$

$\Rightarrow 100x - 600 + 20x = 2400$

$\Rightarrow 120x = 3000$

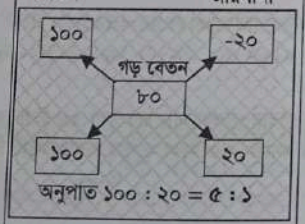
$\therefore x = 25$

সুতরাং, সে জুন মাসে ২৫ দিন কাজ করেছে

Note: রুল অফ এলিগেশন অধ্যায়ে (+) ও (-) এর বিষয়টি বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

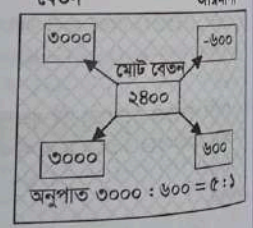
শর্টকাট সমাধান: রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে ১০ সেকেন্ডে

গড় বেতন = ২৪০০÷৩০ = ৮০



অনুপাত ১০০ : ২০ = ৫ : ১

৩০×১০০=৩০০০ ও ৩০x-২০= -৬০০



অনুপাত ৩০০০ : ৬০০ = ৫ : ১

সুতরাং জুন মাসের ৩০ দিনের মধ্যে কাজ করেছে = $30 \times \frac{5}{6} = 25$ দিন।

৫০. কাজের দিন ২ টাকা পাওয়া এবং অনুপস্থিতির দিন ৫০ পয়সা জরিমানা দেয়ার শর্তে কাজ করে এক ব্যক্তি সেপ্টেম্বর মাসে ৪০ টাকা পেল। ব্যক্তিটি কত দিন কাজে উপস্থিত ছিল? *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ২২ খ. ১৮ গ. ২০ ঘ. ১৫ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান: (সেপ্টেম্বর মাস = ৩০ দিন)

ধরি, উপস্থিত ছিল = x দিন ∴ অনুপস্থিত = (৩০-x) দিন।

প্রশ্নমতে, $2x - 0.5(30-x) = 80$ [আয়-জরিমানা=প্রাপ্ত টাকা]

$\Rightarrow 2x - 15 + 0.5x = 80 \Rightarrow 2.5x = 55$

$\Rightarrow x = \frac{55}{2.5} \quad \therefore x = 22$ দিন।

সুতরাং সে উপস্থিত ছিল ২২ দিন।

শর্টকাট সমাধান: মুখে মুখে করার জন্য সহজ চিন্তা

৩০দিন ই কাজ করলে মোট টাকা পেত = ৩০×২ = ৬০ টাকা।

কিন্তু টাকা পেয়েছে ৪০ অর্থাৎ কম পেয়েছে ৬০-৪০ = ২০টাকা।

একদিন কাজ না করলে ক্ষতি হয় ২ + ০.৫ = ২.৫ টাকা।

অর্থাৎ ২.৫ টাকা কম পাবে ১ দিন কাজ না করলে তাহলে ২০ টাকা কম পাবে = ২০÷২.৫ = ৮ দিন কাজ না করলে ।

সুতরাং কাজে উপস্থিত ছিল ৩০-৮ = ২২ দিন।

(আরো শর্টকাটে করার জন্য এলিগেশন দিয়ে নিজে করুন।)

দুটি ভিন্ন জিনিস মিক্স করে একত্রে ফলাফল দেয়া থাকলে রুল অফ এলিগেশন দিয়ে করা যায়। বিস্তারিত এলিগেশন অধ্যায়ে।

নিজে করুন:

৫১. একটি কারখানায় কোনো শ্রমিক কাজ করলে দৈনিক ৮০ টাকা মজুরি পায় এবং অনুপস্থিত থাকলে ২০ টাকা জরিমানা হয়। এপ্রিল মাসে শ্রমিকটি বেতন বাবদ ১৯০০ টাকা পেল । সে ঐ মাসে কতদিন কাজ করেছে? *তত্ত্বধায়ক)-২০০৫]* [**Hints:** x দিন কাজ করলে, প্রশ্নমতে, $80x - 20(30-x) = 1900$ টাকা $\therefore x = 25$ দিন] *[সমাজসেবা মন্ত্রণালয় (সমাজসেবা উপ*

ক. ২২ দিন খ. ২৩ দিন গ. ২৪ দিন ঘ. ২৫ দিন উত্তর: ঘ

৫২. ৮০ টি প্রশ্ন সম্বলিত একটি নৈর্ব্যক্তিক পরীক্ষায় প্রতিটি সঠিক উত্তরের জন্য ১ নম্বর বরাদ্দ আছে। কিন্তু একটি সঠিক উত্তরের জন্য যা পাওয়া যায় প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য তার ২৫% নম্বর কাটা হয়। যদি একজন পরিক্ষার্থী সবগুলো প্রশ্নের উত্তর দেয় এবং ৬০ নম্বর পায়, তাহলে সে কতটি প্রশ্নের উত্তর ভুল করেছে? *বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]+ [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ৬৪ খ. ২৮ গ. ১৬ ঘ. ১২ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (সেপ্টেম্বর মাস = ৩০ দিন)

ধরি, সঠিক উত্তর দেয় = x টি ∴ভুল উত্তর = (৮০-x) টি

প্রশ্নমতে, $1\times x - 0.25\times(80-x) = 60$

$\Rightarrow x - 20 + 0.25x = 60$

$\Rightarrow 1.25x = 80 \Rightarrow x = \frac{80}{1.25} \quad \therefore x = 64$

সুতরাং সে ভুল উত্তর দিয়েছে = ৮০-x = (৮০-৬৪) = ১৬টি।

শর্টকাট সমাধান: (২৫% অর্থ ১ নম্বরের ২৫% = .২৫ নম্বর)

সবগুলোই সঠিক হলে মোট নম্বর পেতো = ৮০×১ = ৮০

১টি প্রশ্ন ভুল হলে মোট নম্বর কমবে = ১+০.২৫ = ১.২৫

সে মোটের উপর নম্বর কম পেয়েছে =৮০ -৬০ = ২০ নম্বর।

১.২৫ নম্বর কম পেলে ভুল উত্তর দিয়েছিল = ১টি।

২০ নম্বর কম পেলে ভুল উত্তর দিয়েছিল = $\frac{20}{1.25}$ = ১৬টি।

নিজে করুন:

৫৩. একটি সঠিক উত্তরের জন্য ২ নম্বর পাওয়া যায় এবং একটি ভুল উত্তরের জন্য ১ নম্বর কাটা যায়। ৬০টি প্রশ্নের প্রতিটি উত্তর দিয়ে কোন ছাত্র ৩৯ নম্বর পেলে সে কতটি সঠিক উত্তর দিয়েছিল? *[বাংলাদেশে পরিসংখ্যান ব্যুরো-(অফিস সহকারী)-২০২১]*

ক. ৩০টি খ. ৩১টি গ. ৩৫টি ঘ. ৩৩টি উত্তর: ঘ

[**Hints:** ভুল উত্তর দিয়েছিল = ১২০-৩৯ = ৮১÷(২+১) = ২৭টি। তাহলে সঠিক উত্তর দিয়েছিল = ৬০-২৭ = ৩৩টি]

৫৪. দুই ঘন্টার একটি ভর্তি পরীক্ষায় ৫০ টি গণিত প্রশ্ন এবং ৫০ টি বাংলা প্রশ্ন ছিল। একজন পরীক্ষার্থী সবগুলো প্রশ্নের উত্তর দে এবং একটি গণিত প্রশ্নের উত্তর দিতে যত সময় ব্যয় করে, একটি বাংলা প্রশ্নের উত্তর দিতে তার এক-তৃতীয়াংশ সময় ব্যয় করে গণিত প্রশ্নের উত্তর দিতে সে মোট কত মিনিট সময় ব্যয় করেছিল? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক. ৭০ খ. ৭৫ গ. ৮০ ঘ. ৯০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান:

ধরি, বাংলার ১টি প্রশ্নের উত্তর দিতে সময় লাগে = x মিনিট
∴ গণিতের ১টি প্রশ্নের উত্তর দিতে সময় লাগবে = ৩x মিনিট
প্রশ্নমতে, ৫০x+ (৫০×৩x) = ১২০
⇒৫০x+ ১৫০x = ১২০
⇒২০০x = ১২০ ∴x = $\frac{১২০}{২০০} = \frac{৩}{৫}$ মিনিট।
সুতরাং গণিতের ৫০টি প্রশ্নের উত্তর দিতে সময় লাগবে
= (৫০×৩x) মিনিট = ৫০×৩×$\frac{৩}{৫}$ = **৯০ মিনিট।**

শর্টকাট সমাধান: (লজিক বুঝলে খাতা কলম লাগবে না)

যেহেতু বাংলা ও গণিত উভয় বিষয়ের প্রশ্ন সমান ৫০টি করে। আবার গণিতের প্রশ্নে বাংলার থেকে ৩গুণ সময় লাগে তাহলে মোট সময়কে = (৩+১) = ৪ ভাগ করে ১ ভাগ বাংলা প্রশ্নের জন্য এবং ৩ ভাগ গণিত প্রশ্নের জন্য দিতে হবে।
এখন বাংলার জন্য সময় লাগে = ১২০ ÷ ৪ = ৩০মিনিট।
সুতরাং গণিতের জন্য সময় লাগে ৩×৩০ = **৯০মিনিট।**

Note: ভগ্নাংশ আকারে মুখে মুখে চিন্তা করা কঠিন। এজন্য এখানে, ভগ্নাংশকে না আনার জন্য এক তৃতীয়াংশকে উল্টোপাশে ৩গুণ ধরা হয়েছে।

(৪.গ) বেঞ্চ ও ছাত্র সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৫৫. একটি বালিকা বিদ্যালয়ের একটি শ্রেণীকক্ষে প্রতিবেঞ্চে ৬ জন করে ছাত্রী বসালে ২ টি বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু প্রতিবেঞ্চে ৫ জন করে ছাত্রী বসালে ৬ জন ছাত্রীকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। ঐ শ্রেণীর বেঞ্চের সংখ্যা কয়টি? *[৯ম শ্রেণী , (অনু: ৫১)]*

ক. ২৪ টি খ. ২২ টি গ. ২০ টি ঘ. ১৮ টি উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
৬ জন করে বসলে মোট ছাত্রী = ৬(x-২) (২ বেঞ্চ খালি থাকায় মোট বেঞ্চ থেকে বিয়োগ করে ৬ জন করে তাই ৬ গুণ)
৫ জন করে বসলে মোট ছাত্রী = ৫x+৬ (৫জন করে বসলে সব বেঞ্চ পূর্ণ হয়েও ৬ জন দাঁড়িয়ে থাকে। তাই ৬ যোগ)
প্রশ্নমতে, ৬(x-২) = ৫x+৬ (উভয় পাশে মোট ছাত্রী সংখ্যা সমান) ⇒ ৬x-১২ = ৫x+৬ ∴x = ১৮

৫৬. একটি শ্রেণির প্রতি বেঞ্চে ৪ জন করে ছাত্র বসলে ৩ খানা বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে ৩ জন করে বসলে ৬ জন ছাত্র দাঁড়িয়ে থাকে। ঐ শ্রেণীর ছাত্র সংখ্যা কত? *[BADC (AO)-2017] +[প্রাথমিক সহ: শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮]+ [সমাজসেবা অধিদপ্তর (হাউজ প্যারেন্ট কাম টিচার): ২০২০]*

ক. ৫০ খ. ৬০ গ. ৭০ ঘ. ৮০ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (মোট ছাত্রসংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ)

মনে করি, ছাত্রসংখ্যা = x
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪}+৩ = \frac{x-৬}{৩}$ *[দু পাশে বেঞ্চসংখ্যা সমান]*
⇒ $\frac{x+১২}{৪} = \frac{x-৬}{৩}$
⇒ ৪x-২৪=৩x+৩৬ ∴ x = ৬০
সুতরাং ঐ ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা = ৬০ জন।

বিকল্প সমাধান: (বেঞ্চের সংখ্যাকে x ধরে সহজ সমীকরণ)

ধরি, মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
এখন মোট ছাত্র = প্রতি বেঞ্চে বসা ছাত্র × বেঞ্চ সংখ্যা
প্রশ্নমতে, ৪(x-৩) = ৩x+৬ (জন×ছাত্র ভর্তি বেঞ্চ = মোট ছাত্র)
⇒ ৪x-১২ = ৩x+৬ ∴x = ১৮
∴ ঐ ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা =৩×১৮+৬ = ৫৪+৬ = ৬০ জন।

যুক্তি: বেঞ্চ ৩ টি খালি থাকা অর্থ (x-৩) বেঞ্চ পূর্ণ আছে। আবার ৬ জন দাঁড়িয়ে অর্থ বসা ৩x এর সাথে ৬ ও যোগ হবে।

অপশন টেস্ট: ৪ এবং ৩ উভয় দিয়েই ভাগ করা যায় এমন সংখ্যা মাত্র ১টিই আছে যা হলো ৬০।

৫৭. একটি শ্রেণির প্রতি বেঞ্চে ৫ জন করে ছাত্র বসলে ৫ খানা বেঞ্চ খালি থাকে । কিন্তু প্রতি বেঞ্চে ৩ জন করে বসলে ৭ জন ছাত্র দাঁড়িয়ে থাকে। ঐ শ্রেণির ছাত্র সংখ্যা কত? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৪]*

ক. ৮৫ খ. ৭৫ গ. ৬৫ ঘ. ৫৫ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (মোট ছাত্র সংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ)

ধরি, মোট ছাত্রসংখ্যা = x
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৫}+৫ = \frac{x-৭}{৩}$ *[কারণ বেঞ্চ সংখ্যা সমান]*
⇒ $\frac{x+২৫}{৫} = \frac{x-৭}{৩}$
⇒ ৫x-৩৫ = ৩x+৭৫ ⇒২x = ১১০ ∴ x = ৫৫
সুতরাং ঐ ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা = ৫৫ জন।

বিকল্প সমাধান: (বেঞ্চের সংখ্যাকে x ধরে)

ধরি, ঐ ক্লাসে মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
প্রশ্নমতে, ৫(x-৫) = ৩x + ৭ (উভয় পাশে মোট ছাত্র সমান)
⇒৫x-২৫ = ৩x+৭ ⇒২x = ৩২ ∴ x = ১৬
∴ঐ ক্লাসে মোট ছাত্রসংখ্যা = ৩×১৬+৭ = ৪৮+৭ = ৫৫ জন।

পরামর্শ: বেঞ্চের সংখ্যা ধরে করলে কোন কনফিউশন থাকবে না এবং খুব সহজে সমীকরণ সাজানো যাবে। তবে যেভাবে যুক্তি ক্লিয়ার হয় সেভাবেই করার চেষ্টা করুন।

নিজে করুন:

৫৮. একটি শ্রেণিতে কিছু বেঞ্চ আছে। যদি প্রতি বেঞ্চে ৪ জন ছাত্র-ছাত্রী বসে, তবে ৩টি বেঞ্চ ফাঁকা থাকে আবার যদি প্রতি বেঞ্চে ৩ জন করে বসে, তবে ৩ জন ছাত্র-ছাত্রী দাঁড়িয়ে থাকে। শ্রেণিতে মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?

ক. ৩৬ খ. ৪২ গ. ৪৮ ঘ. ৫৪ উত্তর: গ

[**Hints:** বেঞ্চের সংখ্যা = x ধরে, ৪(x − ৩) = ৩x + ৩ সুতরাং বেঞ্চ x = ১৫ এবং ছাত্র-ছাত্রী = (৩×১৫)+৩ = ৪৮]

বেঞ্চের প্রশ্ন নয়, কিন্তু নিয়ম হুবহু একই :

৫৯. n সংখ্যক চকলেট থেকে একটি ক্লাসের সকল ছাত্রকে ৩ টি করে চকলেট দিলে ৫টি চকলেট অবশিষ্ট থাকে। কিন্তু ৪টি করে চকলেট দিতে গেলে আরো ২১টি চকলেটের প্রয়োজন হয়। ঐ ক্লাসের ছাত্র সংখ্যা কত? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. ১৬ খ. ২১ গ. ২৩ ঘ. ২৬ ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = x জন। [এখানে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যাটাই আগের অংকগুলোর বেঞ্চের সংখ্যার মতই]
প্রশ্নমতে, ৩x+৫ = ৪x-২১ [এখানে বামে, ৩টা করে ৫ জনকে দিতে ৩x টি লাগার পরও ৫টি অবশিষ্ট তাই ৫ যোগ কিন্তু ৪টি করে দিতে ৪x টি লাগবে কিন্তু এতগুলো নাই বরং ২১টি কম তাই বিয়োগ এভাবে উভয় পাশে মোট চকলেটের সংখ্যা সমান সমান]
∴x = ২৬ সুতরাং ঐ ক্লাসের ছাত্র-সংখ্যা = ২৬ জন।

(৪.ঘ) টাকা ও পয়সা সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৬০. একটি বাক্সে পঞ্চাশ পয়সা ও পঁচিশ পয়সার মোট ১০০ টি মুদ্রা পাওয়া গেল। হিসাব করে দেখা গেল, এতে ৪৫ টাকা হয়। এতে কোন প্রকার মুদ্রার সংখ্যা কত? *[১৪শ বিজেএস(সহকারী জজ)-২০২১]*

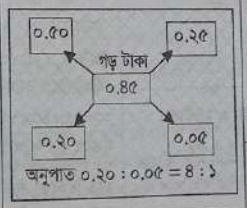
ক. ৫০ , ৫০ খ. ৮০ ,২০ গ. ৬০ , ৪০ ঘ. ২০ , ৮০ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

ধরি, ৫০ পঁয়সার মুদ্রা আছে = x টি
∴ ২৫ পঁয়সার মুদ্রা আছে = (১০০-x) টি
প্রশ্নমতে, x×৫০+২৫×(১০০-x) = ৪৫×১০০
⇒ ৫০x+২৫০০-২৫x= ৪৫০০
⇒ ২৫x = ৪৫০০-২৫০০
⇒ ২৫x = ২০০০ ∴ x = ৮০
বাক্সটিতে ৫০ পঁয়সার মুদ্রা আছে x = ৮০ টি
২৫ পঁয়সার মুদ্রা আছে = ১০০-৮০ = ২০ টি

রুল অফ এলিগেশনের মাধ্যমে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান।

গড়, ৪৫+১০০টি = ০.৪৫ ধরে



অনুপাত ০.২০ : ০.০৫ = ৪ : ১

এখানে, ৫০ পয়সা ও ২৫ পয়সার মুদ্রার অনুপাত ৪ : ১ থেকে বলা যায়
৫০ পঁয়সার মুদ্রা = ১০০×$\frac{৪}{৫}$ = ৮০টি
২৫ পঁয়সার মুদ্রা = ১০০×$\frac{১}{৫}$ = ২০টি

ম্যাজিকাল এই টেকনিকের বিস্তারিত আলোচনা পাবেন এলিগেশন অধ্যায়ে।

শুদ্ধি পরীক্ষা: ৮০টি ৫০ পয়সার + ২০টি ২৫ পয়সা মিলে মোট = (৫০×৮০) +(২৫×২০) = ৪৫০০পয়সা = ৪৫টাকা।

নিজে করুন: *(এই অংকগুলো এলিগেশনের মাধ্যমে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করতে এলিগেশন অধ্যায়টি দেখে আসুন)*

৬১. মি. x দৈবভাবে ২ টাকা, ও ৫ টাকার মোট ৩০টি নোট সম্বলিত মানিব্যাগ হারিয়ে ফেললেন। যেখানে টাকার পরিমান ছিল ১২০ টাকা। ঐ ব্যাগে ৫ টাকার কতটি নোট ছিল?
ক. ১৫ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২০ উত্তর: ঘ

[**Hints:** ৫টাকার নোট x টি ধরে, $5x + 2(30-x) = 120$ টাকা হলে $x = 20$টি।

৬২. ১২০টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও দশ পয়সার মুদ্রা একত্রে ২৭ টাকা হলে, পঁচিশ পয়সার মুদ্রার ও দশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা কত? *[সোনালী ব্যাংক (সিনিয়র অফিসার)- ২০১৪]*
ক. ১০০ টি ও ২০টি খ. ৯০টি ও ৩০টি গ. ৮০টি ও ৪০ টি ঘ. ৭০টি ও ৫০ টি উত্তর: ক

[**Hints:** পঁচিশ পয়সার মুদ্রা x টি ধরে, প্রশ্নমতে, $25x + 10(120 - x) = 27 \times 100$ $\therefore x = 100$ টি।

৬৩. হাসানের কাছে যতটি ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে তার থেকে ২৬% বেশি ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে। আবার যতগুলো ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে তার ১৫০% এক টাকার মুদ্রা আছে। যদি তার কাছে মোট ২৭৭ টাকা থেকে থাকে তাহলে তার কাছে কতগুলো এক টাকার মুদ্রা আছে? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]+ [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(অইবিএ)]*
ক. ১৯৫ খ. ১৮৯ গ. ১৯৮ ঘ. ১৫০ ঙ. কোনোটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে ১০০xটি। তাহলে ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে = ১২৬x টি
এবং ১টাকার মুদ্রা আছে ১২৬x এর ১৫০% = ১৮৯x টি।
প্রশ্নমতে, $(100x \times 0.25) + (126x \times 0.50) + (189x \times 1) = 277$ [সবগুলোর পয়সাকে টাকা বানালে যোগফল = ২৭৭]
$\Rightarrow 25x + 63x + 189x = 277$ $\Rightarrow 277x = 277$ $\therefore x = 1$ সুতরাং ১ টাকার মুদ্রা আছে = ১৮৯x = ১৮৯×১ = ১৮৯টি।

Learing Point: প্রশ্নটিতে % এবং অজানার রাশির হিসেব একই সাথে থাকায় x এবং ১০০ একত্রে ১০০x ধরা হয়েছে।

৬৪. একটি বাক্সে ৫০ পয়সা, ২৫ পয়সা ও ১০ পয়সার মুদ্রা যথাক্রমে ১ : ২ : ৫ অনুপাতে আছে। যদি সর্বমোট ৩৩ টাকা হয়ে থাকে, তাহলে শুধু ৫০ পয়সার মুদ্রা মিলিয়ে সেখানে কত টাকা আছে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ১২ টাকা খ. ১৫ টাকা গ. ১১ টাকা ঘ. ১০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান:
মনে করি, ৫০ পয়সা, ২৫ পয়সা ও ১০ পয়সা মুদ্রা আছে যথাক্রমে = x, 2x এবং 5x টি।
প্রশ্নমতে, $50x + (25 \times 2x) + (10 \times 5x) = 33 \times 100$ [এখানে বামে সব পয়সা তাই = ৩৩টাকা×১০০ = পয়সা]
$\Rightarrow 50x + 50x + 50x = 33 \times 100 \Rightarrow x + x + x = 33 \times 2 \Rightarrow 3x = 33 \times 2$ $\therefore x = 22$
সুতরাং ৫০ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = ২২টি এবং টাকায় যার পরিমান = ২২×০.৫ = ১১ টাকা।

৬৫. একটি থলেতে ২৫ পয়সা, ১০ পয়সা ও ৫ পয়সার মুদ্রা ৩ : ৪ : ৫ অনুপাতে আছে। যদি সবগুলো মিলিয়ে ২৮ টাকা হয়, তাহলে ১০ পয়সার মুদ্রা কতটি ? *[BADC-(Store Keeper)-2017]+ [তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*
ক. ৮০ টি খ. ৬০ টি গ. ১০০ টি ঘ. ১১০ টি উত্তর: ক

লিখিত সমাধান: (ভগ্নাংশ বানিয়ে টাকা ধরে সমাধান)

ধরি, ২৫ পয়সা, ১০ পয়সা এবং ৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা যথাক্রমে 3x, 4x এবং 5x।
প্রশ্নমতে, $(3x \times \frac{1}{4}) + (4x \times \frac{1}{10}) + (5x \times \frac{1}{20}) = 28$
[উভয়পাশে সবগুলো পয়সাকে টাকা বানিয়ে = ২৮টাকা]
$\Rightarrow \frac{3x}{4} + \frac{2x}{5} + \frac{x}{4} = 28 \Rightarrow \frac{5x + 8x + 5x}{20} = 28$
$\Rightarrow 28x = 28 \times 20$ $\therefore x = 20$
সুতরাং ১০ পয়সার মুদ্রা = 4×২০ = ৮০টি।

বিকল্প সমাধান : (ভগ্নাংশ ছাড়াই পয়সা ধরে সহজ সমাধান)

ধরি, ২৫ পয়সা, ১০ পয়সা এবং ৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা যথাক্রমে 3x, 4x এবং 5x।
প্রশ্নমতে, $(25 \times 3x) + (10 \times 4x) + (5 \times 5x) = 28 \times 100$
(উভয়পাশে সবগুলো মুদ্রা মিলে মোট পয়সা = ২৮০০ পয়সা)
$\Rightarrow 75x + 40x + 25x = 28 \times 100 \Rightarrow 140x = 2800$ $\therefore x = 20$
সুতরাং ১০ পয়সার মুদ্রা আছে = 4x = 4×২০ = ৮০ টি।

Note: সমীকরণে ভগ্নাংশ না আসলে হিসেবগুলো খুব দ্রুত করা যায়। তাই ভগ্নাংশ ছাড়াই যেভাবে সমীকরণ সাজানো যায় সেভাবে সমাধান করাই উত্তম।

নিজে করুন:

৬৬. একটা থলিয়ায় ১ টাকা, ৫০ পয়সা , ২৫পয়সা ও ১০ পয়সার সমান সংখ্যক মুদ্রা আছে এবং সর্বসমেত ৫৫.৫০ টাকা আছে। প্রত্যেক প্রকার মুদ্রার সংখ্যা কত? *[দুর্নীতি দমন ব্যুরো নির্বাচনী পরীক্ষা: ১৯৮৪]*
ক. ৩০ খ. ২৫ গ. ৩৫ ঘ. ৪০ উত্তর: ক

[**Hints:** মুদ্রার সংখ্যা সমান তাই প্রতি ধরণের মুদ্রা = x টি ধরে, $1x + 0.50x + 0.25x + 0.10x = 55.50$ $\therefore x = 30$]

৬৭. একটি বাক্সে ১ টাকা ৫০ পয়সা ও ২৫পয়সার মুদ্রার অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ ও মুদ্রাগুলির মোট মূল্যে ১০০ টাকা। প্রত্যেক মুদ্রার সংখ্যা যথাক্রমে কত হবে?
ক. ৪৮,৬৪,৮০ খ. ৪৮,৬০,৭০ গ. ৫৫,৭৮,৯০ ঘ. ৪৪,৮৬,৮০ উত্তর: ক

[**Hints:**$(3x \times 1) : (8x \times 0.5) : (5x \times 0.25) = 3x + 2x + 1.25x = 100$ $\therefore x = 16$ উত্তর: ১৬×(৩ : ৪ : ৫) = ৪৮,৬৪,৮০]

৬৮. একটি বাক্সে মোট ৩৮৪ টি মুদ্রা আছে। যদি ১ টাকা , ৫০ পয়সা, ২৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যার অনুপাত ২ : ৩ : ৭ হয় তবে বাক্সে মুদ্রাগুলির মোট মূল্য কত?
ক. ২১৬ টাকা খ. ১১৮ টাকা গ. ১৬৮ টাকা ঘ. ১৩০ টাকা উত্তর: গ

[**Hints:** ৩৮৪÷ (২+৩+৭) = ৩২টি করে। এখন মোট টাকা = (২×৩২×১)+ (৩×৩২×০.৫)+ (৭×৩২×০.২৫) = ১৬৮টাকা]

৬৯. একটি থলেতে ১টাকা, ৫০পয়সা ও ২৫পয়সার মূল্যমানের ৪৯০ টি মুদ্রা রয়েছে। মুদ্রাগুলোর মূল্যমানের অনুপাত ১১ : ৯ : ৫ হলে ৫০ পয়সা মূল্যমানের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি? *[ICB-Capital Management (AP)-2019]*
ক. ৯৯ টি খ. ১৮০ টি গ. ১৫০ টি ঘ. ১৬২ টি উত্তর: খ

সমাধান: (আগের অংকে মুদ্রাগুলোর অনুপাত দেয়া ছিল কিন্তু এখানে টাকার অনুপাত)

ধরি, ১টাকা, ৫০ পয়সা এবং ২৫ পয়সার মুদ্রাগুলোর মূল্যমানের বা টাকার পরিমাণ যথাক্রমে ১১x, ৯x এবং ৫x টাকা।
তাহলে ১টাকার মুদ্রা আছে $= \frac{11x}{1} = 11x$ টি।
$\therefore$ ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে $= \frac{9x}{0.5} = 18x$ টি। (১৮x টি ৫০ পয়সা মিলে হয় ৯x টাকা। যেহেতু অনুপাত গুলোর মান টাকা)
$\therefore$ ২৫ পয়সার মুদ্রা আছে $= \frac{5x}{0.25} = 20x$ টি। (২০x টি ২৫ পয়সা মিলে হয় ৫x টাকা।)
প্রশ্নমতে, $11x + 18x + 20x = 490$ (সবগুলো মুদ্রার সংখ্যা যোগ করলে যোগফল = ৪৯০টি মুদ্রা)
$\Rightarrow 49x = 490$ $\therefore x = 10$ সুতরাং, ৫০ পয়সার মুদ্রা আছে, ১৮×১০ = ১৮০টি।

Most Important Point: অন্য অংকগুলোতে পয়সার সংখ্যার অনুপাত ছিল কিন্তু এখানে সেই পয়সাগুলো মিলে যে টাকা হয় সেই টাকার অনুপাত বা পয়সার মূল্যমানের অনুপাত দেয়া আছে। এজন্য এখানে সেই টাকার অনুপাত থেকে পয়সার সংখ্যা বের করে তারপর হিসেব করা হয়েছে। এই পয়েন্ট টা না বুঝলে বিভ্রান্ত হতে পারেন তাই গুরুত্ব দিন।

৭০. এক ব্যক্তি ২৪০ টাকায় কতকগুলো কলম কিনে দেখল যে যদি সে একটি কলম বেশি পেত তবে প্রত্যেকটি কলমের মূল্য গড়ে টাকা করে কম পড়ত। সে কতগুলো কলম কিনেছিল? *[৩৪ -তম বিসিএস]+৯ম-১০ম শ্রেণী-৫.২(উদাহরণ)]+পেট্রোবাংলা (হি*
সহকারী): ২০১৯]+ [বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক):২০২১]
ক. ১৩ খ. ১৪ গ. ১৫ ঘ. ১৬ উত্তর

লিখিত সমাধান : দামের পার্থক্য = ১ টাকা ধরে।

ধরি, ২৪০ টাকায় কিনেছিল = x টি কলম

তাহলে প্রথমে দাম = $\frac{২৪০}{x}$ এবং নতুন দাম = $\frac{২৪০}{x+১}$

প্রশ্নমতে, $\frac{২৪০}{x} - \frac{২৪০}{x+১} = ১$ [দুই দামের পার্থক্য ১ টাকা]

$\Rightarrow \frac{২৪০x + ২৪০ - ২৪০x}{x(x+১)} = ১$

$\Rightarrow x^2 + x = ২৪০$

$\Rightarrow x^2 + x - ২৪০ = ০$

$\Rightarrow x^2 + ১৬x - ১৫x - ২৪০ = ০$

$\Rightarrow x(x+১৬) - ১৫(x+১৬) = ০$

$\Rightarrow (x+১৬)(x-১৫) = ০$

হয়, $x + ১৬ = ০$ অথবা, $x - ১৫ = ০$

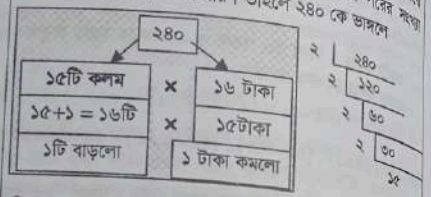
$\therefore x = -১৬$ $\therefore x = ১৫$

যেহেতু কলমের সংখ্যা ঋনাত্মক হতে পারে না।

$\therefore x \neq -১৬$ সুতরাং $x = ১৫$

শর্টকাট সমাধান: (২৪০ কে ভেঙ্গে মুখে মুখে উত্তর)

যেহেতু ১টা কলম বেশি পাওয়ার আগেও খরচ ২৪০টাকা পরেও খরচ ২৪০টাকা ই। তাহলে ২৪০ কে মোট কলমের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায় এবং ১টি কলম যোগ করায় তার পরের সংখ্যা দিয়েও নিঃশেষে ভাগ করা যায়। তাহলে ২৪০ কে ভাঙ্গলে



২ | ২৪০
২ | ১২০
২ | ৬০
২ | ৩০
১৫

কিভাবে বুঝবেন যে ২৪০ কে ১৫×১৬ = ২৪০ এভাবে ভাঙ্গতে হবে? উৎপাদক বের করার নিয়মে ২৪০ কে ভাঙ্গতে হবে। এখন এমনভাবে সংখ্যা গুলোর সমন্বয় করতে হবে যাতে পর পর দুটি সংখ্যা আসে যাদের পার্থক্য ১ হয়।

এখানে ২×২×২×২ = ১৬ এর সাথে ১৫ গুণ করলে ২৪০ হবে। **যেহেতু প্রথমে ১টি কলম কম কিনেছিল তাই উত্তর ১৫টি।**

মুখে মুখে করার টেকনিক: যখন ২৪০ কে ভাঙ্গার বিষয়টি বুঝবেন তখন ক্যালকুলেশন করতে না গিয়ে অপশন ধরেই উত্তর মেলাতে পারবেন। ২৪০ কে ভাঙ্গার মাধ্যমেই যুক্তি ক্লিয়ার হয়ে থাকবে। অপশনের ১৫ ও ১৬ দিয়ে ২৪০ কে ভাগ করা যায়। শুরুতে ১টা কম কিনেছিল তাই উত্তর হবে ১৫টি।

৭১. রাশেদ ১২০ টাকায় কয়েকটি মার্বেল কিনল। সে যদি ঐ টাকায় ২টি মার্বেল বেশি পেত, তবে প্রতিটি মার্বেলের দাম গড়ে ২ টাকা কম পড়ত। সে আসলে কতটি মার্বেল কিনেছিল? *(খাদ্য অধিদপ্তর-২০০৯)+[BADC –(Computer-Operator)-2018] + [এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]+ [দূর্যোগ ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার):২০২১]*

ক. ১০টি খ. ১২ টি গ. ২০ টি ঘ. ২৫ টি উত্তর: ক

বিস্তারিত সমাধান:

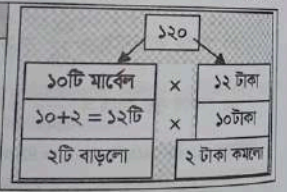
প্রথমে মার্বেল কিনেছিল = x টি।

প্রশ্নমতে, $\frac{১২০}{x} - \frac{১২০}{x+২} = ২$ টাকা।

সমাধান করে উত্তর: $x = ১০$টি।

শর্টকাট সমাধান:

পাশের চিত্রটির মত করে ১২০ কে এমনভাবে ভাঙ্গতে হবে যাতে দুটি সংখ্যা দিয়ে ১২০ কে ভাগ করা যায় যাদের পার্থক্য ২ হবে। এমন সংখ্যা হলো ১০ ও ১২। শুরুতে ২টি কম তাই **উত্তর: ১০টি।**



নিজে করুন :

৭২. একদল ছাত্র পিকনিকে যাবার জন্য ৩,০০০ টাকা দিয়ে একটি বাস ভাড়া করে। প্রত্যেকে সম-পরিমান চাঁদা দেবার সিদ্ধান্ত নেয়। কিন্তু ১০ জন ছাত্র না যাওয়ায় আনুমানিক প্রাথমিক হিসাব থেকে জন প্রতি চাঁদার পরিমান ১০ টাকা বৃদ্ধি পায়। কতজন ছাত্র পিকনিকে যাবার জন্য রেজিষ্ট্রেশন করেছিল ? *[BB-(AD)-2006]*

ক. ৫০ খ. ৬০ গ. ৪০ ঘ. ৯০ উত্তর: খ

[**Hints**: ৩০০০ কে ভাঙ্গলে = ৬০জন×৫০টাকা = ৩০০০ আবার, ৫০জন ×৬০ টাকা = ৩০০০ । সুতরাং উত্তর: ৬০ জন]

৭৩. ২০ জন বাচ্চার মধ্যে কিছু সংখ্যক চকলেট সমানভাবে ভাগ করে বিতরণ করা হলো। যদি আর একটি চকলেট বেশি থাকতো এবং একজন বাচ্চা বেশি হতো, তবে প্রত্যেক বাচ্চা একটি করে চকলেট কম পেত। মোট কতটি চকলেট ছিল ? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর (উপসহকারী পরিচালক)-২০০১]*

ক. ৪২০ খ. ৮২০ গ. ৪৪০ ঘ. ৮৪০ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, মোট চকলেটের সংখ্যা = x টি ∴প্রতিটি বাচ্চা চকলেট পাবে = $\frac{x}{২০}$ টি

আবার, চকলেট সংখ্যা ১টি ও বাচ্চার সংখ্যা ১ জন বৃদ্ধি পেলে প্রত্যেকে চকলেট পাবে = $\frac{x+১}{২১}$ টি

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{২০} - \frac{x+১}{২১} = ১ \Rightarrow \frac{২১x - ২০x - ২০}{৪২০} = ১ \Rightarrow \frac{x - ২০}{৪২০} = ১$ $\Rightarrow x - ২০ = ৪২০$ $\therefore x = ৪৪০$টি।

নিজে করুন :

৭৪. একটি অনুষ্ঠানে ২০০ টি মিষ্টি কিছু সংখ্যক শিশুর মধ্যে সমানভাবে বন্টন করা হলো। যদি উক্ত অনুষ্ঠানে আরও ১ জন শিশু উপস্থিত হতো, তাহলে প্রত্যেককে সমভাবে মিষ্টি দিতে আরও ২০টি অতিরিক্ত মিষ্টি প্রয়োজন হতো। উক্ত অনুষ্ঠানে কতজন শিশু উপস্থিত ছিল? *(জাতীয় সংসদ সচিবালয়ের সহকারী পরিচালক-২০০৬)*

ক. ২০ জন খ. ১০জন গ. ২৫জন ঘ. ২২জন উত্তর: খ

[**Hints:** অতিরিক্ত ১ জনের জন্য যদি অতিরিক্ত ২০টি মিষ্টি লাগে তাহলে ২০০টি মিষ্টি = ২০০÷২০ = ১০ জন]

৭৫. সুমনের কাছে যে টাকা আছে তা দিয়ে সে ১৮ টি ডাকটিকিট ক্রয় করতে পারে। যদি প্রতিটি ডাকটিকিটের মূল্য ৪ টাকা কম হত তাহলে সে আরো দুটি ডাকটিকিট বেশি ক্রয় করতে পারত। তার কাছে কত টাকা আছে ? *[BADC (বিভিন্ন পদ)-২০১৮]*

ক. ১৮০ খ. ৩৬০ গ. ৫৪০ ঘ. ৭২০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (মোট টাকা কে x ধরে সমীকরণ)

ধরি, সুমনের কাছে থাকা টাকার পরিমাণ, = x

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১৮} - \frac{x}{২০} = ৪$ [দু দামের পার্থক্য = ৪টাকা]

$\Rightarrow \frac{১০x - ৯x}{১৮০} = ৪$ $\therefore x = ৭২০$

সুতরাং সুমনের কাছে মোট ৭২০ টাকা ছিল।

সহজ সমাধান: প্রতিটি ডাকটিকেটের মূল্য x ধরে সমীকরণ

ধরি, ১টি ডাকটিকেটের মূল্য = x টাকা

(টিকেট কম বেশি যা ই পাওয়া যাক না কেনো উভয় ক্ষেত্রে মোট টাকার পরিমাণ সমান ছিল তাই মোট টাকা = মোট টাকা ধরে)

প্রশ্নমতে, ১৮x = ২০ (x-৪) [উভয়পাশে মোট টাকা সমান]

$\Rightarrow ১৮x = ২০x - ৮০ \Rightarrow ২x = ৮০$ $\therefore x = ৪০$

∴সুমনের কাছে থাকা টাকার পরিমাণ = ১৮x = ১৮×৪০ = ৭২০

মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন: ১৮টি এবং ১৮+২ = ২০ টি দিয়ে অপশনের সংখ্যাগুলোর মধ্যে যাকে ভাগ করলে ভাগফল দুটির পার্থক্য ৪ হবে তা ই উত্তর: এখানে ৭২০ ধরে হিসেব করলে মিলে যায় তাই এটাই উত্তর।

৭৬. প্রতিটি কার্টুনে সমান সংখ্যক দিয়াশলাই দ্বারা ২৪টি কার্টুন ভর্তি করা যায়। প্রতিটি কার্টুনে যদি ৪টি দিয়াশলাই কম দেয়া হয়, তবে ২৮টি কার্টুনে সমান সংখ্যক দিয়াশলাইয়ের সংকুলান হয়। দিয়াশলাইয়ের মোট সংখ্যা কত? *[BRDB এর উ উন্নয়ন কর্ম ০৯]*

ক. ৪৮০ খ. ৫৬০ গ. ৬৭২ ঘ. ২৮৮ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা x ধরে)

ধরি, মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = xটি।

প্রথমে প্রতিটি কার্টুনে দিয়াশলাই ছিল = $\frac{x}{২৪}$ টি।

পরবর্তীতে প্রতিটি কার্টুনে দিয়াশলাই ছিল = $\frac{x}{২৮}$ টি।

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{২৪} - \frac{x}{২৮} = ৪$ (কারণ প্রথমবারের প্রতিটির থেকে ২য় বারের প্রতিটিতে ৪টি করে কম তাই পার্থক্য = ৪ টি)

$\Rightarrow \frac{৭x - ৬x}{১৬৮} = ৪$ $\therefore x = ৬৭২$ । **উত্তর : = ৬৭২টি**

সহজ সমাধান: (প্রতি কার্টুনে দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা x ধরে)

সমীকরণ সাজানোর লজিক নিয়ে আগে ভাবুন।

২৪টি বা ২৮টি কার্টুরে ভরা হোক প্রতিটিতে দিয়াশলাই কম বেশি যা ই থাকুক মোট দিয়াশলাইযের সংখ্যা উভয় ক্ষেত্রে সমান সমান। (টাকা বন্টন, চাঁদার টাকা সম্পর্কিত প্রশ্নগুলোর মতই)

ধরি, প্রথমে প্রতিটি কার্টুনে দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = xটি।

∴৪টি করে কম হলে মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = x-৪ টি।

প্রশ্নমতে, ২৪ x = ২৮(x-৪) [৪টি কম বেশি হলেও উভয় ক্ষেত্রে মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা সমান]

$\Rightarrow ২৪x = ২৮x - ১১২ \Rightarrow ৪x = ১১২$ $\therefore x = ২৮$

সুতরাং মোট দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা = ২৪×২৮ = ৬৭২ টি।

মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন: অপশনের মধ্যে শুধুমাত্র ৬৭২ কে ২৪ এবং ২৮ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায়।

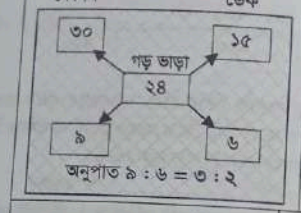
৭৭. একটি লঞ্চে যাত্রী সংখ্যা ৫০ । মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ । ডেকের ভাড়া মাথাপিছু ১৫ টাকা এবং মো ভাড়া ১২০০ টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী কত? *[NSI-(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ৩০ খ. ২০ গ. ১০ ঘ. ৬০ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান:

ধরি, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = x জন,
ডেকের যাত্রী সংখ্যা = (৫০ − x) জন ,
আবার, ডেকের ভাড়া = ১৫ টাকা
∴ কেবিনের ভাড়া = ১৫×২ = ৩০ টাকা ।
প্রশ্নমতে,
$৩০x + ১৫x(৫০-x) = ১২০০$
$\Rightarrow ৩০x + ৭৫০ - ১৫x = ১২০০$
$\Rightarrow ১৫x = ৪৫০ \therefore x = ৩০$
∴ কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = ৩০ জন।

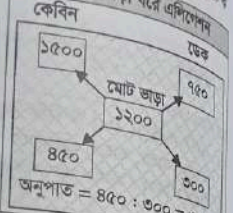
গড় ভাড়া ধরে এলিগেশন



অনুপাত ৯ : ৬ = ৩ : ২

কেবিনের যাত্রী = $৫০ \times \frac{৩}{৫} = ৩০$

মোট ভাড়া ধরে এলিগেশন



অনুপাত = ৪৫০ : ৩০০ = ৩ : ২

যেখানেই মিশ্রণের মত দুটি উপাদানের বিষয় আসবে সেখানেই এলিগেশন।

নিজে করুন:

৭৮. একটি লঞ্চে যাত্রী সংখ্যা ৪৭ । মাথাপিছু কেবিন ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের মাথাপিছু ভাড়া ৩০ টাকা । মোট ভাড়া প্রাপ্তি ১৬৮০ টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী কত? *[পুরাতন সিলেবাসের বোর্ড বই-(৯ম-১০ম)]*

ক. ৬ খ. ৭ গ.৮ ঘ. ৯ উত্তর: ঘ

[Hints: কেবিনের যাত্রী সংখ্যা x জন ধরে, প্রশ্নমতে, $৬০x+৩০(৪৭-x) = ১৬৮০$ সুতরাং কেবিন = ৯ জন।

৭৯. ৯৮ টি কমলা দুইটি ঝুড়ির মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে রাখা হল যে বড় ঝুড়ির কমলার সংখ্যার ছয়গুণ ছোট ঝুড়ির কমলার সংখ্যার ছয়গুণের চেয়ে ১২ টি বেশি। বড় ঝুড়িতে ছোট ঝুড়ি অপেক্ষা কতটি কমলা বেশি ছিল? *[CGDF (J-Auditor)-19]*

ক. ২টি খ. ৩টি গ. ৫টি ঘ. ৬টি উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, বড় ঝুড়ির কমলার সংখ্যা = x টি এবং ছোট ঝুড়ির কমলার সংখ্যা = y টি।
প্রথম শর্তমতে, $x+y = ৯৮$ (এই সমীকরণকে ব্যবহারের প্রয়োজন ই হবে না)
এবং ২য় শর্তমতে, $৬x-৬y = ১২$ (কারণ দুই ঝুড়ির কমলা গুলোকে ৬গুণ করলে বড়টিতে ১২টি বেশি হয়)
∴ $x-y = ২$ (প্রশ্নে যেহেতু এই ব্যবধানই বের করতে বলা হয়েছে তাই $x-y = ২$ অর্থাৎ ২ ই উত্তর)

৮০. জুন মাসে প্রতি কেজি ফজলি ও প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম একই ছিল। জুলাই মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম ৪০% বৃদ্ধি পেল এবং প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম ২০% হ্রাস পেল। যদি জুলাই মাসে সমান পরিমাণ ফজলি ও ল্যাংড়া আমে মিশ্রণের প্রতি কেজির দাম ৭৭ টাকা হয়, জুন মাসে এক কেজি ল্যাংড়া আমের দাম কত টাকা ছিল? *[CGDF-(Auditor)-19]*

ক. ৭৭ খ. ৭৫ গ. ৭০ ঘ. ৬৬ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, জুন মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম x টাকা সুতরাং প্রতিকেজি ল্যাংড়া আমের দামও x টাকা।
জুলাই মাসে প্রতি কেজি ফজলি আমের দাম = x এর ১৪০% = ১.৪x
আবার জুলাই মাসে প্রতি কেজি ল্যাংড়া আমের দাম = x এর ৮০% = ০.৮x টাকা
সুতরাং জুলাই মাজে ১কেজি ফজলি + ১ কেজি ল্যাংড়া আমের মোট মূল্য = $১.৪x+০.৮x = ২.২x$ টাকা।
অর্থাৎ (১+১) = ২ কেজির একত্রে মূল্য = ২.২x টাকা হলে ১ কেজির মূল্য গড়ে = $২.২x \div ২ = ১.১x$ টাকা
প্রশ্নমতে, $১.১x = ৭৭ \therefore x = \frac{৭৭}{১.১} = \frac{৭৭ \times ১০}{১১} = ৭০$ ∴ জুন মাসে ১ কেজির ল্যাংড়া আমের দাম ছিল = ৭০ টাকা।

➔ **শুদ্ধি পরীক্ষা:** (৭০ এর ১৪০% = ৯৮) + (৭০ এর ৮০% = ৫৬) = ১৫৪ তাহলে ১ কেজি = ১৫৪÷২ = ৭৭ টাকা।

৮১. একটি বালককে, কোন একটি নির্দিষ্ট সংখ্যাকে ২৫ দ্বারা গুণ করতে বলা হল। সে ভুল করে ৫২ দ্বারা গুণ করায় সঠিক ফলাফলের থেকে ৩২৪ বেশি ফলাফল পেল। নির্দিষ্ট সংখ্যাটি কত? *[PKB (SO) -2014]*

ক. ১২ খ. ১৫ গ. ২৫ ঘ. ৩২ উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, সংখ্যাটি = x
প্রশ্নমতে, $x \times ৫২ - x \times ২৫ = ৩২৪$ [ভুল ফল - সঠিক ফল = ৩২৪] $\Rightarrow ২৭x = ৩২৪ \therefore x = ১২$

পদ্ধতি-০৫ : সমীকরণের বিবিধ

☞ **সাধারণ** সমীকরণের নিয়মে যে প্রশ্নগুলো সমাধান করা যায় না সেগুলো এখানে আলোচনা করা হলো।

৮২. এক ব্যক্তি ব্যাংকে ৫১০ টাকার চেক দিয়ে ২০ টাকার এবং ৫০ টাকার নোট প্রদানের জন্য অনুরোধ করলেন। কত প্রকারে তার অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব? *[৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*

ক. ৩ প্রকারে খ. ৪ প্রকারে গ. ৬ প্রকারে ঘ. ৫ প্রকারে উত্তর: ঘ

সমাধান:

যেহেতু মোট টাকার পরিমাণ ৫১০ টাকা। তাই প্রতিবার ৫০ টাকার নোট বিজোড় সংখ্যক নিতে হবে তাহলে ৫১০-৫০ = ৪৬০ বা ৫১০-১৫০ = ৩৬০ সংখ্যাগুলো ২০ দিয়ে বিভাজ্য হবে। কিন্তু ৫১০-১০০ = ৪১০ এভাবে জোড় সংখ্যাক নিলে ২০ দিয়ে বিভাজ্য হবে না।

সুতরাং,$(৫০\times১) + ২০ \times ২৩ = ৫১০$
$(৫০\times৩) + ২০ \times ১৮ = ৫১০$
$(৫০\times৫) + ২০ \times ১৩ = ৫১০$
$(৫০\times৭) + ২০ \times ৮ = ৫১০$
$(৫০\times৯) + ২০ \times ৩ = ৫১০$
সর্বমোট পাঁচ ভাবে অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব।

৮৩. একটি বিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে পরীক্ষার ফলাফলের ভিত্তিতে ২৫০ টাকা অথবা ৭৫০ টাকা করে মোট ৩০০০ টাকা বৃত্তি দেয়া হল। অন্তত একটি ২৫০ টাকার এবং একটি ৭৫০ টাকার বৃত্তি দেয়া হলে, ২৫০ টাকার বৃত্তির সংখ্যা কতটি হতে পারে না? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. ৩ খ. ৬ গ. ৯ ঘ. ১২ ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: ৭৫০ টাকার সর্বনিম্ন একটি বৃত্তি দেয়া হলে অবশিষ্ট টাকা = ৩০০০-৭৫০ = ২২৫০ টাকা।
ধরি, ২৫০ টাকার বৃত্তি সংখ্যা = x টি।
প্রশ্নমতে, $২৫০ \times x = ২২৫০ \therefore x = ৯$ টি সুতরাং ২৫০টাকার বৃত্তির সংখ্যা সর্বোচ্চ ৯টি অথবা ৯টির কম হতে হবে। কোনভাবেই তা ৯টির বেশি হতে পারবে না। তাই এখানে অপশন গুলোর মধ্যে উত্তর হবে ১২টি। ১২টি বৃত্তি হতে পারবে না।

৮৪. লাভলু ফেব্রুয়ারীর ১৪ তারিখ কিছু গোলাপ ক্রয় করল। তার ক্রয় করা প্রতিটি লাল গোলাপের দাম ১৬ টাকা এবং প্রতিটি সাদা গোলাপের দাম ১৩ টাকা। যদি সে সাদা ও লাল গোলাপ কিনতে মোট ২৯৩ টাকা খরচ করে থাকে, সে কতটি গোলাপ কিনেছিল ? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. ৯ খ. ১১ গ. ২০ ঘ. ২৫ ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, লাল গোলাপের সংখ্যা = x টি এবং সাদা গোলাপ = y টি।
তাহলে, $১৬x+১৩y = ২৯৩$ (আর কোন ক্লু দেয়া নেই)
এখন, অপশন থেকে সংখ্যা নিয়ে হিসেব মেলাতে হবে।
দেখা যাচ্ছে x= ১১ এবং y = ৯ বসালে
$১৬\times১১+১৩\times৯ = ২৯৩$ টাকা মিলে যায়।
$\Rightarrow ১৭৬+১১৭ = ২৯৩ \therefore ২৯৩ = ২৯৩$
সুতরাং মোট গোলাপের সংখ্যা = ১১+৯ = ২০টি।

বিকল্প সমাধান: মুখে মুখে করার লজিক

দু ধরণের গোলাপ সমান ধরে ১০টি ১০টি করে নিলে মোট দাম $১০\times১৬ + ১০\times১৩ = ১৬০+১৩০ = ২৯০$ হচ্ছে। কিন্তু মোট টাকার পরিমাণ হতে হবে ২৯৩ । তাই ১৩টাকার একটি সাদা গোলাপের পরিবর্তে ১৬ টাকার একটি লাল গোলাপ নিলে মোট গোলাপের সংখ্যা ২০টি ই থাকবে কিন্তু মোট দাম ৩টাকা বেড়ে হবে = ২৯০+৩ = ২৯৩ টাকা। সুতরাং গোলাপের মোট সংখ্যা = ২০টি।

৮৫. বাক্সে একটি কুরিয়ার সার্ভিস প্রথম ১০ কেজি পণ্য পরিবহনের জন্য প্রতি কেজিতে ৫ টাকা এবং ১০ কেজির উপরে প্রতি কেজিতে ৩ টাকা ফি নেয়। ২৭ কেজি পণ্য পরিবহনের ফি কত হবে? *[এনএসআই (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ৬৮ টাকা খ. ৮০ টাকা গ. ৮৪ টাকা ঘ. ৮৮ টাকা ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: ঙ

সমাধান: ২৭ কেজি = (১০ কেজি + ১৭ কেজি) = $(১০\times৫+১৭\times৩) = ৫০+৫১ = ১০১$ টাকা ।

Practice Part

১. একটি খাতা ও একটি কলমের মোট দাম ৭৫ টাকা। খাতার দাম ৫ টাকা কম ও কলমের দাম ২ টাকা বেশি হলে, খাতার দাম কলমের দামের দ্বিগুণ হতো। খাতা ও কলমের কোনটির দাম যথাক্রমে কত? *(৭ম শ্রেণী, অনু: ৭.২ এর ৯)*
ক. ৫৮ , ২৪ খ. ৫৩ , ২২ গ. ৫৫ , ২১ ঘ. ৫৭ , ২৩ উত্তর: খ

২. ১২০ টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট ৩৫ টাকা হয়। ৫০ পয়সার মুদ্রা কতটি? *(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৫.১)*
ক. ২০ টি খ. ৩০ টি গ. ১৫ টি ঘ. ২৫ টি উত্তর: গ

৩. একটি শ্রেণিকক্ষে , কিছু সংখ্যক বেঞ্চ রয়েছে । প্রতিবেঞ্চে ৬ জন করে বসলে, সবাইকে বসানোর জন্য আরো ১ টি বেঞ্চ এর দরকার হয়। কিন্তু প্রতি বেঞ্চে ৭ জন করে বসলে, সবাই বসার পর ও ৫ জন শিক্ষার্থী বসার জায়গা খালি থাকে । মোট কতজন শিক্ষার্থী ঐ শ্রেণিতে ছিল?
ক. ৩০ খ. ৪২ গ. ৭২ ঘ. ৯৬ উত্তর: গ

৪. কোন অফিসে উপস্থিতির দিন ২০ টাকা পাওয়া আর অনুপস্থিতির দিন ৫ টাকা জরিমানা দেওয়ার শর্তে এক ব্যক্তি ১৯৯৬ সনের ফেব্রুয়ারী মাসে ৩৮০ টাকা বেতন পেল। লোকটি ঐ অফিসে কয়দিন উপস্থিত ছিল? *[থানা ও জেলা সমাজসেবা অফিসার-১৯]*
ক. ১৮ দিন খ. ২০ দিন গ. ২১ দিন ঘ. ২৪ দিন উত্তর: গ

৫. ক, খ এবং গ এর মধ্যে ২৬০ টাকা এরূপে ভাগ করে দিন যেন ক এর অংশের ২ গুণ, খ এর অংশের ৩ গুণ এবং গ এর অংশের ৪ গুণ পরস্পর সমান হয়। ক কত টাকা পাবে? *(৯ম-১০ম শ্রেণী, অনু: ৩.৫ এর ২২)*
ক. ১২০ খ. ৮০ গ. ৬০ ঘ. ২০০ উত্তর: ঘ

৬. একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ৩০ পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়াতে মোট ৭০ টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীতে কতজন ছাত্র-ছাত্রী ছিল? *(৯ম শ্রেণী, অনু: ৫.২ এর ২৮)*
ক. ৮০ জন খ. ৭০ জন গ. ৬০ জন ঘ. ৫০ জন উত্তর: খ

৭. বাসে ওঠার লাইনে সোহাগের পিছনে যতজন দাঁড়িয়ে আছে সামনে তার থেকে দুইজন বেশি দাঁড়িয়ে আছে। তার পিছনে যতজন দাঁড়িয়ে আছে সম্পূর্ণ লাইনে তার তিনগুণ যাত্রী। লাইনে কতজন যাত্রী দাঁড়িয়ে আছে? *(৯ম শ্রেণী, অনু: ৫.২ এর ৩৩)*
ক. ৬ জন খ. ৭ জন গ. ৮ জন ঘ. ৯ জন উত্তর: ঘ

৮. ৪৫ টাকা, ৭০ জন বালক-বালিকার এমনভাবে ভাগ করে দিতে হবে যাতে প্রত্যেক বালক ৭৫ পয়সা ও প্রত্যেক বালিকা ৫০ পয়সা পায়। তাহলে বালক-বালিকার সংখ্যা কত?
ক. বালক ৪০, বালিকা ৩০ খ. বালক ৩০, বালিকা ২০ গ. বালক ৫০, বালিকা ১৫ ঘ. বালক ৪৫, বালিকা ৫৫ উত্তর: ক

৯. ক- এর কাছে খ এর চারগুণ মার্বেল আছে । ক যদি খ কে ১৮ টি মার্বেল দিয়ে দেয় তবে উভয়ের নিকট সমান সংখ্যক মার্বেল হবে। ক ও খ এর কাছে কতটি মার্বেল আছে ? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন (বিভিন্ন পদ)-২০০১]*
ক. ৬০, ১৫ খ. ৪৮, ১২ গ. ৩২, ৮ ঘ, ২৪, ৬ উত্তর: খ

১০. কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই, সদস্য সংখ্যার ১০০ গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু ৪ জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে ৫০০ টাকা বেড়ে গেল। সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় করুন। *[৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ৩.৫)]*
ক. ২০ জন ও ২০০০০ খ. ২৫ জন ও ৪০০০০ গ. ১৫ জন ও ৪০০০০ ঘ. ২০ জন ও ৪০০০০ উত্তর: ঘ

উত্তরমালা

১.	খ	২.	ক	৩.	গ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	খ	৭.	ঘ	৮.	ক	৯.	খ	১০.	ঘ

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান:
খাতার দাম x টাকা হলে প্রশ্নমতে, $x-৫ = ২(৭৫-x+২)$ $\therefore x = ৫৩$ সুতরাং খাতা = ৫৩ এবং কলম = ৭৫-৫৩ = ২২

২. সমাধান: ৫০ পয়সার মুদ্রা = x টি হলে, প্রশ্নমতে, $০.৫x+০.২৫(১২০-x) = ৩৫$ $\therefore x = ২০$ সুতরাং ৫০ পয়সা ২০টি

৩. সমাধান: ধরি, ঐ ক্লাসে মোট বেঞ্চের সংখ্যা = x টি।
প্রশ্নমতে, $৬(x+১) = ৭x-৫ \Rightarrow ৬x+৬ = ৭x-৫$ $\therefore x = ১১$ তাহলে ছাত্র-ছাত্রী = $৬(১১+১) = ৬\times১২ = ৭২$জন

৪. সমাধান: ১৯৯৬ সাল অধিবর্ষ হওয়ায় ফেব্রুয়ারী মাস = মোট কার্য দিবস = ২৯ দিন
উপস্থিত দিনের সংখ্যা = x ধরে, প্রশ্নমতে, $২০x-৫(২৯-x) = ৩৮০$ $\therefore x = ২১$ সুতরাং উপস্থিত ছিল = ২১ দিন

৫. সমাধান: এখানে, ২ক = ৩খ = ৪গ
ধরি, ২ক = ৩খ = ৪গ = x টাকা (অর্থাৎ টাকার পরিমাণ = x)

এখন, $ক = \frac{x}{২}$, $খ = \frac{x}{৩}$ এবং $গ = \frac{x}{৪}$

Be careful: তবুও ২ক = ৩খ = ৪গ কে মোট ধরে ২+৩+৪ = ৯ মনে করে হিসেব করলে মিলবেই না কারণ ৯ দিয়ে ২৬০ কে ভাগ করা যায় না । আবার ২ক = ৪গ হওয়ায় গ বড় নয় বলে ক, ই বেশি টাকা পাবে।

এখন, $ক : খ : গ = \frac{x}{২} : \frac{x}{৩} : \frac{x}{৪} = \frac{x}{২}\times১২ : \frac{x}{৩}\times১২ : \frac{x}{৪}\times১২ = ৬x : ৪x : ৩x$ এবং সমষ্টি = $৬x+৪x+৩x = ১৩x$

প্রশ্নমতে, $১৩x = ২৬০$ [যেহেতু মোট টাকার পরিমাণ ২৬০টাকা] $\therefore x = ২০$ সুতরাং ক পাবে = $৬\times২০ = ১২০$টাকা।

৬. সমাধান: মনে করি, ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা x জন। ১ জনে চাঁদা দেয় = (x+৩০) পয়সা
প্রশ্নমতে, $x(x+৩০) = ৭০০০$ $\therefore x = ৭০$ সুতরাং ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ৭০ জন।

৭. সমাধান: ধরি, সোহাগের পেছনে দাঁড়িয়ে আছে = x জন। সুতরাং সোহাগের সামনে দাঁড়িয়ে আছে = x+২ জন।
সুতরাং সম্পূর্ণ লাইনে দাঁড়িয়ে আছে = x+১(সোহাগ)+(x+২) = ২x+৩ জন।
প্রশ্নমতে, ২x+৩ জন = ৩x (সোহাগসহ পুরো লাইন = ৩x জন) $\therefore x = ৩$ সুতরাং পুরো লাইনে দাঁড়িয়ে আছে ৩×৩ = ৯ জন

৮. সমাধান: মনেকরি, বালকের সংখ্যা x জন ও বালিকার সংখ্যা = (৭০-x) জন
$\therefore$ শর্তানুসারে, $৭৫x+৫০(৭০-x) = ৪৫\times১০০$ $\therefore x = ৪০$ $\therefore$ বালক = ৪০ জন এবংবালিকা = ৭০-৪০ = ৩০ জন।

৯. সমাধান: খ এর মার্বেল = x টি হলে প্রশ্নমতে, $৪x-১৮ = x+১৮$ $\therefore x = ১২$, সুতরাং ক ও খ = ৪৮ ও ১২টি ।

১০. সমাধান: ধরি, সদস্য সংখ্যা = x $\therefore$ প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ = ১০০x টাকা
প্রশ্নমতে, $x\times১০০x = (১০০x+৫০০)(x-৪)$ [আগের মোট চাঁদা ও ৪ জন কমার পরের মোট চাঁদা সমান]
$\therefore x = ২০$ সমিতির সদস্য সংখ্যা ২০ জন এবং মোট চাঁদার পরিমাণ = $১০০\times(২০)^২ = ১০০\times৪০০ = ৪০০০০$ টাকা

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. $(2+x)+3 = 3(x+2)$ হলে x এর মান কত?
ক. $-\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\frac{2}{3}$

২. $3(4x-6) = (3x+9)$ কে সমাধান করলে x-এর মান হবে- *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ২০১০]*
ক. 2 খ. -2 গ. 3 ঘ. -3

৩. $2(5x-18) = 14$ এই সমীকরণে x-এর মান কত?
ক. 2 খ. .5 গ. 5 ঘ. .05

৪. একটি সংখ্যার অর্ধেক তার এক-তৃতীয়াংশের চেয়ে ১৭ বেশি, সংখ্যাটি কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধি: সহকারী পরি: ২০১৩]*
ক. ৫২ খ. ৮৪ গ. ১০২ ঘ. ২০৪

৫. কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে ৩ যোগ করলে যোগফল সংখ্যাটি অপেক্ষা ৭ বেশি হয়। সংখ্যাটি কত? *[সরকারী বি:সহ:শি:০৯]*
ক. ৪ খ. ৬ গ. ৮ ঘ. ১০

৬. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ৩ হয় এবং সংখ্যাটির সাথে ১৮ যোগ করলে অঙ্ক স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর। *[খাদ্য ও দুর্যোগ ব্যবস্থাপনা মন্ত্রণালয় সহকারি আবহাওয়াবিদ ২০০৪]*
ক. ১৫ খ. ২৪ গ. ৩৬ ঘ. ৪৮

৭. একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ২০ পয়সা বেশি করে চাঁদা দেয়ায় মোট ৪৮ টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীতে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?
ক. ৫০ জন খ. ৫৫ জন গ. ৬০ জন ঘ. ৭০ জন

৮. রানীর বর্তমান বয়সের $\frac{২}{৩}$ অংশের সাথে ১২ বছর যোগ করলে তার বয়স বর্তমান বয়স অপেক্ষা ৩ বছর বেশি হয়। রানীর বর্তমান বয়স কত? *(উপজেলা শিক্ষা অফিসার-১০)*
ক. ২০ খ. ১০ গ. ২৫ ঘ. ২৭

৯. P, Q এবং R এর প্রতিদিনের আয়ের যোগফল ৯০টাকা। যদি, Q, P এর থেকে ১০টাকা বেশি আয় করে এবং R, Q এর দ্বিগুণ আয় করে তাহলে P এবং Q এর আয়ের গড় কত? *[IFIC BANK (MTO) – 2017]*
ক. ১৫ খ. ২০ গ. ২৫ ঘ. ৩০

১০. কবির যদি একদিন কাজ করে তাহলে ৪০টাকা পায়। যদি একদিন অনুপস্থিত থাকে তবে ৫ টাকা জরিমানা দেয়। এ চুক্তিতে সে ২০০৮ সালের জুন মাসে শুক্রবার সহ ৮৮৫ টাকা পেল। তাহলে সে কতদিন অনুপস্থিত ছিল?
ক. ৭ দিন খ. ৮দিন গ. ৯দিন ঘ. ১১দিন

উত্তরমালা

১.	ক	২.	গ	৩.	গ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	খ	৭.	গ	৮.	ঘ	৯.	খ	১০.	ক

লিখিত অংশ

১. ২০০ টাকা ৩ জন বালকের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দাও, যেন ১ম বালক ২য় বালকের চেয়ে ৬০ টাকা বেশি এবং ৩য় বালক, ১ম ও ২য় বালকের সমষ্টির চেয়ে ৪০ টাকা কম পায়। কে কত টাকা পাবে? *[দুর্যোগ ও ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী)-২০২২-(লিখিত)]*

সমাধান: ধরি, ২য় বালক পায় = x টাকা, ∴ ১ম বালক পায় = x+৬০ এবং ৩য় বালক পায় = x+x+৬০ - ৪০ = 2x+২০

প্রশ্নমতে, x+x+৬০+2x+২০ = ২০০ ⇒ 8x+৮০ = ২০০ ⇒ 8x = ১২০ ∴x = ৩০

∴২য় বালক পায় x = ৩০ টাকা; ১ম বালক পায় = x+৬০ = ৩০+৬০ = ৯০ টাকা ও ৩য় বালক পায় 2x+২০ = ৮০ টাকা

উত্তর: ১ম, ২য় ও ৩য় বালক যথাক্রমে ৯০,৩০ ও ৮০ টাকা পাবে।

২. একটি অডিটোরিয়ামে বিভিন্ন সারিতে সজ্জিত মোট ৬১৬টি আসন আছে। প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা মোট সারির সংখ্যার চেয়ে ৬ বেশি হলে, প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা নির্ণয় করুন। *[২৭তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: মনে করি, মোট সারির সংখ্যা = x ∴প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা = x + ৬

প্রশ্নমতে, x(৬ + x) = ৬১৬ [মোট সারি × প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা = সর্বমোট আসন]

⇒ ৬x + x^2 = ৬১৬ ⇒ x^2 + ৬x − ৬১৬ = ০ ⇒ x^2 + ২৮x − ২২x − ৬১৬ = ০

⇒ x(x + ২৮) − ২২(x + ২৮) = ০ ⇒ (x + ২৮) (x − ২২) = ০

এখন, হয় x + ২৮ = ০ ∴ x = − ২৮ অথবা x − ২২ = ০ ∴x = ২২ যেহেতু সারির ক্ষেত্রে ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং x = ২২ ∴মোট সারির সংখ্যা = ২২ এবং প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা = (২২ + ৬) = ২৮ **উত্তর: ২৮ টি।**

৩. বার্ষিক ক্রীড়া অনুষ্ঠান করার জন্য কোনো এক সমিতির সদস্যরা ৪৫,০০০ টাকার বাজেট করলেন এবং সিদ্ধান্ত নিলেন যে, প্রত্যেক সদস্যই সমান টাকা চাঁদা দিবেন। কিন্তু ৫ জন সদস্য চাঁদা দিতে অসম্মতি জানালেন। এর ফলে প্রত্যেক সদস্যর মাথাপিছু ১৫ টাকা চাঁদা বৃদ্ধি পেল। ঐ সমিতিতে কতজন সদস্য ছিলেন? *[৯ম-১০ম শ্রেণি- (অনু: ৩.৫)]+ [পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯]+[CGA-(Auditor)-2022 (Written)]*

সমাধান: ধরি, প্রথমে সদস্য সংখ্যা = x জন।

প্রশ্নমতে, $\frac{৪৫০০০}{x-৫} - \frac{৪৫০০০}{x}$ = ১৫ [প্রতিজনের নতুন ভাড়া আগের থেকে ১৫ টাকা বেশি]

⇒ $\frac{৩০০০}{x-৫} - \frac{৩০০০}{x}$ = ১ ⇒ $\frac{৩০০০x - ৩০০০x + ১৫০০০}{x(x-৫)}$ = ১ ⇒x^2-৫x = ১৫০০০ ⇒ x^2-৫x − ১৫০০০ = ০

⇒ x^2-১২৫x +১২০x - ১৫০০০ = ০⇒ x(x-১২৫) +১২০ (x − ১২৫) = ০ ⇒ (x-১২৫) (x + ১২০) = ০

এখন, হয়, x-১২৫ = ০ ∴ x = ১২৫ অথবা, x + ১২০ = ০ ∴ x = -১২০

যেহেতু সদস্য সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই x ≠ -১২০ সুতরাং সমিতির সদস্য সংখ্যা = ১২৫ জন। **উত্তর: ১২৫ জন।**

৪. দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল ৩ হয়। ঐ সংখ্যাটির সাথে ১৮ যোগ করলে অঙ্কদ্বয়ের স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইনস্টিটিউট-(উচ্চমান সহ)-২০২২-(লিখিত)]*

সমাধান: ধরি, একক স্থানীয় অংক = y এবং দশক স্থানীয় অংক = x

তাহলে সংখ্যাটি হবে = ১০x+y এবং পরিবর্তিত নতুন সংখ্যা = ১০y+x

১ম শর্তমতে, $\frac{১০x + y}{xy}$ = ৩ ⇒ ১০x+y = ৩xy.....(i)

২য় শর্তমতে, ১০x+y+১৮ = ১০y +x ⇒ ৯x = ৯y-১৮ ∴ x = y-২ [৯ দিয়ে ভাগ করে] ..... (ii)

এখন, (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

১০(y-২)+y = ৩(y-২)y ⇒ ১০y − ২০+y = ৩y^2-৬y ⇒ ৩y^2-১৭y+২০ = ০ ⇒ ৩y^2-১২y-৫y+২০ = ০

⇒ ৩y(y-৪)-৫(y-৪) = 0 ⇒ (y-৪) (৩y-৫) = ০

এখন, হয় y-৪ = 0 ∴ y = ৪ অথবা, ৩y-৫ = ০ ⇒৩y = ৫ ⇒ y = $\frac{৫}{৩}$ [ভগ্নাংশ তাই গ্রহণযোগ্য নয়]

এখন, y = ৪ (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, x = y-২ = ৪-২ = ২ অর্থাৎ সংখ্যাটি = ১০x+y = ১০×২+৪ = ২৪ **(Ans:)**

৫. বনভোজনে যাওয়ার জন্য ৫৭০০ টাকার একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। ৫ জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া ৩ টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল? *[৩৬তম বিসিএস লিখিত]+[৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু: ৬.২)]*

সমাধান: মনে করি, আগ্রহী যাত্রীর সংখ্যা = x জন।

প্রশ্নমতে, $\frac{৫৭০০}{x-৫} - \frac{৫৭০০}{x} = ৩$ (নতুন ভাড়া বেশি-পূর্ব ভাড়া = ৩)

$\Rightarrow \frac{১৯০০}{x-৫} - \frac{১৯০০}{x} = ১$ [৩ দিয়ে উভয় পক্ষে ভাগ করে]

$\Rightarrow \frac{১৯০০x - ১৯০০x + ৯৫০০}{x(x-৫)} = ১$

$\Rightarrow x^2-৫x = ৯৫০০ \Rightarrow x^2-৫x-৯৫০০ = ০ \Rightarrow x^2-১০০x+৯৫x-৯৫০০ = ০$

$\Rightarrow x(x-১০০)+৯৫(x-১০০) = ০ \Rightarrow (x-১০০)(x+৯৫) = ০$

যেহেতু যাত্রী সংখ্যা x ধনাত্মক, সুতরাং $x+৯৫ = ০ \Rightarrow x = -৯৫$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore x-১০০ = ০$ অর্থাৎ $x=১০০$ সুতরাং প্রকৃত যাত্রী সংখ্যা $= (x-৫) = ১০০-৫ = ৯৫$ জন

উত্তর: ৯৫ জন।

মুখে মুখে সমাধান:
৫৭০০ কে ১০০ দ্বারা ভাগ দিলে ৫৭ টাকা আসত দ্বারা ভাগ দিলে ৬০ টাকা হয়। যেহেতু ৫ জন গিয়েছিল তাই উত্তর: ৯৫ জন।

নিজে করুন:

৬. বনভোজনে যাওয়ার জন্য ২৪০০ টাকা বাস ভাড়া করা হল এবং প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে ঠিক করল। ১০ জন যাই না আসায় মাথাপিছু ভাড়া ৮ টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কত জন যাত্রী গিয়েছিল এবং প্রত্যেককে কত করে ভাড়া দিতে হ *[টিপজেলা ও থানা শিক্ষা অফিসার-২০০৫] + Agrani Bank Ltd. Seni Offi-2015)+ (২৭তম বিসিএস) + [চট্টগ্রাম বন্দর নিয়োগ-২০১৭]*

[**Hints:** বাসে যাত্রি যাওয়ার কথা ছিল =x জন, প্রশ্নমতে, $\frac{২৪০০}{x-১০} - \frac{২৪০০}{x} = ৮ \therefore x = ৬০$, হলে উত্তর; ৫০ জন ও ৪৮ টা

৭. একটি অভিনয়ে মোট ৩০০ জন দর্শক উপস্থিত ছিলেন। তাদের মধ্যে কয়েকজন ৬০ টাকায় টিকেট কিনেন এবং অবশিষ্ট ছ ৫০ টাকায় টিকেট কিনেন। সর্বমোট প্রাপ্তি ১৫,৮০০ টাকা হলে কতগুলো কম দামি টিকিট বিক্রি হয়েছিল? [*১৩তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: ধরি, ৫০ টাকার টিকিট কিনে = x জন। $\therefore$ ৬০ টাকার টিকিট কিনে = (৩০০- x) জন

প্রশ্নমতে, $৫০x + ৬০(৩০০- x) = ১৫৮০০ \Rightarrow ৫০x + ১৮০০০ - ৬০x = ১৫৮০০ \Rightarrow ১০x = ২২০০ \therefore x = ২২০$

$\therefore$ কম দামি টিকেট বিক্রয় হয়েছিল = x টি = ২২০ টি।

৮. একটি স্টিমারে যাত্রী সংখ্যা ৩৭৬ জন। ডেকের যাত্রীর সংখ্যা কেবিনের যাত্রীর সংখ্যার তিনগুণ। ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড় ৬০ টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি ৩৩৮৪০ টাকা। *[৯ম-১০ম শ্রেণী- (অনু:৫.২)]*

(ক) ডেকের যাত্রী সংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ তৈরী কর।

(খ) ডেকের যাত্রী ও কেবিনের যাত্রীর সংখ্যা কত? (গ) কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া কত ?

সমাধান:

(ক) প্রশ্নে বলা হয়েছে, ডেকের যাত্রী সংখ্যা x জন।

আবার, যেহেতু ডেকের যাত্রী সংখ্যা কেবিনের যাত্রীর সংখ্যার তিনগুণ তাহলে কেবিনের যাত্রী সংখ্যা ডেকের যাত্রী সংখ্যার এক তৃতীয়াংশ হবে। সুতরাং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা $= \frac{x}{৩}$ প্রশ্নানুসারে, $x + \frac{x}{৩} = ৩৭৬$ (এটাই সমীকরণ)

(খ) 'ক' হতে পাই, $x + \frac{x}{৩} = ৩৭৬$ বা, $৪x = ৩৭৬ \times ৩ \therefore x = \frac{৩৭৬ \times ৩}{৪} = ২৮২$

$\therefore$ ডেকের যাত্রী সংখ্যা = ২৮২ জন। তাহলে কেবিনের যাত্রীসংখ্যা = ২৮২÷৩ = ৯৪ জন।

(গ) দেয়া আছে, ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া ৬০ টাকা

'খ' হতে প্রাপ্ত, ডেকের যাত্রী সংখ্যা = ২৮২ জন এবং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = ৯৪ জন

$\therefore$ ডেকের মোট ভাড়া = (৬০ × ২৮২) টাকা = ১৬,৯২০ টাকা

দেয়া আছে সর্বমোট প্রাপ্ত ভাড়া = ৩৩৮৪০ টাকা $\therefore$ কেবিনের মোট ভাড়া = (৩৩৮৪০ - ১৬৯২০) টাকা = ১৬৯২০ টাকা

সুতরাং কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া = (১৬৯২০ ÷৯৪) টাকা = ১৮০ টাকা।

দ্বিঘাত সমীকরণ

মনে করি, $ax^2+bx+c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ, যেখানে $a \neq 0$ এবং a,b,c এর প্রত্যেকে বাস্তব ও মূলদ সংখ্যা।

আমরা দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান করলে পাই, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

এখন b^2-4ac কে দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক বলে। নিশ্চায়ককে নির্ধারকও বলা যেতে পারে।

এই অধ্যায়ের প্রশ্ন সমাধান করতে যাওয়ার আগে যে বিষয়গুলো না জানলেই নয়:

০১.	Root বা মূল	একটি সমীকরণ সমাধান করে x এর যতগুলো মান পাওয়া যাবে সবগুলোকেই ঐ সমীকরণের মূল বা, root বলে। যেমন: $x^2-5x+6 = 0$ হলে $(x-3)(x-2) = 0$ থেকে আমরা বলতে পারি $x = 3$ অথবা 2। অর্থাৎ x এর মূল ২টি হলো 3 এবং 2। শর্টকাটে x^2 এ x এর সর্বোচ্চ ঘাত ২ দেখেও বলা যায় যে এই সমীকরণে ২টি মূল বা বীজ বা root আছে।
০২.	প্রকৃতি বা ধরণ	একটি মূল দেখতে কেমন হবে অর্থাৎ বাস্তব নাকি অবাস্তব/জটিল; মূলদ নাকি অমূলদ অথবা সমান নাকি অসমান তা বের করার নামই হচ্ছে মূল এর প্রকৃতি বা ধরণ।
০৩.	নিশ্চায়ক বা নির্ধারক	একটি সমীকরণ সমাধান করে যে মূল পাওয়া যায় ঐ মূল দেখতে কেমন হবে তা যে নির্ধারণ করে দেয় তাকে নিশ্চায়ক বা নির্ধারক বলা হয়। একটি দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক হলো b^2-4ac

১. সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bx+c = 0$ এর মূল দুইটি হল– *[শিক্ষক নিবন্ধন:২০০৮]*

a. $-b+\sqrt{b^2-4ac}$ b. $\frac{-a \pm \sqrt{b^2-4ab}}{2}$ c. $\frac{\sqrt{4ac-b}}{2a}$ d. $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ Ans: d

সমাধান:

$ax^2+bx+c = 0$

$\Rightarrow ax^2+bx = -c$

$\Rightarrow 4a^2x^2+4abx = -4ac$ [উভয় পক্ষকে 4a দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow 4a^2x^2+4abx+b^2 = b^2-4ac$ [উভয় পক্ষে b^2 যোগ করে]

$\Rightarrow (2ax+b)^2 = b^2-4ac \Rightarrow (2ax+b) = \pm\sqrt{b^2-4ac}$

$\Rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2-4ac}$

$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

সুতরাং সমীকরটির মূল দুটি হলো, $x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

এবং $x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

📖 নিচের অংকটিতে সূত্রটির প্রয়োগ দেখুন:

২. $x^2 - x - 6 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয় [১৬ তম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৯]

ক. 3,2 খ. 3, - 2 গ. - 3, - 2 ঘ. - 3, - 3 উত্তর: খ

সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়,
$a = 1, b = -1, c = -6$
অতএব, সমীকরণটির মূলদ্বয় x

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \text{এখন হয় } x = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

অথবা, $\frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

বিকল্প সমাধান: (উৎপাদকের নিয়মে)

$x^2 - x - 6 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$
$\Rightarrow x(x-3) + 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$
এখন, হয়, $x - 3 = 0 \quad \therefore x = 3$
অথবা, $x + 2 = 0 \quad \therefore x = -2$ উত্তর: 3 এবং -2

উৎপাদকের নিয়মে করা গেলে দ্বীঘাত সমীকরণের নিয়মে যাবো কেনো?

এখানে, Middle term এর নিয়মে মিলে যাওয়ায় উৎপাদকের মাধ্যমে সহজে সমাধান করা গেলেও যখন মিলবে না তখন উৎপাদকের নিয়মে করা যাবে না। কিন্তু দ্বিঘাত সমীকরণের নিয়মে সবসময় সমাধান করা যাবে।

৩. $x^2 - 8x + 16 = 0$ এর সমাধান করুন।

ক. 2, 4 খ. 3, 4 গ. 4, - 4 ঘ. 4, 4 উত্তর: ঘ

সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়,
$a = 1, b = -8, c = 16$

$\therefore$ সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 16}}{2 \times 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2} \text{ এখানে, } x_1 = \frac{8+0}{2} = 4 \text{ ও } x_2 = \frac{8-0}{2} = 4$$

$\therefore x$ এর মূলদ্বয় 4, 4

বিকল্প সমাধান: (উৎপাদকের নিয়মে)

$x^2 - 8x + 16 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 4x - 4x + 16 = 0$
$\Rightarrow x(x-4) - 4(x-4) = 0$
$\Rightarrow (x-4)(x-4) = 0$
হয় $(x-4) = 0 \quad \therefore x = 4$
অথবা, $(x-4) = 0 \quad \therefore x = 4$
সুতরাং $\therefore x$ এর মূলদ্বয় 4, 4

৪. $3 - 4x - x^2 = 0$ এর সমাধান করুন।

সমাধান: (এই অংকটা উৎপাদকের সাধারণ নিয়মে হবে না।)

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়, $a = -1, b = -4, c = 3$,

$$\therefore \text{ সমীকরণটির মূলদ্বয় } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times (-1) \times 3}}{2 \times (-1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 12}}{-2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{-2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{-2} = -(2 \pm \sqrt{7})$$

অর্থাৎ, $x_1 = -2 - \sqrt{7}$ এবং $x_2 = -2 + \sqrt{7}$ $\therefore x$ এর মূলদ্বয় $(-2 - \sqrt{7})$ ও $(-2 + \sqrt{7})$

নিম্নোক্ত বিষয়গুলো মনে রাখুন: নিশ্চায়ক (b^2-4ac) এর মান ও মূলের প্রকৃতি

নিশ্চায়কের উপর মোট ৪ প্রকার শর্ত আরোপ করা যেতে পারে				
নিশ্চায়ক	১) $b^2 - 4ac = 0$	২) $b^2 - 4ac > 0$ (পূর্ণবর্গ)	৩) $b^2 - 4ac > 0$ (পূর্ণবর্গ নয়)	৪) $b^2 - 4ac < 0$
মূলদ্বয়	সমান, বাস্তব ও মূলদ	অসমান, বাস্তব ও মূলদ	অসমান, বাস্তব ও অমূলদ	অবাস্তব বা কাল্পনিক

এগুলোর মধ্যে প্রথম ৩টির উপর ই অধিকাংশ প্রশ্ন হয়ে থাকে। নিচে উদাহরণ সহ বিস্তারিত ব্যাখ্যা দেখুন:

📖 **প্রথম শর্ত: যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয়,**

তবে মূল দুইটি $-\frac{b}{2a}$ এবং $-\frac{b}{2a}$। অতএব মূল দুইটি পরস্পর সমান, বাস্তব সংখ্যা ও মূলদ হবে।

যেমন: $x^2 - 6x + 9 = 0$ এই সমীকরণটির নিশ্চায়ক $= (-6)^2 - 4.1.9 = 36 - 36 = 0$

এখানে নিশ্চায়ক = 0 হওয়ায় মূলদ্বয় হবে সমান, বাস্তব ও মূলদ। $\therefore$ মূলদ্বয় সমান হওয়ায় $= -\frac{(-6)}{2.1} = \frac{6}{2} = 3$

প্রমাণ: $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণে $x = 3$ বসালে, $3^2 - 6\times3 + 9 = 9 - 18 + 9 = 18 - 18 = 0$
$x = 3$ ছাড়া অন্য কোনো মানের জন্য সমীকরণটির $(x^2 - 6x + 9 = 0)$ বামপক্ষ শূন্য হবে না।

৫. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হওয়ার শর্ত কি? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রক অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১৩]

a. $b^2 - 4ac = 0$ b. $b^2 - 4ac > 0$ c. $b^2 - 4ac < 0$ d. $b^2 - 4ac \neq 0$ Ans: a

৬. কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়কের মান শূন্য হলে মূলগুলো?

ক) সমান খ) জটিল গ) অসমান ঘ) অবাস্তব উত্তর: ক

Note: দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়ক অর্থাৎ, $b^2 - 4ac = 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হয়।

৭. দ্বিঘাত সমীকরনের মূলদ্বয় সমান হলে কি হবে?

ক) বাস্তব ও সমান খ) বাস্তব ও অসমান গ) পূর্ণবর্গ সংখ্যা ঘ) ক এবং গ উত্তর: ঘ

৮. $(x-4)^2 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি? [একাদশ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা -২০১৪(স্কুল/সমপর্যায়-১)]

ক. 2 টি খ. 3 টি গ. 4 টি ঘ. 1 টি উত্তর: ঘ

সমাধান: $(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$ সমীকরণটির মূল 1টি। কারণ x এর সূচক = **1টি**

৯. যদি $x^2 - px + 4 = 0$ এর মূল দুটি সমান হয় এবং $p > 0$ হয় তবে p-এর মান কত? [মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর-২০১৯]

a. 4 b. 6 c. 16 d. 24 Ans: a

সমাধান: যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণটির মূল দুটি সমান।
$\therefore b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-p)^2 - 4.1.4 = 0 \Rightarrow p^2 - 16 = 0 \Rightarrow p^2 = 16 \quad \therefore p = 4$ (Ans)

১০. যদি $x^2 + px + 6 = 0$ এর মূল দুটি সমান এবং $p > 0$ হয় তবে p এর মান কত?

a. $\sqrt{48}$ b. 0 c. $\sqrt{6}$ d. $\sqrt{24}$ Ans: d

সমাধান: যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয় তবে $x^2 + px + 6 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে

এখানে, b = p, a = 1 এবং c = 6

$\Rightarrow p^2 - 4\times1\times6 = 0$
$\Rightarrow p^2 - 24 = 0 \Rightarrow p^2 = 24 \quad \therefore p = \sqrt{24}$

১১. $x^3 - px + 10 = 0$ এর একটি সমাধান 2 হলে P এর মান কত ?

a. 7 b. 5 c. 9 d. 3

✍সমাধান: $2^3 - p\times2 + 10 = 0 \Rightarrow -2p = -18 \quad \therefore p = \frac{18}{2} = 9$ Ans: c

১২. $x^2 - 5x + c = 0$ সমীকরণটির একটি মূল যদি 4 হয়, তবে c এর মান কত? *[গ্রহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়(সহ: পরি:)- ২০০৬]*

a. $\frac{3}{4}$ b. 4 c. $\frac{9}{16}$ d. $\frac{16}{25}$

✍সমাধান: একটি মূল 4 অর্থাৎ $x = 4$ হলে, Ans: b

$x^2 - 5x + c = 0 \Rightarrow 4^2 - (5\times4) + c = 0 \Rightarrow 16 - 20 + c = 0 \quad \therefore c = 4$

১৩. P এর মান কত হলে $4x^2 - px + 9 = 0$ একটি পূর্ণবর্গ হবে ?

a. 10 b. 9 c. 17 d. 12

✍সমাধান: আমরা জানি, যদি নিশ্চায়ক = 0 হয় তবে সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে । Ans: d

অর্থাৎ $b^2 - 4ac = 0$ বা, $(-p)^2 - 4\times4\times9 = 0$

সেক্ষেত্রে, $p^2 - 4\times4\times9 = 0 \Rightarrow p^2 = 144 \quad \therefore p = \sqrt{144} = 12$

১৪. p এর মান কত হলে, $4x^2 + px + 9$ একটি পূর্ণবর্গ হবে ? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (ফিল্ড সুপারভাইজার)-২০১৭]*

a. 10 b. 12 c. 9 d. 16 Ans: b

✍সমাধান:	✍বিকল্প সমাধান: (বীজগাণিতিক রাশিমালা অধ্যায়ের মত করে)
$p = \sqrt{4ac}$	$4x^2 + px + 9$
$= \sqrt{4.4.9} = \sqrt{144} = 12$	$= (2x)^2 + 2.2x.3 + 3^2 - 12x$
	$= (2x+3)^2 - 12x$ সুতরাং p এর মান হতে হবে 12

১৫. যদি $2x^2 + mx + 6 = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটি সমান হয় এবং $m > 0$ হয়, তবে m এর মান কত ?

a. $4\sqrt{3}$ b. $5\sqrt{3}$ c. $2\sqrt{3}$ d. $3\sqrt{3}$ Ans:a

✍সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac = 0$ হলে মূল দুইটি সমান হয়।

$\therefore 2x^2 + mx + 6 = 0$ এর নিশ্চায়ক $m^2 - 4.2.6 = 0$ (এখানে, সূত্রের 4, $a = 2$, $c = 6$)

$\Rightarrow m^2 = 48 \quad \therefore m = \sqrt{48} = \sqrt{16\times3} = 4\sqrt{3}$

১৬. y এর মান কত হলে $16x^2 - xy + 25$ একটি পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে? *[ডাক ও টেলিযোগাযোগ বিভাগের (এস্টিমেটর)-২০১৮]* উত্তর: খ

ক. 30 খ. 40 গ. 50 ঘ. 60

✍সমাধান : $16x^2 - xy + 25$,

$= (4x)^2 - 2.4x.5 + 5^2$

$(4x)^2 - 40x + 5^2 = (4x-5)^2$

এখানে, y এর জায়গা 40 বসালে রাশিটি $(4x-5)^2$ অর্থাৎ পূর্ণবর্গ হয়।

✍ শর্টকাট সমাধান: $b = \sqrt{4ac} = \sqrt{4.16.25} = 2.4.5 = \mathbf{40}$

[$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow b^2 = 4ac$ থেকে সরাসরি $b = \sqrt{4ac}$]

📖 দ্বিতীয় শর্ত : $b^2 - 4ac$ ধনাত্মক এবং পূর্ণবর্গ হলে

অর্থাৎ $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, মূল দুটি অসমান, বাস্তব সংখ্যা ও মূলদ হবে।

[📖 **Note:** বাস্তব সংখ্যায় *'ঋণাত্মক পূর্ণবর্গ'* বলে কিছু নেই ।]

যেমন: $x^2 + x - 6 = 0$ এর নিশ্চায়ক $= 1^2 - 4.1.(-6) = 1 + 24 = 25$

$\therefore$ মূলদ্বয় হবে $= \frac{-1+\sqrt{25}}{2.1} = \frac{-1+5}{2} = 2$ এবং $\frac{-1-\sqrt{25}}{2.1} = \frac{-1-5}{2} = -3$

অর্থাৎ মূলদ্বয় = (2 ও -3) বাস্তব, অসমান ও মূল

১৭. $x^2 - 3x + 2 = 0$ সমীকরণের মূল দুটি হবে- *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কার্মকর্তা)-২০১৯]*

a. অবাস্তব ও অসমান b. বাস্তব ও সমান

c. বাস্তব ও অসমান d. বাস্তব ও অমূলদ Ans: c

✍সমাধান:

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরূপের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়, $a = 1, b = -3, c = 2$

প্রদত্ত সমীকরণের নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.1.2 = 9 - 8 = 1$

এখন যেহেতু $b^2 - 4ac$ এর মান 1, যা শূন্য থেকে বড় এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব এবং অসমান।

১৮. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির মূল দুইটি মূলদ হবে যদি - *[সংসদ সচিবালয় (সহকারী সচিব)-১৯৯৬]*

a. $b^2 > 4ac$ b. $b^2 - 4ac$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়। c. $b^2 < 4ac$ d. কোনটিই নয়। Ans:b

✍সমাধান:

অর্থাৎ $b^2 - 4ac = 0$ হলে, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান, বাস্তব ও মূলদ হবে।

যদি $b^2 - 4ac$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয় তবে মূলদ্বয়ও মূলদ হবে ।

📖 তৃতীয় শর্ত : $b^2 - 4ac$ ধনাত্মক এবং অপূর্ণবর্গ হলে,

$b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হলে, মূলদ্বয়, অসমান, বাস্তব সংখ্যা ও অমূলদ হবে।

অর্থাৎ নিশ্চায়ক যদি ধনাত্মক এবং অপূর্ণবর্গ হয় তাহলে মূলদ্বয় অসমান, বাস্তব ও অমূলদ ।

যেমন: $x^2 - 5x + 1 = 0$ এর নিশ্চায়ক $= (-5)^2 - 4.1.1 = 25 - 4 = 21$

$\therefore$ মূলদ্বয় হবে $= \frac{-(-5)+\sqrt{21}}{2.1} = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$ এবং $\frac{-(-5)-\sqrt{21}}{2.1} = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$

১৯. $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি - *[৪০তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. বাস্তব ও সমান খ. বাস্তব ও অসমান গ. অবাস্তব ঘ. পূর্ণ বর্গ সংখ্যা উত্তর: খ

✍সমাধান:

$6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় করতে হলে নিশ্চায়ক বের করতে হবে।

এখন, উক্ত সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a = 6, b = -7$ এবং $c = -4$

এখন, নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$

$= (-7)^2 - 4\times6(-4) = 49 + 96 = 145$

যেহেতু, $b^2 - 4ac$ এর মান শূন্য (০) থেকে বড় কিন্তু পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

$\therefore$ মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান এবং অমূলদ ।

চতুর্থ শর্ত : $b^2 - 4ac$ ঋণাত্মক হলে,

$b^2 - 4ac < 0$ হয়, তবে মূল দুইটির উভয়ে জটিল সংখ্যা হবে। তাহলে মূলদ্বয় অবাস্তব বা কাল্পনিক সংখ্যা।

যেমন: $x^2 - 2x + 4 = 0$ এর নিশ্চায়ক $= (-2)^2 - 4.1.4 = 4 - 16 = -12$

নিশ্চায়ক < 0 হওয়ায় মূলদ্বয় জটিল সংখ্যা (জটিল = বাস্তব + অবাস্তব) হবে।

$\therefore$ মূলদ্বয় $= \frac{-(-2)+\sqrt{-12}}{2.1} = \frac{2+i2\sqrt{3}}{2} = 1+i\sqrt{3}$ এবং $\frac{-(-2)-\sqrt{-12}}{2.1} = \frac{2-i2\sqrt{3}}{2} = 1-i\sqrt{3}$

[এখানে $i = \sqrt{-1}$ = অবাস্তব সংখ্যক একক।]

২০. m এর মান কত হলে, $mx^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হবে?

ক. $\frac{13}{16}$ খ. $\frac{16}{9}$ গ. $\frac{9}{16}$ ঘ. 16

উঃ: গ

সমাধান: মূলদ্বয় জটিল হলে, $b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (3)^2 - 4 \cdot m \cdot 4 < 0 \Rightarrow 9 - 16m < 0 \Rightarrow -16m < -9 \Rightarrow m > \frac{9}{16}$

বিবিধ প্রশ্ন:

২১. $x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি? *[১৩ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৬]*

ক. 5 খ. 3 গ. 2 ঘ. 4

উঃ: খ

Note: প্রদত্ত সমীকরণে x এর সর্বোচ্চ ঘাত (power) 2 তাই সমীকরণটির মূল ২ টি।

২২. $3x^2 - x + 5 = 0$ সমীকরণে x এর সহগ কত? *[১১ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৪]*

ক. -2 খ. -3 গ. -5 ঘ. -1

উঃ: ঘ

২৩. $2x^3 - 5x^2 + 4 = 0$ সমীকরণে x এর সহগ কত? *[১৩ তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১৬]*

ক. 1 খ. 0 গ. 5 ঘ. 3

উঃ: ঘ

Note: প্রদত্ত সমীকরণটিতে x যুক্ত পদ নেই। তাই x এর সহগ শূন্য (0)

২৪. $২ক^২ - ১৬ক + ৮ = ০$ হলে, 'ক' এর সম্ভাব্য মানগুলোর যোগফল কত? *[NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. $-8\sqrt{৩}$ খ. -৮ গ. $8\sqrt{৩}$ ঘ. ৮

উঃ: ঘ

বিস্তারিত সমাধান :

$ক^২ - ১৬ক + ৮ = ০ \Rightarrow ২(ক^২ - ৮ক + ৪) = ০ \Rightarrow ক^২ - ৮ক + ৪ = ০$

$\therefore ক = \frac{-(-৮) \pm \sqrt{(-৮)^২ - ৪ \times ১ \times ৪}}{২ \times ১} = \frac{৮ \pm \sqrt{৬৪ - ১৬}}{২}$

$= \frac{৮ \pm \sqrt{৪৮}}{২} = \frac{৮ \pm \sqrt{১৬ \times ৩}}{২} = \frac{৮ \pm ৪\sqrt{৩}}{২} = \frac{২(৪ \pm ২\sqrt{৩})}{২}$

$= ৪ \pm ২\sqrt{৩}$ $\therefore$ যোগফল $= (৪ + ২\sqrt{৩}) + (৪ - ২\sqrt{৩}) = ৮$

শর্টকাট :

$২ক^২ - ১৬ক + ৮ = ০$ সমীকরণটিতে 'ক' এর সহগ $= -১৬$

এবং $ক^২$ " এর সহগ " $= ২$

$\therefore$ 'ক' এর সম্ভাব্য মানগুলোর যোগফল $= -\frac{ক \text{ এর সহগ}}{ক^২ \text{ এর সহগ}} = -\frac{-১৬}{২} = -(-৮) = ৮$

সরল সহ-সমীকরণ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সহ-সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৩	অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান
পদ্ধতি-০২	প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান	পদ্ধতি-০৪	সহ-সমীকরণের প্রয়োগ
সহ-সমীকরণের উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনাঃ

সরল সহ-সমীকরণ বা দ্বিঘাত সমীকরণ হলো যেখানে দুটো অজানা রাশির মান নির্ণয় করতে হয়। এখানে অজানা রাশিদ্বয় ধরে সমীকরণ সাজিয়ে যে কোন একটির মান বের করার পর আরেকটির মান বের করতে হয়। বিভিন্ন পদ্ধতিতে দ্বিঘাত সমীকরনের অংকগুলো করা যায়। বিভিন্ন প্রকারের সমীকরণ: যেমন

ক. প্রতিস্থাপন খ. অপনয়ন গ. বজ্রগুণণ ঘ. নির্ণায়ক ঙ. লেখচিত্র।

তবে সবথেকে সহজ পদ্ধতি হলো অপনয়ন এবং প্রতিস্থাপন পদ্ধতি এবং এই নিয়মের অংকগুলোই সবথেকে বেশি আসে।

সহ-সমীকরণের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: সহ-সমীকরণের সাধারণ প্রশ্ন

একটি রাশির মান প্রশ্নেই দেয়া থাকলে।

১. যদি $x+5y = 24$ এবং $x = 3y$ হয়, তাহলে y= কত? *[সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা-২০১০]*

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 Ans: b

সমাধান:

এখানে পরবর্তী অংশে দেয়া আছে, $x=3y$, তাই প্রথম অংশে, x এর স্থলে 3y বসিয়ে

$x+5y=24 \Rightarrow 3y+5y=24 \Rightarrow 8y=24 \therefore y=3$ **Ans: 3**

২. যদি $x + 5y = 16$ এবং $x = 3y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? *[১৮ তম বিসিএস]*

a. -24 b. -2 c. 8 d. 2 Ans: d

সমাধান: $x + 5y = 16 \Rightarrow 3y + 5y = 16$ [$x = 3y$ বসিয়ে।] $\Rightarrow 8y = 16 \therefore y = 2$

৩. $2x = 3y + 5$ হলে $4x - 6y = ?$ *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী)-২০২১] +[CGA-(Junior Auditor)-2022]*

a. 5 b. 10 c. 8 d. 12 Ans: b

সমাধান: দেওয়া আছে, $2x = 3y + 5 \Rightarrow 2x - 3y = 5$ $\therefore$ **$4x-6y = 10$** [2 দ্বারা গুণ করে]

৪. $8x+4 = 64$ হলে, $2x+1 =$ কত? *(সহকারী জজ প্রিলিমিনারী-০৯)*

a. 15 b. 16 c. 17 d. 18 Ans: b

সমাধান: $4(2x+1) = 64$ $\therefore 2x+1 = 16$

নিজে করুন:

৫. যদি $x+6y = 24$ এবং $x = -2y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? *(দুর্নীতি দমন কমিশন-১০)*
a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 Ans: b

৬. $2x = 5-y$ হলে, $4x+2y =$ কত? *(বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)*
a. 5 b.10 c. 12 d. 18 Ans: b

৭. যদি $2x+y = 10$ এবং $x = 3$ হয়, তাহলে $x-y =$ কত? *(বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)*
a. -1 b. 2 c. 3 d. 1 Ans: a

৮. যদি $x+3y = 40$ এবং $y = 3x$ হয়, তাহলে $x =$ কত? *(বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)*
a. 4 b. 8 c. 7 d. 9 Ans: a

৯. যদি $x+5y = 16$ এবং $x = -3y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? *(মহা হিসাব নিরীক্ষক-৯৮)*
a. 2 b. 4 c. 6 d. 8 Ans: a

১০. $3x + 2y = 7$ এবং $2x = y$ হলে (x, y) হবে- *[আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের সাব-রেজিস্ট্রার ২০১২]*
a. (2, 1) b. (3, 1) c. (1, 2) d. $(-1, -2)$ Ans: d

সমাধান: $2x = y$ দেয়া আছে যাকে এভাবে ঘুরিয়ে লেখা যায় $y = 2x$, তাহলে ভগ্নাংশ আসবে না। এখন বাকীটা আগের মতই। Ans: c

১১. $x + 2y = 4$ এবং $\frac{x}{y} = 2$ হলে, $x =$ কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]*

a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{3}{2}$ c. 2 d. $\frac{1}{2}$ Ans: c

সমাধান: $x+2y = 4$ ..... (i) এবং $\frac{x}{y} = 2 \quad \therefore x = 2y$ .....(ii)

(i) নং সমীকরণে $x = 2y$ বসালে পাই $2y+2y = 4 \Rightarrow 4y = 4 \therefore y = 1$

আবার, y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই $x = 2\times1 = 2$ সুতরাং $x = 2$ Ans: 2

১২. $\frac{2}{x} = 4$, $\frac{2}{y} = 8$ তাহলে $x - y =$? *[PKB- (EO) - 2017]*

a. $\frac{1}{5}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{6}$ d. $\frac{2}{4}$ Ans: b

সমাধান: এখানে, $\frac{2}{x} = 4 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} \quad \therefore x = \frac{1}{2}$

আবার, $\frac{2}{y} = 8, \Rightarrow 8y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{8} \quad \therefore y = \frac{1}{4}$ সুতরাং $x - y = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$

১৩. যদি $ক^২ + খ^২ = 8$ এবং $ক^২ - খ^২ = -8$ হয়, তাহলে $ক^৪ + খ^৪$ এর মান কত হবে ? *[BADC (AO)-2017]*
a. ১৬ b. -১৬ c. ১৮ d. -৮ Ans: a

সমাধান:	শর্টকাট:
$ক^২ + খ^২ = 8$ $ক^২ - খ^২ = -8$ $২ক^২ = ০$ [যোগ করে] সুতরাং $ক^২ = ০ \therefore ক = ০$ আবার, $২খ^২ = ৮$ [বিয়োগ করে] $\Rightarrow খ^২ = ৪ \therefore খ = ২$ সুতরাং $ক^৪ + খ^৪ = ০^৪ + ২^৪ = ১৬$	দুটি বর্গ সংখ্যার যোগফল ৪ হলে তা অবশ্যই ২ ও ২ অথবা ০ ও ২ হতে পারে। কিন্তু তাদের বর্গের বিয়োগফল -৪ হলে অবশ্যই একটি সংখ্যা ০ এবং অপরটি ২ হতে হবে। তাই পাওয়ার ৪ দিলে $০^৪ + ২^৪ = ১৬$ ই হবে।

১৪. $2x + 3y = 36$ এবং $2x + y = 16$ হলে, (x,y) এর মান কত? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধি: উপপরিদর্শক ২০১৩]*
a. (2, 10) b. (3, 10) c. (3, 5) d. (6, 10) Ans: b

সমাধান: এখানে,
$2x + 3y = 36$ -------(i)
$2x + y = 16$ --------(ii)
$2y = 20$ [বিয়োগ করে]

$\therefore y = 10$ এখন, y এর মান (i) নং এ বসাই $2x + 3.10 = 36 \Rightarrow 2x = 6 \quad \therefore x = 3 \quad \therefore (x, y) = (3,10)$

নিজে করুন:

১৫. $(2x - 6, 5) = (4, 2y - 5)$ হলে, (x, y)- এর মান কোনটি? *[৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১২]*
a. (4,5) b. (5,5) c. (6,4) d. (6,5) Ans: b

১৬. $x + y = 36$ এবং $x - y = 12$ হলে x এর মান কত? *[অর্থ মন্ত্রণালয়ের অফিস সহকারী ২০১১]*
a. 18 b. 19 c. 16 d. 24 Ans: d

১৭. $x + y = 6$ হলে xy এর বৃহত্তম মান কত? *[অর্থ মন্ত্রণালয়ের অফিস সহকারী ২০১১]*
a. 7 b. 10 c. 9 d. 12 Ans: c

সমাধান:	Learning point:
$5 \times 1 = 5$ $4 \times 2 = 8$ $3 \times 3 = 9$ এখানে তৃতীয় টি বৃহত্তম	মনে রাখবেন দুটি সংখ্যার যোগফল দেয়া থাকলে তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ গুণফলটি হবে তাদের মাঝামাঝি দুটি সংখ্যার গুণফল।। যেমন,দুটি সংখ্যার যোগফল ৮ হলে, তাদের মধ্যকার সবথেকে বড় গুণফলটি হবে $৪\times৪ = ১৬$। কারণ ৮ এর মধ্যম সংখ্যাটি হচ্ছে ৪,নিচের গুলো দেখুন।

নিজে করুন:

১৮. $x + y = 14$ হলে xy এর সর্বোচ্চ মান কত?
a. 40 b. 45 c. 48 d. 49 Ans: d

[Hints: এখানে ১৪ এর মাঝামাঝি সংখ্যা ৭+৭ তাই এদের গুণফল হবে ৪৯, যা সবথেকে বড়, কিন্তু দুটি ৭ বাদে অন্য সংখ্যা নিলে তাদের গুণফল ৪৯ এর থেকে ছোট হয় তাই ৪৯ ই সর্বোচ্চ]

১৯. যদি $x = y = 2z$ এবং $x.y.z = 256$ হয়, তাহলে $y =$ কত? *[বাংলাদেশ সরকারী কর্মকমিশন-০৬]*
a. 2 b. $2\sqrt{2}$ c. $4\sqrt[3]{2}$ d. 8 Ans: d

সমাধান: (সবগুলোকেই একই অক্ষর বানানোর পর সমাধান করতে হবে।)

$x = y = 2z \quad \therefore z = \frac{x}{2}$ এখন, $xyz=256$ হলে, $x.x.\frac{x}{2} = 256$ বা, $x^3 = 512$ বা, $x^3 = 8^3 \therefore x = 8$

২০. যদি $a = 2b = 3c$ এবং $abc = 36$ হয়, তাহলে $c =$ কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-০৭]*
a. $\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{2}$ c. 2 d. $4\sqrt[3]{2}$ Ans: c

২১. যদি $3x-2y = 8$ এবং $2x+5y = -1$ হয়, তাহলে $x =$ কত? *[উপজেলা পল:উন্নয়ন কর্মকর্তা-০৯]*
a. 5 b. 2 c. 7 d. 10 Ans: b

২২. যদি $5xy+28x-2 = 0$ এবং $y = -4$ হয়, তাহলে $4x+y =$ কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-০৭]*
a. 3 b. 4 c. -3 d. 6 Ans: c

সমাধান, $5xy+28x-2 = 0 \Rightarrow 5x(-4) + 28x - 2 = 0 \Rightarrow -20x + 28x - 2 = 0$

$\Rightarrow 8x = 2$ বা, $x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \therefore 4x + y = 4.\frac{1}{4} + (-4) = 1 - 4 = -3$

☞একটি রাশির মান বের করে দেয়া থাকলে, সমীকরণের ভেতরে শুধু সেই রাশিটির মান বসিয়ে অংকের সমাধান করুন। যেমন:

২৩. যদি $2x+y=12$ এবং $x=3$ হয়, তাহলে $x-y$ = কত? *[যোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৭]*

a. 5 b. 4 c. -3 d. 8 Ans: c

সমাধান: এখানে পরের অংশে $x=3$ দেয়াই আছে, তাই প্রথম অংশে x এর জায়গায় 3 বসিয়ে সমাধান করুন

$2.3+y=12$ বা, $y=12-6$ $\therefore y=6$ এখন x ও y উভয়েরই মান বসিয়ে $x-y=3-6=-3$ **Ans: -3**

পদ্ধতি-০২: প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি হচ্ছে একটি সমীকরণের কাজ আলাদাভাবে করার পর যে মানটি বের হবে তা অন্য সমীকরণে প্রয়োগ করে উত্তর বের করা।

২৪. $x^2+y^2=185$, $x-y=3$ এর একটি সমাধান হল:- *[৩৬তম বিসিএস]*

a. (7,4) b. (9,6) c. (10,7) d. (11,8) Ans: d

সমাধান:	শর্টকাট সমাধান :
আমরা জানি, $2(x^2+y^2)=(x+y)^2+(x-y)^2$ $\Rightarrow 2\times185=(x+y)^2+3^2$ $\Rightarrow (x+y)^2=370-9$ $\therefore x+y=\sqrt{361}=19$ সুতরাং $x-y=3$----(i) $x+y=19$----(ii) [যোগ করে] ---------- $2x=22$ $\therefore x=11$ x এর মান ii নং বসিয়ে পাই, $11+y=19$ $\therefore y=8$ সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=(11,8)$	$x^2+y^2=185$ অর্থাৎ দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল 185 এবং $x-y=3$ ঐ সংখ্যা দুটির পার্থক্য 3। প্রদত্ত অপশন গুলোর মধ্যে শুধুমাত্র (ঘ) নং অপশনের $11^2+8^2=121+64=185$ এবং $11-8=3$ হয়। তাই উত্তর: 11,8

২৫. $2x=3y$ এবং $3x-2y=5$ হলে, (x, y) হবে: *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের বহিরাগমন সহকারী পরিচালক ২০১১]*

a. (6, 4) b. (3, 2) c. $\left(\frac{5}{2},\frac{5}{3}\right)$ d. $\left(\frac{3}{2},1\right)$ Ans: b

সমাধান: $2x=3y$-------(i) $\therefore x=\frac{3y}{2}$ আবার $3x-2y=5$-------(ii)

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই $3.\frac{3y}{2}-2y=5 \Rightarrow \frac{9y}{2}-2y=5 \Rightarrow \frac{9y-4y}{2}=5 \Rightarrow 5y=10$ $\therefore y=2$

y এর মান (i) নং এ বসাই $2x=3.2$ $\therefore x=3$ সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=(3,2)$

২৬. যদি $x+y=4$ এবং $x-y=3$ হয়, তাহলে $x+2y$ = কত? *[সমাজ কল্যাণ মন্ত্রণালয়-০৮]*

a. 3 b. 4 c. 4.5 d. 5 Ans: c

[**Hints:** সমীকরণ দুটিকে উপরে নিচে লিখে প্রথমে x ও y এর মান বের করে তারপর সমাধান করতে হবে]

২৭. যদি $2xy+y=14$ এবং $x=3$ হয়, তাহলে $2y+x$= কত? *[বাংলাদেশ সরকারী কর্মকমিশন-২০০৬]*

a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 Ans: c

সমাধান: $2xy+y=14$ $\Rightarrow y(2x+1)=14$ $\Rightarrow y(2.3+1)=14$ $\Rightarrow 7y=14$ $\therefore y=2$

সুতরাং, $2y+x=2\times2+3=7$

২৮. $x+2y=8$, $2x+y=7$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (ক্যাশ সরকার/অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. 8,0 খ. 6,1 গ. 3,3 ঘ. 2,3 উত্তর: ঘ

২৯. যদি $\frac{y}{x}=\frac{1}{3}$ এবং $x+2y=10$ হয়, তাহলে x= কত? *[বাংলাদেশ পানি উন্নয়ন বোর্ড-২০০৬]*

a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 Ans: b

[**Hints**: $x=3y$ বসিয়ে $5y=10$, $y=2$]

৩০. $a+b=2$, $a-b=0$ হলে $\frac{a}{b}$=কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-২০০৫]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 8 Ans: a

নিজে করুন:

৩১. $3x-7y+10=0$ এবং $y-2x-3=0$ এর সমাধান- *[৩১ তম বিসিএস]*

a. $x=1, y=-1$ b. $x=1, y=1$ c. $x=-1, y=-1$ d. $x=-1, y=1$ Ans: d

৩২. $x+y=0$ এবং $2x-y+3=0$ সরলরেখা দুটি কোন বিন্দুতে ছেদ করে? *[১৭ তম বিসিএস]* [সমাধান করলেই উত্তর]

a. $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ b. (1,1) c. (–3,3) d. (–1,1) Ans: d

৩৩. $x+2y=4$ এবং $xy=2$ হয়, তবে x = কত? *[সমাজসেবা অধি: প্রবেশন অফিসার ২০১৩]*

a. 0 b. 12 c. 1 d. 2 Ans: d

পদ্ধতি-০৩: অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান

অপনয়ন পদ্ধতি: যখন দুটি রাশিকে সমান করার জন্য একটি রাশিকে কোন একটি সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করা হয়।

৩৪. সমাধান করুন: $5x-3y=9$; $3x-5y=-1$ *[বাংলাদেশ জাতীয় জাদুঘর (বিভিন্ন পদ)-২০২১]*

a. (2,1) b. (3,2) c. (2,3) d. (4,1) Ans: b

সমাধান: দেয়া আছে, $5x-3y=9$ .....(i) এবং $3x-5y=-1$ .....(ii)

সমীঃ (i) কে 5 দ্বারা এবং সমীঃ (ii) কে 3 দ্বারা গুণ করে, (i) – (ii) করে পাই,

$25x-15y=45$

$9x-15y=-3$

$16x=48$ $\therefore x=3$

☞ **অপশন টেস্ট:** $x=3$ এবং $y=2$ ধরে, $5x-3y=5\times3-3\times2=9$
আবার, $3x-5y=3\times3-5\times2=9-10=-1$ **(এভাবে সবগুলোই হবে)**

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $5\times3-3y=9 \Rightarrow 15-3y=9 \Rightarrow -3y=-6$ $\therefore y=2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=(3,2)$

৩৫. $(x-y, 3)=(0, x+2y)$ হলে (x, y) = কত? *[৩৩ তম বিসিএস]*

a. (1,1) b. (1,3) c. (–1,–1) d. (–3,1) Ans: a

সমাধান: এভাবে সমাধান আসলে সমীকরণটি সাজিয়ে নিতে হয় এভাবে

$x-y=0$ .....(i)

$x+2y=3$.....(ii)

$-3y=-3$ [বিয়োগ করে] $\therefore y=1$

এখন y এর মান (i) নং এ বসাই $x-1=0$ $\therefore x=1$ সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $(x, y)=(1, 1)$

৩৬. (x, y)-এর মান কত, যখন- *[সহকারী উপজেলা শিক্ষা অফিসার ২০০৯] [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

$2x+3y=7$ এবং $5x-2y=8$

a. (2,1) b. (1,2) c. (3,1) d. (1,3) Ans: a

সমাধান:

$2x + 3y = 7$ -------- (i) এবং $5x - 2y = 8$ --------- (ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 এবং (ii) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,(এভাবে গুণ করলে একটি রাশি সমান হবে)

$4x + 6y = 14$

$15x - 6y = 24$ [যোগ করে]

$19x = 38$ $\therefore x = 2$

x-এর মান (i) নং-এ বসিয়ে পাই, $2.2 + 3y = 7$ $\Rightarrow 3y = 7 - 4$ $\therefore y = 1$ সুতরাং (x, y) এর মান- **(2,1)**

৩৭. **$2x + 3y = 1$ এবং $5x - 2y + 7 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত?** *[সহকারী উপজেলা শিক্ষা অফিসার -১০]*

a. 1, 1 b. 3, 4 c. -1, 1 d. 2, -1 Ans: c

সমাধান:

$2x + 3y = 1$ ..... (i) এবং $5x - 2y + 7 = 0 \Rightarrow 5x - 2y = -7$ ..... (ii)

(i) নং কে 2 দ্বারা এবং (ii) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে যোগ করি,

$4x + 6y = 2$

$15x - 6y = -21$ [যোগ করে]

$19x = -19$

$\therefore x = -1$ এখন, x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $2(-1) + 3y = 1$ $\therefore y = 1$ সুতরাং (x, y) = **(-1, 1)**

৩৮. **$2x + 3y = 3$ এবং $4x - 5y = 17$ হলে, x ও y- এর মান হবে যথাক্রমে-** *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]*

a. 1, -3 b. 2, -1 c. 3, -1 d. -3, -1 Ans: c

সমাধান:

$2x + 3y = 3$ ..... (i) এবং $4x - 5y = 17$ .....(ii)

(i) নং কে 2 এবং (ii) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই

$4x + 6y = 6$

$4x - 5y = 17$ [বিয়োগ করে]

$11y = -11$ $\therefore y = -1$

অপশন টেস্ট : $(x = 3$ ও $y = -1$ ধরে, $2x + 3y \Rightarrow 2\times3 + 3\times(-1) = 6-3 = 3$
আবার, $4x - 5y = 17 = 4\times3 - 5\times(-1) = 12+5 = 17$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $2x + 3 \times (-1) = 3$ $\Rightarrow 2x = 6$ $\therefore x = 3$ সুতরাং (x, y) = **(3, -1)**

৩৯. **$3x + 7y = 10$ এবং $4x - y = 3$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে-** *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]*

a. 1,1 b. $1, \frac{1}{2}$ c. 2, 1 d. $\frac{1}{2}, 1$ Ans: a

সমাধান: $3x + 7y = 10$ ..... (i) এবং $4x - y = 3$ .....(ii)

(i) নং কে 1 এবং (ii) নং কে 7 দ্বারা গুণ করে পাই $28x - 7y = 21$ .....(iii)

(i)+ (iii) $\Rightarrow 31x = 31$ $\therefore x = 1$

(ii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই $4 \times 1 - y = 3$ $\therefore y = 1$ সুতরাং (x, y) = **(1, 1)**

৪০. **$2x + y = 7$ এবং $3x + y = 10$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে-** *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]*

a. 2, 3 b. 3, 1 c. 4, - 1 d. 5, -3 Ans: b

সমাধান:

$2x + y = 7$ ..... (i) এবং $3x + y = 10$ ..... (ii)

(ii) নং থেকে (i) বিয়োগ করে পাই $\Rightarrow x = 3$ আবার x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $2 \times 3 + y = 7$ $\therefore y = 1$

৪১. **$3x - 4y = 10$ এবং $6x - 8y = 18$ এর সমাধান সেট কত?** *[৮ম বেসরকারি প্রভাষক পরীক্ষা ২০১২]*

a. $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$ b. (3, 0) c. (2, 1) d. কোনটিই নয় Ans: d

সমাধান: $3x - 4y = 10$--------(i) এবং $6x - 8y = 18$--------(ii)

(i) নং কে 2 এবং (ii) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই

$6x - 8y = 20$

$6x - 8y = 18$

$0 = 2$, যা অসম্ভব [বিয়োগ করে পাই] [x,y দুটোই উঠে যাওয়ায় কোন মানই বের হবে না। তাই উত্তর কোনটিই নয়]

নিজে করুন:

৪২. **$3x - y = 7$ এবং $2x + y = 3$ সমীকরণে (x, y) = কত?** *[শ্রম মন্ত্রণালয়ের অধীনে সহকারি পরিচালক পদে ২০০৫]*

a. (1,1) b. (3,2) c. (2,-1) d. (-1,2) Ans: c

৪৩. **$5x + 3y = 7$ এবং $4x + 5y = 3$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে-** *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৫]*

a. 1,2 b. 2, -1 c. -1, 2 d. -2, 1 Ans: b

৪৪. **$2x + y = 8$ এবং $3x - 2y = 5$ হলে, x ও y এর মান কত?** *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]*

a. (2, 3) b. (2, 5) c. (1,2) d. (3,2) Ans: d

সমাধান:

দেয়া আছে, $2x + y = 8$..... (i) এবং $3x - 2y = 5$ .....(ii)

(i) নং এর সাথে 2 গুণ করে গুণফল (ii) নং এর সাথে যোগ করে পাওয়া যাবে,

$4x + 2y = 16$

$3x - 2y = 5$

$7x = 21$ $\therefore x = 3$

x এর মান (i) নং এ বসালে পাই $2.3 + y = 8 \Rightarrow \therefore y = 8 - 6 = 2$ নির্ণেয় সমাধান (x,y) = **(3,2)**

৪৫. **$\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ এবং $\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3$ হলে (x, y) = কত?** *[একটি বাড়ী একটি খামার -(জেলা সমবায়কারী)-২০১৭]*

a. (2, 5) b. (4, 3) c. (2,6) d. (6, 2) Ans: d

সমাধান: $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ ---------(i) এবং $\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3$ --------(ii) এখন, (i)$\times \frac{1}{4}$ - (ii)$\times \frac{1}{3}$ করে পাই

$\frac{x}{12} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{4}$

$\frac{x}{12} + \frac{1}{y} = 1$

(-) (-) (-)

$-\frac{1}{2y} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} - 1 \Rightarrow \frac{-1-2}{2y} = \frac{1-4}{4} \Rightarrow \frac{-3}{2y} = \frac{-3}{4} \Rightarrow \frac{1}{2y} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2y = 4$ $\therefore y = 2$

y এর মান (i) নং এ বসাই $\Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x}{3} = 1 + 1 \Rightarrow \frac{x}{3} = 2$ $\therefore x = 6$ সুতরাং **(x,y) = (6, 2)**

পদ্ধতি-০৪: সহ-সমীকরণের প্রয়োগ

উপরের অংকগুলোতে সমীকরণ সাজিয়ে দেয়া থাকায়, সরাসরি সমাধান বের করা সম্ভব হয়েছে। কিন্তু এই পদ্ধতির অংকগুলোতে কিন্তু অংক কথায় লেখা থাকবে, সেখান থেকে সমীকরণ সাজিয়ে অংকটির অজানা রাশির মান বের করতে হবে।

৪৬. দুটি সংখ্যার সমষ্টি ৭০ এবং অন্তরফল ১০ হলে বড় সংখ্যাটি কত? *[বাংলাদেশ পুলিশ(ক্যাডেট সাব-ইন্স অব পুলিশ(নিরস্ত্র)-২০২২]*

a. ২০ b. ৫০ c. ৪০ d. ৩৫ Ans: c

✍সমাধান: ধরি, বড় সংখ্যাটি x এবং ছোট সংখ্যাটি y

১ম শর্তমতে, $x+y = ৭০$ .....(i) এবং ২য় শর্তমতে, $x-y = ১০$ .....(ii)

(i)+(ii) করে পাই, $x+y+x-y = ৭০+১০ \Rightarrow 2x = ৮০ \quad \therefore x = ৪০$ সুতরাং বড় সংখ্যাটি = ৪০

৪৭. দুইটি সংখ্যার সমষ্টি 80 এবং অন্তরফল (বিয়োগ ফল) 10। সংখ্যা দুইটি কত?

a. 45,35 b. 36,26 c. 27,17 d. 78,68 Ans: a

✍সমাধান:	✍ Suggestion:
ধরি, একটি সংখ্যা x এবং অপর সংখ্যাটি y তাহলে প্রথম শর্তমতে, $x+y = 80$ ..... (i) এবং ২য় শর্তমতে, $x-y = 10$ .....(ii) $2x = 90$ [যোগ করে] $\therefore x = 45$ x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $45+y = 80 \Rightarrow 45+y = 80 \therefore y = 35$ **Ans: 45 & 35**	এ ধরনের সহজ সমীকরণের অংকগুলো কোন কিছু না লিখেই কিভাবে মুখে মুখে করা সম্ভব তা বীজগণিত অধ্যায়ের শুরুতে মান নির্ণয় অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। সেখান থেকে আগে পড়ার পর বিস্তারিত নিয়মে করার জন্য এখানে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো দেখুন।

৪৮. দুইটি সংখ্যার গুণফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত ? *[BADC –(Computer-Operator)-2018]*

a. ২৩ b. ২৫ c. ২৬ d. ২৭ Ans: b

✍সমাধান:	✍ কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :
ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে x এবং y প্রশ্নমতে, $xy = ১৫৬$ এবং $x^2+y^2 = ৩১৩$ আমরা জানি, $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ $\Rightarrow (x+y)^2 = ৩১৩+২\times১৫৬ \Rightarrow (x+y)^2 = ৩১৩+৩১২$ $\Rightarrow (x+y)^2 = ৬২৫ \therefore x+y = ২৫$	সংখ্যা দুটির গুণফল = ১৫৬ কে ভাঙ্গানো। যায় ১২×১৩ আবার $১২^2 = ১৪৪$ এবং $১৩^2 = ১৬৯$ এর যোগফল ১৪৪+১৬৯ = ৩১৩ সুতরাং সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল ১২+১৩ =২৫।

৪৯. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার পার্থক্য 6 এবং তাদের বর্গের পার্থক্য 108। সংখ্যা দুটির যোগফল কত ? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

a. 6 b. 8 c. 12 d. 18 Ans: d

✍সমাধান: ধরি, বড় সংখ্যাটি = x এবং ছোট সংখ্যাটি = y

এখানে, $x-y = 6$ এবং $x^2-y^2 = 108$

এখন, $x^2-y^2 = 108 \Rightarrow (x+y)(x-y) = 108 \Rightarrow (x+y)\times6 = 108 \therefore x+y = 18$ সুতরাং সংখ্যা দুটির যোগফল = 18

৫০. ১৪৭ কে এমনভাবে দুইভাগ করা হল যে প্রথম ভাগটি এক-তৃতীয়াংশ এবং দ্বিতীয় ভাগটির এক-সপ্তমাংশের অনুপাত ৭:৪। প্রথম ভাগ ও দ্বিতীয় ভাগের পার্থক্য কত? *[বিসিআইসি-(এইও)-২০১৮]*

a. 63 b. 84 c. 12 d. 21 Ans: d

✍সমাধান: ধরি, সংখ্যাটির ১ম ভাগ = x, ২য় ভাগ = y

১ম শর্তমতে, $x + y = 147$.....(i)

২য় শর্তমতে, $\frac{x}{3} \div \frac{y}{7} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} \times \frac{7}{y} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7}{4} \times \frac{3}{7} \Rightarrow 4x = 3y$

(i) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে পাই, $3x + 3y = 441 \Rightarrow 3x + 4x = 441 \Rightarrow 7x = 441 \therefore x = 63$

তাহলে $y = 147 - 63 = 84$ $\therefore$ x ও y এর মধ্যে পার্থক্য = $(84 - 63) = \mathbf{21}$

৫১. বাবু এবং তপুর কাছে কিছু মার্বেল আছে। বাবু যদি তপুকে ১০ টি মার্বেল দিয়ে দেয় তবে তাদের মার্বেলের সংখ্যা সমান হবে। আর তপু যদি বাবুকে ২০ টি মার্বেল দেয় তবে বাবুর মার্বেল সংখ্যা তপুর মার্বেলের সংখ্যার দ্বিগুণ হবে। বাবুর কাছে কয়টি মার্বেল আছে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয়(সহকারী শিক্ষক)-২০১৯]+[পরিসংখ্যান ব্যুরোর (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০১৬]*

ক. ১০০ খ. ১২০ গ. ১৪০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

✍সমাধান: ধরি, বাবুর কাছে মার্বেল আছে = x টি

সুতরাং তপুর কাছে ছিল = (x-১০-১০) = x-২০ টি

প্রশ্নমতে, $x+২০ = ২(x-৪০) \Rightarrow x+২০ = ২x-৮০ \therefore x = ১০০$ সুতরাং বাবুর কাছে মার্বেল আছে = x = ১০০ টি।

৫২. ফাইয়াজ ও আয়াজের কতগুলো আপেল কুল ছিল। ফাইয়াজের আপেলকুল থেকে আয়াজকে 10 টি আপেলকুল দিলে আয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা ফাইয়াজের থেকে তিনগুণ হতো। আর আয়াজের আপেলকুল থেকে ফাইয়াজকে 20 টি দিলে ফাইয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা আয়াজের সংখ্যার দ্বিগুণ হতো। কার কতগুলো আপেলকুল ছিল? *[তুলা উন্নয়ন বোর্ড (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

a. 35, 28 b. 44, 28 c. 45, 27 d. 50, 22 Ans: b

✍সমাধান: ধরি, ফাইয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা = x এবং আয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা = y

১ম শর্তানুসারে, $y + 10 = 3(x - 10) \Rightarrow y + 10 = 3x - 30 \therefore 3x - y = 40$ .....(i)

২য় শর্তানুসারে, $x + 20 = 2(y - 20) \Rightarrow x + 20 = 2y - 40 \therefore x - 2y = -60$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে তা থেকে সমীকরণ (ii) বিয়োগ করে পাই, $5x = 140 \quad \therefore x = 28$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই, $3 \times 28 - y = 40$ বা, $-y = 40 - 84$ বা, $-y = -44 \therefore y = \mathbf{44}$

উত্তর: আয়াজের আপেলকুল ছিল 44 টি ও ফাইয়াজের আপেলকুল ছিল 28 টি।

৫৩. শহর A থেকে শহর B এর ২টি টিকেট এবং শহর A থেকে শহর C এর ৩টি টিকেটের মূল্য ৭৭ টাকা। আবার শহর A থেকে B এর ৩টি টিকেট এবং শহর A থেকে C এর ২টি টিকেটের মূল্য ৭৩ টাকা। শহর A থেকে B এবং শহর A থেকে C এর টিকেটের মূল্য যথাক্রমে কত? *[DAE-(Store Keeper)-2017]*

a. ১৩ টাকা, ১৭ টাকা b. ১৭ টাকা, ১৩ টাকা c. ৯ টাকা, ১১ টাকা d. ১১ টাকা, ৯ টাকা Ans: a

✍সমাধান:

ধরি, শহর A থেকে শহর B তে যাওয়া টিকেটের মূল্য = x টাকা।

এবং শহর A থেকে শহর C তে যাওয়া টিকেটের মূল্য = y টাকা।

প্রশ্নমতে, $২x+৩y = ৭৭$.....(i) এবং $৩x+২y = ৭৩$.....(ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 এবং (ii) নং সমীকরণকে 3 দিয়ে গুণ করে পাওয়া যায়।

$৪x+৬y = ১৫৪$

$৯x+৬y = ২১৯$

.....

$৫x = ৬৫$ (বিয়োগ করে।) $\therefore x = ১৩$ আবার $২x+৩y = ৭৭ \Rightarrow ২\times১৩+৩y = ৭৭ \Rightarrow ৩y = ৫১ \therefore y = ১৭$

সুতরাং A থেকে B এর ভাড়া ১৩টাকা এবং A থেকে শহর C এর ভাড়া ১৭ টাকা।

Shortcut: এ ধরণের প্রশ্ন সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান না করে অপশন ধরে হিসেব করলে সহজে উত্তর বের হবে।

নিজে করুন:

৫৪. দুইটি সংখ্যার বিয়োগফল ৪৫ এবং একটি অপরটির চারগুণ। বড় সংখ্যাটি কত?
a. ৪৫ b. ৬০ c. ৭০ d. ৮০ Ans: b
[**Hints:** এখানে x-y = ৪৫ এবং x= 8y, x এর মান বসিয়ে নিজে করুন]

৫৫. দুইটি সংখ্যার প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির পাঁচগুণের সাথে যোগ করলে যোগফল ৫২ হয়। কিন্তু দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির আটগুণের সাথে যোগ করলে যোগফল ৬৫ হয়। সংখ্যা দুইটি কত? [**Hints:** এখানে x+5y = ৫২ এবং 8x+y = ৬৫]
a. ৭, ৬ b. ৭, ৯ c. ৮, ৯ d. ৬, ৯ Ans: b

৫৬. দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ করলে যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সংখ্যাদ্বয় নির্ণয় কর। *[৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]*
a. (21,30) b. (11, 13) c. (13,15) d. (30,20) Ans: b

৫৭. $5x - 3y = 9, 3x - 5y = -1$ হলে; $(x, y) = ?$
a. (2,3) b. (2,1) c. (3,1) d. (3,2) Ans: d

৫৮. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 1 যোগ করলে $\frac{1}{2}$ হয় এবং হরের সাথে 1 যোগ করলে তা $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি কত?
a. $\frac{8}{3}$ b. $\frac{5}{3}$ c. $\frac{3}{8}$ d. $\frac{3}{5}$ Ans: c

সমাধান: ধরি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y । সুতরাং ভগ্নাংশটি হবে $= \frac{x}{y}$

প্রথম শর্তমতে, $\frac{x+1}{y} = \frac{1}{2}$ বা, $y = 2x + 2$ ---------(i)

দ্বিতীয় শর্তমতে, $\frac{x}{y+1} = \frac{1}{3}$ বা, $y + 1 = 3x$ ---------(ii)

(i) নং থেকে y এর মান (ii) নং এ বসাই

বা, $2x + 2 + 1 = 3x$ বা, $-x = -3$ $\therefore x = 3$

x এর মান (i) নং এ বসাই $y = 2.3 + 2$ বা, $y = 8$ $\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{3}{8}$ Ans: $\frac{3}{8}$

নিজে করুন:

৫৯. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন *[৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]* Ans: $\frac{5}{3}$

৬০. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন। *[৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]* Ans: $\frac{3}{4}$

লিখিত অংশ

১. সমাধান করুন: $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ এবং $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ *[৮ম শ্রেণি- (অনু:-৬.১)]+ [NCTB (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] +[মৎস অধিদপ্তর (অফিস সহ:)-এপ্রিল-২০২২(লিখিত)]*

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণ $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$.....(i) এবং $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$.....(ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 এবং (ii) নং কে 1 দিয়ে গুণ করে পাই	(i) নং সমীকরণকে 9 এবং (ii) নং কে 1 দিয়ে গুণ করে পাই
$\frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 2$ $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ [বিয়োগ করে]	$\frac{18}{x} + \frac{9}{y} = 9$ $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ [যোগ করে]
$\frac{2}{y} + \frac{9}{y} = 3 \Rightarrow \frac{2+9}{y} = 3 \Rightarrow 3y = 11 \therefore y = \frac{11}{3}$	$\frac{18}{x} + \frac{4}{x} = 8 \Rightarrow \frac{22}{x} = 8 \Rightarrow 8x = 22 \therefore x = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \frac{11}{4}, \frac{11}{3}$

নিজে করুন:

২. সমাধান করুন: $2x + \frac{3}{y} = 1$ এবং $5x - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$ *[২৯তম বিসিএস লিখিত]* Ans: $(x, y) = (\frac{1}{4}, 6)$

৩. x ও y এর মান নির্ণয় কর: $3x-5y = -9$; $5x-3y = 1$ *[বিএসসিআইসি(এক্সটেনশন অফিসার)-২০২১]*

সমাধান: দেয়া আছে, $3x-5y = -9$.....(i) এবং $5x-3y = 1$ .....(ii)

(i) নং সমীকরণকে 5 দ্বারা এবং (ii) নং সমীকরণে 3 দ্বারা গুণ করে (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$15x-25y = -45$

$15x-9y = 3$

$-16y = -48$ $\therefore y = 3$

y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $3x-5\times3 = -9$ $\Rightarrow 3x = -9+15 \Rightarrow 3x = 6$ $\therefore x = 2$

সুতরাং নিণেয় সমাধান; $(x,y) = (2,3)$

৪. 100 টাকায় 4 টি কমলা এবং 12 টি আপেল ক্রয় করা যায় অথবা 10 টি কমলা এবং 5 টি আপেল ক্রয় করা যায়। একটি কমলার মূল্য এবং একটি আপেলের মূল্য নির্ণয় করুন। *[২৭তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: মনে করি, একটি কমলার মূল্য = x টাকা এবং ১টি আপেলের মূল্য = y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $4x + 12y = 100$ .....(i)

২য় শর্তানুসারে, $10x + 5y = 100$ .....(ii)

[(i) × 10 – (ii) × 4] করে আমরা পাই, $100y = 600$ $\therefore y = 6$ টাকা

(i) নং এ y= 6 বসিয়ে পাই, $4x + 12.6 = 100$ $\Rightarrow 4x = 100-72 \Rightarrow 4x = 28$ $\therefore x = 7$

উত্তর: আপেলের মূল্য 6 টাকা, কমলার মূল্য 7 টাকা।

৫. দুইটি শাড়ি ও ৪ টি শার্ট এর মূল্য ১৬০০ টাকা। সমপরিমাণ টাকা দিয়ে কোন ব্যক্তি ১টি শাড়ি ও ৬ টি শার্ট ক্রয় করতে পারে, যদি কোন ব্যক্তি ১২টি শার্ট কিনতে চায় তাহলে তাকে কত ব্যয় করতে হবে? *[IBBL- (ATO)-2017]*

সমাধান:

ধরি, একটি শাড়ির মূল্য = x টাকা এবং একটি শার্টের মূল্য = y টাকা।

১ম শর্তমতে, $2x+4y = ১৬০০$ $\therefore x+2y = ৮০০$ --------(i)

২য় শর্তমতে, $x+6y = ১৬০০$ ----------(ii)

বিয়োগ করে পাই, $4y = ৮০০$; সুতরাং $y = ২০০$; অর্থাৎ একটি শার্টের দাম ২০০টাকা।

তাহলে ১২টি শার্টের দাম হবে $১২\times২০০ = ২৪০০$টাকা। **উত্তর: ২৪০০ টাকা**

নিজে করুন:

৬. একজন বালক দোকান থেকে ১৫ টি খাতা ও ১০ টি পেন্সিল ৩০০ টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে একই ধরনের ১০ টি খাতা ও ১৫ টি পেন্সিল ২৫০ টাকায় ক্রয় করলো। প্রতিটি খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় করুন। *[৮ম শ্রেণি (অনু: ৬.২)]* **উত্তর: প্রতিটি খাতার মূল্য ১৬ টাকা এবং প্রতিটি কলমের মূল্য ৬ টাকা।**

৭. ২টি টেবিল ও ৩ টি চেয়ারের দাম একত্রে ১০৭৫ টাকা, আবার ৩ টি টেবিল ও ৮টি চেয়ারের দাম একত্রে ১৮৭৫ টাকা। একটি টেবিলের দাম নির্ণয় করুন।

সমাধান:

মনে করি, একটি টেবিলের দাম x টাকা এবং একটি চেয়ারের দাম y টাকা।

প্রথম শর্তানুসারে, $2x+3y = ১০৭৫$ .....(i) দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $3x+8y = ১৮৭৫$ .....(ii)

সমীকরণ (i) $\times 8$ করে পাই, $১৬x+২৪y = ৮৬০০$

সমীকরণ (ii)$\times 3$ করে পাই, $9x+২৪y = ৫৬২৫$ (বিয়োগ করে)

$7x = ২৯৭৫$ $\therefore x = \frac{২৯৭৫}{৭} = ৪২৫$ **উত্তর: ৪২৫ টাকা**

৮. ৯টি ঘোড়া এবং ৭টি গরুর মূল্য ৩০০০ টাকা এবং একই দরে ৬টি ঘোড়া এবং ১৩টি গরুর মূল্য একত্রে ৩০০০ টাকা। ওই দরে ৫ টি ঘোড়া এবং ৩টি গরুর মূল্য একত্রে কত টাকা হবে?

সমাধান:

মনে করি, একটি ঘোড়ার মূল্য x টাকা, এবং একটি গরুর মূল্য y টাকা।

সুতরাং, প্রশ্নানুসারে, $9x + 7y = ৩০০০$ ..... (i) এবং $6x + ১৩y = ৩০০০$ ..... (ii)

(i) $\times$ (২) করে পাই, $১৮x + ১৪y = ৬০০০$ .....(iii)

(ii) $\times$ (৩) করে পাই, $১৮x + ৩৯y = ৯০০০$ .....(iv)

(iv) থেকে (iii) বিয়োগ করে পাই, $২৫y = ৩০০০$ $\therefore y = ১২০$

(i) এ y-এর মান বসিয়ে পাই, $9x+৮৪০ = ৩০০০ \Rightarrow 9x = ২১৬০$ $\therefore x = ২৪০$

$\therefore$ একটি ঘোড়ার মূল্য = ২৪০ টাকা এবং একটি গরুর মূল্য ১২০ টাকা।

$\therefore$ ৫ টি ঘোড়া ও ৩ টি গরুর মূল্য একত্রে $= (২৪০\times৫)+(১২০\times৩) = (১২০০+৩৬০) = ১৫৬০$ টাকা। **উত্তর: ১৫৬০ টাকা**

নিজে করুন:

৯. পাঁচটি টেবিল ও ৯ টি চেয়ারের মূল্য ৯০০০ টাকা; আবার ৪টি টেবিল ও ৫ টি চেয়ারের মূল্য একত্রে ৬১০০ টাকা। তিনখানি টেবিল ও ৬ খানি চেয়ারের একত্রে মূল্য কত হইবে? **উত্তর : ৫৭০০ টাকা**

সেট ও ভেনচিত্র

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

Part-01 সেট		Part-02 ভেনচিত্র	
পদ্ধতি-০১	সেটের উপর সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০১	ভেনচিত্রের সূত্র ও প্রয়োগ
পদ্ধতি-০২	তালিকা পদ্ধতির সেট	পদ্ধতি-০২	$(A\cup B)'$ বা কোনটিই নয় বের করা
পদ্ধতি-০৩	সেট গঠন পদ্ধতি	পদ্ধতি-০৩	$A \cap B$ বা উভয়টিই বের করা
পদ্ধতি-০৪	উপসেট সংখ্যা নির্ণয়	পদ্ধতি-০৪	U বা সর্বমোট সংখ্যা বের করা
পদ্ধতি-০৫	সংযোগ সেট ও ছেদ সেট	পদ্ধতি-০৫	উভয়টি করে বা করে না এরকম কেউ না থাকলে
পদ্ধতি-০৬	সেট এর বিবিধ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	তিনটি বৃত্ত সম্পর্কিত ভেনচিত্রের প্রশ্ন

সেটের ধারণা : (Concept)

সেটের প্রথম ধারণা দেন জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যান্টর (১৮৪৫ - ১৯১৮)। তাকে সেট থিওরীর জনক বলা হয়।

সেটের সংজ্ঞা : (Definition)

বাস্তব বা চিন্তা জগতের সু-সংজ্ঞায়িত বস্তুর সমাবেশ বা সংগ্রহকে সেট বলে। সেট সাধারণত ইংরেজি বড় হাতের অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করে। উপাদানকে ইংরেজি অক্ষরে লিখলে ছোট হাতের অক্ষর দ্বারা লিখতে হয়। সেটের উপাদান সমূহকে সাধারণত দ্বিতীয় বন্ধনীর মধ্যে আবদ্ধ রাখা হয়। সেটকে সাধারণত "{ .. }" দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং উপাদানগুলোকে আলাদা করার জন্য কমা ব্যবহার করা হয়

যেমন: A = {a,b,c} এখানে A হচ্ছে একটি সেট এবং a,b,c হবে A সেটের সদস্য বা উপাদান।

কিছু গুরুত্বপূর্ণ চিহ্ন সেটের প্রশ্নগুলোর সমাধান করার জন্য যাদের ব্যাবহার জানা জরুরী।	
$\cup$ = Union (সংযোগ সেট)	$\in$ = belongs to (ভিতরে থাকে)
$\cap$ = Intersection (ছেদ সেট)	$\notin$ = Not belongs to (ভিতরে থাকে না)
$\subseteq$ = Subset (উপসেট)	"ঃ" = such that (যেন)
$\subset$ = Proper Subset (প্রকৃত উপসেট)	

সসীম ও অসীম সেট (Finite Set & Infinite Set) :

কোন সেটের উপাদান সংখ্যা যদি গণনার সাহায্যে নির্দিষ্ট করা যায় তাহলে তাকে সসীম সেট বলে।

আবার কোন সেটের উপাদান সংখ্যা যদি গণনা করে শেষ করা না যায় অর্থাৎ অগণিত বা অসীম হয় তবে তাকে অসীম সেট বলে।

ফাঁকা সেট (Null or empty set) :

যদি কোন একটি সেটে আদৌ কোন উপাদান না থাকে তবে সেই সেটকে ফাঁকা সেট বলা হয়। ফাঁকা সেটকে ϕ অথবা "{ }" চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সার্বিক সেট (Universal set) :

আলোচিত সকল সেট যে বৃহৎ সেটের অন্তর্ভুক্ত তাকে সার্বিক সেট বলে। সার্বিক সেটকে U প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

Part-01 : সেট

পদ্ধতি-০১: সেটের উপর সাধারণ প্রশ্ন

১. নিচের কোনটি ফাঁকা সেট? *[মহাহিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়-২০১৩]*

ক. $\{\ \}$ খ. $\{\varnothing\}$ গ. $\{0\}$ ঘ. $\{1\}$

সমাধান: ফাঁকা সেট দুইভাবে লেখা যায়। যথা: (i) $\{\}$ (ii) $\varnothing$। কিন্তু এভাবে $\{\varnothing\}$ ডাবল করে লেখা যাবে না উত্তর: ক

২. নিচের কোনটি সঠিক? *[জনতা ব্যাংক-২০০৯]*

ক. $A' = \{x : x \in A\}$ খ. $A' = \{x : x \in \varnothing\}$ গ. $A' = \{x : x \notin A\}$ ঘ. $A' = \{x\}$

সমাধান: $A = x$ হলে, $x \in A$ কিন্তু $A' = x$ হলে $x \notin A$ উত্তর: গ

৩. $x \notin (A \cap B)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক হবে? *[শিক্ষক নিয়োগ- ২০১০]*

ক. $x \in A$ এবং $x \in B$ খ. $x \notin A$ অথবা $x \notin B$ গ. $x \in B$ এবং $x \notin A$ ঘ. $x \notin A$ এবং $x \in C$ উত্তর: খ

সমাধান: $x \notin (A \cap B)$ হলে, $x \notin A$ অথবা $x \notin B$

৪. নিচের কোনটি ফাঁকা সেট? *[দূর্নীতি দমন বুরো অফিসার-১৯৯৪]*

ক. $A = \{x \in N : x^2 = 2\}$ খ. $B = \{x \in R : x^2 = 2\}$

গ. $C = \{x \in Q : x^3 = \frac{8}{27}\}$ ঘ. $D = \{x \in C : x^2 = -1\}$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

মাথায় রাখুন এই বিষয়গুলো পরেও কাজে লাগবে।	(i) $x^2 = 2$ বা, $x = \sqrt{2} \notin N$ $\therefore A = \{\}$ (ii) $x^2 = 2$ বা, $x = \sqrt{2} \in R$ $\therefore B = \{\sqrt{2}\}$ (iii) $x^3 = \frac{8}{27}$ বা, $x = \frac{2}{3} \in Q$ $\therefore C = \{\frac{2}{3}\}$ (iv) $x^2 = -1$ বা, $x = \sqrt{-1}$ $\therefore D = \{i\}$ $[\because \sqrt{-1} = i]$
N = স্বাভাবিক ধনাত্মক অখন্ড সংখ্যার সেট R = সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার সেট Q = সকল মূলদ সংখ্যার সেট C = কাল্পনিক সংখ্যার সেট	

৫. নিচের কোনটি সঠিক? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০০১]*

ক. $Z \subset Q \subset R$ খ. $R \subset Z \subset Q$ গ. $Q \subset Z \subset R$ ঘ. $R \subset Q \subset Z$ উত্তর: ক

সমাধান: Z = পূর্ণ সংখ্যার সেট, এবং Q = মূলদ সংখ্যার সেট এবং R হচ্ছে সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার সেট।
যেহেতু সকল পূর্ণ সংখ্যা ই মূলদ সংখ্যা তাই R এর উপসেট Q এবং Q এর উপসেট Z। সুতরাং $Z \subset Q \subset R$ সঠিক।

৬. 8 এর গুণনীয়ক সেট কোনটি? *[ওয়েজ আর্নার্স কল্যাণ বোর্ড (সহকারী পরিচালক)-২০১৭]*

ক. $\{8, 16, 24\}$ খ. $\{1, 2, 4, 8\}$ গ. $\{2, 4, 8\}$ ঘ. $\{1, 2\}$ উত্তর: খ

সমাধান: 8 এর গুণনীয়ক হলো = 1, 2, 4 ও 8। (যেগুলো দিয়ে ৮ কে নিঃশেষে ভাগ করা যায়) সুতরাং সেট = $\{1, 2, 4, 8\}$

৭. 5 এর গুণিতকের সেট কোন ধরনের সেট? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা (সাধারণ)-২০১৮]*

ক. সসীম সেট খ. সার্বিক সেট গ. ফাঁকা সেট ঘ. অসীম সেট উত্তর: ঘ

সমাধান: ৫ এর গুণিতক = $\{5, 10, 15, 20 \ldots\ldots\}$ = অগণিত, তাই 5 এর গুণিতকের সেট = **অসীম সেট**।

৮. 7 এর গুণিতকের সেট কোন ধরনের সেট? *[নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০১৩]*

ক. অসীম সেট খ. সসীম সেট গ. সার্বিক সেট ঘ. ফাঁকা সেট উত্তর: ক

৯. স্বাভাবিক সংখ্যার সেটের ক্ষুদ্রতম সদস্য হলো? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার ২০১০]*

ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4 উত্তর : ক

সমাধান: স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$ যেখানে ক্ষুদ্রতম সদস্য = 1

১০. যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার সেট 10 এর ছোট সেসব সংখ্যার সেটের প্রতীক কোনটি? *[শ্রম মন্ত্রণালয়ের সহকারী পরিচালক ২০০৫]*

ক. $A = \{x \in N : x < 10\}$ খ. $A = \{x \in N : x > 10\}$

গ. $A = \{x \in N : x = 10\}$ ঘ. $A = \{x \in N : x \pm 10\}$ উত্তর : ক

সমাধান: 10 এর থেকে ছোট স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $A = \{x \in N : x < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

পদ্ধতি-০২: তালিকা পদ্ধতির সেট

১১. স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N গঠিত হয়- *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৯]*

ক. $\{1, 2, 3, \ldots\}$ খ. $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ গ. $\{1, 2, 3, 4, \ldots\infty\}$ ঘ. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ উত্তর: ক

১২. $\{x \in N : x, 42$ এর গুণনীয়ক $\}$ সেটটি তালিকা রুপ কোনটি? *[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা-২০০২]+[প্রাথমিক বিদ্যালয়ের (প্রধান শিক্ষক)-২০১২]+[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের (সহকারী শিক্ষক)-২০১৩]*

ক. $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$ খ. $\{1, 3, 6, 7, 14, 42\}$

গ. $\{1, 2, 3, 6, 14, 42\}$ ঘ. $\{1, 2, 3, 6, 8, 14, 21, 42\}$ উত্তর: ক

সমাধান:	**বিকল্প পদ্ধতি: (অপশন টেস্ট করে)**
$42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$ 42 এর গুণনীয়ক = 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42 $\therefore$ তালিকা পদ্ধতি = $\{1,2,3,6,7,14,21,42\}$	এখানে x এর মানগুলো হবে সেই সংখ্যাগুলো যেগুলো দ্বারা 42 কে বিভাজ্য করা যায়। ক. অপশনের সকল সংখ্যা দ্বারা 42 কে বিভাজ্য করা যায়।

১৩. $A = \{x \in N : x - 1 = 0\}$ সেটটির তালিকা পদ্ধতিরুপ কোনটি? *[জরিপ অধিদপ্তরের সহকারী সুপারিনটেনডেন্ট-২০০৫+মহা হিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ের সহকারী পরিসংখ্যান কর্মকর্তা-২০০৮+পল্লী উন্নয়ন বোর্ডের হিসাব সহকারী-২০১৪]*

ক. $\{-1\}$ খ. $\{0\}$ গ. $\{1\}$ ঘ. $\{2\}$ উত্তর: গ

সমাধান:	**বিকল্প পদ্ধতি: (অপশন টেস্ট করে)**
$A = \{x \in N : x - 1 = 0\}$ এখন, $x - 1 = 0$ $\therefore x = 1$ সুতরাং $A = \{1\}$	x এর মান এমন একটি সংখ্যা হবে যা থেকে 1 বিয়োগ করলে বিয়োগফল শূন্য হবে। এখানে, কেবল 1 থেকে 1 বিয়োগ করলেই বিয়োগফল শূন্য হবে। সুতরাং উত্তর {1}

১৪. যদি $A = \{x : x, 4$ এর গুণিতক এবং $x < 16\}$ হলে- নিচের কোনটি সঠিক? *(৮ম, অনু: ৭ এর উদা: ১১)*

ক. $\{4,8,12\}$ খ. $\{4,8,12,16\}$ গ. $\{2,4,6\}$ ঘ. $\{4,6,8,10\}$ উত্তর: ক

সমাধান: 16 এর থেকে ছোট 4 এর গুণিতকগুলো হলো 4,8 এবং 12। সুতরাং $A = \{4,8,12\}$

১৫. $C = \{x : x$ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 18\}$; C সেটের উপাদানগুলো হবে- *[৩৯ - তম বিসিএস- (বিশেষ)]*

ক.1,2,3,4 খ. 1,3,5,7 গ. -2,-4,-6,-8 ঘ. -1,-2,-3,-4 উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে যেহেতু x একটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা তাই লেখা যায়,
$(-1)^2 = 1 < 18$, $(-2)^2 = 4 < 18$, $(-3)^2 = 9 < 18$ এবং $(-4)^2 = 16 < 18$ $\therefore$ **x = (-1, -2, -3, -4)**

ব্যাখ্যা : 18 এর থেকে ছোট পূর্ণ বর্গ সংখ্যা আছে ৪টি যথা, 16, 9, 4 ও 1 যেগুলো x^2 এর মান।
কিন্তু আমাদের বের করতে হবে x এর মান। যেহেতু x একটি ঋণাত্মক সংখ্যা তাই, x = **-1,-2,-3,-4**

১৬. যদি $A = \{x: x^2 = 9, 2x = 4\}$ হয়, A = কত? *[আইন বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের (সাব রেজিস্টার)-২০১২/শিক্ষা ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগের অধীনে (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭/ হিসাব-রেজিস্টার - ২০১৬]*

ক. {3,2} খ. {-3,2} গ. ∅ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, $A = \{x: x^2 = 9, 2x = 4\}$

এখানে, $x^2 = 9$ এবং $2x = 4 \Rightarrow x = \pm 3$ অথবা $x = 2$ $\therefore A = \{-3, 3, 2\}$

১৭. $\{x \in N : 31 < x < 37$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$ কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কোনটি হয়? *[৬ষ্ঠ বিজেএস (সহকারী জজ) প্রাথমিক পরীক্ষা-২০১১]*

ক. {} খ. {0} গ. {6} ঘ. {6,7} উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু 31 ও 37 এর মধ্যে কোন মৌলিক সংখ্যা নেই। সুতরাং উক্ত সেটটি হবে ফাঁকা সেট।

১৮. $\{x \in N : x^3 > 25$ এবং $x^4 < 264\}$ তালিকা পদ্ধতির সেট কোনটি? *[কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপপরিচালক-২০০৭+সহকারী পরিচালক, অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০০৯]*

ক. {4,5,6,7} খ. {3,4} গ. {2,3,4,5} ঘ. {1,2,3,4} উত্তর: গ

সমাধান:

x এর মান এমন একটি ধরতে হবে যাতে তার ঘন করলে 25 অপেক্ষা বড় কিন্তু পাওয়ার 4 করলে 264 থেকে ছোট হবে।

'ক' অপশনের উপাদানগুলোই কেবল এর শর্ত পূরণ করে। যেমন: $3^3 > 25 = 27 > 25$ এবং $4^3 > 25 = 64 > 25$।

দ্বিতীয় শর্তে $3^4 < 264 = 81 < 264$ এবং $4^4 < 264 = 256 < 264$। এখানে দেখা যাচ্ছে যে, 4 এর উপরে সংখ্যার পাওয়ার 4 দিলে সেটা দ্বিতীয় শর্ত পূরণ করে না। আবার 3 এর নিচের সংখ্যার উপর ঘন করলে তা প্রথম শর্ত পূরণ করে না।

১৯. $A = \{x \in N: x^2 > 20$ এবং $x^3 < 130\}$ হলে A সেটের উপাদান কোনটি? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. 3 খ. 4 গ. 5 ঘ. 2 উত্তর: গ

সমাধান: এখানে, $x^2 > 20$ সুতরাং $x = \{5, 6, 7, 8\ldots\}$ হলে, $x^2 > 20$ শর্ত পূর্ণ করবে

আবার, $x^3 < 130$ সুতরাং $x = \{5, 4, 3\ldots\}$ হলে, $x^3 < 130$ শর্ত পূর্ণ করবে

সুতরাং উভয় শর্ত পূর্ণ করার জন্য $x = 5$ হতে হবে। তাহলে A সেট এর উপাদান = 5

২০. $\{x \in Z$ এবং $x < 3\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে পাই? *[কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক-২০০৯]*

ক. {0,1,2} খ. {1,2} গ. {.....,-2, -1, 0, 1, 2} ঘ. {±1, ±2} উত্তর: গ

সমাধান:

$x < 3$ অর্থ x এর মান 3 থেকে শুরু করে 3 এর ছোট সব সংখ্যা হবে। তাই সেট, **{.....,-2, -1, 0, 1, 2}**

২১. $A = \{2,3,5\}$ এবং $R = \{(x,y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x-1\}$ হলে, R কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার-২০০৬]*

ক. {(2,3)} খ. {(3,2)} গ. {(3,3)} ঘ. {(5,5)} উত্তর: খ

সমাধান:

দেওয়া আছে, $A = \{2,3,5\}$ এবং $R = \{(x,y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x-1\}$ অর্থ x এবং y দুটোই A এর অন্তর্ভুক্ত। কিন্তু y এর মান x এর থেকে 1 কম। তাই আমরা লিখতে পারি,

x এর মান	2	3	5 হলে
y = এর মান	1	2	4 হবে

এখানে যেহেতু $1, 4 \notin A$ সুতরাং $(2,1), (5,4) \notin R$ তাহলে $R = \{(3,2)\}$

২২. যদি $A = \{2, 3\}$ $B = \{1, 2\}$ এবং A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনা থাকে, তবে অন্তরটি-নিম্নের *[বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ২০১৩]*

সমাধান: যেহেতু দেয়া আছে $x > y$ তাই প্রথমে বড় সংখ্যা নিয়ে যতগুলো সেট হবে। **{(2, 1), (3, 1) (3, 2)}**

পদ্ধতি-০৩: সেট গঠন পদ্ধতি

২৩. {3,5,7} কে সেট গঠন করলে? *[পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০১৫]*

ক. $\{x: x$ বিজোড় এবং $3 \le x \le 7\}$ খ. $\{x: x$ বিজোড় এবং $2 \le x \le 8\}$

গ. $\{x: x$ জোড় এবং $3 \le x \le 7\}$ ঘ. $\{x: x$ জোড় এবং $2 \le x \le 8\}$ উত্তর: ক

সমাধান:

{3,5,7} যা 3 সহ বড় এবং 7 সহ ছোট বিজোড় সংখ্যার সেট।

$\therefore \{x: x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 \le x \le 7\}$

সার্বিক সেট (Universal Set):	পূরক সেট (Complement of a set):
প্রতীক 'U'	সেট A হলে,
সকল উপসেটের উপাদান নিয়ে গঠিত সেটাই হলো সার্বিক সেট। A = {1,2}, B= {2,3,4}	A এর পূরক সেট $A^C/A'/\overline{A}$. $A^C = A' = \overline{A} = U-A$
∴ সার্বিক সেট U = {1,2,3,4}	U = {1,2,3,4,5}, A = {2,3}
	∴ $A^C = U-A = \{1,2,3,4,5\}-\{2,3\} = \{1,4,5\}$
মনে রাখতে হবে, $(A^C)^C = A$, $U^C = \phi$, $\phi^C = U$	
আবার, সেটের উপাদান (Elements of a set): A = {1,2,3,4,5} ∴ সেটের উপাদান সংখ্যা n(A) = 5, |A| = 5	

২৪. U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট হলে, $A^c = U-A$ কে A এর কোন সেট বলে? *[বাংলাদেশ টেলিভিশনের বিজ্ঞাপন অধিকারিক-২০০৬]*

ক. সার্বিক সেট খ. পূরক সেট গ. সংযোগ সেট ঘ. নিশ্ছেদ সেট উত্তর: খ

২৫. $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $A = \{2,4,6,7\}$ এবং $B = \{1,3,5\}$ হলে A^c ও B^c নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২১]*

সমাধান:

$A^c = U - A = \{1,2,3,4,5,6,7\} - \{2,4,6,7\} = \{1,3,5\}$

আবার, $B^c = U - B = \{1,2,3,4,5,6,7\} - \{1,3,5\} = \{2,4,6,7\}$

∴ নির্ণেয় সেট, $A^c = \{1,3,5\}$ এবং $B^c = \{2, 4, 6, 7\}$

২৬. সার্বিক সেট $A = \{a,b,c\}$ এবং $B = \emptyset$ হলে, B এর পূরক সেট নিচের কোনটি? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের সাইবার অফিসার-২০১৫]*

ক. ∅ খ. {a,b} গ. {b,c} ঘ. {a,b,c} উত্তর: ঘ

সমাধান: সার্বিক সেট, $A = \{a,b,c\}$, $B = \emptyset$ সুতরাং B এর পূরক সেট, $B^c = A-B = \{a,b,c\} - \emptyset =$ **{a,b,c}**

পদ্ধতি-০৪: উপসেট সংখ্যা নির্ণয়

উপসেট (Subset):

যদি A সেটের প্রত্যেক উপাদান B সেটের উপাদান হয়, তবে A কে B এর উপসেট বলে এবং এদেরকে প্রকাশ করা যায়, $A \subset B$ প্রতীকে, $A \subset B$ দ্বারা বোঝায় A, B এর উপসেট। যেমন: $A = \{4,6,8\}$, $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ হলে $A \subset B$, অর্থাৎ A, B এর একটি উপসেট।

সুতরাং একটি সেটের ভিতরে যতগুলো উপাদান থাকে উহাদের দ্বারা পৃথক পৃথক ভাবে গঠিত সেটকে উপসেট বলে।

উপসেট নির্ণয়ের পদ্ধতি: (খুবই গুরুত্বপূর্ণ)

$A = \{a,b\}$ সম্ভাব্য উপসেট {a}, {b}, {a,b}, ∅ ∴ মোট উপসেট = ৪টি, ৩ টি উপাদান হলে উপসেট হবে $2^3 = 8$ টি

∴ সেট থেকে কতগুলো উপসেট পাওয়া যাবে তা Power set এর সূত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করা যায়। সূত্র: $2^n = 2^2 = 4$

২৭. n উপাদানবিশিষ্ট একটি প্রদত্ত সেটের উপসেটের সংখ্যা কত হবে? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে টেলিভিশন প্রকৌশলী গ্রেড-২ : ০৪]*

ক. $n(n+1)$ খ. n^2 গ. 2^{n-1} ঘ. 2^n উত্তর: ঘ

২৮. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা ৩ হলে, এর উপসেটের সংখ্যা কতটি হবে?
ক. ২টি খ. ৮টি গ. ৩টি ঘ. ৯টি উত্তর: খ

২৯. A = {a, b, c} সেটের উপসেট কয়টি? *[ATEO (কোটা) পরীক্ষা -১৫]+ [NBR-2015]*
ক. ৪টি খ. ৮টি গ. ৯টি ঘ. ১৬টি [Hints: $2^3 = 8$] উত্তর: খ

৩০. 5 উপাদান বিশিষ্ট একটি প্রদত্ত সেটের মোট কতটি উপসেট আছে?
ক. 16 খ. 2^{n-1} গ. 32 ঘ. 21^n [Hints: $2^5 = 32$] উত্তর: গ

৩১. A = {1,3,5,6}, B = {1,6} হলে, A ও B সেট সম্পর্কে নিচের কোন মন্তব্যটি সঠিক? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে সহ কমার্শিয়াল...]*
ক. $B \subset A$ খ. $A \subset B$ গ. $B \subseteq A$ ঘ. $A \supseteq B$ উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু B সেটের সকল উপাদান A সেটে বিদ্যমান সুতরাং $B \subset A$।

৩২. P = {2,4,6,7,8} এবং Q = {2,4,6} হলে $P \cap Q$ এর উপসেট সংখ্যা কত? *[৯ম-১০ম অনু: ২.১এর ৬ সদৃশ]*
ক.4 খ.8 গ.16 ঘ.32 উত্তর: ঘ

সমাধান: দেওয়া আছে, P = {2,4,6,7,8} এবং Q = {2,4,6}
$\therefore P \cap Q = \{2,4,6,7,8\} \cap \{2,4,6\} = \{2,4,6\}$ [শুধু মিলগুলো]
সুতরাং $P \cap Q$ এর উপসেট সংখ্যা হবে $2^3 = 8$টি। (কারণ উপাদান ৩টি আছে)

প্রকৃত উপসেট (Proper Subset):
যে উপসেট গুলোর উপাদান সংখ্যা প্রদত্ত সেট অপেক্ষা এক কম তারা প্রকৃত উপসেট। A = {a,b}
উপসেটগুলো: {a}, {b}, {a,b}, ∅ ∴ প্রকৃত উপসেটগুলো {a}, {b}, ∅
সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। সূত্র: $2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

৩৩. নিচের কোনটি প্রকৃত উপসেট এর প্রতীক? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের সহকারী প্রধান পরিদর্শক-২০১৬]*
ক. ∪ খ. ∩ গ. ⊂ ঘ. ⊃ উত্তর: গ

সমাধান: প্রকৃত উপসেটের প্রতীক ⊂

৩৪. কোনটি U = {1,2,3,4} এর উপসেট কিন্তু প্রকৃত উপসেট নয়? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ বুরোর উপ-সহকারী পরিচালক+২০০১, দুর্নীতি দমন বুরোর সহকারী উপ-পরিচালক-২০০৪+অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সচিবালয় অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০০৭]*
ক. {1,2} খ. {1,2,3} গ. {1} ঘ. {4,3,2,1} উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রকৃত উপসেটের উপাদান সংখ্যা মূল সেটের উপাদান থেকে কম হবে। ক, খ ও গ উত্তর হলেও ঘ প্রকৃত উপসেট নয়।

সেটের অন্তর (Difference of set): বিয়োগ করার সময় প্রথম রাশির সাথে মিল থাকা উপাদানগুলো বাদ দিতে হয়
প্রকাশ: A সেট, B সেট
(i) A-B, A/B, $A-(A \cap B)$, $A \cap B^C$ এবং (ii) B-A, B/A, $B-(A \cap B)$, $B \cap A^C$

৩৫. P = {x:x,12 এর গুণনীয়ক সমূহ} এবং Q = {x:x,3 এর গুণিতক এবং $x \leq 12$} হলে, P-Q কত ? *[৪০তম বিসিএস প্রিলি]*
ক. {1,2,4} খ. {1,3,4} গ. {1,3,6} ঘ. {1,2,6} উত্তর: ক

সমাধান:
এখানে P = {x:x,12 এর গুণনীয়কসমূহ} এবং Q = {x:x,3 এর গুণিতক এবং $x \leq 12$}
∴ P সেট থেকে x এর মান = 1,2,3,4,6,12 অর্থাৎ P = {1,2,3,4,6,12} [১২ কে ভাগ করা যায় যেগুলো দিয়ে]
এবং Q সেট থেকে x এর মান = 3,6,9,12 অর্থাৎ Q = {3,6,9,12} [৩ দিয়ে যাদেরকে ভাগ করা যায়]
∴ P-Q = {1,2,3,4,6,12} - {3,6,9,12} = **{1,2,4}** [যেগুলো মিলবে সেগুলো বাদ দিয়ে অবশিষ্ট সংখ্যাগুলো]

৩৬. যদি A = {1, 2, 3},B = {2, 3, 5} হয়, তবে A\B = কত? *[জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো ইনস্ট্রাক্টর নিয়োগ-২০১৮]*
ক.{2, 3} খ.{5} গ. {1} ঘ) {3, 5} উত্তর : গ

সমাধান: A = {1,2,3} এবং B = {2,3,5}
∴ A\B = {1,2,3}\{2,3,5} = {1} [\ চিহ্ন থাকলে (-) বিয়োগ করার মত যেগুলো মিলে সেগুলো বাদ]

৩৭. যদি A = {1,2,3}, B = {2,3,5} হয়, তবে $\frac{A}{B}$ = কত? *[প্রবাসী কল্যাণ ও বৈদেশিক কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের ইন্সট্রাক্টর-২০১৮]*
ক. {2,3} খ. {5} গ. {1} ঘ. {3,5} উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{A}{B} = A-B = \{1,2,3\} - \{2,3,5\} = \{1\}$ [$\frac{A}{B}$ কে A-B লিখা যায়, এখানে মিলে যাওয়া গুলো বাদ]

শক্তি সেট (Power Set) :
কোন প্রদত্ত সেটের সম্ভাব্য সকল উপসেট নিয়ে গঠিত সেটকে পাওয়ার সেট বা শক্তি সেট বলে।
A = {a,b} হলে, P(A) = {{a}, {b}, {a,b}, ∅}, পাওয়ার সেটের উপসেট সংখ্যা = $2^n = 2^2 = 4$
Note: যে কোন সেটের উপসেট সংখ্যা এবং শক্তি সেট সংখ্যা সমান হয়।

৩৮. কোন সেটের যতগুলো উপসেট হয় তাদের সেটকে উক্ত সেটের কি বলা হয়? *[স্বাস্থ্য অধিদপ্তরের স্বাস্থ্য সহকারী ২০০৪]*
ক. শক্তি সেট খ. পূরক সেট গ. সংযোগ সেট ঘ. নিশ্ছেদ সেট উত্তর: ক

৩৯. A = {2, e} হলে P(A) কোনটি? *[মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক : ০০]*
ক. {{2}.{e}} খ.{{2}, {e}, {2,e}} গ. {{2}, {e}, {2,e}, ∅} ঘ. {} উত্তর: গ

৪০. A = {x : x মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 5$} হলে P(A) এর সদস্য সংখ্যা কত? *[৩৬তম বিসিএস]*
ক.8 খ.7 গ.6 ঘ.3 উত্তর : ক

সমাধান: যেহেতু x একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $x \leq 5$ অর্থাৎ x এর মান হল 5 এর সমান বা 5 এর থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যা
সুতরাং A = 2, 3, 5 ∴ A = {2,3,5} = মোট উপাদান 3 টি
∴ P(A) = $2^3 = 8$ (যে কোন সেটের সদস্য সংখ্যা 2 এর উপর পাওয়ার হিসেবে লিখলে তার উপসেট সংখ্যা বের হবে।)

৪১. A = {1, 2, 3, 4} হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা কত? *(মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা-২০১৬)* [Hints: $2^4 = 16$]
a. 4 b. 8 c. 12 d. 16 Ans: d

৪২. A = {x:x Fibonacci সংখ্যা এবং $x^2 < 64$} হলে, P(A) এর উপাদান কয়টা ? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক. 128 খ. 32 গ. 64 ঘ. 256 উত্তর:খ

সমাধান: দেয়া আছে, $A = \{x : x$ *Fibonacci* সংখ্যা এবং $x^2 < 64\}$
আমরা জানি, *Fibonacci* সংখ্যা 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ..
[পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যার সমান (উৎস: অষ্টম শ্রেণীর গণিত বই)]
আবার বলা হয়েছে $x^2 < 64$ অর্থাৎ x এর মান এমন সংখ্যা হবে যাতে তার বর্গ 64 এর থেকে ছোট হয়।
সুতরাং A = {0, 1, 1, 2, 3, 5} যেহেতু $x = 8$ হলে, $x^2 < 64$ [শর্ত মিলছে না]
কিন্তু সেটের মধ্যে একই উপাদান দুবার নেয়া যায়না। তাই A = {0, 1, 2, 3, 5} নিতে হবে।
আমরা জানি, উপসেট বের করার নিয়ম হলো $P(A) = 2^n$ এখানে $n = 5$ ∴ উপসেট সংখ্যা = $2^5 = 32$

পদ্ধতি-০৫: সংযোগ সেট ও ছেদ সেট

সংযোগ সেট (Set Union) : প্রতীক = (A ∪ B)	ছেদ সেট (Set Intersection) : প্রতীক = (A ∩ B)
দুটি সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে তাদের সংযোগ সেট বলে। যদি A ও B প্রতীক দ্বারা দুটি সেট প্রকাশ করা হয়, তবে A ∪ B দুটি সেটের সংযোগ সেট।	দুটি সেটের সাধারণ সদস্য নিয়ে গঠিত সেটকে তাদের ছেদ সেট বলা হয়। যদি A ও B প্রতীক দ্বারা দুটি সেট প্রকাশ করা হয়, তবে A ∩ B দুটি সেটের ছেদ সেট।
Rules: সংযোগ সেট এর ক্ষেত্রে দুটি সেটের সকল উপাদান নিতে হয় কিন্তু কোন উপাদান রিপিট নেয়া যাবে না।	**Rules:** ছেদ সেটের ক্ষেত্রে দুটি সেটের শুধুমাত্র কমন উপাদান গুলো নিতে হবে।

৪৩. A ও B এর সংযোগ সেটকে কি প্রতীক দ্বারা সূচিত করে?

ক. $A \cap B$ খ. $A \subset B$ গ. $A \cup B$ ঘ. $A \supset B$ উত্তর: গ

৪৪. C = {3,4,5} এবং D = {4,6,8} হলে, (C∪D) নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২১/+ বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]*

ক. {4} খ. {3, 4, 5, 6, 8} গ. {3, 5, 8} ঘ. {∅} উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, C = {3,4,5} এবং D = {4,6,8} ∴ C ∪ D = {3, 4, 5}∪{4, 6, 8} = **{3,4,5,6,8}**

৪৫. A= {1, 2, 3} এবং B= ϕ হলে A∪B = কত? *[৩৪ তম বিসিএস]*

ক. {2, 3 } খ. {1, 2, 3} গ. { } ঘ. {1 } উত্তর: খ

সমাধান: দেওয়া আছে, A= { 1, 2, 3}, B= ϕ, ∴ A∪B ={1, 2, 3} ∪ ϕ = **{1, 2, 3}**

নিজে করুন:

৪৬. A={2,3}, B={3,4} হলে, A∪B = কত? *[ডাক জীবন বীমা (বিভিন্ন পদ)-এপ্রিল-২০২২]*

ক. {3} খ. {2, 4} গ. {2, 3, 4} ঘ. {∅} উত্তর: গ

৪৭. A = {–1, 1, 2} এবং B = ϕ হলে, A∪B এর মান হবে- *[NBR-2015]*

ক. {–1, 2} খ. ϕ গ. {–1, 1, 2 } ঘ. {–1, ϕ} উত্তর: গ

৪৮. P = {x ∈ N : 2 < x ≤ 6} এবং Q = {x ∈ N : x জোড় সংখ্যা এবং x ≤ 8 } হলে P ∩ Q এর মান হবে- *[৯ম-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২১] + [শিক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে কারিগরি শিক্ষা অধি: (জুনি: ইন্সট্রাক্টর) - ২০১৮]*

ক. {4, 6} খ. {2, 3, 5} গ. {2, 4, 6,8} ঘ. {2, 3, 4, 5, 6, 4} উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, P = {x∈N:2< x ≤ 6} ={3,4,5,6} [২ এর থেকে বড় ৬ পর্যন্ত]

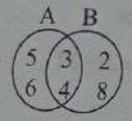
এবং Q = {x∈N: x জোড় সংখ্যা এবং x ≤ 8} ={2,4,6,8} [৮ সহ ৮ এর থেকে ছোট জোড় সংখ্যা]

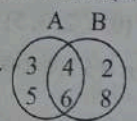
∴ P∩Q = {3,4,5,6} ∩ {2,4,6,8} = {4,6} [শুধু মিল সংখ্যাগুলো] ∴ নির্ণেয় সেট {4,6}

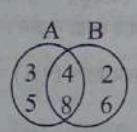
৪৯. A = {1, 2, 3} এবং B = {2, 3, 7} হলে A∩B = কত?

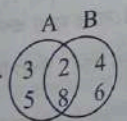
সমাধান: দেয়া আছে, A= {1, 2, 3}, B= {2, 3, 7} সুতরাং A∩B= {1, 2, 3}∩{2, 3, 7} = **{2, 3}**

৫০. A = {x∈N: 2< x ≤ 6} এবং B = { x∈N: x জোড় সংখ্যা এবং x ≤ 8} হলে A∩B এর জন্য কোনটি সঠিক? *[টেলিফোন ইঞ্জিনিয়ার ও সহকারী কম্পিউটার প্রোগ্রামার-২০১৩]*

ক. 

খ. 

গ. 

ঘ. 

উত্তর: গ

সমাধান: দেয়া আছে,

A = {x∈N: 2< x ≤ 6} = {3,4,5,6} এবং B = { x∈N: x জোড় সংখ্যা এবং x ≤ 8} = {2,4,6,8}

তাহলে , A∩B = {3,4,5,6} ∩ {2,4,6,8} = **{4,6}**

নিজে করুন:

৫১. যদি সেট A= { 5, 15, 20, 30} এবং B = {3, 5, 15, 18, 20} হয় তবে নিচের কোনটি A∩B নির্দেশ করবে? *[৩৩তম বিসিএস]* **[Hints: শুধু মিল গুলো নিতে হবে]**

ক. {5,15,20,30} খ. {3,5,15} গ. {5,15,20} ঘ. {} উত্তর: গ

৫২. যদি Q = {x: x, 9 এর গুণনীয়কসমূহ} হলে নিচের কোনটি সঠিক- *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. Q = {1, 3, 9} খ. Q = {1, 3} গ. Q = {3, 9} ঘ. Q = {3, 9, 18} উত্তর: ক

সমাধান: 9 এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে = 1, 3 এবং 9। সুতরাং এদের সেট Q = {1, 3, 9}

৫৩. যদি A = {x: x, 3 এর গুণিতক x < 15} হলে নিচের কোনটি সঠিক? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. A = {1, 3, 6, 9, 12} খ. A = {3, 6, 9, 12} গ. A = {3, 6, 9, 12, 15} ঘ. A = {3, 5} উত্তর: খ

সমাধান: 15 এর থেকে ছোট 3এর গুণিতক গুলো হলো 3, 6, 9 ও 12 ∴ x = 3, 6, 9 , 12 সুতরাং A = **{3, 6, 9, 12}**

৫৪. A= {x:x, বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং 1< x < 7} এবং B = {x:x, 8 এর গুণনীয়ক সমূহ} তাহলে A ∩B এর মান কত? *[৮ম শ্রেণি- সেট অধ্যায়]*

ক. {1} খ. {7} গ. {} ঘ. {3.5} উত্তর : গ

সমাধান: A = {x:x, বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং 1< x < 7} = {3,5}

এবং B = {x:x, 8 এর গুণনীয়ক সমূহ} = {1,2,4,8}

∴ A ∩B = {3,5}∩{1,2,4,8} = { } [কোনটাই মিল না থাকায় ফাঁকা সেট]

৫৫. A = {x∈IN | 2 < x ≤ 8} *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

B = {x∈IN | x বিজোড় এবং x ≤9 } হলে, A∩B = কত ? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

(ক) {3,5,8} (খ) {4,5,7} (গ) {3,4,5} (ঘ) {3,5,7} উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু x∈IN অর্থ x হচ্ছে পূর্ণ সংখ্যা

সুতরাং 2 < x ≤ 8 শর্তমতে, A = {3,4,5,6,7,8} এবং x ≤ 9 শর্তমতে, B = {1,3,5,7,9}

∴ A∩B = {3,4,5,6,7,8} ∩ {1,3,5,7,9} = **{3,5,7}**

৫৬. A={x | x ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2 < 25$}, B ={x | x মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 < 25$} এবং C={x | x মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 = 25$}হলে, A ∩ B ∩ C = ? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]*

(ক) {1,2,3,4} (খ) {2,3,4} (গ) {2,3,4,5} (ঘ) ∅ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে A= {1,2,3,4} [যে সকল পূর্ণ সংখ্যার বর্গ 25 এর থেকে ছোট]

B = {2,3} [যে সকল মৌলিক সংখ্যার বর্গ 25 এর থেকে ছোট]

C = {5} [যে মৌলিক সংখ্যার বর্গ 25 এর সমান]

এখন : A ∩ B ∩ C = {1,2,3,4} ∩ {2,3} ∩ {5} = ∅ (কারণ তিনটি সেটের মধ্যে কোন সংখ্যার মিল নেই)

৫৭. A = {x:x ∈ N এবং $x^2 < 36$}, B = {x:x একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 < 36$} এবং C = { x:x একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2 = 4$} হলে A ∩ B ∩ C = ? *[স্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তরের সহকারী প্রকৌশলী(সিভিল)-২০১৭]*

ক. {1,2,3,4,5} খ. {2,3,5} গ. {2} ঘ. ∅ উত্তর: গ

সমাধান: গঠন পদ্ধতিতে প্রদত্ত সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে রুপান্তরিত করি-

A = {1,2,3,4,5}, B = {2,3,5} এবং C = {2}

∴ A ∩ B ∩ C = {1,2,3,4,5}∩{2,3,5}∩{2} = {2} [সবগুলোতে কমন আছে শুধুমাত্র (2)]

৫৮. যদি $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$ হয়, তবে $P(A) \cap P(B) = ?$ *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]*

ক. $\{1, 5\}$ খ. $\{2\}$ গ. $\{\emptyset, \{2\}\}$ ঘ. $\{\emptyset\}$ উত্তর: গ

সমাধান:

এখানে, $A = \{1,2\}$ এবং $B = \{2,5\}$ $\therefore P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{1,2\}, \emptyset\}$

এবং $B = \{2, 5\}$ সুতরাং $P(B) = \{\{2\}, \{5\}, \{2,5\}, \emptyset\}$

তাহলে $P(A) \cap P(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{1,2\}, \emptyset\} \cap \{\{2\}, \{5\}, \{2,5\}, \emptyset\} = \{\emptyset, \{2\}\}$

নিশ্ছেদ সেট (Disjoint set) :

দুটি সেটের মধ্যে যদি কোন সাধারণ উপাদান না থাকে, তবে সেট দুটিকে পরস্পর নিশ্ছেদ সেট বলে। A ও B দুটি সেট হলে, এদের নিশ্ছেদ সেট $A \cap B = \emptyset$

৫৯. দুইটি সেট যদি নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা হয়, $X = \{x: x^3-3x^2+3x-1 = 0\}$ এবং $Y = \{x: x \in R \text{ x,3 দ্বারা বিভাজ্য}\}$ তাহলে $X \cap Y =$ কত ? *[পোস্ট মাস্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল, চট্টগ্রাম) পোস্টাল অপারেটর-২০১৬]*

ক. $\{1\}$ খ. 0 গ. $\emptyset$ ঘ. $\{1,3\}$ উত্তর: গ

সমাধান: $X = \{x: x^3-3x^2+3x-1=0\}$ এখানে, $x^3-3x^2+3x-1 = 0 \Rightarrow (x-1)^3 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \therefore x = 1$

আবার, $Y = \{x: x \in R \text{ x, 3 দ্বারা বিভাজ্য}\}$

এখানে x হলো 3 দ্বারা বিভাজ্য সকল বাস্তব সংখ্যা। $\therefore Y = \{\pm 3, \pm 9, \pm 12 \ldots \ldots \ldots\}$, সুতরাং $X \cap Y = \emptyset$

দ্যা মরগ্যানের সূত্র (De Morgan's Laws) [**Note:** $\cup$ বা $\cap$ যে কোনটা থাকলে বিপরীতটা হয়]

সার্বিক সেট U এর যে কোন উপসেট A ও B এর জন্য (a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং (b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

৬০. নিচের কোনটি দ্যা মরগানের সূত্র? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহ : পরিচালক)-২০১৪]*

ক. $A \cup B = B \cup A$ খ. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

গ. $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ঘ. $A' \cup B' = A - B$ উত্তর: গ

৬১. যদি A এবং B দুট সেট হয়, তবে- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ এবং $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ উক্ত সূত্রটি কি নামে পরিচিত? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ের অধীন শ্রম অধিদপ্তরের মেডিকেল অফিসার-২০০৫]*

ক. গাউসের সূত্রাবলী খ. ইউক্লিডের সূত্রাবলী গ. অয়লারের সূত্রাবলী ঘ. ডি মরগ্যান সূত্রাবলী উত্তর: ঘ

৬২. $U = \{1,2,3,4,5,6\}$, $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,4,6\}$ হলে, $A' \cap B'$ হবে- *-(প্রাথ: বি: সহ: শি:-০১)*

সমাধান:

$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\} = \{1,3, 5\}$

$\therefore A' \cap B' = \{4, 5, 6\} \cap \{1, 3, 5\} = \{5\}$ **Ans: {5}**

৬৩. সার্বিক সেট $U = \{1,2,3,4,5\}$, $A = \{1,2,4\}$, $B = \{1,3,5\}$ হলে $A' \cup B'$ কত হবে? *(ডাক অধিদপ্তরের উপজেলা পোষ্টমাষ্টার -২০১৬) +[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক-২০০১+২০০৫]*

a. $\{1,2,3\}$ b. $\{2,3,4\}$ c. $\{3, 4,5\}$ d. $\{2,3,4,5\}$ **Ans: d**

সমাধান:

$A' = U - A = \{1,2,3,4,5\} - \{1,2,4\} = \{3,5\}$

$B' = U - B = \{1,2,3,4,5\} - \{1,3,5\} = \{2,4\}$

$\therefore A' \cup B' = \{3,5\} \cup \{2,4\} = \{2,3,4,5\}$

Note: A' এর উপরের চিহ্নটিকে বলা হয় পূরক সেট। অর্থাৎ কোন সংখ্যার উপর ঐ চিহ্নটি থাকলে বুঝতে হবে তা পূরক সেট। তখন U থেকে ঐ সংখ্যাটি বিয়োগ করতে হবে। যেমন: $A' = U - A$

৬৪. যদি $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$; $A = \{0,1,2,3,4\}$, $B = \{2,3,4,5,6,7\}$ হয় তাহলে $A' \cap B'$ কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক-২০০১+সমাজকল্যাণ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সমাজসেবা অফিসার-২০০৫]*

ক. $\{7,8,9\}$ খ. $\{0,8,9\}$ গ. $\{8,9\}$ ঘ. $\{6,7,9\}$ উত্তর: গ

সমাধান: $A' = U - A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{0,1,2,3,4\} = \{5,6,7,8,9\}$

$B' = U - B = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{2,3,4,5,6,7\} = \{0,1,8,9\}$

$\therefore A' \cap B' = \{5,6,7,8,9\} \cap \{0,1,8,9\} = \{8,9\}$

পদ্ধতি-০৬: সেট এর বিবিধ প্রশ্ন

৬৫. $A \cup (A \cap B) =$ কত? *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও পার্সোনাল অফিসার-২০০৪]*

ক. Ψ খ. A গ. B ঘ. $A \cap B$ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, $A = \{1,2,3,4\}$ এবং $B = \{3,5\}$

$\therefore A \cap B = \{1,2,3,4\} \cap \{3,5\} = \{3\}$ সুতরাং $A \cup (A \cap B) = \{1,2,3,4\} \cup \{3\} = \{1,2,3,4\} = A$

৬৬. যদি A এবং B যে কোন দুইটি সেট হয়, তবে $A \cap (A \cup B) = A \cup (A \cap B) =$ কত ? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন টেলিভিশন প্রকৌশলী (গ্রেড-২)-২০০৪+৮ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ২০১২]*

ক. B খ. A গ. B ঘ. $A \cap B$ উত্তর: খ

সমাধান:

ধরি, $A = \{1,3,5\}$ এবং $B = \{2,4,5\}$

L.H.S. $= A \cap (A \cup B) = \{1,3,5\} \cap [\{1,3,5\} \cup \{2,4,5\}] = \{1,3,5\} \cap \{1,2,3,4,5\} = \{1,3,5\} = A$

আবার, R.H.S. $= A \cup (A \cap B) = \{1,3,5\} \cup [\{1,3,5\} \cap \{2,4,5\}] = \{1,3,5\} \cup \{5\} = \{1,3,5\} = A$

Note: A ও B এর যে কোন মান ধরলেই হবে।

৬৭. যদি A ও B যে কোন দুইটি সেট হয়, তবে $(A-B) \cap B =$ কত? *[সহকারী পরিবার পরিকল্পনা অফিসার-২০১৬]*

ক. $\{A\}$ খ. $\{B\}$ গ. $\emptyset$ ঘ. $\{C\}$ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4,5\}$

$\therefore A - B = \{1,2,3\} - \{3,4,5\} = \{1,2\}$ সুতরাং $(A-B) \cap B = \{1,2\} \cap \{3,4,5\} = \emptyset$

৬৮. $P = \{a, b\}$, $Q = \{b, c\}$, $R = \{3, 4\}$ হলে $(P \cap Q) \cup R$ এর উপাদান সংখ্যা কত? *(জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিএসসি'র সহকারী পরিচালক-২০১৬)* [**Hints:** $(P \cap Q) = \{b\}$ & $(P \cap Q) \cup R = \{b,3,4\}$]

a. 2 টি b. 3 টি c. 4 টি d. 5 টি Ans: b

৬৯. যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 105 এবং 147 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 35 অবিশষ্ট থাকে, তাদের সেট নির্ণয় করুন। **Ans: ϕ**

সমাধান:

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 105 এবং 147 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 35 অবিশষ্ট থাকে, সে সংখ্যাটি (ভাজক) 35 অপেক্ষা বড় এবং সংখ্যাটি (105−35) = 70 এবং (147− 35) = 112 এর সাধারণ গুণনীয়ক। (অর্থাৎ ৭০ এবং ১১২ উভয়কেই নি:শেষে ভাগ করা যেতে হবে)

মনে করি, 35 অপেক্ষা বড় 70 এর গুণনীয়কের সেট = A এবং 35 অপেক্ষা বড় 112 এর গুণনীয়কের সেট = B

$A = \{70\}$ এবং $B = \{56, 112\}$

নির্ণেয় সেট = $A \cap B = \emptyset$ [কারণ 35 থেকে বড় এমন কোন সংখ্যা নেই যা দিয়ে 70 এবং 112 কে ভাগ করা যায়।]

৭০. কোন কোন স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে? [২২ তম বিসিএস]

✍সমাধান: প্রশ্নটিতে বলা হয়েছে কোন কোন স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 কে ভাগ করতে গেলে প্রতি ক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে। তাহলে বোঝা যাচ্ছে সংখ্যাগুলো 31 এর থেকে বড় হবে, এবং (346-31) = 315 এর গুণনীয়ক। এখন 31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুনণীয়ক গুলো হচ্ছে = 35, 45, 63, 105, এবং 315, সুতরাং 31 অপেক্ষা বড় 315 এর উৎপাদক সেট = { 35, 45, 63, 105, 315} **Ans: { 35, 45, 63, 105, 315}**

৭১. যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি (অনু: ২.১)] + [আমদানী অফি: (নির্বাহী অফিসার)-২০০৭]

ক. {45, 315} খ. {45, 63} গ. {35, 105} ঘ. {75, 525} উত্তর: গ

[**Hints:** A = {35,105,315} এবং B = { 35,75,105,175,525} ∴ A ∩ B = { 35, 105}]

৭২. যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 এবং 419 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি (অনু: ২.১)]

ক. {33, 96} খ. {36, 198, 144} গ. {36} ঘ. {18} উত্তর: গ

ক্রমজোড় : ()

একজোড় উপাদানের মধ্যে কোনটি প্রথম অবস্থানে আর কোনটি দ্বিতীয় অবস্থানে থাকবে তা নির্দিষ্ট করে জোড়া আকারে প্রকাশকে ক্রমজোড় বলা হয়। (এই নিয়মের অনেক অংক সরল সহ সমীকরণ অধ্যায়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে)

৭৩. $(2x + y, 3) = (6, x-y)$ হলে (x,y) নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণি অনুশীলনী ২.১]

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $(2x + y, 3) = (6, x - y)$

ক্রমজোড়ের শর্তমতে, $2x + y = 6$.....(i) এবং $x - y = 3$.....(ii)

সমীকরণ: (i) ও (i) যোগ করে পাই, $3x = 9 \therefore x = 3$

সমীকরণ (i) এ x এর মান বসিয়ে পাই, $6 + y = 6 \therefore y = 0$ সুতরাং **(x,y) = (3,0)**

কার্তেসীয় গুণজ : (Cartesian Product)

দুটি সেটের সদস্য নিয়ে গঠিত সম্ভাব্য সকল সজ্জিত সংখ্যা জোড়ের সেটকে উক্ত সেট দুটির কার্টেসীয় গুণজ বলে। সজ্জিত জোড়ার প্রথম সদস্য অবশ্যই প্রথম সেট হতে ও দ্বিতীয় সদস্য দ্বিতীয় সেট হতে নিতে হবে। A ও B সেট হলে A থেকে প্রথম উপাদান ও B থেকে দ্বিতীয় উপাদান নিয়ে গঠিত সকল ক্রমজোড়ের সেটকে A ও B এর কার্তেসীয় গুণজ A×B বলা হয়।

৭৪. $P = \{3,5,7\}$, $Q = \{5,7\}$ এবং $R = \frac{P}{Q}$ হলে $(P \cup Q) \times R$ নির্ণয় কর। [গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়ের (সহ: পরি)]-২০০৮]

ক. {(2,3),(4,3),(7,3)} খ. {(3,7),(5,3),(5,3)}
গ. {(3,3),(5,3),(7,3)} ঘ. {(3,5),(3,3),(7,5)} উত্তর: গ

✍সমাধান: দেয়া আছে, $P = \{3,5,7\}$, $Q = \{5,7\}$

$\therefore R = \frac{P}{Q} = P\text{-}Q = \{3,5,7\}\text{-}\{5,7\} = \{3\}$ এবং $(P \cup Q) = \{3,5,7\} \cup \{5,7\} = \{3,5,7\}$

$\therefore (P \cup Q) \times R = \{3,5,7\} \times \{3\} = \{(3,3),(5,3),(7,3)\}$

৭৫. $A = \{3,4,5\}$, $B = \{4,5,6\}$ এবং $C = \{x,y\}$ হলে, $(A \cap B) \times C$ নির্ণয় করুন। [শ্রম অধিদপ্তরের (জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা)-২০০৪]+ [দূর্নীতি দমন কমিশনের (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০১৫]

ক. {(3,x),(4,y),(6,x)(5,y)} খ. {(4,x),(4,y),(5,x)(5,y)}
গ. {(4,y),(4,x),(4,x)(6,y)} ঘ. {(2,y),(4,x),(5,x)(6,y)} উত্তর: খ

✍সমাধান: দেয়া আছে, $A = \{3,4,5\}$, $B = \{4,5,6\}$ এবং $C = \{x,y\}$

$\therefore A \cap B = \{3,4,5\} \cap \{4,5,6\} = \{4,5\}$

সুতরাং $(A \cap B) \times C = \{4,5\} \times \{x,y\} = \{(4,x),(4,y),(5,x),(5,y)\}$

Part-02 : ভেনচিত্র

পদ্ধতি-০১: ভেনচিত্রের সূত্র ও প্রয়োগ

ভেন-চিত্র:

কোন সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে অনেক সময় জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করতে হয়, সেট প্রকাশের এরূপ জ্যামিতিক চিত্রকে ভেনচিত্র বলা হয়। জন ভেন (১৮৩৪-১৮৮৩) সর্বপ্রথম ১৮৮০ সালে চিত্রের সাহায্যে সেট প্রকাশ করার পদ্ধতি আবিষ্কার করেন। এজন্য তার নাম অনুসারে সেট প্রকাশের চিত্রগুলোকে ভেনচিত্র বলে।

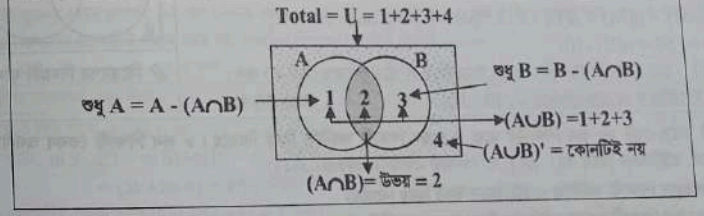
ভেনচিত্রের প্রশ্নগুলো অধিকাংশ সেটের নিম্নোক্ত সূত্র প্রয়োগ করে সমাধান করতে হয়। সূত্রটি হলো:

সূত্র: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

এখানে,

- $n(A \cup B)$ = হল কমন/আনকমন সব উপাদান অর্থাৎ মোট ছাত্র-ছাত্রী বা মোট খেলোয়াড়ের সংখ্যা।
- $n(A)$ = শুধু নির্দিষ্ট একটি উপাদান, বা এক বিষয়ে পাশ অথবা একটি খেলা খেলে এমন ।
- $n(B)$ =নির্দিষ্ট অন্য একটি উপাদান বা অন্য একটি বিষয়ে পাশ,অথবা অন্য একটি খেলা খেলে এমন।
- $n(A \cap B)$ = শুধু কমন উপাদান, অর্থাৎ উভয় বিষয়ে পাশ অথবা দুটি খেলা ই খেলে এমন।
- $n(A \cup B)'$ অথবা $n(A' \cap B')$ দিয়ে কোনটিতেও পাশ করেনি বোঝায়। যেমন: $n(U) - n(A \cup B) = n(A \cup B)'$

ভেনচিত্রে কোন অংশের নাম কি নিচের চিত্রটি দেখে বোঝার চেষ্টা করুন।



১. যদি $n(A \cup B) = 61$, $n(A) = 30$, $n(B) = 54$ হয় তাহলে $n(A \cap B)$ এর মান কত? [বেসামরিক বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা : ০৫]

ক. 22 খ. 25 গ. 23 ঘ. 27 উত্তর: গ

✍সমাধান:: সরাসরি বক্সের সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$\Rightarrow 61 = 30 + 54 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 84 - 61 \therefore \Rightarrow n(A \cap B) = 23$

২. যদি $n(A \cap B) = 13$, $n(A) = 40$, $n(B) = 64$ হয়, তাহলে $n(A \cup B)$ এর মান কত? [সমাজ কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সমাজসেবা অধিদপ্তরের উপপরিচালক-২০০৫] + [প্রধানমন্ত্রীর কার্যালয়ের সহকারী পরিচালক, গবেষণা কর্মকর্তা-২০১২]

ক. 81 খ. 101 গ. 91 ঘ. 93 উত্তর: গ

✍সমাধান: আমরা জানি, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 40 + 64 - 13 = 91$

৩. 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি, 25 জন ইংরেজি ও বাংলা উভয়ই এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষায় কথা বলতে পারেন। বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন? *[৩৫-তম বিসিএস/+ (৯ম-১০ম শ্রেণীর বোর্ড বই , প্রথম অধ্যায় উদাহরণ ১ হুবহু)+HCGDF Auditor Exam-2017]*

ক. 10 খ. 15 গ. 40 ঘ. 30 উত্তর: গ

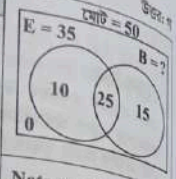
সমাধান: (সূত্র প্রয়োগে সমাধান)

ধরি, মোট লোক সংখ্যা = $n(E\cup B) = 50$, ইংরেজীতে কথা বলতে পারে, $n(E) = 35$ জন,
বাংলা এবং ইংরেজী উভয় ভাষায় বলতে পারে $n(E\cap B) = 25$ জন
বাংলায় কথা বলতে পারে $n(B) = ?$ কোন ভাষায় কথা বলতে পারে না = none = 0
(যেহেতু প্রত্যেকে দুটি ভাষার অন্তত একটিতে কথা বলতে পারে তাই কেউ বোবা নেই)
এখন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\mathbf{n(E\cup B) = n(E) + n(B) - n(E\cap B)+none}$
(এই সূত্রটি-ই সব সময়, শুধু যখন যার মান চাইবে তারটা বাদে অন্যগুলো বসাতে হবে।)

$\Rightarrow 50 = 35 + n(B) - 25+0 \Rightarrow 50 = 10 + n(B)$

$\therefore \mathbf{n(B) = 50 - 10 = 40}$ সুতরাং বাংলায় কথা বলতে পারে = 40 জন।



Note: শুধু বাংলায় কথা বলতে পারে জানতে চাইলে উত্তর হতো, 40-25 = ১৫ জন।

৪. কোনো এক পরীক্ষায় দেখা গেল 80 জন ছাত্রের মধ্যে 50 জন গণিতে A গ্রেড নম্বর এবং 10 জন ইংরেজিতে ও গণিতে A গ্রেড নম্বর লাভ করেছে। শুধু ইংরেজিতে কত জন A গ্রেড নম্বর পেয়েছে?

ক. 30 খ. 20 গ. 10 ঘ. 40 উত্তর: ক

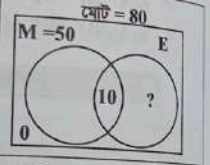
সমাধান: (সূত্র প্রয়োগে সমাধান)

ধরি, মোট $n(E\cup M) = 80$, গণিতে A গ্রেড= $n(M) = 50$,
ইংরেজী ও গণিতে A গ্রেড = $n(E\cap M) = 10$, ইংরেজীতে A গ্রেড = $n(E) = ?$
সুতরাং সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$n(E\cup M) = n(M) + n(E) - n(E\cap M)$ [যেহেতু none দেয়া নেই]

$\Rightarrow 80 = 50 + n(E) - 10$

$\therefore n(E) = 80 - 40 = 40$ জন। অর্থাৎ ইংরেজীতে A গ্রেড পেয়েছে মোট 40 জন।
শুধু ইংরেজিতে A গ্রেড পেয়েছে = (40 - 10) = 30 **উত্তর: 30 জন**



বিয়োগের বিষয়টা বুঝেছেন?

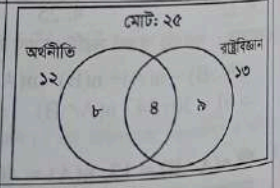
৫. একটি ক্লাসে মোট ২৫ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে, ১২ জন শিক্ষার্থী অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে। ৮ জন শিক্ষার্থী কেবল অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে, রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নয়। *[BADC (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২০]*

(i) কতজন শিক্ষার্থী অর্থনীতি ও রাষ্ট্রবিজ্ঞান উভয় বিষয় নিয়েছে?
(ii) কতজন শিক্ষার্থী কেবল রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নিয়েছে অর্থনীতি বিষয় নয়?

লিখিত সমাধান: (সূত্র দিয়ে উপরের নিয়মে নিজে চেষ্টা করুন)

দেয়া আছে, মোট শিক্ষার্থী = ২৫ জন অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে = ১২ জন,
কেবল অর্থনীতি বিষয় নিয়েছে কিন্তু রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নেয়নি = ৮ জন। তাহলে,
(i) অর্থনীতি ও রাষ্ট্রবিজ্ঞান উভয় বিষয় নিয়েছে = (১২-৮) জন = **৪ জন**
তাহলে রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নিয়েছে = (২৫-১২)জন = ১৩ জন
(ii) কেবল রাষ্ট্রবিজ্ঞান বিষয় নিয়েছে অর্থনীতি বিষয় নয় = (১৩ - ৪) = **৯ জন**

অংকটির ব্যাখ্যাটি ভালোভাবে পড়ুন



এখানে অর্থনীতি নিয়েছে এবং কেবল অর্থনীতি নিয়েছে এর পার্থক্য কি?

অর্থনীতি নিয়েছে অর্থ অর্থনীতি নেয়ার পরও অন্য যে কোন বিষয় নিতে পারে। কিন্তু কেবল অর্থনীতি নিয়েছে অর্থ অন্য কোন বিষয় নেয় নি। একটা বিষয় মাথায় রাখুন, যারা কেবল অর্থনীতি নিয়েছে তারাই বিপরীত পাশে রাষ্ট্রবিজ্ঞান নেয় নি।

এই লজিকটা ই যখন শুধু এক বিষয়ে পাশ বোঝাবে তখন বুঝে নিতে হবে বিপরীত পাশে অন্য বিষয়ে সে ফেল।

পদ্ধতি-০২: $(A\cup B)'$ বা কোনটিই নয় বের করা

(২.ক) কোনটিই খেলে না অর্থাৎ ঋণাত্মক ফল বের করা :

অর্থাৎ প্রশ্নে মধ্যে একটি খেলে, অন্যটি খেলে এবং উভয়টিই খেলে দেয়া থাকলে কোনটিই খেলে না অথবা কোনটিতেই পাশ করে নি, বা কোনটিই পছন্দ করে না এরকম ঋণাত্মক ফল বের করার অংকগুলো নিচের নিয়মে সমাধান করতে হয়।

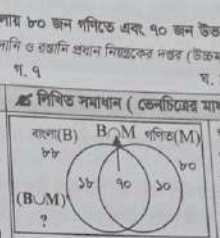
৬. ১০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় ৮৮ জন বাংলায় ৮০ জন গণিতে এবং ৭০ জন উভয় বিষয়ে পাশ করেছে। কতজন শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে, তা নির্ণয় কর। *[আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী)- ২০১৯]*

ক. ৫ খ. ২ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (সূত্র দিয়ে)

ধরি, সর্বমোট শিক্ষার্থী = $n(U) = ১০০$
বাংলায় পাশ করেছে = $n(B) = ৮৮$
ইংরেজীতে পাশ করেছে = $n(M) = ৮০$
এবং উভয় বিষয়ে পাশ করেছে = $n(B\cap M) = ৭০$
আমরা জানি, $n(B\cup M) = n(B) + n(M) - n(B\cap M)$
$\therefore n(B\cup M) = ৮৮+৮০-৭০ = ৯৮$ (এটাই শর্টকাট)
সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল $= (B\cup M)' = U-(B\cup M)$
$= ১০০-৯৮ = ২$ উত্তর: ২ জন

লিখিত সমাধান (ভেনচিত্রের মাধ্যমে)



শুধু বাংলায় পাশ = ৮৮-৭০=১৮
শুধু গণিতে পাশ =৮০-৭০= ১০
মোট পাশ =১৮+১০+৭০ = ৯৮
সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল
= ১০০-৯৮ = ২ জন। **(উত্তর)**

সুপার শর্টকাট: (শুধু যোগ বিয়োগ করে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

এক লাইনে: = ১০০-(৮৮+৮০-৭০) = (১০০-৯৮) = **২ জন।**

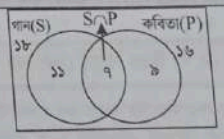
৭. একটি স্কুলের কোন ক্লাসের ৩২ জন ছাত্রের মধ্যে ১৮ জন গান পছন্দ করে, ১৬ জন কবিতা পছন্দ করে এবং ৭ জন দুটিই পছন্দ করে। কতজন কোনটিই পছন্দ করে না? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক)-২০১০]*

ক. ৫ জন খ. ৭ জন গ. ৮ জন ঘ. ১০ জন উত্তর: ক

লিখিত সমাধান: (সূত্র দিয়ে)

সমাধান: চিত্র হতে, $n(S) = ১৮$, $n(P) = ১৬$ এবং $n(S\cap P) = ৭$
আমরা জানি, $n(S\cup P) = n(S)+n(P) - n(S\cap P)$
$= (১৮+১৬-৭) = ২৭$ (শর্টকাট সূত্র এই লাইনটা ই)
সুতরাং কোনটিই পছন্দ করে না = (৩২-২৭) = ৫ জন।
শর্টকাট: ৩২- (১৮+১৬-৭) = ৩২-২৭ = ৫ জন।

শর্টকাটের লজিক: ১৮ এবং ১৬ এর মাঝে ৭ সংখ্যাটি দুবার আছে। তাই ১৮ ও ১৬ যোগ করে ১বার ৭ বাদ দিলেও আরেকবার ৭ থেকে যায়।



শর্টকাট: বৃত্তের ভেতরে আছে = ১১+৭+৯ = ২৭
$\therefore$ বৃত্তের বাইরে আছে = ৩২-২৭ = ৫ জন

ভগ্নাংশ আসলে ভগ্নাংশ থেকে মান বের করে একই নিয়মে করতে হবে:

৮. ১২ জনের একটি পার্টিতে অর্ধেক লোক 'ক' ক্লাবের, এক তৃতীয়াংশ খ ক্লাবের, এবং $\frac{১}{৪}$ উভয় ক্লাবের। কতজন কোন ক্লাবের সদস্য নয়? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের অধীনে সাইফার কর্মকর্তা- ১৯৯৯]*

সমাধান : ক ক্লাবের সদস্য = $১২\times\frac{১}{২} = ৬$ জন, খ ক্লাবের সদস্য = $১২\times\frac{১}{৩} = ৪$ জন, উভয় ক্লাবের সদস্য = $১২\times\frac{১}{৪} = ৩$ জন
এক বা একাধিক বা উভয় ক্লাবের সদস্য = (৬+৪)-৩ = ৭ জন। $\therefore$ কোন ক্লাবের সদস্য নয় = ১২-৭ = ৫ উত্তর: ৫ জন।

শতকরা হার থাকলে আগে শতকরা থেকে মান বের করে, অথবা সবার শেষে শতকরার মান বসিয়ে উত্তর বের করা যায়।

৯. কোন পরীক্ষায় ২০০ জনের মধ্যে ৭০% বাংলায়, ৬০% ইংরেজীতে এবং ৪০% উভয় বিষয়ে পাশ করল। উভয় বিষয়ে মোট কত জন ফেল করেছে? *(অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সমন্বয় পরিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ২০০৭)*

ক. ৮জন খ. ৯জন গ. ২০জন ঘ. ১১জন উত্তর: গ

সমাধান: (প্রথমেই শতকরা থেকে মান বের করে তারপর হিসেব)	বিকল্প সমাধান: (শেষে শতকরা মান বসিয়ে)
বাংলায় পাশ = ২০০ এর ৭০% = ১৪০, ইংরেজীতে ২০০ এর ৬০% =১২০ উভয় বিষয়ে পাশ = ২০০ এর ৪০% = ৮০ জন। সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = ২০০ - (১৪০+১২০-৮০) = ২০ জন।	উভয় বিষয়ে ফেল = ১০০-(৭০+৬০-৪০) = ১০% এখন ১০০ তে ১০ জন ফেল করলে ২০০ তে ফেল = ২০০ এর ১০% = ২০ জন

শেষের এক লাইনে উত্তর বের করার লজিক: (১৪০+১২০-৮০) = ১৮০ হলো, পাশ+পাশ + উভয় বিষয়ে পাশ অর্থাৎ মোট পাশ এরপর উভয় বিষয়ে ফেল বের করার জন্য মোট থেকে এই অন্তত এক বিষয়ে পাশ বিয়োগ করতে হয়। অর্থাৎ ২০০-১৮০ = ২০। এই পুরো কাজটা একলাইনেই করার জন্য = মোট - {(এক বিষয়ে পাশ + অন্য বিষয়ে পাশ)-উভয় বিষয়ে পাশ} লেখা যায়।

নিজে করুন:

১০. কোন শ্রেণীতে ১০০ জন পরীক্ষার্থী ছিল। বার্ষিক পরীক্ষায় ৯৪ জন বাংলায় এবং ৮০ জন গণিতে পাশ করেছে। ৭৫ জন উভয় বিষয়ে পাশ করলে কত জন উভয় বিষয়ে ফেল করেছে? *(২৫তম বিসিএস লিখিত)* [Hints: ১০০ - (৯৪+৮০-৭৫) = ১] উত্তর: ক

ক. ১ খ. ২ গ. ৫ ঘ. ৩

১১. ৫০ টি বলের মধ্যে ৩০ টির গায়ে লাল দাগ, ২০ টির গায়ে নীল দাগ এবং ১২ টির গায়ে লাল ও নীল উভয় দাগই আছে। কতটি বলের মধ্যে লাল বা নীল কোন দাগই নেই? *(কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো উপ সহ: পরি: ০১* [Hints: ৫০- (৩০+২০-১২) = ১২] উত্তর: ক

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ২০

১২. কোন শ্রেণীর ৩০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২০ জন ফুটবল এবং ১৫ জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুটি খেলাই পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা ১০ জন। দুটি খেলাই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা ক *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী)-২০১৯]* উত্তর: খ

ক. ৫ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১৫

১৩. ৫০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে ১৮ জন মিউজিক, ২৬ জন আর্ট এবং ২ জন উভয় বিষয় ভর্তি হয়েছে। কতজন ছাত্র-ছাত্রী কোন বিষয়েই ভর্তি হয় নি। *[BB Cash Officer-11+Exim Bank (off)- 2014]* [Hints: ৫০- (১৮ +২৬- ২)= ৮] উত্তর: ঘ

ক. ৬ খ. ৮ গ. ১৬ ঘ. ২৪

১৪. কোন একটি কলেজের প্রথম বর্ষে বিজ্ঞানের মোট ১২৫ জন ছাত্রের মধ্যে ৯০ জন গণিত, ৯৫ জন পদার্থ এবং ৬৭ জন গণিতে ও পদার্থ উভয়ই নিয়েছে। কতজন ছাত্র গণিত অথবা পদার্থ বিষয় দুইটির কোনটিই নেয়নি? উত্তর: গ

ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮

(২.খ) উভয় বিষয়ে ফেল বের করা (উভয় বিষয়ে পাশ করে নি) :

শতকরা হার বের করতে বলা হলেও উপরের অংকগুলোর মতই বুঝে বুঝে করতে হবে এবং শেষে % এর কাজ করতে হবে।

১৫. কোনো পরীক্ষায় পরীক্ষার্থীর ৭০% গণিত এবং ৫০% বাংলায় পাশ করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৪০% পাশ করে থাকে তবে শতকরা কতজন উভয় বিষয়ে ফেল করেছে? *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেশন)- ২০২০]*

ক) ২০ খ) ২৪ গ) ৩০ ঘ) কোনোটিই নয় উত্তর: ক

লিখিত সমাধান: শুধু গণিতে পাশ = ৭০%-৪০% = ৩০% আবার শুধু বিজ্ঞানে পাশ = ৫০%-৪০% = ১০%
উভয় বিষয়ে পাশ করেছে = ৪০ % সুতরাং গণিতে অথবা, বিজ্ঞানে অথবা উভয় বিষয়ে পাশ = (৩০+১০+৪০)% = ৮০%
(সবগুলো এক গণিতে বা বিজ্ঞানে, বা উভয় বিষয়ে পাশ = অন্তত এক বিষয়ে পাশ = সর্বমোট পাশ = বৃত্তের ভেতরে সবার যোগফল)
সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = সর্বমোট পরীক্ষার্থী - মোট পাশ = (১০০ -৮০)% = ২০% **উত্তর: শতকরা ২০ জন।**

এক লাইনে শর্টকাট: (সর্বমোট থেকে - মোট পাশ) = [১০০-(৭০+৫০- ৪০)] % = (১০০-৮০)% = ২০% **উত্তর: ২০%**

বিকল্প সমাধান : আমরা জানি, $n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(M \cap B) + None$ (সরাসরি সূত্র)

$\Rightarrow ১০০ = ৭০ + ৫০ - ৪০ + None$ $\therefore None = ২০$ অর্থাৎ শতকরা ২০ জন উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

নিজে করুন: (এখানে দেয়া হিন্টসগুলো প্রতিটা নিজে নিজে বোঝার পর সমাধান করার চেষ্টা করবেন। মুখস্থ করে লাভ নাই)

১৬. কোন পরীক্ষায় গণিতে ৭৫% এবং বিজ্ঞানে ৪৫% শিক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩০% শিক্ষার্থী কৃতকার্য হয়ে থাকে, তবে উভয় বিষয়ে শতকরা কতজন শিক্ষার্থী অকৃতকার্য হয়েছে? [Hints: ১০০%-(৭৫+৪৫-৩০)% = ১০%] উত্তর: গ

ক. ৮ জন খ. ৯ জন গ. ১০ জন ঘ. ১১ জন

১৭. কোন পরীক্ষায় ৮৫% পরীক্ষার্থী পদার্থবিদ্যায়, ৮০% পরীক্ষার্থী রসায়নবিদ্যায় এবং ৭৫% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাস করে। কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে? *(রেজিস্ট্রেশন প্রাথ:শি:নি:পরী:-১১)* [Hints:১০০-(৮৫+৮০-৭৫) = ১০] উত্তর: ক

ক. ১০ জন খ. ২০ জন গ. ২২ জন ঘ. ২৫ জন

পদ্ধতি-০৩: A ∩ B বা উভয়টিই বের করা

(৩.ক) উভয়টি ই খেলে বা ধনাত্মক ফল বের করা :

Turning point: সবগুলোকেই একজাতীয় করে হিসেব করতে হয়। তাই যদি প্রশ্নে উভয়টি পাশ থাকার সাথে একক বিষয়গুলোতে পাশ থাকে অথবা উভয়টিতে ফেল এবং একক বিষয়গুলোতেও ফেল থাকে তাহলে সরাসরি হিসেব করা যায়। কিন্তু যদি উভয়টিতে ফেল এবং একক বিষয়গুলোতে পাশ অর্থাৎ বিপরীত দেয়া থাকে তাহলে উভয়টাতে যা থাকে তা এনে একাজাতীয় বানিয়ে হিসেব করতে হয়।

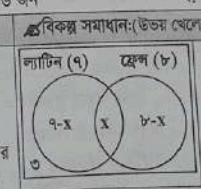
১৮. একটি ক্লাসে ৩০ জন ছাত্র আছে। তাদের মধ্যে ১৮ জন ফুটবল খেলে এবং ১৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৫ জন কিছুই খেলে না। কত জন উভয়টিই খেলে? *(২৩তম বিসিএস)* + *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮]+ [সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]* উত্তর:ক

ক. ৭ খ. ৮ গ. ৬ ঘ. ৫

সমাধান: (৫ জন কিছু খেলে না, তাই সবাইকে খেলে না বানিয়ে)	বিকল্প সমাধান:(উভয় খেলে না ৫ জনকে শুরুতেই বাদ দিয়ে)
তাই প্রথমে ফুটবল খেলে না = ৩০-১৮ = ১২ জন এবং ক্রিকেট খেলে না = ৩০-১৪ = ১৬ জন। শুধু ফুটবল খেলে না = ১২- ৫ = ৭ এবং শুধু ক্রিকেট খেলে না = ১৬-৫ = ১১ জন। ∴ হয় ফুটবল খেলে না বা ক্রিকেট খেলে না বা দুটিই খেলে না অর্থাৎ অন্তত একটি খেলে না= ৭+১১+৫ = ২৩ জন। সুতরাং উভয়টিই খেলে = ৩০-২৩ = ৭ জন। **উত্তর: ৭ জন** (৪ গ্রুপের লোক-৩ গ্রুপের লোক = অবশিষ্ট উভয় খেলে গ্রুপ)	মোট ছাত্র = ৩০ জন। আবার কোনটিই খেলে না = ৫ জন সুতরাং ফুটবল, ক্রিকেট অথবা উভয়টিই খেলে এমন ছাত্রের সংখ্যা = ৩০-৫ = ২৫ জন। ∴ উভয়টি খেলে = (ফুটবল+ক্রিকেট) - (ফুটবল+ক্রিকেট+উভয়টি খেলে) = (১৮+১৪)-২৫ = ৩২-২৫ = ৭ জন **শর্টকাট :** উভয়টিই খেলে = |(১৮+১৪+৫)-৩০ = ৭ (বৃত্তের ভেতর বাহির সব যোগ করে মোট বাদ দিলে রিপিট বের হবে)

১৯. মাধ্যমিকের ১৫ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ৭ জন ল্যাটিন ভাষা, ৮ জন ফ্রেন্স ভাষাতে পড়ছে এবং ৩ জন দুটির একটিও পড়ে না। কতজন শিক্ষার্থী উভয় ভাষায় পড়ছে? *[Mercantile Bank -2006]* উত্তর: ক

ক. ৩ জন খ. ৯ জন গ. ৬ জন ঘ. ১২ জন

সমাধান: (৫ জন কিছু খেলে না, তাই সবাইকে খেলে না বানিয়ে)	বিকল্প সমাধান:(উভয় খেলে না ৫ জনকে শুরুতেই বাদ দিয়ে)
কোন ভাষাতেই পড়ে না = ৩ ল্যাটিন পড়ে = ৭ ∴ ল্যাটিন পড়ে না = ১৫ - ৭ = ৮ জন। ফ্রেন্স পড়ে = ৮ ∴ ফ্রেন্স পড়ে না = ১৫ - ৮ = ৭ জন। এখন, ল্যাটিন পড়ে না (৮), ফ্রেন্স পড়ে না (৭) এবং দুটির একটিও পড়ে না বা উভয় পড়ে না (৩ জন) একজাতীয় হয়েছে। সুতরাং অন্তত একটি বিষয়ে পড়ে না = (৮+৭-৩) = ১২ জন সুতরাং উভয় ভাষাতে পড়ে = ১৫-১২ = ৩ জন। **উত্তর: ৩ জন।**	 ধরি, উভয় ভাষাতে পড়ে = x জন ∴ ৭-x+৮-x+x+৩ = ১৫ জন (৪ গ্রুপের সবাই মিলে মোট = ১৫) সুতরাং x = ১৮-১৫ = ৩ জন **শর্টকাট সমাধান:** (৮+৭+৩) - ১৫ = ৩ জন। (বৃত্তের ভেতর বাহির সবার যোগফল - মোট = যতজন উভয়)

নিজে করুন: *(এক লাইনে দেয়া হিন্টগুলো মুখস্থ করে লাভ নাই, উপরের ব্যাখ্যাগুলো ভালোভাবে পড়ে বুঝে নিন।)*

২০. ৩২ জন ছাত্রের মধ্যে ১৬ জন ফুটবল খেলে এবং ১৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৬ জন কিছুই খেলে না। উভয় খেলা কত জন খেলে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]* [**Hints:** (১৬+১৪+৬) - ৩২ = ৪ জন] উত্তর: ক

ক. ৩ জন খ. ৪ জন গ. ৫ জন ঘ. ৭ জন

২১. ৫৩ জন লোকের মধ্যে ৩৬ জন ফুটবল খেলে এবং ১৮ জন ক্রিকেট খেলে এবং ১০ জন ফুটবল বা ক্রিকেট কোনটিই খেলে না। কত জন ফুটবল এবং ক্রিকেট উভয়টিই খেলে? *(তথ্য মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: ২০০১)*

ক. ৮ জন খ. ৯ জন গ. ১০ জন ঘ. ১১ জন উত্তর: গ

(৩. খ) উভয় বিষয়ে পাশ বের করা :

২২. কোন পরীক্ষায় ৬০% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে পাশ আবার ৭৫% গণিতে পাশ করেছে। কিন্তু ১৫% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাশ করেছে?

ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ উত্তর: গ

✍ **সমাধান:** (উভয় বিষয়ে ফেল, কিন্তু একক বিষয়গুলোতে পাশ দেয়া আছে, তাই এককগুলোকে ফেল বের করে হিসেব করতে হবে)
ইংরেজীতে পাশ = ৬০% সুতরাং ইংরেজীতে ফেল = (১০০-৬০)% = ৪০%
গণিতে পাশ = ৭৫% সুতরাং গণিতে ফেল = (১০০-৭৫)% = ২৫% আবার উভয় বিষয়ে ফেল = ১৫% দেয়া আছে।
সুতরাং মোট ফেল = (৪০+২৫-১৫)% = ৫০% [**Wrong Idea,** এখানে ৪০+২৫+১৫ যোগ করলে মারাত্মক ভুল হবে]
তাহলে উভয় বিষয়ে পাশ = (১০০ - ৫০) % = **৫০%** **উত্তর: ৫০%** [সূত্র দিয়ে নিজে করুন]

২৩. কোনো পরীক্ষায় ৫২% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং ৪২% পরীক্ষার্থী গণিতে ফেল করল। যদি উভয় বিষয়ে ১৭% ফেল করে থাকে, তবে কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাস করেছে? *(রেজিঃবেঃপ্রাথঃশিঃনিঃপরীঃ-১১)*

ক. ২৩ খ. ২৪ গ. ২৫ ঘ. ২৮ উত্তর: ক

✍ **সমাধান:** (সবার আগে উভয় বিষয়টা দেখুন, এখানে উভয় বিষয়ে ফেল দেয়া আছে, আবার একক বিষয়গুলোতেও ফেল ই দেয়া আছে। এই প্রশ্নে সবগুলোই একজাতীয় দেয়া থাকায় শুরুতে আলাদা করে বিয়োগ করার প্রয়োজন নেই। (না বুঝলে ভুল হবে)
এক বিষয়ে ফেল ৫২%, অন্য বিষয়ে ফেল ৪২% এবং উভয় বিষয়ে ১৭%
∴ মোট ফেল = (৫২+৪২-১৭)% = ৭৭% সুতরাং উভয় বিষয়ে পাশ = (১০০-৭৭)% = **২৩%** উত্তর: ২৩%

নিজে করুন:

২৪. কোনো পরীক্ষায় ২০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৩০% ইংরেজীতে ফেল করে। উভয় বিষয়ে ১৩% পরীক্ষার্থী ফেল করলে কতজন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাশ করলো? *[সহ শিক্ষা-প্রাথমিক বিদ্যালয়-২০০৬]* [**Hints:** {১০০-(২০+৩০-১৩)} % = ৬৩%]

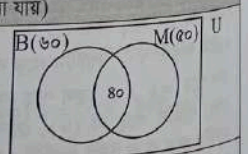
ক. ৫০ খ. ৫৭% গ. ৬৩% ঘ. ৬৭% উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৪ : U বা সর্বমোট সংখ্যা বের করা

২৫. কোন পরীক্ষায় বাংলায় ৬০% এবং গণিতে ৫০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৪০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়ে থাকে এবং উভয় বিষয়ে মোট ৬০ জন ফেল করে থাকে, তবে মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত? *(২১ তম বিসিএস লিখিত)*

✍ **লিখিত সমাধান:** (সূত্র দিয়ে লিখিত সমাধান, আবার ভেনচিত্র থেকেও সংখ্যার হিসেব করা যায়)

ধরি, মোট শিক্ষার্থী = n(U) = ১০০%, বাংলায় কৃতকার্য = n(B) = ৬০%
গণিতে কৃতকার্য = n(M) = ৫০%, উভয় বিষয়ে কৃতকার্য = n(B∩M) = ৪০%
এখন, n(U) = n(B) + n(M) - n(B∩M) + None
⇒100% = 60% + 50% - 40% + None
⇒100% = 70% + None ∴None = 30%



সুতরাং উভয় বিষয়ে ফেল = ৩০% = ৬০ হলে মোট ১০০% = $\frac{৬০\times১০০}{৩০}$ = ২০০

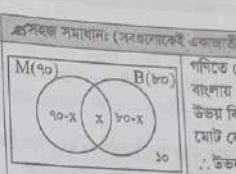
শর্টকাট: [১০০-(৬০+৫০-৪০) = ৩০% = ৬০ হলে ১০০% = ২০০

২৬. কোন বিদ্যালয়ে একটি পরীক্ষায় ৭০% শিক্ষার্থী গণিতে এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাস করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩৬০ জন শিক্ষার্থী পাস করে থাকে, তবে ঐ বিদ্যালয়ে কত জন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে? *[৩২ তম বিশেষ বিসিএস (লিখিত)]*

✍ **লিখিত সমাধান:** (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে)

ধরি, উভয় বিষয়ে পাশ করেছে = x%
∴মোট পাশ করেছে = (১০০-১০)% = ৯০%
ভেনচিত্র থেকে, (৭০-x)%+ x%+(৮০-x%)= ৯০%
⇒ ৭০% - x% + ৮০% = ৯০%
∴x% = ১৫০%-৯০% = ৬০%
প্রশ্নমতে, ৬০% =৩৬০ ∴১০০% = $\frac{৩৬০\times১০০}{৬০}$ =৬০০

✍ **সহজ সমাধান:** (সবগুলোকেই একজাতীয় অর্থাৎ ফেল বানিয়ে হিসেব)



গণিতে ফেল = ১০০-৭০ = ৩০
বাংলায় ফেল = ১০০-৮০ = ২০
উভয় বিষয়ে ফেল = ১০
মোট ফেল = (৩০+২০-১০) = ৪০
∴উভয় বিষয়ে পাশ=১০০-৪০= ৬০
৬০% = ৩৬০ হলে ১০০% = ৬০০
১লাইনে, (৭০+৮০+১০)-১০০ = ৬০% = ৩৬০ ∴১০০% = ৬০০

এক লাইনের ব্যাখ্যা: দুটা পূর্ণ বৃত্তের ৭০% ও ৮০% এর সাথে বৃত্তের বাইরের ১০% যোগ করলে পুরো আয়তক্ষেত্র ১০০% এর থেকে শুধুমাত্র দু বৃত্তের মাঝের উভয় বিষয়ে অংশটা ১ বার অতিরিক্ত যোগ হয়। তাই ১০০% বিয়োগ দিলে সরাসরি তা বের হয়।

২৭. কোনো স্কুলে ৭০% শিক্ষার্থী ইংরেজী এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। কিন্তু ১০% উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩০০ জন শিক্ষার্থী পাশ করে থাকে তবে ঐ স্কুলে কতজন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে? *[প্রাথমিক বিদ্যালয়ের সহকারী শিক্ষক-২০০৯]* [**Hints:** {(৭০+৮০+১০)-১০০}% = ৬০% = ৩০০ ∴১০০% = ৫০০]

ক. ৬০০ খ. ৪০০ গ. ৫০০ ঘ. ৫৬০ উত্তর: গ

২৮. একটি পরীক্ষায় ৮৫% পরীক্ষার্থী ইসলামিয়াতে এবং ৮০% পরীক্ষার্থী পৌরনীতিতে কৃতকার্য হলো। যদি ৫% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করে থাকে এবং দুই বিষয়ে ২৮০ জন পাস করে থাকে, তবে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

ক. ১০০ জন খ. ২০০ জন গ. ৩০০ জন ঘ. ৪০০ জন উত্তর: ঘ

[**Hints:** আগেরটার মত অথবা, {১০০-(১৫+২০-৫) }% = ৩০% ফেল তাহলে পাশ ৭০% = ২৮০ সুতরাং ১০০% = ৪০০]

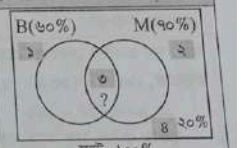
একটু ভিন্ন লেজুড় লাগানো: (এই প্রশ্নটা থেকে বোঝার চেষ্টা করুন যে একই অংক ঘুরিয়ে আসতে পারে)

২৯. একটি স্কুলের ৬০% ছাত্র বাংলায় ও ৭০% ছাত্র গণিতে পাস করে। ২০% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করলে এবং ২৫০ জন ছাত্র উভয় বিষয়ে পাশ করলে মোট কত জন ছাত্র শুধু বাংলায় ফেল করেছে? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এসিস্টেন্ট/উপসহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]*

ক. ২০০ জন খ. ১০০ জন গ. ৪০০ জন ঘ. ৫০০ জন উত্তর: খ

✍ **সমাধান:** (এখানে একটা সুন্দর কনসেপ্ট ক্লিয়ার করে নিন।) (আর লিখিত নিয়মে আগের অংকগুলোর মত করে করুন)

ভেনচিত্রটি দেখুন: এ ধরণের অংকগুলোতে সিলভার বক্সের মত ৪ ধরণের লোক থাকে।
তাহলে (১+২+৩+৪) গ্রুপ = ১০০% আবার,
প্রশ্নানুসারে বাংলা + গণিত = ৬০%+৭০% = ১৩০% হলো = (১+২+৩) গ্রুপ ।
এখন, ১৩০%+২০% = ১৫০% = (১+২+৩+৩+৪) = কিন্তু মোট ছাত্র তো ১০০% ।
তাহলে অতিরিক্ত = ১৫০% - ১০০% = ৫০% ই হলো মাঝের ৩ নং গ্রুপের লোক যার নাম উভয় বিষয়ে পাশ। এই বিষয়টা থেকেই শর্টকাট বের হয়
উভয় বিষয়ে পাশ, = (৬০+৭০+২০)% - ১০০% = ৫০%
এখন বাংলায় ফেল = ১০০-৬০ = ৪০% আবার উভয় ফেল = ২০% থেকে শুধু বাংলায় ফেল = ৪০% - ২০% = ২০% । সুতরাং ৫০% = ২৫০ জন হলে ২০% = ১০০ জন।



মোট : ১০০%

মুখস্থ শর্টকাটের থেকে বুঝে বুঝে শর্টকাট শিখলে ভুলে যাবেন না। শর্টকাটের লজিকগুলো দেখুন

পদ্ধতি-০৫ : উভয়টি করে বা করে না এরকম কেউ না থাকলে

একটি ক্লাসে ১০ জন ছাত্র আছে যাদের ৪ জন ক্রিকেট খেলে এবং ৩ জন ফুটবল খেলে। এবং ঐ ক্লাসে ক্রিকেট ও ফুটবল উভয়টিই খেলতে পারে এরকম কেউ নেই। তাহলে বুঝতে হবে ক্রিকেটার ৪ জন ভিন্ন ছাত্র এবং ফুটবলার ৩ জন ভিন্ন, এদের মধ্যে দুটি খেলাই পারে এমন কেউ নেই, তাই এবার বিয়োগ করারও কোন প্রয়োজন নেই। অর্থাৎ মোট ৩ গ্রুপের লোক আছে। তাহলে অন্তত একটি খেলা খেলে = ৪+৩ = ৭ জন। সুতরাং একটি খেলাও খেলতে পারে না = ১০-৭ = ৩ জন।

৩০. ৪০০ জন লোকের একটি দলে ৩৭৫ জন ইংরেজি ও ২০০ জন বাংলায় কথা বলতে পারে। উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে এমন লোকসংখ্যা কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ২৫ খ. ৭৫ গ. ১৭৫ ঘ. ২০০ উত্তর: গ

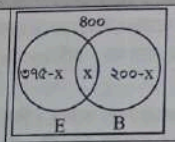
সমাধান: (ভেনচিত্রের মাধ্যমে)

পাশের ভেনচিত্র থেকে পাই,

৩৭৫-x+x+২০০-x = ৪০০

⇒ ৫৭৫-x = ৪০০

∴ x = ৫৭৫-৪০০ = **১৭৫**



শর্টকাট সমাধান: (বুদ্ধে গেলে মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

যেহেতু উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে না এমন কেউ ই নাই। তাহলে সবাই বৃত্তের ভেতরের লোক = ৪০০ জন হতে হবে। এখানে, ৩৭৫ ও ২০০ জনের যোগফল ৪০০ থেকে যত বেশি তা ই উত্তর। সুতরাং উত্তর: (৩৭৫+২০০)-৪০০ = ১৭৫ জন।

নিজে করুন:

৩১. ৪০০ জন লোকের একটি দলে ২৬০ জন ইংরেজিতে এবং ১৮০ জন বাংলায় কথা বলতে পারে। তাহলে কতজন উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে? *[পোষ্ট মাষ্টার জেনারেল (পূর্বাঞ্চল, চট্টগ্রাম)-এর কার্যালয়ের অধীন পোষ্টাল অপারেটর- ২০১৬]*

ক. ১২০ খ. ৪০ গ. ৮০ ঘ. ১৪০ উত্তর: ঘ

[Hints: ইংরেজী + বাংলা কথা বলতে পারে = ২৬০+১৮০ = ৪৪০ জন। কিন্তু মোট লোক ৪০০ তাই অতিরিক্ত ৪০ জনই উভয় **]**

৩২. একটি স্কুলে ৬০০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে প্রত্যেকে হয় ইংরেজি বা বাংলা অথবা উভয় বিষয় নিয়েছিল। যদি ৭৫% ইংরেজি এবং ৪৫% বাংলা নেয়, তবে কতজন উভয় বিষয় নিয়েছিল? *[RAKUB- (off)-2015]*

ক. ২০০ খ. ৬০ গ. ৮০ ঘ. ১২০ উত্তর: ঘ

[Hints: মোট= ১০০%। ইংরেজী+ বাংলা মিলে অতিরিক্ত = ৭৫+৪৫ = (১২০-১০০)% = ২০% উত্তর: ৬০০ এর ২০% = ১২০ জন**]**

একটু ভিন্ন (মনযোগ দিয়ে পড়ুন)

৩৩. ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের ৯০% ছাত্র বাস ব্যবহার করে, ১৫% ছাত্র রাইড শেয়ারিং ব্যবহার করে এবং প্রত্যেক ছাত্র বাস অথবা রাইড শেয়ারিং অথবা দুটোই ব্যবহার করে। রাইড শেয়ারিং ব্যবহার করা ছাত্রদের কত শতাংশ বাস ব্যবহার করে ? *[CGD: (Auditor)-2019]*

ক. ১০% খ. ৩০% গ. ৩৩.৩৩% ঘ. ৫% উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

ধরি, বাস ও রাইড শেয়ারিং উভয় ব্যবহার করে = x% ছাত্র

প্রশ্নমতে, (৯০-x)+(১৫-x)+x = ১০০ (যেহেতু সবাই মিলে মোট ১০০%)

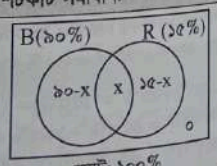
⇒ ৯০-x+১৫ = ১০০ ⇒ ১০৫-১০০ = x ∴ x = ৫

সুতরাং ৫ জন ছাত্র আছে যারা বাস এবং রাইড শেয়ারিং উভয়টিই ব্যবহার করে আবার রাইড শেয়ারিং ব্যবহার করে = ১৫ জন।

সুতরাং রাইড শেয়ারিং করা ১৫ জনের মধ্যে ৫ জন আছে যারা বাস ও ব্যবহার করে

∴ শতকরা হার = $\frac{৫ \times ১০০}{১৫}$% = **৩৩.৩৩%**

শর্টকাট সমাধান:



মোট: ১০০%

অংকটি টার্নিং পয়েন্ট প্রশ্নের শেষের লাইনটি না বুঝে শুধু ৫% উত্তর দিলে ভুল হবে

মনে রাখুন : প্রত্যেকে বাস অথবা রাইড শেয়ারিং অথবা দুটোই ব্যবহার করে অর্থ অন্য কোন কিছু ব্যবহার করে এমন কেউ নেই

৩৪. কোন পরীক্ষায় ৮০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৯০% পরীক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। উভয় বিষয়ে কেউ ফেল করেনি এবং উভয় বিষয়ে পাশ করেছে ৩৫০ জন। ঐ পরীক্ষার কতজন পরীক্ষার্থী ছিল?

ক. ২০০ খ. ৩০০ গ. ৪০০ ঘ. ৫০০ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: (সূত্র দিয়ে)

ধরি, সর্বমোট শিক্ষার্থী = n(M∪B)= ১০০% (ফেল নাই)

গণিতে পাশ=n(M)= ৮০%,বাংলায় পাশ=n(B) = ৯০%

এবং উভয় বিষয়ে পাশ = n (M∩B) = ?

আমরা জানি, n(M∪B) = n(M)+ n(B)-n(M∩B)

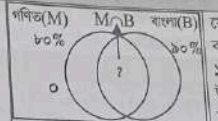
⇒১০০% = ৮০%+৯০%- n(M∩B)

∴ n(M∩B) = ১৭০%-১০০% = ৭০%(এটাই শর্টকাট)

সুতরাং উভয় বিষয়ে পাশ ৭০% = ৩৫০ জন হলে

মোট পরীক্ষার্থী ১০০% = $\frac{৩৫০ \times ১০০}{৭০}$ = ৫০০ জন।

বিকল্প সমাধান :



মোট = (M∪B) = ১০০%

যেহেতু উভয় বিষয়ে কেউ ফেল করেনি তাই(৮০+৯০)% = ১৭০% এর অতিরিক্ত ৭০% = উভয় বিষয়ে পাশ।

তাই ৭০% = ৩৫০ হলে ১০০% = ৫০০ জন।

সুপার শর্টকাট:

এক লাইনে: =(৮০+৯০)-১০০= ৭০%= ৩৫০ ∴১০০%= ৫০০

(MCQ পরীক্ষায় এভাবে করবেন, কিন্তু আগে বুঝবেন তারপর)

নিজে করুন: (লিখিত সমাধান করার জন্য উপরের নিয়মে নিজে করুন)

৩৫. কোনো পরীক্ষায় ৯০% পরীক্ষার্থী ইতিহাসে এবং ৮৫% পরীক্ষার্থী ভূগোলে কৃতকার্য হলো। যদি উভয় বিষয়ে কেউ ফেল না করে, এবং উভয় বিষয়ে ২২৫ জন পাশ করে থাকে, তবে ঐ পরীক্ষায় কতজন পরীক্ষার্থী অংশগ্রহণ করেছিল? *(২৮তম বিসিএস লিখিত)*

[Hints: (৯০+৮৫) = ১৭৫ এর মধ্যে অতিরিক্ত ৭৫% = ২২৫ হলে ১০০% = ৩০০ **]**

পদ্ধতি-০৬ : তিনটি বৃত্ত সম্পর্কিত ভেনচিত্রের প্রশ্ন

মূল সূত্র:

যদি none না থাকে:

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

যদি none থাকে

$U = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) + none$

সূত্রের কার নাম চিত্রে কি তা বোঝার জন্য ব্যাখ্যাটি পড়ুন :

পাশের চিত্রটি দেখুন:

সর্বমোট = $n(A \cup B \cup C) = I$

(যদি সবাই অন্তত এক বিষয়ে পাশ বা বৃত্তের ভেতরের সবাইকে বোঝায়)

কিন্তু যদি বৃত্তের বাইরেও কেউ থাকে তখন সর্বমোট = n(U) = I

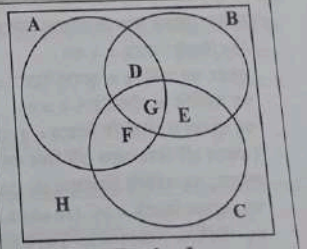
অর্থাৎ = $n(U) = n(A \cup B \cup C) + n(A \cup B \cup C)'$

এক বিষয়ে পাশ, n(A) = A, n(B) = B, n(C) = C

২ বিষয়ে পাশ = $n(A \cap B) = D$, $n(B \cap C) = E$ এবং $n(C \cap A) = F$

তিন বিষয়েই পাশ = $n(A \cap B \cap C) = G$

কোন বিষয়ে পাশ করে নি বা সব বিষয়ে ফেল = $n(A \cup B \cup C)' = H$



Total = I

📖 তিনটি দল দেয়া থাকলে নিচের নিয়মে চিত্র এঁকে করতে হয়: (এগুলো লিখিত পরীক্ষায় মাঝে মাঝে আসে)

৩৬. সম্প্রতি প্রথম আলো একটি জরিপ চালিয়ে বোঝার চেষ্টা করে যে তাদের পাঠকদের মধ্যে কতজন একুশে টিভি, এটিএন ও সময় টিভি দেখেন অথবা এই তিনটির কোনটিই দেখেন না। জরিপে দেখা যায় যে ৫৯% মানুষ একুশে টিভি, ৪৮% এটিএন ও ৪৬% সময় টিভি দেখেন। ২৯% একুশে টিভি ও এটিএন, ২০% এটিএন ও সময় টিভি এবং ৩০% একুশে টিভি ও সময় টিভি দেখেন। ৯% মানুষ এই তিনটি চ্যানেলই দেখেন। জরিপে অংশ নেয়া শতকরা কতজন মানুষ এই তিনটি টিভির কোনটিই দেখেন না? *[সাধারণ বীমা (কর্পোরেশন অপারেটর): ২০২০]*

✍ লিখিত সমাধান:

ধরি, $n(U) = ১০০\%$, $n(E) = ৫৯\%$, $n(A) = ৪৮\%$, $n(S) = ৪৬\%$

দুটি দেখে $n(E\cap A) = ২৯\%$, $n(A\cap S) = ২০\%$, $n(E\cap S) = ৩০\%$

তিনটিই দেখে $= n(E\cap A\cap S) = ৯\%$ সুতরাং সূত্র প্রয়োগ করে পাই।

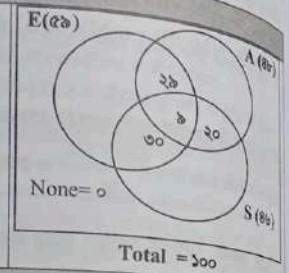
$n(E\cup A\cup S) = n(E)+n(A)+n(S)- n(E\cap A)$

$- n(A\cap S) - n(E\cap S) + (E\cap A\cap S)$

$= ৫৯\% + ৪৮\% + ৪৬\% - ২৯\% - ২০\% - ৩০\% + ৯\% = ৮৩\%$

তাহলে তিনটি টিভির কোনোটিই দেখেন না

$n(E\cup A\cup S)' = n(T) - n(E\cup A\cup S) = ১০০\% - ৮৩\% = ১৭\%$



✍ শর্টকাট: **Total Number = all single - all double+ all triples+ none** (MCQ তে এভাবে করবেন)

$১০০ = ৫৯ + ৪৮ + ৪৬ - ২৯ - ২০ - ৩০ + ৯$+ **none** সুতরাং **none** $= ১০০ - ৮৩ = ১৭$ উত্তর: ১৭%

৩৭. ৭০ জন শিক্ষার্থী গণিতে, পদার্থবিদ্যা ও রসায়ন অধ্যয়ন করে তার মধ্যে, ৩৫ জন পদার্থবিদ্যা, ৪০ জন শিক্ষার্থী গণিতে এবং ৩০ জন রসায়ন অধ্যয়ন করে। ১৫জন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই অধ্যয়ন করে। কতজন শিক্ষার্থী কেবল দুইটি বিষয় অধ্যয়ন করে?

✍ সমাধান: ভেনচিত্র থেকে

তিনটি বিষয়েই অধ্যয়ন করে ১৫ জন সবগুলো থেকে বাদ দিলে

শুধু পদার্থ = ৩৫-১৫ = ২০ জন

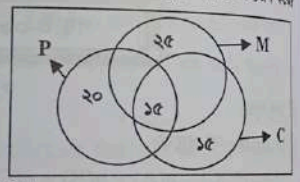
শুধু গণিত = ৪০-১৫ = ২৫ জন

শুধু রসায়ন = ৩০-১৫ = ১৫ জন

৩ টিতেই অধ্যয়ন করে = ১৫ জন

হয় শুধু ১ টি অথবা তিনটি বিষয়েই অধ্যয়ন করে = ২০+২৫+১৫+১৫ = ৭৫ জন।

তাহলে কেবল দুটি বিষয়ে অধ্যয়ন করে = ৭৫-৭০ = ৫ জন।



উত্তর: ৫ জন।

৩৮. কোন শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১৯ জন অর্থনীতি, ১৭ জন ভূগোল, ১১ জন পৌরনীতি, ১২ জন অর্থনীতি ও ভূগোল, ৭ জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি, ৫ জন ভূগোল ও পৌরনীতি এবং ২ জন সবগুলো বিষয় নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী কোনটিই নেয়নি?

ক.৭ খ.৯ গ.৫ ঘ.৩ উত্তর: গ

✍ সমাধান (চিত্রের সাথে সংখ্যাগুলো মিলিয়ে নিন)

তিন বিষয়ই নিয়েছে = ২ জন।

সুতরাং শুধু অর্থনীতি ও ভূগোল নিয়েছে = ১২-২ = ১০ জন।

শুধু অর্থনীতি ও পৌরনীতি ৭-২ = ৫

শুধু ভূগোল ও পৌরনীতি নিয়েছে = ৫-২ = ৩ জন।

(এভাবে ২টি বিষয় থেকে ৩টি বিষয় বাদ দিতে হয়।)

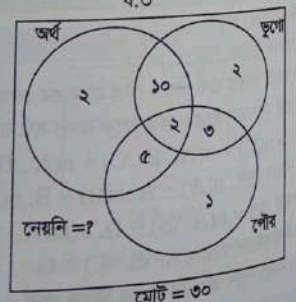
তাহলে, শুধু অর্থনীতি নিয়েছে = ১৯-(১০+২+৫) = ১৯-১৭ = ২ জন।

শুধু, ভূগোল নিয়েছে = ১৭- (১০+২+৩) = ১৭-১৫ = ২ জন।

শুধু পৌরনীতি নিয়েছে = ১১- (৩+২+৫) = ১১-১০ = ১ জন।

তাহলে অন্তত একটি বিষয়ে নিয়েছে = বৃত্তের ভেতরের সবাই

= (২+১০+২+৫+২+৩+১) = ২৫ জন। সুতরাং কোন বিষয় ই নেয় নি = (৩০-২৫) = ৫ জন। উত্তর: ৫ জন।



✍ বিকল্প শর্টকাট সমাধান: নিচের সূত্রটি দিয়ে এক লাইনে উপরের সবগুলো কাজ করা যায়

সূত্র: **Total Number = all single - all double+ all triples+ none** [এই সূত্র দিয়েই এ ধরণের সব অংক হয়]

$\Rightarrow ৩০ = (১৯+১৭+১১)-(১২+৭+৫)+২ +$ none $\Rightarrow ৩০ = ৪৭-২৪+২ +$ none $\therefore$ none $= ৩০-২৫ = ৫$ জন।

৩৯. ৬০ জন পরীক্ষার্থীর একটি ক্লাসে ২০ জন গণিত, ২৫ জন ইংরেজী ও ৩০ জন বিজ্ঞান পছন্দ করে। ৫ জন গণিত ও ইংরেজী, ৭ জন গণিত ও বিজ্ঞান, ৮ জন ইংরেজী ও বিজ্ঞান পছন্দ করে ও ৩ জন কোনটিই পছন্দ করে না। কতজন শিক্ষার্থী তিনটি বিষয়ই পছন্দ করে? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ(সহকারী পরিচালক)-২০২০]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: ক

✍ সমাধান: Total = singles – doubles + triples + none (বাংলা থেকে ইংরেজীতে সহজ তাই ইংরেজীতে সূত্র)

$\Rightarrow ৬০ = (২০+২৫+৩০)-(৫+৭+৮) +$ triples $+ ৩$

$\Rightarrow ৬০ = ৭৫- ২০ + ৩ +$ triples $\therefore$ triples $= ৬০-৫৮ = ২$ **(Ans:)**

৪০. একটি পরীক্ষায় একটি সেন্টার থেকে অংশগ্রহণকারী মোট ১৫০ জন ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে ৪৫ জন একাউন্টিং এ ৫০ জন ম্যাথে এবং ৬০ জন ইংরেজীতে ফেল করে। আবার একাউন্টিং এবং ম্যাথ উভয় বিষয়ে ফেল করেছে ৩০ জন, ম্যাথ এবং ইংরেজী উভয় বিষয়ে ৩২ জন এবং একাউন্টিং এবং ইংরেজী উভয় বিষয়ে ৩৫ জন ফেল করেছে। যদি ২৫ জন সবগুলো বিষয়েই ফেল করে থাকে তাহলে কতজন ছাত্র-ছাত্রী অন্তত একটি বিষয়ে ফেল করেছে?

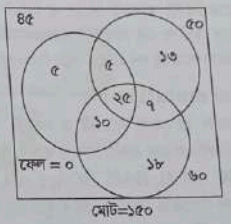
✍ সমাধান: (বৃত্তের ভেতরের সবাই হলো অন্তত এক বিষয়ে ফেল)

পাশের চিত্রের সবগুলো সংখ্যা যোগ করে পাওয়া যায়,

৫+৫+২৫+১০+১৮+৭+১৩ = ৮৩ উত্তর: ৮৩।

সংখ্যাগুলোর নাম ও কিভাবে বের হলো তা লিখিতভাবে বুঝিয়ে দিলেই লিখিত হয়ে যাবে। (উপরের এরকম প্রশ্ন দেখে মিলিয়ে নিন।)

চিত্রটি আঁকার সময় সর্বপ্রথমে সবগুলো বিষয়ে ফেল ২৫ জনকে মাঝে রেখে অন্যগুলো বিয়োগ করে বের করতে হবে।



📝 নিজে করুন: { সূত্র প্রয়োগ করে নিজে করার চেষ্টা করুন }

৪১. সর্বমোট ৬০ জন ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে ২৩ জন বাংলায়, ৩৩ জন গণিতে এবং ২২ জন ইংরেজীতে ফেল করে। ১২ জন বাংলা ও গণিতে, ৭ জন ইংরেজী ও বাংলায় এবং ৮ জন ইংরেজী এবং গণিতে ফেল করে। যদি সবগুলো বিষয়ে মোট ৫ জন ফেল করে থাকে তাহলে কতজন সব বিষয়ে পাশ করেছে?

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: গ

[**Hints:** Total = Single – doubles + triples + none

$\Rightarrow ৬০ = (২৩+৩৩+২২) - (১২+৭+৮) + ৫ +$ none $\Rightarrow ৬০ = ৮৩-২৭+$ none $\therefore$ none $= ৮৭-৮৩ = ৪$ জন]

৪২. একটি বিমানবন্দরে পরিচালিত জরিপে দেখা গেল যে, ৫৫ জন যাত্রী গত বছর ভারতে গিয়েছিল, ৫৩ জন নেপালে এবং ৭৯ জন ভুটানে গিয়েছিল। ১৮ জন ভারত এবং নেপালে, ১৭ জন ভারত এবং ভুটানে, ২৫ জন নেপাল এবং ভুটানে গিয়েছিল এবং ১০ জন তিনটি দেশেই গিয়েছিল। ঐ বিমানে কতজন যাত্রী ছিল? উত্তর: ১৩৭ জন।

ক. ১৩২ খ. ২৩৫ গ. ১৩৭ ঘ. ৯৭ উত্তর: গ

[**Hints:** Total = Single – doubles + triples + none

$= (৫৫+৫৩+৭৯)-(১৮+১৭+২৫)+১০+০ = ১৮৭-৬০+১০ = ১৩৭$]

Venn Diagram এর উপর Khairul Alam স্যারের চমৎকার কয়েকটি ভিডিও ক্লাস দেখতে ইউটিউবে সার্চ দিন Venn Diagram by Khairul Alam লিখে।

বিন্যাস

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	বিন্যাসের গুণন বিধি	পদ্ধতি-০৬	বিভিন্ন শর্ত প্রয়োগে বিন্যাস
পদ্ধতি-০২	বিন্যাসের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৭	বিভিন্ন সংখ্যা গঠন
পদ্ধতি-০৩	ভিন্ন ভিন্ন উপাদানের বিন্যাস	পদ্ধতি-০৮	বৃত্তাকার বা চক্রাকার বিন্যাস
পদ্ধতি-০৪	একই উপাদান পুনরাবৃত্তি হলে বিন্যাস	পদ্ধতি-০৯	বিন্যাসের বিবিধ
পদ্ধতি-০৫	কিছু উপাদান একত্রে রেখে বা না রেখে বিন্যাস		
Practice Part		**Model Test**	

প্রাথমিক আলোচনা:

যে কোন ধরনের এলোমেলো কোন কিছুকে সুন্দরভাবে সাজানোর পদ্ধতিকে বিন্যাস বলে। বিন্যাসের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার হচ্ছে নির্দিষ্ট কয়েকটি সংখ্যা বা ডিজিট ব্যবহার করে অসংখ্য নতুন নতুন নাম্বার তৈরী করা। এখানে খুব সহজভাবে বাস্তবের সাথে মিলিয়ে এই অধ্যায়টি এমনভাবে আলোচনা করা হয়েছে, যে কেউ শেষ পর্যন্ত বুঝে বুঝে পড়লে আশা করি নিজে থেকেই বিন্যাস সংক্রান্ত সব প্রশ্নের উত্তর দিতে পারবেন। পূর্ণ মনযোগ দিয়ে সম্পূর্ণ অধ্যায়টি পড়ার চেষ্টা করুন।

Permutation কি?

কতগুলি বস্তু থেকে কয়েকটি বা সবকটি অথবা নির্দিষ্ট কয়েকটি প্রতিবারে নিয়ে যত ভাবে বিন্যস্ত করা বা সাজানো যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে। **উদাহরণ:** মনে করি A, B, C, তিনটি বর্ণ। একসাথে সবকটি বর্ণ নিয়ে সাজানো যায়। ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA মোট ৬ ভাবে। যাদের প্রতিটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

সুতরাং উপরোক্ত উদাহরণ থেকে বুঝা যায় সবকটি ঘটনাই এক একটি বিন্যাস বা সাজানোর ব্যবস্থা তাহলে মোট সাজানোর ব্যবস্থা হলো ৬ টি।

উদাহরণ: মনে করি A,B,C তিনটি বর্ণ। একসাথে দুইটি বর্ণ করে নিয়ে সাজানো যায়। AB, BA, AC, CA, BC, CB।

বাস্তবে প্রয়োগ: ছাত্র-ছাত্রীদের রোল নম্বর, গাড়ীর লাইসেন্স, মোবাইল নম্বর, ভোটার আইডি কার্ডের নম্বর ০ থেকে ৯ পর্যন্ত ১০ টি ডিজিট নিয়েই কোটি কোটি সংখ্যা বানানো হয়, যার একটি সাথে অন্য কোনটির মিল নেই। এগুলো সবগুলোই বিন্যাসের নিয়ম অনুসারে তৈরী করা হয়।

বিন্যাসের সূত্র

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে মোট সাজানোর ব্যাবস্থা বের করার সূত্র হলো:

$$^{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$ যেখানে, $n \geq r$ এখানে, $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots$

☞ n = মোট উপাদান এবং r = মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।

সূত্রের ব্যাখ্যা: এখানে n! অর্থ হলো n এর সাথে তার নিচের সকল ক্রমিক সংখ্যার গুণফল। যেমন:

ধরি n এর মান 5 এবং r এর মান 2। তাহলে মানগুলো বসিয়ে সুত্রটি নিম্নোক্ত নিয়মে ব্যবহার করতে হবে,

$$^{5}P_{2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1} = 20$$ অথবা $\frac{5!}{3!} = \frac{5\times4\times3!}{3!} = 5\times4 = 20$

[এভাবে যেপাশে বড় সংখ্যা থাকবে সেপাশে ছোট সংখ্যা পর্যন্ত মিলিয়ে দিলে দ্রুত উত্তর বের করা যাবে]

Factorial কী ও কেন? [Factorial কে প্রকাশ করা হয় (!) অথবা ___ চিহ্ন দিয়ে]

Factorial (!) হচ্ছে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণন বিধি যা ১ করে কমে ক্রমান্বয়ে গুণ হয়ে ১ পর্যন্ত হবে।
যেমন, ২! = ২×১, ৩! = ৩×২×১, ৪! = ৪×৩×২×১ এবং ৫! = (৫×৪×৩×২×১) = ১২০; ইত্যাদি।

অবশ্যই মনে রাখুন: 0! = 1 (কারণ বড় সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়ালকে ঐ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে তার আগের সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়াল আসে। যেমন: ৬! = ৭২০ তাই ৭২০÷৬ = ১২০ হলো ৫! এর মান। তাই ১! = ১ এর ১ কে ১ দিয়ে ভাগ করলে আবার ১ ই হয় যা ১ এর পূর্ববর্তী সংখ্যা ০! এর মান। সুতরাং ০! = ১ লিখা হয়।)

এখানে 1 করে কমে যায় কেন?

ধরুন, আপনার হাতে তিনটি হ্যাঙ্গার আছে। যেখানে আপনি তিনটি ভিন্ন শার্ট সাজিয়ে রাখবেন।
প্রথম হ্যাঙ্গারটিতে তিনটি শার্টের যে কোন একটি ঝোলানো যাবে ৩ ভাবে, অর্থাৎ এখানে অপশন আছে ৩টি।
দ্বিতীয় হ্যাঙ্গারটিতে অবশিষ্ট দুটি শার্টের মধ্য থেকে একটিকে ঝোলানোর অপশন আছে দুটি অর্থাৎ দুভাবে।
(কারণ আগে একটি চলে গেছে)
সর্বশেষ হ্যাঙ্গারটিতে মাত্র একটি শার্ট একভাবেই ঝোলানোর উপায় আছে।
অর্থাৎ একটি করে নেয়ার পর একটি করে অপশন কমতে থাকে বলে এই নিয়মটি লিখতে হয় ৩×২×১ = ৬ ভাবে।
যাকে ফ্যাক্টোরিয়াল আকারে লিখলে লিখতে হবে 3!

বিন্যাসের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-১: বিন্যাসের গুণন বিধি

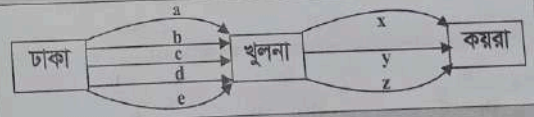
কিছু প্রশ্ন আছে যেগুলো বিন্যাসের সূত্র ছাড়াই মুখে মুখে করা যায়। যেমন:

১. **ঢাকা হতে খুলনা যাবার পথ 5 টি এবং খুলনা হতে কয়রা যাবার পথ 3টি হলে, আপনি কত উপায়ে ঢাকা হতে কয়রা যেতে পারবেন?** *[জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা-২০১৬]*

a. 10 উপায়ে b. 15 উপায়ে c. 20 উপায়ে d. 35 উপায়ে Ans: b

সমাধান:

শর্টকাটে:
মোট উপায় = 5 × 3 = 15 উপায়ে
উত্তর: 15 টি উপায়।



কেন গুণ হয় তার বিস্তারিত ব্যাখ্যা:

চিত্রটি দেখুন: ঢাকা হতে খুলনা যাওয়ার ৫টি পথের নাম a, b, c, d এবং e আবার খুলনা থেকে কয়রা যাওয়ার পথগুলোর নাম x, y, z ধরলে, ঢাকা থেকে খুলনা হয়ে কয়রা যাওয়ার পথগুলোর নাম হবে, a হয়ে ৩টি = ax, ay, az আবার b হয়ে যাওয়ার ৩টি পথ = bx, by, bz, এভাবে c, d এবং e প্রতিটির জন্য ৩টি করে পথ। তাহলে সবগুলো পথ যোগ করলে মোট পথ = ৩+৩+৩+৩+৩ = ১৫টি। এই ৫বার ৩ যোগ করার শর্টকাট ই হচ্ছে = ৫×৩ = ১৫ টি।

নিজে করুন:

২. **শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে যাওয়ার 3 টি ভিন্ন রাস্তা আছে, আবার ফার্মগেট থেকে বনানীর 4 টি ভিন্ন রাস্তা আছে। শাহবাগ থেকে ফার্মগেট হয়ে বনানী যাবার কয়টি ভিন্ন রাস্তা আছে?** *[SBL (PO) – 2013]*

a. 10 b. 12 c. 13 d. 14 Ans: b

৩. কালামের বাড়ি থেকে ডাকঘরে যাওয়ার 5 টি পথ আছে। সে কত ভাবে বাড়ি থেকে ডাকঘরে গিয়ে আবার বাড়িতে ফিরে আসতে পারবে? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের উপসহকারী প্রকৌশলী ও ড্রাফটম্যান-২০১৮]*

a. 6 b. 10 c. 25 d. 20 Ans: c

সমাধান: কালামের বাড়ি থেকে ডাকঘরে যাওয়ার 5 টি পথ আছে কিন্তু সে একটি রাস্তায় যাতায়াত করবে।
কালাম বাড়ি থেকে ডাকঘরে যাবে = 5 উপায়ে, আবার কালাম ডাকঘর থেকে বাড়ি ফিরে আসবে = 5 উপায়ে,
সুতরাং কালাম যাতায়াত করবে = (5×5) = **25 উপায়ে।**

৪. একটি শ্রেণিকক্ষে 3টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক কক্ষে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন?

a. 3 b. 6 c. 9 d. 12 Ans: c

সমাধান: যেহেতু তিনটি দিয়ে ঢুকবে তাহলে ঐ তিনিটির ভিন্ন ভিন্নটি দিয়ে বের হতে পারবে এবং ঢোকার সময় ও ভিন্ন ভিন্ন দরজা দিয়ে ঢুকবে। তাই মোট = 3×3 = 9 ভাবে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন।

৫. ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে 5 টি ট্রেন যায় ও 5 টি ট্রেন আসে। একটি লোক এক ট্রেনে ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে যেয়ে অপর এক ট্রেনে ঢাকা ফিরে আসতে পারবে? *[জাতীয় সংসদ সচিবালয়ের সহ: সচিব-১৯৯৬]*

a. 40 প্রকারে b. 20 প্রকারে c. 8 প্রকারে d. 50 প্রকারে Ans: b

সমাধান: যে ট্রেনে যাবে সেই ট্রেনটি ছাড়া অন্য ট্রেনগুলোতে ফিরতে হবে। ১ম ট্রেনে গিয়ে ফিরতে পারবে = (5-1) = 4 প্রকারে।
∴ 5 টি ট্রেনে গিয়ে ফিরতে পারবে = (5×4) = 20 প্রকারে।

নিজে করুন:

৬. একটি শ্রেণিকক্ষে 3 টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক এক দরজা দিয়ে ঢুকে অন্য দরজা দিয়ে বের হতে পারেন?

a. 6 b. 8 c. 7 d. 5 Ans: a

পদ্ধতি-০২: বিন্যাসের সাধারণ প্রশ্ন

৭. $1! =$ এর মান কত? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল)-২০১১]*

a. 1 b. 0 c. 3 d. কোনোটিই নয় Ans: a

৮. $0!$ এর মান কত? *[নৌপরিবহন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৩]*

a. 1 b. 0 c. 2 d. α Ans: a

৯. $0!$ আর $1!$ এর মধ্যে কোনটি বড় ? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: কর্মকর্তা)-২০১৮]*

a. $0!$ b. $1!$ c. সমান d. কোনটিই নয় Ans: c

১০. ${}^nP_r =$ কত? *[পরিবেশ ও বন মন্ত্রণালয়ের রিসার্চ অফিসার-২০০৬]*

a. $\frac{n!}{(n-r)!}$ b. $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ c. $\frac{n!}{r!}$ d. $\frac{(n-r)!}{r!}$ Ans: a

১১. ${}^nP_4 = 6 \times {}^nP_3$ হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় কর।

a. 6 b. 9 c. 2 d. 8 Ans: b

সমাধান:

দেওয়া আছে, ${}^nP_4 = 6 \times {}^nP_3 \Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 6 \times n(n-1)(n-2) \Rightarrow n - 3 = 6 \;\; \therefore n = 9$ **(Ans)**

১২. $4 \times {}^nP_3 = 5 \times {}^{n-1}P_3$ হলে, n এর মান কত?

a. 5 b. 10 c. 30 d. 15 Ans: d

সমাধান: দেওয়া আছে, $4 \times {}^nP_3 = 5 \times {}^{n-1}P_3 \Rightarrow 4n(n-1)(n-2) = 5(n-1)(n-2)(n-3)$
$\Rightarrow 4n = 5(n-3) \Rightarrow 4n = 5n - 15 \;\; \therefore \mathbf{n = 15}$

পদ্ধতি-০৩: ভিন্ন ভিন্ন উপাদানের বিন্যাস

যখন সব উপাদান ভিন্ন তখন Permutation, দুটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। ১. এর উপাদান সংখ্যা ও ২. কতটি উপাদান নিতে হবে। এক্ষেত্রে উপাদান সংখ্যা n (মোট উপাদানকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়) এবং r সংখ্যক উপাদান নিতে হলে, বিন্যাস সংখ্যা ${}^nP_r$ যা ব্যাখ্যা করে দাঁড়ায় n, 1 করে কমে r ধাপ পর্যন্ত।

Permutation এর মূল সূত্র	ব্যাখ্যা:
${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ যখন, $n \geq r$ এখানে, $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots.$	এখানে n = মোট উপাদান এবং r = মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।

১৩. A, B, C প্রতিবারে তিনটি করে বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর।

a. 3 b. 6 c. 9 d. 12 Ans: b

সমাধান: মোট বর্ণ n = 3 আবার একসাথে নিতে হবে তিনটি বর্ণ এখানে r = 3

${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3\times2\times1}{1} = 6$ সরাসরি: $3! = \mathbf{6}$

১৪. A, B, C প্রতিবারে দুইটি বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর। [পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে]

a. 2 b. 3 c. 6 d. 24 Ans: c

সমাধান: এখানে মোট বর্ণ n = 3 আবার দু'টি করে বর্ণ একসাথে নিতে হবে। তাই r = 2

${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3\times2\times1}{1} = 6$ [অথবা সরাসরি, $3! = 3\times2\times1 = 6$]

Effective Shortcut: এরকম বিন্যাসের প্রশ্নগুলোতে যদি কখনো n এর মান এবং r এর মান সমান সমান হয় অথবা n এর মানের থেকে r এর মান ১ কম হয় তাহলে নিচে কোন কিছু না লিখে সরাসরি উপরে n! লিখে হিসেব করা যায়। কেননা নিচে 0! অথবা 1! = 1 হয় এবং নিচে 1 আসলে উপরের উত্তরটিই উত্তর হবে। যেমন: ${}^3P_3 = 3!$ এবং ${}^3P_2 = 3!$

6 জন বালক 3 আসনের একটি বেঞ্চে কতভাবে বসতে পারে?	3 জন বালক 6 আসনের একটি বেঞ্চে কতভাবে বসতে পারে?
উত্তর: ${}^6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!} = 120$	উত্তর: ${}^6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!} = 120$
Learning Point: লোক সংখ্যা মোট আসনের থেকে বেশি হলে n = লোক সংখ্যা এবং আসন সংখ্যা = r আবার, আসন সংখ্যা, লোক সংখ্যার থেকে বেশি হলে তখন n = আসন সংখ্যা এবং লোকসংখ্যা = r। অর্থাৎ যখন যেটা বেশি হবে তাকে n এর মান ধরে অন্যটিকে r ধরে হিসেব করতে হবে।	

১৫. PSC শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৯]*

a. 1 b. 2 c. 3 d. 6 Ans: d

সমাধান: (যখন কয়েকটি বর্ণ থেকে কতটি নিতে হবে বলা থাকবে না তখন বুঝতে হবে সবগুলোই নিয়ে সাজাতে হবে)
এখানে, PSC শব্দটিতে বর্ণ আছে = 3 টি আবার নিতেও হবে 3 টি। তাই সরাসরি উত্তর: $3! = = 3\times2\times1 = 6$

১৬. Mother শব্দটি হতে প্রতি ২টি করে অক্ষর নিয়ে কত উপায়ে সাজানো যায় ? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের (প্রবেশন অফিসার)-২০১৩*

a. 30 b. 40 c. 50 d. 60 Ans:

সমাধান: Mother শব্দটিতে মোট বর্ণ = ৬টি এবং প্রতিবার নিতে হবে = ২টি

সুতরাং মোট বিন্যাস হবে ${}^6P_2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = \frac{6\times5\times4!}{4!} = 6\times5 = \mathbf{30}$

১৭. A, B, C, D চারটি বর্ণ। বর্ণ চারটি হতে পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে তিনটি করে বর্ণ নিয়ে সাজানোর ব্যবস্থা নির্ণয় কর।

a. 12 b. 16 c. 18 d. 24 Ans: d

সমাধান: মোট বর্ণ n = 4 প্রতিবারে নিতে হবে 3 টি বর্ণ r = 3 (এখানে কতটি বর্ণ নিতে হবে তা বলে দেয়া আছে)

মোট সাজানোর ব্যবস্থা ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4\times3\times2\times1}{1} = 24$ শর্টকাটে: 4! = 24।

কিছু গুরুত্বপূর্ণ ফ্যাক্টোরিয়াল সংখ্যার মান মুখস্ত রাখলে খুব দ্রুত হিসেব করা সম্ভব হবে।

0! = 1, 1! = 1, 2! = 2, 3! = 6, 4! = 24, 5!= 120, 6! = 720, 7!= 5040

উপরের নিয়মগুলো একই নিয়মের সংখ্যার প্রশ্নগুলোতেও প্রয়োগ করা যাবে।

১৮. 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যাগুলো একবারমাত্র ব্যবহার করে 4 অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন যাবে?

a. 6 b. 12 c. 24 d. 120 Ans: d

সমাধান: মোট সংখ্যা দেয়া আছে n= 5 টি এবং প্রতিবার নিতে হবে r = 4 টি (4 অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তাই)

সুতরাং 4 অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা গঠন করা যাবে = ${}^5p_4 = 5! = \mathbf{120}$ [যত ভালো বুঝবেতন তত শর্ট হবে]

১৯. 2, 3, 4, 5, 6, 7, ও 8 এই অঙ্কগুলির প্রত্যেকটিকে প্রত্যেকের সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলি পৃথক সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে।

a. 420 b. 840 c. 640 d. 120 Ans: b

সমাধান: মোট সংখ্যা n = 7, নিতে হবে 4 টি করে অর্থাৎ r = 4

মোট সাজানোর ব্যবস্থা ${}^7P_4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7\times6\times5\times4\times3!}{3!} = 7\times6\times5\times4 = \mathbf{840}$ **(Ans)**

নিজে করুন:

২০. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে ORANGE থেকে কতগুলি 5 অক্ষরের শব্দ গঠন করা যায়? [${}^6p_5$ অথবা 6!]

a. 730 b. 760 c. 780 d. 720 Ans: d

২১. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে Versity শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? [সরাসরি 7!]

a. 5030 b. 5060 c. 5080 d. 5040 Ans: d

২২. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে 5 অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে? [6টি থেকে 1টি কম তাই সরাসরি 6!]

a. 370 b.360 c.365 d.720 Ans: d

পদ্ধতি-০৪: একই উপাদান পুনরাবৃত্তি হলে বিন্যাস

একই উপাদান একাধিকবার আসলে যেমন: **DHAKA** শব্দের বিন্যাস আগের নিয়মে হবে না, কারণ এখানে দুটি A আছে। এরকম বিন্যাসের ক্ষেত্রে নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করতে হয়।

Repetition Formula:	ব্যাখ্যা:
$\frac{n!}{p!\times q!\times r!}$	এখানে n হলো মোট উপাদান সংখ্যা, আর p, q, r, হলো একাধিকবার ব্যবহৃত উপাদান সংখ্যা যতবার করে রিপিট হবে।

২৩. SCIENCE শব্দটির বর্ণগুলোকে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা কত? [উপজেলা শিক্ষা অফিসার-২০০৪]+[সমাজসেবা অধিদপ্তর-২০১৩]

a. 600 উপায়ে b. 1200 উপায়ে c. 1260 উপায়ে d. 420 উপায়ে Ans: c

সমাধান: SCIENCE শব্দটি মোট বর্ণ আছে n = 7 টি। যেখানে C আছে p = 2 টি, E আছে, q = 2 টি।

সুতরাং, বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে সাজানো যায় = $\frac{7!}{2!\times2!} = \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2!}{2\times1\times2!} = \mathbf{1260}$

২৪. FREEDOM শব্দটির সবগুলোর বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারের সাজানো যায়? [ঝিনাই মহাবিদ্যালয় অধীনে (তারা তত্ত্বাবধায়ক) -২০১৩]

a. $\frac{7!}{2!}$ b. $\frac{7!}{5!}$ c. $\frac{5!}{2!}$ d. $\frac{7!}{2!5!}$ Ans: a

সমাধান : FREEDOM শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 7টি এদের মধ্যে E আছে 2টি ∴সবগুলো বর্ণ নিয়ে বিন্যাস = $\frac{7!}{2!}$

২৫. MISSISSIPPI শব্দটির সবগুলো বর্ণ একত্রে রেকে কতগুলো বর্ণ সাজানো যাবে? [রাকাব (সিনিয়র-অফিসার)-২০১৫]

a. 34550 b. 34650 c. 34850 d. 34850 Ans: b

সমাধান:

MISSISSIPPI শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে = 11 টি, যার মধ্যে I আছে, 4টি, S আছে 4 টি, P আছে 2টি,

সুতরাং মোট সাজানোর উপায় = $\frac{11!}{4!\times4!\times2!} = \frac{11\times10\times9\times8\times7\times6\times5\times4!}{4!\times4\times3\times2\times1\times2\times1} = 11\times10\times9\times7\times5 = \mathbf{34650}$

দ্রুত ফ্যাক্টেরিয়াল এর কাটাকাটি করার জন্য নিচের উদাহরণ দেখুন

$\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}$ < এভাবে না লিখে এভাবে লিখুন > $\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!}$ [নিচের 3! কে না ভেঙ্গে রেখে দিন। এবং উপরের 6! কে 3! পর্যন্ত ভাঙ্গুন। এখন নিচের 3! এবং উপরের 3! কেটে দিয়ে অবশিষ্টগুলো গুণ করুন। সময় বাঁচবে আবার অনেক দ্রুত উত্তর 120 ই আসবে।]

$\frac{8!}{7!} = \frac{8\times7!}{7!} = 8$ আবার সংখ্যা আসলে সংখ্যা মেলাতে হবে যেমন: $\frac{8!}{8} = \frac{8\times7!}{8} = 7!$

২৬. MATHEMATICS শব্দটির অক্ষরগুলো দ্বারা কতভাবে বিন্যাস করা সম্ভব নির্ণয় করুন ?। [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান:

MATHEMATICS শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 11 টি, যার মধ্যে A আছে 2 টি, M আছে 2 টি, এবং T আছে 2 টি।

∴ শব্দটির বিন্যাস করা সম্ভব = $\frac{11!}{2!\times2!\times2!} = \frac{11!}{2\times2\times2} = \frac{11!}{8}$ টি = **4989600 টি**

২৭. CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? [৩৫তম বিসিএস প্রিলি:]

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 Ans: a

সমাধান : AMERICA শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে n = 7 টি যাদের মধ্যে A আছে = 2 টি

সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $\frac{7!}{2!} = \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1} = \frac{5040}{2} = 2520$।

আবার CALCUTTA শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে = 8 টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে A, C ও T আছে = 2 টি করে

তাহলে সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে মোট বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!\times2!\times2!} = \frac{8\times7!}{2\times2\times2} = 7! = 5040$

সুতরাং AMERICA শব্দটির বিন্যাস থেকে CALCUTTA শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা = 5040÷2520 = 2 গুণ

Be Careful : এভাবে ভাবলে ভুল হবে, তাই সাবধান:
শুধু 5 আর 5! এক না। তেমন 2×5 = 10 হলেও 2!×5! = 10! লেখা যাবে না।
আগে মান বসিয়ে তারপর গুণ করতে হবে। যেমন: 2!×5! = 2×120 = 240 কিন্তু 10! = 3628800

নিজে করুন:

২৮. "AMERICA" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা "CANADA" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? [ভিন্ন উত্তর বের করে ভাগ]
a. 20 গুণ b. 22 গুণ c. 24 গুণ d. 21 গুণ Ans: d

[**Hints:** $\frac{7!}{2!} \div \frac{6!}{3!} = 2520 \div 120 = 21$ গুণ]

২৯. "RAJSHAHI" শব্দটির একত্রে বিন্যাস সংখ্যা "BARISAL" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার কয়গুণ? [মান বের করে ভাগ]
a. 2 b. 4 c. 3 d. 6 Ans: b

৩০. 3, 3, 4, 4, 4, 5 সংখ্যাগুলো একবারমাত্র ব্যবহার করে দিয়ে ৬ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে? *[BB (AD)-2012]*
a. 40 b. 60 c. 50 d. 55 Ans: b

সমাধান: এখানে 3 আছে 2টি এবং 4 আছে 3টি। যেহেতু এখানে order পরিবর্তন হলে নতুন সংখ্যা গঠিত হবে তাই বিন্যাসের সূত্র ব্যবহার করতে হবে। এখানে, সর্বমোট সংখ্যা গঠিত হবে = $\frac{6!}{3!\times2!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!\times2\times1} = 60$ টি

নিজে করুন:

৩১. "Book" শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়? [**Hints:** 4!÷2! = 24÷2 =12]
a. 14 b.15 c.16 d.12 Ans: d

৩২. "APPLE" শব্দটির বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়? *[P.K.S.F.-2014]*
a. 720 b.120 c. 60 d.180 Ans. c

৩৩. "RAJSHAHI" শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়?
a. 1300 b. 1060 c. 1800 d. 10080 Ans: d

৩৪. সবগুলি বর্ণ একবার নিয়ে Committee শব্দটিকে কত রকমে সাজানো যায়?
a. 45360 b. 45365 c. 45965 d. 2562 Ans: a

পদ্ধতি-০৫: কিছু উপাদান একত্রে রেখে বা না রেখে বিন্যাস

(৫.ক) কিছু উপাদান একত্রে রেখে বিন্যাস:

যখন কয়েকটি বর্ণ অথবা বস্তুকে একত্রে পাশাপাশি রাখতে বলা হয় তখন বিন্যাস করার জন্য নিচের ধাপ অনুসরণ করতে হবে।

- **প্রথম ধাপ:** একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোকে ১টি ধরে সবগুলো বর্ণের বিন্যাস বের করতে হবে।
- **দ্বিতীয় ধাপ:** ঐ একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোর মধ্যেই আবার বিন্যাস বের করতে হবে।
- **শেষ ধাপ:** প্রথম দুটি কাজ থেকে প্রাপ্ত বিন্যাসের ফলাফল দুটি গুণ করতে হবে।

৩৫. 'DIGITAL' শব্দটির বর্ণগুলিকে কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকে? *[বিটিআরসি (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০২১]*
a. 320 b. 430 c. 210 d. 360 Ans: d

সমাধান: (ধাপে ধাপে আলোচনাগুলো বুঝলে শুধু শেষের অংশগুলো লিখে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের করা যাবে)

প্রথম ধাপ :	3টি স্বরবর্ণ (I, I ও A) কে একটি বর্ণ ধরে মোট বিন্যাস = DGTL (IIA) = (4+1)! = 5! = 120
দ্বিতীয় ধাপ:	(I, I ও A) 3টি স্বরবর্ণগুলোকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় $\frac{3!}{2!} = 3$ ভাবে। (যেটি I আছে তাই নিচে 2!)
শেষ ধাপ:	দুই বিন্যাসের গুণফল বের করতে হবে। অর্থাৎ মোট বিন্যাস = 120×3 = **360** **(Ans:)**
শর্টকাট:	বুঝে গেলে এত কিছু না লিখে সরাসরি: = $5! \times \frac{3!}{2!} = 120\times3 = 360$ **Ans: 360**

৩৬. SCIENCE শব্দটির স্বরবর্ণ গুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা নির্ণয় কর। *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের (প্রবেশন অফি)-২০১৩]*
ক. 60 উপায়ে খ. 120 উপায়ে গ. 180 উপায়ে ঘ. 420 উপায়ে উত্তর: গ

সমাধান:

প্রথম ধাপ :	স্বরবর্ণ ৩টি (EEI) কে একত্রে রেখে একটি বর্ণবিবেচনা করলে মোট বিন্যাস = SCNC (EEI) = $\frac{5!}{2!} = 60$
দ্বিতীয় ধাপ:	আবার স্বরবর্ণ ৩টি (EEI) এর নিজেদের মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{3!}{2!} = \frac{3\times2\times1}{2\times1} = 3$
শেষ ধাপ:	অতএব নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = 60 × 3 = **180** **(Ans:)** যুক্তি, স্বরবর্ণ তিনটি EEI , EIE , বা IEE, এভাবে আসলেও শর্ত পূরণ হবে। এজন্য দুবার বিন্যাস নির্ণয় করে গুণ করা হয়েছে।
শর্টকাট:	সরাসরি: = $\frac{5!}{2!}\times\frac{3!}{2!} = 60\times3 = 180$ **Ans: 180**

নিজে করুন:

৩৭. Vowel গুলি একসাথে রেখে ACCLAIM শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?
a. 720 b. 120 c. 60 d. 180 Ans: d

৩৮. MATHEMATICS শব্দটির অক্ষরগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় যখন স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে? *[অর্থ মন্ত্রণালয়ের অধীনে সচিব অধিদপ্তরের (সহ: পরিচালক)-২০০৭]*
a. 120960 b. 10080 c. 483840 d. 241920 Ans: a

[**Hints:** $\frac{8!}{2!\times2!}\times\frac{4!}{2!} = 10080\times12 =$ **120960**]

৩৯. DEPRESSION শব্দটির বর্ণগুলিকে কতভাবে সাজানো যাবে যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে? **Ans: 30240**

৪০. ARRANGE' শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে দুটো R এবং দুটো A একত্রে থাকবে? *[BB (AD)-2011]*
a. 620 b.120 c. 200 d.180 Ans: b

সমাধান:
R দুটিকে এবং A টিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস করা যাবে **(AA)(RR)NGE** = 5! = 120টি। Ans: 120

যুক্তি: এখানে গুণ বা ভাগ করতে হবে না। কারণ হলো A দুটিকে নিজেদের মাঝে মাত্র ১ ভাবেই বিন্যাস করা যায় , তেমনিভাবে R দুটি কেও। আবার দুটি সংখ্যাকে আলাদা আলাদা ভাবে ১টি করে ধরায় তারা রিপিট হয় নি। তাই নিচে ভাগও হবে না।

নিজে করুন:

৪১. **ENGINEERING** শব্দটির সকল E গুলোকে একত্রে রেখে সবগুলো অক্ষর বিন্যাসের সংখ্যা কত?
a. 1680 b.15120 c. 1520 d.1512 Ans: b

[**Hints:** NGINRING (EEE) $= \frac{9!}{3!\times 2!\times 2!} \times \frac{3!}{3!} = 15120\times 1 =$ **15120**]

৪২. 5 গণিত , 3টি পদার্থ বিজ্ঞান, 2টি রসায়ন বই নিয়ে মোট বিন্যাস সংখ্যা কত? *[খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক-২০১২]*
a. 8610 b. 8620 c. 8630 d. 8640 Ans: d

সমাধান: একই বিষয়গুলো এক জায়গায় থাকলে তিনটি গ্রুপে মোট সাজানো যায় = $(5!)\times(3!)\times(2!) = 120\times 6\times 2 = 1440$
কিন্তু গ্রুপ ৩টি পুরো গ্রুপ মিলে বিন্যাস সংখ্যা = $3! = 3\times 2 = 6$ ∴ মোট সাজানোর সংখ্যা = $1440\times 6 =$ **8640**

নিজে করুন:

৪৩. ৩ জন ছাত্র ও ৫ জন ছাত্রীকে একসারিতে রেখে কতভাবে সাজানো যায় যেখানে ৩ জন ছাত্র সর্বদা একত্রে থাকবে? [6!x3!]
a. 1240 b.1176 c.4177 d. 4320 Ans: d

৪৪. 7 টি সবুজ, 4 টি নীল এবং 2টি লাল কাউন্টার এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে যাতে লাল কাউন্টার দুইটি একত্রে থাকবে? [**Hints:** $\frac{12!}{7!4!}\times\frac{2!}{2!} =$ **3960 (Ans:)**]

৪৫. ৮ টি ভিন্ন জিনিসকে এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে যেন দুইটি বিশেষ জিনিস একত্রে থাকে?
[**Hints:** $7!\times 2! =$ **10080 (Ans)**]

(৫.খ) কিছু উপাদান একত্রে না রেখে বিন্যাস:

মনে রাখুন: একসাথে না রেখে বিন্যাস করার সরাসরি কোন সূত্র নেই তাই একত্রে রাখা যাবে না বলে:

- **প্রথমে ধাপ:** সবগুলো বর্ণের সাধারণ বিন্যাস বের করতে হবে। যাতে একত্রে থাকা এবং একত্রে না থাকা সব ধরণের বিন্যাস থাকবে।
- দ্বিতীয় ধাপ। যাদেরকে একত্রে না রাখার কথা বলা হয়েছে তাদেরকে একত্রে রেখে বিন্যাস।
- **শেষ ধাপ:** সর্বমোট বিন্যাস থেকে একত্রে রাখা বিন্যাস সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে।

Rules: সর্বমোট বিন্যাস - একসাথে রাখা বিন্যাস = একসাথে না রাখা বিন্যাস।

৪৬. "APPLE" শব্দটিকে কতভাবে বিন্যাস করা যাবে যাতে P গুলো কখনোই একসাথে থাকবে না?
a. 24 b.36 c. 48 d. 60 Ans: b

লিখিত সমাধান:

প্রথম ধাপ :	"APPLE" শব্দটির সর্বমোট বিন্যাস সংখ্যা = 5! কিন্তু P আছে দুটি তাই বিন্যাস হবে $\frac{5!}{2!} =$ **60** এই ৬০টি বিন্যাসের মধ্যে কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে আবার কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে না। যেহেতু সরাসরি একত্রে না থাকার সূত্র নেই ।
দ্বিতীয় ধাপ:	"APPLE" শব্দটির P দুটি একত্রে রেখে বিন্যাস = **ALE (PP)** $= 4!\times 1! = 24$
শেষ ধাপ:	সুতরাং P দুটি একত্রে না রেখে বিন্যাস = সর্বমোট বিন্যাস - একসাথে রাখা বিন্যাস $= 60-24 =$ **36**

শর্টকাট: বুঝে গেলে এত ধাপ অনুসরণ করতে হবে না। সরাসরি: $\frac{5!}{2!} - (4!\times 1!) = 60-24 =$ **36** **Ans: 36**

৪৭. স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে 'Daughter' শব্দটির অক্ষরগুলো কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে (সহ:পরিচালক)-২০০৬]*
a. 42000 b. 40050 c. 36000 d. 2040 Ans: c

লিখিত সমাধান:
Daughter শব্দটিতে মোট বর্ণ = 8 টি এবং সবগুলো বর্ণ ই ভিন্ন ভিন্ন । সুতরাং মোট বিন্যাস = $8! = 40320$
আবার, **Daughter** শব্দটিতে স্বরবর্ণ (a,u,e) = ৩টি কে ১টি বর্ণ ধরলে মোট বিন্যাস = Dghtr(aue) = $6! = 720$
স্বরবর্ণগুলোকে নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় = $3! = 6$ ভাবে
∴স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি রেখে বিন্যাস = $720\times 6 = 4320$
সুতরাং স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস = মোট বিন্যাস-পাশাপাশি রেখে বিন্যাস = 40320-4320 = **36000**

শর্টকাটে এক লাইনে: $8! - (6!\times 3!) = 40320-4320 =$ 36000

৪৮. এ্যানি ও বুশরাকে পাশাপাশি না বসিয়ে এ্যানি, বুশরা, ক্যামেলিয়া, জন, এলিনা এবং ফারজানাকে কত উপায়ে বসানো যায়?
[Mutual Traust Bank (MTO)- 2014]
a. 240 b. 360 c. 480 d. 600 Ans: c

সমাধান: সবাইকে একসাথে রেখে 6 জনকে বসানো যায় $6! = 720$ ভাবে। এই 720 এর মধ্যে তারা একত্রে বসবে আবার আলাদা আলাদাও বসবে, অর্থাৎ এর ৭২০ এর মধ্যে সবধরণের বিন্যাস ই আছে।
এখন, যে দুজনকে একত্রে রাখা যাবে না তাদেরকে একত্রে রেখে বিন্যাস করা বা বসানো যায় $(5!\times 2!) = 240$ তাহলে ঐ দুজনকে একত্রে না রেখে বিন্যাস হবে = 720-240 = **480**

শর্টকাট: $6! - (5!\times 2!) =$ **480**

নিজে করুন:

৪৯. **Vowel** গুলি পাশাপাশি না রেখে 'Triangle' শব্দটির অক্ষরগুলো কতভাবে সাজানো যাবে? [**Hints:** $8! - (6!\times 3!)$]
a. 35000 b. 36000 c. 35600 d. 36800 Ans: b

৫০. স্বরবর্ণগুলো একত্রে না রেখে **BANGLADESH** শব্দটির বর্ণগুলো কত রকমে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।
[**Hints:** $\frac{10!}{2!} - (8!\times\frac{3!}{2!}) = (1814400-120960) =$ **1693440 (Ans)**]

৫১. **MUJIBNAGAR** শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে না থাকে।
[**Hints:** স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে না রেখে সাজানো সংখ্যা $= \frac{10!}{2!} - (7!\times\frac{4!}{2!}) = (1814400-60480) =$ **1753920**]

৫২. **KNWOLEDGE** শব্দটির বর্ণগুলির সাজানো ব্যবস্থায় কতগুলিতে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে না?
[**Hints:** স্বরবর্ণগুলো একত্রে না থাকলে সাজানো সংখ্যা $= \frac{9!}{2!} - (7!\times\frac{3!}{2!}) = 181440 - 15120 =$ **166320 (Ans)**]

পদ্ধতি-০৬: বিভিন্ন শর্ত প্রয়োগে বিন্যাস

(৬.ক) নির্দিষ্ট বর্ণ দিয়ে কতটি বিন্যাস :

৫৩. **BAT** শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের শুরুতে Vowel থাকে?
a. 2 b. 4 c. 6 d. 8 Ans: a

সমাধান: BAT শব্দটিতে থাকা ৩টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণকে সাজানো যায় নিম্নোক্ত ভাবে।

একটি গুরুত্বপূর্ণ টেকনিক শিখে রাখুন

শুরুতে B আছে ২টি বিন্যাসে	BAT	একই ভাবে শেষে B, A, T আছে ২টি করে বিন্যাসে।	এজন্য শর্টকাট টেকনিক : সর্বমোট বিন্যাস / সর্বমোট উপাদান = প্রতিটি উপাদান দিয়ে কতটি বিন্যাস শুরু/শেষ অথবা মাঝে থাকে তার সংখ্যা।
	BTA		
শুরুতে A আছে ২টি বিন্যাসে	ABT	অনুরুপভাবে মাঝে B, A, T আছে ২টি করে বিন্যাসে।	
	ATB		
শুরুতে T আছে ২টি বিন্যাসে	TAB		
	TBA		

Note: এই নিয়মটা মনে রাখলে সংখ্যার অংকগুলো সহজে সমাধানে করা যাবে।

যেহেতু এখানে মোট বর্ণ বা উপাদান = ৩টি। মোট বিন্যাস সংখ্যা = $3! = 6$।

সুতরাং প্রতিটি বর্ণ দিয়ে বিন্যাস = $\frac{\text{সর্বমোট বিন্যাস}}{\text{সর্বমোট উপাদান}} = \frac{6}{3} = 2$। অর্থাৎ B = 2, A = 2 এবং T = 2 (শুরু/মাঝে/শেষে)

তাহলে vowel বা A শুরুতে থাকবে এমন বিন্যাসসংখ্যা = 2টি। শেষে/মাঝে Vowel থাকবে বললেও উত্তর ২টি ই হয়।

৫৪. 'Nokia' শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যাদের শুরুতে Consonant থাকে?

a. 48 b. 26 c. 27 d. 28 Ans: a

সমাধান: Nokia শব্দটিতে মোট ৫টি বর্ণ আছে তাই মোট বিন্যাস $5! = 120$

প্রতিটি বন্য দিয়ে বিন্যাস = $\frac{\text{সর্বমোট বিন্যাস}}{\text{সর্বমোট উপাদান}} = \frac{120}{5} = 24$টি।

যেহেতু Nokia শব্দটিতে মোট Consonant আছে 2টি, সুতরাং শুরুতে Consonant থাকে এমন বিন্যাস = $2\times24 = 48$

শুরুতে Vowel থাকবে কতটিতে বলা হলে উত্তর হতো $= 3\times24 = 72$ টি। কারণ Nokia শব্দটিতে Vowel আছে ৩টি।

এই নিয়মটা সবথেকে কাজে লাগবে সংখ্যার প্রশ্নগুলোতে: যেমন:

৫৫. 1, 2, 3, 4 এবং 5 সংখ্যাগুলোকে একবার মাত্র ব্যবহার করে ৫ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

a. 48 b. 24 c. 72 d. 112 Ans: c

সমাধান: 1, 2, 3, 4 এবং 5 এখানে ৫টি ডিজিট দিয়ে সর্বমোট সংখ্যা গঠন করা যায় $= 5! = 120$ টি।

সুতরাং প্রতিটি অঙ্ক বা ডিজিট দিয়ে শুরু হবে/শেষ হবে এমন সংখ্যা $= 120\div5 = 24$ টি সংখ্যা।

এখানে, বিজোড় অঙ্ক আছে = ৩টি। (1,3,5)

আবার, বিজোড় সংখ্যা বের করার জন্য যে সংখ্যাগুলোর শেষে 1,3 এবং 5 থাকবে সেগুলোই বিজোড় সংখ্যা।

সুতরাং সর্বমোট বিজোড় সংখ্যা $= 3\times24 = 72$ টি।

৫৬. 'Courage' শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে।

[৩৫তম বিসিএস লিখিত]+[প্রাথমিক সহ: শিক্ষক (সুরমা)-২০১০]

a. 1720 b. 2880 c. 3640 d. কোনটিই নয় Ans: b

লিখিত সমাধান :

'Courage' শব্দটিতে মোট বর্ণ ৭টি, যেখানে স্বরবর্ণ আছে ৪টি (o,u,a,e) ধরি, Courage শব্দটির ১টি স্বরবর্ণ O কে প্রথম স্থানে রাখা হলো। তাহলে বাকি ৬টি অক্ষর দ্বারা অবশিষ্ট স্থানগুলো পূর্ণ করা যাবে = 6! ভাবে।

$\therefore$ O কে প্রথমে রেখে বাকি ৬টি সংখ্যা বিন্যাস $= 6! = 720$

অনুরুপভাবে মোট ৪টি স্বরবর্ণগুলো প্রথমে রাখলে প্রতিবার বিন্যাস = 720

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 4\times720 =$ **2880 টি**

শর্টকাট সমাধান

মোট বিন্যাস $= 7! = 5040$

প্রতিটি অক্ষর দিয়ে বিন্যাস = $\frac{5040}{7} = 720$

$\therefore$ স্বরবর্ণ ৪টি দিয়ে মোট বিন্যাস $= 4\times720 =$ **2880 টি**

Super Shortcut: $4\times6! = 4\times720 =$ **2880** [প্রথমে স্বরবর্ণ ৪টি থেকে ১টি = ৪ ভাবে × অবশিষ্ট ৬টি, ৬! ভাবে]

(ঙ.খ) : শুরুতে এবং শেষে শর্ত থাকলে :

৫৭. 'CALCULUS' শব্দটির বর্ণগুলোর সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় যেন প্রথম ও শেষ অক্ষর 'u' থাকে?

a. 120 b. 180 c. 60 d. 720 Ans: b

সমাধান:

'CALCULUS' শব্দটির মধ্যে মোট ৮টি অক্ষর আছে। শর্তানুযায়ী প্রথম ও শেষে u থাকবে তাহলে এদেরকে বিন্যাসের বাইরে রাখতে হবে। সুতরাং অবশিষ্ট ৬টি স্থানে বাকি ৬টি অক্ষর দ্বারা পূরণ করতে হবে। যেহেতু বাকি ৬টি অক্ষরের মধ্যে ২টি C, ২টি L এবং অন্যগুলো ভিন্ন, ভিন্ন, সুতরাং ৬টি অক্ষরের সবগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

$= \frac{6!}{2!\times2!} = 180$ **Ans: 180** ভাবে সাজানো যাবে।

চিত্র দেখে বোঝা সবথেকে সহজ:

U	C	A	L	C	L	S	U
U	1	2	3	4	5	6	U

Confusion Clear:

প্রথমের U টি শেষে এবং শেষের U টি প্রথমে আসলেও দেখতে একই দেখাবে বলে কোন কিছু গুণ করতে হয়নি। ভিন্ন অক্ষর হলে গুণ হতো।

নিজে করুন:

৫৮. BANGLADESH শব্দটির A ও A কে দু প্রান্তে রেখে কত ভাবে সাজানো যায়? [Hints: 8! = 40320]

a. 42000 b. 40050 c. 40320 d. 20400 Ans: c

৫৯. ADMISSION শব্দটির A ও D কে দুই প্রান্তে রেখে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে?

a. 240 b.2720 c. 2520 d. 2620 Ans: c

সমাধান:

A ও D কে যেহেতু দু প্রান্তে রাখতে হবে তাই এ দুটি সংখ্যা বাদ দিয়ে অন্য 7 টি অক্ষর সাজানোর উপায়= $\frac{7!}{2!\times2!} = 1260$

আবার, A ও D কে নিজেদের মধ্যে সাজানোর উপায়=$2! = 2$

$\therefore$ সর্বমোট সাজানো সংখ্যা $= 1260\times2 =$ **2520**

A	M	I	S	S	I	O	N	D	= ১২৬০টি
D	M	I	S	S	I	O	N	A	= ১২৬০টি

শর্টকাট: $\frac{7!}{2!\times2!}\times2! = \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2!}{2!} =$ **2520**

৬০. 'MILLENIUM' শব্দটির অক্ষরগুলো

(i) কত প্রকারে সাজানো যায়? (ii) এর মধ্যে কতগুলোতে প্রথমে ও শেষে M থাকে? (iii) মাঝে U থাকবে

সমাধান:

(i)'MILLENIUM' শব্দটিতে মোট 9টি অক্ষর আছে। এদের মধ্যে ২টি M ২টি L এবং ২টি I আছে।

সুতরাং, শব্দটির অক্ষরগুলোতে মোট সাজানোর উপায় = $\frac{9!}{2!\times2!\times2!} = \frac{362880}{2.2.2} = 45360$

(ii) আবার, অবশিষ্ট (9 - 2) = 7টি স্থান 7টি অক্ষর দ্বারা পূরণ করতে হবে। সুতরাং 'Millenium' শব্দটির M ২টি কে প্রথমে ও শেষে নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 7টি অক্ষরকে সাজানোর উপায় = $\frac{7!}{2!2!} = 1260$

M	1	2	3	4	5	6	7	M

(iii) মাঝে U কে নির্দিষ্ট রাখলে U এর হিসেব বাদ দিয়ে অন্য ৮টি অক্ষর নিয়ে স্বাভাবিক নিয়মে বিন্যাস করতে হবে।

U বিহীন অন্য ৮টি অক্ষরের মধ্যে ২টি M ২টি L এবং ২টি I আছে। $\therefore$ বিন্যাস $\frac{8!}{2!\times2!\times2!} = \frac{8\times7!}{2.2.2} = 7! = 5040$

1	2	3	4	U	5	6	7	8

৬১. একটি বালকের নিকট ১১টি বিভিন্ন বস্তু আছে, যার মধ্যে ৫টি কালো এবং ৬টি সাদা। একটি কালো বস্তু মাঝখানে রেখে সে তিনটি বস্তু এক সারিতে কত প্রকারে সাজাতে পারে?

সমাধান: যেহেতু একটি কালো বস্তু সর্বদা মাঝখানে রাখতে হবে সুতরাং 5টির মধ্যে 1টিকে একটি স্থানে ${}^5P_1=5$ প্রকারে রাখা যাবে। অবশিষ্ট 2টি স্থানে বাকি 10 টি বস্তুকে ${}^{10}P_2=90$ প্রকারে রাখা যাবে।

$\therefore$ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $= 5\times90 = 450$।

শর্টকাট: উপরের টেবিলের মত করে ভাবলে, $10\times5\times9 = 450$

10×	5	×9

৬২. 'SECOND' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে ১টি স্বরবর্ণ ও ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতকগুলি শব্দ গঠন করা যেতে পারে, যাতে স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যম স্থান দখল করবে?

সমাধান: 'SECOND' শব্দটিতে স্বরবর্ণ আছে = 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ আছে = 4টি।

নতুন যে শব্দ গুলো গঠিত হবে তার মধ্যে 1 টি স্বরবর্ণ এবং 2টি ব্যাঞ্জণবর্ণ থাকতে হবে।

যেহেতু 2টি স্বরবর্ণ হতে ১টি নেয়া যায় $= {}^2P_1=2!=2$ ভাবে (স্বরবর্ণটি মধ্যস্থানে থাকতে হবে,)

আবার, 4টি ব্যঞ্জনবর্ণ হতে 2টি ব্যাঞ্জণবর্ণ নেয়া যায় $= {}^4P_2= 4.3=12$ ভাবে $\therefore$ নির্ণেয় গঠিত শব্দ সংখ্যা $= 2\times12=24$টি।

S	O	D

N	O	S

C	E	N

৬৩. 'EQUATION' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে চার অক্ষরবিশিষ্ট বিভিন্ন শব্দ গঠন করাহলো ; এদের কতগুলিতে Q বর্তমান থাকবে কিন্তু N থাকবে না ?

সমাধান:

EQUATION' শব্দটিতে 8টি ভিন্ন বর্ণ রয়েছে। N কে বাদ দিলে থাকে (8-1) =7টি।

৪ অক্ষর বিশিষ্ট শব্দ সাজাতে 4টি স্থানের মধ্যে প্রতিবার একটি নির্দিষ্ট বর্ণ Q কে রেখে পূর্ণ করা যায় ${}^4P_1$ উপায়ে।

অবশিষ্ট (4-1) = 3টি স্থান, অবশিষ্ট = (7-1) = 6টি বর্ণ দ্বারা = ${}^6P_3$ উপায়ে পূর্ণ করা যায়।

$\therefore$ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা = ${}^4P_1\times{}^6P_3 = 4\times6\times5\times4 = \mathbf{480}$

৬৪. PERMUTATION শব্দটি Vowel গুলোর অবস্থান পরিবর্তন না করে কত প্রকারে পুনরায় সাজানো যায়?

a. 360 b. 359 c. 355 d. 361 Ans: b

সমাধান:

অবস্থান পরিবর্তন করা যাবে না বলতে বোঝায় Vowel গুলো যে জায়গায় আছে সেই জায়গাতেই রেখে দিতে হবে। তাহলে Vowel গুলো সূত্রের বাইরে রাখলে তাদের অবস্থান পরিবর্তন হবে না।

P	E	R	M	U	T	A	T	I	O	N

1	E	2	3	U	4	A	5	I	O	6

এখন PERMUTATION শব্দটিতে Vowel = 5টি, Consonant = 6টি।

৬টির বিন্যাস করতে হবে কিন্তু এদের মধ্যে আবার, T আছে ২ বার $\therefore \frac{6!}{2!} = 360$ উপায়ে গঠন করা যেতে পারে।

কিন্তু PERMUTATION শব্দটি নিজেই একটি সাজানো সংখ্যা। (কেননা ঐ 360টি বিন্যাসের মধ্যে Vowel গুলো অবস্থান স্থির রেখে যতগুলো বিন্যাস হয় তার মধ্যে এই PERMUTATION শব্দটিও একটি। যেহেতু প্রশ্নে পুনরায় সাজানোর সংখ্যা জানতে চাওয়া হয়েছে তাই একে নেয়া যাবে না।) $\therefore$ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা= $(360-1) = 359$ টি।

৬৫. DAUGHTER শব্দটির বর্ণগুলি মোট কত রকমে সাজানো যাবে?

(i) কতগুলি D দ্বারা শুরু হবে? (ii) কতগুলির প্রথমে D এবং R থাকবে?

(iii) কতগুলির প্রথমে D থাকবে কিন্তু শেষে R থাকবে না? (iv) কতগুলির প্রথমে D অথবা R থাকবে না?

সমাধান:

'DAUGHTER' শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে = 8টি এবং সবগুলোই ভিন্ন $\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $8! = \mathbf{40320}$

(i) প্রথম স্থানটিতে 'D' দ্বারা নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 7টি বর্ণকে 7! উপায়ে সাজানো য়ায়।

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $7! = \mathbf{5040}$ **(Ans.)**

(ii) প্রথম স্থানটিতে 'D' এবং শেষ স্থানটি 'R' দ্বারা নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট (8-2) =6টি বর্ণকে 6! উপায়ে সাজানো য়ায়।

$\therefore$ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা = $6! = \mathbf{720}$ **(Ans.)**

(iii) প্রথমে D থাকবে কিন্তু শেষে R থাকবে না এমন সাজানো সংখ্যা

= প্রথমে D থাকে এমন সাজানো সংখ্যা - প্রথমে D এবং শেষে R এমন সাজানো সংখ্যা = 5040 - 720 = **4320 (Ans.)**

(iv) প্রথমে D রেখে বিন্যাস = $7! = 5040$, অনুরূপভাবে প্রথমে R রেখে বিন্যাস = $7! = 5040$ এর যোগফল

= (5040+5040) = 10080 কে যদি মোট বিন্যাস = $8! = 40320$ থেকে বিয়োগ করলে প্রথমে D অথবা R থাকবে না এমন বিন্যাস সংখ্যা বের হবে। সুতরাং উত্তর = (40320-10080) = **30240 (Ans.)**

৬৬. Article শব্দটির

(i) স্বরবর্ণগুলোকে কেবলমাত্র জোড় স্থানে রেখে মোট বিন্যাস কত?

(ii) স্বরবর্ণগুলোকে কেবলমাত্র বিজোড় স্থানে রেখে মোট বিন্যাস কত?

সমাধান:

(i) Article শব্দটিতে মোট 7 টি অক্ষর আছে যার মধ্যে স্বরবর্ণ ৩টি এবং ব্যাঞ্জনবর্ণ ৪টি। আবার জোড় স্থান = ৩টি এবং বিজোড় স্থান = ৪টি। এখন ৩টি স্বরবর্ণকে ৩টি জোড় স্থানে রাখা যায় ${}^3P_3$ ভাবে, অবশিষ্ট ৪টি স্থানে ৪টি ব্যাঞ্জনবর্ণ রাখা যায় ${}^4P_4$ ভাবে। তাহলে এক্ষেত্রে মোট বিন্যাস $= {}^3P_3\times{}^4P_4 = 3!\times4! = 6\times24 = \mathbf{144}$ **Ans: 144**

Note: যতটি অক্ষর ততটি স্থান হওয়ায় সরাসরি করা গেলো। কিন্তু কম বেশি হলে, বড়টি = n এবং ছোটটি = r ধরে করতে হবে

(ii) 4টি বিজোড় অবস্থান, 3টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূর্ণ করা যায় ${}^4P_3$ উপায়ে অর্থাৎ বিজোড় স্থান ৪টি হলেও স্বরবর্ণ আছে ৩টি। তাই একটি বিজোড় স্থান ফাঁকা থাকবে, এখন অবশিষ্ট 1টি বিজোড় স্থান + 3টি জোড় স্থান = 4টি জোড় স্থানে 4টি ব্যঞ্জনবর্ণকে সাজানো যায় ${}^4P_4$ উপায়ে। $\therefore$ স্বরবর্ণগুলোকে শুধু বিজোড় স্থানে রেখে বিন্যাস = ${}^4P_3\times{}^4P_4 = 4!\times4! = 24\times24 = \mathbf{576}$ **Ans: 576**

Note: ৪টি বিজোড় স্থানে ৩টি স্বরবর্ণ বসানো অর্থ কোন স্বরবর্ণ জোড় স্থানে নেই। ১টি ফাঁকা স্থানে ব্যাঞ্জনবর্ণ বসলেও শর্ত ঠিক আছে

নিচের চিত্রটি বুঝলে শর্টকাটে কয়েক সেকেন্ডে পারা যাবে :

1	2	3	4	5	6	7	Vowel জোড় স্থানে রেখে	${}^3P_3\times{}^4P_4 = 144$
A	r	t	i	c	l	e	Vowel বিজোড় স্থানে রেখে	${}^4P_3\times{}^4P_4 = 576$

নিজে করুন:

৬৭. 'POSTAGE' শব্দটির অক্ষরগুলি কত রকমে সাজানো যায় যেন স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করে?

a. 135 b.144 c.140 d.145 Ans: b

পদ্ধতি-০৭: বিভিন্ন সংখ্যা গঠন

(৭. ক) সাধারণ সংখ্যা গঠন :

৬৮. প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার নিয়ে 2, 3, 4, 6, 7, 8 অঙ্কগুলো দ্বারা তিন অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের (সহ: পরিচালক)-২০১৫ + সমাজসেবা অধিদপ্তরের (ফিল্ড সুপারভাইজার)-২০১৮]*

a. 100 b. 110 c. 120 d. 130 Ans: c

সমাধান:

মোট অঙ্ক বা ডিজিট আছে = 2, 3, 4, 6, 7, 8 = 6 টি। ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা বানাতে অঙ্ক লাগবে = 3 টি।

সুতরাং অঙ্কগুলোকে একবারমাত্র ব্যবহার করে ৩ অঙ্কবিশিষ্ট ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা = ${}^nP_r = {}^6P_3 = 6\times5\times4 = \mathbf{120}$ টি

৬৯. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অংকগুলির প্রতিটিকে প্রতি সংখ্যায় একবার মাত্র নিয়ে 4 অঙ্কের কতগুলি বিভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে?

✍সমাধান:
যেহেতু অঙ্কগুলি বিভিন্নভাবে সাজালে ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা হয়, সুতরাং 6 টি জিনিসের মধ্য থেকে 4 টিকে একবার নিয়ে যেভাবে বিন্যাস সংখ্যা ঠিক তা ই মোট সংখ্যার সমান। ∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = ${}^6P_4 = 6\times5\times4\times3 = 360$ (Ans.)

৭০. 2, 3 এবং 4 দ্বারা তিন অঙ্কের কতটি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের (সহ: পরিচালক)-২০১৩] [নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের অধীন আইডিইএ প্রকল্প (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

a. 2 টি b. 5 টি c. 6 টি d. 7 টি Ans: a

✍সমাধান: (তিন অঙ্কের জন্য ৩টি পজিশন ধরে হিসেব)	✍ বিকল্প সমাধান : (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা)
তিন অঙ্কের বিজোড় সংখ্যা গঠনের জন্য একক স্থানটি 3 দ্বারা পূরণ করার পর অবশিষ্ট দুটি স্থান 2 ও 4 দ্বারা পূরণ করার উপায় = 2! = 2 যেমন: 2 × 1 × 1 (3 Fixed) = 2	2,3 ও 4 অর্থাৎ ৩টি উপাদান দিয়ে তিন অঙ্কের মোট বিন্যাস = 3! = 6টি। প্রতিটি উপাদান দিয়ে বিন্যাস = ৬÷৩ = ২টি। যেহেতু বিজোড় উপাদান ১টি তাই উত্তর = ২ টি।

৭১. 1, 3, 5, 7, 9 অঙ্কগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন অঙ্ক নিয়ে 300 থেকে বৃহত্তর তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০০৬]*

a. 48 b. 50 c. 60 d. 88 Ans: a

✍সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)	✍ শর্টকাট :
সর্বমোট বিন্যাস = ${}^5P_3 = 5\times4\times3 = 60$ প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শুরু এমন বিন্যাস = 60÷5 = 12টি করে 1 বাদে অবশিষ্ট 4 টি দিয়ে বিন্যাস = 12×4 = **48টি**	4 | ×4 | ×3 | 48 টি ৩টি ঘরের মধ্যে প্রথম ঘরে ১ বাদে যে কোন ৪টি সংখ্যা বসানোর পর পরেরবার অবশিষ্ট ৩টি+১ = ৪টির মধ্যে ৪টিই এবং শেষে অবশিষ্ট ৩টি বসিয়ে গুণফল = ৪৮
✍**বিকল্প সমাধান:** শর্টকাট সমাধানটিকে লিখে করলে এরকম হবে, তিন অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার ৩টি অবস্থানকে ৩টি শূন্যস্থান ধরে ১ম ঘরের বিন্যাস = ${}^4P_1 = 4$ (3,5,7,9) ×২য় ঘরের বিন্যাস = ${}^4P_1 = 4$(প্রথমের ১টি বাদে বাকী ৪টি) ×৩য় ঘরের বিন্যাস=${}^3P_1 = 3$ সুতরাং মোট বিন্যাস = 4×4×3 = 48 টি।	
Note: এখানে 300 থেকে বৃহত্তম বলায় 3 অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলো হবে 301 হতে 999 পর্যন্ত । অর্থাৎ 1 দিয়ে শুরু হবে না।	

নিজে করুন:

৭২. 1, 3, 5, 7, 9 অঙ্কগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন অংক নিয়ে 200 থেকে বৃহত্তম তিন অংকের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে।

a. 48 b. 60 c. 72 d. 80 Ans: a

✍**Hints:**

প্রথম অঙ্ক	২য় অঙ্ক	৩য় অঙ্ক	উত্তর:
${}^8P_3$ (৩,৫,৭,৮) = ৪	৪ (প্রথমটা বাদে যে কোন ৪টি) ×	৩ (প্রথমের ১+২য় ১ বাদে বাকী সব)	৪×৪×৩=৪৮ টি

৭৩. 5, 9, 1, 4 অংকগুলি দ্বারা 5000 এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যায়? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ২০১১]*

a. 12 টি b. 8 টি c. 18 টি d. 16 টি উত্তর: ক

✍সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)	✍ শর্টকাট :
5, 9, 1, 4 = মোট 4 টি নিতেও হবে 4 টি (5000 থেকে বড়) ∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^4P_4 = 4! = 4\times3\times2\times1 = 24$ টি প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শুরু এমন বিন্যাস = 24÷4 = 6টি করে 1 ও 4 বাদে অবশিষ্ট 2 টি দিয়ে বিন্যাস = 6×2 = **12 টি**	2 | ×3 | ×2 | ×1 | **12 টি** প্রথম ঘরে 5,9,1,4 এর মধ্যে 1 ও 4 বাদ দিয়ে 5 ও 9 এর ১টি বসবে। কিন্তু পরের ৩টি ঘরে ৫, ৯ এর ১টি বাদে যে কোন ৩টি, এরপর ২টি শেষে ১টি বসবে। ১ম ঘরে শর্ত থাকায় শুধু প্রথম ঘরে হিসেব করে বসাতে হবে। এরপর অবশিষ্টগুলো ইচ্ছেমত বসানো যাবে।
প্রথম নিয়মটা অনেক সহজ হওয়ায় এভাবে সবগুলো চেষ্টা করুন	

নিজে করুন:

৭৪. 1, 2, 3, 4 অঙ্কগুলি দ্বারা 3000 অপেক্ষা বৃহত্তর কতটি সংখ্যা গঠন করা যায়? *[স্বাস্থ্য প্রকৌশল অধি:(সহ: প্রকৌশলী-সিভিল)-২০১৭]*

a. 8 টি b. 12 টি c. 16 টি d. 18 টি Ans: b

[**Hints:** মোট বিন্যাস = 4! = 24, ১টি দিয়ে বিন্যাস = 24÷4 = 6 ∴ 3000 থেকে বড় = 6×2 (3,4 দিয়ে শুরু) = 12টি]

৭৫. 3, 5, 7, 8 এবং 9 সংখ্যাগুলো দিয়ে 4 অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে যারা 7000 এর থেকে বড়?

a. 48 b. 60 c. 72 d. 80 Ans: c

[**Hints:** মোট বিন্যাস = ${}^5P_4 = 120$, ১টি দিয়ে বিন্যাস = 120÷5 = 24। সুতরাং 7000 থেকে বড় = 24×3 = 72টি]

৭৬. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অংকগুলো প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল মাত্র একবার মাত্র ব্যবহার করে 5000 ও 6000 এর মধ্যবর্তী কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে?

a. 42 b. 60 c. 70 d. 100 Ans: b

[**Hints:** মোট বিন্যাস = ${}^6P_4$ =360 টি, ১টি দিয়ে বিন্যাস = 360÷6 = 60টি ই উত্তর (শুধু 5 দিয়ে শুরু গুলো নেয়া যাবে)]

৭৭. 2, 3, 5, 6, 7 এবং 9 সংখ্যাগুলোকে মাত্র একবার ব্যবহার করে 3 অঙ্কের কতগুলো নতুন সংখ্যা গঠন করা যাবে যাদেরকে 5 দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যাবে? *[Basic Bank Ass Offi (Cash) -2014]*

a. 5 b. 10 c. 15 d. 20 Ans: d

✍সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)	✍ শর্টকাট :
সর্বমোট বিন্যাস = ${}^6P_3 = 6\times5\times4 = 120$ টি প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শেষ এমন বিন্যাস = 120÷6 = 20টি সুতরাং শেষে 5 থাকবে এমন বিন্যাস = **20টি** ই উত্তর।	5 × 4 Fixed (5) =5×4=20 মোট ৬টি অঙ্কের দিয়ে ৩ অঙ্কের ৩টি ঘর পূর্ণ করতে শেষে ৫ নির্দিষ্ট রেখে অন্য দুটি ঘর পূর্ণ করা যায় = 5×4 = 20 ভাবে।
Note: শুরুর সংখ্যার উপর শর্ত দেয়া থাকলে অথবা শেষের সংখ্যার উপর শর্ত দেয়া থাকলে নিয়ম একই হবে। যেমন এই অংকটিতে যদি বলা হতো শুরুতে 5 থাকবে কতগুলো সংখ্যাতে? তাহলেও উত্তর একই হতো।	

৭৮. ৫ অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার প্রথম স্থানে 9 এবং তৃতীয় স্থানে 3 বা 6 হবে যেখানে কোনো সংখ্যারই পুনরাবৃত্তি হবে না ? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অ্যাসিসটেন্ট ম্যানেজার)-২০২০]*

a. ৬৭২ b. ৭৬২ c. ৫৭২ d. ৫৬৭ Ans: a

✍সমাধান:

9 Fixed	*	*	*	×2(3/6 Fixed)

উপরের চিত্রটি দেখুন, শুরুতে 9 এবং শেষে 3 নির্দিষ্ট রেখে মাঝের মাঝের 3টি ঘর পূর্ণ করতে হবে, এখন মোট অঙ্ক = (0-9) = 10টি। শুরুতে 9 এবং শেষে 3 নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট (10-2) = 8টি অঙ্ক থেকে 3টি অঙ্ক পূর্ণ করা যায় = ${}^8P_3 = 8\times7\times6 = 336$ ভাবে। একইভাবে শুরুতে 9 এবং শেষে 6 নির্দিষ্ট রেখে মাঝের 3টি অঙ্ক পূর্ণ করা যায় আরো 336 ভাবে। সুতরাং মোট সংখ্যা গঠনের উপায় = 336+336 = 672 টি।

✍**শর্টকাট:**

1 (9 Fixed)	×8	×7	×6	×2 (3/6 Fixed)	= 672 টি

(৭. খ) পুণরাবৃত্তি করা গেলে :

উপরের প্রশ্নগুলোতে যে কোন সংখ্যা বা অক্ষর শুধুমাত্র ১ বার ব্যবহার করা হয়েছে। অর্থাৎ একই সংখ্যা বা অক্ষর একাধিকবার ব্যাবহৃত হয় নি।

Formula of Repetition: n^r (এখানে n হচ্ছে মোট উপাদান এবং r = যতবার নিতে হবে।)

৭৯. পুনরাবৃত্তি করে A, B, C তিনটি উপাদান থেকে কয়ভাবে ২ টি উপাদান নেয়া যাবে?

সমাধান:
এখানে, সকল বিন্যাস হবে এরূপ, AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC = 9 টি।
কেননা প্রতি ক্ষেত্রেই প্রতি ধাপে আগের সব options থেকে যায়।
এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা শর্টকাটে = $n^r = 3^2 = 9$। অর্থাৎ এক বর্ণ রিপিট করা গেলে এভাবে।

৮০. ১ ও ২ কে একবার মাত্র ব্যবহার করে, দু' অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?
(i) পুণরাবৃত্তি করে (ii) পুণরাবৃত্তি না করে

সমাধান: (i) অঙ্কগুলো পুণরাবৃত্তি না করে = $^nP_r = {}^2P_2 = 2! = 2\times1 = 2$ টি যেমন: 12 অথবা, 21
(ii) অঙ্কগুলি পুণরাবৃত্তি করে অর্থাৎ একাধিক বার নিয়ে = $n^r = 2^2 = 2\times2 = 4$ টি যেমন: 12, 21, এর সাথে 11 এবং 22

নিজে করুন:

৮১. 1, 3, 5, 7, 9 অঙ্কগুলি-ব্যবহার করে 3 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে ?
(i) পুণরাবৃত্তি করে (ii) পুণরাবৃত্তি না করে
Ans: 60 ও 125

৮২. 1, 2, 4, 6, 8, 9 অঙ্কগুলো পুণরাবৃত্তি সহ ব্যবহার করে তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যাবে? [বাংলাদেশ টেলিযোগ বিজ্ঞান অধিদপ্তর-২০০৬]
a. 216 b. 360 c. 440 d. 660 Ans: a

সমাধান: এরকম পুনরাবৃত্তি করা গেলে (মোট উপাদান) যতবার নেয়া যাবে। এখানে মোট উপাদান 1,2, 4, 6, 8 ও 9 = ৬টি এবং সংখ্যা বানাতে হবে ৩ অঙ্কের। তাই প্রতিবার ১টি অঙ্ককে সর্বোচ্চ ৩বার রিপিট করা যাবে।
সুতরাং ৩ অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = $6^3 = 216$ টি $\quad 6 \times 6 \times 6 = 216$
যেমন: 123, 112, 111, এরকম 1 দিয়েই 36টি সহ প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে 36 টি করে মোট = $6\times36 = 216$ টি।

নিজে করুন:

৮৩. ১, ২, ৩, ৪, ৫ অঙ্কগুলির প্রতিটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে ৩ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?
a. 130 b. 135 c. 125 d. 127 Ans: c

৮৪. 0, 1 দ্বারা 4 অঙ্কের কতগুলো সংকেত তৈরি করা যায়? [স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয়ের সহ: প্রকৌশলী-২০১৬]
a. 8 b. 16 c. 32 d. 64 Ans: b

সমাধান: মোট উপাদান = 2 টি (0 ও 1) এবং 4 অঙ্কবিশিষ্ট সংকেত বলায় প্রতিটি অঙ্ককে 4 বার রিপিট করা যাবে।
সুতরাং সর্বমোট সংকেত সংখ্যা = $(\text{উপাদান})^{\text{যতবার রিপিট করা যাবে}} = 2^4 = 16$ টি সংকেত। নমুনা: 0011,1010, 0110..

[Note: এখানে সংখ্যা না বলে সংকেত বলায় শুরুতে 0 লিখেও সংকেত দেয়া যাবে। সংখ্যা বললে ভিন্ন নিয়ম হতো]

৮৫. 4, 5, 6, 7, 8 এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে চার অঙ্কবিশিষ্ট যতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়, এ সংখ্যাগুলোর কয়টিতে একই অঙ্ক একাধিবার থাকবে?
a. 520 b. 428 c. 625 d. 505 Ans: d

সমাধান: চার অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = $5^4 = 625$ (4 অঙ্কবিশিষ্ট সব ধরণের সংখ্যা মিলে 625 টি)
আবার প্রদত্ত 5 টি অঙ্ক থেকে প্রত্যেকটি কেবল একবার নিলে 4 টি অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = $^5P_4 = 120$ (এগুলোতে রিপিট নাই)
∴প্রত্যেকটি সংখ্যায় একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে এরূপ সংখ্যা = সর্বমোট সংখ্যা- রিপিট নাই সংখ্যা = 625-120 = 505

[Note: ৬২৫ টির মধ্যে আছে, ৪৫৬৭, ৫৫৬৮, ৪৪৪৪৪ সব ধরণের সংখ্যা আর ১২০ এ কোন রিপিট নাই, তাই সর্বমোট থেকে রিপিট গুলো বাদ দিলে বাকী যেগুলো পাওয়া যাবে সেই ৫০৫ টিতে অন্তত ১বার হলেও রিপিট আছে। ৫৫৬৬, ৪৫৮৪]

৮৬. 0 বাদে তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো পূর্ণসংখ্যা তৈরী করা যায় যেখানে কোন অঙ্ক দু'য়ের অধিকবার ব্যবহৃত হবে না? [BKB (officer) – 2017]
a. 729 b. 720 c. 756 d. 504 Ans: b

সমাধান:
0 বাদে বাকী ডিজিটগুলোকে যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহার করে তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা বানানো যায় তাদের মোট সংখ্যা হবে 9^3 = 729 [মোট ডিজিট (0-9) = 10টি, 3টি অঙ্কের জন্য 3টি পজিশনে প্রতিটিই রিপিট করা যাবে তাই = $9\times9\times9 = 9^3$]
কিন্তু কোন সংখ্যাকে দুবারের বেশি নেয়া যাবে না সুতরাং তিন অঙ্কের সংখ্যাগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলোতে একটি ডিজিট 3 বার করে এসেছে সেগুলো বাদ দিতে হবে। আর সেগুলো হলো, (111, 222, 333, ... .888, 999 = 9টি)
সুতরাং কোন অঙ্ক দু'য়ের অধিকবার ব্যবহার হবে না এমন সংখ্যা = (729-9) = 720টি

৮৭. ৫, ৫, ৬, ৬, ৭, ৭ সংখ্যাগুলি থেকে ৩ অংকের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?
a. ২৪ b. ২৬ c. ২৮ d. ২২ Ans: a

সমাধান:
এখানে, মোট ৬টি সংখ্যা দেয়া থাকলেও আসলে সংখ্যা (উপাদান) মোট ৩টি এবং প্রতিটি ২ বার করে আছে। তাই আমরা লিখতে পারি, ৩টি উপাদান দিয়ে ৩ অঙ্কের সংখ্যা তৈরী করা যাবে = 3^3 = ২৭টি। কিন্তু লক্ষ্য করুন ৩টি উপাদান কিন্তু ইচ্ছে মত রিপিট করা যাবে না। বরং যে কয়টি সংখ্যা দেয়া আছে তা থেকেই নিতে হবে। এখানে ৫, ৬ এবং ৭ আছে ২টি করে। কিন্তু ২৭টি সংখ্যার মধ্যে এমন ৩টি সংখ্যা আছে যেখানে = ৫৫৫, ৬৬৬, এবং ৭৭৭ আছে যেগুলো নেয়া যাবে না। কারণ প্রশ্নে ৩টি করে সংখ্যা দেয়া নেই। তাই এই ৩টি বাদ দিলে মোট সংখ্যা হবে = ২৭-৩ = ২৪টি।

৮৮. 1, 3, 4 অঙ্কগুলো দ্বারা 4 অঙ্কের বেশি নয় এমন কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যাবে যেখানে একটি অঙ্ক যোকোনো সংখ্যকবার ব্যবহৃত হবে? [নির্বাচন কমিশন সচিবালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও পার্সোনাল অফিসার)-২০০৪]
a. 110 b. 120 c. 140 d. 180 Ans: b

সমাধান:
৪ অঙ্কের বেশি নয় বলায় ১ অঙ্ক বিশিষ্ট, ২ অঙ্ক বিশিষ্ট, ৩ অঙ্ক বিশিষ্ট ও ৪ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে।
মোট অঙ্ক আছে (১, ২, ৪) = ৩টি। এবং যত অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা বের করা হবে ততবার রিপিট করা যাবে।
রিপিট করা গেলে সূত্র = n^r
১ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $3^1 = 3$টি, ২ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তেরি করা যাবে = $3^2 = 9$টি
৩ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তেরি করা যাবে = $3^3 = 27$টি, ৪ অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তেরি করা যাবে = $3^4 = 81$টি
সুতরাং সর্বমোট সংখ্যা তৈরি করা যাবে = $(3 + 9 + 27 + 81) = 120$ টি

(৭. গ) 0 যুক্ত সংখ্যা গঠন :

৮৯. 0, 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যাগুলো একবার মাত্র ব্যবহার করে 6 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো অর্থ পূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যাবে?
a. 700 টি b. 600 টি c. 520 টি d.710 টি Ans: b

সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)	শর্টকাট :
0, 1, 2, 3, 4, 5 = মোট 6 টি নিতেও হবে 6 টি	5 | ×5 | ×4 | ×3 | ×2 | ×1 | 600 টি
∴সর্বমোট বিন্যাস = $^6P_6 = 6! = 720$ টি	সংখ্যা ৬টি তাহলে প্রথমে ৫ কেনো? পর পর ২টা ৫ কেনো?
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস =720÷6 = 120	৬টি সংখ্যার মধ্যে ০ বাদ দিয়ে অন্য ৫টি সংখ্যার যে কোন ১টি
সুতরাং 0 দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস সংখ্যা = 120 টি।	প্রথমে বসানো হয়েছে। এরপর ঐ সংখ্যাটি বাদে যে ৪টি থাকে
∴ 0 বাদে 6 অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ সংখ্যা =720-120 = 600	তার সাথে ০ যুক্ত হয়ে মোট ৫টি সংখ্যা পরের ৫টি ঘরে বসেছে।
এখানে অন্য কোন শর্ত না থাকায় শুধু 0 যুক্ত গুলো বাদ।	Super Shotrcut: 5×5! = 5×120 = 600 টি।

৯০. প্রত্যেক অঙ্ক একবার মাত্র ব্যবহার করে 0, 1, 2, 3, 5, 6 দ্বারা চার অঙ্ক বিশিষ্ট অর্থ পূর্ণ সংখ্যা কত?
a. 350 b. 400 c. 500 d. 300 Ans: d

সমাধান: (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)

0, 1, 2, 3, 5, 6 = মোট 6 টি নিতে হবে 4 টি
∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^6P_4 = 6\times5\times4\times3 = 360$ টি
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস $=360\div6 = 60$টি
সুতরাং 0 দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস সংখ্যা = 60 টি।
∴ 0 বাদে 6 অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ সংখ্যা $=360-60 = 300$
এখানে অন্য কোন শর্ত না থাকায় শুধু 0 যুক্ত গুলো বাদ।

শর্টকাট :

5	×5	×4	×3	300 টি

প্রথমে ০ বাদে বাকী 5টি থেকে যে কোন ১টি 5 ভাবে। এরপর প্রথমে বসানো ১টি বাদে অবশিষ্ট 5টি (∵মোট ৬টি সংখ্যার ১টি প্রথমে বসে গেছে, এই ৫টির মধ্যে ০ ও আছে) ২য় বক্স থেকে পরের গুলোতে ১টি করে কমে 4টি ও 3 টি।

৯১. কোনো সংখ্যায় কোনো অঙ্কের পুনরাবৃত্তি না করে 0, 3, 5, 6, 8 অঙ্কগুলি দ্বারা 4000 এর চেয়ে বড় কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়?

লিখিত সমাধান: (ঘর বানিয়ে বক্সে সংখ্যা বসানোর হিসেবের লিখিত নিয়ম, লিখিত পরীক্ষায় আসলে এভাবে করতে পারেন)

৪০০০ এর থেকে বড় অর্থ এখানে দুটি অংশ: প্রথম: ৪ অঙ্কবিশিষ্ট কিছু সংখ্যা + ২য় অংশ : ৫ অংক বিশিষ্ট সব সংখ্যা
4 অঙ্কের দ্বারা গঠিত অথচ 4000 এর চাইতে বৃহত্তর সংখ্যাগুলি চার অঙ্কবিশিষ্ট ও পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা হবে।
চার অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলি 5, 6 কিংবা 8 দ্বারা আরম্ভ হবে।
চার অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলির সংখ্যা = ${}^3P_1 \times {}^4P_3 = 72$ (৫,৬,৮ থেকে ১টি প্রথমে, এবং অন্য ৪টি থেকে শেষ ৩টি পূর্ণ হবে)
পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলি 3, 5, 6 কিংবা 8 দ্বারা আরম্ভ হবে।
পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাগুলির সংখ্যা = ${}^4P_1 \times 4! = 96$ [৩,৫,৬,৮ থেকে ১টির পর অবশিষ্ট ৪টি ঘরে বাকী ৪টি সংখ্যা]
∴ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = $(72 + 96) = 168$

শর্টকাট: উপরের লিখিত কথাগুলোই, বাংলা বাক্য বাদ দিয়ে সরাসরি গুণফল বের করে যোগ। লজিক কিন্তু একই আছে।

3	×4	×3	×2	72 টি	+	4	×4	×3	×2	×1	96 টি	= 168 টি

৯২. প্রতিটি অঙ্ক একবার ব্যবহার করে 4, 3, 2, 1, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা 5 অঙ্কের কতগুলি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে?
a. 24 b. 26 c. 28 d. 36 Ans: d

এখানে শর্ত দুটি : (এই অংক থেকে ভালোভাবে শিখলে পরের অংকগুলো নিজে থেকে পারবেন।)
১. সংখ্যাগুলো ৫ অংক বিশিষ্ট হতে হবে (অর্থাৎ ০ দিয়ে শুরু হওয়া যাবে না)
২. সংখ্যাগুলো বিজোড় হতে হবে। (অর্থাৎ ১ ও ৩ দিয়ে শেষ হতে হবে)

বুঝে বুঝে সমাধান : (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)

৪, ৩, ২, ১, ০ = মোট ৫ টি, নিতেও হবে ৫ টি ∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^5P_5 = 5! = ১২০$ টি
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস = ১২০÷৫ = ২৪ এজন্য ১ ও ৩ দিয়ে শেষ হবে এমন বিজোড় সংখ্যা = ২×২৪ = ৪৮টি
আবার, ০ দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস সংখ্যা = ২৪ টি। ∴প্রথমে ০ এরকম ২৪টি সংখ্যার শেষে অবশ্যই ৪, ৩, ২, ১ = ৪ টি
অঙ্কের ১টি থাকবে। তাহলে প্রথমে ০ যুক্ত সংখ্যাগুলো ৪,৩,২ ও ১ এর প্রতিটি দিয়ে শেষ হবে = ২৪÷৪ = ৬টি করে।
সুতরাং প্রথমে ০ থাকা বিজোড় সংখ্যা (১,৩ দিয়ে শেষ হবে) = ৬+৬ = ১২টি।
অর্থাৎ প্রথমে ০ থাকা ২৪টির মধ্যে ১২টি বিজোড়। সুতরাং মোট বিজোড় ৪৮টির মধ্যে থাকা এই ১২টি বিজোড় সংখ্যা অর্থপূর্ণ নয়।
সুতরাং মোট অর্থপূর্ণ ৫অঙ্কবিশিষ্ট বিজোড় সংখ্যা = ৪৮-১২ = ৩৬টি।

লিখিত সমাধান :

4, 3, 2, 1, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা গঠিত বিজোড় সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 1 অথবা 3 হবে।
একক স্থানীয় অঙ্ক 1 নিয়ে অবশিষ্ট 4টি অঙ্কের বিন্যাস = 4!
আবার যে সংখ্যার সর্ববামে 0 তা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট হবে না।

0	*	*	*	*	এগুলো ৫ অঙ্কবিশিষ্ট নয়

একক স্থানীয় অঙ্ক 1, সর্ববামে শূন্য (0) নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 3টি অঙ্ককে নিজেদের মধ্যে 3! উপায়ে সাজানো যায়।
একক স্থানীয় অঙ্ক 1, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা = 4! - 3! = 24 - 6 = 18
অনুরূপ ভাবে, একক স্থানীয় অঙ্ক 3, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা = 18
সুতরাং পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট মোট বিজোড় সংখ্যা = 18 + 18 = 36 (Ans)

শর্টকাট সমাধান : (এমসিকিউ পরীক্ষায় উপরের লজিকটা ই বাংলা কথাগুলো বাদ দিয়ে এভাবে খুব দ্রুত করা যায়)

শেষে 1 বসিয়ে একবার, এবং 3 বসিয়ে আরেকবার হিসেব।
প্রথমে,

3	×3	×2	×1	×1 (1 Fixed)	18 টি

5 নং বক্সে 1 নির্দিষ্ট রেখে ১ম বক্সে 1 ও 0 বাদে বাকী 3টির যে কোন 1টি বসিয়ে, মাঝের 3টি অবস্থানে অবশিষ্ট 3টি বসিয়ে অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা সর্বমোট = 18 টি।

একই ভাবে

3	×3	×2	×1	×1 (3 Fixed)	18 টি

5 নং বক্সে 3 কে নির্দিষ্ট রেখে, ১ম বক্সে 3 ও 0 বাদে বাকী 3টির যে কোন 1টি বসিয়ে, মাঝের 3টি অবস্থানে অবশিষ্ট 3টি বসিয়ে অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা = 18 টি।
এরপর দু ফলাফলের যোগফল = 18+18 = 36 টি ই উত্তর।

সুপার শর্টকাট : (মাত্র কয়েক সেকেন্ডেই উত্তর) যত ভালো বুঝাবেন সমাধান তত শর্ট হয়ে যাবে,

3	×3	×2	×1	×2 (1/3 Fixed)	36 টি

চিত্রটিতে ১ম ও ৫ম বক্সে শর্ত প্রয়োগ করা হয়েছে, প্রথম বক্সে 0 বসানোই যাবে না, আবার শেষের বক্সে অবশ্যই 1 অথবা 3 বসবে। তাহলে শেষে 1 বা 3 এর যে কোন ১টি আগে বসিয়ে প্রথমে ঐ সংখ্যাটি ও 0 বাদে অন্য ৩টির ১টি বসিয়ে মাঝের ৩টিতে অবশিষ্ট ৩টি বসানোর পর গুণফল 36 ই সরাসরি উত্তর।

নিজে করুন:

৯৩. প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 5, 4, 3, 2, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?

[Hints:

3	×3	×2	×1	×2 (5/3 Fixed)	36 টি

]

৯৪. 5, 3, 2, 4, 0 অঙ্কগুলির প্রত্যেকটি প্রতি সংখ্যায় একবারমাত্র ব্যবহার করে পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কয়টি অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

বুঝে বুঝে সমাধান : (মোট বিন্যাস ÷ মোট উপাদান সংখ্যা ধরে)

5, 3, 2, 4, 0 = মোট ৫ টি নিতেও হবে ৫ টি ∴ সর্বমোট বিন্যাস = ${}^5P_5 = 5! = ১২০$ টি
প্রতিটি অঙ্ক দিয়ে শুরু হবে এমন বিন্যাস = ১২০÷৫ = ২৪ এবং জোড় হওয়ার জন্য ০, ২ ও ৪ দিয়ে শেষ হবে এমন জোড় সংখ্যা = ৩×২৪ = ৭২ টি। ০ দিয়ে শেষ হওয়া সংখ্যার শুরুতে ০ থাকবে না কিন্তু ২ ও ৪ দিয়ে শেষ হওয়া সংখ্যার শুরুতে ০ আছে এগুলো বাদ দিতে হবে।
এখন ০ দিয়ে শুরু হওয়া সংখ্যা = ২৪টি। যেগুলো শেষ হবে, ৫,৩ দিয়ে অথবা ২,৪ দিয়ে। অর্থাৎ ৪টির মধ্যে ২টি বা অর্ধেক।
সুতরাং ০ দিয়ে শুরু জোড় সংখ্যা হলো = ২৪ এর অর্ধেক ১২টি। যা অর্থপূর্ণ নয়।
সুতরাং সর্বমোট জোড় সংখ্যা ৭২টি থেকে অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা = ৭২-১২ = ৬০টি।

লিখিত সমাধান :

5, 3, 2, 6, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা গঠিত জোড় সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 0, 2 অথবা 4 হবে।
একক স্থানীয় অঙ্ক 0 নিয়ে অবশিষ্ট ৪টি অঙ্কের বিন্যাস = 4 !
একক স্থানীয় অঙ্ক 0 পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা = 4! = 24
একক স্থানীয় অঙ্ক 2 নিয়ে অবশিষ্ট 4টি অঙ্কের বিন্যাস = 4! যে সংখ্যার সর্ববামে শূন্য তা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট হবে না।

একক স্থানীয় অঙ্ক 2, সর্ববামে শূন্য (0) নিয়ে অবশিষ্ট 3টি অঙ্ককে নিজেদের মধ্যে 3! উপায়ে সাজানো যায়।
∴ একক স্থানীয় অঙ্ক 2, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা = 4! - 3! = 24 - 6 = 18
অনুরূপভাবে, একক স্থানীয় অঙ্ক 8, পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট এরূপ অর্থপূর্ণ জোড়সংখ্যা ১৮
∴ পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট মোট জোড় সংখ্যা = **24 + 18+18 = 60** (Ans)

শর্টকাট সমাধান : (0 দিয়ে জোড় সংখ্যা হয় এজন্য এই অংকটি এক লাইনে করা যাবে না, অন্তত দু লাইনে করা যাবে।)

4	×3	×2	×1	×1 (0 Fixed)	24 টি
3	×3	×2	×1	×1 (2 Fixed)	18 টি
3	×3	×2	×1	×1 (4 Fixed)	18 টি

শেষে ০ নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট ৪টি সংখ্যা প্রথম ৪টি বক্সে ৪! = ২৪ টি সংখ্যা গঠন করলে সবগুলোই অর্থপূর্ণ সংখ্যা।
শেষে ২ নির্দিষ্ট রেখে ২ ও ০ বাদে অবশিষ্ট ৩টি সংখ্যার যে কোন ১টি প্রথমে এবং মাঝের ৩টি সংখ্যা অবশিষ্ট ৩টি দিয়ে পূর্ণ।
শেষে ৪ নির্দিষ্ট রেখে ৪ ও ০ বাদে অবশিষ্ট ৩টি সংখ্যার যে কোন ১টি প্রথমে এবং মাঝের ৩টি সংখ্যা অবশিষ্ট ৩টি দিয়ে পূর্ণ।

সুতরাং সবগুলো বক্সের ফলাফল যোগ করলে অর্থপূর্ণ ৫ অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা = **24 + 18+18 = 60** টি (Ans)

নিজে করুন:

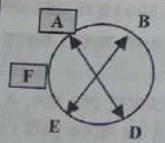
৯৫. 0, 3, 4, 5, 6, 9 অঙ্কগুলির প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে ছয় অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায় তা নির্ণয় কর।
[**Hints:** শেষে 0 বসিয়ে মোট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা = 5! = 120 টি । **Ans: 312টি**
শেষে 4 বসিয়ে 5! - 4! = 96 টি (শুরুতে 0 যুক্ত 24 টি বাদ) এবং শেষে 6 দিয়েও 96টি, মোট = 120+96+96 = 312]

৯৬. প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 অঙ্কগুলি দ্বারা পাঁচ অঙ্কের কতগুলি
(i) অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায় ? **(ii) কতগুলো অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?**
Ans: 36 টি এবং 60 টি

পদ্ধতি-০৮: বৃত্তাকার বা চক্রাকার বিন্যাস

(৮.ক) বৃত্তকারে সাজানো :

আগে বুঝুন, উপরের সবগুলো আলোচনা ছিল পাশাপাশি বসানো। যেখানে বেঞ্চে যতজন ই বসে থাকুক না কেনো দু প্রান্ত মানুষের কারো সাথে কারো সম্পর্ক নেই। কিন্তু বৃত্তাকারে বসলে শেষের জন্য ঘুরে এসে প্রথমজনের পাশে বসে।

পাশাপাশি 6 জন বসলে	বৃত্তাকারে 6 জন বসলে
৬ জন পাশাপাশি বসলে এরকম দেখাবে। A B C D E F এখানে, প্রথমের A এর সাথে শেষের F এর কোন সম্পর্ক না থাকায় ABCDEF এবং FEDCBA দুটি আলাদা বিন্যাস এভাবে মোট বিন্যাস = 6! = **720**	 প্রথমের A এর সাথে শেষের F একবার ঘুরে এসে পাশাপাশি বসেছে। এজন্য ABCDEF এবং FEDCBA দুটি আলাদা বিন্যাস না হয়ে একই বিন্যাস ।
	এজন্য এখানে বিন্যাস সংখ্যা কমে (6-1)! = 5! = **120** হবে

৯৭. 5 জন মানুষ এক সারিতে নামাজে দাঁড়াতে পারবে কত উপায়ে?
a. 240 b.360 c. 720 d. 120 Ans: d
সমাধান: 5 জন মানুষ সারিতে দাঁড়াতে পারবে = 5 ! = **120 উপায়ে**

বৃত্তাকারে সাজানোর সূত্র: (n-1)! (এখানে n = যতজনকে বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হবে)

টিপস: বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হলে যত জনকে সাজাতে বলা হবে তা থেকে 1 বিয়োগ করতে হবে। কারণ
- A,B,C,D চারজনকে পাশাপাশি (বেঞ্চে) বসাতে বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি ভিন্ন বিন্যাস।
- কিন্তু A,B,C,D চারজনকে বৃত্তাকারে (গোলটেবিলে) বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি বিন্যাস দ্বারা একটি বিন্যাসকে ই বোঝায়। কারণ শেষের ব্যক্তি D এসে পেছন দিক থেকে A এর পাশে বসায় বিন্যাস সংখ্যা কমে যায়।

৯৮. কতভাবে 4 জন লোক একটি বৃত্তাকার টেবিলের চারপাশে বসতে পারে?
a. 6 b. 4 c. 8 d. 10 Ans: a
সমাধান: 4 জনকে বৃত্তকার টেবিলের চারপাশে বসানোর উপায় = (4-1)! = 3! = **6**

৯৯. 7 জন মেয়ে বৃত্তাকারে দাঁড়াবে। কত প্রকারে তারা পৃথক পৃথকভাবে বৃত্তাকারে দাঁড়াতে পারবে?
a. 240 b.360 c. 720 d. 120 Ans: c
সমাধান: 1 জন মেয়েকে স্থির রেখে বাকি 6 জন মেয়ে পৃথক পৃথকভাবে বৃত্তাকার দাঁড়াতে পারবে = 6! = 720 প্রকারে।

১০০. চেয়ারম্যানের আসন স্থির রেখে 8 জন মেম্বরের মধ্যে গোল টেবিলের বৈঠক কত উপায়ে করতে পারে? *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা) -২০০৫]*
a. 40320 উপায়ে b. 4032 উপায়ে c. 30320 উপায়ে d. 4320 উপায়ে Ans: a
সমাধান: এখানে মোট লোকসংখ্যা = চেয়ারম্যান + 8 জন মেম্বার = 9 জন।
চেয়ারম্যানের আসন যেহেতু স্থির সুতরাং শুধু চেয়ারম্যানের চেয়ার নির্দিষ্ট রেখে অন্যদেরকে সাজানো যায়
= 8! × = 8×7×6×5×4×3×2 = **40320**
শর্টকাট: (9-1)! = 8! = **40320**

নিজে করুন:

১০১. সভাপতির আসন নির্দিষ্ট রেখে 6 জন লোক একটি গোল টেবিল বৈঠক কত উপায়ে করতে পারে?
a. 580 b. 630 c.772 d.720 Ans: d
[**Hints: 6** থেকে 1 বাদ দিয়ে 5! =120 বের করলে ভুল হবে। কারণ সভাপতি সহ মোট লোক (1+6) = 7 জন হবে]

১০২. 15 সদস্যের একটি কমিটিকে গোলটেবিলে 15 টি আসনে কতভাবে বসানো যায়? প্রধান অতিথিকে মাঝের আসনে বসিয়ে তাদেরকে একটি লম্বা টেবিলে 15টি আসনে কতভাবে বসানো যায় তাও নির্ণয় কর।
সমাধান:
15 টি আসনের যেকোন 1 টিতে 1 জন সদস্যকে নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 14 জনকে 14টি স্থানে বিন্যস্ত করা যায় 14! উপায়ে।
∴ গোল টেবিলে বসানোর নির্ণেয় উপায় = **14!**
আবার প্রধান অতিথিকে মাঝের আসনে বসিয়ে অবশিষ্ট 14 জনকে একটি লম্বা টেবিলে বসানোর উপায় = **14!**

১০৩. দুইজন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে না বসিয়ে 5 জন বিজ্ঞানের ছাত্র ও 5 জন কলা বিভাগের ছাত্র কত রকমে একটি গোল টেবিলের পাশে আসন নিতে পারে?
সমাধান:
দুজন কলা বিভাগের ছাত্রকে একত্রে বসানো যাবে না অর্থাৎ দুজন বিজ্ঞানের ছাত্রের মাঝে একজন কলা বিভাগের ছাত্রকে বসাতে হবে।
1 জন বিজ্ঞানের ছাত্রের আসনকে নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 4 জনকে নিজেদের মধ্যে 4! বিন্যস্ত করা যাবে।
5 জন বিজ্ঞানে ছাত্রের মাঝের ৫টি স্থানে কলা বিভাগের ছাত্ররা 5! উপায়ে বসতে পারবে।
∴ আসন নেয়ার নির্ণেয় উপায় = 4! × 5! = 24×120 = **2880**
[**Note:** যাদেরকে পাশাপাশি বসানো যাবে তাদেরকে আগে বসিয়ে অন্যদেরকে তাদের গ্যাপে বসাতে হবে।]

১০৪. ফারাক্কা সমস্যার সমাধানে 5 জন বাংলাদেশি পানি বিশেষজ্ঞ ও 5 জন ভারতীয় পানি বিশেষজ্ঞ কত উপায়ে গোল টেবিল বৈঠক করতে পারবে যেখানে একই দেশের মানুষ পাশাপাশি বসবে না ? *[বাংলাদেশ পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় বিভাগ (মাঠ কর্মকর্তা)-২০১৩]*
a. 1880 b. 2080 c. 2880 d. 4880 Ans: c
সমাধান:
একই দেশের মানুষ পাশাপাশি না বসলে গোল টেবিল বৈঠক করার উপায় = (5 -1)!×5! = 4!×5! = 24×120 = **2880**

(৮.খ) মালা তৈরী করার :

একই রকমের পুঁতি অথবা মুক্তা দিয়ে মালা তৈরী করার উপায় বের করার সূত্র = $\frac{(n-1)!}{2}$ এখানে n = পুঁতির সংখ্যা

মালা বৃত্তাকার হওয়ার পরও ২ দিয়ে কেনো ভাগ হয়?

কয়েকজন মানুষ বৃত্তকার করে বসানোর পর তাদেরকে যদি মালার মত তুলে ধরা হয় তাহলে সামনে এবং পেছন দিয়ে আলাদা রকম দেখাবে। কিন্তু মালার ক্ষেত্রে একটা মালা একজনকে দেখানোর পর ঘুরিয়ে ধরলেও একই রকম দেখায় এজন্যই দিয়ে ভাগ করতে হয়।

১০৫. 6 টি মুক্তা দিয়ে মালা তৈরি করা যাবে কত উপায়ে? *[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০০৬]*

a. 7 b. $\frac{5!}{2}$ c. $\frac{7!}{2}$ d. $\frac{9!}{2}$ Ans: b

সমাধান: $\frac{(n-1)}{2} = \frac{(6-1)!}{2} = \frac{5!}{2}$

১০৬. 8 টি ভিন্ন রং এর পুর্তি কতভাবে একটি হারে লাগানো যাবে?

a. 2520 b. 2880 c. 4320 d. 5040 Ans: a

সমাধান:

একটি পুঁতি নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট 7 টিকে 7! উপায়ে সাজানো যেতে পারে। ∴ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা = $\frac{7!}{2} = 2520$

নিজে করুন:

১০৭. 4টি ভিন্ন ধরনের মুক্তা কত রকমে একটি ব্যান্ডে লাগিয়ে একটি হার তৈরী করা যেতে পারে?

a. 6 b. 4 c. 3 d. 2 Ans: c

১০৮. 12টি পুঁতি দিয়ে কতটি উপায়ে মালা তৈরি করা যাবে? *[প্রাথমিক সহ: শিক্ষক -২০০০]* [অপশন যেভাবে আছে সেভাবে সাজানো হলো]

a. $\frac{11!}{2}$ b. $\frac{15!}{3}$ c. 11 d. 7 Ans: a

পদ্ধতি-০৯: বিন্যাসের বিবিধ

নিম্নোক্ত বিষয়গুলো মাথায় রাখুন: (এগুলো থেকে তেমন প্রশ্ন না হলেও নিয়মটা জানা থাকা ভালো)

টেলিফোন নাম্বার বের করার উপায় = $(১০)^{ডিজিট}$	পুরস্কার বিতরণ করার উপায় = $(প্রার্থী)^{পুরস্কার}$
চিঠি পোস্ট করার উপায় = $(পোস্টবক্স)^{চিঠি}$	নির্বাচনে ভোট দেয়ার উপায় = $(প্রার্থী)^{ভোটার}$

১০৯. টেলিফোন ডায়ালে 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা আছে। যদি রাজশাহী শহরের টেলিফোনগুলো 5 অংক বিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহরে কত টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে?

a. 10^4 b. 10^5 c. 10^6 d. 10^{10} Ans: b

সমাধান: যেহেতু কোন ধরণের শর্ত দেয়া নেই, এবং টেলিফোন নম্বরে ডিজিটগুলো ইচ্ছেমত রিপিট হতে পারে তাই ঐ শহরের টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে মোট = $10\times10\times10\times10\times10 = 10^5$ টি।

১১০. ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের টেলিফোনগুলো ছয় অংকবিশিষ্ট যার প্রথম স্থানে 5 এবং দ্বিতীয় স্থানে 2 আছে। ফোনে ডায়ালের জন্য 0 থেকে 9 ব্যবহার করে মোট কতটি টেলিফোন সংযোগ দেওয়া সম্ভব?

a. $10\times2!$ b. 10^4 c. $\frac{6!}{2!}$ d. $\frac{10^4}{2!}$ Ans: b

সমাধান: টেলিফোনে সংযোগ হবে 6 ডিজিটের, যার মধ্যে প্রথম স্থানে 5 এবং দ্বিতীয় স্থানে 2 নির্দিষ্ট থাকায় এদেরকে পরিবর্তন করা যাবে না। তাহলে অবশিষ্ট = (6-2) = 4 টি ডিজিটে পরিবর্তন করা যাবে।
সুতরাং সর্বমোট টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে = $10\times10\times10\times10 = 10^4$ টি।

নিজে করুন:

১১১. গ্রামীণফোন কোম্পানী বাজারে যে মোবাইল সংযোগ দিচ্ছে তা 11 অঙ্কের প্রথম তিনটি অঙ্ক 013 হলে সর্বোচ্চ কতটি সংযোগ দিতে পারবে? [Hints: 3 টি অঙ্ক স্থির রেখে অবশিষ্ট 8 টি ডিজিট পরিবর্তন হবে]

a. 10^7 b. 10^8 c. 10^{10} d. 10^{11} Ans: b

১১২. একটি প্রফেসর পদের জন্য 3 জন প্রার্থী, 5 জন লোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবে, কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে?

a. 243 b. 360 c. 440 d. 660 Ans: a

সমাধান: প্রার্থী = 3 জন, ভোটার = 5জন ∴ ভোট দেয়ার উপায় = $(প্রার্থী)^{ভোটার} = 3^5 = 243$
বিষয়টা প্রাকটিকালি এভাবে ভাবতে পারেন। একজন ভোটার চেয়ারম্যান, ভাইস-চেয়ারম্যান এবং কাউন্সিলর সবাইকে ভোট দিতে পারে। তেমনিভাবে 5 জন ভোটারের সবাই 3 জনকে ভোট দিতে পারবে। এক্ষেত্রে 1 করে কমবে না।

১১৩. কোন নির্বাচনে ভোটার সংখ্যা 10 জন এবং প্রার্থী 3 জন। কত ভাবে ভোট হতে পারে?

a. 3^5 b. 3^{10} c. 10^3 d. 30 Ans: b

১১৪. 4 টি পোস্টবক্সে 5 টি চিঠি কতভাবে পোস্ট করা যাবে?

a. 4^5 b. 5^4 c. 5!×4! d. কোনটিই নয় Ans: a

সমাধান: চিঠি পোস্ট করার উপায় = $(পোস্টবক্স)^{চিঠি}$ সুতরাং উত্তর = 4^5

১১৫. 6 টি ভিন্ন রঙ্গের পতাকার একটি বা একাধিকটি একবারে নিয়ে মোট কতটি সংকেত দেয়া যাবে? *[Pubali Bank (SO)-2013]*

a.1958 b.1956 c.16 d.64 Ans: b

সমাধান:

যেহেতু ৬টি ভিন্ন রঙ্গের পতাকার একটি বা একাধিকটি একবার নিয়ে ভিন্ন ভিন্ন সংকেত দেয়া যাবে। ভিন্ন ভিন্ন রঙ্গের ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলে ভিন্ন সংকেত বোঝাবে তাই বিন্যাসের সূত্র প্রয়োগ হবে। এখানে,

(i) 6 টি থেকে 1 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = $^6P_1 = 6$	(iv) 4 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = $^6P_4 = 6\times5\times4\times3 = 360$
(ii) 2 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = $^6P_2 = 6\times5 = 30$	(v) 5 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = $^6P_5 = 6\times5\times4\times3\times2 = 720$
(iii) 3 টি নিয়ে সংকেত সংখ্যা = $^6P_3 = 6\times5\times4 = 120$	(vi) 6 টি নিয়ে সংকেত = $^6P_6 = 6\times5\times4\times3\times2\times1 = 720$

সুতরাং মোট সংকেত সংখ্যা = 6 + 30 + 120 + 360 + 720 + 720 = **1956 টি** **Ans: 1956 টি সংকেত**

১১৬. একজন সংকেতকারীর 6টি পতাকা আছে, এগুলির মধ্যে 1টি সাদা, 2টি সবুজ এবং 3টি লাল। সে এক সঙ্গে 5টি পতাকা ব্যবহার করে কতটি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারবে?

সমাধান:

ক্রম	সাদা (1)	সবুজ (2)	লাল (3)	মোট সংকেত	ব্যাখ্যা
(i)	0	2	3	$\frac{5!}{2!\times3!} = 10$	প্রতিবার মোট 5 টি পতাকা দিয়ে সংকেত দেয়া যায় 5! ভাবে। কিন্তু একই রঙ্গের যতগুলো পতাকার সংখ্যাগুলো রিপিট হয়েছে প্রতিবার তা দিয়ে নিচে ভাগ করা হয়েছে।
(ii)	1	1	3	$\frac{5!}{3!} = 20$	
(iii)	1	2	2	$\frac{5!}{2!\times2!} = 30$	
∴ 5 টি পতাকা ব্যবহার করে নির্ণেয় মোট সংকেত সংখ্যা = 10 + 20 + 30 = 60 **Ans : 60**					

১১৭. $\frac{1}{6!}+\frac{1}{7!}=\frac{x}{8!}$ হলে x এর মান কত? *[BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*

a. 64 b. 56 c. 49 d.48

সমাধান: $\frac{1}{6!}+\frac{1}{7!}=\frac{x}{8!} \Rightarrow \frac{1}{6!}+\frac{1}{7\times 6!}=\frac{x}{8!} \Rightarrow \frac{7+1}{7\times 6!}=\frac{x}{8!} \quad \therefore x=\frac{8\times 8!}{7\times 6!}=\frac{8\times 8\times 7\times 6!}{7\times 6!}=64$ [এখানে $7!=7\times 6!$] Ans: c

Practice Part

1. স্বরবর্ণগুলোকে পৃথক না রেখে "INSURANCE" শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর।
   a. 8660 b. 8400 c. 8460 d. 8640
2. 'Arrange' শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়, যাতে r দুইটি পাশাপাশি থাকবে না?
   a. 720 b. 800 c. 360 d. 900
3. 'CAUTIONS' শব্দটি হতে প্রতিবারে ৪টি করে অক্ষর নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যাবে?
   a. 1500 b. 1280 c. 1680 d. 1300
4. 'IMMEDIATE' শব্দটির অক্ষরগুলি কত প্রকারে সাজানো এদের মধ্যে কতগুলিতে প্রথমে T এবং শেষে A থাকবে?
   a. 120 b. 1240 c. 630 d. 320
5. 1, 2 ও a, b এই সংখ্যা ও বর্ণগুলির প্রত্যেকটিকে নিয়ে (যেখানে উপাদানগুলো একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে) কতটো কোড তৈরি করা যাবে?
   a. 246 b. 250 c. 256 d. 300
6. 0, 1, 2, 3 এই সংখ্যাগুলি হতে প্রতিবারে ৩টি করে নিয়ে (যেখানে উপাদানগুলো একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে) কতটো পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে?
   a. 130 b. 60 c. 72 d. 64
7. ১, ২, ৩, ৪ এই সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে ব্যবহার করে কতগুলি পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে?
   a. 30 b. 24 c. 36 d. 40
8. কতটি ভিন্ন উপায়ে 'OPTICAL' শব্দটিকে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?
   a. 120 b. 720 c. 4320 d. 2160
9. 'DETAIL' শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে স্বরবর্ণগুলো বিজোড় অবস্থানে থাকবে?
   a. 32 b. 48 c. 36 d. 60
10. কত বিভিন্ন রকমে 6 জন বালককে বৃত্তাকারে বিন্যস্ত করা যায়?
    a. 144 b. 120 c. 238 d. 212
11. 1,2,3,4,5,6, 7 থেকে পুনরাবৃত্তি ছাড়া তিন অঙ্কের সংখ্যা গঠণ করা হলে কয়টি সংখ্যার মান 100 থেকে 500 এর মধ্যে?
    a. 60 b. 120 c. 210 d. 240
12. 3, 4, 5, 3, 4,5,6 অঙ্কগুলি বিজোড়অঙ্কগুলি সর্বদাই বিজোড় স্থানে রেখে সাত অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?
    a. 12 b. 18 c. 24 d. 32

উত্তরমালা

1.	d	2.	d	3.	c	4.	c	5.	c	6.	d
7.	b	8.	b	9.	c	10.	b	11.	b	12.	b

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. $\frac{6!}{2!}\times 4!=8640$

২. Hints: $\frac{7!}{2!2!}-\frac{6!}{2!}\times\frac{2!}{2!}$

৩. Hints: ${}^{8}P_4=1680$

৪. Hints: $\frac{7!}{2!.2!.2!}=630$

৫. Hints: $n^r=4^4=256$

৬. Hints: $4^3=64$

৭. সমাধান: যেহেতু প্রত্যেকটিকে ব্যবহার করতে হবে তাই পাসওয়ার্ড সংখ্যা হবে $=4!=24$ টি।

৮. Hints: $5!\times 3!=720$

৯. Hints: ${}^{3}P_3\times{}^{3}P_3=6\times 6=36$

১০. Hints: $(6-1)!=5!=120$

১১. সমাধান: $({}^{7}P_3\div 7)\times 4=120$

১২. এখানে,4টি বিজোড় সংখ্যা হচ্ছে 3,5,3,5 এবং তাদের মধ্যে দুটি 3, দুটি 5 আছে। তিনটি জোড় সংখ্যা = 4,4,6 এবং তাদের মধ্যে দুটি 4 আছে। 4টি বিজোড় স্থান 4টি বিজোড় অংক দ্বারা $\frac{4!}{2!2!}=6$ উপায়ে পূরণ করা যায়। অবশিষ্ট 3টি জোড় স্থান 3টি জোড় অংক দ্বারা $3!/2!=3$ উপায়ে পূর্ণ করা যায়। ∴ নির্ণেয় গঠিত সংখ্যা $=6\times 3=18$

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

1. Mobile শব্দটির বর্ণমালাগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?
   a. 1050 b. 720 c. 1080 d. 1440
2. SUCCESS শব্দের সব বর্ণ নিয়ে কতটি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে?
   a. 150 b.720 c. 420 d.440
3. "BANGLADESH" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা "NOAKHALI" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার কতগুণ?
   a. 30 b.60 c. 90 d.20
4. Vowel গুলি একসাথে রেখে Rajshahi শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?
   a. 1050 b. 720 c. 1080 d. 1440
5. Parallel শব্দটির Vowel গুলিকে একত্রে না রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা কত হবে?
   a. 360 b. 2440 c. 3000 d. 3600
6. প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার করে ব্যবহার করে ১,২,৩ দ্বারা কতগুলো দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়?
   a. 4 b. 5 c. 6 d. 7
7. 1, 2, 3, 4, 5, 6 অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে 5 অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে?
   a. 150 b. 720 c. 108 d. 360
8. 4, 5, 6, 7, 8 এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যকবার নিয়ে চার অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?
   a. 576 b. 144 c. 625 d. 700
9. 2, 3, 4, 5, 6, 7 ও 8 এই অঙ্কগুলির প্রত্যেকটিকে প্রত্যেকে সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলি পৃথক সংখ্যা গঠন করা যাবে?
   a. 28 b. 780 c. 840 d. 480
10. একটি টেলিটক কোম্পানী বাজারে যে মোবাইল ফোন ছাড়ছে তা 9 অংকের এবং প্রথম তিনটি সংখ্যা 015 স্থির রেখে সর্বোচ্চ কয়টি সংযোগ দেয়া যাবে?
    a. 10^6 b. 10^9 c. 10^{15} d. 10^{10}

উত্তরমালা

1.	b	2.	c	3.	c	4.	c	5.	c
6.	c	7.	b	8.	c	9.	c	10.	a

সমাবেশ

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সমাবেশের সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	যানবাহনে যাতায়াতের উপায়
পদ্ধতি-০২	করমর্দন ও খেলার সংখ্যা বের করা	পদ্ধতি-০৭	কর্ণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংখ্যা বের করা
পদ্ধতি-০৩	কমিটি বা দল গঠন করা	পদ্ধতি-০৮	বিন্যাস ও সমাবেশের মিশ্র সমস্যা
পদ্ধতি-০৪	নির্দিষ্ট ব্যক্তি বা বস্তুকে রেখে সমাবেশ	পদ্ধতি-০৯	সমাবেশের বিবিধ প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৫	শব্দের বর্ণ থেকে কিছু বর্ণ বাছাই করা		**Model Test**

সমাবেশ (Combination)কি?

সমাবেশ হলো কয়েকটি উপাদান থেকে প্রত্যেকবার নির্দিষ্ট কিছু উপাদান নিয়ে এক একটি দল গঠন করা। এখানে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলেও দলের সংখ্যা একই থাকবে।

সমাবেশের সূত্র: $^{n}C_{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$ [বিন্যাসের সূত্রের মতই শুধু অতিরিক্ত হিসেবে হরের সাথে r! গুণ করতে হবে।]

বিন্যাস বনাম সমাবেশ (Permutation Vs Combination)

Combination এর ক্ষেত্রে Order (ধারাবাহিকতা) কোন Factor নয়। কিন্তু Permutation এর ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ এবং Order এর পরিবর্তন হলে সংখ্যারও পরিবর্তন হবে। যেমন:

বিভিন্ন পরীক্ষার প্রশ্নে যখন এই দুটি অধ্যায় থেকে প্রশ্ন আসবে তখন লিখে দেয়া থাকবে না কোনটি বিন্যাস এবং কোনটি সমাবেশ হবে। ভালোভাবে পার্থক্য না জানলে একটার জায়গায় অন্যটির উত্তর বের করে ফেলতে পারেন। তাই এদের মধ্যকার পার্থক্যগুলো নিচে ছক আকারে তুলে ধরা হল।

(বিন্যাস) Permutation Vs	(সমাবেশ) Combination:
বিন্যাস হলো সাজানোর ধরণ অর্থাৎ কত ভাবে সাজানো যায় তা বের করা , এখানে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলে নতুন বিন্যাস হয়।	আর সমাবেশ হলো বাছাই করা, কয়েকজন থেকে বাছাই করার সময় কে আগে আসলো কে পরে আসলো তা দেখার প্রয়োজন নেই অর্থাৎ এখানে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ নয়।
বিন্যাসের সূত্রে: $^{n}p_{r}=\frac{n!}{(n-r)!}$	সমাবেশের সূত্র: $^{n}C_{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$ (নিচে অতিরিক্ত r!)
বিন্যাসের উত্তর বড় হয়।	সমাবেশের উত্তর ছোট হয়।
রাকিব সামনে এবং রহিম পেছনে দাঁড়ানো অথবা রহিম সামনে রাকিব পেছনে দাঁড়ানো বোঝাতে দুটি ভিন্ন দাঁড়ানোর পদ্ধতি। অর্থাৎ সিরিয়াল পরিবর্তন হলে নতুন বিন্যাস হয়।	সমাবেশের ক্ষেত্রে বাংলাদেশ- ভারত আর ভারত -বাংলাদেশ এর খেলা অর্থ দুটি খেলা না বরং একটি খেলা।
উদাহরণ: AB, BA, দুটি ভিন্ন বিন্যাস।	উদাহরণ: AB, BA উভয় মিলে একটি ই সমাবেশ।
বিন্যাস হয়: (i) অক্ষর সাজানোর প্রশ্নগুলোতে: যেমন: DHAKA (ii) সংখ্যা তৈরী করার প্রশ্নগুলোতে । যেমন: ১২৩,৩২১ (iii) যে কোন কিছুকে সাজাতে বলা হলে বিন্যাস করতে হয়।	**সমাবেশ হয়:** (i) হ্যান্ডশেক (ii) খেলা (iii) দল (iv) কমিটি (v) যে কোন কিছু বাছাই করার প্রশ্নগুলোতে সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করতে হয়।

বিন্যাস সমাবেশের মধ্যে যেন উল্টো পাল্টো লেগে না যায় তাই নিচের উদাহরণটি ভালোভাবে দেখুন:

খুব গুরুত্বপূর্ণ বাস্তবসম্মত একটি উদাহরণ:

(i) সমাবেশের প্রশ্ন: Bangladesh, India, Pakistan তিনটি দল একটি ত্রিদেশীয় সিরিজে প্রত্যেক দল অপর দলের সাথে একটি করে ম্যাচ খেললে সর্বমোট কতটি ম্যাচ অনুষ্ঠিত হবে?

সমাধান:

এখানে সর্বমোট দলের সংখ্যা ৩টি এবং একটি ম্যাচ খেলার জন্য ২টি দলের প্রয়োজন: আবার খেলার সময় Bangladesh, India এর সাথে খেলা অর্থই India, Bangladesh এর সাথে খেলা হয়ে যাওয়া। এক্ষেত্রে সিরিয়াল পরিবর্তন করলে নতুন খেলা হবে না। বরং নতুন খেলার জন্য একটি নতুন দল লাগবে। অর্থাৎ Bangladesh, যখন Pakistan এর সাথে খেলবে তখনি কেবল নতুন খেলা হবে।

তাই মোট খেলার সংখ্যা = $^{3}C_{2}$ = 3টি যেমন: **(i)B vs I, (ii) B vs P** এবং **(iii) I vs P**

একই প্রশ্ন বিন্যাসের ক্ষেত্রে হলে কেমন হতো দেখে নিন:

(ii) বিন্যাসের প্রশ্ন: BIP এই তিনটি বর্ণ থেকে প্রতিবার দুটি বর্ণ নিয়ে কতভাবে সাজানো বা বিন্যাস করা যায়?

সমাধান:

BIP তিনটি বর্ণ থেকে দুটি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা হবে $^{3}P_{2}$= 6 টি। যেমন: **BI, IB, BP, PB, IP, PI**

সমাবেশের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি- ০১: সমাবেশের সাধারণ প্রশ্ন

Combination বা সমাবেশের প্রশ্নের হিসেব দ্রুত করতে পারার জন্য নিচের নিয়ম কয়েকটি দেখুন:

মান নির্ণয় করুন: (i) $^{100}C_{1}$ (ii) $^{10}C_{3}$ (iii) $^{100}C_{98}$ (iv) $^{50}C_{50}$

সমাধান: (এই ৪ টা অংকের আইডিয়া পুরো অধ্যায়ে দ্রুত অংক করার জন্য অনেকটা ই কাজে লাগবে তাই ব্যাখ্যাসহ পড়ুন)

(i) $^{100}C_{1}$ = 100 অর্থাৎ প্রতিবার 1 জন করে নিলো সমাবেশ সংখ্যা হবে মোট লোকসংখ্যার সমান। যেমন: $^{5}C_{1}$=5, $^{20}C_{1}$= 20

(ii) $^{10}C_{3}=\frac{10\times9\times8\times7!}{3!\times(10-3)!}$ বা, সরাসরি, $\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}$ (নিচে 3 আছে তাই উপরে ৩টি নিয়ে নিচে 3 ! এর মান) = **120**

(iii) $^{100}C_{98}=^{100}C_{100-98}=^{100}C_{2}$ অর্থাৎ r এর মান বড় হলে n থেকে বিয়োগ করে ছোট বানিয়ে সমাধান করা যায় কেননা দুটি উত্তরই একই হয়। $=\frac{100\times99\times98!}{2!\times(100-2)!}=\frac{100\times99}{2}=4950$

(r=2 হলে উপর n থেকে শুরু করে দুটি সংখ্যা, r = 3 হলে 3টি সংখ্যা নিয়ে নিচে সবসময় r! এর মান দিয়ে ভাগ করতে হ

(iv) $^{50}C_{50}$ = 1 [$^{n}C_{n}$ = 1 অর্থাৎ n এবং r এর মান সমান হলে তার মান সবসময় 1 হয়।]

১. $^{n}C_{n}$ এর মান নিচের কোনটি? *[কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো (উপ- পরিচালক)-২০০৭]*

ক. 1 খ. 2 গ. -1 ঘ. -2 উত্তর:

সমাধান: $^{n}C_{n}=\frac{n!}{n!(n-n)!}=\frac{n!}{n!\times0!}=\frac{n!}{n!}=1$

২. ${}^nC_1$ সমান কত? *[রেজিস্টার্ড বেসরকারি প্রাথমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১১(জবা)]*
ক. 0 খ. n! গ. n ঘ. n + 1 উত্তর: গ

সমাধান: ${}^nC_1 = \frac{n!}{1!\times(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{1\times(n-1)!} = n$

৩. ${}^nC_7 = {}^nC_5$ হলে n = কত? *[শ্রম পরিদপ্তর (জনসংখ্যা পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা)-২০০৫]*
ক. 16 খ. 13 গ. 12 ঘ. 11 উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $n = x + y$ (সূত্র)
সুতরাং ${}^nC_7 = {}^nC_5$ হওয়ায় লেখা যায় $n = 7+5 \therefore n = 12$
শুদ্ধি পরীক্ষা করা যায় এভাবে ${}^{12}C_7$ কে ই লেখা যায় ${}^{12}C_{12-7} = {}^{12}C_5$ অর্থাৎ দুপাশে যা লেখা আছে দুটোরই মান সমান।

৪. ${}^nC_{12} = {}^nC_6$ হলে n এর মান কত ? *[৩৯তম বিসিএস (বিশেষ)]*
ক. 12 খ. 14 গ. 16 ঘ. 18 উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $n = x + y$ সুতরাং ${}^nC_{12} = {}^nC_6$ হওয়ায় $n = 12 + 6 = 18$

নিজে করুন:

৫. ${}^nC_7 = {}^nC_3$ হলে n =?
ক. 10 খ. 12 গ. 15 ঘ. 20 উত্তর: ক

৬. ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ হলে r এর মান কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তর (সহ-পরিচালক) (কারিগর/প্রশাসন) ও (চিফ অফিসার)-২০০৯, পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধিদপ্তর (সহ: পরিচালক)-২০০৭]*
ক. 2n - 1 খ. n গ. n + 1 ঘ. n − 1 উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু ${}^{2n}C_r = {}^{2n}C_{r+2}$ সুতরাং $r+r+2 = 2n \Rightarrow 2r = 2n-2 \Rightarrow 2r = 2(n-1) \therefore r = n-1$

৭. ${}^nP_3 = 2\times {}^nC_4$ হলে, n এর মান নির্ণয় কর?

সমাধান: ${}^nP_3 = 2\times {}^nC_4$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 2\times\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$

$\Rightarrow 2\times(n-3) = 4\times3\times2\times1 \Rightarrow n-3 = 12 \quad \therefore n = 15$ **(Ans:)**

৮. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \ldots\ldots\ldots + {}^nC_n = ?$ *[BSC Combined Exam (Off)-2018]*
ক. 2^n খ. 2^{n-1} গ. $\frac{n(n-1)(n^2+1)}{2}$ ঘ. $2^n - 1$ উত্তর: ঘ

সমাধান: n সংখ্যক বস্তু থেকে প্রতিবারে 1 টি, 2টি, 3টি .... n টি বস্তু নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা
$= {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \ldots\ldots\ldots + {}^nC_n$
$= ({}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \ldots\ldots\ldots + {}^nC_n) - 1 \quad [\because {}^nC_0 = 1]$
$= 2^n - 1$ [দ্বিপদী হতে আমরা জানি, ${}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \ldots\ldots\ldots + {}^nC_n = 2^n$]
$\therefore$ নির্ণেয় সমাবেশ সংখ্যা $= 2^n - 1$

৯. একটি নৌকায় 3 জন লোক উঠতে পারে, নৌকাটি দ্বারা 4 জন লোক কত প্রকারে উঠে নদী পার হতে পারে? *[স্বাস্থ্য মহাপরিদপ্তর (সহকারী প্রকৌশলী)-২০১৬]*
ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4 উত্তর: ঘ

সমাধান: (নৌকায় উঠার সময় কে আগে বা কে পরে উঠলো তা গুরুত্বপূর্ণ নয়, বরং কোন ৩ জন উঠলো তা গুরুত্বপূর্ণ এজন্য সমাবেশের নিয়মে) এখানে মোট লোকসংখ্যা, $n = 4$ আবার প্রতিবারে নৌকায় উঠতে পারবে, $r = 3$.
সুতরাং নদী পার হওয়ার মোট উপায় $= {}^4C_3 = {}^4C_1 = 4$

পদ্ধতি- ০২: করমর্দন ও খেলার সংখ্যা বের করা

এই পদ্ধতিতে আমার শিখবো হ্যান্ডশেক সংখ্যা বের করা এবং কিভাবে কয়েকজন খেলোয়াড়ের ভেতর থেকে কতভাবে একটি ক্রিকেট, ফুটবল, বাস্কেটবল অথবা যে কোন দল গঠন করা যা।

(২.ক) করমর্দন বা হ্যান্ডশেক এর সংখ্যা বের করা:

১০. একটি মিটিং এ উপস্থিত ৫ জন সদস্য প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করলে মোট কতটি হ্যান্ডশেক হবে? *[Mutual Trust Bank (off) - 2013]*
ক. 10 খ. 11 গ. 15 ঘ. 5 উত্তর: ক

সমাধান: মোট সদস্য = 5 জন এবং প্রতিবার হ্যান্ডশেক করার জন্য লোকের প্রয়োজন 2 জন। (r = সবসময় 2)
তাহলে হ্যান্ডশেক হবে= ${}^nC_r = {}^nC_2 = {}^{\text{মোট লোক}}C_{\text{২জন সব সময়}} = {}^5C_2 = \frac{5!}{2!\times(5-2)!} = \frac{5\times4\times3!}{2\times3!} = \frac{5\times4}{2} = 10$

Shortcut : এ ধরনের অংক খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে করুন এভাবে : যত জনই দেয়া থাক তার আগের সংখ্যার সাথে ঐ সংখ্যাটি গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর বের হয়ে যাবে।

১১. 10 জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করে। করমর্দন সংখ্যা কত?
ক. 38 খ. 40 গ. 42 ঘ. 45 উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট করমর্দনের সংখ্যা = ${}^{10}C_2 = \frac{10\times9}{2} = 45$ [r = 2 হওয়ায় দুটি মান নিয়ে বাকীগুলো বাদ] **Ans: 45**

নিজে করুন:

১২. একটি অনুষ্ঠানে উপস্থিত 8 জন লোকের প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করলে মোট কতটি হ্যান্ডশেক হবে?
ক. 18 খ. 28 গ. 38 ঘ. 56 উত্তর: খ

[**Hints:** মুখে মুখে, $(8\times7)\div2$ = যত জন তার আগের সংখ্যার সাথে গুণ করে 2 দিয়ে ভাগ।]

(২.খ) খেলার সংখ্যা বের করা:

হ্যান্ডশেকের মতই একটি দল আরেক দলের সাথে ১ বার খেললে দু'দলের ই একটি করে খেলা হয়ে যায়। অর্থাৎ এখানে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ নয়। তাই খেলার প্রশ্নগুলোও সমাবেশের নিয়মে হবে। পৃথিবীর সকল টুর্নামেন্টের খেলার সংখ্যা সমাবেশের মাধ্যমে নির্ধারিত হয়। যেমন: BPL, IPL, World Cup

১৩. একটি ত্রিদেশীয় ক্রিকেট খেলায় প্রত্যেক অন্যদেশের সাথে একবার মাত্র খেলবে। মোট কয়টি খেলা অনুষ্ঠিত হবে? *[বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭]*
ক. 7 টি খ. 5 টি গ. 3 টি ঘ. 4টি উত্তর: গ

সমাধান: ত্রিদেশীয় সিরিজে মোট 3 টি দল থেকে একবার করে খেললে, মোট খেলা = ${}^3C_2 = \frac{3\times2}{2} = 3$ টি।

নিজে করুন:

১৪. একটি দাবা খেলার প্রতিযোগিতায় 3 জন প্রতিযোগির প্রত্যেকে অন্য একজন খেলোয়াড়ের সাথে একবার মাত্র খেলবে। সর্বমোট কতগুলো খেলা অনুষ্ঠিত হবে? *[স্থানীয় সরকার বিভাগের (জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল এস্টিমেটর)-২০১৮]*
ক. 2 টি খ. 3 টি গ. 6 টি ঘ. 9 টি উত্তর: খ

[**Hints:** মুখে মুখে, $(3\times2)\div2$ = যতটি দল তার আগের সংখ্যার সাথে গুণ করে 2 দিয়ে ভাগ।]

১৫. একটি ফুটবল টুর্নামেন্টে ৬ টি দল অংশগ্রহণ করেছে, একক লীগ পদ্ধতিতে খেলা হলে মোট কতটি খেলা পরিচালনা করতে হবে? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮] +[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]*

ক. ১২ টি খ. ৩০ টি গ. ১৫ টি ঘ. ১৮ টি

সমাধান: ৬টি দল অংশগ্রহণ করে একক লীগ পদ্ধতিতে খেলা হলে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে ১টি করে খেলা খেলবে। উত্তর: গ

তাহলে মোট খেলা হবে ${}^6C_2 = \frac{৬\times৫}{২\times১} = ১৫$টি। **সমাবেশের সূত্রের শর্টকাট:** $(৬\times৫)\div২ = ১৫$টি।

ব্যাখ্যা: সমাবেশের এই সূত্রটি ছাড়াই নিচের মত করেও প্রাকটিকালি ভাবতে পারেন।

প্রথম ১ টি দল অন্য ৫টি দলের সাথে খেলবে = ৫টি

২য় দলটি অন্য ৪টির সাথে খেলবে, = ৪টি।(কারণ ১ম দলের সাথের খেলা, প্রথম ৫টির মধ্যে আছে তাই ১টি কম)

৩য় দলটি অন্য ৩টি দলের সাথে খেলবে = ৩টি।

৪র্থ দলটি অন্য ২টি দলের সাথে খেলবে = ২টি।

৫ম দলটি অন্য ১টি দলের সাথে খেলবে = ১টি। তাহলে মোট খেলা হবে : ৫+৪+৩+২+১ = ১৫টি। উত্তর: ১৫টি

মুখে মুখে: যতটি দল তার থেকে ১টি কম নিয়ে ১ পর্যন্ত যোগফল, ৫+৪+৩+২+১ = ১৫টি।

আবার ১টির পরিবর্তে ২টি অথবা ৩টি করে ম্যাচ খেললেও প্রথমে ১টি করে খেলার ফলাফল বের করে ২/৩ দিয়ে গুণ করতে হবে।

১৬. একটি ফুটবল লীগে ৫টি দলের প্রত্যেক দল অন্য দলের সাথে ২টি করে ম্যাচ খেললে সর্বমোট কতটি ম্যাচ অনুষ্ঠিত হবে? *[EMBA (DU)-2010] & [Dutch Bangla Bank (MTO)-2012]*

ক. 10 খ. 20 গ. 9 ঘ. 19 উত্তর: খ

সমাধান: একটি করে ম্যাচ খেললে ${}^5C_2 = \frac{5!}{2!\times(5-2)!} = 10$ যেহেতু দুটি করে ম্যাচ খেলবে তাই উত্তর: $10\times2 = 20$।

(২.গ) উল্টোভাবে আসলে :

হ্যান্ডশেকের সংখ্যা অথবা মোট খেলার সংখ্যা দেয়া থাকলে, মোট লোকের সংখ্যা বের করতে হবে এমন প্রশ্ন।

১৭. একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা 300 টি হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. 24 খ. 25 গ. 30 ঘ. 60 উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, ${}^nC_r = 300 \Rightarrow {}^nC_2 = 300$ [করমর্দন করতে ২ জন লাগে তাই r = 2]

$\Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 300 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2\times(n-2)!} = 300 \Rightarrow n^2-n = 600 \Rightarrow n^2-n-600 = 0$

$\Rightarrow n^2 - 25n + 24n - 600 = 0 \Rightarrow n(n-25) + 24(n-25) = 0 \Rightarrow (n-25)(n+24) = 0$

$\therefore n = 25$ অথবা $n = -24$ যেহেতু লোকের সংখ্যা ঋণাত্মক হয় না তাই উপস্থিত লোকের সংখ্যা = **25** জন। (উত্তর)

শর্টকাট: মুখে মুখে করার জন্য, যেহেতু পরপর দুটি সংখ্যা গুণ করে 2 দিয়ে ভাগ করলে করমর্দনের সংখ্যা বের হয় তাই এখানে আগের শর্টকাটটিকেই উল্টোভাবে ভাবা যায়, অর্থাৎ $\frac{n(n-1)}{2} = 300$ হলে, $n(n-1) = 600$

এখন, পর পর কোন দুটি সংখ্যা গুণ করলে 600 হয়? এখানে, $25\times24 = 600$। সুতরাং উত্তর বড় সংখ্যাটি $n = 25$

নিজে করুন:

১৮. একটি পার্টিতে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করায় মোট 66 টি হ্যান্ডশেক হলো। ঐ পার্টিতে মোট কত জন উপস্থিত ছিল? *[RAKUB (SO)2015[+[BB (AD)-2012]*

ক. 15 খ. 11 গ. 10 ঘ. 12 উত্তর: ঘ

[Hints: $66\times2 = 132$ এরপর পরপর দুটির সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করলে 12×11 বড় সংখ্যাটি = n =**12**]

১৯. একটি কমিটির মিটিং শেষে কমিটির সদস্যরা প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করায় সর্বমোট ৬টি হ্যান্ডশেক হলে ঐ মিটিং এ কতজন সদস্য উপস্থিত ছিল? *[EMBA. 10]* [**Hints:** প্রথমে $6\times2 = 12$ এরপর $12 = 4\times3$ থেকে 4]

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 Ans. c

একটু ব্যতিক্রম:

২০. ক্লাসে প্রত্যেকে প্রত্যেককে ঈদ কার্ড দেয়, এতে মোট ঈদ কার্ড হয় 380 টি। ক্লাসে ছাত্র-ছাত্রী কত জন?

a. 10 b. 22 c. 21 d. 20 Ans. d

সমাধান: হ্যান্ডশেক করার সময় A , B এর সাথে হ্যান্ডশেক করা অর্থই B ও A এর সাথে হ্যান্ডশেক হয়ে যাওয়া। অর্থাৎ লোক দু'জন কিন্তু হ্যান্ডশেক একটা ই। তবে ঈদ কার্ড দেয়ার সময় একজন আরেকজনকে ঈদকার্ড দেয়া অর্থ A, শুধু B কে ঈদকার্ড দিলেই হবে না বরাং B কেও A কে ঈদ কার্ড দিতে হবে। (এই অংকটা সমীকরণের অংকের মতই)

ধরি, ঐ ক্লাসে ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা = n জন। $\therefore$ প্রত্যেকজন ঈদ কার্ড দিয়েছে = (n-1) টি (নিজেকে বাদে অন্য সব বন্ধুকে)

প্রশ্নমতে, $n(n-1) = 380$ [ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা × প্রতি জনের ঈদ কার্ড সংখ্যা = মোট ঈদ কার্ড]

$\Rightarrow n^2-n-380 = 0 \Rightarrow n-20n+19n-380 = 0 \Rightarrow (n-20)(n+19) = 0 \therefore n = 20$ উত্তর: **20** জন

২১. 20 সদস্যবিশিষ্ট একটি ফুটবল দল থেকে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনায়ক কত ভাবে নির্বাচন করা যাবে? *[২৩ তম বিসিএস প্রিলি]+ বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড (সহকারী পরিচালক)-২০১৬]+ [স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয় (সহ: প্রকৌশলী)-২০১৬]*

ক. 200 খ. 190 গ. 380 ঘ. 760 উত্তর: গ

সমাধান: ২০ জনের মধ্য থেকে ১ জন অধিনায়ক নির্বাচন করার পর সহ অধিনায়ক নির্বাচনের ক্ষেত্রে অধিনায়ককে বাদ দিয়ে হিসেব করতে হবে। কারণ একই ব্যাক্তি একই সাথে অধিনায়ক ও সহ-অধিনায়ক হতে পারে না।

সুতরাং ২০ জন থেকে ১জন অধিনায়ক ও ১ জন সহ অধিনায়ক নির্বাচন করা যাবে = ${}^{20}C_1\times{}^{19}C_1 = 20\times19 = 380$ ভাবে।

বিকল্প সমাধান: প্রথমে ২০ জন থেকে ২ জন (অধি: + সহ-অধি:) বাছাই করা যায় = ${}^{20}C_2 = 190$ ভাবে।

এখন যে যে অধিনায়ক সে সহ অধিনায়ক আর যে সহ-অধিনায়ক সে অধিনায়ক হলে মোট ফল হবে = $190\times2! = 380$

পদ্ধতি-০৩: কমিটি বা দল গঠন করা

কেন বিভিন্ন কমিটি গঠনের অংকগুলো সমাবেশের সূত্রানুযায়ী করতে হয়?

১টি কমিটিতে ৩ জন সদস্য থাকার অর্থ ৩ সদস্য বিশিষ্ট কমিটি। এখন যেভাবেই যাকেই আগে অথবা পরে দিন, কমিটি একই থাকবে, অর্থাৎ এক্ষেত্রে সিরিয়াল পরিবর্তন হলেও কমিটি একই থাকবে তাই এই প্রশ্নগুলো সমাবেশের সূত্রানুযায়ী করতে হয়।

২২. ৫ জন পুরুষ ও ৪ জন মহিলার একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. ১০ খ. ১৫ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

সমাধান:

5 জন পুরুষ থেকে 1 জন পুরুষ বাছাই করার উপায় = ${}^5C_1$ আবার, 4 জন মহিলা থেকে 2 জন বাছাই করার উপায় = ${}^4C_2$

সুতরাং সর্বমোট কমিটি গঠনের সংখ্যা = ${}^5C_1\times{}^4C_2 = 5\times\frac{4\times3}{2} = 5\times6 = 30$

২৩. 10 জন বালক ও 8 জন বালিকা থেকে 2 জন বালক ও 2 জন বালিকা কত উপায়ে বেছে নেয়া যায়? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*

ক. 730 খ. 1260 গ. 3060 ঘ. 5060 উত্তর: খ

সমাধান:

10 জন বালক থেকে 2 জন বাছাই করার উপায় = ${}^{10}C_2$ আবার , 8 জন বালিকা থেকে 2 জন বাছাই করার উপায় = ${}^8C_2$

সুতরাং বালক ও বালিকাদের একত্রে বাছাই করার উপায় = ${}^{10}C_2\times{}^8C_2 = \frac{10\times9}{2}\times\frac{8\times7}{2} = 45\times28 = 1260$

নিজে করুন:

২৪. 9 জন পুরুষ ও 7 জন মহিলা থেকে 2 জন পুরুষ ও 2 জন মহিলা কত উপায়ে বেছে দেওয়া যায়? *[সমাজসেবা অধিদপ্তর (উপ-পরিচালক)-২০১৫]* [Hints: ${}^9C_2 \times {}^7C_2 = 36\times21 = 756$]

ক. 756 উপায়ে খ. 520 উপায়ে গ. 860 উপায়ে ঘ. 1020 উপায়ে উত্তর: ক

২৫. একটি ক্লাবের 8 জন পুরুষ ও 8 জন মহিলা সদস্য আছেন। 6 সদস্যের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। যেখানে পুরুষ ও মহিলা সদস্য 3 জন করে থাকবেন। কতভাবে এ কমিটি গঠন করা যায়? [Hints: ${}^8C_3 \times {}^8C_3 = 3136$]

ক. 3136 খ. 3135 গ. 3134 ঘ. 3139 উত্তর: ক

২৬. একটি স্কুলের কমিটিতে 2 জন শিক্ষক এবং 4 জন ছাত্র থাকে। 5 জন শিক্ষক এবং 10 জন ছাত্র থেকে কত উপায়ে বাছাই করা যাবে? *(Exim Bank. (TO) -2014)*

a. 220 b. 5100 c. 2100 d. 3200 Ans. c

সমাধান:

৫ জন শিক্ষকের মধ্য থেকে ২ জন নেয়া যাবে= ${}^5C_2$ ভাবে। আবার ১০ জন ছাত্রের মধ্য থেকে ৪ জন নেয়া যাবে = ${}^{10}C_4$ ভাবে

তাহলে মোট বাছাই করার উপায় = $ {}^5C_2 \times {}^{10}C_4 = \frac{5\times4}{2\times1} \times \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1} = 10\times210 = 2100$ **Ans: 2100**

২৭. নির্দিষ্ট একটি বিষয়ে ভর্তির জন্য 7 জন বালক ও 5 জন বালিকা থেকে 6 জনকে নির্দিষ্ট করা হয়েছে। কতভাবে এটা সম্ভব যাবে অবশ্যই 3 জন বালিকা থাকবে? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহঃ পরিচালক)-২০১১]*

ক. 360 খ. 370 গ. 350 ঘ. 380 উত্তর: গ

সমাধান: 6 জনের মধ্যে 3 জন বালিকা নির্দিষ্ট থাকায় বালকের সংখ্যা হবে = (6 – 3) = 3 জন।

7 জন বালক থেকে 3 জন বালক বাছাই করার উপায় = ${}^7C_3$ আবার, 5 বালিকা থেকে 3 জন বালিকা বাছাই করার উপায় = ${}^5C_3$

সুতরাং মোট বাছাই করার উপায় = ${}^7C_3 \times {}^5C_3 = \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1} \times \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 35\times10 = 350$ **Ans: 350**

নিজে করুন:

২৮. ৬ জন বালক ও ৪ জন বালিকা থেকে ৫ সদস্যবিশিষ্ট কমিটি করার কয়টি পথ আছে যেখানে ঠিক ২ জন বালিকা যাবে?

ক. 60 খ. 240 গ. 360 ঘ. 120 উত্তর: ঘ

[Hints: ${}^4C_2 \times {}^6C_3 = 6\times20 = 120$]

কখন গুণ (×) আর কখন যোগ (+) করতে হয়?

যখন একটির সাথে অন্যটি নির্ভরশীল থাকে তখন গুণ করতে হবে। (প্রশ্নে "এবং" থাকলে 'গুণ')

যেমন: মোট ৫জন পুরুষ এবং ৪ জন মহিলা থেকে ৫জন সদস্য নিয়ে একটি কলেজের কমিটি গঠন করতে হবে যেখানে ২ জন মহিলা থাকবে। এখানে শুধু মহিলা বা শুধু পুরুষ নিয়ে কমিটি হবে না বরং পুরুষ ও মহিলা উভয়ে মিলে কমিটি হবে। অর্থাৎ একটার সাথে আরেকটা নির্ভরশীল। তাই এক্ষেত্রে গুণ করতে হবে অর্থাৎ $({}^5C_3 \times {}^4C_2) = 10\times6 = 60$

কিন্তু একটির উপর আরেকটি নির্ভরশীল না হলে যোগ করতে হবে। (প্রশ্নে "অথবা" থাকলে 'যোগ')

যেমন: একটি কলেজের কমিটি তৈরী করার উপায় আছে ২০টি আরেকটি ভিন্ন কলেজের কমিটি তৈরী করার উপায় আছে ১০টি। এখানে একটি কলেজের সাথে অন্য কলেজের কমিটির কোন নির্ভরশীলতা নেই, এক্ষেত্রে মোট কমিটি = 20+10 = 30টি

মোট কথা: মোট ১০ জনকে বাছাই করার কথা বলা হলে, যতক্ষণ পর্যন্ত ১০ জন বাছাই করা শেষ হবে না ততক্ষণ পর্যন্ত গুণ হবে যেমন: ২জন ×৫জন ×৩জন। কিন্তু যখন একবার ১০ জন নেয়া হয়ে যাবে এরপর আবার ঐ ১০ জন কে ভিন্ন উপায়ে বাছাই করা যাবে তখন যোগহবে। যেমন: ১০ জনকে বাছাই + ১০ জনকে বাছাই।

একই নিয়মের আরো কিছু প্রশ্ন :

২৯. 15 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে 11 জনকে নিয়ে একটি ক্রিকেট টিম গঠন করতে হবে। কিন্তু প্রথম সারির 8 ব্যাটসম্যানের মধ্যে অবশ্যই 5 জন কে নিয়ে কত প্রকারে টিম গঠন করা যাবে?

ক. 385 খ. 401 গ. 392 ঘ. 308 উত্তর: গ

সমাধান : প্রথম 8 জন থেকে 5 জন নেয়ার উপায় = ${}^8C_5$

এবং অবশিষ্ট = (15-8) = 7 জন থেকে নিতে হবে = (11-5) = 6 জন । অর্থাৎ 7 জন থেকে 6 জন নেয়ার উপায় = ${}^7C_6$

সুতরাং সর্বমোট টিম গঠন করার উপায় = ${}^8C_5 \times {}^7C_6 = {}^8C_3 \times {}^7C_1 = 56\times7 = 392$ **Ans: 392**

৩০. শূন্য পদ পূর্ণ করার জন্য একটি কোম্পানীকে 6 জন আবেদনকারীর মধ্য থেকে 3 জন অফিসার এবং 4 জন আবেদনকারীর মধ্য থেকে 2 জন ম্যানেজার নির্বাচন করতে হবে। কতভাবে বাছাই করা সম্ভব? *(IFIC Bank Ltd. MTO 2013)*

a. 132 b. 120 c. 60 d. 24 Ans. b

সমাধান: প্রথম 6 জন থেকে 3 জন এবং পরের 4 জন থেকে 2 জন নিয়ে মোট বাছাই = $({}^6C_3 \times {}^4C_2) = 20\times6 = 120$

৩১. একজন পরীক্ষার্থীকে 12 টি প্রশ্ন থেকে 6 টি প্রশ্নের উত্তর করতে হবে। প্রথম 5 টি থেকে ঠিক 4 টি প্রশ্ন বাছাই করে কত প্রকারে ৬টি প্রশ্ন উত্তর করা যায়? *[থানা সহকারী (শিক্ষা অফিসার)-১৯৯৯]*

ক. 205 খ. 260 গ. 210 ঘ. 105 উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট 12 টি প্রশ্নের প্রথম 5 টি থেকে 4 টি বাছাই করা যায় = ${}^5C_4$ ভাবে।

এবং অবশিষ্ট (12-5) = 7 টি থেকে বাকি (6-4) = 2 টি প্রশ্নের উত্তর করা যায় ${}^7C_2$ ভাবে।

সুতরাং, মোট উপায় = ${}^5C_4 \times {}^7C_2 = {}^5C_1 \times {}^7C_2 = 5\times21 = 105$ Ans: 105

নিজে করুন:

৩২. একজন পরীক্ষার্থীকে 14 টি প্রশ্নের মধ্যে 6টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তাকে প্রথম ৫টি থেকে অবশ্যই 4টি বাছাই করতে হবে। সে কত প্রকারে প্রশ্নগুলো বাছাই করতে পারে? [Hints: ${}^5C_4 \times {}^9C_2 = 5\times36 = 180$]

ক. 102 খ. 105 গ. 108 ঘ. 180 উত্তর: ঘ

ন্যূনতম/ অন্তত/কমপক্ষে বলা হলে:

ন্যূনতম/ অন্তত/কমপক্ষে বলা থাকলে বুঝতে হবে এর থেকে কম নেয়া যাবে না কিন্তু এর থেকে বেশি নেয়া যাবে। যেহেতু এরকম শব্দ প্রশ্নে আসলে কয়েকভাবে বাছাই করা যায় তাই ভিন্ন ভিন্ন ভাবে বাছাই করে সবগুলো যোগ করতে হবে।

৩৩. 3 জন পুরুষ ও 3 জন মহিলা হতে কত ভাবে 2 সদস্য বিশিষ্ট কমিটি গঠন করা যাবে যেখানে ন্যূনতম পক্ষে ১ জন পুরুষ ও ১ জন মহিলা থাকবে? *[ডাক ও টেলিযোগাযোগ বিভাগ (বিল্ডিং ওভারশিয়ার)-২০১৮]*

ক. 9 খ. 6 গ. 5 ঘ. 3 উত্তর: ক

সমাধান: 3 জন পুরুষ হতে ন্যূনতম পক্ষে 1 জন পুরুষ বেছে নেওয়ার উপায় = ${}^3C_1 = 3$

3 জন মহিলা হতে ন্যূনতম পক্ষে 1 জন মহিলা বেছে নেওয়ার উপায় = ${}^3C_1 = 3$

2 সদস্য বিশিষ্ট কমিটি গঠন করার মোট উপায় = 3×3 = 9

(**Note:** এখানে মাত্র ২ জনের কমিটি হওয়া ১+১ এর ভিন্ন হবে না । কারণ ২ জন পুরুষ ই নিলে মহিলা বাদ পরে যাবে।)

৩৪. 7 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলার মধ্যে থেকে 4 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। অন্তত 1 জন মহিলাকে নিয়ে মোট কত প্রকারের কমিটি গঠন হতে পারে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই)-২০২১]*

ক. 200 খ. 300 গ. 295 ঘ. 380 উত্তর: গ

সমাধান: এখানে কমিটি ৪ জনের। যার মধ্যে ১ জন অবশ্যই মহিলা হতে হবে। অবশিষ্ট ৩ জন পুরুষ মহিলা যে কেউ হতে পারবে। এমনকি ৪ জনই মহিলা ও হতে পারবে। কারণ পুরুষ নিতেই হবে এমন কোন কথা প্রশ্নে বলা হয়নি। সুতরাং কমিটি গঠন করা যাবে নিম্নোক্ত উপায়ে।

ক্রম	পুরুষ (7)	মহিলা (4)	মোট	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই	ফলাফল
(i)	3	1	3+1 = 4	${}^7C_3 \times {}^4C_1$	35×4	140
(ii)	2	2	2+2 = 4	${}^7C_2 \times {}^4C_2$	21×6	126
(iii)	1	3	1+3 = 4	${}^7C_1 \times {}^4C_3$	7×4	28
	0	4	0+4= 4	${}^4C_4$	1	1
সর্বমোট কমিটির সংখ্যা = 140+126+28+1 = 295 টি						Ans: 295টি

৩৫. 7 জন পুরুষ ও 6 জন মহিলা হতে 5 সদস্যবিশিষ্ট একটি কমিটি কতভাবে নির্বাচিত করা যায় যেন কমিটিতে কমপক্ষে 3 জন পুরুষ থাকে? *[BB (AD)2011] + [DBBL-2007]*

a. 756 b. 735 c. 645 d. 564 Ans. a

সমাধান:

অন্তত 3 জন কথাটির অর্থ সর্বনিম্ন 3 জন পুরুষ থাকতে হবে, এর বেশি হবে, কিন্তু কম হবে না। আবার কমিটির মোট সদস্য সংখ্যা 5 জন। তাহলে 5 জনের মধ্যে পুরুষ হতে পারে 5 জনই , বা 4 জন অথবা 3 জন। (কিন্তু 2 জন বা 1 জন হবে না।)

সবাইকে নিয়ে কমিটি গঠন করার উপায় নিম্নরুপ

ক্রম	পুরুষ (7)	মহিলা (6)	মোট	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই	ফলাফল
(i)	5	0	5+0 = 5	${}^7C_5$	21	21
(ii)	4	1	4+1 = 5	${}^7C_4 \times {}^6C_1$	35×6	210
(iii)	3	2	3+2 = 5	${}^7C_3 \times {}^6C_2$	35×15	525
সর্বমোট কমিটির সংখ্যা = 21+210+525 = 756 টি						Ans: 756 টি

৩৬. 5 জন বিজ্ঞান ও 3 জন কলা অনুষদের ছাত্র থেকে 4 জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে যাতে অন্তত একজন বিজ্ঞান ও একজন কলার ছাত্র থাকে। কত বিভিন্ন প্রকারে এই কমিটি গঠন করা যেতে পারে?

a. 60 b. 65 c. 70 d. 75 Ans. b

সমাধান: কলা এবং বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র সংখ্যা 1 জনের কম হওয়া যাবে না । বেশি হলে সমস্যা নেই।

মোট কমিটি গঠন করার উপায়

ক্রম	বিজ্ঞান ছাত্র (5)	কলার ছাত্রী (3)	মোট	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই	ফলাফল
(i)	3	1	3+1 = 4	${}^5C_3 \times {}^3C_1$	10×3	30
(ii)	2	2	2+2 = 4	${}^5C_2 \times {}^3C_2$	10×3	30
(iii)	1	3	1+3 = 4	${}^5C_1 \times {}^3C_3$	5×1	5
সুতরাং কমিটি গঠনের মোট উপায় = 30+ 30+ 5 = 65						Ans: 65

বুঝে গেলে শর্টকাটে এক লাইনে: মোট কমিটি = $({}^5C_3 \times {}^3C_1)+({}^5C_2 \times {}^3C_2)+({}^5C_1 \times {}^3C_3) = 30+30+5 = 65$

৩৭. একটি ক্রিকেট ক্লাবে ৬ জন বোলার এবং ৯ জন ব্যাটসম্যান আছে। ১১ জনের একটি দল কতভাবে বাছাই করা যাবে যেখানে সর্বনিম্ন 8 জন বোলার থাকবে?

a. 1170 b. 1200 c. 720 d. 360 Ans: a

সমাধান:

11 জনের দল গঠন করার উপায়

ক্রম	বোলার (6)	ব্যাটসম্যান (9)	মোট	Teams	Total result
(i)	4	7	4+7 = 11	${}^6C_4 \times {}^9C_7 = 15 \times 36$	540
(ii)	5	6	5+6 = 11	${}^6C_5 \times {}^9C_6 = 6 \times 84$	504
(iii)	6	5	6+5 = 11	${}^6C_6 \times {}^9C_5 = 1 \times 126$	126
সুতরাং বাছাই করার সর্বমোট উপায়					Ans: 1170

পদ্ধতি-০৪: নির্দিষ্ট ব্যক্তি বা বস্তুকে রেখে সমাবেশ

৩৮. 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে? *[৩৫তম বিসিএস]*

ক. 728 খ. 286 গ. 364 ঘ. 1001 উত্তর: খ

সমাধান: যেহেতু অধিনায়ককে বাদ দেয়া যাবে না, তাই অধিনায়ক সবসময় ফিক্সড বা নির্দিষ্ট, তাই তাকে আলাদা করে রাখতে হবে।। বাকী 13 জনের মধ্য থেকে 10 জন বাছাই করতে হবে।

এভাবে দল গঠনের উপায় = ${}^{14-1}C_{11-1} = {}^{13}C_{10} = \frac{13\times12\times11}{3\times2\times1} = 286$

চিত্রটি দেখে আরো ভালোভাবে বুঝুন।



চিত্রের ব্যাখ্যা:

দুপাশে তীর চিহ্ন রাশিটির বাম পাশের ছোট ছোট ১০টি বৃত্ত হলো দলের মধ্যে অর্ন্তভুক্ত খেলোয়াড় এবং ডানের তিনজন দলের বাইরে, আর বৃত্তের কেন্দ্রে ১জন হল অধিনায়ক যাকে আলাদা করে রাখতে হবে। কারণ বড় বৃত্তটি একবার ঘুরালে দলের বাইরের একজন ভেতরে ঢুকবে এবং ভেতরের একজন বাইরে চলে যাবে এভাবে নতুন নতুন দল গঠন করলে ১টি করে সংখ্যা বাড়বে। কিন্তু যদি ঐ ১৩ জনের লাইনে অধিনায়ক কে ও দাঁড় করিয়ে দেয়া হয় তাহলে চাকা ঘুরাতে গিয়ে দেখা যাবে কোন একবার অধিনায়ক ও দলের বাইরে চলে গেছে যা সঠিক নয়। আর এ জন্যই প্রথমেই ক্যাপ্টেন কে ভি আইপির মর্যাদা দিয়ে আলাদা করে রেখে বাকী ১৩ জন থেকে ১০জন বাছাই করতে হবে। এভাবে বুঝে বুঝে করলে এরকম যে কোন অংক খুব সহজে নির্ভুলভাবে করা যাবে।

৩৯. ৫ জন ব্যক্তির মধ্য থেকে ৩জনের একটি কমিটি কতভাবে বাছাই করা যাবে যেখানে একজন নির্দিষ্ট ব্যক্তি সবসময় ই কমিটিতে থাকবে? *[পল্লী উন্নয়ন বোর্ড (সহ: পল্লী উন্নয়ন কর্মকর্তা)-২০১৩]+ [RAKUB (Off:)-2015]*

ক. 6 খ. 12 গ. 20 ঘ. 10 উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু 1 জন ব্যক্তি নির্দিষ্ট সুতরাং কমিটি গঠন করা যাবে = ${}^{5-1}C_{3-1} = {}^4C_2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4\times3\times2!}{2\times1\times2!} = 6$

৪০. 4 জন মহিলা ও 6 জন পুরুষের মধ্য থেকে 4 সদস্য বিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদায় উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে ঐ কমিটি গঠন করা যেতে পারে ? *[৩৮-তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. 210 খ. 304 গ. 84 ঘ. 120 উত্তর: গ

সমাধান: মোট = 4+6 = 10 জন থেকে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ রেখে বাকী =10- = 9 জন থেকে নিতে হবে 4-1 = 3 জন।

সুতরাং বাছাই করার উপায় = ${}^{10-1}C_{3-1} = {}^9C_3 = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$ **উত্তর: 84**

হুবহু একই নিয়মের নিচের প্রশ্নটি দেখুন:

৪১. 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2 টি পুস্তক সর্বদাই অর্ন্তভুক্ত থাকবে? *[৩৬তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক.252 খ.792 গ.224 ঘ.120 উত্তর: ঘ

সমাধান: 12 টির মধ্যে যে 5টি নিতে হবে তার মধ্যে 2 টি পুস্তক যেহেতু নির্দিষ্ট থাকবে তাই প্রথমেই 2টি পুস্তক নেয়ার পর বাকী 10টি পুস্তক থেকে অবশিষ্ট (5-2) = 3টি পুস্তক বাছাই করতে হবে।

10 টি পুস্তক থেকে 3টি বাছাই করার পদ্ধতি হলো ${}^{10}C_3 = \frac{10\times9\times8\times7!}{3\times2\times(7!)} = 120$ **উত্তর: 120**

৪২. ভিন্ন রকম 10টি বই হতে 4 টি বই কতভাবে বাছাই করা যেতে পারে, যেখানে 2 টি বই কখনই বাছাই করা হবে না? [বিসিএস (উপ-সহকারী পরিচালক)-২০২১]
ক. 210 খ. 70 গ. 45 ঘ. 28 উত্তর: খ

সমাধান:
যাদেরকে নেয়া যাবে না শুরুতেই তাদেরকে বাদ দিয়ে দিতে হবে। তারপর অবশিষ্টগুলো থেকে বাছাই করতে হবে। এখানে ৫
দুটি বই বাছাই করা যাবে না সেই দুটিকে বাদ দিলে বাছাই করতে হবে = (10-2) = 8 টি বই থেকে।

সুতরাং 8টি বই থেকে 4 টি বই বাছাই করার উপায় সংখ্যা $\therefore {}^{8}C_4 = \frac{8!}{4!\times(8-4)!} = \frac{8\times7\times6\times5\times4!}{4\times3\times2\times1\times4!} = 70$

(এখানে দুটি বই বাদ দেয়ার পর ৪টি বই নেয়ার সময় ৪টি থেকে ২টি বাদ যাবে না, কারণ ২টি বাদ দেয়ার পরও ১টি বইও নেয়া যে

নিজে করুন:
৪৩. 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2 টি পুস্তক সর্বদাই অর্ন্তভুক্ত থাকবে না? [Hints: ${}^{12-2}C_5 = {}^{10}C_5$]
ক.252 খ.792 গ.224 ঘ.120 উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৫: শব্দের বর্ণ থেকে কিছু বর্ণ বাছাই করা

সাধারণত শব্দের বর্ণ নিয়ে করা প্রশ্নগুলো বিন্যাস হয় । কিন্তু সমাবেশের মাধ্যমে সমাধান হয় কখন?

Word থেকে যখন বিন্যাস হয়	Word থেকে যখন সমাবেশ হয়
যখন প্রশ্নের মধ্যে শব্দের অক্ষরগুলো থেকে কয়েকটি অক্ষর নিয়ে তা সাজানোর কথা বা শব্দ গঠনের কথা বলা হয়।	যখন প্রশ্নে মধ্যে শব্দের অক্ষরগুলো থেকে কয়েকটি অক্ষর নিয়ে বাছাইয়ের কথা বলা হয়।
AMERICA শব্দ থেকে প্রতিবার ৩টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে নতুন শব্দ গঠন করা যাবে? (এখানে ৩/৫ টি নিয়ে বিন্যাস করার কথা বলা হলেও আগে বাছাই করে তারপর বিন্যাস করতে হবে)	AMERICA শব্দটি থেকে প্রতিবার ৩টি অথবা ৫টি করে অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?
মূল পার্থক্য হচ্ছে, যখন কোন রিপিট থাকবে না তখন যে কোন শব্দ বিন্যাস করা যাবে, কিন্তু শব্দে রিপিট বর্ণ থাকলে তা থেকে কয়েকটি নিতে বলা হলে তা অবশ্যই নিচের প্রশ্নগুলোর মত ধাপে ধাপে ভাগ করে বাছাই করতে হবে।	

৪৪. Degree শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে যেকোন 4টি অক্ষর প্রতিবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?
ক. 8 খ. 6 গ. 7 ঘ. 5 উত্তর: গ

সমাধান:
Degree শব্দটিতে মোট ৬টি বর্ণের মধ্যে ৩টি e আছে এবং অন্য ৩টি বর্ণ ভিন্ন (D,g,r)।
এখন মোট ৬টি ভিন্ন বর্ণ থেকে ৪টি বর্ণ বাছাই করার উপায় আছে,

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই সংখ্যা
(i)	4 টি বর্ণই ভিন্ন	D,g,r এবং একটি e	${}^{4}C_4$	1
(ii)	2টি বর্ণ অভিন্ন 2টি ভিন্ন	দুটি e এবং D,g,r তিনটি থেকে যে কোন দুটি	${}^{2}C_2\times{}^{3}C_2$	3
(iii)	3টি অভিন্ন 1টি ভিন্ন	৩টি e এবং D,g,r তিনটি থেকে যে কোন ১টি	${}^{3}C_3\times{}^{3}C_1$	3
∴ মোট বাছাইয়ের সংখ্যা = (1 + 3 + 3) = 7				

৪৫. THESIS শব্দটি অক্ষরগুলোর প্রতিবারে 4টি অক্ষর নিয়ে মোট কত প্রকারে সমাবেশ করা যায়?
ক. 12 খ. 13 গ. 11 ঘ. 14 উত্তর: গ

সমাধান: THESIS শব্দটিতে মোট ৬টি বর্ণের মধ্যে দুটি S আছে এবং ৪টি ভিন্ন বর্ণ।
তাহলে ২টি S থেকে ১টি নিয়ে অন্য ৪টি সহ ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে ৫টি ।

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই সংখ্যা
(i)	4টি বর্ণই ভিন্ন	T,H,E,I এবং একটি S	${}^{5}C_4$	5
(ii)	2টি ভিন্ন বর্ণ এবং 2টি অভিন্ন	T,H,E,I থেকে ২টি এবং S দুটি ।	${}^{4}C_2\times{}^{2}C_2$	6
∴ মোট সংখ্যা = (5+6) = 11				
Note: এখানে, ৩টি ভিন্ন ও একটি S নিলে যে সমাবেশ হবে তা শুরুর ৪টি সমাবেশের মধ্যেই আছে।				

৪৬. INTERNET শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে প্রতিবার 4 টি করে বর্ণ নিয়ে মোট কতভাবে বাছাই করা যায়?
a. 25 b.26 c.30 d.800 Ans: a

সমাধান: INTERNET শব্দটিতে মোট বর্ণ = 8 টি। যেখানে দুটি একই রকমের বর্ণ আছে ৩টি = NN, TT, EE
সুতরাং ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ আছে = (৮-৩) = ৫টি । যেমন: I,N,T,E,R এখন প্রতিবার 4 টি করে বর্ণ বাছাই করা যায় নিম্নোক্ত ভাবে

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	বাছাই সংখ্যা
(i)	৫টি বর্ণই ভিন্ন	I,N,T,E,R থেকে যে কোন 4 টি	${}^{5}C_4$	5
(ii)	2টি অভিন্ন এবং 2টি ভিন্ন বর্ণ	(NN, TT, EE) থেকে যে কোন ১ জোড়া নিয়ে অবশিষ্ট ভিন্ন 4 টি থেকে ২টি	${}^{3}C_2\times{}^{4}C_2$	18
(iii)	2 অভিন্ন এবং 2 টি অভিন্ন	(NN, TT, EE) থেকে যে কোন ২ জোড়া	${}^{3}C_2$	3
∴ বাছাই করার মোট উপায় = = (5+18+3) = 26				Ans: 26

৪৭. LOGARITHMS শব্দটির বর্ণগুলো হতে 3 টি Consonant ও 2টি Vowel কত প্রকারে বাছাই করা যায়?
ক. 109 খ. 105 গ. 103 ঘ. 107 উত্তর: খ

সমাধান: 7 টি Consonant হতে 3টি করে বেছে নেওয়ার সংখ্যা = ${}^{7}C_3$
3টি Vowel হতে 2টি করে বেছে নেওয়ার সংখ্যা = ${}^{3}C_2$ ∴ মোট বাছাই সংখ্যা = ${}^{7}C_3\times{}^{3}C_2 = 105$

৪৮. COMBINATION শব্দটি হতে 4 অক্ষর বিশিষ্ট সম্ভাব্য সমাবেশ নির্ণয় করুন। [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান:
COMBINATION শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে ১১ টি, যার মধ্যে O আছে 2 টি, N আছে 2 টি, এবং I আছে 2 টি।
একজাতীয় সংখ্যাগুলো বাদ দিলে ভিন্ন সংখ্যা আছে ৫টি যথা: (C,M,B,A,T)
একজাতীয়গুলো থেকে ১টি করে নিলে ভিন্ন ভিন্ন মোট বর্ণ = ৮টি (C,O,M,B,I,N,A,T)

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাই	মোট
(i)	4 টি ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ নিয়ে সমাবেশ	(C,O,M,B,I,N,A,T) থেকে 4 টি	${}^{8}C_4$ টি	70
(ii)	2 টি একজাতীয় ও 2 টি ভিন্ন	OO,NN, II, থেকে ২টি + এবং ২টি একজাতীয় নিলে আরো ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ থাকে = ৮-১ = ৭টি। এখন এই অন্য ৭টি থেকে ২টি নিতে হবে।	${}^{3}C_1\times{}^{7}C_2$ টি	63
(iii)	২টি একই অন্য ২টিও একই	OO,NN, II, ৩জোড়া থেকে ২জোড়া	${}^{3}C_2$ টি	3
সুতরাং মোট বাছাই সংখ্যা = (70+63+3)= 136 টি।				Ans: 136

৪৯. BANGLADESH শব্দটি বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার 5 টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?
ক. 120 খ. 180 গ. 156 ঘ. 182

সমাধান: BANGLADESH শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে ১০ টি, যার মধ্যে A আছে 2 টি, এবং অবশিষ্ট 8 টি বর্ণ ভিন্ন ভিন্ন। উত্তর: খ

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাই	মোট
(i)	5টি বর্ণই ভিন্ন ভিন্ন	1 টি A + B,N,G, L,D,E,S,H থেকে 4 টি	${}^9C_5$	126
(ii)	2 টি একজাতীয় ও 3 টি ভিন্ন	2 টি A + B,N,G, L,D,E,S,H থেকে 3 টি	${}^2C_2 \times {}^8C_3$	56
	সুতরাং মোট বাছাই সংখ্যা = (126+56) = **182** টি।			**Ans: 182**

ঠিক উপরের অংকটা ই অক্ষরের কথা না বলে জিনিসের কথা বলে এসেছে ।

৫০. 10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকীগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবার 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]*
ক. 170 খ. 182 গ. 190 ঘ. 192

সমাধান: উত্তর: খ

10 টি জিনিসের মধ্যে 2টি একজাতীয় তাহলে ভিন্ন জিনিস = (10-2) = 8 আবার, বাছাই করতে হবে 5টি।

ক্রম	শর্ত	বাছাই সংখ্যা
(i)	5টির সবগুলোই ভিন্ন ভিন্ন।	${}^9C_5 = \frac{9!}{5!\times(9-5)!} = \frac{9\times8\times7\times6\times5!}{5!\times4!} = \frac{9\times8\times7\times6}{24} = 126$
(ii)	2 টি একজাতীয় ও 3 টি ভিন্ন	${}^2C_2 \times {}^8C_3 = 1\times\frac{8!}{3!\times(8-3)!} = \frac{8\times7\times6\times5!}{6\times5!} = 1\times56 = 56$
	সুতরাং মোট বাছাই সংখ্যা = (126+56) = **182 টি**।	
	শর্টকাট: বুঝে গেল মাত্র এক লাইনে কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করা যায়। = $({}^9C_5)+({}^2C_2\times{}^8C_3)$ =**182 (Ans:)**	

নিজে করুন:

৫১. ১২ টি জিনিসের মধ্যে ২ টি এক জাতীয় এবং বাকিগুলি ভিন্ন ভিন্ন জিনিস । ঐ জিনিসগুলি থেকে প্রতিবারে ৫ টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায় ? [**Hints:** ৫টি ই ভিন্ন + (২টি একজাতীয়+৩টি ভিন্ন) = ${}^{11}C_5 + {}^2C_2 \times {}^{10}C_3 = 462+120=582$]
ক. 584 খ. 620 গ. 462 ঘ. 582 উত্তর: ঘ

৫২. AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে ৩টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যায় ?
a. 25 b.135 c.160 d.110 Ans: a

৫৩. 12 টি মোবাইল থেকে 5 টি মোবাইল কতভাবে বাছাই করা যাবে যেখানে 3 টি মোবাইল একই রকমের?
a. 362 b. 152 c. 372 d. 472 Ans: c

সমাধান: মোট মোবাইল = ১২টি। একই রকমের মোবাইল = ৩ টি। সুতরাং ভিন্ন ভিন্ন মোবাইল = 12-3 = 9 টি। মোবাইল বাছাই করতে হবে = ৫টি। মোট বাছাই করার উপায়

ক্রম	শর্ত	যে অক্ষরগুলো নেয়া হয়েছে	বাছাইয়ের উপায়	সংখ্যা
(i)	5 টি মোবাইল ই ভিন্ন	একজাতীয় ৩টি থেকে ১টি + ভিন্ন ভিন্ন ৯টি থেকে ৪টি	${}^{10}C_5$	252
(ii)	2 টি একজাতীয় +3 টি ভিন্ন	একজাতীয় ৩টি থেকে ২টি + ভিন্ন ভিন্ন ৯টি থেকে ৩টি	${}^3C_2\times{}^9C_3$	84
(iii)	3 টি একজাতীয় + 2 টি ভিন্ন	একজাতীয় ৩টি থেকে ৩টি + ভিন্ন ভিন্ন ৯টি থেকে ২টি	${}^3C_3\times{}^9C_2$	36
	সুতরাং মোট বাছাই করার উপায় = (252 + 84+36) = 372			

Note, ৩টি একজাতীয় জিনিস থেকে ১টি বা ২টি বা ৩টি যেভাবেই নেন না কেনো তার উত্তর সব সময় ১ ই আসবে।

পদ্ধতি-০৬: যানবাহনে যাতায়াতের উপায়

৫৪. 9 জন লোকের একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে যার একটিতে 7 জনের বেশি এবং অপরটিতে 4 জনের বেশী ধরে না। দলটি কত রকমে ভ্রমন করতে পারবে?

সমাধান :

	যানবাহন (১)	যানবাহন (২)	বাছাই	ফলাফল	মোট
i	7	2	${}^9C_7\times{}^2C_2$	$\frac{9\times8}{2\times1}\times1$	36
ii	6	3	${}^9C_6\times{}^3C_3$	$\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}\times1$	84
iii	5	4	${}^9C_5\times{}^4C_4$	$\frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}\times1$	126
	মোট সংখ্যা = 36+84+126=246				**Ans: 246**

Shortcut:
${}^9C_7+{}^9C_6+{}^9C_5 = 246$
অথবা: ${}^9C_2+{}^9C_3+{}^9C_4 = 246$

Note: এক গাড়ীর যাত্রী বাছাই করার সময় যারা বাদ পরে যাবে তারা অটোমেটিকালি একটা বাছাই হয়ে যাবে। তাই যে কোন একটা বাছাই করলেই হবে

৫৫. ৭ ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে ৭ জনের বেশি ও অপরটিতে ৪ জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে ?

সমাধান : দলটি নিচে বর্ণিত উপায়ে ভ্রমণ করতে পারে:

	যানবাহন (১)	যানবাহন (২)	বাছাই	ফলাফল	মোট	টেকনিক
i	7	0	${}^7C_7$	1	1	মনে রাখুন, ${}^2C_2 = {}^3C_3 = {}^4C_4 = 1$ অর্থাৎ n এবং r এর মান সমান সমান হলে ${}^nC_r$= সবসময় 1 হয়।
ii	6	1	${}^7C_6\times{}^1C_1$	7×1	7	
iii	5	2	${}^7C_5\times{}^2C_2$	21×1	21	
Iv	4	3	${}^7C_4\times{}^3C_3$	35×1	35	
v	3	4	${}^7C_3\times{}^4C_4$	35×1	35	
	মোট সংখ্যা = 1+7+21+35+35= 99					**Ans: 99**

যানবাহনের মতই একদল বাছাই করলে অন্যদল বাছাই করতে হবে না, এই নিয়মের প্রশ্ন:

৫৬. 6 জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কতভাবে বিভক্ত করা যায় ? *[৪০তম বিসিএস প্রিলি]*
ক. 10 খ. 20 গ. 60 ঘ. 120 উত্তর: ক

সমাধান: এখানে মোট 6 জন থেকে 2 টি দলে (3+3) করে নিলে সমান সমান হয় । এখন প্রথম 3 জনকে নিয়ে একটি দল তৈরী করলে যারা বাদ পরে যাবে তারা স্বাভাবিকভাবেই নতুন একটি দল হবে। তাই 3 জনকে ধরে হিসেব করলেই হবে।

6 জন থেকে 3 জনের দল হবে মোট ${}^6C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3\times2\times1\times3!} = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$ টি।

কিন্তু যেহেতু এখানে দলের সংখ্যা বের করতে বলা হয় নি

বরং 3 জন করে 2 টি দলে বিভক্ত করার উপায় জানতে চাওয়া হয়েছে তাই উত্তর হবে = 20÷2 = **10 উপায়ে**।

নিচের টেবিলটি দেখুন :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	=10 ভাবে
ABC	ABD	ABE	ABF	ACD	ACE	ACF	ADE	ADF	AEF	10টা দল
DEF	CEF	CDF	CDE	BEF	BDF	BDE	BCF	BCE	BCD	10টি দল

এখানে ৩ জন করে নেয়া মোট দলের সংখ্যা হচ্ছে ১০+১০ = ২০টি। (কিন্তু প্রশ্নে দল চায় নি তাই ২০ হবে না)
এজন্য প্রশ্নানুযায়ী ৩+৩ = ৬ জনকে বাছাই করার উপায় ১টি করে এভাবে মোট উপায় ১০। (শুধু উপরের সারি)

Basic Math 6th-32nd

নিজে করুন:

৫৭. 8 জন ছাত্রকে সমান সংখ্যক দুইটি সেকশনে কতভাবে বিভক্ত করা যাবে ?
ক. 80 খ. 70 গ. 35 ঘ. 40 উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৭: কর্ণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংখ্যা বের করা

- একটি কর্ণ তৈরী হয় দুটি বিন্দু নিয়ে। কিন্তু AB এবং BA দুটি কর্ণ নয় বরং একটি কর্ণ।
- বহুভুজের মোট সমাবেশ সংখ্যা থেকে বাহুর সংখ্যা বিয়োগ করে কর্ণ সংখ্যা বের করতে হয়।
- একটি সরল রেখা তৈরী হয় ২টি বিন্দু দিয়ে, ১টি ত্রিভুজ তৈরী হয় ৩টি বিন্দু নিয়ে এবং চতুর্ভুজ তৈরী হয় ৪টি বিন্দু দিয়ে।
- **এখানে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ নয় বলে সমাবেশের সূত্র প্রয়োগে করতে হয়।**

(৭.ক) কর্ণসংখ্যা বের করা :

কর্ণ বের করার সূত্র : ${}^nC_2 - n$ এখানে n = মোট বিন্দুর সংখ্যা অথবা সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা।
আবার যেহেতু কর্ণ তৈরী করার জন্য দুটি বিন্দুর প্রয়োজন তাই r = সবসময় 2 বসে।

৫৮. পাঁচ বাহু বিশিষ্ট বহুভুজের কতটি কর্ণ আছে? *[CGDF (junior Auditor)-2022]*
ক. 4 খ. 3 গ. 5 ঘ. 6 উত্তর: গ

সমাধান: একটি পাঁচ বাহু বিশিষ্ট পঞ্চভুজের ৫টি কৌণিক বিন্দু রয়েছে
সুতরাং পঞ্চভূজের কৌণিক বিন্দুগুলোর যোগফলই হবে মোট কর্ণ সংখ্যা
এখানে মোট কর্ণ = ${}^5C_2 - 5 = \frac{5\times4}{2} - 5 = 10 - 5 = \mathbf{5}$



পঞ্চভুজটিতে মোট ১০টি সরলরেখা আছে, যার ৫টি বাহু এবং ৫টি কর্ণ।

৫৯. ৬৩ বাহু বিশিষ্ট একটি বহুভুজের কতটি কর্ণ আছে? *(Al-Arafah IB MTO 2011)*
a.3780 b.1890 c.1850 d.3969 Ans: b

সমাধান: সর্বমোট কর্ণ = (মোট সরলরেখা - মোট বাহু) অর্থাৎ ${}^{63}C_2 - 63 = \frac{63\times62}{2} - 63 = 1953 - 63 = \mathbf{1890}$

নিজে করুন:

৬০. একটি বহুভুজের ৭ টি বাহু আছে। বহুভুজটির কতগুলো কর্ণ আছে?
a.14 b.7 c.15 d.21 Ans: a

৬১. একটি দশভুজের কৌণিক বিন্দুগুলির সংযোগ রেখার সাহায্যে কতগুলি কর্ণ টানা যেতে পারে ?
a. 25 b. 45 c.35 d. 15 Ans: c

৬২. 16 বাহুবিশিষ্ট একটি বহুভুজের কতগুলি কর্ণ আছে?
a. 102 b. 104 c. 120 d. 150 Ans: b

(৭.খ) ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংখ্যা বের করা :

৬৩. একটি 10 ভুজের কৌণিক বিন্দুগুলো সংযোজন করে কতগুলো ত্রিভুজ পাওয়া যাবে? *[BKB (Officer)2016]*
ক. 120 খ. 240 গ. 100 ঘ. 28 উত্তর: ক

সমাধান: 10 টি কৌণিক বিন্দুর থেকে 3 টি রেখা দিয়ে একটি ত্রিভুজ আঁকা যায়।

∴ ত্রিভুজ সংখ্যা = ${}^{10}C_3 = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = \mathbf{120}$ [**Note**: ত্রিভুজ বের করার ক্ষেত্রে কর্ণের মত বিয়োগ করতে হবে না]

৬৪. ১২ টি বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা কতগুলো ত্রিভুজ গঠণ করা যায়? *[CAAB (SO)-2021]*
ক. ২২০ খ. ১২০ গ. ২১০ ঘ. ১৮০ উত্তর: ক

সমাধান: মোট বাহু = ১২ টি আবার, একটি ত্রিভূজে বাহুর সংখ্যা = ৩টি
∴ মোট ত্রিভূজ গঠন করা যাবে = ${}^{12}C_3 = \frac{১২\times১১\times১০}{১\times২\times৩} = ২২০$ টি।

নিজে করুন:

৬৫. ১৬ টি বিন্দু দিয়ে কতটি ত্রিভুজ গঠন করা যায়?
ক. ১৬০ খ. ৫৬০ গ. ৫০৬ ঘ. ২৬০ উত্তর: খ

৬৬. 1, 2, 3, 4 সে.মি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সরলরেখা দ্বারা কয়টি ত্রিভুজ গঠন করা যায়?
ক. 2 খ. 4 গ. 1 ঘ. 3 উত্তর: গ

সমাধান: ৪টি সরলরেখা থেকে প্রতিবার 3টি করে সরলরেখা নিয়ে মোট ত্রিভুজ গঠন করা যায় = ${}^4C_3 = \frac{4\times3\times2}{3\times2} = 4$ টি

কিন্তু এখানে ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য দেয়া থাকায় এই 4 টিকেই সরাসরি উত্তর বলা যাবে না। পরীক্ষা করে দেখতে হবে।
আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তম।
সুতরাং এখানে বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সমন্বয় করে দেখতে হবে কতটি ত্রিভুজ এই শর্তটি পূর্ণ করছে।
তাহলে, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 1, 2, 3 নিলে, 1+2 = 3=3, যা শর্ত পূর্ণ করছে না।
বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 1, 3, 4 নিলে, 1+3 = 4 = 4, যা শর্ত পূর্ণ করছে না।
আবার, বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 1, 2, 4 নিলে, 1+2 = 3 < 4, যা শর্ত পূর্ণ করছে না।
বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য শুধুমাত্র 2, 3, 4 নিলে, 2+3 = 4 > 4, যা শর্ত পূর্ণ করছে
সুতরাং মোট ত্রিভুজ সংখ্যা 4 টি মনে হলেও আসলে ত্রিভুজ হবে (4-3) টি = 1 টি (অন্যগুলো ত্রিভুজ ই হবে না)

৬৭. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুগুলো দ্বারা গাঠিত চতুর্ভুজের সংখ্যা কত?
a. 35 b. 32 c. 30 d. 36 Ans: b

সমাধান: এখানে মোট ৭টি বাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া আছে আবার, প্রতিবার চতুর্ভুজ নেয়ার জন্য ৪টি করে বাহু নিতে হবে।
৭টি থেকে ৪টি করে নিয়ে মোট চতুর্ভুজের সংখ্যা = ${}^7C_4 = \frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1} = 35$টি।
কিন্তু চতুর্ভুজ তৈরী হওয়ার জন্য শর্ত হলো যে কোন ৩ বাহুর সমষ্টি ৪র্থ বাহু অপেক্ষা বড় হতে হবে।
কিন্তু প্রদত্ত দৈর্ঘগুলো মধ্যে, (1,2,3,6), (1,2,3,7) এবং (1,2,4,7) বাহু বিশিষ্ট ৩টি ক্ষেত্র চতুর্ভুজ নয় কারন এখানে প্রথম ৩টি যোগ করলেও তা অপরটির থেকে বড় হচ্ছে না। সুতরাং মোট চতুর্ভুজ সংখ্যা হবে = 35-3 = **32** টি।

পদ্ধতি-০৮: বিন্যাস ও সমাবেশের মিশ্র সমস্যা

ধরুন, শ্রীলংকা সফরের জন্য ১৪ দলের বাংলাদেশ টীম ঘোষনা করা হলো, এখন এই ১৪ জন থেকে ১১ জন খেলোয়াড় বাছাই করার সময় সমাবেশের নিয়মে বাছাই করে নিতে হবে ${}^nC_r$ সূত্রের মাধ্যমে।। কিন্তু এরপর বাছাই কৃত ১১ জন খেলোয়াড়দের ব্যাটিং অর্ডার সাজানোর সময় তাদেরকে ব্যাটিং সিকুয়েন্স অনুসারে সাজাতে হবে ${}^nP_r$ সূত্রের মাধ্যম। তাহলে ১৪ জনের দল থেকে ১১ জনকে বাছাই করে ব্যাটিং অর্ডার সাজানোর সংখ্যা = ${}^{14}C_{11}\times11!$

বাছাই করে বিন্যাস :
৫টি সংখ্যা থেকে ৩টি সংখ্যা বাছাই করার পর ৩! দিয়ে গুণ দিলে তা ৫টি সংখ্যা থেকে ৩টি সংখ্যা বাছাই করে বিন্যাস করার উত্তর বের হবে। অর্থাৎ বাছাই সংখ্যা × (যতটি বাছাই)! = বিন্যাস সংখ্যা। নিচের ছকে পার্থক্যগুলো বোঝার চেষ্টা করুন।

বাছাই (সমাবেশ)	বাছাই করে বিন্যাস	সরাসরি বিন্যাস
${}^5C_3 = 10$	$10\times3! = 10\times6 = 60$	${}^5P_3 = 5\times4\times3 = 60$
${}^{10}C_2 = 45$	$45\times2! = 45\times2 = 180$	${}^{10}P_2 = 10\times9 = 90$

৬৮. Cambridge শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার 5 টি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে যাতে প্রতিটি শব্দে সবগুলো স্বরবর্ণ থাকবে? আবার একইভাবে প্রতিটি শব্দে স্বরবর্ণগুলো রেখে কতভাবে বিন্যাস করা যায়?

সমাধান:

Cambridge শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 9 টি যেখানে স্বরবর্ণ 3 টি (a,i,e) এবং ব্যাঞ্জনবর্ণ = 6 টি (c,m,b,r,d,g)

সুতরাং 3 টি স্বরবর্ণ থেকে 3 টি ই নেয়ার পর অবশিষ্ট 6 টি ব্যাঞ্জনবর্ণ থেকে বাকী = (5-3) = 2 টি বর্ণ নিতে হবে

বর্ণনা	বাছাই (সমাবেশ)	শব্দ গঠন (বিন্যাস)
3টি স্বরবর্ণের 3 টি + 6 টি থেকে 2টি ভিন্ন বর্ণ	${}^3C_3\times{}^6C_2 = 1\times15 = \mathbf{15}$	$15\times5! = 15\times120 = \mathbf{1800}$
∴ নির্ণেয় মোট বাছাই = **15**	∴ নির্ণেয় মোট বিন্যাস = **1800**	

৬৯. AMERICA / ABAHONI / ALGEBRA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে ৩টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা কত হবে? *[থানা শিক্ষা অফিসার-১৯৯৯]*

সমাধান: AMERICA শব্দটিতে 7 টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 2 টি A এবং বাকি 5 টি ভিন্ন ভিন্ন।

অর্থাৎ শব্দটিতে মোট 6 টি ভিন্ন বর্ণ আছে। যেমন : (AA) M E R I C

ক্রম	বর্ণনা	বাছাই (সমাবেশ)	শব্দ গঠন (বিন্যাস)
(i)	বর্ণগুলি ভিন্ন ভিন্ন	${}^6C_3 = 20$	$20\times3! = 20\times6 = 120$
(i i)	2 টি একই বর্ণ + 1 টি ভিন্ন বর্ণ	${}^2C_2\times{}^5C_1 = 1\times5 = 5$	$5\times\frac{3!}{2!} = 5\times3 = 15$
∴ নির্ণেয় মোট বাছাই = $20+5 = \mathbf{25}$		∴ নির্ণেয় মোট বিন্যাস = $120+15 = \mathbf{135}$	

৭০. ENGLAND শব্দটির বর্ণগুলি থেকে পাঁচটি বর্ণ নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যায়? আবার কতভাবে বিন্যাস করা যায়?

a. 1300 b.1350 c.1400 d.1320 Ans: d

সমাধান: ENGLAND শব্দটিতে 7 টি বর্ণ আছে যার মধ্যে 2 টি N এবং বাকি 5 টি ভিন্ন ভিন্ন।

অর্থাৎ শব্দটিতে মোট 6 টি ভিন্ন বর্ণ আছে। যেমন : (NN) EGLAD

ক্রম	বর্ণনা	বাছাই (সমাবেশ)	শব্দ গঠন (বিন্যাস)
(i)	ভিন্ন ৬টি বর্ণ থেকে ৫টি ভিন্ন নেয়া যায়	${}^6C_5 = 6$	$6\times6! = 720$
(i i)	2 টি একই বর্ণ + 3 টি ভিন্ন বর্ণ	${}^2C_2\times{}^5C_3 = 1\times10 = 10$	$10\times\frac{5!}{2!} = 600$
∴ নির্ণেয় বাছাই সংখ্যা = $6+10 = \mathbf{16}$		∴ নির্ণেয় শব্দ সংখ্যা = $720+600 = \mathbf{1320}$	

৭১. Professor শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবার ৪টি অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে? আবার কতভাবে সাজানো যাবে?

ক্ষেত্র	বর্ণনা	বাছাই	সংখ্যা	বিন্যাস/সাজানো
৪টি ভিন্ন অক্ষর নিয়ে	Pfe r o s এই ৬টি ভিন্ন থেকে ৪টি	${}^6C_4$	15	$15\times4! = 360$
২টি একই ২টি ভিন্ন	rr oo ss এগুলো থেকে ২টি একজাতীয় নিলে ভিন্ন ভিন্ন থাকে ৫টি (কারণ মোট ভিন্ন ৬টি ছিল)	${}^3C_1\times{}^5C_2$	30	$30\times\frac{4!}{2!} = 360$
২টি একই অন্য ২টিও একই	rr oo ss এগুলো থেকেই।	${}^3C_2$	3	$30\times\frac{4!}{2!\times2!} = 18$
সুতরাং মোট বাছাই (সমাবেশ) = 15+30+3 = 48 (Ans:)		সুতরাং মোট বিন্যাস: 360+360+18 = 738 (Ans:)		

পদ্ধতি- ০৯: সমাবেশের বিবিধ প্রশ্ন

৭২. এক ব্যক্তির ৬ জন বন্ধু আছে । সে কত প্রকারে এক বা একাধিক বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারে?

a. 64 b. 32 c. 63 d. 31 Ans: c

সমাধান: 6 জন বন্ধুর প্রত্যেকের জন্য দুইটি ব্যবস্থা নিমন্ত্রণ করা অথবা নিমন্ত্রণ না করা।

∴ 6 জনের জন্য মোট ব্যবস্থা = $2\times2\times2\times2\times2\times2 = 64$

কিন্তু এর মধ্যে একটি ব্যবস্থায় সব বন্ধুই বাদ পড়ে যায় যা গ্রহণযোগ্য নয় ∴ নিমন্ত্রণ সংখ্যা = 64-1 = **63** উত্তর: **63**

শর্টকাট সূত্র = $2^n - 1$ = 2^6-1 = 64-1 = 63

এই সূত্রটি কখন ব্যবহার করা যায়?

যে কোন ঘটনার দুটি ফলাফল আসলে এবং কমপক্ষে বের করতে বলা হলে এই সূত্রটি প্রয়োগ করা যায়।

সূত্র 2 কি ফিক্সড?

নিমন্ত্রণ করা না করা . অথবা পাশ ফেল এরকম 2 ধরণের ফলাফল হলে 2 বসে। কিন্তু কয়েকটি বিষয়ে পাশ অথবা কয়েকটি খেলার ফলাফল হিসেব করতে হলে ২ এর পরিবর্তে অন্য সংখ্যা বসবে। তবে পাঠ্যবইয়ে ২ ভিত্তিক প্রশ্নগুলোই বেশি আছে।

সূত্রের মধ্যে ১ বিয়োগ করার যুক্তি কি?

প্রশ্নে বলা হয়েছে যে বন্ধুদের নিমন্ত্রণ করতে হবে। এখন ৬ জনের জন্য ফলাফলটা দেখতে এমন হবে (√×),(√×),(√×),(√×),(√×),(√×) এখন প্রতিবারের (×) চিহ্ন বা নিমন্ত্রণ করবে না গুলো নিলে দেখা যাবে যে এমন একটি ফল আসবে যেটা দেখতে (×),(×),(×),(×),(×),(×) এমন হবে, অর্থাৎ কাউকেই নিমন্ত্রণ করা হয় নি। যা প্রশ্নের সাথে সাংঘর্ষিক। এজন্য শুধু এই ফলাফল বাদে অন্য সব ফল নেয়া যাবে। যেগুলোতে অন্তত একজনকে হলেও নিমন্ত্রণ করা হবে।

৭৩. কোন পরীক্ষায় পাস করার জন্য ৫ টি বিষয়ের প্রতিটিতে পাস করতে হয়। একজন ছাত্র কত রকমে ফেল করতে পারে ?

a. 128 b.32 c. 63 d.31 Ans: d

সমাধান: একজন ছাত্র এক, দুই, তিন, চার, পাঁচ বা ছয় বিষয়েই ফেল করতে পারে ।

∴মোট ফেল করার উপায় = ${}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 = (5+10+10+5+1) = \mathbf{31}$

শর্টকাটে: $2^n - 1$ = 2^5-1 = 32-1 = 31

এখানে ১ বিয়োগ করার লজিক হলো, যেহেতু কোন না কোনভাবে ফেল করতে হবে, তাই যে ফলাফলে সবগুলো বিষয়ে পাশ করবে সেই ফলাফলটি বাদ দিয়ে অবশিষ্ট সবগুলো ফল নেয়া যাবে। এজন্য সবগুলোতেই পাশ ফলাফলটি বাদ দেয়া হয়েছে।

৭৪. 10 জন লোক দুটি শয়নকক্ষে কত রকম ভাবে রাত্রি যাপন করতে পারবে?

a. 1023 b.1024 c.255 d.255 Ans: b

[**Hints:** $2^n = 2^{10} = 1024$ এখানে বিয়োগ করতে হবে না কারণ যে কোন এক রুমে রাত্রি যাপন করবেই]

৭৫. 3 টি শূন্য পদের জন্য 10 জন প্রার্থী আছে এবং একজন নির্বাচক শূন্য পদ সংখ্যার বেশি নয়, এমন যে কোন সংখ্যক প্রার্থীর জন্য ভোট দিতে পারেন । কত প্রকারে একজন নির্বাচক ভোট দিতে পারেন?

সমাধান:

একজন নির্বাচক 10 জন প্রার্থী হতে যেকোনো একজন বা দুইজন বা তিনজনকে ভোট দিতে পারেন।

∴ মোট ভোট দেয়া যবে = ${}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 = 10+45+120 = 175$

Model Test

পূর্ণমান: ১২ সময়: ১২মিনিট

১. ${}^{n}P_4 = 6 \times {}^{n}P_3$ হয়, তাহলে n এর মান কত?
ক. 8 খ. 9 গ. 10 ঘ. 12

২. যদি ${}^{n}C_{n-12} = {}^{n}C_8$ হয়, তবে ${}^{22}C_n$ এর মান বের কর।
ক. 110 খ. 171 গ. 221 ঘ. 231

৩. ৭ জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করে। করমর্দন সংখ্যা কত?
ক. ২১ খ. ২৩ গ. ২৫ ঘ. ২৮

৪. একটি পার্টিতে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করায় মোট ১০৫ টি হ্যান্ডশেক হলো। ঐ পার্টিতে মোট কত জন উপস্থিত ছিল?
ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৫ ঘ. ১৪

৫. একটি ক্লাবের ৮জন সদস্য আছে। ক্লাবটি যদি ৪ জনের কমিটি গঠন করতে চায়, তবে কতটি ভিন্ন ভিন্ন কমিটি গঠন করা যাবে?
ক. ৭০ খ. ৫০ গ. ৮০ ঘ. ৯০

৬. ৭ জন পুরুষ ও ৩ জন মহিলার একটি দল থেকে ৫ জন পুরুষ এবং ২ জন মহিলার একটি কমিটি কতভাবে বাছাই করা যাবে?
ক. ৬৩ খ. ৯০ গ.১২৬ ঘ. ৪৫

৭. একটি অষ্টভুজের কতটি কর্ণ থাকে?
ক. ৫০ খ. ২০ গ. ১২ ঘ. ১৫

৮. ৪ জন ছাত্রীসহ ১০জন শিক্ষার্থীর মধ্য থেকে ৫জনের একটি কমিটি গঠন করতে হবে, যাতে কমপক্ষে একজন ছাত্রী থাকবে। কমিটির সংখ্যা নির্ণয় করুন।
ক. ৩৪৪ খ. ২৪৬ গ. ১৭৬ ঘ. ৩৮৫

৯. একটি ব্যাগে ২টি সাদা বল, ৩টি কালো বল এবং ৪টি লাল বল আছে। কতভাবে ৩টি বল নেয়া যাবে যেখানে অন্তত একটি কালো বল অন্তর্ভুক্ত থাকবে?
ক. ৩২ খ. ১২৮ গ. ৬৮ ঘ. ৬৪

১০. ২০টি বই থেকে কতভাবে ৫টি বই বাছাই করা যাবে যেখানে ২টি বই সবসময় অন্তর্ভুক্ত থাকবে ?
ক. ৭৩২ খ. ৮১৬ গ. ৬৮০ ঘ. ৫৪০

১১. "SCHOOL" শব্দটি হতে তিনটি অক্ষর নিয়ে কতভাবে বাছাই করা যাবে?
ক. ১০ খ. ১৪ গ. ৪ ঘ. ১৫

১২. Motherland থেকে ৩ টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও ২টি স্বরবর্ণ একত্রে কত উপায়ে বাছাই করা যেতে পারে?
ক. ১০০ খ. ১০৪ গ. ১০৫ ঘ. ১৫০

উত্তরমালা

১.	খ	২.	ঘ	৩.	ক	৪.	গ	৫.	ক	৬.	ক
৭.	খ	৮.	খ	৯.	ঘ	১০.	খ	১১.	খ	১২.	গ

বিন্যাস ও সমাবেশের উপর Khairul Alam স্যারের চমৎকার কয়েকটি ভিডিও ক্লাস দেখতে ইউটিউবে আমাদের চ্যানেল Khairuls Math ভিজিট করুন।

সম্ভাব্যতা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো

পদ্ধতি-০১	সম্ভাব্যতার সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	বল সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	মুদ্রা সম্পর্কিত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৭	সংখ্যা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	ছক্কা সম্পর্কিত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৮	সমাবেশের সূত্রের মাধ্যমে সম্ভাব্যতা নির্ণয়
পদ্ধতি-০৪	তাস সম্পর্কিত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৯	সম্ভাব্যতার বিবিধ প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৫	সম্ভাব্যতার সূত্র প্রয়োগে সমাধান		
Practice Part		Model Test	

সম্ভাবত্যার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

প্রাথমিক আলোচনা:

দৈনন্দিন জীবনে আমরা প্রায়ই সম্ভাবনা শব্দটি ব্যবহার করে থাকি, যেমন তার আসার সম্ভাবনা নেই, তার জেতার সম্ভাবনা বেশি, আজ বৃষ্টি হবার সম্ভাবনা কম ইত্যাদি। কোন বিষয়ের অনুকূল বা প্রতিকূল পরিস্থিতির ভিত্তিতে বিষয়টি ঘটার সম্ভাবনা আছে কি নেই, কিংবা কম বা বেশি ইত্যাদি মন্তব্য করা হয়ে থাকে।

সম্ভাবনার সংজ্ঞা: (Definition)

কোনো ঘটনা সম্বন্ধে নিশ্চয়তার মাত্রার গাণিতিক পরিমাপ হলো সম্ভাবনা। কোনো একটি ঘটনার সম্ভাবনা ঐ ঘটনার অনুকূল ও মোট ফলাফলের উপর নির্ভরশীল। সম্ভাবনা হচ্ছে একটি আপেক্ষিক অনুপাত যা শূন্য (০) থেকে এক (১) এর মধ্যে বিদ্যমান থাকে। কোন ঘটনা ঘটার কতটুকু নিশ্চয়তা, তার গাণিতিক পরিমাপকে এ ঘটনাটি ঘটার সম্ভাবনা বলে।

সম্ভাবনার সাথে সম্পর্কিত কিছু শব্দের ধারণা :

দৈব পরীক্ষা (Random Experiment):

যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটা নির্দিষ্ট চেষ্টায় কী ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না, একে দৈব পরীক্ষা বলে ।

ঘটনা (Event) :

কোনো পরীক্ষার ফলাফল বা ফলাফলের সমাবেশকে ঘটনা বলে। উদাহরণস্বরূপ একটা ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় '৩' পাওয়া একটি ঘটনা । আবার জোড় সংখ্যা পাওয়াও একটি ঘটনা ।

অনুকূল ফলাফল (Favourable Outcomes) :

কোনো পরীক্ষায় একটা ঘটনার স্বপক্ষের ফলাফলকে উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল বলে। যেমন, একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে বিজোড় সংখ্যা হওয়ার অনুকূল ফলাফল ৩টি ।

নমুনাক্ষেত্র (Sample Space) ও নমুনা বিন্দু (Sample Point) :

কোনো দৈব পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল নিয়ে গঠিত সেটকে নমুনাক্ষেত্র বলে। একটা মুদ্রা নিক্ষেপ করলে দুইটি সম্ভাব্য ফলাফল পাওয়া যায় । যথা হেড (H) ও টেল (T), এখন S দ্বারা এ পরীক্ষণের ফলাফলের সেটকে সূচিত করলে আমরা লিখতে পারি $S = \{H,T\}$ । সুতরাং উক্ত পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র $S = \{H,T\}$, মনে করা যাক দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলো। তাহলে নমুনাক্ষেত্রটি হবে $S = \{HH,HT,TH,TT\}$.

নমুনাক্ষেত্রের প্রতিটি উপাদানকে ফলাফলের নমুনা বিন্দু বলে । একটা মুদ্রা একবার নিক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনাক্ষেত্র $S = \{H,T\}$ এবং এখানে H,T প্রত্যেকেই এক একটা নমুনা বিন্দু ।

দুটি বিশেষ ধরণের ঘটনা :

নিশ্চিত ঘটনা : (Certain event) :

কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা অবশ্যই ঘটবে একে নিশ্চিত ঘটনা বলে । নিশ্চিত ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার মান ১ হয় । যেমন: আগামীকাল সূর্য পূর্ব দিক থেকে উঠার সম্ভাবনা 1 । আজ সূর্য পশ্চিম দিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনাও 1 । রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে না এর সম্ভাবনা 1 ।

অসম্ভব ঘটনা: (Uncertain event) :

কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা কখনো ঘটবে না অর্থাৎ ঘটতে পারে না একে অসম্ভব ঘটনা বলে। অসম্ভব ঘটনার সম্ভাবনা সব সময় শূন্য হয়। যেমন: আগামীকাল সূর্য পশ্চিম দিকে উঠবে অথবা সূর্য পূর্বদিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনা শূন্য । তেমনি রাতে সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনা শূন্য । তেমনটি ভাবে একটা ছক্কা নিক্ষেপে ৭ আসার সম্ভাবনা শূন্য । এখানে প্রত্যেকটি ঘটনাই অসম্ভব ঘটনা

সম্ভাবনার সূত্র ও ব্যাখ্যা : (Formula)

কোন অনুকূল ঘটনার উপাদান সংখ্যাকে নমুনাক্ষেত্রের (ঘটনজগৎ) মোট উপাদান সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে যে মান পাওয়া যায় তাকে ঐ অনুকূল ঘটনার সম্ভাবনা (Probability) বলে। সুতরাং কোন সসীম নমুনাক্ষেত্র S এর মোট উপাদান সংখ্যা n(S) এবং S এর মধ্যে সংঘটিত হয়েছে এরুপ কোন একটি অনুকূল ঘটনা A এর উপাদান সংখ্যা n(A) হলে,

$$\text{A ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা, } P(A) = \frac{\text{A ঘটনার উপাদান সংখ্যা}}{\text{S এর মোট উপাদান সংখ্যা}} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{কোন ঘটনার অনুকূলে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা}}{\text{মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা}}$$

ধরুন, আপনার প্রিয় অভিনেতা অস্কারের জন্য মনোনীত হয়েছেন এবং সেই সাথে আরো দুজন অভিনেতা মনোনীত হয়েছেন এখন এই তিনজনের মধ্যে আপনার প্রিয় অভিনেতার অস্কার লাভ করার সম্ভাব্যতা $= \frac{১}{৩}$ ।

সুতরাং Probability হল একটি ভগ্নাংশ যার উপরে থাকবে ঐ ঘটনা ঘটার সংখ্যা এবং নিচে থাকবে মোট ঘটনা ঘটার সংখ্যা।

দুটি দল A ও B-এর মধ্যে অনুষ্ঠিত কোন ফুটবল প্রতিযোগিতায় A বা B দলের জয়লাভ করার সম্ভাবনা কত?

প্রতিযোগিতায় জয়, পরাজয় ও ড্র এই তিন ফলাফলের যে কোন একটি A বা B দলের পক্ষে আসবে। সুতরাং A দলের জয়লাভের সম্ভাবনা হবে $\frac{১}{৩}$ অর্থাৎ তিনটি ঘটনা হতে ১টি হবে।

Note: সম্ভাব্যতার প্রশ্নে যে ভগ্নাংশই উত্তর আসুক না কেন, তাকে লঘিষ্ঠ আকারে লিখতে হয়।

অর্থাৎ কখনো উত্তর: $\frac{৪}{৮}$ বের হলে $\frac{৪}{৮}$ ই না লিখে, কাটাকাটি করে $\frac{১}{২}$ লিখতে হবে।

সবসময় মনে রাখতে হবে ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা + ঘটনা না ঘটার সম্ভাবনা = 1
এবং $0 \le P(E) \le 1$ অর্থাৎ যে কোন কিছুর সম্ভাবনা ০ ও ১ এর মধ্যেই থাকবে।

যেমন: একটি বক্সে ২টি লাল, ৩টি হলুদ এবং ৫টি কালো বল আছে। তাহলে হলুদ বল পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{৩}{১০}$ তাহলে হলুদ বল না পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{২+৫}{১০} = \frac{৭}{১০}$ *(কারণ যখন লাল ও কালো বল আসবে তখন হলুদ বল আসবে না।)*

এখন এই পাওয়া ও না পাওয়ার সম্ভাবনা যোগ করলে সব সময় ১ হবে। যেমন: $\frac{৩}{১০} + \frac{৭}{১০} = \frac{১০}{১০} = ১$

পদ্ধতি-০১: সম্ভাব্যতা সাধারণ প্রশ্ন

১. **একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা P(A) হলে ঘটনাটি না ঘটার সম্ভাবনা কত?**
(a) 1 (b) 0 (c) 1-P(A) (d) A' Ans: c

সমাধান: সম্ভাবনার নিয়মানুসারে, $P(A) + P(A') = 1 \quad \therefore P(A') = 1 - P(A)$ [যেহেতু মোট সম্ভাবনা = ১]

২. **একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা P(A) হলে নিচের কোনটি সঠিক ?**
(a) $0 < P(A) < 1$ (b) 1 (c) $0 \le P(A) \le 1$ (d) $P(A) > 1$ Ans: c

সমাধান: সম্ভাবনার নিয়ম অনুসারে কোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা 0 থেকে 1 এর মধ্যে অবস্থান করবে।

৩. **A ও B দুইটি বর্জনশীল ঘটনা হলে, নিচের কোনটি সঠিক ?**
(a) $P(A \cap B) = 1$ (b) $P(A \cap B) = \varnothing$ (c) $P(A \cap B) = 2$ (d) None Ans: b

সমাধান: বর্জনশীল ঘটনার নিয়মানুসারে, $P(A \cap B) = \varnothing$ অর্থাৎ কোনটির মধ্যে মিল নেই।

৪. **সূর্য পূর্বদিকে উঠে এর সম্ভাবনা কত?** *[কারা তত্ত্বাবধায়ক-২০০৬]*
ক. ১ খ. ০ গ. ১/২ ঘ. ১/৩ উত্তর: ক

সমাধান: সূর্য সর্বদাই পূর্ব দিকে ওঠে, এটি একটি নিশ্চিত ঘটনা। সুতরাং সূর্য পূর্ব দিকে ওঠার সম্ভাবনা 1 ।

৫. **রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনা কত?** *[খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক-২০১২]*
ক. ১ খ. ০ গ. $\frac{১}{২}$ ঘ. $\frac{১}{৪}$ উত্তর: খ

সমাধান: রাতের বেলায় সূর্য উঠার সম্ভাবনা নেই সুতরাং সম্ভাবনা = ০

৬. **রাত ১১.৫৯ মিনিটে তুমুল ঝড় বৃষ্টি হলে, ঠিক ৭২ ঘন্টা পর রৌদ্রোজ্জ্বল আবহাওয়ার সম্ভাবনা কত?** *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর (ইলেকট্রনিক্স, পাওয়ার ও কম্পিউটার)-২০১৮]*
ক. ০.০১% খ. ০.১% গ. ০% ঘ. ১% উত্তর: গ

সমাধান: রাত ১১.৫৯ মিনিটে তুমুল ঝড় বৃষ্টি হলে ঠিক ৭২ ঘন্টা অর্থাৎ ৭২÷২৪ = ৩ দিন পরে আবার ১১.৫৯ মিনিটেও রাত থাকবে। এজন্য তখন সূর্য থাকবে না ফলে রাতে রোদ ও থাকবে না । সুতরাং তাই সম্ভাবনা শুন্য বা ০% ।

৭. **একটি ক্লাসে 40 জন ছাত্রছাত্রীর মধ্যে 25 জন ছাত্রী। একজনকে দৈবচন পদ্ধতিতে নেয়া হলে তার ছাত্র হওয়ার সম্ভাবনা কত?**
a. $\frac{1}{2}$ b.1 c.15 d. $\frac{3}{8}$ উত্তর: d

সমাধান: ক্লাসে মোট ছাত্র সংখ্যা = 40 - 25 = 15 জন $\therefore$ ছাত্র হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

৮. **ইংরেজি বর্ণমালা থেকে যেমন খুশি টেনে একটি স্বরবর্ণ পাবার সম্ভাব্যতা কত?**
a. $\frac{3}{20}$ b. $\frac{5}{26}$ c. $\frac{2}{35}$ d. $\frac{3}{15}$ উত্তর: b

৯. **চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ হলে চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?** *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপ-প্রকৌশলী-সিভিল)-২০১৬]*
ক. $\frac{1}{5}$ খ. $\frac{2}{5}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{4}{5}$ উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু কোনো একটি ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল = 1 ।
সুতরাং চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ হলে , চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

বৃষ্টি সংক্রান্ত প্রশ্ন:

১০. সেপ্টেম্বর মাসের ২০ দিন বৃষ্টি হয়েছে, ১২ তারিখ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভবনা কত?

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{২}{৫}$ ঘ. $\frac{১}{৪}$ উত্তর: খ

সমাধান: সেপ্টেম্বর মাসে মোট ৩০ দিন থাকে এর মধ্যে মোট ২০ দিন বৃষ্টি হলে যে কোন একদিন (১২ তারিখ সহ) বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা হবে $= \frac{২০}{৩০} = \frac{২}{৩}$

[Wrong Idea $= \frac{১২}{৩০} = \frac{২}{৫}$ কারণ ১২ তারিখ মানে ১২ দিন নয়]

১১. আবহাওয়া দপ্তর থেকে পাওয়া রিপোর্ট অনুযায়ী জুলাই মাসে ঢাকা শহরে ২১ দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে ৪ঠা জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক:২০০৫] + [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]*

ক. $\frac{৮}{৩১}$ খ. $\frac{২১}{৩১}$ গ. $\frac{১}{৩১}$ ঘ. $\frac{৩১}{২১}$ উত্তর: খ

সমাধান: যেহেতু জুলাই মাস = ৩১ দিন, ৩১ দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয়েছে মোট ২১ দিন।

অর্থাৎ এক্ষেত্রে সম্ভাবনার অনুকূল ফলাফল ২১ টি এবং মোট ফলাফল ৩১ টি। ∴ ৪ঠা জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{২১}{৩১}$

১২. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী 2015 সালের জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[৩৬তম বিসিএস]*

ক. 1 খ. $\frac{5}{7}$ গ. $\frac{2}{7}$ ঘ. $\frac{1}{7}$ উত্তর: গ

সমাধান: যেহেতু 7 দিনের মধ্যে বৃষ্টি হয়েছে 5 দিন।

সুতরাং বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{5}{7}$, ∴ বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1-\frac{5}{7} = \frac{2}{7}$

(কারণ বৃষ্টি হওয়া এবং না হওয়া মিলে মোট সম্ভাবনা 1 এবং বৃষ্টি না হওয়া দুদিনের যে কোন একটি দিন বুধবার)

নিজে করুন:

১৩. আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী অক্টোবর মাসে ঢাকা শহরে 10 দিন মুষল ধারে এবং 15 দিন গুড়িগুড়ি বৃষ্টি হয়েছে তবে 10 ই অক্টোবর বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?

a. $\frac{25}{31}$ b. $\frac{6}{31}$ c. $\frac{15}{31}$ d. $\frac{10}{31}$ Ans: b

পদ্ধতি-০২: মুদ্রা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

একটি মুদ্রার দুটি পার্শ্ব, একটি H = Head, এবং অপরটি T = Tail

যে কোন কিছু একাধিকবার নিক্ষেপ করা হলে তার সম্ভাব্যতা বের করার সূত্র হচ্ছে = $\mathbf{m^n}$

(এখানে m= সর্বোচ্চ ফলাফল এবং n = যতবার নিক্ষেপ করা হয়)

যেহেতু একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপে সর্বোচ্চ ফলাফল = 2 তাই n বার একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = 2^n

সুতরাং একটি মুদ্রা ২ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফল = $2^2 = 4$, ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফল = $2^3 = 8$

একটি মুদ্রা 2 বার নিক্ষেপ করলে এভাবেই ঘটনাগুলো ঘটতে পারে।

(i) (HH) অর্থাৎ ১ম বার Head, ২য় বার Head,	(ii) (HT) ১ম বার Head, ২য় বার Tail
(iii) (TH) ১ম বার Tail, ২য় বার Head	(iv) (TT) ১ম বার Tail, ২য় বারও Tail

মনে রাখুন: একটি মুদ্রা বা ছক্কা একবার একবার করে দু'বার নিক্ষেপ করা আর একসাথে দুটি মুদ্রা বা দুটি ছক্কা নিক্ষেপ করা বলতে একই ধরণের ফলাফল বোঝায় অর্থাৎ মোট ফলাফল একই আসবে।

এই ফলাফল গুলো কিভাবে বের করতে হয়?	সেট এর গুণের নিয়মে
দুবার নিক্ষেপ করা হলে,	{H, T} × {H, T} = {HH}, {HT}, {TH}, {TT},
আবার তিনবার নিক্ষেপ করা হলে,	{H, T}× {H, T} × {H, T} = {HHH}, {HHT}, {HTT}, {HTH}, {THH}, {TTH}, {THT}, {TTT}

১৪. একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে নমুনা বিন্দু হবে কয়টি? *[গৃহায়ণ ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়(সহ: পরিচালক)-২০০৬]*

ক. ২ টি খ. ৪ টি গ. ৬ টি ঘ. ৮ টি উত্তর: ক

সমাধান: একটি মুদ্র নিক্ষেপ করা হলে, নমুনা বিন্দু হবে ২টি যথা : Head ও Tail.

১৫. একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে নমুনা বিন্দু পাওয়া যাবে কয়টি? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন (সহ: পরিচালক)-২০০৩]*

ক. 2^n খ. 2^{n+1} গ. 2^{n-1} ঘ. 2^0 উত্তর: ক

১৬. একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলে, মুদ্রার, T আসার সম্ভাবনা কত? *[থানা সহকারি (শিক্ষা অফিসার)-২০০৩]*

ক. $\frac{1}{4}$ খ. 1 গ. 0 ঘ. $\frac{1}{2}$ উত্তর: ঘ

১৭. একটি মুদ্রাকে দুইবার নিক্ষেপ করলে উভয় ক্ষেত্রে হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সাইবার অফিসার)-২০১২] + [বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯] + [বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{১}{৪}$ গ. $\frac{১}{৩}$ ঘ. $\frac{১}{৫}$ উত্তর: খ

সমাধান: ১টি মুদ্রা দুবার নিক্ষেপে মোট ফলাফল $= 2^2 = 4$ টি। যেমন: HH, HT,TH, TT । দু' বার ই হেড = ১টি (HH)

∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= \frac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র ফলাফল}} = \frac{1}{4}$

১৮. দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে একটিতে H এবং অন্যটিতে T আসার সম্ভাবনা কত?

ক. $\frac{1}{4}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. 1 উত্তর: গ

সমাধান: দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল $= 2^2 = 4$ টি যেমন: HH, HT, TH, TT

ফলাফলগুলোর মধ্যে একটিতে H এবং অন্যটিতে T আছে দুটি ফলাফলে যেমন: HT এবং TH (মুদ্রা অনির্দিষ্ট তাই)

সুতরাং একটিতে H এবং অন্যটিতে T আসার সম্ভাবনা $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

১৯. দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে প্রথম মুদ্রায় H এবং ২য় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা কত? *[দুর্নীতি দমন ব্যুরোর পরিদর্শক: ২০০৪]+ [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ:শিক্ষক)-২০০৬] + [৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]*

ক. $\frac{1}{4}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. 1 উত্তর: ক

সমাধান: দুইটি মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল $= 2^2 = 4$ টি যেমন: HH, HT, TH, TT

ফলাফলগুলোর মধ্যে প্রথমটিতে H এবং পরেরটিতে T আছে কেবল একটিতে = HT (সিরিয়াল বলে দেয়া আছে তাই)

সুতরাং প্রথম মুদ্রায় H এবং পরের মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা $= \frac{1}{4}$

২০. একটি মুদ্রা ২ বার নিক্ষেপ করলে অন্তত ১ বার Head পড়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: মোট ফলাফল = 4টি। যেখানে 3 টিতেই অন্তত একবার Head আসবে, এবং ১বার সবগুলোই Tail আসবে। উত্তর $\frac{3}{4}$

Confusion Clear: একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করলে অনেকেরই মনে হতে পারে মোট ফলাফল ৩×২ = ৬টি। কিন্তু তা সঠিক নয়। বরং একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে 2^3= ৮টি। নিচের ফলাফল গুলো দেখুন।

1. HHH	2.HHT	3.HTT	4.HTH	5.THH	6.TTH	7.THT	8. TTT

এই উদাহরণটি থেকেই কয়েকভাবে প্রশ্ন আসতে পারে। নিচের নমুনা প্রশ্নগুলো দেখুন এবং ব্যাখ্যাগুলো পড়ে বুঝুন

২১. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে তিনটি মুদ্রায় Head পাবার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল ৮, এবং শুধুমাত্র একভাবেই তিন বারই Head পড়তে পারে। উত্তর $\frac{1}{8}$

২২. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে তিনটি মুদ্রায় Tail পাবার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: Head এর মতই শুধু এক ক্ষেত্রে তিন বারই Tail আসতে পারে। তাই উত্তর হবে $\frac{1}{8}$

২৩. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে তিনটি মুদ্রায় একই পিঠ পাবার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = ৮টি। এই ৮ ভগ্নাংশের নিচে লিখতে হয়। আর উপরে লিখতে হবে একই পিঠ আসার সংখ্যা। বক্সের ভেতরের ফলাফল গুলো থেকে দেখা যাচ্ছে তিনটি মুদ্রাই একই পিঠ আসে দুবার, তিনবারই Head অথবা তিনবারই Tail. তাই উত্তরটি হবে = $\frac{\text{2 (3টিই একই পড়ার সম্ভাবনা)}}{\text{8 (মোট ফলাফল)}} = \frac{1}{4}$

২৪. একটি মুদ্রা ৩ বার নিক্ষেপ করা হলে অন্তত ২টি Head উঠার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: অন্তত দুটি Head উঠার অর্থ হল সর্বনিম্ন দুবার যেন Head উঠে। উপরের বক্সে খুজে দেখুন অন্তত দুবার Head উঠে মোট ৪টি ক্ষেত্রে। যেমন: HHH, HHT, HTH, THH তাই উত্তর: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

২৫. একটি মুদ্রা ৪ বার নিক্ষেপ করলে কোন মাথা না পড়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: মোট ফল 2^4=16টি এবং শুধু একবারই মাথা (Head) না পড়তে পারে, যখন প্রতিটিই Tail আসবে তাই উত্তর: $\frac{1}{16}$

পদ্ধতি-০৩: ছক্কা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

একটি ছক্কার মোট ছয়টি পার্শ্ব থাকায়, ছক্কাটি একবার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে ৬টি। যথা: (১,২,৩,৪,৫ ও ৬)
আবার ছক্কাটি একাধিক বার নিক্ষেপ করা হলে ৬ এর উপর তত Power দিলে মোট ফলাফল পাওয়া যাবে। যেমন:
১টি ছক্কা ২ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে = $৬^২$= ৩৬টি এবং ৩বার নিক্ষেপ করলে, মোট ফলাফল = $৬^৩$ = ২১৬ টি

২৬. একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে উপরের পিঠে ৩ আসার সম্ভাবনা কত?

ক. $\frac{1}{6}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{2}{3}$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: ১ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল ৬ টি। ৩ আসতে পারে শুধু একবার তাই উত্তর হবে = $\frac{1}{6}$

২৭. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? *+[৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]+ [বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১১] +[স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয় (সহঃপ্রকৌশলী)-২০১৬]*

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{১}{৬}$ ঘ. $\frac{১}{২}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: একটি ছক্কায় মোট জোড় সংখ্যা থাকে ৩টি (২, ৪, ৬) সুতরাং উত্তরটি হবে = $\frac{৩}{৬} = \frac{১}{২}$

২৮. একটি ছক্কাকে একবার নিক্ষেপ করা হলে, 2 থেকে বড় সংখ্যা পাবার সম্ভাবনা কত? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহঃ পরিচালক)-২০১৪]+ [থানা শিক্ষা অফিসার-২০১৬]*

ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{2}{3}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: একটি ছক্কার মোট ফল = ৬টি [1,2,3,4,5,6] ∴ ২ থেকে বড় সংখ্যা = ৪টি (3,4,5,6) ∴ সম্ভাবনা = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

২৯. একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় উপরের পিঠে 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আনার সম্ভাবনা কত? (নিজে করুন) উত্তর: 1/3

৩০. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলো 4 অথবা 4 এর বেশি সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? আবার 5 এর কম সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? *[গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ:প্রকৌশলী-ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]*

ক. $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ গ. $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ উত্তর: খ

সমাধান: একটি ছক্কার মোট 6 টি সংখ্যার মধ্যে 4 অথবা 4 এর থেকে বড় সংখ্যা = ৩টি (4,5,6) ∴ সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

আবার ছক্কায় 5 এর থেকে ছোট সংখ্যা = 8 টি (4,3,2,1) ∴সম্ভাবনা = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ সুতরাং উত্তর: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$

৩১. একটি ছক্কা ২ বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত ?

ক. $\frac{1}{6}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{2}{3}$ উত্তর: ক

সমাধান: একটি মুদ্রা দু'বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = $6^2 = 36$ এবং দু'বার ই একই পিঠ আসবে = 6 বার।
যেমন : (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5, 5), (6, 6) (নিচের টেবিলটি দেখুন।) সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{1}{36} = \frac{1}{6}$

একটি ছক্কা দুবার নিক্ষেপে ফলাফলগুলো নিচের মত হয়						পরামর্শ:
(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	যে কোন ছক্কা দু'বার নিক্ষেপের মাধ্যমে যে প্রশ্নগুলো করা হয় তার অধিকাংশ উত্তর এই টেবিলটির মাধ্যমে দেয়া সম্ভব। তাই মনযোগ দিয়ে টেবিলটি ভালোভাবে দেখে নিন।
(2, 1)	**(2, 2)**	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)	
(3, 1)	(3, 2)	**(3, 3)**	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)	
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	**(4, 4)**	(4, 5)	(4, 6)	
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	**(5, 5)**	(5, 6)	
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	**(6, 6)**	

৩২. দুটি ছক্কা একসাথে ফেলে প্রাপ্ত সংখ্যা দুটি যোগ করলে যোগফল ১০ হবার সম্ভাবনা কত? *[NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. $\frac{১}{৩৬}$ খ. $\frac{১}{১৮}$ গ. $\frac{১}{৯}$ ঘ. $\frac{১}{১২}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: একটি মুদ্রা দু'বার নিক্ষেপ করা হলে মোট ফলাফল = $6^2 = 36$ এবং দু'বার নিক্ষেপের ফল দুটি যোগ করলে যোগফল ১০ আসবে এমন ফলাফল = ৩টি যেমন : (4,6), (5,5), (6,4) সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

৩৩. একটি ছক্কা ৩ বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: ছক্কাকে ৩ বার নিক্ষেপ করলে মোট ফলাফল হবে $৬^৩$ = ২১৬, এবং প্রতিবারই একই সংখ্যাগুলো হতে পারে, প্রতিবারই ১, অথবা, প্রতিবারই ২, অথবা ৩ অথবা, ৪ অথবা ৫ অথবা, ৬। ∴ সম্ভাবনা = $\frac{৬}{২১৬} = \frac{১}{৩৬}$

৩৪. একটি ছক্কা ১ বার নিক্ষেপ করলে ২ অথবা ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: ১ বার নিক্ষেপে মোট ফল ৬টি, ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৩টি (২, ৪ ও ৬) এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ২টি (৩, ৬)

সুতরাং ২ ও ৩ দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যা = (২,৩, ৪ এবং ৬) (৬ দুবার থেকে ১ বার নিতে হবে) ∴ সম্ভাবনা = $\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩}$

✍ বিকল্প সমাধান: ২দিয়ে বিভাজ্য অথবা ৩ দিয়ে বিভাজ্য = {২,৪,৬} ∪ {৩,৬} = {২,৩,৪,৬} ∴ সম্ভাবনা = $\frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩}$

৩৫. একটি ছক্কা ১ বার নিক্ষেপ করলে ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

✍সমাধান: ২দিয়ে বিভাজ্য এবং ৩ দিয়ে বিভাজ্য = {২,৪,৬} ∩ {৩,৬} = {৬} ∴ সম্ভাবনা = $\frac{১}{৬}$

এখানে, এবং বলায় ২ ও ৩ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যেতে হবে। এজন্য বিভাজ্য সংখ্যাগুলোর সেটের মাঝে ∩ বসেছে।

৩৬. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলে ছক্কার ৫ এবং মুদ্রার H আসার সম্ভাবনা কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণি (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)] + [পরিবেশ ও বন মন্ত্রণালয় (সহকারী পরিচালক)-২০০৭]*

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{১}{৪}$ গ. $\frac{৫}{১২}$ ঘ. $\frac{১}{১২}$ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: প্রথম ধাপে ছক্কা নিক্ষেপে ৬ টি ফলাফল {১,২,৩,৪,৫,৬} আসতে পারে।

দ্বিতীয় ধাপে মুদ্রা নিক্ষেপে ২টি ফলাফল {H অথবা T} আসতে পারে। সুতরাং ছক্কা এবং মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ করা হলে, নমুনা ক্ষেত্রটি হবে: {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, **5H**, 5T, 6H, 6T}

এখানে মোট নমুনা বিন্দু 12 টি। সুতরাং ছক্কায় 5 এবং মুদ্রায় H আসার সম্ভাবনা P(5H) = $\frac{১}{১২}$

নিজে করুন:

৩৭. একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে মোট ঘটনা সংখ্যা কয়টি? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ২ টি খ. ৬ টি গ. ১২ টি ঘ. ২৪ টি উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৪: তাস সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

একটি তাসের প্যাকেটে মোট ৫২ টি তাস থাকে। যাদের মোট চারটি ভাগে ভাগ করা যায়, যথা:

হরতন (Hearts) (১৩)	রুইতন (Diamonds) (১৩)	ইস্কাপন(Spades) (১৩)	চিরাতন (Clubs) (১৩)
রাজা (K)	রাজা (K)	রাজা (K)	রাজা (K)
রাণী (Q)	রাণী (Q)	রাণী (Q)	রাণী (Q)
এভাবে, উজির (J) ৪টি, টেক্কা (A) ৪টি সহ হরতন, রুইতন, ইস্কাপন এবং চিরাতনের প্রতিটিতে ৪×১৩ = ৫২টি কার্ড থাকে হরতন এবং রুইতনের ১৩+১৩ = ২৬টি কার্ড লাল রংয়ের এবং ইস্কাপন ও চিরাতনের ১৩+১৩ = ২৬টি কার্ড কালো রংয়ের।			

৩৮. এক প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে ১টি তাস নিলে তা রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

✍ব্যাখ্যা: এক প্যাকেট তাসের মধ্যে যেহেতু মোট তাস = ৫২ টি এবং মোট রাজা থাকে = ৪টি। সুতরাং সম্ভাবনা $\frac{৪}{৫২} = \frac{১}{১৩}$

৩৯. একটি তাসের প্যাকেট হতে একটি তাস নিলে টেক্কা পাওয়ার সম্ভাবনা কত? *[বাংলাদেশ বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (CABB)-এর (মেডিকেল অফিসার/এরোড্রোম সহকারী)-২০২১]*

ক. $\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{১}{৫২}$ গ. $\frac{১}{১৩}$ ঘ. ৪ উত্তর: গ

✍সমাধান: একটি তাসের প্যাকেটে মোট তাস থাকে = ৫২ টি এবং মোট টেক্কা থাকে = ৪ টি। (A) থাকে যে তাসগুলোতে।

সুতরাং তাসের প্যাকেট হতে একটি তাস নিলে টেক্কা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৪}{৫২} = \frac{১}{১৩}$ ।

নিজে করুন:

৪০. ৫২ খানা একটি তাসের প্যাকেট হতে ১টি তাস বের করা হলে, তাসটি টেক্কা না হওয়ার সম্ভাবনা?

ক. $\frac{1}{13}$ খ. $\frac{12}{13}$ গ. $\frac{2}{13}$ ঘ. $\frac{11}{13}$ উত্তর: খ

৪১. ১ প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে একটি তাস নেয়া হল। তাসটি হরতন হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন (সহকারী পরিচালক)-২০০৩] + [কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো (উপপরিচালক)-২০০৭]*

ক. $\frac{২}{৪}$ খ. $\frac{৩}{৪}$ গ. $\frac{১}{৫}$ ঘ. $\frac{১}{৪}$ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ১ টি প্যাকেট বা ৫২টি তাসের মধ্যে হরতন থাকে মোট ১৩ টি। সুতরাং হরতন হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১৩}{৫২} = \frac{১}{৪}$

৪২. 52 টি কার্ডের একটি প্যাকেট থেকে একটি কার্ড দৈবভাবে তোলা হলো। কার্ডটি রাজা অথবা রাণী পাওয়ার সম্ভাবনা কত? *[BD House Bulding FC(So)-2017, BDBL,(So)-2017]*

ক. $\frac{3}{13}$ খ. $\frac{2}{13}$ গ. $\frac{1}{13}$ ঘ. $\frac{4}{13}$ উত্তর: খ

✍সমাধান: রাজা 4 টি, রাণী = 4 টি সুতরাং রাজা অথবা রাণী পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4+4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13} = (\frac{1}{13} + \frac{1}{13} = \frac{2}{13})$

৪৩. 52 টি তাসের একটি প্যাকেট থেকে ১টি কার্ড দৈবভাবে তুলে এটি রুইতনের রাণী অথবা ইস্কাপনের রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[Bangladesh Band(AD)-2015]*

ক. $\frac{1}{13}$ খ. $\frac{2}{13}$ গ. $\frac{1}{26}$ ঘ. $\frac{1}{52}$ উত্তর: গ

✍সমাধান: ৫২টি তাসে মধ্যে রুইতনের রাণী আছে = ১টি এবং ইস্কাপনের রাজা আছে = ১টি।

∴ রুইতনের রাণী হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{52}$ আবার, ইস্কাপনের রাজা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{52}$

∴ রুইতনের রাণী অথবা ইস্কাপনের রাজা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{52} + \frac{1}{52} = \frac{2}{52} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{26}}$ (অথবা বলায় যোগ করা হয়েছে)

৪৪. ৫২ খানার এক প্যাকেট তাস হতে হরতনের রাজা (K) সরিয়ে রাখা হলো। অবশিষ্ট তাসগুলো ভালো করে তাসানো হলো। নিরপেক্ষ ভাবে একটি তাস টানলে সেটা হরতন হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। *[গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ-প্রকৌশলী-ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]*

ক. $\frac{1}{13}$ খ. $\frac{4}{17}$ গ. $\frac{3}{13}$ ঘ. $\frac{4}{13}$ উত্তর: খ

✍সমাধান: ৫২টি তলের প্যাকেট হতে হরতনের রাজা (K) ১টি কার্ড সরিয়ে রাখলে অবশিষ্ট তাস থাকে = 52-1 = 51 টি

হরতনের কার্ড 13 টি থেকে হরতনের রাজা নিলে হরতনের অবশিষ্ট কার্ড = 13-1 = 12 টি। ∴ সম্ভাবনা = $\frac{12}{51} = \frac{4}{17}$

৪৫. এক প্যাকেট কার্ড থেকে একটি রাজা নেয়ার পর আবার একটি কার্ড নেয়া হল, পরবর্তী কার্ডটি Hearts এর রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

a. $\frac{1}{52}$ b. $\frac{1}{26}$ c. $\frac{1}{13}$ d. $\frac{1}{51}$ Ans: d

✍ব্যাখ্যা: প্রথমেই ১টি রাজা নেয়াতে আর কার্ড থাকল ৫১টি সেখানে আরো তিনটি রাজা থাকলেও Hearts এর রাজা আছে মাত্র একটি। সুতরাং এক প্যাকেট তাসের কার্ড থেকে ১টি রাজা নেয়ার পর Hearts এর রাজা নেয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{51}$

পদ্ধতি-০৫: সম্ভাব্যতার সূত্র প্রয়োগে সমাধান

📖 শর্তাধীন, স্বাধীন, বর্জনশীল ও অবর্জনশীল সম্ভাব্যতা সম্পর্কিত সমস্যাবলী।

শর্তাধীন সম্ভাবনা (Conditional Probability) :
কোন দৈব পরীক্ষণে যদি কোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা অন্য একটি ঘটনা ইতিপূর্বে ঘটেছে তার উপর নির্ভর করে তবে পরবর্তী (২য়) ঘটনার সম্ভাবনাকে প্রথম ঘটনার সাপেক্ষে শর্তাধীন সম্ভাবনা বলে।
শর্তাধীন সম্ভাবনাকে P(B/A) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। [P(B/A) এর উচ্চারণ, Probability of B given A]

স্বাধীন ঘটনা (Independent Events) :
কোন দৈব পরীক্ষণে দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি এরূপ হয় যে, একটি ঘটনা ঘটা বা না ঘটা কোন অবস্থায় অন্য একটি ঘটনার উপর নির্ভর না করে বা অন্য কোন ঘটনা ঘটা দ্বারা প্রভাবিত না হয় তবে উক্ত ঘটনা দুটি বা ঘটনাগুলোকে স্বাধীন ঘটনা বলা হয়।

পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা (Mutually exclusive events):
কোন দৈব পরীক্ষনের দুই বা ততোধিক ঘটনা যদি একত্রে ঘটতে না পারে তবে উক্ত ঘটনাগুলোকে পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা বলা হয়।

অবর্জনশীল ঘটনা (not mutually exclusive events):
দুটি ঘটনা যদি এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত হয় যে, এদের যেকোন একটি ঘটলে অপরটিও ঘটতে পারে তবে উক্ত ঘটনাদ্বয়কে পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা বলা হয়।

সম্ভাব্যতার প্রয়োজনীয় গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী

(i) A ও B পরস্পর স্বাধীন হলে, $P(A\cap B) = P(A).P(B)$

(ii) A ও B বর্জনশীল হলে, $P(A\cup B) = P(A)+P(B)$

(iii) A ও B অবর্জনশীল হলে, $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

(iv) তাহলে (i) ও (iii) নং সূত্রের সমন্বয়ে লেখা যায়, $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A).P(B)$ [A ও B স্বাধীন]

(v) শুধুমাত্র 'A' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(A\cap B^c) = P(A)-P(A\cap B)$

(vi) শুধুমাত্র 'B' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(B\cap A^c) = P(B)-P(A\cap B)$

(vii) A এবং B কোনটিই না ঘটার সম্ভাবনা:

(a) $P(A^c\cap B^c) = P\{(A\cup B)^c\} = 1-P(A\cup B)$ এবং (b) $P(A^c\cup B^c) = P\{(A\cap B)^c\} = 1-P(A\cap B)$

(viii) $P(A\cap B) = P(A).P(B|A)$

(ix) $P(\frac{A^c}{B^c}) = \frac{P(A^c\cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A^c\cap B^c)}{1-P(B)}$

(x) শর্তাধীন সম্ভাবনার ২টি গুরুত্বপূর্ণ সূত্র: A ও B পরস্পর অধীন বা নির্ভরশীল হলে,

(a) $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ এবং (b) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

এই সূত্রগুলোর মধ্য থেকে যেগুলোর উপর নিয়মিত প্রশ্ন হয়ে থাকে সেগুলো উদাহরণ সহ বিস্তারিত আলোচনা করা হলো।

(i) A ও B পরস্পর স্বাধীন হলে, $P(A\cap B) = P(A).P(B)$ এর প্রয়োগ :

৪৬. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ হলে $P(A\cap B)$ কত? যেখানে A এবং B স্বাধীন।

সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$

A ও B স্বাধীন হলে, আমরা জানি, $P(A\cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3}\times\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ (Ans.)

৪৭. যদি $P(A\cap B) = 0.06$ এবং $P(A) = 0.3$ হয়, তবে $P(B)$ এর মান কত হলে A ও B স্বাধীন হবে?
(a) 0.5 (b) 0.3 (c) 0.2 (d) 0.8 Ans:c

সমাধান:
আমরা জানি, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A\cap B) = P(A).P(B) \Rightarrow 0.06 = 0.3\times P(B) \therefore P(B) = 0.2$
সুতরাং $P(B) = 0.2$ হলে A ও B ঘটনাদ্বয় স্বাধীন হবে।

📖 নিজে করুন:

৪৮. $P(A) = 0.6$ এবং $P(A\cap B) = 0.48$ হলে $P(B)$ এর কোন মানের জন্য A ও B স্বাধীন হবে?

সমাধান: যেহেতু $P(A\cap B) = P(A).P(B)$ $\therefore P(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0.48}{0.6} = \frac{48}{60}$ $\therefore P(B) = \frac{4}{5}$ (Ans.)

৪৯. একই পোস্টে দুইটি শূন্য পদে একজন পুরুষ ও একজন মহিলা চাকরি প্রার্থী। পুরুষ ও মহিলার চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{7}$ এবং $\frac{1}{5}$। উভয়ের চাকরি না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: পুরুষের চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{1}{7}$ $\therefore$ পুরুষের চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1-\frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

মহিলার চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{1}{5}$ $\therefore$ মহিলার চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1-\frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

$\therefore$ উভয়ের চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{7}\times\frac{4}{5} = \frac{24}{35}$ (Ans) [Note: এখানে শুধু প্রতিকগুলো লেখা হয় নি]

(iii) A ও B অবর্জনশীল হলে, $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ এর প্রয়োগ :

৫০. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে $P(A\cup B)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$. যেহেতু A ও B স্বাধীন, $\therefore P(A\cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

আমরা জানি, স্বাধীন ঘটনা সর্বদা অবর্জনশীল হয় $\therefore P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) = \frac{1}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

📖 নিজে করুন:

৫১. যদি $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে $P(A\cup B)$ এর মান নির্ণয় করুন।
(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$ Ans: b

৫২. $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$ হলে $P(B)$ এর মান কত?

সমাধান: দেয়া আছে, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$

আমরা জানি, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ বা, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{3}$

$\therefore P(B) = \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ (Ans)

৫৩. তুলি ও পলির এককভাবে একটি অঙ্ক সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$, পলি ও তুলি একত্রে অংকটি সমাধান করতে সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, তুলি অঙ্কটি করতে পারার ঘটনা A এবং পলি অঙ্কটি করতে পারার ঘটনা B

প্রশ্নমতে, তুলি অঙ্কটি করতে পারার সম্ভাবনা $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং পলি অঙ্কটি করতে পারার সম্ভাবনা $P(B) = \frac{1}{4}$

ফলাফল - ০১	ফলাফল - ০২	ফলাফল - ০৩	ফলাফল - ০৪
শুধু তুলি পারবে	শুধু পলি পারবে	তুলি ও পলি উভয়ে পারবে	তুলি ও পলি দু জন ই পারবে না
A ও B পরস্পর স্বাধীন $\therefore P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ (এটা একত্রে করার সম্ভাবনা) যেহেতু $P(A \cap B) \neq 0$ অতএব, A ও B অবর্জনশীল ঘটনা। সুতরাং তারা একত্রে অঙ্কটি করতে পারার সম্ভাবনা, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4+3-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (Ans.)	তুলি পারবে না $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ পলি পারবে না $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\therefore$ দু' জনই না পারার সম্ভাবনা $= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ সুতরাং একত্রে পারার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$		

৫৪. একজন ছাত্রের বাংলা পরীক্ষায় পাস করার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$ বাংলা ও গণিত দুইটিতেই পাসের সম্ভাবনা $\frac{14}{45}$ এবং দুইটির যে কোন একটিতে পাসের সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ হলে, তার গণিত পাসের সম্ভাবনা কত?

সমাধান: (সূত্রের মাধ্যমে সমাধান)

ধরি, বাংলা ও গণিতে পাসের ঘটনা যথাক্রমে B ও M এবং বাংলায় পাস করার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{2}{3}$

বাংলা ও গণিতে দুইটিতে পাসের সম্ভাবনা, $P(B \cap M) = \frac{14}{45}$

দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাবনা, $P(B \cup M) = \frac{4}{5}$ $\therefore$ গণিতের পাশের সম্ভাবনা, $P(M) = ?$

আমরা জানি, $P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M) \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + P(M) - \frac{14}{45}$

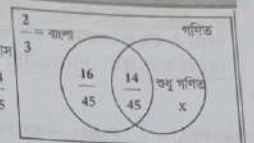
$\therefore P(M) = \frac{4}{5} + \frac{14}{45} - \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ $\therefore$ গণিতের পাসের সম্ভাবনা $= \frac{4}{9}$

বিকল্প সমাধান: ভেনচিত্রের মাধ্যমে)

প্রদত্ত ফলাফলগুলোকে ভেনচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করলে চিত্রের মত দেখাবে।

এখানে, শুধু বাংলায় পাস $= \frac{2}{3} - \frac{14}{45} = \frac{16}{45}$

$\therefore x = U - \text{বাংলা} = \frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$ সুতরাং গণিতে পাস $= \frac{2}{15} + \frac{14}{45} = \frac{4}{9}$



নিজে করুন:

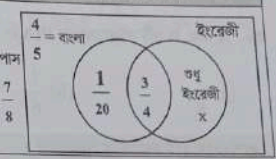
৫৫. একজন পরীক্ষার্থীর বাংলায় ফেল করার সম্ভাব্যতা $\frac{1}{5}$, বাংলা এবং ইংরেজি দুইটিতে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{3}{4}$ এবং দুইটির যে কোন একটি তে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{7}{8}$ হলে, তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান: সূত্র দিয়ে করতে চাইলে আগেরটির মত নিজে করুন। এখানে ভেনচিত্রের মাধ্যমে সমাধান দেখানো হলো।

প্রদত্ত ফলাফলগুলোকে ভেনচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করলে চিত্রের দেখাবে।

এখানে, বাংলায় পাস $= \frac{4}{5}$ শুধু বাংলায় পাস $= \frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$

$\therefore$ শুধু $x = U - \text{বাংলা} = \frac{7}{8} - \frac{4}{5} = \frac{3}{40}$



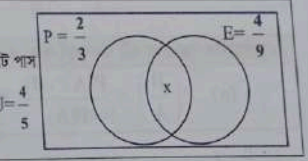
৫৬. একজন প্রকৌশলীর প্লাম্বিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{2}{3}$ এবং ইলেক্ট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{5}{9}$। যদি কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাবার সম্ভাব্যতা $\frac{4}{5}$ হয় তাহলে উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করুন। [৪০তম বিসিএস (লিখিত)]

সমাধান: (সবগুলোকেই একজাতীয় করে হিসেব করতে হবে) (বিস্তারিত সমাধানের জন্য এই নিয়মের প্রথম অংকটি দেখুন)

এখানে, প্লাম্বিং $(P) = \frac{2}{3}$, ইলেক্ট্রিক $(E) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

সুতরাং উভয় চুক্তি $x = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5} = \frac{30+20-36}{45} = \frac{14}{45}$

(দুটার যোগফল থেকে মোট বাদ দিলেই উভয়টি বের হবে)



(iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$ এর প্রয়োগ:

৫৭. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ এবং A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B)$ এর মান কত?

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$ Ans:b

সমাধান: A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4+9-3}{12} = \frac{13-3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

📖 ডি মরগ্যানের সূত্র : (সেটের অধ্যায়ে ডি মরগ্যানের সূত্র নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে, হুবহু একই নিয়ম)

(vii) A এবং B কোনটিই না ঘটার সম্ভাবনা:

(a) $P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\} = 1 - P(A \cup B)$ এবং (b) $P(A^c \cup B^c) = P\{(A \cap B)^c\} = 1 - P(A \cap B)$

৫৮. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ হলে $P(A' \cup B')$ নির্ণয় করুন যখন A ও B স্বাধীন-

(a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{7}{9}$ (c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{2}{7}$ Ans: b

✍সমাধান: A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3}.\frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

এবং $P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

📖 লক্ষ্য করুন: ডি মরগ্যানের সূত্র প্রয়োগ করার জন্য যার মান বের করা দরকার তার মান আগে বের করে তারপর সূত্র প্রয়োগ করা হয়েছে।

৫৯. A এবং B দুটি ঘটনা যেখানে $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ এবং $P(B^c) = \frac{5}{8}$। $P(A^c \cap B^c) = ?$ [৪৩তম বিসিএস প্রিলি]

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$ Ans: c

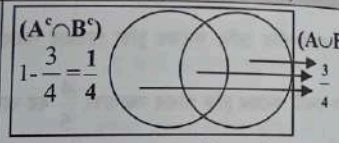
✍সমাধান: (ডি মরগ্যানের সূত্রানুসারে)

দেয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(B^c) = \frac{5}{8}$

$\therefore P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\}$ [এটাই মূল সূত্র]

$= 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$

✍বিকল্প সমাধান: (ভেনচিত্রের মাধ্যমে)



যেহেতু বৃত্তের ভেতরের ৩টি অংশ মিলে = 3/4

সুতরাং বৃত্তের বাইরের সবাই মিলে হবে = 1-3/4 =1/4

(x) শর্তাধীন সম্ভাবনার ২টি গুরুত্বপূর্ণ সূত্র: A ও B পরস্পর অধীন বা নির্ভরশীল হলে,

(a) $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ এবং (b) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

৬০. যদি $P(A \cap B) = 0.42$ এবং $P(A) = 0.6$ হয়, তবে $P\left(\frac{B}{A}\right)$ এর মান কত?

(a) 0.7 (b) 0.3 (c) 0.4 (d) 0.6 Ans: a

✍সমাধান: $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.42}{0.6} = 0.7$ [সরাসরি মান দেয়া থাকায় সূত্র প্রয়োগ করেই উত্তর বের হয়েছে]

৬১. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$, A ও B স্বাধীন হলে $P\left(\frac{A}{B}\right)$ নির্ণয় কর।

✍সমাধান: দেয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ এখানে, A ও B স্বাধীন, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$

এখন, $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{18} \times 6 = \frac{1}{3}$ (Ans.)

৬২. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, A এবং B স্বাধীন হলে, $P\left(\frac{B}{A}\right) = ?$ [৪২তম বিসিএস প্রিলি : (বিশেষ)]

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$ Ans: b

✍সমাধান: A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3}.\frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ $\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{2}{3}$

৬৩. $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{3}{8}$ হলে, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ এবং $P\left(\frac{A}{B}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

✍সমাধান: দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{3}{8}$

আমরা জানি, $P(A \cap B) = P(A).P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{1}{2}.\frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

আবার, $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{16} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{16} \times 5 = \frac{15}{16}$

এবং, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{3}{16} = \frac{41}{80}$ (Ans.)

৬৪. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$ হলে, $P(A^C)$, $P(B^C)$, $P\left(\frac{A}{B}\right)$, $P\left(\frac{B}{A}\right)$ নির্ণয় কর।

✍সমাধান: **(i)** আমরা জানি, $P(A) + P(A^C) = 1 \Rightarrow P(A^C) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$

(ii) $P(B) + P(B^C) = 1 \Rightarrow P(B^C) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$ **(Ans:)**

(iii) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{9} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{9} \times 6 = \frac{2}{3}$ **(iv)** $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{9} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$

পদ্ধতি-০৬: বল সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

(৬. ক) বল তোলার সংখ্যা বের করা :

৬৫. একটি পাত্রে এ ৬টি সাদা মার্বেল আছে, সেখান হতে ১টি কালো মার্বেল তোলার সম্ভাবনা কত?

ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ০ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: সাদা মার্বেলের পাত্র থেকে কালো মার্বেল পাওয়ার সম্ভাবনা নেই। তাই উত্তর: ০

৬৬. একটি পাত্রে ৫টি কালো বল আছে, সেখান হতে দৈবভাবে ১টি বল নিলে তা কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. ০ উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু সবগুলোই কালো তাই যে কোন ১টা নিলে তা কালো হবে ১০০% বা ১।

৬৭. একটি পাত্রে ৫টি সাদা মোজা ও ৬টি কালো মোজা আছে, অন্ধকারে মোট কয়টি মোজা তুললে নিশ্চিতভাবে বলা যাবে যে, তাদের মধ্যে একটি সাদা মোজা আছে?
ক. ৫টি খ. ৬টি গ. ৭টি ঘ. ৮টি উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট ছয়টি মোজা তুললেও ৬টিই কালো হতে পারে। কিন্তু ৭ম বার মোজা তোলার পর অবশ্যই তা সাদা মোজা হবে। কেননা মোট ৬টি কালো মোজা সেই পাত্রে ছিল।

৬৮. রাকিবের পকেটে ২টি লাল,৩টি নীল, ৫টি কালো ও ৮টি সবুজ মার্বেল আছে। কমপক্ষে কতটি মার্বেল নিলে প্রত্যেক রংয়ের অন্তত ১টি করে হলেও মার্বেল পাবে?
a. ১৪ b. ১৯ c. ১৭ d. ১২ উত্তর: c

সমাধান: মোট মার্বেলের সংখ্যা ২+৩+৫+৮ = ১৮টি এর মধ্যে সবথেকে কম মার্বেলের সংখ্যা থেকে ১টি মার্বেল নিয়ে বাকী সবগুলো মার্বেল নেয়ার পর নিশ্চিতভাবে বলা সম্ভব হবে যে প্রতি রংয়ের একটি করে মার্বেল পাওয়া যাবে।

সুতরাং মার্বেল নিতে হবে ৮+৫+৩+১ = **১৭টি**। (কেননা ১৬টি মার্বেল নেয়ার পর ও নিশ্চিত হওয়া সম্ভব নয়)

অন্তত একটি মার্বেল বা বল পেতে হলে = সবথেকে কম মার্বেল থেকে ১টি মার্বেল + অন্য সবগুলো মার্বেল নিতে হবে।

৬৯. অপুর পকেটে ৭টি লাল, ৩টি সবুজ এবং ৩টি কালো মার্বেল আছে। অপু পকেট থেকে কমপক্ষে কয়টি মার্বেল বের করলে প্রত্যেক রঙের অন্তত একটি করে মার্বেল থাকবে? *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেশন)-২০২০]*
a. ৭ b. ৯ c. ১১ d. কোনোটিই নয় উত্তর: c

সমাধান: সর্বমোট মার্বেল নিতে হবে = ৭+৩+১ = **১১টি**।

৭০. পাপিয়ার পকেটে ১৬টি মার্বেল আছে। যার মধ্যে ৮টি লাল, ৪টি সবুজ এবং ৪টি নীল। প্রত্যেক রংয়ের একটি করে মার্বেল পেতে তাকে কমপক্ষে কতটি মার্বেল নিতে হবে? *(Mutual Trust Bank. MTO. -2014)*
a. ৪ b. ৮ c. ১২ d. ১৩ উত্তর: d

সমাধান: সর্বমোট মার্বেল নিতে হবে = ৮+৪+১ = **১৩টি**।

৭১. একটি ঝুড়িতে ৬টি আপেল এবং ৩টি কমলা আছে। কমপক্ষে একটি কমলা পেতে কতগুলো ফল তুলতে হবে? *[M.T.B.L Off. 2013]*
a. ১ b. ২ c. ৪ d. ৭ উত্তর: d

সমাধান: ৬টি আপেল ও ৩টি কমলার মধ্যে ৬টি আপেল তুলে নিয়ে আর ১টি উঠালেই কমলা পাওয়া যাবে।
সুতরাং কমপক্ষে ১টি কমলাসহ মোট ফল উঠাতে হবে (৬+১) = **৭টি**।

Note: অন্তত বা সর্বনিম্ন থাকলে উত্তর হবে (অন্যসব + যেটির অন্তত একটি নিতে হবে তার ১টি

(৬. খ) বল তোলার পর সম্ভাবনা বের করা :

৭২. একটি পাত্রে ৪টি লাল, ৫ টি সবুজ ও ৬টি নীল কলম আছে। ঐ পাত্র হতে একটি কলম নেওয়া হলে তা সবুজ হবার সম্ভাবনা কত? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন বোর্ড (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]*
ক. $\frac{৪}{১৫}$ খ. $\frac{৬}{১৫}$ গ. $\frac{১}{৫}$ ঘ. $\frac{১}{৩}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট কলম = (৪+৫+৬) = ১৫টি। সবুজ কলম ৫টি তাই ১টি কলম নিলে তা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৫}{১৫} = \frac{১}{৩}$

৭৩. একটি পাত্রের মধ্যে লাল, হলুদ ও সবুজ বলের অনুপাত ২ : ৩ : ৪। দৈবভাবে পাত্র থেকে একটি বল বাছাই করলে তা লাল বল হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[Bangladesh Bank (AD)-2012]*
ক. $\frac{২}{৭}$ খ. $\frac{৩}{১০}$ গ. $\frac{৫}{৯}$ ঘ. $\frac{২}{৯}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: অনুপাতটির রাশিগুলোর সমষ্টি = ২ + ৩ + ৪ = ৯। ∴ লাল বল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{\text{লাল বল}}{\text{মোট বল}} = \frac{২}{৯}$

৭৪. একটি বক্সে ৮টি লাল, ৭টি নীল, এবং ৬টি সবুজ বল আছে। দৈবভাবে ১টি বল নেয়া হলে বলটি লাল বা সবুজ কোনটিই না হওয়ার সম্ভাবনা কত? *(BB Cash Officer-11)*
a. $\frac{১}{৩}$ b. $\frac{৩}{৪}$ c. $\frac{৭}{১৯}$ d. $\frac{৮}{২১}$ উত্তর: a

সমাধান: দৈবভাবে নেয়া বলটি লাল বা সবুজ না হলে অবশ্যই নীল বল হবে। (এই লাইনটা বোঝাই আসল নাহলে সময় নষ্ট হবে)

মোট বল = ৮+৭+৬= ২১টি এবং নীল বল ৭টি তাহলে লাল বা সবুজ না হয়ে নীল বল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৭}{২১} = \frac{১}{৩}$

নিজে করুন:

৭৫. একটি পাত্রে ১৩টি লাল ৭টি সবুজ রংয়ের মার্বেল আছে। দৈব ভাবে একটি মার্বেল নির্বাচন করলে তা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা কত? *(Bank Asia Ltd. MTO 2011)*
ক. ০.৫ খ. ১.০ গ.০.৩৫ ঘ.০.৬৫ উত্তর: গ

৭৬. একটি ঝুড়িতে ১০ টি কমলা, ২৫টি আপেল এবং ৩৫টি খেজুর আছে। ঐ ঝুড়ি থেকে দৈবভাবে একটি ফল উত্তোলন করলে আপেল অথবা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[রাণ মন্ত্রণালয় (প্রকল্প বাস্তবায়ন কর্মকর্তা)-২০০৬]*
ক. $\frac{৭}{৬}$ খ. $\frac{৫}{৭}$ গ. $\frac{৬}{৭}$ ঘ. $\frac{১}{৭}$ উত্তর: গ

সমাধান:

ঝুড়িতে মোট ফল = ১০ + ২৫ + ৩৫ = ৭০ টি।

∴ আপেল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{২৫}{৭০} = \frac{৫}{১৪}$

এবং খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৩৫}{৭০} = \frac{১}{২}$

∴ আপেল বা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৫}{১৪} + \frac{১}{২} = \frac{৫+৭}{১৪} = \frac{১২}{১৪} = \frac{৬}{৭}$

বিকল্প সমাধান : (সময় কম লাগবে এভাবে করলে)

ঝুড়িতে মোট ফল = ১০ + ২৫ + ৩৫ = ৭০ টি।
আবার আপেল এবং খেজুর মিলে মোট ফল
= ২৫+৩৫ = ৬০

∴ আপেল অথবা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা
= $\frac{৬০}{৭০} = \frac{৬}{৭}$

বিকল্প সমাধান : এখানে, আপেল বা খেজুর হওয়ার সম্ভাবনা = কমলা না হওয়ার সম্ভাবনা।

যেহেতু কমলা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১০}{৭০} = \frac{১}{৭}$ = সুতরাং কমলা না হওয়ার সম্ভাবনা = $১ - \frac{১}{৭} = \frac{৬}{৭}$

Note: বুঝতে পারলে অনেক ভাবে ভাবা যায়। যেটা সহজ মনে হয় সেভাবে করুন।

নিজে করুন:

৭৭. একটি ঝুড়িতে ২০টি কলম, ৩০টি পেন্সিল এবং ২৫টি রাবার আছে। দৈবভাবে একটি জিনিস উঠালে উক্ত জিনিসটি কলম বা পেন্সিল হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের (সাইবার অফিসার)-২০১২]*
ক. $\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{১}{২}$ গ. $\frac{৩}{২}$ ঘ. $\frac{২}{৩}$ উত্তর: ঘ

৭৮. একটি থলিতে ৬ টি নীল বল, ৮ টি সাদা বল এবং ১০ টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একট বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত? *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]*
ক. $\frac{২}{৩}$ খ. $\frac{১}{৩}$ গ. $\frac{৩}{৪}$ ঘ. $\frac{১}{৪}$ উত্তর: ক

সমাধান:
মোট বলের সংখ্যা ৬+৮+১০ = ২৪টি। সুতরাং মোট ফলাফল ২৪টি। এখন সাদা বল না হওয়া অর্থ বলটি নীল অথবা কালো হওয়া। থলিতে নীল ও কালো বল আছে = ৬+১০ = ১৬টি। ∴ উত্তর = $\frac{১৬}{২৪} = \frac{২}{৩}$

বিকল্প সমাধান:(আগে হ্যাঁ বের করে ১ থেকে বিয়োগ)
সাদা বল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৮}{২৪} = \frac{১}{৩}$
∴সাদা বল না হওয়ার সম্ভাবনা = $১-\frac{১}{৩} = \frac{২}{৩}$

নিজে করুন:

৭৯. একটি থলিতে নীল বল ১২টি, সাদা বল ১৬টি এবং কালো বল ২০টি আছে। দৈবভাবে ১টি বল নেয়া হলো, বলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[পল্লী উন্নয়ন একাডেমী (RDA) এর সহযোগী পরিচালক-২০২১]*

ক. $\frac{১}{৩}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{১}{১৬}$ ঘ. $\frac{১}{৪৮}$ উত্তর: খ

৮০. একটি থলিতে ১২ টি নীল বল, ১৪টি সাদা বল এবং ২২টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি নীল না হবার সম্ভাবনা কত ? *[অগ্রনী ব্যাংক সিনিয়র অফিসার:২০১৪]*

(ক) $\frac{২}{৩}$ (খ) $\frac{১}{৩}$ (গ) $\frac{৩}{৪}$ (ঘ) $\frac{১}{৪}$ উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৭: সংখ্যা সংক্রান্ত সম্ভাব্যতার প্রশ্ন

৮১. ১ থেকে ১৫ পর্যন্ত (১ ও ১৫ সহ) একটি সংখ্যা নির্বাচন করলে তা মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[Agrani Bank (SO)-2013] +[Midland Bank. (MTO)-2015]*

ক. $\frac{১}{১৫}$ খ. $\frac{৩}{৫}$ গ. $\frac{২}{৫}$ ঘ. $\frac{৭}{১৫}$ উত্তর: গ

সমাধান: ১ থেকে ১৫ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ১৫টি এবং মৌলিক সংখ্যা আছে = ৬টি যেমন: ২, ৩, ৫, ৭, ১১ এবং ১৩
সুতরাং নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{\text{অনুকূলে ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}} = \frac{৬}{১৫} = \frac{২}{৫}$

৮২. ৯টি কাগজের টুকরায় ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার পর একটি টুপিতে রাখা হলো। যদি টুপি থেকে ১টি কাগজ দৈবভাবে তোলা হয়, তাহলে কাগজটিতে জোড় নাম্বার থাকার সম্ভাবনা কত? *[Trust Bank (MTO)-2015]*

ক. $\frac{১}{৯}$ খ. $\frac{২}{৯}$ গ. $\frac{৪}{৯}$ ঘ. $\frac{৫}{৯}$ উত্তর: গ

সমাধান: ১ থেকে ৯ পর্যন্ত মোট সংখ্যা ৯টি এবং এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে জোড় সংখ্যা আছে ৪টি (২,৪,৬,৮)।
∴ মোট সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৪}{৯}$

নিজে করুন:

৮৩. ৯টি কাগজের টুকরায় ১ থেকে ৯ পর্যন্ত ধারাবাহিক সংখ্যাগুলো লেখার পর একটি বক্সে রাখা হলো। যদি বক্সে থেকে ১টি কাগজ দৈবভাবে তোলা হয় তাহলে কাগজটি ৬ এর থেকে বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? *[IBA,MBA Admission : 2010-2011]*

ক. $\frac{১}{৯}$ খ. $\frac{১}{৩}$ গ. $\frac{২}{৯}$ ঘ. $\frac{১}{২}$ উত্তর: খ

৮৪. 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা থেকে যে কোন একটিকে ইচ্ছে মত নিলে সে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত ? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. $\frac{5}{11}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{6}{11}$ উত্তর: ক

সমাধান: 30 থেকে 40 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = (40-30+1) = 11টি এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা = 2 টি (31 ও 37)
আবার 5 এর গুণিতক = 3 টি (30, 35 ও 40)
∴30-40 পর্যন্ত ১টি সংখ্যা নিলে সংখ্যাটি মৌলিক বা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{2}{11}+\frac{3}{11}=\frac{5}{11}$

৮৫. ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা থেকে ইচ্ছামত একটি সংখ্যা নিলে তা বর্গ সংখ্যা হবার সম্ভাবনা কত?

ক. $\frac{১}{১০}$ খ. $\frac{৩}{১০}$ গ. $\frac{৭}{২০}$ ঘ. $\frac{১}{৯}$ উত্তর: ক

সমাধান: ১ - ১০০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ১০০ টি আবার, ১ - ১০০ পর্যন্ত মোট বর্গ সংখ্যা ১০টি ($১^২ = ১$ এবং $১০^২ = ১০০$)
সুতরাং ১টি সংখ্যা নিলে তা বর্গ সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১০}{১০০} = \frac{১}{১০}$

৮৬. ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-[৪১তম বিসিএস প্রিলি]

ক. $\frac{১}{২২}$ খ. $\frac{১}{৬৪}$ গ. $\frac{১}{৬০}$ ঘ. $\frac{২}{৬৫}$ উত্তর: ক

সমাধান: ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ৪৪০ টি।
আবার ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত বর্গ সংখ্যাগুলো হলো, ১,৪,৯,১৬,২৫,৩৬,৪৯,৬৪,৮১ . . . ৪০০ = ২০টি।
কারণ, $১^২ = ১$, $২^২ = ৪$, $৩^২ = ৯$ এভাবে $(২০)^২ = ৪০০$ [২০ এর পরের সংখ্যার বর্গ $(২১)^২ = ৪৪১$ যা ৪৪০ থেকে বড়]
∴১টি সংখ্যা নিলে তা বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{২০}{৪৪০} = \frac{১}{২২}$

৮৭. ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মিশ্রিত টিকিটের মধ্যে ১টি টিকেট উঠালে তার মধ্যে ৩ অথবা ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা উঠার সম্ভাব্যতা কত?
[রহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তর (সহকারী পরিচালক)-২০১১] +[Pubali Bank Ltd. Junior Offi 13]

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{২}{৫}$ গ. $\frac{৮}{১৫}$ ঘ. $\frac{৯}{২০}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা আছে = ২০টি ।
১ থেকে ২০ পর্যন্ত ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আছে = ৬ টি, (৩,৬,৯,১২,১৫,১৮)
আবার, ১ থেকে ২০ পর্যন্ত ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৪টি। (৫, ১০, ১৫, ২০)
কিন্তু ৩ ও ৫ উভয় সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ১টি (১৫) থাকায় = ৬+৪ = ১০টি থেকে এই ১টি বাদ দিতে হবে।
সুতরাং ১ থেকে ২০ পর্যন্ত ৩ অথবা ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৯টি (৩,৫,৬,৯,১০,১২,১৫,১৮,২০) ∴ সম্ভাবনা = $\frac{৯}{২০}$

৮৮. ১ হতে ২০০ পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্য হতে নিরপেক্ষভাবে যে কোন একটিকে বাছাই করলে সেই সংখ্যাটির মধ্যে ৩ অথবা ৭ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

ক. $\frac{১৭}{৪০}$ খ. $\frac{২৩}{৪০}$ গ. $\frac{২১}{৪০}$ ঘ. $\frac{১৭}{৩০}$ উত্তর : ক

সমাধান: ১ থেকে ২০০ পর্যন্ত মোট স্বাভাবিক সংখ্যা = ২০০টি।
এখন ৩ দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যা = ২০০÷৩ = ৬৬টি, আবার ৭দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যা = ২০০÷৭ = ২৮টি
সুতরাং ৩ অথবা ৭ দিয়ে বিভাজ্য মোট সংখ্যা = ৬৬+২৮ = ৯৪টি।
কিন্তু ৩ এবং ৭ উভয় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায় এমন সংখ্যা = ২০০÷ ২১ (৩ ও ৭ এর ল.সা.গু ২১) = ৯টি।
তাহলে ৩ ও ৭ দিয়ে বিভাজ্য ১ থেকে ২০০ এর মধ্যে সংখ্যা হবে = ৯৪-৯ = ৮৫টি ∴সম্ভাব্যতা = $\frac{৮৫}{২০০} = \frac{১৭}{৪০}$

৮৯. S = {১, ২, ৩,... ... ... , ৫০}, S এর যে কোনো একটি সংখ্যা ৩ অথবা ৫ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

ক. $\frac{১}{২০}$ খ. $\frac{৩}{৫০}$ গ. $\frac{৭}{২০}$ ঘ. $\frac{২৩}{৫০}$ উত্তর: ঘ

লিখিত সমাধান: এখানে, $S = \{১, ২, ৩, ৪, \ldots\ldots\ldots ৫০\}$ = মোট সংখ্যা = ৫০টি $\therefore N(S) = ৫০$

৩ এর গুণিতক সংখ্যার ঘটনা A হলে, $n(A) = ১৬$ টি । যেমন: ৫০÷৩ = ১৬টি

৫ এর গুণিতক সংখ্যার ঘটনা B হলে, $n(B) = ১০$টি যেমন: ৫০÷১০ = ১০টি)

এবং ৩ এবং ৫ গুণিতক সংখ্যার ঘটনা $A \cap B$ হলে, $n(A \cap B) = ৩$টি । যেমন: ৫০ ÷১৫ = ৩(৩ ও ৫ এর ল.সা.গু ১৫)

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{১৬}{৫০}$, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{১০}{৫০}$, $P(A \cap B) = \frac{৩}{৫০}$

$\therefore$ সংখ্যাটি ৩ বা ৫ এর গুণিতক হবার সম্ভাবনা, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{১৬}{৫০} + \frac{১০}{৫০} - \frac{৩}{৫০} = \frac{২৩}{৫০}$

শর্টকাট: ৩ এর গুণিতক = ১৬টি, ৫এর গুণিতক = ১০টি । উভয়ের গুণিতক = ৩টি। $\therefore$ সম্ভাবনা = $\frac{১৬ + ১০ - ৩}{৫০} = \frac{২৩}{৫০}$

৯০. ধরা যাক, সেট A = {১০, ১১,..... ২১)} এবং সেট B = {১০, ১১, ১২,.....৫০}, যদি $x \in A$ এবং $y \in B$ হয় এবং y এর যদি এমন কোন উৎপাদক z না থাকে যেন $১ < z < y$ হয় তবে xy এর ৩ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? *[CGDF-(Auditor)-2022]*

ক. $\frac{১}{৪}$ খ. $\frac{১}{৩}$ গ. $\frac{১}{২}$ ঘ. $\frac{২}{৩}$ উত্তর: খ

সমাধান: এখানে, xy ঠিক তখনই ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে যখন x , ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে। প্রশ্নানুসারে y একটি মৌলিক সংখ্যা (y এর উৎপাদক শুধু ১) তাই শুধু y কে ১ বাদে অন্য কোন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা সম্ভব নয়। এখন A এর মধ্যকার ১০ থেকে ২১ এর মধ্যে মোট সংখ্যা = ১২টি এবং ৩ এর গুণিতক = ৪ টি (১২, ১৫, ১৮, ২১) $\therefore$ সম্ভাব্যতা = $\frac{৪}{১২} = \frac{১}{৩}$ (উত্তর)

পদ্ধতি-০৮: সমাবেশের সূত্রের মাধ্যমে সম্ভাব্যতা নির্ণয়

৯১. ১ থেকে ১৫ জন ছাত্র- ছাত্রীর মধ্যে থেকে দৈবভাবে ২ জন ছাত্র নির্বাচন করলে ২ জনের রোল নম্বর বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)] +[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়তন বোর্ড (উপ-সহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]*

ক. $\frac{৮}{১১}$ খ. $\frac{৩}{৫}$ গ. $\frac{৪}{১৫}$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

মোট সংখ্যা = ১৫টি। আবার বিজোড় সংখ্যা = ৮টি।

সুতরাং ২ জন ছাত্র নির্বাচন করলে দুজনের রোল ই বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{{}^{৮}C_{২}}{{}^{১৫}C_{২}} = \left(\frac{৮ \times ৭}{২ \times ১} \times \frac{২ \times ১}{১৫ \times ১৪}\right) = \frac{৪}{১৫}$

বিকল্প সমাধান : (ভগ্নাংশ আকারে খুব সহজে উত্তর বের করা)

১ থেকে ১৫ পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যা আছে ৮ টি যথা: (১,৩,৫,৭,৯,১১,১৩,১৫)

১ম ছাত্রের বিজোড় রোল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৮}{১৫}$ আবার, ২য় ছাত্রের বিজোড় রোল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{৭}{১৪}$ (১জন আগে নেয়া মোট থেকে ১ জন কমে এবং বিজোড় রোলও ১ জন কমে এই লজিকটা খুব ই গুরুত্বপূর্ণ) $\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{৮}{১৫} \times \frac{৭}{১৪} = \frac{৪}{১৫}$

৯২. একটি প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে ২টি তাস দেওয়া হলো । তাস দুটি রাজা হবার সম্ভাবনা কত? *[সোনালী ব্যাংক লিমিটেড অফিসার: ২০১৫]*

ক. $\frac{2}{223}$ খ. $\frac{1}{223}$ গ. $\frac{1}{221}$ ঘ. $\frac{2}{213}$ উত্তর: গ

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

একটি প্যাকেটে তাস আছে 52 টি। 52 টি থেকে 2টি নেওয়া যায়। মোট, ${}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2} = 1326$ উপায়ে, আবার, রাজা আছে 4টি । এখন 4 টি থেকে 2টি নেয়া যায়, ${}^{4}C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ উপায়ে $\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$

শর্টকাট সমাধান : (ভগ্নাংশ)

৫২ টি থেকে ২টি নিলে ২টিই রাজা হওয়ার সম্ভাবনা= $\frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{1}{13} \times \frac{1}{17} = \frac{1}{221}$ (১টি তোলার পর মোট ও রাজা দুটাই ১ কমবে)

৯৩. একটি বাক্সে ১০ টি নীল ও ১৫টি লাল মার্বেল আছে। যেমন খুশি টানলে প্রতিবার ২টি একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাব্যতা? *[গণপূর্ত অধিদপ্তর (উপ-প্রকৌশলী-ড্রাফটসম্যান)-২০১৮]*

ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{4}$ ঘ. $\frac{1}{5}$ উত্তর: ক

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

মোট মার্বেল = (১০টি নীল + ১৫টি লাল) = ২৫টি

$\therefore$ ২টি একই রঙের হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{{}^{10}C_2 + {}^{15}C_2}{{}^{25}C_2} = \frac{(10 \times 9) + (15 \times 14)}{25 \times 24} = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$

বিকল্প সমাধান : (ভগ্নাংশ)

দুটি একই রং এর মার্বেল পাবার সম্ভাবনা

$= \left(\frac{10}{25} \times \frac{9}{24}\right) + \left(\frac{15}{25} \times \frac{14}{24}\right) = \frac{1}{2}$

(প্রথমটা নীল ×২য় টাও নীল)+(প্রথমটা লাল×২য় টাও লাল)

নিজে করুন:

৯৪. একটি বাক্সে ৬টি লাল ও ৯টি সবুজ মার্বেল আছে। বাক্সটি থেকে পরপর দুটি মার্বেল উঠানো হলে মার্বেল দুটি একই রং এর হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{12}{35}$ (খ) $\frac{17}{42}$ (গ) $\frac{18}{35}$ (ঘ) $\frac{17}{35}$ উত্তর : ঘ

৯৫. একটি বিশ্রাম রুমে ৪ জন মহিলা ও ৪ জন পুরুষ আছে। দৈবভাবে ২ জন প্রার্থী নির্বাচন করলে দুজনই মহিলা হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[IBA,MBA Admission Test, (2015].[BBA 2006]+[Exim Bank (TO)-2015]*

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{৩}{৭}$ গ. $\frac{৩}{১৪}$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: (সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করে)

৪ জন মহিলা থেকে ২ জন কে নেয়া যায় = ${}^{৪}C_{২}$ ভাবে এবং মোট ৪+৪ = মোট ৮ জন লোক থেকে ২ জনকে নেয়া যায় = ${}^{৮}C_{২}$ ভাবে।

$\therefore$ সম্ভাবনা = $\frac{{}^{৪}C_{২}}{{}^{৮}C_{২}} = \left(\frac{৪ \times ৩}{২ \times ১} \times \frac{২ \times ১}{৮ \times ৭}\right) = \frac{৩}{১৪}$

বিকল্প সমাধান : (ভগ্নাংশ)

মোট প্রার্থী (৪ + ৪) = ৮ জন ।

১ম জন মহিলা হওয়ার সম্ভাবনা= $\frac{৪}{৮} = \frac{১}{২}$, ২য় জন মাহিলা $\frac{৩}{৭}$

[$\because$ ১ জন মহিলা আগে নির্বাচিত হয়েছে, তবে মোট মহিলা =(৪ -১) = ৩ এবং মোট প্রার্থী (৮ – ১) = ৭]

$\therefore$ দুজনকে নিয়ে নির্বাচনের সম্ভাবনা = $\frac{১}{২} \times \frac{৩}{৭} = \frac{৩}{১৪}$

৯৬. একটি পাত্রে ৩টি সাদা বল, ৪টি লাল বল ও ২টি সবুজ বল আছে। সেখান থেকে এলোমেলোভাবে ৩টি বল নেওয়া হলে তিনটি বলই লাল রং হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(a) $\frac{১}{৩}$ (b) $\frac{৭}{২০}$ (c) $\frac{২}{৩}$ (d) $\frac{১}{২১}$ Ans: d

✍সমাধান: পাত্রে মোট বল = ৩+৪+২ = ৯টি। ৯টি থেকে ৩টি বল নেওয়া যায়, মোট ${}^{৯}C_{৩} = \frac{৯\times৮\times৭}{১\times২\times৩} = ৮৪$

আবার ৪টি লাল বল থেকে ৩টি লাল বল নেওয়া যায় মোট $= {}^{৪}C_{৩} = \frac{৪\times৩\times২}{১\times২\times৩} = ৪$ ∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা $\frac{৪}{৮৪} = \frac{১}{২১}$।

৯৭. একটি বাক্সে ৫টি গোলাপি, ৩টি সবুজ এবং ২টি হলুদ বল আছে। দৈবভাবে ৩টি বল তোলা হলো। সবুজ বল না হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[8 Bank (SO)- 2018]*

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{24}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$ Ans: b

✍সমাধান:
মোট বল = ৫+৩+২ = ১০ টি এবং সবুজ বল না হওয়া অর্থ গোলাপী বা হলুদ বল হওয়া যাদের সংখ্যা ৫+২ = ৭টি।

সুতরাং ৩টি বল নিলে তা সবুজ না হওয়ার সম্ভাবনা হবে= $\frac{{}^{7}C_{3}}{{}^{10}C_{3}} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$

নিজে করুন:

৯৮. একটি বাক্সে ৪টি সাদা বল, ৫টি লাল বল ও ৬টি সবুজ বল আছে। উহা হতে ৩টি বল নেওয়া হল। তিনটি বলই লাল পাবার সম্ভাবনা কত? [**Hints:** ${}^{5}C_{3} / {}^{15}C_{3}$ অথবা: $\frac{৫}{১৫}\times\frac{৪}{১৪}\times\frac{৩}{১৩} = \frac{২}{৯১}$]

(a) $\frac{২}{৩}$ (b) $\frac{২}{৯১}$ (c) $\frac{২}{২১}$ (d) $\frac{৭}{৩০}$ Ans: b

৯৯. এক প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে 2 টি তাস নেয়া হল। তাস দুটি রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[সোনালী ব্যাংক অফি:২০১৫]*

(ক) $\frac{2}{222}$ (খ) $\frac{1}{223}$ (গ) $\frac{1}{221}$ (ঘ) $\frac{2}{213}$ উত্তর: গ

✍সমাধান: (২টি তাস নেয়ার কথা বলায় এখানে সমাবেশের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)

একটি প্যাকেটে তাস আছে ৫২ টি। ৫২টি তাস থেকে ২টি তাস নেয়ার মোট উপায় ${}^{52}C_{2} = \frac{52\times51}{2} = 1326$

আবার রাজা আছে ৪টি। এখন ৪টি থেকে ২টি নেয়ার উপায়= ${}^{4}C_{2} = \frac{4\times3}{2\times1} = 6$, সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$

১০০. এক প্যাকেট কার্ড থেকে ৩টি কার্ড তোলা হলো । ২টি টেক্কা পাবার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

✍সমাধান: এক প্যাকেটে মোট কার্ড ৫২ টি।

মোট টেক্কার সংখ্যা ৪টি হতে ২টি টেক্কা বাছাই করা যায় ${}^{4}C_{2}$ এবং অবশিষ্ট ৫২ - ৪ = ৪৮ টি কার্ড হতে একটি কার্ড বাছাই করা যায় ${}^{48}C_{1}$ প্রকারে। ∴ ২টি টেক্কার পাবার নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{{}^{4}C_{2}\times{}^{48}C_{1}}{{}^{52}C_{3}} = \frac{72}{5525}$

পদ্ধতি-০৯: সম্ভাব্যতার বিবিধ প্রশ্ন

১০১. নিয়াজ মোর্শেদ সাহেব দুইটি দাবার ম্যাচ খেললেন। তার একটিতেও না হারার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{২}{৯}$ (খ) $\frac{৪}{৯}$ (গ) $\frac{২}{৩}$ (ঘ) $\frac{১}{৪}$ উত্তর: ঘ

✍সমাধান:	ব্যাখ্যা:
সম্ভাব্য মোট ফলাফল ৩ টি হলো, ১) হার ২) জয় ৩) ড্র	সর্বমোট ফলাফল = $3^2 = 9$ যেমন: WW, WL, LW, LL, WD, DW, DD, LD, DL *(Win, Draw, Loss)*
১ম ম্যাচে না হারার সম্ভাবনা = $\frac{২}{৩}$, ২য় ম্যাচেও না হারার সম্ভাবনা = $\frac{২}{৩}$	অনুকূলে ফল = 4 (WW, DD, WD, DW)
সুতরাং একটিতেও না হারার সম্ভাবনা = $\frac{২}{৩}\times\frac{২}{৩} = \frac{৪}{৯}$	∴ একটিতেও না হারার সম্ভাবনা = $\frac{৪}{৯}$

১০২. ১৬জন বালক ও ১২জন বালিকা ১টি প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করলে ১জন বালকের ১ম ও একজন বালিকার ২য় সম্ভাবনা কত?

✍সমাধান: বালকটির ১ম হবার সম্ভাবনা = $\frac{{}^{16}c_{1}}{{}^{28}c_{1}} = \frac{16}{28}$ এবং বালিকাটির ২য় হবার সম্ভাবনা = $\frac{{}^{12}c_{1}}{{}^{27}c_{1}} = \frac{12}{27}$

সুতরাং বালকের ১ম ও বালিকার ২য় হবার সম্ভাবনা = $\frac{16}{28}\times\frac{12}{27} = \frac{16}{63}$ [একত্রে ফলাফল বলায় গুণ করা হয়েছে]

১০৩. একটি অধিবর্ষে ৫৩টি শুক্রবার থাকার সম্ভাবনা কত?

✍সমাধান:
অধিবর্ষ = ৩৬৬ দিন = ৫২ টি পূর্ণ সপ্তাহ + অতিরিক্ত ২ দিন
৫২ টি সপ্তাহে স্পষ্টত ৫২ টি শুক্রবার থাকবে। অর্থাৎ অতিরিক্ত একটি শুক্রবার থাকা নির্ভর করে অতিরিক্ত ২ দিনের উপর।
এই দুই দিনের কম্বিনেশন হতে পারে :
(শুক্র, শনি); (শনি, রবি); (রবি, সোম); (সোম, মঙ্গল); (মঙ্গল, বুধ); (বুধ, বৃহ:); (বৃহ, শুক্র) = ৭ ভাবে

এবং শুক্রবার হতে পারে = ২ ভাবে (১ম ও ৭ম) সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{\text{অনুকূল ঘটনা}}{\text{মোট ঘটনা}} = \frac{2}{7}$ (Ans.)

১০৪. একজন প্রার্থী একটি শিল্প প্রতিষ্ঠানের তিনটি পদে আবেদন করে। প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদের প্রার্থীর সংখ্যা যথাক্রমে ৩, ৪ এবং ২ । ঐ প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকরি পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

✍সমাধান:

প্রথম পদে প্রার্থী = ৩ ∴১ম পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১}{৩}$ তাহলে ১ম পদে চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $১-\frac{১}{৩} = \frac{২}{৩}$

দ্বিতীয় পদে প্রার্থী = ৪ ∴২য় পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১}{৪}$ তাহলে ২য় পদে চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $১-\frac{১}{৪} = \frac{৩}{৪}$

তৃতীয় পদে প্রার্থ = ২ ∴৩য় পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{১}{২}$ তাহলে, ৩য় পদে চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $১-\frac{১}{২} = \frac{১}{২}$

∴ একজন প্রার্থীর একটি পদেও চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{২}{৩}\times\frac{৩}{৪}\times\frac{১}{২} = \frac{১}{৪}$

∴ একজন প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাবনা = $১-\frac{১}{৪} = \frac{৩}{৪}$ (Ans.)

Confusion Clear: চাইলো চাকুরী পাওয়ার সম্ভাবনা কিন্তু আমরা চাকুরী না পাওয়ার সম্ভাবনা ধরে অংকটা করলাম কেনো! ধরুন, চাকুর পাবে = √ এবং পাবে না = ×। এখান ৩টি পদের ফলাফলগুলো সমাবেশের মত করে সাজালে হয় : (√√√), (√√×), (√×√), (×√√), (××√), (×√×), (√××), (×××) = ৮টি ফলাফল। যেহেতু একটিমাত্র চাকুরী দরকার, তাই প্রথম ৭টি ফলাফল বের করে যোগ করে দিলে উত্তর বের হবে। কিন্তু এতে অনেক সময় লাগবে। তাই শেষের একটিতেও চাকুরী পাবে না ফল বের করে যদি মোট ফল ১ থেকে বাদ দেয়া যায়, তাহলে কোন না কোন ১টি চাকুরী অবশ্যই পাবে তার ফল বের হবে। তাই চাকুরী পাওয়ার ফল বের না করে আগে ১টি চাকুরীও পাবে না পাওয়ার ফল বের করা হয়েছে। **Clear?**

📖 নিজে করুন:

১০৫.একটি অংক A, B, C এর সমাধানের সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}$। তারা একত্রে অংকটি সমাধান করার সম্ভাবনা কত?

(a) $\frac{৩}{২২}$ (b) $\frac{৩}{৪}$ (c) $\frac{৩}{৫}$ (d) $\frac{৭}{৩০}$ Ans: b

[**Hints:** আগের অংকটির মত, আগে সবগুলোই সমাধান করতে পারবে না বের করে ১ থেকে বিয়োগ করে দিলেই হবে]

Practice Part

১. তিনটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো। তিনটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একসাথে একবার নিক্ষেপ করা হলে, নিচের ঘটনাগুলোর সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। i) কেবল একটা টেল, ii) তিনটিই হেড, iii) কমপক্ষে একটা টেল পাওয়ার সম্ভাবনা বের কর? [৯ম-১০ম শ্রেণি- *(উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)*]

২. দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে দুইটিতেই ছয় উঠার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

৩. একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে, মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

৪. কোনো একটি নির্দিষ্ট এলাকায় জরীপে দেখা গেল 65 জন প্রথম আলো, 40 জন ভোরের কাগজ, 45 জন জনকণ্ঠ, 52 জন যুগান্তর পত্রিকা পড়েন। এদের মধ্যে হতে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করা হলে তিনি যুগান্তর পত্রিকা পড়েন এর সম্ভাবনা কত? তিনি প্রথম আলো পড়েন না এর সম্ভাবনাও কত? [*৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)*]

৫. ৫২টি তাসের একটি প্যাকেট থেকে দৈবভাবে একটি তাস তোলা হলো। তাসটি রাজা অথবা রাণী অথবা টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা কত? *[BD Housebuiliding (SO)-2017]*

৬. একজন লোকের ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা 5/9 এবং রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা 2/7
(i) লোকটি ঢাকা হতে রাজশাহী ট্রেনে নয় এবং রাজশাহী হতে দিনাজপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা কত বের কর।
(ii) লোকটি রাজশাহী ট্রেনে কিন্তু দিনাজপুরে বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। [*৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)*]

৭. একজন লোকের ঢাকা হতে চট্টগ্রাম ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা 2/9 , বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা 3/7, প্লেনে যাওয়ার সম্ভাবনা 1/9। লোকটির চট্টগ্রাম হতে কক্সবাজার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা 2/5 এবং গাড়িতে যাওয়ার সম্ভাবনা 3/7। লোকটির চট্টগ্রাম ট্রেনে এবং কক্সবাজার বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। [*৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)*]

৮. একটি ঝুড়িতে ৮টি লাল, ১০টি সাদা ও ৭টি কালো মার্বেল আছে। দৈবভাবে একটি মার্বেল নেয়া হল। মার্বেলটি
(i) লাল হওয়ার সম্ভাবনা এবং (ii) সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [*৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)*]

৯. একটি ছক্কা ২বার নিক্ষেপ করা হলো, প্রথম ক্ষেত্রে 4, 5 বা 6 এবং ২য় ক্ষেত্রে 1, 2, 3 বা 4 পাওয়ার সম্ভাবনা বের করুন।

১০. যদি $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{4}{10}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{2}{10}$ হয়, তবে
(i) A ও B ঘটনাদ্বয় কি পরস্পর স্বাধীন? (ii) A ও B ঘটনাদ্বয় কি পরস্পর বর্জনশীল

📖 ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. ✍সমাধান: ৩টি মুদ্রা নিক্ষেপে মোট নমুনাক্ষেত্রটি {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}= ৪ টি

(i) একটি টেল পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {THH, HHT,HTH) = ৩টি । ∴ $P(1T) = \frac{3}{8}$

(ii) তিনটি হেড (H) পাওয়ার অনুকূল ঘটনা {HHH} = 1 টি। ∴ $P(HHH) = \frac{1}{8}$

(গ) কমপক্ষে 1টি টেল (T) পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো HHH ছাড়া বাকি সবগুলো ∴ P [কমপক্ষে 1T] = $\frac{7}{8}$

২. ✍সমাধান: মোট ফল = $6^2 = 36$ এবং দুটিতেই 6 আসবে = 1 বার। সুতরাং দুটিতেই 6 আসার সম্ভাবনা = $\frac{1}{36}$

৩. ✍সমাধান: একটি মুদ্রা এবং একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করলে সৃষ্ট নমুনা ক্ষেত্র নিম্নরূপ :
S = {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}
মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

৪. ✍সমাধান: এখানে পত্রিকা পড়েন মোট = (65 + 40 + 45 + 52) = 202 জন।
যুগান্তর পত্রিকা পড়ার সম্ভাবনা = $\frac{52}{202}$ এবং প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন না এর সম্ভাবনা = $\frac{137}{202}$ উত্তর: $\frac{52}{202}, \frac{137}{202}$

৫. ✍সমাধান: = $\frac{4+4+4}{52} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ (Ans:)

৬. ✍সমাধান : (i) $1-\frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{4}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{63}$ (i) $1-\frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ সুতরাং সম্ভাবনা = $\frac{5}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{63}$

৭. ✍সমাধান : $\frac{2}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{45}$ [যেহেতু অর্ধেক পথ অন্য অর্ধেক পথের উপর নির্ভরশীল এজন্য পুরো পথ যেতে গুণ হয়েছে]

৮. ✍সমাধান: (i) মোট মার্বেল = (8 + 10 + 7) টি = 25টি। লাল মার্বেল 8টি ∴ মার্বেলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = 8/25
(i) মোট মার্বেল 25টি। লাল মার্বেল 8টি, সাদা 10টি ও কালো 7টি (ii) মার্বেলটি সাদা না হওয়ার সম্ভাবনা= $\frac{8+7}{25} = \frac{3}{5}$

৯. ✍ সমাধান: নমুনাক্ষেত্র, S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ∴n(S) = 6
A = {4, 5, 6}, n(A) = 3 আবার, B = {1, 2, 3, 4}, n(B) = 4
প্রথম চালে 4, 5 বা 6 উঠার সম্ভাবনা $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
আবার, দ্বিতীয় চালে 1, 2, 3 বা 4 উঠার সম্ভাবনা $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
এ ঘটনাদ্বয় স্বাধীন। ∴ দুটি ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাব্যতা, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

১০. ✍সমাধান: $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{4}{10}$ এবং
(i) $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{3}{25}$ ∴A ও B স্বাধীন নয়। ∵ প্রশ্নে দেয়া আছে $P(A \cap B) = \frac{2}{10}$
(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
$P(A) + P(B) = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$ ∴ $P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$ ∴ A এবং B অবর্জনশীল।

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. একটি মুদ্রা ২ বার নিক্ষেপ করলে অন্তত ১ বার **Head** পড়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 2/5 খ. 3/4 গ. 1/3 ঘ. 1/4

২. **1** হতে **25** পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়নের মাধ্যমে জোড় সংখ্যাগুলি পাওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 3/5 খ. 13/25 গ. 12/25 ঘ. 2/5

৩. একটি মুদ্রা ৪ বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে ২টি মাথা পড়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 3/8 খ. 1/6 গ. 1/3 ঘ. 1/8

৪. একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় উপরের পিঠে ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আনার সম্ভাবনা কত?
ক. 2/3 খ. 1/4 গ. 1/6 ঘ. 1/3

৫. একটি ছক্কা ২ বার নিক্ষেপ করা হল। উপরের পিঠে একই সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?
ক. 5/6 খ. 1/6 গ. 1/3 ঘ. 1/4

৬. ১ প্যাকেট তাস থেকে দৈবভাবে একটি তাস নেয়া হল। তাসটি রুইতন হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 1/4 খ. 1/3 গ. 3/4 ঘ. 1/5

৭. **"Pencil"**শব্দটি থেকে দৈব্যভাবে একটি বর্ণ নিলে তা **Consonant** হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 1/4 খ. 1/3 গ. 2/3 ঘ. 2/5

৮. একটি বক্সে ৮টি লাল, ৭টি নীল, এবং ৬টি সবুজ বল আছে। দৈবভাবে ১টি বল নেয়া হলে বলটি লাল বা সবুজ কোনটিই না হওয়ার সম্ভাবনা কত ?
ক. 2/3 খ. 1/4 গ. 1/6 ঘ. 1/3

৯. একজন লোকের ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা 2/5 এবং খুলনা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা 5/8। খুলনা বাসে এবং রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভবানা কত? *[৯ম-১০ম শ্রেণি- (উচ্চতর গণিত অনু: ১৪)]*
ক 1/4 খ. 3/8 গ. 2/3 ঘ. 3/20

১০. একটি ব্যাগে ২ টি লাল, ৩টি সবুজ এবং ২টি নীল বল আছে। যদি দৈবভাবে ২টি বল নেয়া হয় তাহলে বল দুটির কোনটিই নীল না হওয়ার সম্ভাবনা কত ?
ক. 5/7 খ. 2/7 গ. 10/21 ঘ. 11/21

উত্তরমালা	
১.	খ
২.	গ
৩.	ক
৪.	ঘ
৫.	ঘ
৬.	ক
৭.	গ
৮.	ঘ
৯.	ঘ
১০.	গ

লিখিত অংশ

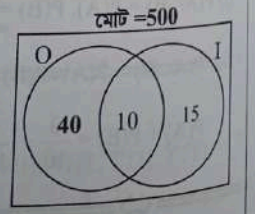
১. **500** জন লোকের উপর জরিপ করে দেখা গেল যে , তাদের মধ্যে **50** জন অবজারভার পড়ে না এবং **25** জন ইত্তেফাক পড়ে না। আবার **10** জন দুইটি পত্রিকার কোনোটিই পড়ে না । একজন লোক নির্বিচারে নেওয়া হলো । লোকটি ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না তার সম্ভাবনা কত ? *[৩৬তম বিসিএস লিখিত]*

লিখিত সমাধান:

দেয়া আছে, জরিপ করা হয়েছে মোট = 500 জনের উপর
অবজারভার পড়ে না = 50 জন। ইত্তেফাক পড়ে না = 25 জন।
দুটি পত্রিকার কোনটি ই পড়ে না = 10 জন।
সুতরাং শুধু অবজারভার পড়ে না = 50-10 = 40 জন।
এই 40 জন শুধু অবজারভার পড়ে না অর্থ ইত্তেফাক পড়ে।
তাহেল ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না এমন লোকের সংখ্যা = 40 জন

সুতরাং নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= \frac{\text{অনুকূলে ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}} = \frac{40}{500} = \frac{2}{25}$ **Ans :** $\frac{2}{25}$

ভেনচিত্র দেখে সংখ্যাগুলো বের করুন



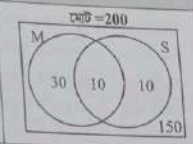
২. **200** জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে **40** জন গণিতে, **20** জন পরিসংখ্যানে এবং **10** জন উভয় বিষয়ে ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেওয়া হলো। তার পক্ষে *[৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]*

(ক) গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাশ ; (খ) কেবল এক বিষয়ে পাশ ; (গ) বড়জোর এক বিষয়ে পাশ করার সম্ভাবনা কত ?

লিখিত সমাধান:

(ক) পাশের ভেনচিত্র থেকে, মোট পরীক্ষার্থী ২০০ জন, গণিতে ফেল = 40 জন। আবার উভয় বিষয়ে ফেল 10 জন। সুতরাং শুধু গণিতে ফেল = 40-10 = 30 জন। যারা শুধু গণিতে ফেল করেছে তারা গণিত বাদে অন্য বিষয়ে পাশ করেছে।

∴গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাশ = 30 জন। সুতরাং সম্ভাবনা $= \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$



(খ) শুধু পরিসংখ্যানে ফেল = 20-10 = 10 জন।
∴শুধু এক বিষয়ে ফেল = গণিত + পরিসংখ্যান = 30+10 = 40 জন
শুধু এক বিষয়ে ফেল অর্থ এরাই অন্য বিষয়ে অর্থাৎ শুধু/কেবল ১বিষয়ে পাশ

∴১ বিষয়ে পাশ করা একজন পরীক্ষার্থী পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$

(গ) অন্তত এক বিষয়ে ফেল = 30+10+10 = 50 জন। এই 50 জন ই সর্বোচ্চ/বড়জোর এক বিষয়ে পাশ। কারণ বৃত্তের বাইরে যারা আছে (200-50 = 150 জন) তারা উভয় বিষয়ে পাশ। কিন্তু সর্বোচ্চ এক বিষয়ে পাশ নিতে হবে।

∴ সম্ভাবনা $= \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$

Ans: (ক) $\frac{3}{20}$ **(খ)** $\frac{1}{5}$ **(গ)** $\frac{1}{4}$

৩. **একজন ছাত্র একটি পরীক্ষায় A, B, C এবং D চারটি বিষয়ে অংশগ্রহণ করেন। সে তার পরীক্ষায় পাস করার সম্ভাব্যতা নির্ধারণ করে A বিষয়ে** $\frac{4}{5}$ **, B বিষয়ে** $\frac{3}{4}$ **, C বিষয়ে** $\frac{5}{6}$ **এবং D বিষয়ে** $\frac{2}{3}$ **। যোগ্যতা প্রদর্শনে তাকে অবশ্যই A বিষয়ে এবং কমপক্ষে অন্য দুটি বিষয়ে পাশ করতে হবে। তার যোগ্যতার সম্ভাবনা বের করুন।** *[৩৫তম বিসিএস(লিখিত)]*

সমাধান :

যেহেতু A এবং কমপক্ষে আরো দুইটি বিষয়ে পাশ করতে হবে। তাই চারটি বিষয়ের মধ্যে পাশ করতে হবে কমপক্ষে তিনটিতে।

B-তে ফেল এবং অন্য তিনটিতে পাশ করার সম্ভাব্যতা $= (1-\frac{3}{4})\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{9}$

C-তে ফেল এবং অন্য তিনটিতে পাশ করার সম্ভাব্যতা $= (1-\frac{5}{6})\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{15}$

D-তে ফেল এবং অন্য তিনটিতে পাশ করার সম্ভাব্যতা $= (1-\frac{2}{3})\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

Note: এখানে, A, B, C ও D চারটি বিষয়ের হিসাব করতে হচ্ছে কারণ যে কোন তিনটি বিষয়ে হিসাব করা হলো, তাহলে চতুর্থ বিষয়টি পাস করলো না ফেল করলো তা উল্লেখ করা হলো না।

সবগুলো বিষয়েই পাশ করার সম্ভাব্যতা $= \frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

তাই যোগ্যতার নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{9}+\frac{1}{15}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3} = \frac{61}{90}$ **Ans:** $\frac{61}{90}$

অসমতা

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	অসমতার সাধারণ প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	দ্বিঘাত অসমতা
পদ্ধতি-০২	অসমতার ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান	পদ্ধতি-০৬	তিন রাশির অসমতা
পদ্ধতি-০৩	ভগ্নাংশের অসমতা	পদ্ধতি-০৭	অসমতার বিবিধ
পদ্ধতি-০৪	অসমতার সমাধান	**Practice Part**	
অসমতার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

অসমতা (Inequality) কী?

যদি দুটি বিষয় বা সংখ্যা সমান সমান না হয়ে অসমান হয় তাহলে তাকে অসমতা বলে।

সমীকরণ অধ্যায়ে আমরা দেখেছি দুপাশে দুটি সমান মান বসিয়ে সমাধান করতে হয়। কিন্তু অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সাধারণত অসমান।

নিচের উদাহরণটি মনোযোগ দিয়ে বুঝলে অসমতা দ্বারা আসলে কি বোঝায় তা বুঝতে পারবেন।

উদাহরণ - ০১ : H.S.C পরীক্ষায় রিমি অংশগ্রহণ করবে। পরীক্ষার মোট নম্বর 1300 হলে, রিমি মোট কত নম্বর পেতে পারে তা অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন? *[প্রম পরিদপ্তর (জনসংখ্যা ও পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা)-২০০৯]*

ক. $0 < x < 1200$ খ. $0 < x \le 1200$ গ. $0 \le x < 1200$ ঘ. $0 \le x \le 1300$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

রিমির প্রাপ্ত নম্বর সর্বনিম্ন 0 থেকে শুরু করে সর্বোচ্চ 1300 নম্বর পর্যন্ত হতে পারে।

যাকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করলে হবে $\mathbf{0 \le x \le 1300}$

উদাহরণ - ০২ : 'চ' স্থান হতে 'ছ' স্থানের দূরত্ব ২০ মাইল এবং 'চ' স্থান হতে 'জ' স্থানের দূরত্ব ১২ মাইল। 'ছ' হতে 'জ' এর দূরত্ব নির্দেশক 'ক' হলে নিচের কোনটি সঠিকভাবে 'ক' এর মান নির্দেশ করে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. $৮ \le ক \le ২০$ খ. $৮ \le ক \le ৩২$ গ. $১২ \le ক \le ২০$ ঘ. $১২ \le ক \le ৩২$ উত্তর: খ

সমাধান:

ছ থেকে জ এর সর্বোচ্চ দূরত্ব = ২০ + ১২ = ৩২ মাইল

এবং সর্বনিম্ন দূরত্ব = ২০ - ১২ = ৮ মাইল

∴ ছ থেকে জ এর দূরত্ব নির্দেশক ক হলে , $৮ \le ক \le ৩২$ সঠিক হবে।

উদাহরণ-০৩ : করিমের স্কুল তার বাড়ী থেকে ১০কিমি দূরে অবস্থিত। সেখান থেকে সে ৪কিমি দূরে তার বন্ধুর বাড়ী গেল, এরপর বন্ধুর বাড়ী থেকে ৩কিমি দূরে ক্রিকেট মাঠে গেল। বর্তমানে করিম যদি তার বাড়ী থেকে x কিমি দূরে অবস্থান করে তাহলে x এর সীমা কত হবে? *(FLI (Off)-2008)*

ক. $3 \le x \le 12$ খ. $3 \le x \le 17$ গ. $3 \le x \le 10$ ঘ. $3 \le x \le 14$ উত্তর: খ

সমাধান:

এক্ষেত্রে x এর সর্বোচ্চ মান = 10 + 4 + 3 =17 (কারণ বাসা থেকে তার স্কুল সোজা ১০কিমি দূরে হলে এবং সেখান থেকে তার বন্ধুর বাসার দূরত্ব সোজা ৪ কিমি ও বন্ধুর বাসা থেকে খেলার মাঠ সোজা ৩ কিমি দূরত্ব হলে সর্বোচ্চ দূরত্ব ১৭ হয়।)

আবার x এর সর্বনিম্ন মান = 10 - 4 - 3 = 3 (যদি তার বাসা থেকে স্কুল ১০কিমি যাওয়ার পর তার বন্ধুর বাসা বিপরীত পাশে অর্থাৎ তার বাসার দিকেই হয় তাহলে দূরত্ব কমবে ৪ এবং বন্ধুর বাসা থেকে খেলার মাঠের দূরত্ব কমবে ৩)

∴ x অবশ্যই 3 এর সমান বা এর বড় হবে এবং 17এর সমান বা এর ছোট হবে। অর্থাৎ $3 \le x \le 17$

এখানে দূরত্ব দেয়া থাকলেও কোনদিকে অবস্থিত দেয়া না থাকায় একবার সোজা এবং আর একবার বিপরীত পাশে ধরে সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান বের করা হয়েছে।

সুতরাং আমরা বলতে পারি, অসমতা কোন নির্দিষ্ট মান কে নির্দেশ করে না। বরং একটা নির্দিষ্ট সীমাকে নির্দেশ করে।

অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষের মাঝে $<, >, \le$, বা $\ge$ চিহ্নগুলো ব্যবহার করা হয়।

$x < y$ এর অর্থ x,y-এর চেয়ে ছোট আবার $x > y$ এর অর্থ x,yএর চেয়ে বড় (যে পাশে মুখ বড় করে থাকে তা ই বড়)

এবং $x \le y$ এর অর্থ x,y এর চেয়ে ছোট অথবা সমান আবার , $x \ge y$ এর অর্থ x,y এর চেয়ে বড় অথবা সমান।

আবার, $x < y < z$ এর অর্থ $x < y$ এবং $y < z$ অর্থাৎ যার অর্থ $x < z$

অসমতার নিয়মাবলী:

অসমতার স্বতঃসিদ্ধ, সমীকরণের স্বতঃসিদ্ধের অনুরূপ। শুধুমাত্র নিচে বর্ণিত নিয়মগুলো অতিরিক্ত হিসেবে জানতে হবে।

(ক) অসমতার উভয় পাশে একই সংখ্যা যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হয় না।

যেমন: ধরি একটি অসমতা ১০ > ৬ তাহলে ১০+৪ > ৬+৪ আবার ১০÷২ >৬÷২ (এভাবে বোঝা সহজ কারণ সংখ্যা দেখে ধরা যাচ্ছে, কিন্তু প্রশ্নে x, y, z দেয়া থাকে বিধায় বুঝতে কষ্ট হয়, সহজভাবে বোঝার জন্য একটি মান ধরে করবেন)

(খ) অসমতার বামপক্ষ ও ডানপক্ষের রাশিকে ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়। যেমন:

১০ > ৬ = ১০×(-২) <৬×(-২) = - ২০ < -১২ (এখানে চিহ্নটি উল্টে গেল কারণ - ২০ ছোট)

(গ) ডানপক্ষকে বামপক্ষে এবং বামপক্ষকে ডানপক্ষে আনলে অসমতার দিক পাল্টে যায়।

যেমন: খুবই গুরুত্বপূর্ণ নিয়ম, ১০ > ৬ দ্বারা বোঝায় ১০, ৬ এর থেকে বড়, তেমনি ঘুরিয়ে লিখলে ৬ < ১০ অর্থ একই।

(ঘ) অসমতার উভয়পার্শ্বে যদি দুইটি ধনাত্মক অথবা দুইটি ঋণাত্মক সংখ্যা থাকে, তাহলে ব্যস্তকরণ/বিপরীতকরণ করলে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন হয়। যেমন: 7 > 2 [অসমতার উভয়পার্শ্বে দুটি ধনাত্মক সংখ্যা]

$$\therefore \frac{1}{7} < \frac{1}{2}$$ [ব্যস্তকরণ করলে চিহ্নের পরিবর্তন হয়ে যায়]

আবার, ধরা যাক, - 5 < - 2 [অসমতার উভয়পার্শ্বে দুটি ঋণাত্মক সংখ্যা]

$$\therefore \frac{-1}{5} > \frac{-1}{2}$$ [ব্যস্তকরণে চিহ্নের পরিবর্তন হয়েছে]

কিন্তু অসমতার উভয়পাশে যদি বিপরীত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা থাকে, তাহলে ব্যস্তকরণ করলে অসমতার চিহ্নের পরিবর্তন হবে না।

ধরা যাক, - 7 < 2 [অসমতার উভয়পাশে বিপরীত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা]

$$\therefore \frac{-1}{7} < \frac{1}{2}$$ [ব্যস্তকরণ করলে চিহ্নের পরিবর্তন হয় নি]

পরমমান কি? এবং কেন?

একটি চিহ্ন এবং পরমমান যুক্ত সংখ্যা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। তাই যদি কোন সংখ্যা বা ভগ্নাংশ পরমমান চিহ্ন এর ভেতরে থাকে তাহলে তাকে একবার ধনাত্মক এবং আরেকবার ঋণাত্মকধরে দুবার হিসেব করতে হয়।

যেমন: $x+5 \le 8 \Rightarrow x \le 8-5 \quad \therefore x \le 3$ কিন্তু $|x+5| \le 8$, অর্থাৎ হয় $x+5 \le 8$ অথবা $-(x+5) \le 8$

$\Rightarrow x+5 \ge -8$ । এটাকে আমরা সরাসরি লিখতে পারি, $|x+5| \le 8 \Rightarrow -8 \le x+5 \le 8$

পরমমানের ধর্ম: $|x| \geq 0$, $|xy| = |x||y|$, $|-x| = x$

অর্থাৎ পরমমাণের ভেতরে ঋণাত্মক মান বসলে তা ধনাত্মক হয়ে যায় যেমন: $|-5| = 5$]

আবার, $|x| < y$ হলে, তাকে লেখা যায়, $-y < x < y$ (এই নিয়মের প্রয়োগ পরমমানের অংকগুলোতে পাবেন)

সংখ্যারেখার ধর্ম:

সংখ্যারেখায় অবস্থিত যে কোনো সংখ্যার ডানের সবগুলো সংখ্যা তার চেয়ে বড় এবং ধনাত্মক হয় এবং বামের সবগুলো সংখ্যা ছোট এবং ঋণাত্মক হয়। $\leq$ বা $\geq$ থাকলে সংখ্যারেখায় বৃত্ত ভরাট হয়। আর $<$ বা $>$ থাকলে সংখ্যারেখায় বৃত্ত ভরাট হয় না।

পদ্ধতি-০১: অসমতার সাধারণ প্রশ্ন

১. **যদি $a < b$, তাহলে নিচের কোন সংখ্যাটি a এর চেয়ে বড় কিন্তু b এর চেয়ে ছোট হবে?** *[খাদ্য অধিদপ্তর (খাদ্য পরিদর্শক)-২০১৮]*

ক. $\frac{a+b}{2}$ খ. $\frac{ab}{2}$ গ. $b-a$ ঘ. ab উত্তর: ক

সমাধান: দুটি সংখ্যার গড় সর্বদা ছোট সংখ্যাটি থেকে বড় আবার বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট হয়।

এখানে a ও b সংখ্যাদুটির গড় $= \frac{a+b}{2}$, যা, a এর চেয়ে বড় কিন্তু b এর চেয়ে ছোট।

নিজে করুন:

২. **$-100 < x < y < 0$ হলে নিচের কোনটি সব থেকে বড়?**

ক. $y-x$ খ. $x+y$ গ. x^3 ঘ. y^3 উত্তর: ক

[**Hints:** $x = -2, y = -1$ ধরে, , $\therefore y-x = 1$, $x+y = -3$, $x^3 = -8$ এবং $y^3 = 1$]

৩. **$a+c > b$ হলে নিচের কোনটি সত্য?** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সহকারী সাইফার কর্মকর্তা)-২০১৭]*

ক. $a > b-c$ খ. $a < b-c$ গ. $a > b+c$ ঘ. $a < b+c$ উত্তর: ক

সমাধান: $a+c > b \Rightarrow a+c-c > b-c \quad \therefore a > b-c$

৪. **$a \leq b$ এবং $b \leq a$ হলে নিচের কোনটি সত্য?** *[১৬তম শিক্ষক(ফুল/সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. $a < b$ খ. $a > b$ গ. $a = b$ ঘ. $a \neq b$ উত্তর: গ

সমাধান: $a \leq b \Rightarrow a < b$ অথবা, $a = b$ **আবার,** $b \leq a \Rightarrow b < a$ অথবা, $b = a$,

যেহেতু $a < b$ হলে, $b < a$ হতে পারে না (একই সাথে একটা সংখ্যা অন্য সংখ্যার বড় এবং ছোট হতে পারে না) সুতরাং $a = b$

৫. **যদি $x > 7$ এবং $y > -3$ হয়, তবে কোনটি সঠিক?** *[পিএসসি (সহ:পরিচালক)-২০১৯]*

ক. $xy > 7$ খ. $xy > -21$ গ. $xy < 3$ ঘ. $-x > 2y$ উত্তর: খ

সমাধান: $x > 7$ ..... (i) এবং $y > -3$ ..... (ii) এখন, (i) $\times$ (ii) করে পাই, $xy > -21$

(দুটি সমীকরণের চিহ্ন একই হলে বড় সংখ্যা দুটির গুণফল ছোট সংখ্যা দুটির গুণফল থেকে সব সময় বড় ই হবে।)

৬. **যদি $x > y$, এবং $a > b$ হয় তবে, কোন সম্পর্কটি সঠিক?** *[আবহাওয়া অধিদপ্তর (সহ:আবাসিক)-২০১৭]*

ক. $a+x < b+y$ খ. $a+x > b+y$ গ. $a = y$ ঘ. $ax = by$ উত্তর: খ

সমাধান:

$x > y$ ..... (i) , $a > b$ .....(ii) এখন, (i) +(ii) করে পাই, $a+x > b+y \therefore a+x > b+y$

৭. **যদি $\left(\frac{x}{y}-1\right) > \left(\frac{1}{y}\right)$ হয় তবে কোনটি অবশ্যই সঠিক হবে?** *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের (উচ্চমান সহকারী)-২০১৭]*

ক. $x > 0$ খ. $y > 0$ গ. $x > y$ ঘ. $y > x$ উত্তর: গ

সমাধান: $\frac{x}{y} - 1 > \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{x-y}{y} > \frac{1}{y} \Rightarrow x-y > 1 \Rightarrow x > y+1 \quad \therefore x > y$

[লজিক দেখুন, $y+1$ এর থেকেও x বড় হলে শুধু y এর থেকেও অবশ্যই বড় হবে কারণ শুধু y, $y+1$ এর থেকে ছোট]

৮. **যদি $x > y$, $z < y$ এবং $w < x$, নিচের কোনটি সঠিক?** *[IBA Jul - 1993]*

ক. $z > w$ খ. $y > w$ গ. $y = w$ ঘ. $z < x$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $x > y$ এবং $z < y$ থেকে লেখা যায়, $x > y > z$

আবার শেষে $w < x$ অর্থ হল w, x এর থেকে ছোট, কিন্তু কতটুকু ছোট তা বলা নেই।

অর্থাৎ $x > y > z$ লিখার পর w, x এর পরে যে কোন জায়গায় হতে পারে, । এখানে সবচেয়ে বড় হল x, এবং অন্যগুলো তার থেকে ছোট হলেও কে কার সমান তা বোঝা যায় না। এখন উত্তরের অপশনগুলো নিয়ে ভাবি

(a) তে, $z > w$, অর্থাৎ z , w এর থেকে বড়, তা প্রদত্ত ক্লুগুলোতে কোথাও বলা নেই। তাই (a) উত্তর নয়।

(b) তে, $y > w$ অর্থাৎ y , w এর থেকে বড়, তা প্রদত্ত ক্লুগুলোতে কোথাও বলা নেই। তাই (b) উত্তর নয়

(c) তে, $y = w$ এটাও সঠিক নয়।

(d) তে, $z < x$ অর্থাৎ z এর থেকে x এর মান বড়। এটা সঠিক কারণ প্রশ্নানুযায়ী x ই সবথেকে বড়।

৯. **$x - 11 < 4x + 1$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?** *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. $x > -4$ খ. $x > 4$ গ. $x < -4$ ঘ. $x < 4$ উত্তর: ক

সমাধান: $x - 11 < 4x + 1 \Rightarrow -11 - 1 < 4x - x \Rightarrow -12 < 3x \Rightarrow -4 < x \quad \therefore x > -4$

১০. **যদি $-2 \leq x \leq 2$ এবং $3 \leq y \leq 8$, তবে কোনটি সঠিক?** *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. $1 \leq y - x \leq 10$ খ. $1 \leq y - x \leq 5$ গ. $5 \leq y - x \leq 6$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: দেয়া আছে, $3 \leq y \leq 8$

$-2 \leq x \leq 2$

[বিয়োগ করে পাই] $5 \leq y - x \leq 6$ (অপশন গ এর সাথে মিলেছে।)

১১. **x, y এবং z তিনটি পূর্ণ সংখ্যা । যদি $x > y > z$ এবং $z > 2$ হয় তবে নিচের কোনটি অবশ্যই ভুল ?** *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (কাম-কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০১৬]*

ক. $xyz > 0$ খ. $xy - z > 0$ গ. $y - xz > 0$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: $x > y > z$ এবং $z > 2$ হওয়ায় ধরি, $z = 3$ তাহলে $y = 4$ এবং $x = 5$ ধরে পাই,

ক. $xyz = 5 \times 4 \times 3 = 60 > 0$ (তিনটি ধণাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গুণফল সব সময় ০ এর থেকে বড়।)

খ. $xy - z = 5 \times 4 - 3 = 17 > 0$ (দুটি সংখ্যার গুণফল বড় হওয়ায় বিয়োগফল ধনাত্মক সংখ্যা যা ০ থেকে বড়)

গ. $y - xz = 4 - 5 \times 3 = -11 > 0$ যা ভুল । (একটি থেকে দুটির গুণফল বিয়োগ করলে ঋণাত্মক সংখ্যা ০ থেকে বড় নয়)

১২. **x, y এবং z তিনটি পূর্ণ সংখ্যা । যদি $x < y < z$ এবং $y > 2$ হয় তবে নিচের কোনটি অবশ্যই ভুল?** *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ:+টাইপিস্ট)-২০১৮]*

ক. $xyz > 0$ খ. $xy - z > 0$ গ. $y - xz > 0$ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: গ

সমাধান: দেওয়া আছে , $x < y < z$, ধরি, $x = 2, y = 3, z = 4$ [যেহেতু $x < y < z$]

এখন অপশন গুলোতে এই মান বসিয়ে দেখা যাক ।

(ক) $xyz > 0 \Rightarrow 2\times3\times4 > 0 \Rightarrow 24 > 0$ এটা হতে পারে।
(খ) $xy - z > 0 \Rightarrow 2\times3 - 4 > 0 \Rightarrow 2 > 0$ এটাও হতে পারে।
(গ) $y - xz > 0 \Rightarrow 3 - 2\times4 > 0 \Rightarrow -5 > 0$ = ইহা কখনোই সঠিক নয়।
কারণ ঋণাত্মক সংখ্যা সবসময় 0 এর থেকে ছোট। সুতরাং এটাই উত্তর।

১৩. যদি $2x+y = 2$ হয় এবং $x+3y > 6$ হয়, তবে- *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*
ক. $y \geq 2$ খ. $y < 2$ গ. $y > 2$ ঘ. $y \leq 2$ উত্তর: গ
সমাধান: দেয়া আছে, $2x+y = 2 \quad \therefore 2x = 2-y$
এখানে, $x+3y > 6 \Rightarrow 2x+6y > 12$ (2 দিয়ে গুণ) $\Rightarrow 2-y+6y > 12$ (মান বসিয়ে) $\Rightarrow 5y > 10 \quad \therefore y > 2$

১৪. যদি $6 - 4x \leq 14$ হয়, তবে x এর মান কত? *[কর্মসংস্থান ব্যাংক (অফিসার)-২০১৩]*
ক. $x \leq 2$ খ. $x \geq 2$ গ. $x \leq -2$ ঘ. $x \geq -2$ উত্তর: ঘ
সমাধান: $6 - 4x \leq 14 \Rightarrow 6 - 14 \leq 4x \Rightarrow -8 \leq 4x \Rightarrow -2 \leq x \quad \therefore x \geq -2$

পদ্ধতি-০২: অসমতার ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান

মনে রাখুন:
- সব সময় $x > 0$ এভাবে একটি সংখ্যা 0 থেকে বড় হলে বুঝতে হবে সংখ্যাটি ধনাত্মক।
- আবার $x < 0$ এভাবে যে কোন একটি সংখ্যা 0 থেকে ছোট হলে বুঝতে হবে সংখ্যাটি ঋণাত্মক।
- $xy > 0$ এভাবে দুটি সংখ্যার গুণফল 0 থেকে বড় হলে বুঝতে হবে দুটি সংখ্যাই ধনাত্মক অথবা দুটি সংখ্যাই ঋণাত্মক। কেননা ঋণাত্মক দুটি সংখ্যা গুণ করলে তা আবার ধনাত্মক হয়ে যায়, যা 0 থেকে বড়।
- কিন্তু $xy < 0$ অর্থাৎ দুটি সংখ্যার গুণফল 0 থেকে ছোট হলে বুঝতে হবে একটি সংখ্যা ঋণাত্মক এবং অপর সংখ্যাটি ধনাত্মক। অথবা একটি ধনাত্মক হলে অন্যটি অবশ্যই ঋণাত্মকহবে।
- তিনটি সংখ্যা অর্থাৎ $xyz > 0$ থাকলে বুঝতে হবে যে সবগুলো গুণ করে ধনাত্মক হয়েছে
- আবার $xyz < 0$ থাকলে বুঝতে হবে তিনটি সংখ্যাই গুণ করে ঋণাত্মক মান বের হয়েছে।

(অনেক প্রশ্নেই এই বিষয়গুলো বার বার আসবে তাই গুরুত্ব দিয়ে পড়ুন।)

১৫. $x > y$ এবং $xy < 0$ হলে নিচের কোনটি ঋণাত্মক হবে ? *[NSI (ফিল্ড অফিসার)- ২০১৭]*
ক. x খ. y গ. x-y ঘ. x^2+y^2 উত্তর: খ
সমাধান: $xy < 0$ অর্থ x, y এর একটি ধনাত্মক এবং একটি ঋণাত্মক। যেহেতু x বড়। তাই x ধনাত্মক এবং y ঋণাত্মক।

১৬. $xy > 0$ এবং $x < 0$ হলে নিচের কোনটি অবশ্যই ঋণাত্মক ? *[BASIC Bank-2002]*
ক. $-x$ খ. y গ. $-y$ ঘ. x উত্তর: খ
সমাধান: $xy > 0$ অর্থাৎ x, y এর দুটোই ধনাত্মক অথবা দুটো ই ঋণাত্মক সংখ্যা। যেহেতু $x < 0$ অর্থাৎ x একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। সুতরাং x ও y এর গুণফল ধনাত্মক হওয়ার জন্য y কে ও ঋণাত্মক হতে হবে । অর্থাৎ $x < 0$

১৭. $x > y$ এবং $z < 0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? *[৩০তম বিসিএস]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. $xz > yz$ খ. $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ গ. $\frac{z}{x} < \frac{z}{y}$ ঘ. $xz < yz$ উত্তর: ঘ
সমাধান: $z < 0$ অর্থ z একটি ঋণাত্মক সংখ্যা। ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতা চিহ্ন পাল্টে যায় ।
দেয়া আছে, $x > y \quad \therefore xz < yz$ [উভয়পক্ষকে ঋণাত্মক সংখ্যা z দ্বারা গুণ করায় চিহ্ন পরিবর্তন হয়েছে]

১৮. যদি $a > b$ এবং $c > 0$ হয়, তবে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
ক. $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ খ. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ গ. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ঘ. $\frac{a}{0} > \frac{b}{0}$ উত্তর: খ
সমাধান: $a > b$ অর্থাৎ a, b এর থেকে বড়। আবার, $c > 0$ অর্থ হলো c ধনাত্মক সংখ্যা ।
এখন ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে যে আগে বড় ছিল সে বড় ই থাকে। তাই উত্তর অপশন (খ)

১৯. যদি $xyz < 0$ এবং $z < 0$ হয়, তবে নিচের কোনটি অবশ্যই সঠিক হবে? *[খাদ্য অধিদপ্তরের সুপারভাইজার ২০০৯]*
ক. $xy > 0$ খ. $xy < 0$ গ. $xy < z$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক
সমাধান: এখানে $xyz < 0$ অর্থ x, y ও z এর গুণফল হল ঋনাত্মক সংখ্যা। আবার যেহেতু $z < 0$ অর্থ z ও একটি ঋনাত্মক সংখ্য। সুতরাং xy ও z এর গুণফল টি তখনি ঋণাত্মকহবে যখন xy এর মান ধনাত্মক হবে। অর্থাৎ $xy > 0$

২০. যদি $xy < 0$, $xz > 0$ এবং $z < 0$ হয় তবে নিচের কোনটি অবশ্যই সত্য হবে? *[পূবালী ব্যাংক লিঃ (অফিসার)-২০১৬], [পায়রা বন্দর কর্তৃপক্ষ-২০১৯], [মহাহিসাব নিরক্ষকের কার্যালয় (অডিটর)-২০১৫]*
ক. $y > 0$ খ. $y < 0$ গ. $yz > 0$ ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক
সমাধান: $z < 0$ সুতরাং z ঋণাত্মক । আবার, $xz > 0$ সুতরাং x ও ঋণাত্মক ।
আবার, $xy < 0$ হওয়ায় y অবশ্যই ধনাত্মক ।। সুতরাং $y > 0$

২১. যদি $y = \frac{3x-6}{x}$ হয় তবে x এর কোন মানের জন্য y ধনাত্মক হবে? *[সাব-রেজিস্ট্রার-২০১০]*
ক. $x > 0$ খ. $x < 0$ গ. $x > 2$ অথবা, $x < 0$ ঘ. $-2 < x < 2$ এবং $x \neq 2$ উত্তর: গ
সমাধান: $x > 2$ অর্থাৎ $x = 3,4,5$ .....হলে $y = \frac{3x-6}{x} = \frac{3\times3-6}{3} = \frac{3}{3} = 1 \therefore y$ এর মান ধনাত্মক ।
$x < 0$ অর্থাৎ $x = -1, -2, -3$ .. হলে $y = \frac{3\times(-1)-6}{-1} = \frac{-3-6}{-1} = \frac{-9}{-1} = 9$ = ধনাত্মক ।
সুতরাং সঠিক উত্তর, $x > 2$ অথবা $x < 0$ ।

২২. যদি $xy < 0$ এবং $y > 0$ হয় তবে নিচের কোনটি ভুল? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (অফি: সহ:)-২০১৮]*
ক. $\frac{2x+3}{2-x} > 0$ খ. $\frac{2y+3}{x-2} > 6$ গ. $\frac{2x+3}{2-x} > 6$ ঘ. সবগুলো সঠিক উত্তর: খ
সমাধান: দেওয়া আছে, $xy < 0$ আবার, $y > 0$ সুতরাং $x < 0$ [দুটির গুণফল ঋণাত্মক হলে একটা অবশ্যই ঋণাত্মক সংখ্যা]
ধরি, $x = -1$ তাহলে, ক. $\frac{2x+3}{2-x} > 0 \Rightarrow \frac{2(-1)+3}{2-(-1)} > 0 \Rightarrow \frac{-2+3}{2+1} > 0 \Rightarrow \frac{1}{3} > 0$ সঠিক
তাহলে, খ. $\frac{2y+3}{x-2} > 6 \Rightarrow \frac{2\times1+3}{-1-2} > 6 \Rightarrow -\frac{5}{3} > 6$ ভুল। কারণ নিচে ঋণাত্মক সংখ্যা ই থেকে যায়।

পদ্ধতি-০৩: ভগ্নাংশের অসমতা

মনে রাখবেন:
- কোন ভগ্নাংশকে বিপরীতকরণ করলে অথবা সাধারণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ বানালে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন হয়।
- কোন পূর্ণ সংখ্যাকে বর্গ করলে তা বড় হয়। কিন্তু কোন প্রকৃত ভগ্নাংশের বর্গ করলে তা ছোট হয়ে যায়।
- কোন পূর্ণ সংখ্যার বর্গমূল করলে তা ছোট হয়, কিন্তু কোন প্রকৃত ভগ্নাংশের বর্গমুল করলে তা বড় হয়ে যায়।

২৩. যদি P ও Q এর ধনাত্মক হয় এবং $P > Q$ হয় তবে নিচের কোনটি সত্য ? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. $\frac{1}{P} < \frac{1}{Q}$ খ. $2-P > 2-Q$ গ. $4-P > 4-Q$ ঘ. $\frac{1}{P} > \frac{1}{Q}$ উত্তর: গ

সমাধান: যে কোন ভগ্নাংশকে বিপরীতকরণ করলে অসমতার চিহ্ন পরিবর্তন করতে হয়। যেমন: $2 < 3$ অর্থাৎ 2 এর থেকে 3 বড়। কিন্তু এই সংখ্যা দুটি কে ভগ্নাংশ আকারে লিখলে চিহ্ন পরিবর্তন করে এভাবে লিখতে হবে $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ কারণ $\frac{1}{2}$ এর মান $\frac{1}{3}$ থেকে বড়।

সুতরাং $P > Q$ কে ভগ্নাংশ আকারে লিখলে চিহ্ন পরিবর্তন হয়ে $\frac{1}{P} < \frac{1}{Q}$ হয়ে যাবে।

নিজে করুন:

২৪. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ হলে কোনটি সঠিক?

ক. $a = b$ খ. $a < b$ গ. $a > b$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

২৫. যদি $0 < x < 1$ হয় তাহলে নিচের কোনটি অপর তিনটি হতে বড় ? *[গণপূর্ত অধিদপ্তর(উপ-সহকারী প্রকৌশলী ও ড্রাফটসম্যান-২০১৮]*

ক. $\frac{1}{x}$ খ. $\frac{1}{x^2}$ গ. x^2 ঘ. x^3 উত্তর: খ

সমাধান: দেয়া আছে, $0 < x < 1$, ধরি, $x = 0.1$ (0 এর থেকে বড় কিন্তু 1 এর থেকে ছোট হলে যে কোন দশমিক সংখ্যা)

ক. $\frac{1}{x} = \frac{1}{0.1} = 10$, খ. $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{(0.1)^2} = \frac{1}{0.01} = 100$, গ. $x^2 = (0.1)^2 = 0.01$ ঘ. $x^3 = (0.1)^3 = 0.001$

সুতরাং অপশন (খ) এর মান সবথেকে বড়।

২৬. যদি $-1 < n < 0$ হয় তাহলে নিচের কোনটি সব থেকে বড়?

ক. $\frac{n}{2}$ খ. n^2 গ. $\frac{1}{n^2}$ ঘ. $n+1$ উত্তর: গ

সমাধান: প্রশ্ন অনুসারে, ধরি, $n = -\frac{1}{2}$ তাহলে, $\frac{n}{2} = -\frac{1}{4}$, $n^2 = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{n^2} = 4$, $n+1 = \frac{1}{2}$ $\therefore \frac{1}{n^2}$ সবথেকে বড়।

২৭. যদি $0 < x < 1$ হয় তাহলে নিচের কোনটি অপর তিনটি হতে বড়? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. $\frac{1}{x}$ খ. x^3 গ. $\frac{1}{x^2}$ ঘ. x^2 উত্তর: গ

সমাধান: এখানে, $0 < x < 1$ এর অর্থ x এর মান 0 এবং 1 এর মাঝামাঝি যে কোন সংখ্যা। অর্থাৎ x একটি ধনাত্মক দশমিক ভগ্নাংশ। এখন, ধরি, $x = 0.5$ তাহলে,

ক. $\frac{1}{x} = \frac{1}{0.5} = 2$ খ. $(.5)^3 = .5 \times .5 \times .5 = .125$, গ. $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{(.5)^2} = \frac{1}{.25} = 4$ ঘ. $x^2 = (.5)^2 = .25$

দেখা যাচ্ছে অপশন গ এর মানটি অন্য সবগুলো থেকে বড়।

Note: ভগ্নাংশকে বর্গ বা ঘন করলে তা ছোট হয়ে যায়। কিন্তু ভগ্নাংশকে বর্গ বা ঘন করার পর আবার বিপরীত করণ করলে তা বড় হয়ে যায়।

২৮. If $x^3 < x^2 < x$, then the value of x could be? *[BB.AD.RT-2010]*

ক. 0 খ. 1 গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\sqrt{3}$ উত্তর: গ

সমাধান: $x^3 < x^2 < x$

এখানে শুধু x ই বড় কিন্তু যখন তার উপর বর্গ করা হচ্ছে তখন তা ছোট হয়ে যাচ্ছে আবার ঘন করা হলেও ছোট হচ্ছে। সুতরাং, x একটি ভগ্নাংশ। অপশনে শুধু মাত্র একটি ভগ্নাংশ আছে $\frac{1}{3}$ তাই ভগ্নাংশ ধরে এভাবে মিলিয়ে নেয়া যায়

$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^3 < \left(\frac{1}{3}\right)^2 < \frac{1}{3}$ (c হতে মান বসিয়ে) $\Rightarrow \frac{1}{27} < \frac{1}{9} < \frac{1}{3}$

নিজে করুন:

২৯. যদি $x^3 < x^2 < x$ হলে x এর মান হতে পারে?

ক. ৫ খ. ২ গ. $\frac{১}{২}$ ঘ. ৩ উত্তর: গ

৩০. যদি $x > 0, y > 0$ এবং $\frac{x}{1} > \frac{1}{y}$ হয় তবে x ও y এর মধ্যে কি সম্পর্ক?

ক. $x > y$ খ. $x = y$ গ. $x < y$ ঘ. কোনটি নয় উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: $x > 0, y > 0$ অর্থ: x ধনাত্মক সংখ্যা এবং y ও ধনাত্মক সংখ্যা এবং দুটি সংখ্যাই 0 এর থেকে বড়।
এখন কোন সংখ্যাটি কত বড় তা জানা না থাকায় এদের মধ্যে সম্পর্ক বলা সম্ভব নয়। যে কোনটি বড় বা ছোট হতে পারে।

পদ্ধতি-০৪: অসমতার সমাধান

(৪. ক) অসমতার সমাধানে < থাকলে:

৩১. $|x| < 3$ এর সমাধান সেট-*[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

ক. $-3 \le x \le 3$ খ. $3 < x < 3$ গ. $-3 < x < 3$ ঘ. $-3 \le x \le 3$ উত্তর: গ

সমাধান: $|x| < 3$ $\therefore -3 < x < 3$ [পরমমান চিহ্ন তুলে দিয়ে x এর দু পাশে একই চিহ্ন নিয়ে একই সংখ্যা বিপরীত চিহ্ন দিয়ে লিখতে হয়]

৩২. $1 - 3x \le 4$ অসমতার সমাধান কত? *[খাদ্য মন্ত্রণালয় (সহকারী প্রোগ্রামার) -২০২১]*

ক. $x \ge -2$ খ. $x \ge -1$ গ. $x \le -1$ ঘ. $x > -1$ উত্তর: খ

সমাধান: $1 - 3x \le 4 \Rightarrow -3x \le 3 \Rightarrow -x \le 1 \Rightarrow x \ge -1$ (-1 দিয়ে গুণ করে) $\therefore x \ge -1$

৩৩. $x^2 - 4 \le 0$ এর সমাধান কোনটি? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. $-2 \le x \le 2$ খ. $-2 \le x < 2$ গ. $-2 < x \le 2$ ঘ. $-2 < x < 2$ উত্তর: ক

সমাধান: $x^2 - 4 \le 0$ $\Rightarrow x^2 \le 4$ $\Rightarrow x \le \pm 2$ $\therefore -2 \le x \le 2$

৩৪. সমাধান করুন: $|x - 3| < 5$ হলে- *[৩৫তম বিসিএস]*

ক. $2 < x < 8$ খ. $-2 < x < 8$ গ. $-8 < x < -2$ ঘ. $-4 < x < -2$ Ans: খ

সমাধান: $|x - 3| < 5$ { | | পরম মান চিহ্নের ভেতরের রাশিটি ধনাত্মক হতে পারে, আবার ঋণাত্মকও হতে পারে}
$(x-3)$ ধনাত্মক হলে, $x - 3 < 5 \Rightarrow x < 5 + 3$ $x < 8$ [এই মানটি সম্পূর্ণ উত্তরের অর্ধেক।]
আবার $(x-3)$ ঋনাত্মক হলে
$-(x-3) < 5 \Rightarrow x - 3 > -5$ [উভয় পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে চিহ্ন পরিবর্তন]
$x > -5 + 3$ $\therefore x > -2$

উত্তর লিখার নির্ভুল নিয়ম :
সর্বপ্রথমে মাঝখানে x লিখুন। তারপর x এর দুপাশেই < অথবা > চিহ্ন লিখুন এভাবে = < x < অথবা > x >
এখন উপরের মান দুটি থেকে একটি হুবহু বসান এভাবে = $< x < 8$ বা, $-2 > x >$
এখন যে পাশে খালি আছে সে পাশে অন্য মানটি বসিয়ে উত্তর নিয়ে আসুন এভাবে $-2 < x < 8$ অথবা $8 > x > -2$

শর্টকাট সমাধান: $|x-3| < 5$ **[Note: শুধু < বা, ≤ চিহ্ন থাকলে এই শর্টকাট ব্যবহার করা যাবে]**
$\Rightarrow -5 < x-3 < 5$ (পরমমান কে ভেঙ্গে একপাশে +5 আরেকপাশে -5 লেখা হল)
$\Rightarrow -5+3 < x-3+3 < 5+3 \quad \therefore -2 < x < 8$ (এভাবেও ঘুরিয়ে লেখা যায়, $8 > x > -2$ একই বোঝায়।)

৩৫. বাস্তব সংখ্যায় $|2x-3| \le 1$ অসমতাটির সমাধান- *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. $1 < x < 2$ খ. $1 \; x \le 1$ অথবা $x \ge 2$ গ. $1 \le x \le 2$ ঘ. $-1 < x < 12$ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান	শর্টকাট সমাধান:
$\|2x-3\|$ ধনাত্মক হলে	$\|2x-3\| \le 1$
$2x-3 \le 1 \Rightarrow 2x \le 1+3 \Rightarrow 2x \le 4 \therefore x \le 2$	$\Rightarrow -1 \le 2x-3 \le 1$ [অসমতার চিহ্ন ঠিক রেখে একপাশে
আবার, $\|2x-3\|$ ঋণাত্মক হলে	ধনাত্মক এবং অন্যপাশে ঋণাত্মক সংখ্যা নিতে হয়।]
$-(2x-3) \le 1 \Rightarrow 2x-3 \ge -1$	$\Rightarrow -1+3 \le 2x-3+3 \le 1+3$ [মাঝখানে শুধু x রাখার
$\Rightarrow 2x \ge -1+3 \Rightarrow 2x \ge 2 \therefore x \ge 1$	জন্য x এর সাথে অন্য যা কিছু আছে তা বাদ দিতে হবে]
সুতরাং অসমতাটির সমাধান $1 \le x \le 2$ **Ans:**	$\Rightarrow 2 \le 2x \le 4 \quad \therefore 1 \le x \le 2$ **Ans:**

৩৬. $|1-2x| < 1$ এর সমাধান ? *[৩৯তম বিসিএস- (বিশেষ)]*

ক. $-2 < x < 1$ খ. $-1 < x < 0$ গ. $0 < x < 1$ ঘ. $-1 < x < 1$ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান	শর্টকাট সমাধান:
$\|1-2x\| < 1$ এখানে, $\|1-2x\|$ ধনাত্মক হলে,	$\|1-2x\| < 1$
$1-2x < 1 \Rightarrow -2x < 1-1 \Rightarrow -x < 0 \therefore x > 0$	$\Rightarrow -1 < 1-2x < 1 \Rightarrow -1-1 < 1-2x-1 < 1-1$
আবার, $\|1-2x\|$ ঋণাত্মক হলে,	$\Rightarrow -2 < -2x < 0 \Rightarrow 1 > x > 0$ [-2 দিয়ে ভাগ (চিহ্ন পরিবর্তন)]
$-(1-2x) < 1 \Rightarrow -1+2x < 1 \Rightarrow 2x < 2 \therefore x < 1$	$\therefore 0 < x < 1$ **(Ans)**
সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $0 < x < 1$	এমসিকিউ পরীক্ষায় এই নিয়মে সমাধান করলে সময় বাঁচবে।

৩৭. $|x-2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x+5 < n$ হবে ? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. $m = 1, n = 10$ খ. $m = 2, n = 20$ গ. $m = 3, n = 30$ ঘ. $m = 4, n = 40$ উত্তর: খ

সমাধান:
$|x-2| < 3 \Rightarrow -3 < x-2 < 3 \Rightarrow -3+2 < x-2+2 < 3+2 \Rightarrow -1 < x < 5 \Rightarrow -3 < 3x < 15$ [×3]
$\Rightarrow -3+5 < 3x+5 < 15+5 \Rightarrow 2 < 3x+5 < 20 \therefore m = 2, n = 20$ **উত্তর: m = 2, n = 20**

নিজে করুন:

৩৮. যদি $0 \le x < 3$ হয় তাহলে $a \le 4x+1 \le b$ অসমতায় a ও b এর মান কত?

ক. 1, 13 খ. 0, 3 গ. a, b ঘ. 0, 5 উত্তর: ক

৩৯. $|x-2| \le 5$ হলে, x এর সর্বনিম্ন মান কত? *[NBR-2015]*

ক. -2 খ. -3 গ. 2 ঘ. 5 উত্তর: খ

সমাধান: $|x-2| \le 5 \Rightarrow -5 \le x-2 \le 5 \Rightarrow -5+2 \le x-2+2 \le 5+2 \quad \therefore -3 \le x \le 7$
অর্থাৎ x এর মান -3 এর সমান বা তার থেকে বড় কিন্তু 7 এর থেকে ছোট বা 7 এর সমান। $\therefore$ x এর সর্বনিম্ন মান হবে -3

৪০. $|x-5| < 3$ সমীকরণটির সমাধান কত? *[সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার-২০০৯]+ [সমাজসেবা অধিদপ্তর (উপ-সহ: পরিচালক)-২০০৫]*

ক. $8 > x > -2$ খ. $2 > x > -8$ গ. $2 < x < 8$ ঘ. $-2 < x < -8$ উত্তর: গ

সমাধান: $|x-5| < 3 \Rightarrow -3 < x-5 < 3 \Rightarrow -3+5 < x-5+5 < 3+5 \Rightarrow -3+5 < x < 3+5 \quad \therefore 2 < x < 8$

৪১. $|x-5| = 6$ সমীকরণটির সমাধান সেট হলো? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (উপ-সহকারী প্রকৌশলী) -২০১৩]*

ক. {1, - 11} খ. {1,11} গ. {-1,11} ঘ. { -1, -11} উত্তর: গ

সমাধান: $(x-5)$ধনাত্মক হলে $x-5 = 6 \therefore x = 11$
আবার, $(x-5)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-5) = 6 \Rightarrow x-5 = -6 \therefore x = -1 \therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট : { - 1, 11 }

৪২. $|x+1| < 3$ অসমতার সমাধান সেট হবে *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা) নিয়োগ-২০১৮]*

ক. $-4 < x < 2$ খ. $-2 < x < 2$ গ. $-4 < x < 4$ ঘ. $-4 \le x \le 2$ উত্তর : ক

সমাধান: $|x+1| < 3 \Rightarrow -3 < x+1 < 3 \Rightarrow -3-1 < x+1-1 < 3-1 \quad \therefore -4 < x < 2$

নিজে করুন:

৪৩. $|x+3| < 5$ *[কারিগরী শিক্ষক পরীক্ষা ২০০৫]*

ক. $(-8 < x < 2)$ খ. $(-3 < x < 3)$ গ. $(-2 < x < 3)$ ঘ. $(-5 < x < 5)$ উত্তর: ক

৪৪. $|2x-3| < 7$ এর সমাধান কত? *[থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার-২০১২]*

ক. $-2 < x < 5$ খ. $2 < x < 5$ গ $1 < x < 5$ ঘ $3 < x < 5$ উত্তর ক

(৪. খ) অসমতার সমাধানে > থাকলে:

৪৫. $|x-2| > 1$ অসমতার সমাধান করুন। *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর)-২০০৫]*

ক. $\{5|x > 1\} \cup \{x|x < 2\}$ খ. $\{x|x > 2\} \cup \{x|x < 1\}$
গ. $\{x|x > -2\} \cup \{x|x < -1\}$ ঘ. $\{x|x > 3\} \cup \{x|< 1\}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $(x-2)$ ধনাত্মক হলে, $x-2 > 1$ বা, $x > 3$
আবার, $(x-2)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-2) > 1 \Rightarrow x-2 < -1 \Rightarrow x < -1+2 \therefore x < 1$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $\{x > 3$ অথবা, $x < 1\}$ অথবা থাকলে এভাবেও লেখা যায়: $\{x|x > 3\} \cup \{x|x < 1\}$

৪৬. $|x-3| > 5$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে (সহকারী পরিচালক-গ্রেড-২)-২০০৩]*

ক. $-2 < x < 8$ খ. $x < 8$ অথবা $x > 2$ গ. $x > 8$ অথবা $x < -2$ ঘ. $x < -8$ অথবা, $x > 2$ উত্তর: গ

সমাধান: $(x-3)$ ধণাত্মক হলে, $x-3 > 5 \quad \therefore x > 8$
$(x-3)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-3) > 5 \Rightarrow x-3 < -5 \Rightarrow x < -5+3 \quad \therefore x < -2$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x > 8$ অথবা, $x < -2$

ব্যবধির ব্যবহার

নাম	প্রতীক	Less than (<) এবং Greater than (>) চিহ্নের সাথে ব্যবধির ব্যবহারের সম্পর্ক।	উদাহরণ ও সংখ্যারেখা	প্রয়োগ
খোলা ব্যবধি	()	সমাধানে শুধু < অথবা > চিহ্ন আসলে উভয় সংখ্যার পাশে প্রথম বন্ধনী বসে।	1< x < 3	(1, 3)
বন্ধ ব্যবধি	[ ]	সমাধানে ≤ অথবা ≥ চিহ্ন আসলে উভয় সংখ্যার পাশে তৃতীয় বন্ধনী বসে।	1≤ x ≤ 3	[1, 3]
বন্ধ-খোলা ব্যবধি	[ )	> বা < চিহ্নের সাথে যদি = যুক্ত হয়ে ≥ অথবা ≤ হয় তাহলে সেই সংখ্যার সাথে তৃতীয় বন্ধনী বসবে। কিন্তু শুধু > বা < চিহ্ন থাকলে প্রথম বন্ধনী ই থাকবে।	1≤ x < 3	[1, 3)
খোলা-বন্ধ ব্যবধি	( ]		1< x ≤ 3	(1, 3]

Note: তবে ইনফিনিটি (∞) চিহ্নে সর্বদা প্রথম বন্ধনী হবে।, যেমন: $x > 3 = (3, +\infty)$ কিন্তু $x \geq 3 = [3, +\infty)$ একইভাবে $x < -2 = (-\infty, -2)$ কিন্তু $x \leq -2 = (-\infty, -2]$ অর্থাৎ ইনফিনিটির সাথে সবসময় প্রথম বন্ধনী হবে।

সংখ্যারেখায় প্রয়োগ: $x > 3$	সংখ্যারেখায় প্রয়োগ: $x < -2$
$(3, +\infty)$ x এর মান 3 এর থেকে বড় হওয়ায় 3 এর বৃত্তটি ভরাট না করে ধনাত্মক অসীম পর্যন্ত	$(-\infty, -2)$ x এর মান -2 এর থেকে ছোট হওয়ায় -2 এর বৃত্তটি ভরাট না করে ঋণাত্মক অসীম পর্যন্ত
সংখ্যারেখায় প্রয়োগ: $x \geq 3$	সংখ্যা রেখায় প্রয়োগ: $x \leq -2$
$[3, +\infty)$ x এর মান 3 এর সমান বা বড় হওয়ায় 3 এর বৃত্তটি ভরাট করে ধনাত্মক অসীম পর্যন্ত	$(-\infty, -2]$ x এর মান -2 এর সমান বা ছোট হওয়ায় -2 এর বৃত্তটি ভরাট করে ঋণাত্মক অসীম পর্যন্ত

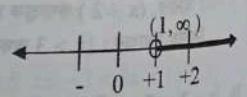
নিম্নোক্ত অংকগুলোতে ব্যবধির ব্যবহারের সময় উপরের ব্যাখ্যাগুলোর প্রয়োজন হবে।

৪৭. $3x-2 > 2x-1$ এর সমাধান সেট কোনটি ? *[৪০তম বিসিএস প্রিলি:] + [৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৩নং হুবহু]*

ক. $[1, \infty)$ খ. $(1, \infty)$ গ. $[\frac{1}{2}, \infty)$ ঘ. $[-1, \infty)$ উত্তর: খ

সমাধান: $3x-2 > 2x-1 \therefore x > 1$ সুতরাং সমাধান সেট $S = \{x \in R : x > 1\}$

ব্যবধিতে প্রকাশ = $(1, \infty)$ [x এর মান 1 থেকে বড় হয়ে ∞ পর্যন্ত।]



৪৮. $x+3 > 2x-1$ অসমতাটির সমাধান সেট হবে? *[আনসার ভিডিপি অধিদপ্তর (সার্কেল এ্যাডজুটেন্ট)-২০১৫]*

ক. $(\infty, 0)$ খ. $(-\infty, 4]$ গ. $(-\infty, 4)$ ঘ. $(0, 4)$ উত্তর: গ

সমাধান: $x+3 > 2x-1 \Rightarrow x-2x > -1-3 \Rightarrow -x > -4 \therefore x < 4$ (-1 দিয়ে ভাগ করে)

$\therefore$ সমাধান সেট = $\{x \in R : x < 4\}$ এবং ব্যবধিতে প্রকাশ = $(-\infty, 4)$ [x এর মান 4 থেকে ছোট হয়ে $-\infty$ পর্যন্ত]

(৪. গ) ভগ্নাংশ আকারে আসলে :

অসমতার প্রশ্নগুলো ভগ্নাংশ আকারে আসলে তখন < অথবা > যে কোন চিহ্ন পরিবর্তন হতে পারে। তাই শেষ পর্যন্ত দেখতে হবে।

৪৯. $\frac{1}{|2x-5|} < \frac{1}{3}$ এর সমাধান করুন? *[১৫তম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. $x < 1, x > 4$ খ. $x > 1, x > 4$ গ. $x < 1, x < 4$ ঘ. $1 < x < 4$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{1}{|2x-5|} < \frac{1}{3} \Rightarrow |2x-5| > 3$ (বিপরীত করণ করে)

এখন, প্রদত্ত অসমতাটিতে $(2x-5)$ ধনাত্মক হলে, $2x-5 > 3 \Rightarrow 2x > 8 \therefore x > 4$

আবার, $(2x-5)$ ঋনাত্মক হলে, $-(2x-5) > 3 \Rightarrow 2x-5 < -3 \Rightarrow 2x < 2 \therefore x < 1$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $x < 1$ অথবা, $x > 4$ (অপশনে ব্যবধি সহ উত্তর না থাকায় ব্যবধি বের করতে হবে না)

শর্টকাট: $|2x-5| > 3 \Rightarrow -3 > 2x-5 > 3 \Rightarrow -3+5 > 2x-5+5 > 3+5 \Rightarrow 2 > 2x > 8 \therefore 1 > x > 4$

এখন, $1 > x > 4$ থেকে অপশন মেলানোর জন্য ভেঙ্গে লেখা যায়, $x < 1, x > 4$

নিজে করুন:

৫০. $\frac{1}{|2x-3|} > 5$ এর সমাধান করুন? উত্তর: $\frac{7}{5} < x < \frac{8}{5}$

৫১. $\frac{1}{|x-1|} < 2$ অসমতাটির সমাধান করুন।

ক. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ খ. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ গ. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, 2) \cup \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$ উত্তর: ক

সমাধান: $\frac{1}{|x-1|} < 2 \Rightarrow |x-1| > \frac{1}{2}$ [বিপরীত করণ করে], [অসমার দুপাশেই ধনাত্মক থাকায় বিপরীতকরণ করা যায়]

এখন, $(x-1)$ ধনাত্মক হলে,

$x - 1 > \frac{1}{2} \Rightarrow x - 1 + 1 > \frac{1}{2} + 1 \therefore x > \frac{3}{2}$ সুতরাং লিখা যায় $\frac{3}{2} < x < +\alpha$ [$\frac{3}{2}$ থেকে $+\alpha$ পর্যন্ত।]

আবার, $(x-1)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x-1) > \frac{1}{2} \Rightarrow x - 1 < -\frac{1}{2} \therefore x < \frac{1}{2}$

$x < \frac{1}{2}$ কে লেখা যায় $-\alpha < x < \frac{1}{2}$ [$\frac{1}{2}$ থেকে $-\alpha$ পর্যন্ত] **Ans.** $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

৫২. বাস্তব সংখ্যার $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3}$ অসমতাটির সমাধান-*[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. $-\infty < x < \frac{5}{3}$ খ. $\frac{8}{3} < x < \infty$ গ. $-\infty < x < \frac{5}{3}$ অথবা $\frac{8}{3} < x < \infty$ ঘ. $-\infty < x < \frac{5}{2}$ এবং $\frac{8}{3} < x < \infty$ উত্তর:গ

সমাধান: $\frac{1}{3x-5} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3x-5} - \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow \frac{3-3x+5}{3 \times (3x-5)} < 0 \Rightarrow \frac{-(3x-8)}{3x-5} < 0$ [৩ দিয়ে গুণ করে]

$\Rightarrow \frac{(3x-8)}{3x-5} > 0$ [-1 দিয়ে গুণ করে] .....(i)

এখন, সমীকরণ (i) সঠিক হবে (3x-8) এবং (3x-5) এর দুটিই ধনাত্মক বা দুটিই ঋণাত্মক হলে

দুটিই ধনাত্মক হলে, $3x-8>0 \Rightarrow 3x>8 \quad \therefore x>\frac{8}{3}$ অথবা, $3x-5>0 \Rightarrow 3x>5 \quad \therefore x>\frac{5}{3}$

x এর দুটি মান থেকে $x>\frac{8}{3}$ নিলে, $x>\frac{5}{3}$ ও সিদ্ধ হয়। (কারণ $\frac{8}{3}$ থেকে x বড় হলে তা থেকেও $\frac{5}{3}$ বড়।)

দুটিই ঋণাত্মক হলে, $3x-8<0 \Rightarrow 3x<8 \quad \therefore x<\frac{8}{3}$ অথবা, $3x-5<0 \Rightarrow 3x<5 \quad \therefore x<\frac{5}{3}$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান : $x>\frac{8}{3}$ অথবা, $x<\frac{5}{3}$ ব্যাবধির মাধ্যমে প্রকাশ করলে, $-\infty<x<\frac{5}{3}$ অথবা $\frac{8}{3}<x<\infty$

Note: এই প্রশ্নটিতে $\frac{1}{3x-5}<\frac{1}{3}$ এর 3x-5 এর মধ্যে পরমমান চিহ্ন না থাকায় সরাসরি উল্টে দিয়ে 3x-5 > 3 লেখা যাবে না। কারণ ঋণাত্মক সংখ্যার ভগ্নাংশ উল্টালে বড় সংখ্যাটি ছোট বা ছোট সংখ্যাটি বড় না হয়ে আগের মতই থাকে।

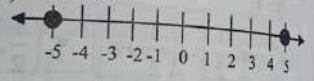
(৪. ঘ) পরম মান তৈরী করা:

৫৩. - 5 এবং $|5|$ এর মধ্যে দূরত্ব কত একক? *[সমাজকল্যাণ অধিদপ্তর (প্রবেশন অফিসার)-২০১৩]*

ক. 0 খ. 10 গ. – 10 ঘ. 20 উত্তর: খ

সমাধান: $|5| = 5$ যেহেতু $5>0 \ \therefore$ - 5 ও $|5|$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব = 5-(- 5) = 10 একক

পাশের সংখ্যারেখার চিত্রটি দেখুন। দুই কালো বৃত্তের দূরত্ব = **10 একক**



অসমতা থেকে পরমমান তৈরী করার নিয়ম:

অসমতার দুপাশের সংখ্যা দুটির গড় বের করে অসমতার সবগুলো অংশ থেকে গড়টি বিয়োগ করতে হয়।

যেমন : $-2<x<6 \Rightarrow -2-2<x-2<6-2$ (-2,6 এর যোগফল 4 এবং গড় 2)

$\Rightarrow -4<x-2<4$ (উভয় পাশে একই সংখ্যা আসলে সেখান থেকে পরমমান লেখা যায়) $\therefore |x-2|<4$

৫৪. $-2<x<12$ অসমতাটির পরমমান ব্যবহার কর? *[পাবলিক সার্ভিস কমিশন (সহকারী পরিচালক)-২০১৫]*

ক. $|x-5|<7$ খ. $|x-3|<8$ গ. $|x-2|<5$ ঘ. $|x-3|<3$ উত্তর: ক

সমাধান: $-2-5<x-5<12-5$ (-2, 12 এর গড় 5 বিয়োগ) $\Rightarrow -7<x-5<7 \ \therefore |x-5|<7$

নিজে করুন:

৫৫. $3<x<5$ হলে পরম মান কোনটি ?

ক. $|x+4|<1$ খ. $|x-3|<1$ গ. $|x-4|<1$ ঘ. $|x+4|<1$ উত্তর: গ

39. $-8<x<2$ এর পরম মান কত ?

ক. $|x-3|<5$ খ. $|x+3|<7$ গ. $|x+3|<5$ ঘ. $|x-3|<7$ উত্তর: গ

গড় যদি ভগ্নাংশ আসে তারপরও নিয়ম একই:

৫৬. $-2<x<5$ কে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে? *[বহিরাগমন এবং পাসপোর্ট অধিদপ্তর(সহকারী পরিচালক)-২০১৬]*

ক. $|2x-3|<5$ খ. $|2x-3|<7$ গ. $|2x-5|5$ ঘ. $|2x-3|>7$ উত্তর: খ

সমাধান: $-2<x<5 \Rightarrow -2-\frac{3}{2}<x-\frac{3}{2}<5-\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-4-3}{2}<x-\frac{3}{2}<\frac{10-3}{2}$

$\Rightarrow \frac{-7}{2}<\frac{2x-3}{2}<\frac{7}{2} \Rightarrow -7<2x-3<7 \ \therefore |2x-3|<7$

নিজে করুন:

৫৭. পরমমান চিহ্ন ব্যবহার করে অসমতাটি প্রকাশ করুন : $-3<x<2$

a. $|x+1|<5$ b. $|x-1|<5$ c. $|2x-1|<5$ d. $|2x+1|<5$ উত্তর: d

পদ্ধতি-০৫: দ্বিঘাত অসমতা

(৫. ক) দ্বিঘাত অসমতায় < চিহ্ন থাকলে :

দ্বিঘাত অসমতায় < থাকলে x এর মান দুটিকে $a<x<b$ আকারে সাজিয়ে নিন। যেখানে, a = x এর ছোট মান এবং b = x এর বড় মান। অর্থাৎ x এর ছোট মান < x < x এর বড় মান। (ছোট এর দিকে ছোট মান এবং বড় এর দিকে বড় মান)

৫৮. $(x-2)(x-3)<0$ এর সমাধান সেট কত? *[আনসার ও ভিডিপি (সার্কেল অ্যাডঃ)-২০১৫], [প্রাক-প্রাথমিক (সহঃ শিক্ষক)-২০১৫]*

ক. কোনটিই নয় খ. $x>2$ গ. $2<x<3$ ঘ. $x<3$ উত্তর: গ

সমাধান: $(x-2)(x-3)<0$ থেকে আমরা লিখতে পারি, $x-2=0 \therefore x=2$ অথবা, $x-3=0 \ \therefore x=3$

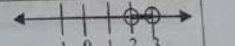
অর্থাৎ x এর ছোট মান = 2 এবং বড় মান = 3

এখন, $a<x<b$ অর্থাৎ x এর ছোট মান < x < x এর বড় মান, আকারে সাজালে পাই, $2<x<3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান সেট = $\{x : 2<x<3\}$

৫৯. $x^2-5x+6<0$ হলে *[৩৭-তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. $2<x<3$ খ. $-3<x<-2$ গ. $x<2$ ঘ. $x<3$ উত্তর: ক

লিখিত সমাধান : (ধণাত্মক ও ঋণাত্মক ধরে লিখিত সমাধান)	শর্টকাট সমাধান: (এমসিকিউ তে এভাবেই করবেন)
$x^2-5x+6<0$	$x^2-5x+6<0$
$\Rightarrow x^2-3x-2x+6<0$	$\Rightarrow x^2-3x-2x+6<0$
$\Rightarrow x(x-3)-2(x-3)<0$	$\Rightarrow x(x-3)-2(x-3)<0$
$\Rightarrow (x-3)(x-2)<0$ ----------(i)	$\Rightarrow (x-3)(x-2)<0$ এখন,
এখানে সমীকরণটি সত্য হবে যদি $(x-3)$ ও $(x-2)$ এর একটি ধনাত্মক এবং অন্যটি ঋণাত্মক হয়।	$(x-3)(x-2)=0$ ধরে, x এর মান বের করি।
$x-3>0$ (ধনাত্মক) $\therefore x>3$ এবং $x-2<0$ (ঋণাত্মক) $\therefore x<2$	হয়, $x-3=0 \ \therefore x=3$ (বড় মান)
তাহলে এখান থেকে লেখা যায়, $2>x>3$	অথবা, $x-2=0 \ \therefore x=2$ (ছোট মান)
কিন্তু এটা অবাস্তব কারণ এমন কোন সংখ্যা নেই যে একই সাথে 2 এর থেকে ছোট আবার 3 এর থেকে বড় হতে পারে। আবার, $x-3<0$ (ঋণাত্মক) $\therefore x<3$ এবং $x-2>0$ (ধণাত্মক) $\therefore x>2$	এখন, x এর মান দুটিকে $a<x<b$ আকারে সাজাই, যেখানে, a=x এর ছোট মান এবং b=x এর বড় মান।
তাহলে এখান থেকে লেখা যায়, $2<x<3$ এটা সম্ভব।	$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $2<x<3$
তাহলে দেখা যাচ্ছে শুধুমাত্র $2<x<3$ হলে, (i) নং সমীকরণটি সত্য বলে প্রমাণিত হয়। তাই উত্তর: $2<x<3$	সংখ্যারেখায় প্রকাশ :  **Note:** অসমতার অংকটিতে শুধু < থাকলে সংখ্যারেখায় বৃত্ত ভরাট হবে না কিন্তু ≤ থাকলে বৃত্ত ভরাট হবে।

৬০. $5x - x^2 - 6 > 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. $x > 3, x < 2$ খ. $2 > x > 3$ গ. $x < 2$ ঘ. $2 < x < 3$

সমাধান: আগের অংকটার সাথে হুবহু মিল আছে, শুধু প্রথমে দুটা অতিরিক্ত লাইন লিখতে হবে, বিজারিত সমাধান দেখুন, শর্টকাট নিচে দেখুন। উত্তর: গ

$5x - x^2 - 6 > 0$

$\Rightarrow -(x^2 - 5x + 6) > 0$ (এখানে -1 দিয়ে গুণ করলে চিহ্ন পরিবর্তন হয়ে < ফলে, আগের অংকটির মতই হয়ে যাবে)

$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 < 0 \Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) < 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) < 0$

সুতরাং $(x-3)(x-2)$ এর গুণফল 0 এর থেকে ছোট অর্থ গুণফলটি ঋণাত্মক হতে হবে।

এখন দুটি রাশির গুণফল ঋণাত্মক হতে হলে একটি ধনাত্মক এবং অন্যটি ঋণাত্মক হতে হবে।

$(x-3)$ ধনাত্মক হলে $x - 3 > 0 \quad \therefore x > 3$	$(x-2)$ ঋণাত্মক হবে, $x - 2 < 0 \quad \therefore x < 2$
সুতরাং উপরের দু অংশ থেকে উত্তর লেখা যায়, $2 > x > 3$ অথবা, ঘুরিয়ে $3 < x < 2$	
কিন্তু এরকম কোন সংখ্যা নেই যা একইসাথে ২ এর থেকে ছোট আবার ৩ এর থেকে বড় তাই এটা উত্তর হতে পারে না।	
আবার, $x - 3$ ঋণাত্মক হলে $x - 3 < 0 \therefore x < 3$	$(x-2)$ ধণাত্মক হবে $x - 2 > 0 \quad \therefore x > 2$
সুতরাং উপরের দু অংশ থেকে উত্তর লেখা যায়, $2 < x < 3$ অথবা ঘুরিয়ে $3 > x > 2$ এটাই উত্তর।	
কারণ x এর মান একই সাথে 3 এর থেকে ছোট এবং 2 এর থেকে বড় হতে পারে। সুতরাং উত্তর: $2 < x < 3$	

৬১. $2x^2 + 5x + 3 < 0$ এর সমাধান কোনটি ? *[৩৯তম বিসিএস- (বিশেষ)]*

ক. $-\frac{3}{2} < x < -1$ খ. $-\frac{3}{2} < x < 1$ গ. $-\frac{3}{2} \le x \le 1$ ঘ. $-\frac{3}{2} < x \le 1$ উত্তর: ক

সমাধান: $2x^2 + 5x + 3 < 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x + 2x + 3 < 0 \quad \Rightarrow x(2x+3) + 1(2x+3) < 0 \quad \Rightarrow (2x+3)(x+1) < 0$

এখন, $(2x+3)(x+1) = 0$ ধরে , হয় $2x+3 = 0$ বা, $2x = -3 \therefore x = -\frac{3}{2}$ অথবা, $x+1 = 0 \therefore x = -1$

এখন, x এর মান দুটিকে $a < x < b$ আকারে সাজাই, যেখানে, a=x এর ছোট মান এবং b=x এর বড় মান।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $-\frac{3}{2} < x < -1$ [এখানে -1 এর থেকে $-\frac{3}{2}$ বা, -1.5 ছোট।]

নিজে করুন:

৬২. $x^2 - 9x + 8 \le 0$ অসমতার সমাধান

ক. $1 < x < 8$ খ. $(1,8)$ গ. $1 \le x \le 8$ ঘ. $(1,7)$ উত্তর: গ

৬৩. $2x^2 - 3x + 1 < 0$ অসমতার সমাধান

ক. $\frac{1}{2} < x < 1$ খ. $(\frac{1}{2}, 1)$ গ. $-1 < x < \frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{2} \le x < 1$ উত্তর: ক

৬৪. $x^2 - 3x + 2 < 0$ অসমতাটির সমাধান-

ক. $[1,2]$ খ. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ গ. $1 < x < 2$ ঘ. $(-1, 2)$ উত্তর: গ

(৫. খ) দ্বিঘাত অসমতায় > চিহ্ন থাকলে :

দ্বিঘাত অসমতায় > থাকলে x এর মান দুটিকে $x < a$ অথবা $x > b$ আকারে সাজিয়ে নিন, যেখানে $a = x$ এর ছোট মান এবং $b = x$ এর বড় মান। অর্থাৎ $x <$ ছোট মান (ছোট মানটার থেকেও ছোট হবে x এর মান) অথবা, $x >$ বড় মান (বড় মানের থেকেও x এর মান বড় হবে)। বিষয়টাকে প্রাকটিকালি ভাবলে এমন হবে যে, x এর একটি মান সংখ্যারেখার ডান পাশে $+\infty$ পর্যন্ত এবং আরেকটি মান সংখ্যারেখার বাম পাশে $-\infty$ পর্যন্ত বোঝাবে।

৬৫. $x^2 - 2x - 15 > 0$ হলে? *[বেসামরিক বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয়(প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৫]* অসমতা

ক. $S = \{x : x > 5$ অথবা, $x < -3\}$ খ. $S = \{x : x > 5$ অথবা, $x < 3\}$

গ. $S = \{x : x > 5$ অথবা $x > -3\}$ ঘ. $S = \{x : x > 5$ অথবা, $x > 3\}$

সমাধান: $x^2 - 2x - 15 > 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 3x - 15 > 0 \Rightarrow x(x-5) + 3(x-5) > 0 \therefore (x-5)(x+3) > 0$ .....(i) উত্তর: ক

এখন, $(x-5)(x+3) = 0$ ধরে, $x = 5$, এবং $x = -3$ বের করে, $x < a$ (ছোট মান) অথবা $x > b$ (বড় মান) আকারে সাজালে পাই, $x < -3$ অথবা $x > 5$ $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x > 5$ অথবা $x < -3$

৬৬. $x^2 - 3x - 10 > 0$ অসমতাটির সমাধান কোনটি? *[৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*

ক. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ খ. $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$ গ. $(\infty, 2) \cup (5, +\infty)$ ঘ. $(-5, -\infty) \cup (\infty, 2)$ উত্তর: খ

প্রথমে, $x^2 - 3x - 10 > 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 > 0 \Rightarrow x(x-5) + 2(x-5) > 0 \therefore (x-5)(x+2) > 0$ .....(i)

লিখিত সমাধান : (উপরের অংশ সমাধান করার পরের অংশ)	শর্টকাট সমাধান: (উপরের অংশ করার পরের অংশ)
এটি সত্য হবে যদি উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়েই ঋণাত্মক হয়। $x - 5 > 0$ (ধনাত্মক) $\therefore x > 5$ অথবা $x + 2 > 0$ (ধনাত্মক) $\therefore x > -2$ সুতরাং $x > 5$ (দুটা থেকে ১টা নেয়া হলো) (কারণ যে সংখ্যাগুলো 5 এর থেকে বড় সেগুলো অবশ্যই -2 এর থেকেও বড় হবে তাই $x > 5$ মানেই $x > -2$) আবার, $x - 5 < 0$ (ঋনাত্মক) $\therefore x < 5$ আথবা, $x + 2 < 0$ (ঋনাত্মক) $\therefore x < -2$ সুতরাং $x < -2$ (দুটা থেকে ১টা নেয়া হলো) (কারণ যে সংখ্যাগুলো -2 এর থেকে ছোট সেগুলো অবশ্যই 5 এর থেকেও ছোট হবে। অর্থাৎ $x < -2, x < 5$ কে সিদ্ধ করে) তাহলে আমরা একসাথে বলতে পারি, $x > 5$ অথবা $x < -2$ $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x < -2$ অথবা $x > 5$ ব্যবধিতে প্রকাশ : $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$ [উত্তর:]	এখন, $(x-5)(x+2) > 0$ কে $(x-5)(x+2) = 0$ ধরে $x - 5 = 0$ হলে, $\therefore x = 5$ $x + 2 = 0$ হলে, $\therefore x = -2$ এখন, $x < a$ (ছোট মান)অথবা $x > b$ (বড় মান) আকারে সাজালে পাই, $x < -2$ অথবা $x > 5$ $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x < -2$ অথবা $x > 5$ ব্যবধিতে প্রকাশ : $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$ [উত্তর:] ব্যবধির ব্যাখ্যা: যেহেতু শুধু < এবং > চিহ্ন আছে তাই ব্যবধির মধ্যে উভয়পাশে প্রথম বন্ধনী ব্যবহৃত হয়েছে। অথবা থাকায় মাঝে $\cup$ বসেছে। সমাধান সেট বের করতে বলা হলে : $S = \{x \in R : x < -2$ অথবা $x > 5\}$

৬৭. $x^2 - 5x + 6 > 0$ অসমতাটির সমাধান করুন। *[সহকারী আবহাওয়াবিদ পরীক্ষা ২০০৪]*

ক. $(2, 3)$ খ. $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ গ. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, +\infty)$ উত্তর: খ

প্রথমে, $x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 > 0 \Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) > 0 \therefore (x-3)(x-2) > 0$ ----(i)

লিখিত সমাধান : (উপরের অংশ সমাধান করার পর)	শর্টকাট সমাধান: (উপরের অংশ করার পরের অংশ)
(i) সত্য হবে যদি উভয়ই ধনাত্মক অথবা উভয়েই ঋণাত্মক হয়। $x - 3 > 0$ (ধনাত্মক ধরে) $\therefore x > 3$ অথবা $x - 2 > 0$ (ধনাত্মক ধরে) $\therefore x > 2$ সুতরাং $x > 3$ (3 এর থেকে বড় অর্থই 2 থেকেও বড়) আবার, $x - 3 < 0$ (ঋনাত্মক ধরে) $\therefore x < 3$ আথবা, $x - 2 < 0$ (ঋনাত্মক ধরে) $\therefore x < 2$ সুতরাং $x < 2$ (2 থেকে ছোট অর্থ 3 থেকেও ছোট) $\therefore$ নির্ণেয় সামধান: $\{x : x < 2$ অথবা $x > 3\}$ ব্যবধিতে প্রকাশ: $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ (উত্তর:)	এখন, $(x-3)(x-2) = 0$ ধরে, $x = 3$ অথবা, $x = 2$ বের করে, $x < a$ (ছোট মান) অথবা $x > b$ (বড় মান) আকারে সাজালে পাই, $x < 2$ অথবা, $x > 3$ $\therefore$ নির্ণেয় সামধান: $x < 2$ অথবা $x > 3$ ব্যবধিতে প্রকাশ: $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ (উত্তর:) সমাধান সেট বের করতে বলা হলে : $S = \{x \in R : x < 2$ অথবা $x > 3\}$

৬৮. $x^2 + x - 2 > 0$ অসমতাটির সমাধান করুন। *[মহিলা ও শিশু বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীন -২০০৭]*

ক. $\{-2, 1\}$ খ. $(-2, 1)$ গ. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ ঘ. $(-2, \infty)$ উত্তর: গ

সমাধান: (লিখিত নিয়মে করার জন্য আগের সমাধানটি অনুসরণ করুন, এখানে এমসিকিউ সমাধান দেখানো হলো)

প্রথমে, $x^2 + x - 2 > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - x - 2 > 0 \Rightarrow x(x+2) - 1(x+2) > 0 \therefore (x+2)(x-1) > 0$

এখন, $(x + 2)(x - 1) = 0$ ধরে, $x = -2$, এবং $x = 1$ বের করে, $x < a$ (ছোট মান) অথবা $x > b$ (বড় মান)

আকারে সাজালে পাই, $x < -2$ অথবা $x > 1$ ∴ নির্ণেয় সামধান: $x < -2$ অথবা $x > 1$

ব্যবধীতে প্রকাশ : $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (উত্তর:)

৬৯. $x^2 + 2x - 8 \geq 0$ অসমতাটির সমাধান করুন

ক. $[-\infty, -4] \cup [2, +\infty]$ খ. $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ গ. $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$ ঘ. $(-4, 2)$ উত্তর: খ

সমাধান:

$x^2 + 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow x(x+4) - 2(x+4) \geq 0 \therefore (x+4)(x-2) \geq 0$

এখন, $(x + 4)(x - 2) = 0$ ধরে, $x = -4$, এবং $x = 2$ বের করে, $x \leq a$ (ছোট মান) অথবা $x \geq b$ (বড় মান)

আকারে সাজালে পাই, $x \leq -4$ অথবা $x \geq 2$ ∴ নির্ণেয় সামধান: $x \leq -4$ অথবা $x \geq 2$

ব্যবধীতে প্রকাশ : $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ [এখানে, ≥ থাকায় সংখ্যা দুটির সাথে তৃতীয় বন্ধনী বসেছে] (উত্তর:)

নিজে করুন:

৭০. $(x - 1)(x + 2) \geq 0$ অসমতার সমাধান-

ক. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$ খ. $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$ গ. $[-2, 1]$ ঘ. $(-\infty, 2)$ উত্তর: ক

৭১. $x^2 - 2x + 1 > 0$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি?

ক. $(-1, 1)$ খ. $(1, 2)$ গ. $(-\infty, 1] \cup [1, +\infty]$ ঘ. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ উত্তর: ঘ

৭২. $x^2 - 8x + 15 > 0$ অসমতার সমাধান

ক. $[3, 5]$ খ. $(3, 5)$ গ. $(-\infty, 3) \cup (5, +\infty)$ ঘ. $(-\infty, 3] \cup [5, +\infty)$ উত্তর: গ

৭৩. $x^2 - 9x + 8 \geq 0$ অসমতাটির সমাধান- ?

ক. $-1 \leq x \leq 8$ খ. $1 < x < 8$ গ. $x \leq 1$ অথবা $x \geq 8$ ঘ. $(-\infty, 1) \cup (8, +\infty)$ উত্তর: ঘ

৭৪. $x^2 - x - 15 > 0$ অসমতার সমাধান-

ক. $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ খ. $(-2, 3)$ গ. $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ ঘ. $[-2, 3]$ উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৬: তিন রাশির অসমতা

অসমতায় ৩ রাশি থাকলে তা থেকে দুটি আলাদা সমীকরণ তৈরী করে দুটি অংশের আলাদা সমাধান করার পর একসাথে সমন্বয় করে উত্তর বের করতে হয়।

৭৫. সমাধান করুন : $-5 \leq x - 4 \leq 13$

সমাধান: প্রথম অংশ $-5 \leq x - 4 \Rightarrow -5 + 4 \leq x - 4 + 4 \Rightarrow -1 \leq x \therefore x \geq -1$

দ্বিতীয় অংশ: $x - 4 \leq 13 \Rightarrow x - 4 + 4 \leq 13 + 4 \therefore x \leq 17$ **নির্ণেয় সমাধান: $17 \geq x \geq -1$ অথবা $-1 \leq x \leq 17$**

৭৬. $2x - 7 < 8 < 3x - 11$ হলে, x এর মান পূর্ণসংখ্যা নির্ণয় করুন। *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের সহ: পরিচালক-২০০১]* উত্তর: খ

ক. 5 খ. 7 গ. 10 ঘ. 12

সমাধান: প্রথম অংশ, $2x - 7 < 8 \Rightarrow 2x < 15 \Rightarrow x < \frac{15}{2} \therefore x < 7.5$

দ্বিতীয় অংশ, $8 < 3x - 11 \Rightarrow 3x > 19 \Rightarrow x > \frac{19}{3} \therefore x > 6.333$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: $= 6.333 < x < 7.5$ অর্থাৎ x এর মান 6.333 এর থেকে বড় এবং 7.5 এর থেকে ছোট উত্তর: 7

৭৭. x এর কতগুলো পূর্ণ সংখ্যার জন্য $7 < 2x - 3 < 15$ সত্য হবে?

ক. 6 খ. 7 গ. 8 ঘ. সবগুলোই উত্তর: ঘ

সমাধান: $7 < 2x - 3 < 15 \Rightarrow 7 + 3 < 2x < 15 + 3 \Rightarrow 10 < 2x < 18 \Rightarrow 5 < x < 9 \therefore x = 6, 7, 8$

পদ্ধতি-০৭: অসমতার বিবিধ

৭৮. মিনার ৬টি কলম আছে যার প্রতিটির মূল্য ২৫ টাকার বেশি কিন্তু ৩০ টাকার কম। ৬টি কলমের মোট মূল্য কত ? *[ডাক অধিদপ্তরের নিয়োগ- ২০১৮]*

ক. ১৫০ টাকা খ. ১৮০ টাকা গ. ১৬৭ টাকা ঘ. ১০০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান:

প্রতিটি কলমের মূল্য ২৫ টাকা হিসেবে ৬টি কলমের সর্বনিম্ন মূল্য হতে পারে = ২৫×৬ = ১৫০ আবার প্রতিটি কলমের সর্বোচ্চ মূল্য ৩০ টাকা হিসেবে ৬টি কলমের সর্বোচ্চ মূল্য হতে পারে = ৩০×৬ = ১৮০ টাকা। যাকে অসমতা দিয়ে লেখা যায় ১৫০< ৬টি কলম < ১৮০, অপশনের মধ্যে ১৫০ ও ১৮০ এর মাঝের সংখ্যা শুধু ১৬৭ ই দেয়া আছে। তাই উত্তর: ১৬৭ টাকা।

৭৯. $|x - 5| \leq 4$ হলে , নিচের যে ব্যবধি সত্য তা হলো? *[সিনিয়র স্টাফ নার্স-২০১৭]*

ক. $x \in [1, 5]$ খ. $x \in [1, 7]$ গ. $x \in [1, 3]$ ঘ. $x \in [1, 9]$ উত্তর: ঘ

সমাধান : $|x - 5| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x - 5 \leq 4 \Rightarrow -4 + 5 \leq x - 5 + 5 \leq 4 + 5 \therefore 1 \leq x \leq 9$ সুতরাং $x \in [1, 9]$

৮০. যদি $|x - 1| = 2x$ হয় তাহলে x এর মান কত? *[Bangladesh Bridge Authority(AD): 2020]*

ক. -1 খ. $\frac{4}{3}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. 2 উত্তর: গ

সমাধান : $|x - 1| = 2x$ এখানে, $x - 1$ ধনাত্মক হলে, $x - 1 = 2x \therefore x = 1$

আবার, $x - 1$ ঋনাত্মক হলে, $-(x-1) = 2x \Rightarrow -x + 1 = 2x \Rightarrow -3x + 1 = -1 \therefore x = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

কিন্তু $x = 1$ নিলে সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না। (কারণ $x = 1$ বসালে, 1-1 = 2.1, 0=2, বাম পাশে 0 হয়ে যায় যা সঠিক নয়)

সুতরাং ∴ $x = \frac{1}{3}$ [এখান থেকে বোঝা গেলো শুধু উত্তর বের হলেই তা নেয়া যাবে না, শুদ্ধি পরীক্ষাও করতে হবে।]

৮১. If $b < 2$ and $2x - 3b = 0$, which of the following must be true? *[IFIC BANK (MTO) – 2017]*

ক. $x > -3$ খ. $x < 2$ গ. $x = 3$ ঘ. $x < 3$ উত্তর: ঘ

সমাধান:

দেয়া আছে, $b < 2$

$\Rightarrow 3b < 6$ [3 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow -3b > -6$ [- দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow 2x - 3b > 2x - 6$ [2x যোগ করে]

$\Rightarrow 0 > 2x - 6$ [প্রশ্ন অনুযায়ী $2x - 3b = 0$]

$\Rightarrow 2x < 6 \therefore x < 3$

মনে রাখুন: উপরের দুটি প্রশ্ন থেকে শেখা গেল যে কিভাবে (=) চিহ্ন থাকলে তা অসমতার প্রশ্নে কাজে লাগাতে হয়। এখানে, (=) এর মানটি অসমতার রাশিতে বসানোর জন্য ঠিক সমীকরণের একপাশের রাশির সমান করে অন্যপাশের রাশি মেলানো হয়েছে তারপর অসমতাতে তা বসানো হয়েছে।

2 Special Math: এই অংক দুটার বিস্তারিত ব্যাখ্যাগুলো পড়ে বুঝলে অসমতার অংক নিয়ে বিভিন্ন ভাবে চিন্তা করার শক্তি বাড়বে।

৮২. $p > 2$ ও $q > -1$ হলে নিচের কোনটি সবসময় সত্য হবে? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. $pq > -2$ খ. $-p < 2q$ গ. $pq < -2$ ঘ. $-p > 2q$

সমাধান: (ভালোভাবে বোঝার জন্য বিস্তারিত সমাধান দেয়া হলো। বুঝে গেলে কয়েক সেকেন্ডেই পারা যাবে) উত্তর: ঘ

এখানে $p > 2$ সুতরাং p এর মান হতে পারে, (২.৫) , ৩, ৪, ৫, ৬, (৭.২), , , , ,

আবার, $q > -১$ সুতরাং q এর মান হতে পারে, ০, (০.৫) ১, (১.৫) ২, ৩, ৪, ৫ . . . . .

(একটা বিষয় খুব গুরুত্বপূর্ণ: এখানে, p এবং q পূর্ণসংখ্যা কি না তা দেয়া নেই। তাই এরা ভগ্নাংশও হতে পারে)

A) $pq > -2$ এখানে, $p = ১০$ আর $q = -০.৫$ নিয়ে গুণ করলে দেখা যাবে , $pq = ১০\times(-০.৫) = -৫$ যা ডানপাশের -২ এর থেকে ছোট । তাই $pq > -২$, কিছু ক্ষেত্রে সঠিক হলেও সব সময় সঠিক নয়। [সহজ ভাষায় একটি ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক নিলে গুণফল ঋণাত্মক হলে তা -২ এর থেকে ছোট ও হতে পারে]

B) $-p < 2q$ এখানে, p এর মান ৩ থেকে শুরু করে যে কোন সংখ্যা নিলে তার আগে (-) চিহ্ন বসালে তা ঋণাত্মক সংখ্যা হবে যা শুরু হবে -৩ দিয়ে। আবার q এর মান (-১) এর থেকে বড় অর্থাৎ (-০.৯৯) দিয়ে শুরু $\Rightarrow$ (-০.৫) বা ১ বা ২ বা ৫ বা ১০ যা ই বসানো হোক না কেন তা ২ এর সাথে গুণ করলে গুণফলটি -৩ এর থেকে সবসময়ে বড় ই হবে। **তাই এটিই উত্তর।**

C) $pq < -২$, অপশন (A) এর সাথে মিল করে হিসেব করলে দেখা যায়, $p = ১০$ আর $q = ২$ নিয়ে গুণ করলে দেখা যায় , $pq = ১০\times২ = ২০$ যা ডানপাশের -২ এর থেকে বড় । তাই $pq < -২$ কিছু ক্ষেত্রে সঠিক হলেও সব সময় সঠিক নয়। [সহজ ভাষায় দু'টি সংখ্যা ই ধনাত্মক নিলে গুণফল ধণাত্মক হবে যা -২ এর থেকে বড় হবে]

D) $-p > 2q$, অপশন (B) যে কারণে সঠিক ঠিক একই কারণে $-p > 2q$ সঠিক নয়।

৮৩. **If $x \geq 8$ and $y \leq 3$, then which of the following must be true?** *[BREB-2019]*

ক. $x+y \geq 5$ খ. $x+y \leq 11$ গ. $x-y \leq 5$ ঘ. $x-y \geq 5$ উত্তর: খ

সমাধান: প্রশ্নগুলোতে প্রদত্ত ক্লু এবং অপশন গুলো টেস্ট করার মাধ্যমে উত্তর বের করতে হয়।

$x \geq 8$ অর্থ x এর মান ৮ থেকে শুরু করে ৮ এর উপরে যে কোন সংখ্যা যেমন: ৮,৯,১০ - - - ৫০---৫০০

আবার, $y \leq 3$ অর্থ y এর মান ৩ থেকে শুরু করে ৩ এর নিচে যত সংখ্যা আছে যেমন: ৩, ২, ১, ০, -১ , -৫, -১০, -৫০০

এখন খেয়াল করুন প্রশ্নে বলা হয়েছে **must be true** অর্থাৎ অবশ্যই সত্য হবে । অর্থাৎ অন্য কিছু হওয়ার সুযোগ থাকলে তা নেয়া যাবে না। **এখন অপশনগুলো টেস্ট করলেই উত্তর বের হয়ে যাবে।**

(a) $x+y \geq 5$ [এখানে x এর মান 8 এবং y এর মান -3 নিলে $x+y = 8+(-3) = 5$ আবার এখানেই x এর মানটা একটু বড় নিলেই $x+y$ এর মান 5এর থেকে বড় ও হবে। তাহলে বলা যায় $x+y \geq 5$ কিন্তু x এর মানকে বড় না করে y এর মানকে পরিবর্তন করলে যেমন: $y=-4$ নিলে $x+y = 8+(-4) = 4$ যা ৫ এর থেকে ছোট। **সুতরাং এটা সঠিক না ও হতে পারে।**]

(b) $x+y \leq 11$ [উপরের মতই (b) $x+y$ এর মান ১১ এর সমান বা ১১ এর থেকে কম হতে পারে যদি ছোট সংখ্যা থেকে বড় সংখ্যা বিয়োগ করা হয়। কিন্তু প্রথমের সংখ্যাটা অনেক বড় নেয়ার পর পরের সংখ্যাটা ছোট নিলে বিয়োগ করার পরও বিয়োগফলটাকে অনেক বড় বানানো সম্ভব। যেমন:$x = 500$ এবং $y = 1$ হলে $x+y = 500+1 = 501$ যা ১১ এর থেকে অনেক বড়। তাই এটাও সঠিক নয়। **৫০০ এর জায়গায় ৫০০০ ও নেয়া যায় এই বিষয়টা মাথায় রাখতে হবে।** অনেকে ছোট ছোট সংখ্যার মধ্যেই থাকার কারণে কনফিউশন দূর হতে বেশি সময় লাগে।]

উপরের অপশন দুটি থেকে এটা বোঝা গেল যে যোগ করে যোগফল টির ধনত্মক বা ঋণাত্মক মান আনলিমিটেড হতে পারে। একটা ট্রিক্স দেই। এরকম প্রশ্নগুলো মুলত সীমারেখার শেষ মানের উপর উত্তর বের হয়। নিচে দেখুন।

(c) $x-y \leq 5$ [$8-3 = 5$ হয় কিন্তু ৯-৩ = ৬ হয়। অর্থাৎ বিয়োগফল ৫ থেকে শুরু করে বড় হচ্ছে । (কমতেও পারে) যেহেতু বড় হতে পারে তাই এটা সঠিক নয়]

(d) $x-y \geq 5$ [$8-3 = 5$ এখানে ৮ এর থেকে ছোট করার আর উপায় নেই । তেমনিভাবে ৩ এর থেকে বড় করার উপায় ও নেই। কারণ এগুলো সর্বশেষ মান। এখন $9-3 = 6$ অর্থাৎ ৫ এর থেকে বড় হচ্ছে। আবার y এর মান ৩ না নিয়ে ছোট নিলে যেমন: ৮-

$২ = ৬$, আবার ৮- (-৫) = ১৩ অর্থাৎ বড় ঋণাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল ছোট না হয়ে আরো বড় হয়ে যাচ্ছে । তাহলে বোঝা যাচ্ছে এখানে কোনভাবেই বিয়োগফলকে ৫ এর থেকে ছোট করা যাচ্ছে না।]

Shortcut: x এর সর্বনিম্ন মান 8 থেকে y এর সর্বোচ্চ মান 3 বিয়োগ করার পরও বিয়োগফল 5 হয়। এর বাইরে অন্য যে কোন মান নিয়ে হিসেব করলে তা 5 এর থেকে বড় হবে কিন্তু কোনভাবেই কম হবে না। তাই উত্তর: **d. $x-y \geq 5$**

Practice Part

১. **সমাধান করুন: $x-9 > 3x+1$** *[৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর উদা নং: ৪]*

ক. $(-\infty,-5)$ খ. $[-5,+\infty)$ গ. $(-\infty,-5\ ]$ ঘ. $(-5,+\infty)$

২. **$5(3-2t) \leq 3(4-3t)$** *[৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৭ নং]*

ক. $[3,+\infty)$ খ. $(3,+\infty)$ গ. $(-\infty,3\ ]$ ঘ. $(-\infty,3)$

৩. **$3x-2 > 7$ এবং $4x-13 > 15$ অসমতা দুটি, x এর কোন মানের জন্য সত্য হবে?**

ক. $7 > x > 3$ খ. $-3 > x > 7$ গ. $x > 7$ ঘ. $x > 4$

৪. $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5} > \frac{47}{60}$ *[৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৮ নং]*

ক. $(-\infty,1)$ খ. $(2,+\infty)$ গ. $(1,+\infty)$ ঘ. $(-\infty,2)$

৫. $x \leq \frac{x}{3}+4$ *[৯ম-১০ম উচ্চতর গণিত অনু: ৬.১ এর ৬ নং]*

ক. $(-\infty,5\ ]$ খ. $(-\infty,6\ ]$ গ. $[6,+\infty)$ ঘ. $[5,+\infty)$

৬. **পরম মান চিহ্ন ব্যবহার করে অসমতাটিকে প্রকাশ করুন: $-5 < x < 3$**

ক. $|x-1| < 4$ খ. $|x+1| < 2$ গ. $|x+1| < 5$ ঘ. $|x+1| < 4$

৭. $\frac{1}{|2x+1|} \leq 3$ **এর সমাধান করুন।**

ক. $\left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$ খ. $\left[-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right]$

গ. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right) \cup \left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$ ঘ. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right] \cup \left[-\frac{1}{3},+\infty\right)$

৮. **$(5x-6)(x-3) < 0$ অসমতাটির সমাধান-**

ক. $\frac{6}{5} < x < 3$ খ. $[\frac{6}{5},8]$ গ. $\frac{6}{5} \leq x \leq 3$ ঘ. $[\frac{6}{5},3]$

৯. **$x^2-6x-7 > 0$ অসমতাটির সমাধান নিচের কোনটি?**

ক. $(-\infty,-1)\cup[7,+\infty)$ খ. $(-1,7)$ গ. $[-2,7]$ ঘ. $(-\infty,-1)\cup(7,+\infty)$

১০. **$(2x-1)(x+2) > 0$ অসমতার সমাধান-**

ক. $(-\infty,2)\cup(\frac{1}{2},+\infty)$ খ. $(-\infty,-2)\cup(\frac{1}{2},+\infty)$ গ. $[-2,\frac{1}{2}]$ ঘ. $(-2,\frac{1}{2})$

উত্তরমালা

১.	ক	২.	ক	৩.	গ	৪.	গ	৫.	খ
৬.	ঘ	৭.	ঘ	৮.	ক	৯.	ঘ	১০.	খ

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: $x-9>3x+1 \Rightarrow x-9+9>3x+1+9 \Rightarrow x>3x+10$
$\Rightarrow x-3x>3x-3x+10 \Rightarrow -2x>10 \therefore x<-5$

২. সমাধান: $5(3-2t)\le 3(4-3t) \Rightarrow 15-10t\le 12-9t \Rightarrow 15-10t-15\le 12-9t-15$
$\Rightarrow -10t\le -3-9t \Rightarrow -10t+9t\le -3-9t+9t \Rightarrow -t\le -3 \therefore t\ge 3$

৩. সমাধান: $3x-2>7 \Rightarrow 3x>9 \therefore x>3$ এবং $4x-13>15 \Rightarrow 4x>28 \therefore x>7$
$\therefore x>7$ এর জন্য অসমতা 2 টি ই সত্য হবে। কারণ যে সংখ্যাগুলো 7 এর থেকে বড় সেগুলো 4 এর থেকেও বড়।

৪. সমাধান: $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}>\frac{47}{60} \Rightarrow \frac{20x+15x+12x}{60}>\frac{47}{60} \Rightarrow 47x>47 \therefore x>1$

৫. সমাধান: $x\le \frac{x}{3}+4 \Rightarrow x-\frac{x}{3}\le \frac{x}{3}-\frac{x}{3}+4 \Rightarrow \frac{2x}{3}\le 4 \Rightarrow 2x\le 12 \therefore x\le 6$

৬. সমাধান: $-5<x<3 \Rightarrow -5+1<x+1<3+1 \Rightarrow -4<x+1<4 \therefore |x+1|<4$

৭. সমাধান: $\frac{1}{|2x+1|}\le 3 \Rightarrow |2x+1|\ge \frac{1}{3}$ (বিপরীত করণ করে)

এখন, $(2x+1)$ ধনাত্মক হলে, $\Rightarrow 2x+1\ge\frac{1}{3} \Rightarrow 2x\ge\frac{1}{3}-1 \Rightarrow 2x\ge\frac{1-3}{3} \Rightarrow 2x\ge\frac{-2}{3} \therefore x\ge -\frac{1}{3}$

আবার, $(2x+1)$ ঋণাত্মক হলে, $-(2x+1)\ge\frac{1}{3} \Rightarrow 2x+1\le -\frac{1}{3}$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

$\Rightarrow 2x\le -\frac{1}{3}-1 \Rightarrow 2x\le\frac{-1-3}{3} \Rightarrow 2x\le -\frac{4}{3} \therefore x\le -\frac{2}{3}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x\ge -\frac{1}{3}$ অথবা $x\le -\frac{2}{3}$ (**শর্টকাটে** এক লাইনে করার নিয়মে নিজে করুন।)

৮. সমাধান: $(5x-6)(x-3)<0$
$(5x-6)(x-3)=0$ ধরে x এর মান বের করি
হয়, $5x-6=0 \Rightarrow 5x=6 \therefore x=\frac{6}{5}$ অথবা, $x-3=0 \therefore x=3$ $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{6}{5}<x<3$

৯. সমাধান: $x^2-2x+>0 \Rightarrow x^2-7x+x-7>0 \Rightarrow x(x-7)+1(x-7)>0 \therefore (x-7)(x+1)>0$
এখন, $(x-7)(x+1)=0$ ধরে, x এর মান বের করি।
হয়, $x-7=0 \therefore x=7$ অথবা, $x+1 \therefore x=-1$
এবার, x এর মান দুটিকে $x<a$ অথবা $x>b$ আকারে সাজাই যেখানে $a=x$ এর ছোট মান এবং $b=x$ এর বড় মান।
নির্ণেয় সমাধান: $x<-1$ অথবা, $x>7$ ব্যবধির মাধ্যমে প্রকাশ: $(-\infty,-1)\cup(7,+\infty)$

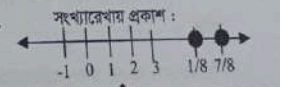
১০. সমাধান: $(2x-1)(x+2)>0$
এখানে, $(2x-1)(x+2)=0$ ধরে x এর মান বের করি।
হয়, $2x-1 \Rightarrow 2x=1 \therefore x=\frac{1}{2}$ অথবা, $x+2=0 \therefore x=-2$
এবার, x এর মান দুটিকে $x<a$ অথবা $x>b$ আকারে সাজাই যেখানে $a=x$ এর ছোট মান এবং $b=x$ এর বড় মান
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $x<-2$ অথবা $x>\frac{1}{2}$। ব্যবধির মাধ্যমে প্রকাশ করলে পাই: $(-\infty,-2)\cup(\frac{1}{2},+\infty)$

লিখিত অংশ

১. a-এর কোন মানের জন্য $a^2+1<2a+4$ হবে? [১১তম বিসিএস লিখিত]
সমাধান:
$a^2+1<2a+4 \Rightarrow a^2-2a-3<0 \Rightarrow a^2-3a+a-3<0 \Rightarrow a(a-3)+1(a-3)<0 \therefore (a-3)(a+1)<0$
এখন, $(a-3)(a+1)<0$ তখনি সঠিক হবে, যখন $(a-3)$ ও $(a+1)$ এর একটি ধনাত্মক ও অন্যটি ঋণাত্মক হবে।
$a-3$ ধনাত্মক হলে, $a-3>0 \therefore a>3$ তখন $a+1$ ঋণাত্মক হবে, অর্থাৎ $a+1<0 \therefore a<-1$
$\therefore$ সমাধান: $-1>a>3$ কিন্তু তা সম্ভব নয়। কেননা -1 এর থেকে ছোট কিন্তু 3 এর থেকে বড় সংখ্যা নেই।
আবার, $(a-3)$ ঋণাত্মক হলে, $a-3<0 \therefore a<3$ তখন, $a+1$ ধনাত্মক হবে, অর্থাৎ $a+1>0 \therefore a>-1$
সুতরাং সমাধান: $-1<a<3$ হবে যা সম্ভব। $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $=-1<a<3$ (Ans:)

২. অসমতাটির সমাধান সেট নির্ণয় করুন ও সমাধান সেটটিকে সংখ্যারেখায় দেখান $\frac{3}{|2x-1|}\ge 4$ [৩৫তম বিসিএস(লিখিত)]

সমাধান: $2x-1$ কে ধনাত্মক ধরে) $\frac{3}{2x-1}\ge 4 \Rightarrow \frac{2x-1}{3}\le\frac{1}{4}$ [বিপরীতকরণ করলে চিহ্ন পরিবর্তন হয়]
$\Rightarrow 2x-1\le\frac{3}{4}$ (দুপাশে 3 দিয়ে গুণ করে) $\Rightarrow 2x\le\frac{3}{4}+1 \Rightarrow 2x\le\frac{7}{4} \therefore x\le\frac{7}{8}$ (দুপাশে 2 দিয়ে ভাগ করে)
আবার, $(2x-1)$ ঋণাত্মক হলে, $\frac{3}{-(2x-1)}\ge 4 \Rightarrow \frac{-(2x-1)}{3}\le\frac{1}{4}$ (বিপরীতকরণ করে)
$\Rightarrow (2x-1)\ge -\frac{3}{4}$ (দুপাশে -3 দিয়ে গুণ করে, চিহ্ন উল্টে যায়) $\Rightarrow 2x\ge -\frac{3}{4}+1 \Rightarrow 2x\ge\frac{1}{4} \therefore x\ge\frac{1}{8}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $\frac{1}{8}\le x\le\frac{7}{8}$, সমাধান সেট: $\{x\in R: \frac{1}{8}\le x\le\frac{7}{8}\}$,



পরামর্শ: অসমতার অনেক বিষয় লিখে সম্পূর্ণ ক্লিয়ার করা কঠিন। এজন্য আমাদের ভিডিওগুলো দেখুন।
আমাদের অফিসিয়াল Youtube চ্যানেল **Khairuls Math** ভিজিট করুন.

পরিসংখ্যান

প্রাথমিক আলোচনা :

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত অংকগুলো খুব বড় বড় ও তথ্যমূলক হওয়ায় এমসিকিউ পরীক্ষায় খুব আসে না, অথবা আসলেও খুব সহজ ভাবে আসে যেমন: শুধু মধ্যক, অথবা প্রচুরক কয়টি আছে তা বের করতে বলা হতে পারে। গড়ের সাথে এই অধ্যায়ের অনেকখানি মিল থাকায় এই অধ্যায়ের অধিকাংশ অংকই গড় অধ্যায়ের অংকের মতই, নিচের প্রশ্নটি দেখুন।

পরিসংখ্যান: (Statistics)

পরিসংখ্যান হল ব্যবহারিক গণিতের একটি শাখা যা সংখ্যাত্মক তথ্য সংগ্রহ ও বিশ্লেষণে প্রয়োগ করা হয়।

উপাত্ত: (Data) :

সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশিত তথ্যকে উপাত্ত বলে।

কেন্দ্রিকতা (Central tendency) :

অধিকাংশ উপাত্তের মান মোটামুটিভাবে মাঝামাঝি অবস্থানে সংঘবদ্ধ হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রিকতা বলে।

গণসংখ্যা নিবেশন: শ্রেণীভিত্তিক গণসংখ্যা উপস্থাপন করে যে সারণী পাওয়া যায় তাকে গণসংখ্যা নিবেশন বলে।

১. **পরিসংখ্যানের উপাত্তকে কত ভাবে সাজানো যায়?**

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: ক

সমাধান: পরিসংখ্যানের উপাত্তকে মোট ২ ভাবে সাজানো যায় যথা: বিন্যস্ত ও অবিন্যস্ত ।

২. **একটি শ্রেণীতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?** *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (মোটরপলিটন সর্টে পরিদর্শক)-২০১৬]*

ক. শ্রেণীর গণসংখ্যা খ. শ্রেণীর মধ্যবিন্দু গ. শ্রেণী সীমা ঘ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা উত্তর: ক

মধ্যক (Median):

প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে (উর্ধ্বক্রমে বা নিম্নক্রমে) সাজালে, যে মান উপাত্তগুলোকে সমান দুইভাগে ভাগ করে, তাকে উপাত্তগুলোর মধ্যক বলা হয়। অর্থাৎ মধ্যক হচ্ছে ক্রমবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যপদের মান।

মধ্যক বের করার নিয়ম: মধ্যক দুভাবে বের করা যায়:

ক : উপাত্ত বিজোড় সংখ্যক হলে মধ্যক হবে মধ্যপদের মান।

যদি মোট উপাত্ত সংখ্যা n সংখ্যক হয় এবং n = বিজোড় সংখ্যা হয় তাহলে মধ্যপদ বা মধ্যক হবে = $\frac{n+১}{২}$ তম পদ।

আবার যদি উপাত্ত সংখ্যা n = জোড় সংখ্যক হয় তাহলে মধ্যক হবে মাঝখানের পদ দুইটি গড়।

অর্থাৎ = $\frac{\frac{n}{২}\text{তম পদ}+\left(\frac{n}{২}+১\right)\text{তম পদ}}{২}$ যেমন: উপাত্ত: ৭, ৩, ১০, ১৩, ৩, ৯, ১৫, ৭

উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে পাই = ৩, ৩, ৭, ৭, ৯, ১০, ১৩, ১৫

এখানে, পদসংখ্যা = ৮ টি । সুতরাং উপাত্তগুলোর মধ্যক = $\frac{৮}{২}$ = ৪র্থ পদ এবং ৪+১ = ৫ম পদের গড়।

উপাত্তগুলোর ক্রমানুসারে সাজানোর পর ৪র্থ ও ৫ম পদ যথাক্রমে ৭ ও ৯। সুতরাং মধ্যক = $\frac{৭+৯}{২}=\frac{১৬}{২}=৮$ ।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

৩. **তথ্য সারির মোট মানের সংখ্যা n বিজোড় হলে মধ্যমা কত?** *[রাজস্ব বোর্ডের (সহকারী রাজস্ব কর্মকর্তা)(মুক্তিযোদ্ধা)-২০১৫]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*

ক. $\frac{n}{2}$ খ. $\frac{n+1}{2}$ গ. $\frac{n+2}{2}$ ঘ. n(n+1) উত্তর: খ

সমাধান: সরাসরি সূত্রটিই উত্তর।

৪. **৫, ৪, ৮, ১১, ৭, ৯, ১২, ১০, ১৩ রাশিগুলো উর্ধ্বক্রম সাজালে কততম রাশিটি মধ্যক হবে?** *[CAAB (SO)-2021]*

ক. ৩য় খ. ৫ম গ. ৪র্থ ঘ. ২য় উত্তর: খ

সমাধান: রাশিটিকে উর্ধ্বক্রম সাজালে আমরা পাই = ৪, ৫, ৭, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩ এখানে মোট সংখ্যা n = ৯টি

সুতরাং মধ্যক = $\frac{n+১}{২}$ তম পদ = $\frac{৯+১}{২}$ তম পদ = $\frac{১০}{২}$ তম পদ = ৫ম পদ।

৫. **প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি? ১২, ৯, ১৫, ৫, ২০, ৮, ২৫, ১৭, ২১, ২৩, ১১।** *[সমাজকল্যাণ মন্ত্রণালয় (সমাজকল্যাণ সংগঠক)-২০০৫]*

ক. ১৩ খ. ১৪ গ. ১২ ঘ. ১৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: উপাত্তগুলোকে উর্ধ্বক্রমে সাজালে পাই- ৫, ৮, ৯, ১১, ১২, ১৫, ১৭, ২০, ২১, ২৩, ২৫,

এখানে সর্বমোট পদের সংখ্যা = ১১টি পদ নির্ণেয় মধ্যক = $\frac{n+১}{২}$ তম পদ। ৬ষ্ঠ পদ = ১৫

নিজে করুন:

৬. **৪, ৫, ৯, ২, ১১, ১, ৩, ৭, ১৪ প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্য থেকে মধ্যক নির্ণয় করুন?**

ক. ৪ খ. ৯ গ. ১১ ঘ. ৫ উত্তর: ঘ

৭. **৮, ১০, ১৬, ১৪, ১৬, ২০ উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি ?** *[NSI (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. ১৪ খ. ১৬ গ. ১৫ ঘ. ৩০ উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, মধ্যক = $\frac{\frac{n}{২}\text{তম পদ}+\left(\frac{n}{২}+১\right)\text{তম পদ}}{২}$; যখন n জোড়।

প্রদত্ত উপাত্ত: ৮, ১০, ১৬, ১৪, ১৬, ২০ এবং ছোট থেকে বড় সাজিয়ে পাই ৮, ১০, ১৪, ১৬, ১৬, ২০।

∴ মধ্যক = $\frac{\frac{৬}{২}\text{তম পদ}+\left(\frac{৬}{২}+১\right)\text{তম পদ}}{২}=\frac{৩\text{তম পদ}+৪\text{তম পদ}}{২}=\frac{১৪+১৬}{২}=\frac{৩০}{২}=১৫$।

৮. **নিচের সংখ্যাগুলোর মধ্যক নির্ণয় করুন:** 23, 11, 25, 15,21, 12, 17, 18, 22, 27, 19, 30, 16, 29

ক. ২২ খ. ২০ গ. ১৫ ঘ. ৩০ উত্তর : খ

সমাধান: সংখ্যাগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে, (ছোট থেকে বড় আকারে সাজাতে হয়)

11, 12, 15, 16, 17, 18, **19, 21,** 22, 23, 25, 27, 29,30

এখানে মোট পদ আছে n = ১৪টি।

তাহলে মধ্যক হবে= $\frac{\frac{n}{2}\text{th}+\left(\frac{n}{2}+1\right)\text{th}}{2}=\frac{\frac{14}{2}\text{th}+\left(\frac{14}{2}+1\right)\text{th}}{2}=\frac{7\text{th}+8\text{th}}{2}=\frac{19+21}{2}=\frac{40}{2}=20$

নিজে করুন:

৯. **৫, ৭, ১১, ৬, ১৫, ১৭, ১৯, ২১ প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় করুন?**

ক. ৫ খ. ৭ গ. ১৩ ঘ. ১৫ উত্তর: গ

জ্যামিতি অংশ

একটি চীনা প্রবাদ "**A picture is worth than thousand words**" অর্থাৎ একটি ছবি হাজারটা শব্দের থেকে উত্তম। তাই জ্যামিতি অংশ পড়ার সময় চিত্র মিলিয়ে পড়লে দ্রুত বুঝতে পারবেন, এবং অনেকদিন মনে থাকবে।

জ্যামিতি অংশ নিয়ে কিছু গুরুত্বপূর্ণ কথা:

- গণিতের এই অধ্যায়টি সবথেকে ছোট এবং খুব কম সময় ও শ্রম দিয়ে বেশি নম্বর পাওয়া সম্ভব।
- এই অংশ থেকে খুব সহজ এবং বাসিক প্রশ্ন গুলো আসে।
- একই রকম প্রশ্ন শুধু নাম ও সংখ্যা পরিবর্তন করে রিপিট হয়।
- তাই প্রশ্ন সমাধান করার চেয়ে থিউরি গুলো ভালোভাবে বুঝে বুঝে পড়বেন।
- মাত্র ৭ দিন এই বইয়ের জ্যামিতি অংশের সবগুলো নিয়ম চিত্র বুঝে বুঝে পড়ার পর সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো সমাধান করলে জ্যামিতি অংশের প্রশ্নগুলো সমাধান করতে সমস্যা হবে না।

প্রাথমিক আলোচনা:

জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। যদিও ব্যুৎপত্তিগতভাবে "জ্যামিতি" শব্দের অর্থ ভূমির পরিমাপ তথা জ্যামিতি প্রকৃত পক্ষে স্থান বিষয়ক বিজ্ঞান (Geometry is the science concerned with space) ভূমি পরিমাপের জন্য জ্যামিতির উদ্ভব হলেও বর্তমানে জ্যামিতি কেবল ভূমি পরিমাপের জন্যই ব্যবহৃত হয় না বরং বহু জটিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জ্যামিতিক জ্ঞান অপরিহার্য। জ্যামিতিক জ্ঞান আমাদের জীবনের সমস্যা সমাধানের ইঙ্গিত দেয়, চিন্তা শক্তির উন্নেষ ও মননশীলতার উৎকর্ষ সাধন করে থাকে।

জ্যামিতি বা Geometry শব্দের 'জ্যা' (Geo)এর অর্থ ভূমি এবং 'মিতি' (Metron) এর অর্থ পরিমাপ অর্থাৎ 'ভূমির পরিমাপ'। (The word 'geometry' means 'earth measure')

আরো বলা যায়, "গণিতশাস্ত্রের যে শাখায় বিন্দু থেকে বৃত্ত পর্যন্ত যাবতীয় ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য ধর্ম এবং ক্ষেত্রের পরিমাপ সম্বন্ধে আলোচিত হয় তারই নাম জ্যামিতি। খ্রিষ্টপূর্ব ৩০০ সালে ইউক্লিড তার The Elements গ্রন্থে জ্যামিতির মূল তত্ত্বগুলো আলোচনা করেছেন।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১. জ্যা শব্দের অর্থ কি? *(স্বাস্থ্য অধিদপ্তর-০৪)* উত্তর: ভূমি

২. কোনো কিছু *(ধরা যাক,জনসংখ্যা)* বৃদ্ধির ধারা যদি ২,৪,৮,১৬,৩২ ইত্যাদি-এই হারে বৃদ্ধি হতে থাকে তাহলে ঐ বৃদ্ধির হারকে কি বলা হয়? *(থানা শিক্ষা অফিসার-০৪)* উত্তর: জ্যামিতিক হার (গুণোত্তর ধারার মত)

রেখা ও কোণ

বিন্দু (Points): বিন্দুর শুধু অবস্থান আছে কিন্তু কোন মাত্রা নেই।

- দুটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি এবং কেবলমাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।
- দুটি সরলরেখা একটি এবং কেবল একটি বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করতে পারে।
- দুই বিন্দুর মধ্যে সরলরেখার দূরত্বই ক্ষুদ্রতম।
- যেসব বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে, তাদেরকে সমরেখ বিন্দু বলে।

রেখা ও কোণ:

রেখা (Line): বিন্দুর চলার পথকে রেখা বলে।

সমরেখ: যখন দুই-এর অধিক বিন্দু একই সরলরেখার উপর অবস্থিত হয়, তখন ঐ বিন্দুগুলিকে সমরেখ বিন্দু বলা হয়। চিত্রে A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

- রেখার কোন প্রান্ত বিন্দু নেই। রেখা ⟷
- রেখাংশের দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে। রেখাংশ —
- রশ্মির একটিমাত্র প্রান্তবিন্দু থাকে। রশ্মি —→

সরলরেখা (Straight Line): একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে যদি কোনো প্রকার দিকের পরিবর্তন না হয় তবে তাকে সরল রেখা বলে।

A ⟷ B

- দুটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।
- একটি সরলরেখার বহিস্থ যে কোনো বিন্দু থেকে ঐ সরলরেখা পর্যন্ত যেসব সরলরেখা আঁকা যায়, তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

বক্র রেখা (Zigzag line): একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে যদি দিক পরিবর্তন হয় তবে তাকে বক্র রেখা বলে।

A ⟷ B

সমান্তরাল রেখা (Parallel Lines): দুটি রেখা যদি পরস্পরের মধ্যে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রেখে চলতে থাকে তবে তাকে সমান্তরাল রেখা বলে। A ⟷ B, C ⟷ D

- কোন সরলরেখার বহিস্থ কোন বিন্দু থেকে উক্ত রেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাংশটিই ক্ষুদ্রতম।
- দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার কোন সাধারণ বিন্দু নেই।
- দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখার প্রত্যেকটি, কোন তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।
- যেসব সরলরেখা একই সরলরেখার সমান্তরাল তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- দুই বা ততোধিক সরলরেখা একটি সরলরেখার উপর লম্ব হলে, তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- একটি সরলরেখা সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের একটির উপর লম্ব হলে, তা অপরটির উপরও লম্ব।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১. **রেখার প্রান্ত বিন্দুর সংখ্যা হলো—** *মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারি পরিচালক)*
ক. ১ খ. ২ গ.৩ ঘ. কোন প্রান্ত বিন্দু নেই উত্তর:ঘ

২. **দুটি লাইন একে অন্যের থেকে ২মিটার দূরে সমান্তরাল ভাবে চলে যাচ্ছে, তারা একে অন্যের সাথে মিলিত হবে কত মিটার দূরে?**
(রাষ্ট্রায়ত্ব ব্যাংক সিনিয়র অফিসার১০০)
ক. ২০০ খ. ৪০০ গ. ৬০০ ঘ. কখনোই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: দুটি সমান্তরাল রেখা কখনোই মিলিত হয় না। মিলিত হলে তাদেরকে সমান্তরাল রেখাই বলা হবে না।

জ্যামিতি অংশ

একটি চীনা প্রবাদ "**A picture is worth than thousand words**" অর্থাৎ একটি ছবি হাজারটা শব্দের থেকে উত্তম। তাই জ্যামিতি অংশ পড়ার সময় চিত্র মিলিয়ে পড়লে দ্রুত বুঝতে পারবেন, এবং অনেকদিন মনে থাকবে।

জ্যামিতি অংশ নিয়ে কিছু গুরুত্বপূর্ণ কথা:

- গণিতের এই অধ্যায়টি সবথেকে ছোট এবং খুব কম সময় ও শ্রম দিয়ে বেশি নম্বর পাওয়া সম্ভব।
- এই অংশ থেকে খুব সহজ এবং ব্যাসিক প্রশ্ন গুলো আসে।
- একই রকম প্রশ্ন শুধু নাম ও সংখ্যা পরিবর্তন করে রিপিট হয়।
- তাই প্রশ্ন সমাধান করার চেয়ে থিউরি গুলো ভালোভাবে বুঝে বুঝে পড়বেন।
- মাত্র ৭ দিন এই বইয়ের জ্যামিতি অংশের সবগুলো নিয়ম চিত্র বুঝে বুঝে পড়ার পর সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো সমাধান করলে জ্যামিতি অংশের প্রশ্নগুলো সমাধান করতে সমস্যা হবে না।

প্রাথমিক আলোচনা:

জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। যদিও ব্যুৎপত্তিগতভাবে "জ্যামিতি" শব্দের অর্থ ভূমির পরিমাপ তথা জ্যামিতি প্রকৃত পক্ষে স্থান বিষয়ক বিজ্ঞান (Geometry is the science concerned with space) ভূমি পরিমাপের জন্য জ্যামিতির উদ্ভব হলেও বর্তমানে জ্যামিতি কেবল ভূমি পরিমাপের জন্যই ব্যবহৃত হয় না বরং বহু জটিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জ্যামিতিক জ্ঞান অপরিহার্য। জ্যামিতিক জ্ঞান আমাদের জীবনের সমস্যা সমাধানের ইঙ্গিত দেয়, চিন্তা শক্তির উন্মেষ ও মননশীলতার উৎকর্ষ সাধন করে থাকে।

জ্যামিতি বা Geometry শব্দের 'জ্যা' (Geo)এর অর্থ ভূমি এবং 'মিতি' (Metron) এর অর্থ পরিমাপ অর্থাৎ ভূমি পরিমাপ'। (The word 'geometry' means 'earth measure')

আরো বলা যায়, "গণিতশাস্ত্রের যে শাখায় বিন্দু থেকে বৃত্ত পর্যন্ত যাবতীয় ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য ধর্ম এবং ক্ষেত্রের পরিমাপ সম্বন্ধে আলোচিত হয় তারই নাম জ্যামিতি। খিষ্টপূর্ব ৩০০ সালে ইউক্লিড তার The Elements গ্রন্থে জ্যামিতির মূল তত্ত্বগুলো আলোচনা করেছেন।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১. জ্যা শব্দের অর্থ কি? *(স্বাস্থ্য অফিসার-০৪)* উত্তর: ভূমি

২. কোনো কিছু *(ধরা যাক,জনসংখ্যা)* বৃদ্ধির ধারা যদি ২,৪,৮,১৬,৩২ ইত্যাদি-এই হারে বৃদ্ধি হতে থাকে তাহলে ঐ বৃদ্ধির হারকে কি বলা হয়? *(থানা শিক্ষা অফিসার-০৪)* উত্তর: জ্যামিতিক হার (গুণোত্তর ধারার মত)

রেখা ও কোণ

বিন্দু (Points): বিন্দুর শুধু অবস্থান আছে কিন্তু কোন মাত্রা নেই।

- দুটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি এবং কেবলমাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।
- দুটি সরলরেখা একটি এবং কেবল একটি বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করতে পারে।
- দুই বিন্দুর মধ্যে সরলরেখার দূরত্বই ক্ষুদ্রতম।
- যেসব বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে, তাদেরকে সমরেখ বিন্দু বলে।

রেখা ও কোণ:

রেখা (Line): বিন্দুর চলার পথকে রেখা বলে।

সমরেখ: যখন দুই-এর অধিক বিন্দু একই সরলরেখার উপর অবস্থিত হয়, তখন ঐ বিন্দুগুলিকে সমরেখ বিন্দু বলা হয়। চিত্রে A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

- রেখার কোন প্রান্ত বিন্দু নেই। রেখা ⟷
- রেখাংশের দুটি প্রান্তবিন্দু থাকে। রেখাংশ ——
- রশ্মির একটিমাত্র প্রান্তবিন্দু থাকে। রশ্মি ——→

সরলরেখা (Straight Line): একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌছাতে যদি কোনো প্রকার দিকের পরিবর্তন না হয় তবে তাকে সরল রেখা বলে।

A ⟷ B

- দুটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।
- একটি সরলরেখার বহিস্থ যে কোনো বিন্দু থেকে ঐ সরলরেখা পর্যন্ত যেসব সরলরেখা আঁকা যায়, তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

বক্র রেখা (Zigzag line): একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌছাতে যদি দিক পরিবর্তন হয় তবে তাকে বক্র রেখা বলে।

A ⟷ B

সমান্তরাল রেখা (Parallel Lines): দুটি রেখা যদি পরস্পরের মধ্যে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রেখে চলতে থাকে তবে তাকে সমান্তরাল রেখা বলে। A ⟷ B, C ⟷ D

- কোন সরলরেখার বহিস্থ কোন বিন্দু থেকে উক্ত রেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাংশটিই ক্ষুদ্রতম।
- দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার কোন সাধারণ বিন্দু নেই।
- দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখার প্রত্যেকটি, কোন তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।
- যেসব সরলরেখা একই সরলরেখার সমান্তরাল তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- দুই বা ততোধিক সরলরেখা একটি সরলরেখার উপর লম্ব হলে, তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- একটি সরলরেখা সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের একটির উপর লম্ব হলে, তা অপরটির উপরও লম্ব।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১. রেখার প্রান্ত বিন্দুর সংখ্যা হলো—*[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারি পরিচালক]*
ক. ১ খ. ২ গ. ৩ ঘ. কোন প্রান্ত বিন্দু নেই উত্তর: ঘ

২. দুটি লাইন একে অন্যের থেকে ২মিটার দূরে সমান্তরাল ভাবে চলে যাচ্ছে, তারা একে অন্যের সাথে মিলিত হবে কত মিটার দূরে? *(রাষ্ট্রায়াত্ব ব্যাংক সিনিয়র অফিসার৪০)*
ক. ২০০ খ. ৪০০ গ. ৬০০ ঘ. কখনোই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: দুটি সমান্তরাল রেখা কখনোই মিলিত হয় না। মিলিত হলে তাদেরকে সমান্তরাল রেখাই বলা হবে না।

৩. দুটি সমান্তরাল রেখা কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে? *[৩৬তম বিসিএস/+ ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টোর কিপার)-২০২১]*
ক. ৪ খ. ২ গ. ৮ ঘ. ১৬ উত্তর:

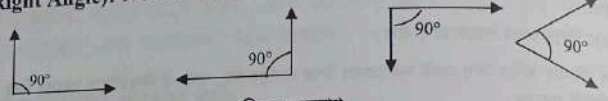
Note: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: দুটি সমান্তরাল রেখা কখনোই ছেদ করতে পারে না। সমান্তরাল রেখা হলো পরস্পর সমান দূরত্ব রেখে চলমান দুটি রেখা, কিন্তু যদি কখনো ছেদ করানো হয় তখন সেগুলো আর সমান্তরালই থাকবে না।

কোণ (Angle): দুটি সরলরেখা তীর্যকভাবে (আড়াআড়িভাবে) পরস্পরের সাথে মিলিত হলে মিলিত বিন্দুতে কোণ উৎপন্ন হয়। ABC একটি কোণ।



সমকোণ (Right Angle): যে কোণের পরিমাণ 90 ডিগ্রী তাকে সমকোণ বলে। নিচের চিত্রগুলি দেখুন।



চিত্র : সমকোণ

মনে রাখুন: কোণটি দেখতে যে রকমই হোক না কেন তার পরিমাপ 90^0 হলেই তাকে সমকোণ বলা হবে।

৪. যে কোণের ডিগ্রী এর পরিমাণ ৯০° হলে তাকে কী বলে? *[এনএসআই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*
ক. সমকোণ খ. স্থূল কোণ গ. সরলকোণ ঘ. সূক্ষ্মকোণ উত্তর: ক

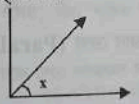
৫. একটি সরলরেখার উপর লম্ব অংকন করলে কয়টি সমকোণ পাওয়া যায়? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক)-২০২১/+ পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর): ২০২১]*
ক. ৩টি খ. ১টি গ. ২টি ঘ. ৪টি উত্তর: গ

স্থূলকোণ (Obtuse Angle): যে কোণের পরিমাণ ৯০ ডিগ্রী অপেক্ষা বেশী এবং ১৮০ ডিগ্রি অপেক্ষা কম তাকে স্থূলকোণ বলে।



৬. $90^0 < A < 180^0$ হলে A কোন প্রকারের কোণ? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*
ক. সমকোণ খ. সূক্ষ্মকোণ গ. স্থূলকোণ ঘ. প্রবৃদ্ধ কোণ উত্তর: গ

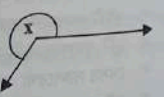
সূক্ষ্মকোণ (Acute Angle):
যে কোণের পরিমাণ 90 ডিগ্রী অপেক্ষা কম তাকে সূক্ষ্মকোণ বলে।



সরলকোণ (Straight Angle):
যে কোণের পরিমাণ ১৮০ ডিগ্রী তাকে সরলকোণ বলে।



প্রবৃদ্ধ কোণ (Reflex Angle): যে কোণের পরিমাণ দুই সমকোণ (180^0) অপেক্ষা বেশী কিন্তু চার সমকোণ (360^0) অপেক্ষা কম তাকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৭. দুই সমকোণ অপেক্ষা বড় ও চার সমকোণ অপেক্ষা ছোট কোণকে বলে- *[দুর্নীতি দমন ব্যুরো-০৪]*
ক. প্রবৃদ্ধ কোণ খ. সরলকোণ গ. স্থূলকোণ ঘ. সূক্ষ্মকোণ উত্তর: ক

৮. একটি কোণের পরিমাণ 182^0 হলে একে কি কোণ বলে ? *[১৩তম বিজেএস-২০১৯]*
ক. সূক্ষ্মকোণ খ. স্থূলকোণ গ. প্রবৃদ্ধ কোণ ঘ. সমকোণ উত্তর: গ

৯. ২৫০° কোণকে কি কোণ বলে? *[বাংলাদেশ সিকিউরিটি এক্সচেঞ্জ কমিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. প্রবৃদ্ধ কোণ খ. সরলকোণ গ. স্থূলকোণ ঘ. সূক্ষ্মকোণ উত্তর: ক

১০. ২৫৩ ডিগ্রী কোণকে কি কোণ বলে? *[অর্থ মন্ত্রণালয়-০৯]*
ক. প্রবৃদ্ধ কোণ খ. সরলকোণ গ. স্থূলকোণ ঘ. সূক্ষ্মকোণ উত্তর: ক

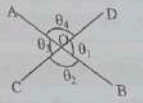
১১. $180^0 < A < 360^0$ হলে ∠A কোন প্রকারের কোণ? *[Sonali Bank (SO) - 2014] +[RAKUB (Supervisor)-2017]*
ক. সমকোণ খ. সূক্ষ্মকোণ গ. স্থূলকোণ ঘ. প্রবৃদ্ধকোণ উত্তর: ঘ

সমাধান:
$180^0 < A < 360^0$ অর্থ হচ্ছে A কোণের মান 180^0 থেকে বড় কিন্তু 360^0 থেকে ছোট। এরূপ কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলা হয়।

বিপ্রতীপ কোণ (Vertically Opposite Angle): দুইটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদবিন্দুতে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় তাদের একটিকে সম্মুখীনটির বিপ্রতীপ কোণ বলে। যেমন–

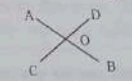


১২. দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে কয়টি কোণ তৈরী হয়? *[(NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ১টি খ. ৩টি গ. ২টি ঘ. ৪টি উত্তর: ঘ



সমাধান: দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে ৪টি কোণ উৎপন্ন হয়।

১৩. AB ও CD সরলরেখা O বিন্দুতে ছেদ করলে নিম্নের কোন গাণিতিক বাক্যটি সঠিক? *(১৭তম বিসিএস)*



সমাধান: বিপ্রতীপ কোণ∠AOD = ∠BOC

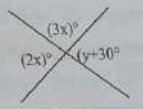
১৪. চিত্রে y এর মান কত?
ক. ৬০ খ. ৪৫ গ. ১৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ



ব্যাখ্যা: $x^0+2x^0=180^0 \Rightarrow 3x^0=180^0 \therefore x = 60 = 2y \therefore y = \frac{60}{2} = 30$

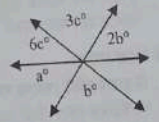
১৫. In the figure below, the value of y is (নিচের চিত্রে y এর মান কত?)*[Bangladesh Bank Off. - 2015]*
ক. 12 খ. 42 গ. 24 ঘ. 36 উত্তর: খ

সমাধান: যেহেতু (2x)° ও (3x)° দুটি সম্পূরক কোণ- $2x + 3x = 180$
$\Rightarrow 5x = 180 \quad \therefore x = 36$;
আবার, (2x)° ও (y + 30°) বিপ্রতীপ কোণ বলে- $2x = y + 30$
$\Rightarrow y = 2x - 30 \Rightarrow y = 2 \times 36 - 30 \quad \therefore y = 42$



১৬. In the figure, what is the value of 'a'? (নিচের চিত্রে a এর মান কত?)*[Agrani Bank Ltd. (SO) 13]*
ক. 30 খ. 45 গ. 60 ঘ. 72 উত্তর: ঘ

সমাধান: চিত্রে, $b = 3c$ *[বিপ্রতীপ কোণ]*

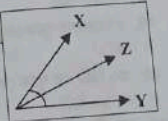


আবার, $a = 2b = 2 \times 3c = 6c \quad \therefore b = \frac{a}{2}$

চিত্র হতে, $6c + a + b = 180 \quad [\because 6c + a + b = \text{সরল কোণ}]$

$\Rightarrow a + a + \frac{a}{2} = 180 \quad \therefore a = 72$

সন্নিহিত কোণ: (Adjacent Angle):
দুইটি কোণের শীর্ষবিন্দু একই হলে সাধারণ বাহুর উভয় পাশের কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে অর্থাৎ পাশাপাশি লাগানো দুটি কোণকে সন্নিহিত কোণ বলে।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

১৭. একটি সরলরেখার সাথে অপর একটি রেখাংশ মিলিত হলে যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয়, তাদের সমষ্টি হবে- *-(জাতীয় রাজস্ব বোর্ড-১০)*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১১০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৮০ ডিগ্রী উত্তর: ঘ

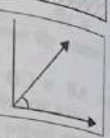
১৮. সন্নিহিত সরলকোণের একটি কোণ ৯৫ ডিগ্রী হলে অপরটি কত? *(থানা শিক্ষা অফিসার-১০)*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১১০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ৮৫ ডিগ্রী উত্তর: খ

১৯. দুটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু থাকলে এবং ঐ কোণ দুটি যদি সাধারণ বাহুর বিপরীত দিকে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণ দুটিকে বলা হবে- *(NBR-2015)*
ক. সূক্ষ্মকোণ খ. পূরক কোণ গ. সন্নিহিত কোণ ঘ. বিপ্রতীপ কোণ উত্তর: গ

☞ **Confusion Clear:** দুটি কোণের পরিমাপ ৯০° বা ১৮০° ডিগ্রি দেয়া থাকলে তা পূরক অথবা সম্পূরক হয় এবং সকল পূরক এবং সম্পূরক কোণই সন্নিহিত কোণ। কেননা তারা পাশাপাশি অবস্থান করে। কিন্তু সকল সন্নিহিত কোণই পূরক বা সম্পূরক কোণ না ও হতে পারে। কেননা পাশাপাশি দুটি কোণের পরিমান ৩০°+ ৩০° = ৬০° হলে কোন দুটি পূরক বা সম্পূরক কোণটিই নয়। কিন্তু যেহেতু তারা পাশাপাশি অবস্থান করে তাই তাদেরকে সন্নিহিত কোণ বলা যায়।

🕮 পূরক কোণ (Complementary Angle):

দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণ হলে একটিকে অপরটির পূরক কোণ বলে। যেমন– ২০°+৭০° = ৯০° হলে, ৭০° কোণের পূরক কোণ হলো ২০°।

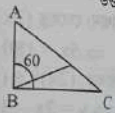


২০. একটি কোণ তার পূরক কোণ অপেক্ষা ২৪ ডিগ্রি বেশি হলে কোণটির মান কত হবে? *[IBBL- (ATO)-2017]*
ক. ৫৭ ডিগ্রি খ. ৪৭ ডিগ্রি গ. ৫৩ ডিগ্রি ঘ. ৬৬ ডিগ্রি উত্তর: ক

✍সমাধান: ধরি, কোণটি = ক ∴তার পূরক কোণ ক- ২৪ (কোনটি বড় হলে তার পূরক কোণটি ছোট হবে)
প্রশ্ন মতে, ক+ ক-২৪ = ৯০ (দুটি কোন পূরক হলে সমষ্টি ৯০ডিগ্রি)
⇒ ২ক = ১১৪, সুতরাং ক = ৫৭ উত্তর: কোণটি ৫৭ডিগ্রি।

২১. একটি কোণের মান তার পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক. ৬০° খ. ৪৫° গ. ৩০° ঘ. ২৫° উত্তর: গ

✍সমাধান: ধরি, কোণটি = xএবং তার পূরক কোণটি হবে 2x



শর্তমতে, $x+2x = 90^0$ [দুইটি কোণের সমষ্টি 90^0 হলে একটি আরেকটির পূরক কোণ হবে।
⇒ $3x = 90^0$ ∴$x=30^0$ সুতরাং কোণটির পরিমাণ হবে = 30^0

☞ **ভুল হতে পারে যেভাবে ভাবলে?**
পূরক কোণের পরিমাণ ৯০ ডিগ্রি তাই এর অর্ধেক হবে ৪৫ ডিগ্রি!
এখানে বলা হয়েছে একটি কোণ তার পূরক কোণের অর্ধেক অর্থাৎ দুটি কোণ মিলে ৯০ ডিগ্রি যেখানে কোণ দুটি এমনভাবে ভাঙ্গতে হবে যাতে একটি আরেকটির অর্ধেক হয়।

🕮 নিজে করুন:

২২. ত্রিভুজের দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণের সমান হলে তাদের একটিকে অপরটির- *(প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০)*
ক.সন্নিহিত কোণ খ. পূরক কোণ গ. সম্পূরক কোণ ঘ. সরলকোণ উত্তর: খ

২৩. দুটি পূরক কোণের সমষ্টি কত? *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৬)*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪০ ডিগ্রী উত্তর: ক

২৪. ০° কোণের পূরক কোণ কোনটি? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. ০° খ. ৯০° গ. ৪৫° ঘ. ১৮০° উত্তর: খ

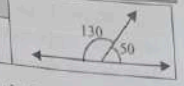
২৫. ৩০ ডিগ্রী এর পূরক কোণ কত? *(স্বাস্থ্য অধিদপ্তর-০৪)*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৩৫ ডিগ্রী উত্তর: গ

২৬. কোনটি ৩৫° কোণের পূরক কোণ? *[ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টোর কিপার)-২০২১]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কন্ট্রোল অপারেটর)-২০২১]+ [ডাক জীবন বীমা (বিভিন্ন পদ)-এপ্রিল-২০২২]*
ক. ৭০ ডিগ্রী খ. ৫৫ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৭৫ ডিগ্রী উত্তর: খ

২৭. ৫৫° কোণের পূরক কোণ কত? *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর)-২০২১]*
ক. ৩৫° খ. ১৩৫° গ. ১২৫° ঘ. ৪৫° উত্তর: ক

🕮 সম্পূরক কোণ (Supplementary Angle):

দুইটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে। যেমন–



২৮. দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির কি বলে? *(৩০তম বিসিএস) +পেট্রোঃ (হিসাব সহকারী)-২০১৯]*
ক.সন্নিহিত কোণ খ. পূরক কোণ গ. সম্পূরক কোণ ঘ. সরলকোণ উত্তর: গ

২৯. দুইটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে সন্নিহিত কোণগুলির যোগফল- *(যোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৬)*
ক. ৬০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ

৩০. দুইটি সম্পূরক কোণের সমষ্টি কত? *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৬)*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ

৩১. ২৮ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণের পরিমাণ কত? *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-১০)*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৫২ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ

৩২. ২৮° কোণের সম্পূরক কোণের অর্ধেক কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*
ক. ৬০° খ. ৪০° গ. ৭৬° ঘ. ৩১° উত্তর: গ

✍সমাধান: ২৮° কোণের সম্পূরক কোণ = ১৮০° -২৮° = ১৫২°। এখন ১৫২° এর অর্ধেক = ৭৬°

৩৩. একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক. ৩০° খ. ৬০° গ. ৯০° ঘ ১২০° উত্তর: খ

✍সমাধান: ধরি, কোণটি = x ডিগ্রি, সুতরাং তার সম্পূরক কোণটি হবে = 2x
প্রশ্নমতে, $x + 2x = 180^0 \Rightarrow 3x = 180^0 \therefore x = 60^0$ সুতরাং কোণটির মান = ৬০° উত্তর: ৬০ ডিগ্রি।

৩৪. 180^0-x^0 কোণের সম্পূরক কোণ কোনটি? *[(CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]*
ক. 0^0 খ. 45^0 গ. x+90 ঘ. x^0 উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ধরি, সম্পূরক কোণটি = P সুতরাং $P = 180^0 - (180^0-x^0) = 180^0 - 180^0 + x^0 = x^0$

৩৫. ৩০° কোণের সম্পূরক কোণের অর্ধেকের নিচে কোনটি? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*
ক. ৬০° খ. ৮০° গ. ৭৫° ঘ. ৩৬° উত্তর: গ

৩৬. ৪৫ ডিগ্রি কোণের সম্পূরক কোণের মান কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. ১২৫° খ. ১৫৫° গ. ১৩৫° ঘ. ১৪৫° উত্তর: গ

৩৭. ৫৫° কোণের সম্পূরক কোণের পরিমাণ কত হবে? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর)-২০২১]*
ক. ৩৫° খ. ১৩৫°ঙ গ. ৩০৫° ঘ. ১২৫° উত্তর: ঘ

৩৮. ৬০° কোণের সম্পূরক কোণের মান কত? *[বাংলাদেশ ফিল্ম আর্কাইভ (অফিস সহায়ক): ২০২১]*
ক. ১২০° খ. ১৮০° গ. ১৫০° ঘ. ৩০° উত্তর: ক

৩৯. ৭০ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণ কোনটি? *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়-০৫)*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১১০ ডিগ্রী গ. ১৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: খ

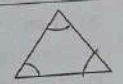
৪০. ৭৮ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণ কত ডিগ্রী? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*
ক. ১২ খ. ৭৮ গ. ২৮২ ঘ. ১০২ উত্তর: ঘ

৪১. ১২০ ডিগ্রী কোণের সম্পূরক কোণ কত? *(বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১০)+[NSI (ওয়্যারলেস অপারেটর/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*
ক. ৯০ ডিগ্রী খ. ১৮০ ডিগ্রী গ. ৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৪৫ ডিগ্রী উত্তর: গ

৪২. ১২৫° কোণের সম্পূরক কোণ কত? *(শিক্ষক নিবন্ধন, প্রিলিমিনারী টেস্ট কলেজ পর্যায়- ২০১৫)*
ক. ৩৫° খ. ২৩৫° গ. ১৪৫° ঘ. ৫৫° উত্তর: ঘ

🕮 অন্তঃস্থ কোণ (Interior Angles):

যে কোন ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ অথবা বহুভুজের অভ্যন্তরে বা ভেতরে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে অন্তঃস্থ কোণ বলে। চিত্রে তিনটি অন্তঃস্থ কোণ দেখা যাচ্ছে।

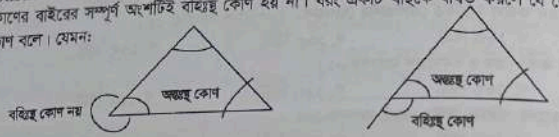


বহিঃস্থ কোণ (Exterior Angles) :

কোন ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ অথবা বহুভুজের যে কোণ এক বাহু বর্ধিত করলে বাহিরে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে বহিঃস্থ কোণ বলে। যেমন: চিত্রটিতে $\angle M$ = বহিঃস্থ কোণ



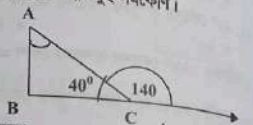
☞ **Confusion Clear:** অন্তঃস্থ কোণ হল ভেতরের কোণ আর বহিঃস্থ কোণ হল বাহিরের কোণ। কিন্তু বহিঃস্থ কোণ হলেই অন্তঃস্থ কোণের বাইরের সম্পূর্ণ অংশটিই বহিঃস্থ কোণ হয় না। বরং একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে কোণটি উৎপন্ন হয় তাকেই বহিঃস্থ কোণ বলে। যেমন:



☞ **V.V.I: পাশাপাশি একটি অন্তঃস্থ ও একটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি সব–সময় ১৮০° বা দুই সমকোণ।**

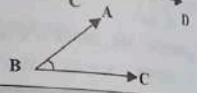
☞ **চিত্রটি দেখুন:**

চিত্রে (অন্তঃস্থ)$\angle ACB$ + (বহিঃস্থ)$\angle ACD = 40^0+140^0=180^0$



☞ **অন্তর্ভুক্ত কোণ:** দুটি বাহুর মিলিত হওয়ার স্থানকে ঐ বাহুদ্বয়ের অর্ন্তভুক্ত কোণ বলা হয়। যেমন:

পাশের চিত্রটিতে AB এবং BC বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ হল $\angle B$ ।



অনুরূপ কোণ (Corresponding Angle) :

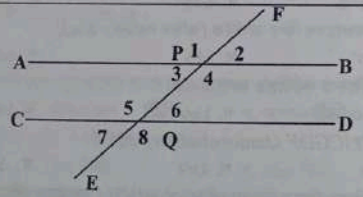
দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে অপর একটি সরলরেখা তির্যকভাবে ছেদ করলে ছেদক রেখার একই দিকে সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের অনুরূপ পার্শ্বে যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাকে অনুরূপ কোণ বলে। **উদাহরণ নিচের চিত্রে:**

মনে রাখবেন, অনুরূপকোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

একান্তর কোণ (Alternative Angle) :

দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে অপর একটি রেখা তির্যকভাবে (আড়াআড়ি) ছেদ করলে ছেদক রেখার বিপরীত পার্শ্বে সমান্তরাল রেখা যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে একান্তর কোণ বলে। **উদাহরণ নিচের চিত্রটিতে দেখুন :**

মনে রাখবেন, একান্তরকোণদ্বয় পরস্পর সমান।



উপরের চিত্রে, AB ও CD দুইটি সরলরেখা এবং EF সরলরেখা এদেরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে । EF সরলরেখা AB ও CD সরলরেখা দুইটির সাথে $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$, $\angle 8$ মোট আটটি কোণ তৈরি করেছে। এ কোণগুলোর মধ্যে

ক) $\angle 1$ এবং $\angle 5$, $\angle 2$ এবং $\angle 6$, $\angle 3$ এবং $\angle 7$, $\angle 4$ এবং $\angle 8$ পরস্পর অনুরূপ কোণ ।

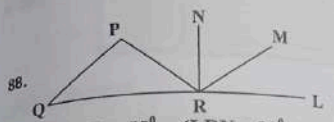
খ) $\angle 3$ এবং $\angle 6$, $\angle 4$ এবং $\angle 5$ হলো পরস্পর একান্তর কোণ ।

গ) $\angle 4$,$\angle 6$ ডানপাশের অন্তঃস্থ কোণ ।

ঘ) $\angle 3$, $\angle 5$ বামপাশের অন্তঃস্থ কোণ।

৪৩. কোন ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ সন্নিহিত কোণের সমষ্টি কত? [বেবিচক প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]

ক. ৯০° খ. ১২০° গ. ১৮০° ঘ. ১৪৫° উত্তর: গ

৪৪. 

[৪০তম বিসিএস প্রিলি]+ [৯ম শ্রেণীর অনুশীলনী ৮ এর ১ নং প্রশ্ন হুবহু

চিত্রে, $\angle PQR = 55^0$, $\angle LRN = 90^0$ এবং PQ || MR, PQ = PR হলে, $\angle NRP$ এর মান নীচের কোনটি ?

ক. 90^0 খ. 55^0 গ. 45^0 ঘ. 35^0 উত্তর: ঘ

সমাধান:

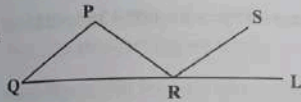
এখানে, PQR সমবাহু ত্রিভুজে PQ = PR এবং $\angle PQR = 55^0$ হওয়ায়, $\angle PRQ = 55^0$

যেহেতু $\angle LRN = 90^0$ সুতরাং $\angle NRQ = 90^0$ [যেহেতু QL একটি সরলরেখা যার দুপাশে ১৮০° আছে]

সুতরাং $\angle NRP = \angle NRQ - \angle PRQ = 90^0-55^0 = 35^0$

[এখানে সমদ্বিবাহু, সমকোণ এবং সরলকোণের মাধ্যমেই উত্তর বের করা সম্ভব হওয়ায় সমান্তরাল বাহুর হিসেবের প্রয়োজন নেই

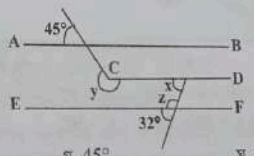
চিত্র ভিত্তিক গুরুত্বপূর্ণ কিছু প্রশ্ন: (বিভিন্ন ক্লাসের বোর্ড বই এবং ওয়েবসাইট অবলম্বনে)

৪৫. 

চিত্রে PQ || SR, PQ = PR এবং $\angle PRQ = 50^0$ হলে, $\angle LRS$ এর মান নিচের কোনটি? [৭ম শ্রেণি(অনু: ৮)]

ক. ৮০° খ. ৭৫° গ. ৫৫° ঘ. ৫০° উত্তর: ঘ

৪৬. পাশের চিত্রটিতে AB || CD || EF



(i) $\angle x$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. 28° খ. 32° গ. 45° ঘ. 58° উত্তর: খ

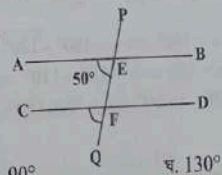
(ii) $\angle z$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. 58° খ. 103° গ. 122° ঘ. 148° উত্তর: ঘ

(iii) নিচের কোনটি y – z এর মান?

ক. 58° খ. 77° গ. 103° ঘ. 122° উত্তর: খ

৪৭. চিত্রের আলোকে ৪ এবং ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দিন ।[৭ম শ্রেণি(অনু: ৮)]



(i) $\angle PEA$ = কত ডিগ্রী ?

ক. 40° খ. 50° গ. 90° ঘ. 130° উত্তর: ঘ

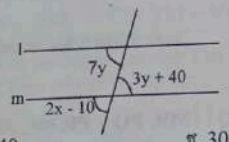
(ii) $\angle EFD$ এর মান কত?

ক. 30° খ. 40° গ. 50° ঘ. 90° উত্তর: গ

(ii) ABC ত্রিভুজে $\angle B + \angle C = 90°$ হলে, $\angle A$ = কত ডিগ্রী ?

ক. 90° খ. 110° গ. 120° ঘ. 160° উত্তর: ক

৪৮. What is the value of x?

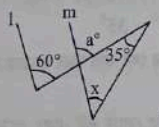


ক. 50 খ. 40 গ. 30 ঘ. none উত্তর: খ

সমাধান: $7y = 3y + 40 \Rightarrow 4y = 40 \quad \therefore y = 10$

আবার, $2x - 10 = 7y \Rightarrow 2x - 10 = 70 \quad \therefore x = 40$

৪৯. What is the value of x?

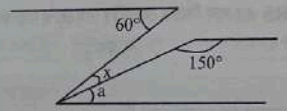


ক. 25 খ. 50 গ. 30 ঘ. none উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, $a = 60°$

$\Rightarrow a = x + 35°$ (বহিঃস্থ কোণ = বিপরীত দুটি কোণের যোগফল) $\Rightarrow 60° = x + 35° \Rightarrow x = 60° - 35° = 25°$

৫০. What is the value of x?

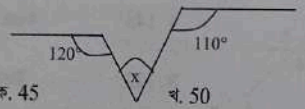


ক. 60 খ. 35 গ. 30 ঘ. none উত্তর: গ

সমাধান: $a = 30° \Rightarrow 150 + a = 180° \quad \therefore a = 30°$

আবার, $x + a = 60° \Rightarrow x + 30 = 60° \quad \therefore x = 30°$

৫১. What is the value of x?



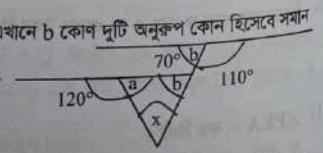
ক. 45 খ. 50 গ. 40 ঘ. none উত্তর: খ

সমাধান: $120° + a = 180° \Rightarrow a = 180° - 120° \quad \therefore a = 60°$

আবার, $110 + b = 180 \Rightarrow b = 180 - 110° \Rightarrow b = 70$

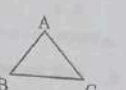
$\therefore a + x + b = 180° \Rightarrow 60° + x + 70 = 180° \quad \therefore x = 50°$

এখানে b কোণ দুটি অনুরুপ কোন হিসেবে সমান



ত্রিভুজ

প্রাথমিক আলোচনা:

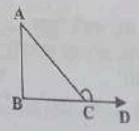


তিনটি বাহু দ্বারা আবদ্ধ চিত্র বা ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।

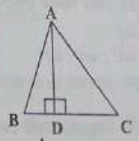
চিত্রে ABC একটি ত্রিভুজ। এখানে AB, BC ও AC তিনটি বাহু দ্বারা ABC একটি আবদ্ধ চিত্র হয়েছে যাকে ত্রিভুজ বলা যায়।

ত্রিভুজ সম্পর্কে বিস্তারিত জানার আগে আমরা ত্রিভুজের সাথে সংশ্লিষ্ট কয়েকটি টার্ম জেনে নেই। যথা:

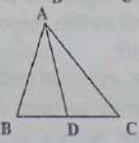
- **ভূমি (Base):** চিত্রে BC হলো ভূমি।
- **শীর্ষবিন্দু (Vertex):** চিত্রে A হল শীর্ষবিন্দু।
- **অন্তঃস্থ কোণ:** চিত্রে ABC ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভিতরের যে তিনটি কোণ $\angle A, \angle B, \angle C$ উৎপন্ন হয়েছে তা অন্তঃস্থ কোণ।



- **বহিঃস্থ কোণ:** ΔABC চিত্রের বাহিরে যে $\angle ACD$ কোণ উৎপন্ন হয়েছে তা বহিঃস্থকোণ।
- **উচ্চতা:** ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকে উচ্চতা বলে।
  চিত্রে AD হল ABC ত্রিভুজের উচ্চতা।



- **মধ্যমা:** ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু থেকে ভূমির মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাকে মধ্যমা বলে।
  চিত্রে AD হল মধ্যমা; কেননা AD, BC বাহুকে ২ ভাগে ভাগ করেছে।
  এছাড়াও B ও C বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু ধরে আরো দুটি মধ্যমা অঙ্কন করা যায়।



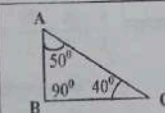
ত্রিভুজ বিষয়ক গুরুত্বপূর্ণ অনুসিদ্ধান্ত

ত্রিভুজের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য ও শর্তের উপর নিম্নলিখিত অনুসিদ্ধান্ত গুলো অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ কেননা এই নিয়মগুলির উপর ভিত্তি করেই বিভিন্ন ধরনের প্রশ্ন তৈরী করা যায় এবং সেভাবেই বিভিন্ন পরীক্ষায় ও আসে। তাই চিত্র দেখে বুঝে বুঝে পড়ুন এবং লিখুন। পাশাপাশি নিয়ম সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো সমাধান করুন।

অনুসিদ্ধান্ত - ০১ : ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০° অর্থাৎ ২ সমকোণ।

চিত্রে: $\angle A + \angle B + \angle C = ১৮০°$ বা ২ সমকোণ।

এজন্য যে কোন একটি কোণের পরিমাণ দেয়া না থাকলে অপর দুটি কোণের পরিমাণ যোগ করে 180^0 থেকে তা বিয়োগ করলে তৃতীয় কোণের পরিমাণ বের হবে।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১. **ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি-** *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]+ [পরিকল্পনা বিভাগ (ডাটা এন্ট্রি/কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১৮০ ডিগ্রি খ. ২৬০ ডিগ্রি গ. ৩৬০ ডিগ্রি ঘ. ১৯০ ডিগ্রি উত্তর: ক

২. **একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে ক্ষুদ্রতম কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি?** *[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪৫° খ. ৭৫° গ. ৯০° ঘ. ১৮০° উত্তর: ক

সমাধান: অনুপাতের যোগফল = ৩+৪+৫ = ১২। সুতরাং ক্ষুদ্রতম কোণটি = $১৮০\times\frac{৩}{১২} = ৪৫^\circ$

৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৫ : ৬ : ৭ হলে, বৃহত্তম কোণের পরিমাপ কত ডিগ্রী? *[NSI(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ৩০ খ. ৫০ গ. ৬০ ঘ. ৭০ উত্তর: ঘ

সমাধান: (৫+৬+৭) = ১৮ অংশ = ১৮০° হলে ১ অংশ = ১০° সুতরাং ৭ অংশ = ৭×১০ = ৭০°

৪. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের যোগফল ১০০ ডিগ্রী এবং উক্ত দুটি কোণের বিয়োগফল ৪০ ডিগ্রী। তৃতীয় কোণের মান হচ্ছে- *(তথ্য মন্ত্রণালয়-২০০৫)*

ক. ৬০ ডিগ্রী খ. ৭০ ডিগ্রী গ. ৯০ ডিগ্রী ঘ. ৮০ ডিগ্রী উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে কোণ তিনটির যোগফল ১৮০, তাই দুটি ১০০ হলে অপরটি = ১৮০-১০০ = ৮০ হবে।

৫. ΔABC একটি ত্রিভুজ। $\angle A$ কোণের মান 60^0 এবং $\angle B$ কোণের মান 65^0 হলে $\angle C$ কোণের মান কত? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. 40^0 খ. 50^0 গ. 55^0 ঘ. 90^0 উত্তর: গ

সমাধান: $\{180^0-(60^0+65^0\} = 180^0-125^0 = \mathbf{55^0}$

৬. নিচের কোন তিনটি কোণের সমন্বয়ে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ৯০°, ৬০°, ৪৫° খ. ৪৫°, ৪৫°, ৩০° গ. ৬০°, ৩৫°, ৫৫° ঘ. ৪৮°, ৩২°, ১০০° উত্তর: ঘ

সমাধান: যোগফল ১৮০° হতে হবে। শুধুমাত্র ঘ অপশনের কোণগুলোর যোগফল = (৪৮°+৩২°+ ১০০°) = ১৮০°

৭. একটি ত্রিভুজের একটি কোণ যদি দ্বিতীয় কোণের তিনগুণ এবং তৃতীয় কোণ যদি দ্বিতীয় কোণের চেয়ে 20 ডিগ্রি বড় হয় তবে কোণটি কত ডিগ্রি? *[বাংলাদেশ জুডিশিয়াল সার্ভিস কমিশন গৃহীত (সহকারী জজ):২০০৯]*

ক. 30^0 খ. 35^0 গ. 40^0 ঘ. 32^0 উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে দ্বিতীয় কোণটিই সবথেকে ছোট

তাহলে ধরি, ২য় কোণটি = x ∴১ম কোণটি হবে =3x এবং তৃতীয় কোণটি x+20

প্রশ্নমতে, $3x + x + x+20 = 180^0$ (যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা ১৮০°)

$\Rightarrow 5x=160 \Rightarrow x = 160\div5 = 32$ ∴ কোণটির পরিমাণ 32^0 **Ans: 32^0**

৮. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে, $\frac{x}{3}, \frac{x}{3}$ এবং $\frac{4x}{3}$ হলে, বৃহত্তম কোণটির মান কত? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয়ে সহকারী প্রধান পরিদর্শক -২০১৬]*

ক. 60^0 খ. 120^0 গ. 160^0 ঘ. 90^0 উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+\frac{4x}{3} = 180^0$ বা, $\frac{x+x+4x}{3} = 180^0$ বা, $\frac{6x}{3} = 180^0$ বা, $2x=180$ ∴$x = \mathbf{90^0}$

সুতরাং বৃহত্তম কোণটির পরিমান হবে: $\frac{4\times90}{3} = \mathbf{120^0}$

নিজে করুন:

৯. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে, $x, \frac{x}{2}$ এবং $\frac{3x}{2}$ হলে, বৃহত্তম কোণটির মান কত? *[নির্বাচন কমিশন সচিবালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০০৪]*

ক. 60^0 খ. 90^0 গ. 30^0 ঘ. 50^0 উত্তর: খ

১০. ত্রিভুজের তিনটি কোণ $4x^0, 6x^0$ ও $8x^0$ হলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণ দুইটি নির্ণয় করুন? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)- ২০২১]*

ক. ৮০° ও ৬০° খ. ৮০° ও ৫০° গ. ৮০° ও ৪০° ঘ. ৬০° ও ৬৪০° উত্তর: গ

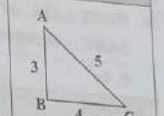
অনুসিদ্ধান্ত - ০২: ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর সমষ্টি,তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর,

অর্থাৎ ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহু যোগ করলে তা তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বড় হতে হবে। যদি বৃহত্তর না হয় তাহলে তা ত্রিভুজ হবে না। যেমন:

পাশের চিত্রে , AB = ৩ মি. , BC = ৪ মি. এবং AC = ৫ মি.

তাহলে, ৩+ ৪ > ৫ বা, ৭ > ৫ অর্থাৎ AB+ BC > AC

অন্য পাশ থেকে অন্য যে কোন দুটি বাহু নিলেও তাদের যোগফল ৩য় বাহু থেকে বড় হবে।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১১. নিচের ত্রিভুজের বাহুগুলো দেয়া আছে। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. 2, 3, 5 সে.মি. খ. 4, 5, 6 সে.মি. গ. 3, 5, 7 সে.মি. ঘ. 5, 6, 8 সে.মি. উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু ত্রিভুজের যে কোন দু বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহুর থেকে বড় হতে হবে না হলে ত্রিভুজ অংকন করা সম্ভব হবে না। তাই অপশন (ক) এর বাহুগুলো থেকে দেখা যায় ২+৩ = ৫ তৃতীয় বাহু ৫ এর সমান হওয়ায় এগুলো দিয়ে ত্রিভুজ অংকন করা সম্ভব নয়।

১২. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার, ৪ মিটার ও ২০ মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল- *[৭ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১১]*

ক. ১২ খ. ২৪ গ. ১০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান: (বিষমবাহুর সূত্র প্রয়োগ করে ক্ষেত্রফল বের করার আগে ভাবুন)

ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। (জ্যামিতিক সূত্র)।

৬ + ৪ < ২০ । সুতরাং উপরোক্ত তিনটি বাহু দ্বারা বাস্তবে কোনো ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।

নিজে করুন:

১৩. কোন তিনটি বাহু দিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে না?

ক. ৩, ৪, ৫ খ. ২, ৪ , ৭ গ. ৬ , ৮ , ১০ ঘ. ১২ , ৫ , ১৩ উত্তর: খ

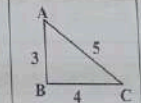
অনুসিদ্ধান্ত - ০৩ : ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর অন্তর, তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর,

অর্থাৎ ত্রিভুজের দুটি বাহু বিয়োগ করলে যেন তা তৃতীয় বাহু থেকে ছোট হয়।

পাশের চিত্রে AB = ৩ মি. , BC = ৪ মি. এবং AC = ৫ মি.

তাহলে, ৫ - ৩ < ৪ এবং ২ < ৪

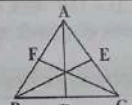
সুতরাং বলা যায়, AC - AB < BC



অনুসিদ্ধান্ত-০৪: ত্রিভুজের কোনো শীর্ষ বিন্দু থেকে তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে।

Confusion Clear:

শীর্ষ বিন্দু অর্থ শুধু উপরের বিন্দু নয়, এবং ত্রিভুজের যেকোনো একটি বাহুকে ভূমি কল্পনা করলে ভূমির বিপরীত বিন্দুকে শীর্ষ বিন্দু বলে।



মধ্যমা: সংক্রান্ত গুরুত্বপূর্ণ তথ্য:

(i) ১টি ত্রিভুজের ৩টি মধ্যমা থাকে

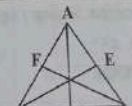
(ii) যেকোন মধ্যমা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।

চিত্রে AD মধ্যমা ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে সমান দুই ভাগে ভাগ করেছে।

(iii) ত্রিভুজের মধ্যমাগুলোর সমষ্টি ত্রিভুজের পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

চিত্রে AB+BC+AC > AD+BE+CF অর্থাৎ বাহুর সমষ্টি > মধ্যমার সমষ্টি

(iii) ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়, পরস্পরকে ২ : ১ অনুপাতে এ বিভক্ত করে।



১৪. বিষমবাহু ΔABC এর বাহুগুলির মান এমনভাবে নির্ধারিত যে, AD মধ্যমা দ্বারা গঠিত ΔABD এর ক্ষেত্রফল X বর্গমিটার। ΔABC -এর ক্ষেত্রফল কত? *(৩৪তম বিসিএস)*

ক. $4x^2$ খ. $4x$ গ. $2x$ ঘ. $\sqrt{2}.2x$

সমাধান:

প্রশ্নটি পড়ে জটিল মনে হলেও চিত্রটি মাথায় আসলে কোন কিছু না লিখেই পারা যাবে।
এখানে ΔABD হলো ΔABC এর অর্ধেক, যার ক্ষেত্রফল x।
তাই বড় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে $= x+x = 2x$. **উত্তর: $2x$ বর্গ মিটার।**

উত্তর: খ

অনুসিদ্ধান্ত -০৫ : কোন ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম আবার বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তর।

পাশের চিত্রে AC বাহুটি বৃহত্তম তাই এর বিপরীত কোণ $\angle B$ বৃহত্তম।
একই ভাবে, $\angle B$ হচ্ছে $\angle A$ ও $\angle C$ কোণ থেকে বড়, তাই এর বিপরীত বাহুটিও অন্য দুটি বাহু অপেক্ষা বড় হবে। অর্থাৎ AC বাহু-ই ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহু।

Note: একই ভাবে ক্ষুদ্রতম বাহু বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতম এবং ক্ষুদ্রতম কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতম ই হবে।

অনুসিদ্ধান্ত -০৬ : কোন ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণগুলোও পরস্পর সমান আবার সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুগুলোও সমান হবে।

পাশের চিত্রটিতে $AB = BC = 5$ মিটার। তাই AB বাহুর বিপরীত $\angle C$ এবং BC বাহুর বিপরীত $\angle A$ পরস্পর সমান। $\angle A = \angle C$ (এদের বিপরীত বাহুগুলো সমান)
তেমনি ভাবে দুটি ভিন্ন ভিন্ন ত্রিভুজের মধ্যে তুলনা করার সময় এক ত্রিভুজের একটি বাহু অপর একটি ত্রিভুজের একটি বহুর সমান হলে ঐ ত্রিভুজদ্বয়ের সমান সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় ও সমান।

অনুসিদ্ধান্ত-০৭: ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

চিত্রে: ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে, যেখানে
$\angle ACD$ বহিঃকোণ = অন্তঃস্থ $\angle A$ + অন্তঃস্থ $\angle B$
$\angle ACD = 140^0$ আবার. $(\angle B = 90^0) + (\angle A = 50^0) = 140^0$ ।
অর্থাৎ বহিঃস্থ কোণটি ভেতরের বিপরীত কোণ দুটির যোগফলের সমান।

তাহলে বলা যায় বহিঃস্থ কোণটি অন্তঃস্থ প্রতিটি কোণের থেকে বড়।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১৫. ABC এর $\angle ABC = 45°$, $\angle BAC = 60°$ এবং BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে $\angle ACD$ = কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. $45°$ খ. $60°$ গ. $105°$ ঘ. $120°$

সমাধান: উত্তর: গ

বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
অর্থাৎ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC = 45^0 + 60^0 = 105^0$

১৬. ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে, $\angle ACD$ এর সমান হবে- *(NBR-2015)*

ক. $\angle A + \angle B - \angle C$ খ. $\angle A + \angle B$ গ. $\angle A - \angle B - \angle C$ ঘ. $\angle A + \angle C$

সমাধান: এখানে $\angle ACD = \angle A + \angle B$ উত্তর: খ

অনুসিদ্ধান্ত-০৮ : ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণগুলোর যোগফল ৪ সমকোণ বা ৩৬০°।

সুতরাং ত্রিভুজের যে কোন দুটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে। মনে রাখুন: যে কোন বহুভুজের ক্ষেত্রে (চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ,ষড়ভুজ-ইত্যাদির ক্ষেত্রেও) বহিঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি ৩৬০° হয়।

১৭. কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুকে একইভাবে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ ৩টির সমষ্টি হবে ..... *[ব্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৮)/+ [রেলপথ মন্ত্র: (অফিস সহা:-২০২১]/+ [কারিগরি শিক্ষা অধি: (কম্পিউটার অপা:)-২০২১]/+ [বেবিচক(এরোড্রোম/ইঞ্জিনেরিং)-২০২১]*

ক. ১৮০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৪৫০°

সমাধান: উত্তর: গ

পাশের চিত্রেটিতে দেখুন।একটি ত্রিভুজের যে কোন একটি বহিঃস্থ কোণ বিপরীত পাশের অন্তঃস্থ দুটি কোণের সমষ্টির সমান।
এখন, তিনটি বহিস্থ কোণের সমষ্টি হবে ৬টি অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টির সমান।
যেহেতু ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি = ১৮০°
সুতরাং ৬ টি কোণের সমষ্টি হবে ৩৬০°।

Remember: একটি ত্রিভুজের একটি বাহুকে দুপাশেই বর্ধিত করে দুটি বহিঃস্থ কোণ তৈরী না করে যে কোন একপাশে একটি বহিঃস্থ কোণ ধরে হিসেব করতে হয়।

অনুসিদ্ধান্ত- ০৯: ত্রিভুজের যেকোন দুইবাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক

চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E এবং F যোগ করলে EF বাহু BC বাহুর সমান্তরাল ও EF বাহুটি BC বাহুর অর্ধেক। অর্থাৎ $EF = \frac{1}{2}BC$

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১৮. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬, ৮ ও ১০ মিটার হলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর মধ্যবিন্দু দুটির দূরত্ব কত মিটার? *(বাংলা:কৃষি ব্যাংক অফি:- ১৫) + [NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*

ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৭

সমাধান : বৃহত্তম ও ক্ষদ্রতম বাহু দুটি হচ্ছে ১০ এবং ৬ এবং এদের মধ্যবিন্দু দুটির দুরত্ব হবে তৃতীয় বাহু ৮ এর অর্ধেক ৪। উত্তর: ক

১৯. একটি সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমা ১৮ ইঞ্চি। তিন বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগে যে নতুন ত্রিভুজ তৈরী হয় তার পরিসীমা কত?

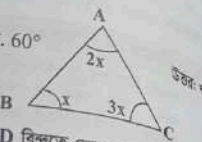
ক. ৩ খ. ৬ গ. ৯ ঘ. ১২

সমাধান: উত্তর: গ

ত্রিভুজের যে কোনো দুবাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখা তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।
শর্টকাট:
বড় ত্রিভুজের মধ্যবিন্দু দিয়ে ছোট ত্রিভুজ তৈরী হলে তার পরিসীমা বড় ত্রিভুজের পরিসীমার অর্ধেক হবে। তাই সরাসরি উত্তর ১৮÷২ = ৯।

পদ্ধতি-০১ : ত্রিভুজের উপর সাধারণ প্রশ্ন

২০. চিত্রে x এর মান কত?
ক. 15° খ. 30° গ. 45° ঘ. 60°

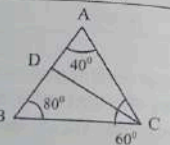


সমাধান: $x+2x+3x = 180^0 \Rightarrow 6x = 180^0 \therefore x = \mathbf{30^0}$ উত্তর: ঘ

২১. ΔABC এর $\angle A = 40^0$ এবং $\angle B = 80^0$ । $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\angle CDA$ =? [৫১তম বিসিএস প্রিলি]
ক. 110^0 খ. 100^0 গ. 90^0 ঘ. 80^0

সমাধান:

পাশের চিত্রটি দেখুন, ΔABC এর $\angle A = 40^0$ এবং $\angle B = 80^0$
$\therefore \angle ACB = 180^0 - (40^0+80^0) = 60^0$
ΔADC তে $\angle A = 40^0$ ও $\angle ACD = \frac{60}{2} = 30^0$
$\therefore \angle CDA = 180^0-(40^0+30^0) = \mathbf{110^0}$ (উত্তর)



AB রেখা $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডক তাই কোণ অর্ধেক হবে। উত্তর: ক

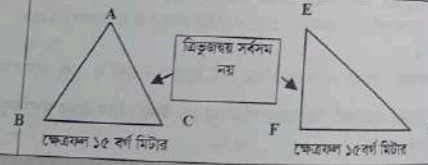
ত্রিভুজের সর্বসমতা

দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হওয়া অর্থ হল ত্রিভুজ দুটির আকার, আকৃতি ও ক্ষেত্রফল সমান হওয়া । তাই দুটি ভিন্ন ভিন্ন ক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল সমান হলেও তাদের আকৃতি সমান না হলে ত্রিভুজ দুটি যেমন সর্বসম হবে না। তেমনি, দুটি ত্রিভুজ যদি দেখতে একই রকম মনে হয় কিন্তু তাদের ক্ষেত্রফল সমান নয় তাহলেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না।

দুটি ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত: নিম্নোক্ত শর্তগুলো পূরণ হলে দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হয়।

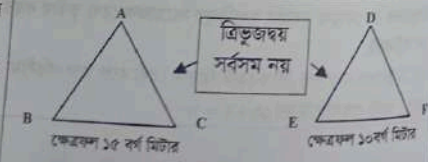
সর্বসম: আকার, আকৃতি ও ক্ষেত্রফল সমান হতে হবে।

ক. দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান
খ. তিনবাহু সমান
গ. দুই কোণ ও এক বাহু সমান
ঘ. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহু সমান
সর্বসমতা নির্দেশক চিহ্ন ≅



দুটি ত্রিভুজ কখন সর্বসম হয় না?

ক. যখন তাদের ক্ষেত্রফল সমান হয় কিন্তু আকৃতি সমান হয় না। চিত্র দেখে বুঝুন:
খ. আবার দুটি ত্রিভুজের আকৃতি দেখতে একই রকম হয় কিন্তু ক্ষেত্রফল সমান হয় না।
গ. আবার একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ অপর একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নাও হতে পারে। যেমন: চিত্রটি দেখুন:



সদৃশকোণী ত্রিভুজ।

চিত্রটিতে ছোট বড় সবগুলো ত্রিভুজ সমবাহু হওয়ায় তাদের কোণের পরিমাণ ৬০° অর্থাৎ তাদের কোণগুলো সমান হওয়া সত্ত্বেও তাদের ক্ষেত্রফল সমান না হওয়ায় ত্রিভুজগুলো সর্বসম নয়।



একরূপ সমান কোণ বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজকে সদৃশকোণী ত্রিভুজ বলা হয়।

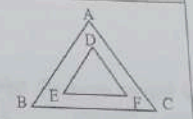
সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

২২. দুটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বসম হওয়ার জন্য নিচের কোন শর্তটি যথেষ্ট নয়? [৩০তম বিসিএস]
ক. একটির তিন বাহু অপরটির তিন বাহুর সমান
খ. একটির তিন কোণ অপরটির তিন কোণের সমান
গ. একটির দুই কোণ ও এক বাহু অপরটির দুই বাহু ও অনুরূপ বাহুর সমান
ঘ. একটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ অপরটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান
উত্তর: খ

২৩. দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম নাও হতে পারে? [RAKUB (Cash)-2017]
ক. দুইবাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ খ. দুই কোণ ও এক বাহু গ. তিন কোণ ঘ. তিন বাহু
উত্তর: গ

সমাধান:

দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না।
ΔABC এবং ΔDEF এর $\angle A = \angle D$
$\angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$
কিন্তু ΔABC এবং ΔDEF সর্বসম নয়।



২৪. যদি দুটি ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণ সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি কেমন হবে?
ক. সর্বসম হবে খ. সদৃশ হবে গ. সমানুপাতিক হবে ঘ. সমান হবে
উত্তর: ক

২৫. দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না - [প্রাথমিক সহ: শিক্ষক-০৮]
ক. তিন বাহু খ. ভূমি ও লম্ব গ. তিন কোণ ঘ. অতিভুজ
উত্তর: গ

২৬. তিন কোণ দেয়া থাকলে যে সকল ত্রিভুজ আঁকা যায় তাদের কী ত্রিভুজ বলে? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক ২০১২]
ক. সদৃশ ত্রিভুজ খ. সমান ত্রিভুজ গ. সর্বসম ত্রিভুজ ঘ. সমানুপাতিক ত্রিভুজ
উত্তর: ক

ত্রিভুজের কেন্দ্র

অন্তঃকেন্দ্র (In-centre):

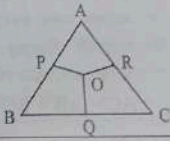
ত্রিভুজের কোণের সমদ্বিখন্ডিত বাহুত্রয় যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে অন্তঃকেন্দ্র বলে।
চিত্র- ΔABC- এ $\angle A$, $\angle B$ ও $\angle C$ কোণের সমদ্বিখন্ডক বাহুত্রয়ের মিলিত বিন্দু O।
আর O হল ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র।



পরিকেন্দ্র (Circumcentre)

ত্রিভুজের বাহু বা পরিসীমার উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় ত্রিভুজের অভ্যন্তরে যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে পরিকেন্দ্র বলে।

চিত্র- পরিকেন্দ্র
ΔABC- এ AB, BC ও AC বাহুত্রয়ের উপর লম্বত্রয় যথাক্রমে OP, OQ, OR।
অতএব O হল পরিকেন্দ্র।



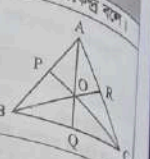
ভরকেন্দ্র (Centroid)

ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখাত্রয় যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে ভরকেন্দ্র বলে।

চিত্র:- O ভরকেন্দ্র

ব্যাখ্যা: চিত্রে ΔABC-এ A,B ও C শীর্ষবিন্দু এবং তাদের বিপরীত বাহুত্রয় হল BC,AC,AB। এখন শীর্ষ বিন্দু থেকে বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখাত্রয় হল- AQ,BR,CP। রেখাত্রয় মিলিত হয়েছে O বিন্দুতে। অতএব O হল ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র।

যেহেতু মাধ্যমাগুলো কোণ থেকে ২:১ অনুপাতে ছেদ করে তাই মনে রাখুন:চিত্রে **OB= 2OR**



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

২৭. কোন ত্রিভুজের তিন কোণের সমদ্বিখন্ডকগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে, তাকে বলে- - *[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮]*
ক. ভরকেন্দ্র খ. পরিকেন্দ্র গ. বহিঃকেন্দ্র ঘ. অন্তঃকেন্দ্র উত্তর: খ

২৮. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর লম্ব দ্বিখন্ডক তিনটি যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে বলে- *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই): ২০২১]*
ক. কেন্দ্র খ. লম্ব গ ভূমি ঘ. পরিকেন্দ্র উত্তর: ঘ

২৯. কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে অংকিত বৃত্তটির কেন্দ্রকে বলে-*[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]*
ক. অন্তঃকেন্দ্র খ. পরিকেন্দ্র গ. লম্বকেন্দ্র ঘ. ভরকেন্দ্র উত্তর: গ

ত্রিভুজের প্রকারভেদ

ত্রিভুজকে প্রধানত ২টি বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে ভাগ করা যায়।
যথা: ১. কোণভেদে ২. বাহুভেদে

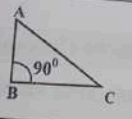
১. কোণভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার। যথা:
(i) সমকোণী ত্রিভুজ (ii) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (iii) স্থূলকোণী ত্রিভুজ

২. বাহুভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার। যথা:
(i) সমবাহু ত্রিভুজ (ii) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (iii) বিষমবাহু ত্রিভুজ

পদ্ধতি-০২ : সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

(i) সমকোণী ত্রিভুজ (Right angled triangle):

সমকোণী ত্রিভুজের উপর সবথেকে বেশি প্রশ্ন হয়ে থাকে।]
যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।
যেমন- চিত্রে $\angle B = 90^\circ$ বা ১ সমকোণ



সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:

- সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ অবশ্যই এক সমকোণ বা 90^0 হতে হবে।
- সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলা হয়।
- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ই বৃহত্তম বাহু।
- সমকোণ ব্যতীত অন্য দুটি কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং এরা পরস্পরের পূরক (কারণ যোগফল ৯০°)
- সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের যে কোন একটিকে লম্ব এবং অপরটিকে ভূমি ধরা যায়। (অর্থাৎ লম্ব ও ভূমি নির্দিষ্ট নয়।)
- সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি অপর বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। এটা পীথাগোরাসের উপপাদ্য নামে পরিচিত যাকে লেখা যায়, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (অতিভুজ^2 = লম্ব^2 + ভূমি^{2})

বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়:

ক্ষুদ্রতম দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি উহার বৃহত্তর বাহুর বর্গের সমান হলে তা সমকোণী ত্রিভুজ হয়।

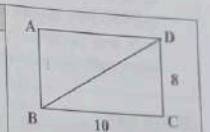


সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল: $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

এই সূত্রটি শুধু সমকোণী ত্রিভুজে লাগবে বিষয়টা এমন নয়, বরং ভূমি ও উচ্চতার মান আছে এমন যে কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রে এই সূত্রটি প্রয়োগ করা যাবে। নিচের উদাহরণটি দেখুন।

Concept Clear করার জন্য নিচের আলোচনাটি পড়ুন:

চিত্রে আয়তক্ষেত্র ABCD এর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ১০ এবং ৮ হওয়ায় ক্ষেত্রফল ১০×৮ = ৮০।
যেহেতু BCD সমকোণী ত্রিভুজটি আয়তক্ষেত্রের অর্ধেক তাই ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে
আয়তের অর্ধেক এজন্য সূত্র : $\frac{১}{২} \times$ ভূমি (দৈর্ঘ্য) $\times$ উচ্চতা (প্রস্থ) $= \frac{১}{২} \times ১০ \times ৮ = ৪০$



(২. ক) সমকোণী ত্রিভুজের উপর সাধারণ প্রশ্ন:

৩০. ত্রিভুজের একটি কোণ, অপর দুই কোণের সমষ্টির সমান হলে ত্রিভুজটি- *[বাংলাদেশ টেলিভিশন (অফিস সহায়ক)-২০২১]*
ক. স্থূলকোণী খ. সমবাহু গ. সমকোণী ঘ. সূক্ষ্মকোণী উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা ১৮০°।
ত্রিভুজের দুই কোণের সমষ্টি অপর কোণের সমান হলে কোণটি এক সমকোণ বা ৯০° হয়, অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজ হবে।

৩১. সমকোণী ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা- - *[স্বাস্থ্য অধিদপ্তর-০৪]*
ক. বৃহত্তর খ. ক্ষুদ্রতর গ. সমান ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

৩২. সমকোণী ত্রিভুজের সর্ববৃহৎ কোণটি কত? *[এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]*
ক. ৮০ ডিগ্রী খ. ৯০ ডিগ্রী গ. ৬০ ডিগ্রী ঘ. ১৮০ ডিগ্রী উত্তর: খ

৩৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ছাড়া অন্য দুটি কী কোণ? *[একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপার:) নিয়োগ-২০১৮]* + - *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০]*
ক. সরল কোণ খ. সম্পূরক কোণ গ. সূক্ষ্মকোণ ঘ. সন্নিহিত কোণ উত্তর : গ

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি = ৯০°।
সুতরাং সমকোণ ব্যতীত অপর কোণ দুটি অবশ্যই সূক্ষ্মকোণ হবে।

৩৪. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের সমষ্টি-*[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*
ক. স্থূলকোণ খ. সমকোণ গ. সমকোণ বা স্থূলকোণ ঘ. সূক্ষ্মকোণ বা স্থূলকোণ উত্তর: খ

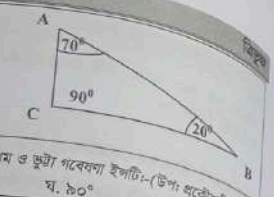
সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ বা ৯০°। সুতরাং অপর দুই কোণের সমষ্টি ৯০° বা এক সমকোণ।

(২. খ) সমকোণী ত্রিভুজের কোণ সংক্রান্ত প্রশ্ন:

৩৫. ΔABC এ $\angle A = 70^0$ এবং $\angle B = 20^0$ হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকৃতির? *[নার্সিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের (সিনি: স্টাফ নার্স) -২০১৮] +[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান): ২০২১] +[বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (স্টোরম্যান)-২০২১]*
ক. সমকোণী খ. সমদ্বিবাহু গ. সূক্ষ্মকোণী ঘ. সমবাহু উত্তর : ক

সমাধান:

ΔABC এর $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$
$\Rightarrow 70^0 + 20^0 + \angle C = 180^0$
$\Rightarrow \angle C = 180^0 - 90^0 \therefore \angle C = 90^0$
যেহেতু একটি কোন সমকোন সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।

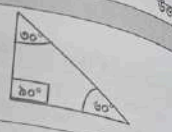


৩৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ ৬০° হলে অপর কোণটি কত? *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটি:-(উপ: প্রকৌশলী)-২০২১]*

ক. ২০° খ. ৩০° গ. ৬০° ঘ. ৯০° উত্তর: খ

সমাধান:

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা ১৮০°
এখানে সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ এক সমকোণ বা ৯০°
অর্থাৎ অপর দুই কোণ = (১৮০° - ৯০°) = ৯০°
সুতরাং একটি কোণ ৬০° হলে অপর কোণটি = (৯০°-৬০°) = ৩০°



নিজে করুন:

৩৭. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত একটি কোণ ৫০° হলে অপর কোণটি কত? *[শ্রম ও পরিদপ্তরের জনসংখ্যা ও পরিবারকল্যাণ কর্মকর্তা ২০০৯]*

ক. ২০° খ. ৩০° গ. ৪০° ঘ. ৫০° উত্তর: গ

৩৮. কোন সমকোণী ত্রিভুজের কোণদ্বয়ের পার্থক্য ৬° হলে ক্ষুদ্রতম কোণের মান কত? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন ম্যাষ্টার)-২০১৮/-১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন/ মূল পর্যায়-২)-২০১৯] + [সিজিএ- (কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

ক. ৪৬° খ. ৪১° গ. ৪৯° ঘ. ৪২° উত্তর: ঘ

সমাধান:

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের সমষ্টি ৯০°
ধরি, ক্ষুদ্রতম কোণটি = x ∴ বৃহত্তম কোণটি = $x+৬$
প্রশ্নমতে, $x+x+৬ = ৯০ \Rightarrow ২x = ৯০- ৬ \quad \therefore x = ৪২$
সুতরাং ক্ষুদ্রতম কোণটি $x = ৪২°$

শর্টকাট সমাধান:

সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ এক সমকোণ বা ৯০°।
∴ অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি = ৯০°।
∴ কোণদ্বয়ের পার্থক্য ৬° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটি হবে
(৯০-৬)° = ৮৪° এর অর্ধেক = (৮৪÷২)° = ৪২°।

নিজে করুন :

৩৯. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতিত অপর দুটি কোণের পার্থক্য ৫° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪০° খ. ৪২.৫° গ. ৪৪° ঘ. ৪৭.৫° উত্তর: খ

৪০. যে সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের অন্তর ৮ ডিগ্রি। তার বৃহত্তম কোণ কত ডিগ্রী? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবারক্ষক):২০২১]*

ক. ৩৮° খ. ৩৯° গ. ৪০° ঘ. ৪৯° উত্তর: ঘ

৪১. কোন সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের পার্থক্য ১৬° হলে ক্ষুদ্রতম কোণের মান- *[পরিবার কল্যাণ পরিদর্শিকা (প্রশিক্ষণার্থী)-২০১০]*

ক. ৪১° খ. ৩৬° গ. ৩৮° ঘ. ৩৭° উত্তর: ঘ

৪২. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর দুই কোণের অনুপাত ৩ : ২ হলে কোণ দুইটি কত ? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ৫৪°, ৩৬° খ. ৫০°, ৪০° গ. ৪৫°, ৫০° ঘ. ৫৫°, ৩৫° উত্তর: ক

সমাধান: সমকোণ ব্যতিত বড় কোণটি = $৯০° \times \frac{৩}{৫} = ৫৪°$ সুতরাং ক্ষুদ্রতম কোণটি = ৯০°- ৫৪° = ৩৬°

নিজে করুন :

৪৩. ত্রিভুজের দুইটি কোণের অনুপাত ২ : ৩। একটি কোণ ৭৫° হলে, অন্য দুইটি কোণের পরিমাণ কত? *[সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

ক. ৪০, ৬০ খ. ৪২, ৬৩ গ. ৪১, ৬৩ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

(২. গ) সমকোণী ত্রিভুজে পীথাগোরাসের সূত্রের প্রয়োগ :

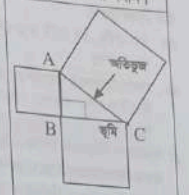
ত্রিকুজ

পীথাগোরাসের উপপাদ্য:

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্র, ঐ ত্রিভুজের অপর দুই বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।

ব্যাখ্যা: এখানে ABC ত্রিভুজে প্রতিটি বাহুর উপর একটি করে বর্গক্ষেত্র তৈরী করা হয়েছে। যার মধ্যে অতিভুজ AC বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রটি AB এবং BC বাহুদ্বয়ের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

এই কথাটিই পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে এভাবে লিখতে হয়,
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
চিত্রানুসারে AC = 5, AB = 3 এবং BC = 4
সূত্রে মানগুলো বসিয়ে পাই $5^2 = 3^2 + 4^2$ বা, 25 = 9+16 বা, 25 = 25
এখন, অতিভুজ AC= 5 এর পরিবর্তে ৬ ধরলে মানগুলো পূর্ণ সংখ্যায় মিলবে না,
তাই কখনো লম্ব ও ভূমি ৩ ও ৪ মিটার হলে অতিভুজ অবশ্যই ৫ মিটার হবে।



সমকোণী ত্রিভুজের কোণ গুলোর অনুপাত:

লম্ব ঃ ভূমি ঃ অতিভুজ অথবা ভূমি ঃ লম্ব ঃ অতিভুজ
এখানে সবথেকে বড় বাহুটি অতিভুজ আর অন্য বাহুদ্বয়ের যে কোন একটি লম্ব এবং অন্যটি ভূমি ধরে হিসেব করতে হয়।

সমকোণী ত্রিভুজের আনুপাতিক মান : ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিম্নোক্ত হলে তা সমকোণী ত্রিভুজ হবে।

সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ		প্রতিবার ×৩			
$x ঃ x ঃ x\sqrt{2}$	3 ঃ 3 ঃ $3\sqrt{2}$	3 ঃ 4 ঃ 5	5 ঃ 12 ঃ 13	প্রমাণ $5^2+12^2=13^2$, 169 = 169	
$1:1:\sqrt{2}$		6 ঃ 8 ঃ 10	8 ঃ 15 ঃ 17		
		9 ঃ 12 ঃ 15	7 ঃ 24 ঃ 25		
		30 ঃ 40 ঃ 50	9 ঃ 40 ঃ 41		

Note : ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সংখ্যা গুলোর বর্গ মুখস্থ থাকলে এখানে সহ অনেক অংক দেখেই উত্তর বলা যাবে।

Special Tecniques:

এখানে লম্ব, a = 3, 5, 7, 9, 11, 13 এর যে কোন সংখ্যা হলে, ভূমি $b = \frac{a^2-1}{2}$ এবং অতিভুজ c = b+1 হবে।

যেমন: a = 7 হলে, $b = \frac{7^2-1}{2} = \frac{48}{2} = 24$ এবং c = 24+1 = 25 সুতরাং a : b : c = **7 : 24 : 25**

(২. ঘ) সমকোণী ত্রিভুজের পীথাগোরাস সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৪৪. ABC সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c হলে, নিচের কোনটি সত্য ? *[NSI (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. $a + b = c$ খ. $a^2 + b^2 = c^2$ গ. $(a+b)^2 = c^2$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্র, ঐ ত্রিভুজের অপর দুই বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান। সুতরাং $a^2 + b^2 = c^2$ সঠিক।

৪৫. ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1:1:\sqrt{2}$ হলে ত্রিভুজটি হবে-? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)- ২০১৮]*

ক. সমকোণী খ. সূক্ষকোণী গ. স্থূলকোণী ঘ. বিষমবাহু উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, বাহু ৩টি পীথাগোরাসের সূত্রে সাজালে $1^2+1^2=1+1=2$ আবার, $(\sqrt{2})^2=2$ মিলে যাওয়া সমকোণী ত্রিভুজ

৪৬. ১৭ সে.মি. ১৫ সে.মি. ৮ সে.মি বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে-*(৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)+ [ঢাকা ওয়াসা (সাব এসিসটেন্ট ইঞ্জি.): ২০২০]*

ক. সমাবাহু খ. সমদ্বিবাহু গ. সমকোণী ঘ. স্থূলকোণী উত্তর: গ

সমাধান : এখানে অতিভুজ $১৭^২ = ১৫^২+৮^২ \Rightarrow ২৮৯ = ২২৫+৬৪ \Rightarrow ২৮৯ = ২৮৯$ তাই ইহা একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

নিজে করুন:

৪৭. ১৩ সেমি, ১২ সেমি ও ৫ সেমি বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি— *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]*

ক. সমবাহু খ. সমদ্বিবাহু গ. সমকোণী ঘ. সূক্ষ্মকোণী উত্তর : গ

৪৮. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব হবে? *(৩০তম বিসিএস) +[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি)-২০২১]*

ক. ৫ : ৬ : ৭ খ. ৪ : ৫: ৬ গ. ১০ : ১৫ : ২০ ঘ. ৩ : ৪ : ৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর বর্গের সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে। প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে কেবলমাত্র (ঘ) এর মানগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ অংকন করা সম্ভব।
যেমন: $3^2+4^2 = 9+16 = 25$ এবং $5^2 = 25$ ।

নিজে করুন:

৪৯. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিচের কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা যাবে? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২১]*

ক. ৬: ৫: ৪ খ. ৬: ৪ : ৩ গ. ১২: ৮ : ৪ ঘ. ১৭ : ১৫ : ৮ উত্তর: ঘ

৫০. ABC সমকোণী ত্রিভুজের B কোণ সমকোণ এবং AB = a, BC = 2a হলে, নিচের কোনটি সত্য? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

ক. $AC^2 = 3a^2$ খ. $AC = \sqrt{5}\,a$ গ. $AC^2 = 5a$ ঘ. $AC^2 = 7a^2$

সমাধান: ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ এক সমকোণ। উত্তর: খ

$\therefore AC^2 = AB^2+BC^2 \Rightarrow AC^2 = a^2+(2a)^2 \Rightarrow AC^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = \sqrt{5a^2} \quad \therefore AC = \sqrt{5}a$

৫১. একটি ত্রিভুজের ভূমি 4 সে.মি. ও অতিভুজ 6 সে.মি হলে এর উচ্চতা কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. 5 সে.মি. খ. $3\sqrt{2}$ সে.মি. গ. $2\sqrt{5}$ সে.মি. ঘ. 7 সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

অতিভূজ^২ = ভূমি^{২} + উচ্চতা^{২} $\Rightarrow$ উচ্চতা^{২} = অতিভূজ^২ - ভূমি^{২} = $6^2-4^2 = 36-16 = 20$ $\therefore$ উচ্চতা = $\sqrt{4\times5} = 2\sqrt{5}$

(২.৬) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য বের করা :

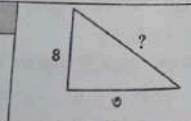
৫২. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ৩ ও ৪ সেন্টিমিটার হলে এর অতিভুজের মান কত? *[(১৪তম বিসিএস)+ [বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটিটিউট(বৈজ্ঞানিক কর্মকর্তা)-২০২২]*

ক. ৬ সেমি খ. ৫ সেমি গ. ৮ সেমি ঘ. ৭ সেমি উত্তর: খ

সমাধান :

a = লম্ব এবং b = ভূমি এবং c = অতিভুজহলে,

$c^2 = a^2+b^2 \therefore$ অতিভুজ $= \sqrt{(৩)^২+(৪)^২} = \sqrt{২৫} = ৫$ সেমি।



মুখে মুখে: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত অনুযায়ী ৩ : ৪ : ৫ থেকে লম্ব ও ভূমি ৩ ও ৪ হলে অতিভুজ = ৫

৫৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য লম্বের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 1 মিটার কম এবং লম্ব অপেক্ষা অতিভুজের দৈর্ঘ্য 1 মিটার বেশি হলে ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? *[মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রঃ কর্মকর্তা ২০০৭]+H PETROBANGLA – (UDA)-2017]*

ক. 4 খ. 3 গ. 6 ঘ. 5 উত্তর: ঘ

চিত্রসহ সমাধান:

মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব = x মিটার

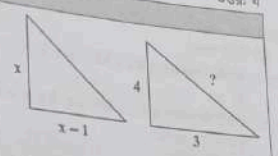
ভূমি = (x - 1) মিটার এবং অতিভুজ = (x + 1) মিটার

এখন, পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে লেখা যায়:

$(x+1)^2 = x^2+(x-1)^2$

$\Rightarrow x^2+2x+1 = x^2+x^2-2x+1$

$\Rightarrow x^2 = 4x \quad \therefore x = 4 \quad \therefore$ অতিভুজ= 4 + 1 = 5 মিটার।



মুখে মুখে: বাহুগুলোর অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে, লম্ব, ভূমি এবং অতিভুজের মধ্যে পার্থক্য ১ হবে। তাই অতিভুজ = ৫।

৫৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি. ছোট, কিন্তু অতিভুজ, ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি. বড়। অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? *(৩৩ তম বিসিএস(প্রিলি)+ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ খাদ্য পরিদর্শক)-২০২১+ শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় (সার্টিফিকায়ার কাম অপারেটর অপারেটর)-২০২১+বাংলাদেশ টেলিভিশন (ক্যাশিয়ার)-২০২১]*

ক. ১০ সে.মি. খ. ৮ সে.মি. গ. ৪ সে.মি. ঘ. ৬ সে.মি. উত্তর: ক

সমাধান: বাহুগুলোর মানের অনুপাত ৬ ঃ ৮ ঃ ১০ হলে সবার ব্যবধান ২ হয় এবং অতিভূজই বড় তাই উত্তর: ১০ সে.মি.
লিখিতি নিয়মে করতে চাইলে উপরের অংকটির নিয়মে করুন । কিন্তু এমসিকিউ এর জন্য এটাই সবথেকে সহজ নিয়ম।

৫৫. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ১৫ সে.মি এবং অপর দুটি বাহুর অন্তর ৩ সে.মি. হলে অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। *[RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ৯ ও ১২ খ. ৫ ও ১৫ গ. ২ ও ১৪ ঘ. ৫ ও ১৬ উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু সমকোণী ত্রিভুজের মানগুলোর অনুপাত = ৩ : ৪ : ৫ বা ৬ : ৮ : ১০ অথবা ৯ : ১২ : ১৫ এভাবে বাড়তে থাকে। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ১৫ হলে বাহুগুলোর অনুপাত হয় ১৫ : ১২ : ৯ যেখানে লম্ব ও ভূমির পার্থক্য ৩। উত্তর: ৯ ও ১২

নিজে করুন:

৫৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট। অপর বাহুর অনুপাত ৪ : ৩ হলে বাহুদুটির দৈর্ঘ্য কত ? *[BIWTA-2018]*
[**Hints:** ৩ : ৪ : ৫ রাশিগুলোকে ৫ দিয়ে গুণ করলে নতুন রাশিগুলো ১৫ : ২০ : ২৫ হয়।]

ক. ১০ এবং ১২ খ. ১৫ এবং ১২ গ. ১৫ এবং ২০ ঘ. ১০ এবং ২০ উত্তর: গ

৫৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ১২ মিটার এবং উচ্চতা ৫ মিটার হলে, এর অতিভুজ ভূমি অপেক্ষা কত মিটার বেশি ? *[সিজিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯]*

ক. ১ খ. ৮ গ. ১৩ ঘ. ১৪ ঙ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক

(২.৮) সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৫৮. একটি ত্রিভুজের ৩টি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪, ৫ ও ৩ ফুট হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *[খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক ২০১২]+ [বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর)-২০২১]*

ক. ১২ খ. ৬ গ. ৩০ ঘ. ৪০ উত্তর: খ

সমাধান: কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে সেটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে।

যেখানে: ৩ ও ৪ হচ্ছে লম্ব ও ভূমি সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৩ \times ৪$ বর্গফুট = ৬ বর্গফুট।

৫৯. একটি ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 8 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]+[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. 48 বর্গ সে.মি. খ. 24 বর্গ সে.মি. গ. 12 বর্গ সে.মি. ঘ. 96 বর্গ সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা *[সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির একটি ভূমি এবং অপরটি উচ্চতা]*

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ বর্গ সে.মি.

নিজে করুন:

৬০. একটি ত্রিভুজের ভূমি ১০ মিটার এবং উচ্চতা ৪ মিটার হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *[NSI (ভয়্যারলেস অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৩০ খ. ২০ গ. ২৪ ঘ. ১৫ উত্তর: খ

৬১. একটি ত্রিভুজের ভূমি ১২ ইঞ্চি এবং উচ্চতা ৮ ইঞ্চি হলে এর ক্ষেত্রফল কত? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট অফিসার/ অডিটরেন্টর): ২০১৯]*

ক. ৪০ বর্গ ইঞ্চি খ. ৪৮ বর্গ ইঞ্চি গ. ৪৮ ইঞ্চি ঘ. ৪০ ইঞ্চি উত্তর: খ

৬২. ৩০ মিটার উচ্চতা ও ২০ মিটার ভূমি বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ৪০০ বর্গ মিটার খ. ৩০০ বর্গ মিটার গ. ৬০০ বর্গ মিটার ঘ. ১৫০ বর্গ মিটার উত্তর: গ

৬৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ব্যতীত অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১০ ফুট ও ৬ ফুট। এর ক্ষেত্রফল কত হবে? *[কমিশন সচিবালয় (প্রশাসনিক কর্মকর্তা ও পার্সোনাল অফিসার)- ২০০৪]*

ক. ১৫ বর্গফুট খ. ৩০ বর্গফুট গ. ৬০ বর্গফুট ঘ. ২৫ বর্গফুট উত্তর: খ

৬৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ১২ মিটার এবং অতিভুজ ১৩ মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *[এনএসআই(ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০১৯] +[বাংলাদেশ অভ্যন্তরীণ নৌ-পরিবহন কর্তৃপক্ষ (ট্রাফিক সুপারভাইজার):২০২১]*

ক. ১০ খ. ২০ গ. ৩০ ঘ. ৪০ উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:	মুখে মুখে সমাধান:
ধরি, সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব $= x$	সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ থেকে ভূমি ১২ এবং অতিভুজ ১৩ হলে লম্ব $= ৫$।
প্রশ্নমতে, $x^2+12^2 = 13^2$	সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = ৩০$ বর্গ মিটার।
$\therefore x^2 = \sqrt{(13)^2-(12)^2} = \sqrt{169-144} = \sqrt{25} = 5$	
সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = ৩০$ বর্গ মিটার।	

নিজে করুন:

৬৫. সমকোণী ত্রিভুজাকৃতির একটি মাঠের অতিভুজ ও ভূমির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৩ মিটার ও ৫ মিটার। মাঠটির ক্ষেত্রফল- *[সহকারী প্রকৌশলী-০৫]*

ক. ৬০ খ. ৬৫ গ. ৪৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

[Hints: ৫:১২:১৩ হিসেবে লম্ব ১২, তাহলে ক্ষেত্রফল $(১২\times৫)\div২ = ৩০$]

৬৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ছাড়া অন্য দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ০.১ এবং ০.২ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের মেডিক্যাল অফিসার : ৮৪]*

ক. ১০০ খ. ০.০১ গ. ২০০ ঘ. ০.০২ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{1}{2} \times (.1 \times .2) = \frac{1}{2} \times .02 = 0.01$ উত্তর: ০.০১

নিজে করুন:

৬৭. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজছাড়া অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্য ০.২ মিটার এবং ০.৩ মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *(স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অফিস: পরি:০৭)*

ক. ০.০২ খ. ০.০১ গ. ০.৩ ঘ. ০.০৩ উত্তর: ঘ

(২.ছ) উচ্চতা বের করা :

৬৮. একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার। এর ভূমি ১৮ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর। *[অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক কাম কম্পিউটার):২০২১]+ [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১৫ মিটার খ. ২০ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ৩০ মিটার উত্তর: গ

সমাধান: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা $\Rightarrow \frac{1}{2} \times 18 \times$উচ্চতা $= 216$ $\therefore$ উচ্চতা $= \frac{216 \times 2}{18} = ২৪$ মিটার।

৬৯. একটি নৌকা পানির লেভেলে বাঁধা দড়ি দ্বারা একটি ডকের দিকে টানা হয়। নৌকাটি যখন ডক থেকে ১২ ফুট দূরে থাকে, তখন নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য পানির উপর ডকের উচ্চতার দ্বিগুণের চেয়ে ৩ ফুট লম্বা হয়। তাহলে ডকের উচ্চতা কত? *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ৯ ফুট খ. ৮ ফুট গ. ৫ ফুট ঘ. ৪ ফুট উত্তর: গ

সমাধান:-

ধরি, ডকের উচ্চতা $= x$ মি. $\therefore$ নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য $= (2x+3)$ মি.

সুতরাং পাশের চিত্রানুযায়ী,

ABC সমকোণী ত্রিভুজে, পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই

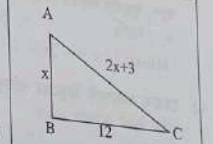
$(2x+3)^2 = x^2+(12)^2 \Rightarrow 4x^2+12x+9 = x^2+144$

$\Rightarrow x^2+4x-45 = 0 \Rightarrow x^2+9x-5x-45 = 0$

$\Rightarrow x(x+9)-5(x+9) = 0 \Rightarrow (x+9)(x-5) = 0$ $\therefore x = -9$ অথবা, $x = 5$

যেহেতু ডকের উচ্চতা ঋণাত্মক হতে পারে না তাই $x = 5$ মি.।

সুতরাং ডকের উচ্চতা $= ৫$ ফুট। উত্তর: ৫ ফুট।



শর্টকাট: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ থেকে লম্ব ৫ এবং অতিভুজ ৫ এর দ্বিগুণের থেকে ৩ বেশি $= 2\times5+3 = 13$। সুতরাং উচ্চতা $= ৫$ ফুট।

৭০. একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুণ অপেক্ষায় 6 সে.মি. বেশি, ত্রিভুজ ক্ষেত্রফল 810 বর্গ সে.মি. হলে এর উচ্চতা কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ১২ সে.মি. খ. ১৫ সে.মি. গ. ২৫ সে.মি. ঘ. ২৭ সে.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ত্রিভুজের উচ্চতা $= x$ সে.মি. $\therefore$ ভূমি $= (2x + 6)$ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times x \times (2x+6) = 810$

$\Rightarrow 2x^2 + 6x = 1620 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 1620 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 810 = 0$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow x^2 + 30x - 27x - 810 = 0 \Rightarrow x(x+30) - 27(x+30) = 0 \Rightarrow (x+30)(x-27) = 0$

হয়, $x+30 = 0$ $\therefore x = -30$ [কিন্তু ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

অথবা, $x-27 = 0$ $\therefore x = 27$ $\therefore$ ত্রিভুজটির উচ্চতা $= 27$ সে.মি. **(Ans:)**

নিজে করুন:

৭১. একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার এবং ভূমি ২২ মিটার হলে উচ্চতা কত হবে? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. ১২ মিটার খ. ১৫ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ২৮ মিটার উত্তর: গ

(২. ঙ) সমকোণী ত্রিভুজের পরিসীমা সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৭২. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ এবং এর পরিসীমা ১৯৫ সে.মি.। বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত? *[এল এস আই/ জুনিয়র হিসাব অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১১০.৫ সে.মি. খ. ১১৭ সে.মি. গ. ১১৯ সে.মি. ঘ. ১২২.৫ সে.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, বাহুগুলো ৫x, ১২x ও ১৩x প্রশ্নমতে, $5x + 12x + 13x = 195 \Rightarrow 30x = 195 \therefore x = 6.5$

সুতরাং বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $= (5x + 13x) = 18x = 18 \times 6.5 = 117$ সে.মি.।

নিজে করুন:

৭৩. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 36 সে.মি. এবং বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3:4:5 হলে ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. 10 সে.মি. খ. 12 সে.মি. গ. 18 সে.মি. ঘ. 15 সে.মি. উত্তর: ঘ

[**Hints**: ৩+৪+৫ = ৩৬ হলে, ১ অংশ = ৩ বৃহত্তম বাহু = ৫ অংশ = ৫×৩ = ১৫ সে.মি.]

৭৪. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য (x + 9) মিটার, (2x + 1) মিটার এবং 2(2x – 1) মিটার। ত্রিভুজের পরিসীমা 29 মিটার হলে, ক্ষুদ্রতম বাহুটির দৈর্ঘ্য হবে? *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর(সহকারী পরিকল্পনা কর্মকর্তা)- ২০১২]*

ক. 3 মিটার খ. 5 মিটার গ. 7 মিটার ঘ. 10 মিটার উত্তর: গ

[**Hints**: $\{x + 9 + 2x + 1 + 2(2x - 1)\} = 29 \therefore x = 3$ সুতরাং ক্ষুদ্রতম বাহু = $2x + 1 = 2\times3+1 = 7$ মিটার]

৭৫. কোনো সমাকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 সেমি এবং পরিসীমা 30 সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। *[বাণিজ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন নির্বাহী অফিসার ২০০৭]*

ক. 24 খ. 27 গ. 28 ঘ. 30 উত্তর: ঘ

সমাধান :

দেয়া আছে, পরিসীমা, $a + b + c = 30$

যেখানে, a = উচ্চতা, b = ভূমি অতিভুজ, c = 13 সেমি

আবার, $a + b + c = 30 \therefore a + b = 30 - 13 = 17$ -- (i)

এখন, $\Rightarrow a^2 + b^2 = (13)^2$ [সমাকোণী ত্রিভুজ]

$\Rightarrow (a + b)^2 - 2ab = 169$

$\Rightarrow 17^2 - 2ab = 169$

$\Rightarrow 2ab = 289 - 169 = 120 \therefore ab = 60$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times ab = \frac{1}{2} \times 60 = 30$ বর্গসেমি।

শর্টকাট সমাধান : (মুখে মুখে উত্তর বের হবে)

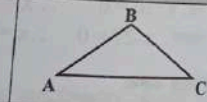
যেহেতু অতিভুজ 13 সে.মি. দেয়া আছে, তাই সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত 5 : 12 : 13 নিলে, (5+12+13) = 30 । সুতরাং লম্ব এবং ভূমি = 5 ও 12

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ বর্গসেমি।

Note: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোরে অনুপাত জানা থাকলে সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত অনেক প্রশ্নের উত্তর দ্রুত দেয়া যাবে।

(ii) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (Acute Angled Triangle) :

ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষ্মকোণ (৯০° এর থেকে কম) তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে। যেমন– চিত্রে ABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়: যেকোণ দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি অপর বাহুর বর্গের চেয়ে বৃহত্তর।

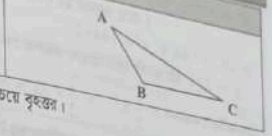
৭৬. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫,৬,৭ সেন্টিমিটার হলে উহা কোন ধরনের ত্রিভুজ?

ক. স্থূলকোণী খ. সমকোণী গ. সূক্ষ্মকোণী ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: এখানে, $5^2+6^2 > 7^2$ অর্থাৎ $AB^2 + BC^2 > AC^2 = 25+36 > 49$ $= 61 > 49$

(iii) স্থূলকোণী ত্রিভুজ (Obtuse Angled Triangle) :

ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে। যেমন– চিত্রে ABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং ∠ABC স্থূলকোণ



বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়: বৃহত্তম বাহুর বর্গ অপর দুই বাহুর বর্গের সমষ্টির চেয়ে বৃহত্তর।

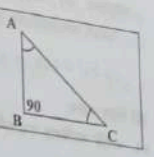
বৈশিষ্ট্য:

- একটি কোণ স্থূলকোণ
- অন্য দুটি কোণ সূক্ষ্মকোণ

সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ:

যে ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান এবং একটি কোণ সমকোণ তাকে সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

চিত্রে AB = BC এবং ∠B = ৯০° তাই এটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।



কোণের মাধ্যমে চেনার উপায়: কোণগুলোর অনুপাত হবে = ৯০° : ৪৫° : ৪৫°

বৈশিষ্ট্য:

- দুটি বাহু পরস্পর সমান
- সমকোণ ব্যতীত অপর দুটি কোণ পরস্পর সমান।
- কোণগুলোর অনুপাত ২ : ১ : ১

টেকনিক : মনে রাখুন: যত : তত : তত $\sqrt{2}$ অর্থাৎ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য $= x : x : x\sqrt{2}$ বা, $1 : 1 : \sqrt{2}$

৭৭. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের তিন কোণের পরিমাণ? *(পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৪]*

ক. ৬০°, ৬০°, ৬০° খ. ৪০°, ৯০°, ৪০° গ. ৫০°, ৯০°, ৪০° ঘ. ৪৫°, ৯০°, ৪৫° উত্তর: ঘ

৭৮. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ মিটার হলে ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? *[NSI (হিসাব অফিসার)- ২০২১]*

ক. $\sqrt{2}$ খ. $2\sqrt{2}$ গ. $3\sqrt{2}$ ঘ. $5\sqrt{2}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: সমকোণী ত্রিভুজ হওয়ায়, পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী

অতিভুজ^2 = লম্ব^2+ভূমি^{2} । সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ হওয়ায় লম্ব ও ভূমি একই]

$\therefore$ অতিভুজ$^2 = 5^2+5^2 \Rightarrow$ অতিভুজ$^2 = 50$

$\Rightarrow$ অতিভুজ$= \sqrt{25\times2} \therefore$ অতিভুজ $= 5\sqrt{2}$ সুতরাং অতিভুজের দৈর্ঘ্য = $5\sqrt{2}$ মিটার।

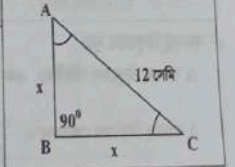
৭৯. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. *[২৭তম বিসিএস)+ [বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (স্টোরম্যান)- ২০২১]*

ক. 18 বর্গ সে.মি খ. 24 বর্গ সে.মি গ. 36 বর্গ সে.মি ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান:

ধরি, ত্রিভুজটির লম্ব = x, তাহলে ভূমিও x

সুতরাং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে, $\frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$ (কিন্তু x^2 এর মান দেয়া নেই তাই x^2 এর মান বের করলেই উত্তর বের হবে)



চিত্র দেখে পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে, $x^2+x^2=12^2$
(প্রশ্নে শুধুমাত্র ১২ দেয়া আছে তাই সেখান থেকেই কাজ শুরু)
$\Rightarrow 2x^2=144$ বা, $x^2=144\div2$
$\therefore x^2=72$ (এই মানটি সূত্রে প্রয়োগ করলেই ক্ষেত্রফল বের হবে)
ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{2}\times72=36$ উত্তর: ৩৬ বর্গ সে.মি.

১০ সেকেন্ডে করার জন্য শর্টকাট:
সূত্র: ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{4}\times(\text{অতিভুজ})^2$
$=\frac{1}{4}\times(12)^2=\frac{1}{4}\times144=36$

৮০. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১৬ সেমি হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি? [শ্রম মন্ত্রণালয় ২০০৮]
ক. ৪৮ খ. ৫৬ গ. ৬৪ ঘ. ৭২ উত্তর: গ

♦ শর্টকাট: $=\frac{1}{4}\times(16)^2=\frac{1}{4}\times16\times16=64$

সমাধান: ধরি, সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য $=x$
তাহলে পিথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী $x^2+x^2=১৬^2$
$\Rightarrow 2x^2=২৫৬\Rightarrow x^2=১২৮$ [উচ্চতা $=x$, ভূমি $=x$] $\therefore$ ক্ষেত্রফল $=\frac{১}{২}\times১২৮=৬৪$ বর্গসেমি

নিজে করুন:

৮১. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত ? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: প্রধান মাষ্টার)-২০১৮]
[**Hints:** $(১০)^২\div8=১০০\div8=২৫$]
ক. ১০০ বর্গ সে.মি. খ. ৫০ বর্গ সে.মি. গ. $\sqrt{২}\times১০$ বর্গ সে.মি ঘ. ২৫ বর্গ সে.মি উত্তর: ঘ

৮২. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 8 হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [IBBL (PO)-17]
a. 16 b. $4\sqrt{2}$ c. 8 d. $8\sqrt{2}$ Ans: a

৮৩. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রতিটির দৈর্ঘ্য 18 সেমি হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি? [ডেপুটি কমিশনার-২০১৯, বিজেএস-২০১৯]
ক. 36 খ. 81 গ. 162 ঘ. 324 উত্তর: গ

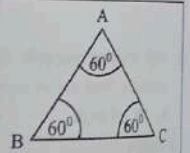
বাহুভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার

পদ্ধতি-০৩ : সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

(ক) সমবাহু ত্রিভুজ (Equilateral Triangle):

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে। যেমন–

সমবাহু ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:
- তিনটি বাহু সমান।
- কোণ তিনটি ও সমান।
- প্রত্যেক কোণের পরিমান ৬০° ।
- মধ্যমাগুলো সমান।



সমবাহু ত্রিভুজের সূত্র:

Δ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা: এক বাহু a হলে, পরিসীমা = 3a (ত্রিভুজের 3 বাহুর যোগফল) ।

Δ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে)

(গ. ক) সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সাধারণ প্রশ্ন :

৮৪. যে ত্রিভুজের তিন কোণই সমান তাকে কোন ধরনের ত্রিভুজ বলে ? [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]
ক.সমকোণী খ. সমদ্বিবাহু গ. সমবাহু ঘ. বিষমবাহু ত্রিভুজ উত্তর: গ

৮৫. শুধু পরিসীমা দেয়া থাকলে কোন ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? [রাকাব, (সুপারভাইজার) -১৫]
ক. সমবাহু ত্রিভুজ খ. বিষমবাহু ত্রিভুজ গ. অসমবাহু ত্রিভুজ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: পরিসীমাকে ৩ দিয়ে ভাগ করে সমবাহু ত্রিভুজ অংকন করা সম্ভব। তাছাড়া অন্য কোন ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়।

৮৬. একটি ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজটি – [প্রাক প্রাথমিক (সহকারী শিক্ষক) -ডেলপটা-২০১৪]
ক. বিষমবাহু খ. সমদ্বিবাহু গ. সমকোণী ঘ. সমবাহু উত্তর: ঘ

৮৭. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু পর্যায়ক্রমে যোগ করলে যে চারটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তা –[বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন-(গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]
ক. স্থূলকোণী ত্রিভুজ খ. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ গ. সমকোণী ত্রিভুজ ঘ. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ উত্তর: খ

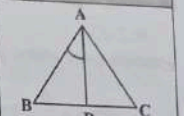
সমাধান সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ ৬০° অর্থাৎ সূক্ষ্মকোণ।
সুতরাং সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু পর্যায়ক্রমে যোগ করলে চারটি ত্রিভুজই সূক্ষ্মকোণী হবে।

৮৮. সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলি ? [এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]
ক. ৩০ ডিগ্রী খ. ৬০ ডিগ্রী গ. ৯০ ডিগ্রী ঘ. ১৮০ ডিগ্রী উত্তর: খ

(গ. খ) সমবাহু ত্রিভুজের কোণ সংক্রান্ত প্রশ্ন :

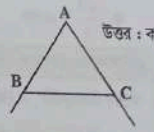
৮৯. ABC সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা AD হলে ∠BAD এর মান কত? [সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]
ক. 30° খ. 45° গ. 60° ঘ. 90° উত্তর: ক

সমাধান:
সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা কোণকে সমদ্বিখন্ডিত করে।
$\therefore \angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times60^0=30^0$
[যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের মান 60^0 ।]



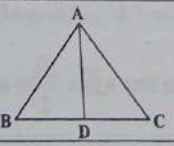
৯০. ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, উহার AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭] + [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]
ক. ২৪০° খ. ২৭০° গ. ২৮০° ঘ. ৩২০° উত্তর : ক

সমাধান: পাশের চিত্রটি দেখুন, ΔABC সমবাহু ত্রিভুজের $\angle A=\angle B=\angle C=৬০^\circ$
ত্রিভুজের কোনো বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ + সন্নিহিত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি = ১৮০°
সুতরাং একটি বহিঃস্থ কোণ হবে ১২০° তাহলে দুটি বহিঃস্থ কোন হবে ১২০+১২০ = ২৪০°।



৯১. ABC ত্রিভুজে ∠B = ∠C এবং BC বাহুর উপর D একটি বিন্দু। এতে কোন শর্তটি হবে? [ডাক অধিদপ্তরের বিল্ডিং ওভারসিয়ার-২০১৮]
ক. AC > BC খ. AC> AD গ. AB > AC ঘ. AC<AD উত্তর : খ

সমাধান:
ABC ত্রিভুজে ∠B = ∠C ∴ AC = AB
অর্থাৎ AC ও AB অবশ্যই AD অপেক্ষা বড়।
∴ **AC > AD**



(৩. গ) সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত প্রশ্ন :

৯২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? *[১০ম+৩৮তম বিসিএসপিডি)+ [বিটিএসএ) থানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]* (সরাসরি সূত্রটা ই)

ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ খ. $\frac{2}{3}a^2$ গ. $\frac{2}{\sqrt{3}}a^2$ ঘ. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ উত্তর: খ

৯৩. একটি ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল- *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

ক. 16 বর্গ সে.মি. খ. 64 বর্গ সে.মি. গ. $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. ঘ. $8\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: এখানে এক বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4 মিটার। সূত্রানুসারে, $\frac{\sqrt{3}}{4}.4^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.16 = \sqrt{3}.4 = 4\sqrt{3}$

নিজে করুন:

৯৪. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার হলে উহার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]*

ক. $\sqrt{3}$ খ. 3 গ. 2 ঘ. 4 উত্তর: ক

৯৫. সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহু 16 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? *[১২তম বিসিএস] +[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (উপ-সহকারী কৃষি কর্মকর্তা): ২০১৯] +[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী):২০২০] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*

ক. $64\sqrt{3}$ খ. $32\sqrt{3}$ গ. $2\sqrt{3}$ ঘ. 64 উত্তর: ক

৯৬. সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল- [১৩ তম প্রভাষক নিবন্ধন-২০১৬]

ক. $2\sqrt{3}$ খ. $3\sqrt{3}$ বর্গ একক গ. 9 বর্গ একক ঘ. 3 বর্গ একক উত্তর: খ

৯৭. সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 6 সেমি হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গসেমি? *[সহ: থানা শিক্ষা অফিসার: ২০১০]*

ক. $2\sqrt{3}$ খ. $3\sqrt{3}$ বর্গ একক গ. $\sqrt{3}$ বর্গ একক ঘ. 3 বর্গ একক উত্তর: গ

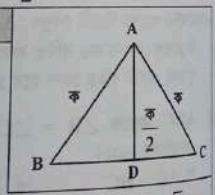
সমাধান: এখানে পরিসীমা দেয়া আছে 6 , তাই সরাসরি সূত্র প্রয়োগ না করে প্রথমে এক বাহুর দৈর্ঘ্য বের করতে হবে,

১বাহু $a = \frac{6}{3} = 2$। (সমবাহু ত্রিভুজের তিন বাহু সমান) এখন, সূত্র ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}.2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.4 = \sqrt{3}$

৯৮. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 'ক' একক হলে তার মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত হবে? *[থানা শিক্ষা অফিসার (TEO) ২০১০]*

ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ক একক খ. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ক একক গ. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ক^2 একক ঘ. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ক একক উত্তর: ক

সমাধান: (সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা = উচ্চতা একই, এই অংকে শর্টকাট টেকনিক দেখুন)



পাশের চিত্রানুযায়ী, ABC সমবাহু ত্রিভুজে, AB = CA = BC = 'ক' একক

এবং AD হচ্ছে ত্রিভুজটির একটি মধ্যমা। $\therefore CD = \frac{BC}{2} = \frac{ক}{2}$ একক

এখন, ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 + CD^2 = CA^2$ (এখানে CA ই হল অতিভুজ)

$\Rightarrow AD^2 = CA^2 - CD^2 \Rightarrow AD^2 = ক^2 - \left(\frac{ক}{2}\right)^2 \Rightarrow AD^2 = \frac{3ক^2}{4} \Rightarrow AD = \sqrt{\frac{3ক^2}{4}} \therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2}ক$

$\therefore$ মধ্যমার দৈর্ঘ্য $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ক একক

এখান থেকে শর্টকাট সূত্র: সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা/উচ্চতা $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ বাহু

৯৯. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে এর উচ্চতা কত?

ক. $2\sqrt{3}$ খ. $4\sqrt{3}$ গ. $16\sqrt{3}$ ঘ. $32\sqrt{3}$ উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ $\therefore$ উচ্চতা/মধ্যমা $= 4\sqrt{3}$ সে.মি.

নিজে করুন :

১০০. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি। এর মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত?

ক $\sqrt{3}$ সে.মি. খ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ সে.মি. গ. 2 সে.মি. ঘ. 1 সে.মি. উত্তর: ক

১০১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা 15 সেমি। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি?

ক. $50\sqrt{3}$ খ.$70\sqrt{3}$ গ. $75\sqrt{3}$ ঘ. $150\sqrt{3}$ উত্তর: গ

সমাধান: দেওয়া আছে ত্রিভুজটির উচ্চতা = 15 সে.মি.।

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{2}a = 15$ (সূত্র) $\Rightarrow \sqrt{3}\,a = 30 \Rightarrow a = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times 10}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$

সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 100 \times 3 = 75\sqrt{3}$ **(Ans:)**

১০২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ সে.মি.। ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ (সহকারী প্রোগ্রামার)- ২০১৭] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপা:)-২০২১] + [মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধি: (অফিস সহা:)২০২১]*

ক. ১৫.২ সে.মি. খ. ১০.৭ সে.মি. গ. ১০.২ সে.মি. ঘ. ১.৭১ সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 50 \Rightarrow a^2 = 50 \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{200}{\sqrt{3}}$ $\therefore a = \sqrt{115.17} = 10.7$ প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = **10.7** সে.মি.।

১০৩. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $36\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে উহার পরিসীমা কত?

ক. $36\sqrt{3}$ খ. 36 গ. $24\sqrt{3}$ ঘ. 48 উত্তর: খ

সমাধান: এখানে $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 36\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36\times 4 \Rightarrow a^2 = 144$ $\therefore$ একবাহু a =12 $\therefore$ পরিসীমা= $3\times 12 =$ **36**

নিজে করুন :

১০৪. একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 9 সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত সে.মি. ? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*

ক. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ খ. $2\sqrt{3}$ গ. $4\sqrt{3}$ ঘ. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ উত্তর: ক

১০৫. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *(৩২তম বিসিএস) + [BADC-(Store Keeper)-2017]*

ক. 3 মিটার খ. 2 মিটার গ. 4 মিটার ঘ. 5 মিটার উত্তর: খ

সমাধান:

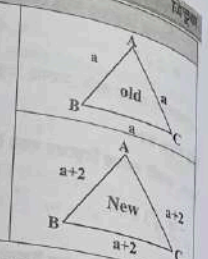
ধরি, শুরুতে একবাহুর দৈর্ঘ্য ছিল = a

আবার সমবাহু ত্রিভুজের নতুন বাহুর দৈর্ঘ্য = a + 2 মিটার

শর্তমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 3\sqrt{3}$ [দুই ক্ষেত্রফলের পার্থক্য = $3\sqrt{3}$]

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+4a+4-a^2) = 3\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(4a+4) = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{4}\times 4(a+1) = 3 \Rightarrow a+1 = 3 \quad \therefore a = 2$ **উত্তর:** 2 মিটার



১০৬. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬১)]+ [RAKUB officer-2015]*

সমাধান: প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 6\sqrt{3}$ [বাকীটা নিজে করুন] **উত্তর:** ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5 মিটার।

নিজে করুন :

১০৭. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. 3.2 মিটার খ. 4 মিটার গ. 4.8 মিটার ঘ. 5.5 মিটার **উত্তর:** ঘ

পদ্ধতি-০৪ : সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (Isosceles Triangle): যে ত্রিভুজের দু'টি বাহু সমান তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:

বাহু সমান (চিত্রে AB = AC = b)

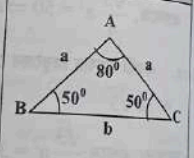
সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় ও সমান।

কোণের মাধ্যমে চেনার উপায়: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অপর বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

চিত্রে AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C$ আর ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

সূত্র: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

(যেখানে b = ভূমি এবং a = সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য।

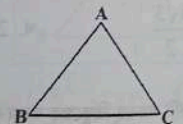


(৪. ক) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সাধারণ প্রশ্ন :

১০৮. ABC ত্রিভুজের AB = AC হলে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. $\angle ABC = \angle ACB$ খ. $\angle ABC > \angle ACB$

গ. $\angle ACB > \angle ABC$ ঘ. $\angle ABC = \angle BAC$



উত্তর: ক

সমাধান: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে যে: যে দুটি বাহু সমান তার বিপরীত কোণগুলো সমান হবে।

এখানে, AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C$

১০৯. ত্রিভুজ ABC এ $\angle A = 80$ ডিগ্রি এবং $\angle B = 70$ ডিগ্রি হলে, ত্রিভুজ ABC কি ধরনের ত্রিভুজ? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]*

ক. সমকোণী খ. স্থূলকোণী গ. সমদ্বিবাহু ঘ. সমবাহু **উত্তর:** গ

সমাধান: তৃতীয় কোণটি = ১৮০-৪০-৭০ = ৭০ ডিগ্রি । অর্থাৎ দুটি কোণ ৭০ ডিগ্রি হওয়ায় ত্রিভুজটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

১১০. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি কোণের মান ১২০° হলে অপর যেকোনো একটি কোণের মান কত? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগ(অফিস সহকারি কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ২৫° খ. ৪০° গ. ৪৫° ঘ. ৩০° **উত্তর:** ঘ

সমাধান: সমান সমান কোণ দুটির যোগফল = ১৮০° - ১২০° = ৬০° । সুতরাং কোণ দুটির প্রতিটির মান = ৬০°÷২ = ৩০°

১১১. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ কোণের মান ৮০° হলে, অপর কোণদ্বয়ের মান কত?

ক. ৪৫°, ৪৫° খ. ৫০°, ৫০° গ. ৫৫°, ৫৫° ঘ. ৬০°, ৬০° **উত্তর:** খ

সমাধান: সমান সমান কোণ দুটির যোগফল = ১৮০° - ৮০° = ১০০° । সুতরাং কোণ দুটির প্রতিটির মান = ১০০°÷২ = ৫০°

১১২. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি কোণ ৯৬° । ঐ ত্রিভুজের অপর কোণটি কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. ৪৮° খ. ৪২° গ. ২৪° ঘ. ৮৪° **উত্তর:** খ

সমাধান: একটি কোণ ৯৬° হলে অপর কোণ দু'টির যোগফল = ১৮০° - ৯৬° = ৮৪° ।

সুতরাং ত্রিভুজের অপর কোণটি অর্থাৎ ১টি কোণ = ৮৪°÷২ = ৪২°

১১৩. ΔABC এর AB = BC এবং $\angle C = 40^0$ হলে, $\angle B$ = ?

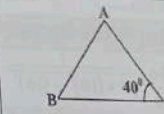
ক. 100^0 খ. 70^0 গ. 180^0 ঘ. 40^0 **উত্তর:** ক

সমাধান:

যেহেতু AB = BC $\therefore \angle A = \angle C = 40^0$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$\Rightarrow 40^0 + \angle B + 40^0 = 180^0 \Rightarrow \angle B = 180^0 - 80^0 \quad \therefore \angle B = 100^0$

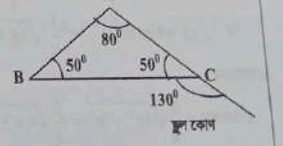


১১৪. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয় বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়কের কি বলে? *(প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮) +[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]*

ক. স্থূলকোণ খ. সূক্ষ্মকোণ গ. সমকোণ ঘ. বিপ্রতীপকোণ **উত্তর:** ক

সমাধান:

পাশের চিত্রটি লক্ষ্য করুন: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত কোণ কখনোই 90^0 এর থেকে বেশি হবে না, 90^0 থেকে কম। তাই সমান বাহুদ্বয় বর্ধিত করলে যে বহি:স্থ কোণটি উৎপন্ন হবে তাকে বলা হবে স্থূল কোণ। এখানে সমান বাহু সংলগ্ন অন্ত:স্থ কোণটি 50^0, সুতরাং বহি:স্থ কোণটি হবে $180^0 - 50^0 = 130^0$ যা একটি স্থূল কোণ



১১৫. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণের পরিমাণ ৫৫° হলে উহার শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত? *[Sonali Bank.off. - 2014] + [RAKUB (Supervisor)-2017]*

ক. ১২৫° খ. ৭০° গ. ১৪৫° ঘ. ১১০° **উত্তর:** খ

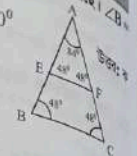
সমাধান:

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান হওয়ায় এ দুটি বাহুর বিপরীত কোণগুলোও পরস্পর সমান।

একটি কোণ ৫৫° হলে অন্য কোণটিও ৫৫° হবে। সুতরাং শীর্ষ কোণটি হবে = ১৮০° - (৫৫°+৫৫°) = ১৮০° -১১০° = ৭০°

১১৬. ABC ত্রিভুজে AB = AC, BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle B = 48^0$ হলে, $\angle EAF + \angle AFE =$ কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (উপসহঃ প্রকৌশল-সিভিল)-২০১৭]*

ক. 132^0 খ. 108^0 গ. 160^0 ঘ. 80^0



সমাধান: পাশের চিত্রটি দেখুন, ABC ত্রিভুজে AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C = 48^0$

আবার, একই ত্রিভুজে BC বাহুর সমান্তরাল EF রেখা হওয়ায়, $\angle B = \angle E = 48^0$ এবং

$\angle C = \angle F = 48^0$ এখন, AEF ত্রিভুজে $\angle F = 48^0$ হলে, $\angle A + \angle E = (180-48) = 132^0$

উত্তর: ঘ

(৪. খ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত প্রশ্ন :

১১৭. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি x এবং সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য y হলে , ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *[নৌপরিবহন ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা)- ২০১৩]*

ক. $\frac{x}{4}\sqrt{4y^2 - x^2}$ খ. $\frac{4}{x}\sqrt{4y^2 - x^2}$ গ. $\frac{x}{4}\sqrt{4x^2 - y^2}$ ঘ. $\frac{x}{4}\sqrt{x^2 - 4x^2}$

উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য, a = y, ভূমির দৈর্ঘ্য, b = x

সুতরাং সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{x}{4}\sqrt{4y^2 - x^2}$ বর্গ একক।

১১৮. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 16 মি. এবং অপর দুইটি বাহু প্রতিটি 10 মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *(২৪তম ও ১৯তম বিসিএস) +[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি)-২০২১] +[BEPZA (AD)-2021]*

ক. 36 বর্গ মি. খ. 42 বর্গ মি. গ. 50 বর্গ মি. ঘ. 48 বর্গ মি.

উত্তর: ঘ

সমাধান : (সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সূত্রানুসারে)	বিকল্প সমাধান : (বিষমবাহু ত্রিভুজের সূত্র অনুসারে)
ক্ষেত্রফল $= \frac{16}{4}\sqrt{4\times(10)^2 - (16)^2}$	পরিসীমা = 16+10+10 = 36 অর্ধ পরিসীমা = 36 ÷2 = 18
$= 4\sqrt{400-256} = 4\times\sqrt{144} = 4\times12 = \mathbf{48}$	$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{18(18-16)(18-10)(18-10)}$
	$= \sqrt{18\times2\times8\times8} = \sqrt{36\times64} = 6\times8 = 48$

Note: বিকল্প নিয়ম জানা থাকলে যে কোন সূত্র দিয়েই দ্রুত সমাধান করতে পারবেন।

১১৯. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. এবং অপর বাহুটি 2 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. $\sqrt{32}$ বর্গ সে.মি. খ. $\frac{1}{2}\sqrt{34}$ বর্গ সে.মি. গ. $\sqrt{8}$ বর্গ সে.মি. ঘ. $\sqrt{40}$ বর্গ সে.মি.

উত্তর: গ

সমাধান:

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{2}{4}\sqrt{4\times3^2 - 2^2} = \frac{2}{4}\sqrt{36-4} = \frac{2}{4}\sqrt{36-4} = \frac{2}{4}\sqrt{32} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ বর্গ সে.মি.

১২০. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 6 মিটার। সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ হলে, ক্ষেত্রফল কত?

ক. 10 বর্গ মি. খ. 12 বর্গ মি. গ. 14 বর্গ মি. ঘ. 16 বর্গ মি.

উত্তর: খ

সমাধান:

ভূমির দৈর্ঘ্য b = 6 মি. সুতরাং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{6}{4}\sqrt{4\times5^2 - 6^2} = \frac{6}{4}\sqrt{100-36} = \frac{6}{4}\sqrt{64} = \frac{3}{2}\times8 = \mathbf{12}$ বর্গ মি.

১২১. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহু ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ, পরিসীমা 16 মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত ?

ক. 10 বর্গ মি. খ. 12 বর্গ মি. গ. 14 বর্গ মি. ঘ. 16 বর্গ মি.

উত্তর: খ

সমাধান: ভূমি = 6x হলে সমান সমান বাহু = 5x

প্রশ্নমতে, 5x+5x+6x = 16 $\Rightarrow$ 16x = 16 $\therefore$ x = 1 সুতরাং ভূমি = 6×1 = 6 এবং সমান বাহু = 5×1=5

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{6}{4}\sqrt{4\times5^2 - 6^2} = \frac{3}{2}\sqrt{100-36} = \frac{3}{2}\times8 = 12$ বর্গ মি.

নিজে করুন:

১২২. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি. এবং অন্যান্য সমান বাহু দুটির প্রতিটি ১০ সে.মি. করে। তাহলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

ক. $১০\sqrt{২১}$ বর্গ সে.মি. খ. $৮\sqrt{২১}$ বর্গ সে.মি. গ. ৪০ বর্গ সে.মি. ঘ. $৮০\sqrt{২১}$ বর্গ সে.মি.

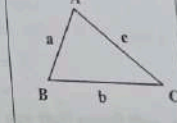
উত্তর: খ

পদ্ধতি-০৫ : বিষমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যা

বিষমবাহু ত্রিভুজ: (Scalene Triangle):

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই অসমান তাকে বিষমবাহু বা অসমবাহু ত্রিভুজ বলে। যেমন-

বৈশিষ্ট্য: ☞প্রতিটি বাহু অসমান ☞মধ্যমাগুলো অসমান



সূত্র: বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

এখানে 2S (পরিসীমা) = a+b+c $\therefore$ S (অর্ধ পরিসীমা) $= \frac{a+b+c}{2}$

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১২৩. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং 5 সে.মি. হলে অর্ধপরিসীমা কত?

ক. 12 সে.মি. খ. 6 সে.মি. গ. 24 সে.মি. ঘ. 36 সে.মি.

উত্তর: খ

সমাধান: পরিসীমা 2s = 3+4+5 $\therefore$ অর্ধপরিসীমা = s = $\frac{12}{2} = 6$ সে.মি.

১২৪. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৩, ১৪ ও ১৫ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *[স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রঃ হেলথ কেয়ার প্রোভাইডার -২০১৮(লিখিত)]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ৬০ বর্গমিটার খ. ৮৪ বর্গমিটার গ. ৯০ বর্গমিটার ঘ. ৪৮ বর্গমিটার

উত্তর : খ

সমাধান: ত্রিভুটির পরিসীমা = ১৩+১৪+১৫ = ৪২ $\therefore$ অর্ধপরিসীমা s = $\frac{৪২}{২} = ২১$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{২১(২১-১৩)(২১-১৪)(২১-১৫)}$ বর্গমিটার

$= \sqrt{২১\times৮\times৭\times৬}$ বর্গমিটার

$= \sqrt{৪২\times৪\times৪২}$ = (৮থেকে ২ নিয়ে দুপাশে ৪২ করা হলো তাহলে ১টা ৪২ এবং ৪ এর বর্গমূল ২ কে বাইরে আনা যাবে)

$= ৪২\times২ = \mathbf{৮৪}$ বর্গমিটার।

১২৫. একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 মি. 21 মি, এবং 29 মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি. ? *(৩১তম বিসিএস) + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রধান সহকারি/হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. 210 বর্গ মি. খ. 215 বর্গ মি. গ. 225 বর্গ মি. ঘ. 250 বর্গ মি.

উত্তর: ক

সমাধান: পরিসীমা $2s = 20+21+29$ ∴ অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{70}{2} = 35$

∴ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{35(35-20)(35-21)(35-29)} = \sqrt{35\times15\times14\times6}$

$= \sqrt{5\times7\times3\times5\times7\times2\times3} = \sqrt{(7\times7)\times(5\times5)\times(3\times3)\times(2\times2)}$ (এভাবে জোড়া মেলালে সহজে উত্তর বের হবে)

$= 7\times5\times3\times2 =$ **210 বর্গ মি.**

১২৬. একটি বিষমবাহু ত্রিভুজের বাহু তিনটির পরিমাপ ৪২ সে.মি. , ৩৪ সে.মি. এবং ২০ সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *[IBBL- (ATO)-2017]+ কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. ২৫৬ বর্গ সে.মি. খ. ৩২৮ বর্গ সে.মি. গ. ৩৩৬ বর্গ সে.মি. ঘ. ৫৭৬ বর্গ সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: বিষমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 2S = a+b+c = 42+34+20 = 96$ ∴ অর্ধপরিসীমা $S = \frac{96}{2} = 48$

বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল: $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{48(48-42)(48-34)(48-20)}$

$= \sqrt{48\times6\times14\times28}$

$= \sqrt{4\times2\times6\times6\times14\times28}$ (সবগুলো সংখ্যা গুণ করে বর্গমূল বের করতে সময় লাগবে)

$= \sqrt{(2\times2)\times(6\times6)\times(28\times28)}$ (জোড়া জোড়া মেলানো হয়েছে)

$= 2\times6\times28$(বর্গমূল থাকায় প্রতি জোড়া থেকে একটি করে নেয়া হয়েছে)

= 336 উত্তর:

১২৭. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5, 6, 7 মি.। নিকটতম বর্গমিটারে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? *(২৪তম বিসিএস)*

ক. $5\sqrt{6}$ বর্গ মি. খ. $6\sqrt{6}$ বর্গ মি. গ. $6\sqrt{5}$ বর্গ মি. ঘ. $7\sqrt{6}$ বর্গ মি. উত্তর: খ

সমাধান: পরিসীমা $2s = 5+6+7$ ∴ অর্ধ পরিসীমা $s = \frac{18}{2} = 9$

∴ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = \sqrt{9\times4\times3\times2} = \sqrt{(3\times3)\times(2\times2)\times(2\times3)} = 3\times2\times\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

১২৮. 3 cm, 4.5 cm, 5.5 cm বাহুবিশিষ্ট কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? *[সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]*

ক. 87.5 খ. 7.50 গ. 6.75 ঘ. 7.55 উত্তর: গ

সমাধান: পরিসীমা $= 3+4.5+5.5 = 13$ সুতরাং অর্ধ পরিসীমা $S = 13\div2 = 6.5$

বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্রানুযায়ী

ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{6.5(6.5-3)(6.5-4.5)(6.5-5.5)} = \sqrt{6.5(3.5\times2\times1)} = \sqrt{6.5\times7} = \sqrt{45.5} = 6.7453 = 6.75$

১২৯. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫, ৭, ৮ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ (উপ-পরিচালক) -২০১৮]*

ক. ১৪.৬৯ খ. ১৫.৬৯ গ. ১৭.৩২ ঘ. ১৮.৩২ উত্তর : গ

সমাধান: ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা $= \frac{৫+৭+৮}{২} = ১০$ মিটার

∴ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{১০(১০-৫)(১০-৭)(১০-৮)} = \sqrt{১০\times৫\times৩\times২} = ১০\sqrt{৩} = ১০\times১.৭৩২ = ১৭.৩২$ বর্গমিটার

শূন্য স্থান পূরণ করুন:

১৩০. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৭ সে.মি; ৮ সে.মি; ও ৯ সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। *[অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)- ২০২১]+ [DSCC -(পরিসংখ্যান পরিদর্শক)-২০২১]*

ক. $12\sqrt{3}$ বর্গ মি. খ. $10\sqrt{5}$ বর্গ মি. গ. $12\sqrt{5}$ বর্গ মি. ঘ. $10\sqrt{6}$ বর্গ মি. উত্তর: গ

পদ্ধতি-০৬ : ত্রিভুজের অংককে ত্রিকোণমিতির প্রয়োগ

যদি একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেয়া থাকে তাহলে ঐ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্র নিম্নরুপ।

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times a\times b\times\sin\theta$ (এখানে a ও b বাহু দুটির দৈর্ঘ্য এবং θ = অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাণ)

১৩১.একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সে.মি এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45^0 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? *[১৩ তম প্রভাষক নিবন্ধন-২০১৬]*

ক. 25 খ. $25\sqrt{2}$ গ. 30 ঘ. $25\sqrt{5}$ উত্তর: খ

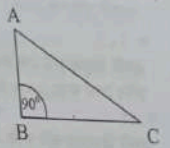
সমাধান: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times10\times10\times\sin45^0 = \frac{1}{2}\times10\times10\times\frac{1}{\sqrt{2}} = 50\times\frac{1}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2}$

১৩২. ΔABC এ $\angle B = 90^0$, যদি $AC = 2AB$ হয় তবে, $\angle C$ এর মান কত ? *[৩৮তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. 45^0 খ. 22.5^0 গ. 30^0 ঘ. 60^0 উত্তর: গ

সমাধান: পাশের ABC সমকোণী ত্রিভুজে ধরি লম্ব $AB = x$ সুতরাং অতিভুজ $AC = 2x$

এখন ABC সমকোণী ত্রিভুজে



$\sin C = \frac{AB}{AC}$ [যেহেতু প্রশ্নে লম্ব ও অতিভুজের মান পাওয়া গেছে]

$\Rightarrow \sin C = \frac{x}{2x} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{2}$

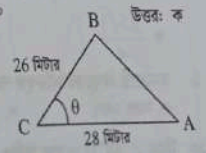
$\Rightarrow \sin C = \sin30^0$ [যেহেতু $\sin30^0 = \frac{1}{2}$ তাই $\frac{1}{2}$ এর স্থলে $\sin30^0$ লেখা যায়।]

$\therefore C = 30^0$ সুতরাং উন্নতি কোণ বা $\angle C = 30^0$

১৩৩. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২৬ মিটার, ২৮ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ১৮২ বর্গ মিটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহকারী প্রকৌশলী সিভিল) - ২০১১]+ [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৬.১]*

ক. ৩০° খ. ৪৫° গ. ৬০° ঘ. ৯০° উত্তর: ক

সমাধান: ১ম বাহু $a = 26$ মিটার, ২য় বাহু $b = 28$ মিটার এবং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 182$



শর্তমতে, $\frac{1}{2}\times a\times b\times\sin\theta = 182$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times26\times28\times\sin\theta = 182 \Rightarrow \frac{26\times28}{2}\times\sin\theta = 182$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{182\times2}{26\times28} \Rightarrow \sin\theta = \frac{364}{728} = \frac{364}{728} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\theta = \sin30^\circ \therefore \theta = 30^\circ$

১৩৪.একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $\sqrt{3}$ মিটার। এর ভূমি সংলগ্ন কোণ $30°$ হলে, লম্বের দৈর্ঘ্য কত মিটার? *[সহকারী শিক্ষক বিদ্যালয় (সহকারী শিক্ষক) - ২০০৪]+ [কৃষি তত্ত্বাবধায়ক- ২০০৪]*

ক. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ মিটার খ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ মিটার গ. $\frac{1}{2}$ মিটার ঘ. 1 মিটার

সমাধান: মনে করি, ΔABC এর অতিভুজ $AC = \sqrt{3}$, লম্ব, $AB = x$ এবং $\angle C = 30°$

আমরা জানি, $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} \Rightarrow \sin 30° = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow 2x = \sqrt{3} \quad \therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ সুতরাং, লম্ব $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

উত্তর: খ

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০ মিনিট

১. $\cong$ এই প্রতীকের অর্থ হলা? *[শ্রম অধিদপ্তরের (শ্রম অফিসার)-১৯৯৬]+ [৭ম শ্রেণি-(অনু-৮)]*

ক. আকার ও আকৃতি সমান খ. আকার ও পরিমাণ সমান

গ. আকার ও আকৃতি সমান নয় ঘ. আকার, আকৃতি ও পরিমাণ সমান

২. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত একটি কোণ ৫০° হলে অপর কোণটি কত? *(প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের উপ-সহ: পরি:-২০১৬)*

ক. ২০° খ. ৪০° গ. ৩০° ঘ. ১০°

৩. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? *(জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে বিভিন্ন সহকারী পরিচালক-২০১৬)*

ক. $3\sqrt{3}$ খ. $4\sqrt{3}$ গ. $6\sqrt{3}$ ঘ. $9\sqrt{3}$

৪. একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৮৪ বর্গ গজ। ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য ১২ গজ হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য কত? *[১৭তম বিসিএস]*

ক. ১২ খ. ১৫ গ. ১৪ ঘ. ২৮

৫. একটি ত্রিভুজের ভূমি ৪ মি. এবং উচ্চতা ৩ মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *(মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীন উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা-২০১৬)*

ক. ৬ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১৮

৬. সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $\sqrt{৩}$ সে. মি. হলে, সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার?

ক. ৩ খ. ৪ গ. ২ ঘ. ৫

৭. একটি ত্রিভুজের ভূমি ১২ সেন্টিমিটার, উচ্চতা ৪ সেন্টিমিটার, তার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *[চতুর্থ বিজেএস (সহকারী জজ) ০৯]*

ক. ২৪ খ. ২৮ গ. ৩৪ ঘ. ২৫

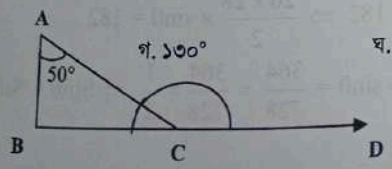
৮. ত্রিভুজ ABC-এর $BC = CA = AB = 5$ সেন্টিমিটার (সমবাহু ত্রিভুজ)। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ খ. $\frac{25\sqrt{3}}{6}$ গ. $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ ঘ. $\frac{25\sqrt{3}}{7}$

৯. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণ দুটির প্রত্যেকটি *[দূর্নীতি দমন ব্যুরোর সহকারী উপ-পরিদর্শক ২০০৪]*

ক. সরল কোণ খ. সূক্ষ্মকোণ গ. প্রবৃদ্ধ কোণ ঘ. স্থূলকোণ

১০. চিত্রে $\angle ACD$ = কত ডিগ্রি?



ক. ১২০° খ. ১৪০° গ. ১৩০° ঘ. ১৫০°

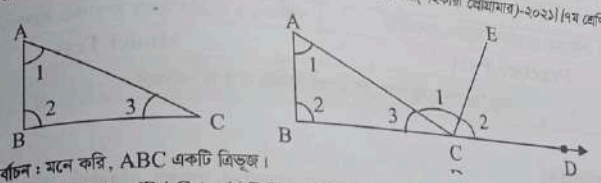
উত্তরমালা

১.	ঘ	২.	খ	৩.	ঘ	৪.	গ	৫.	ক
৬.	গ	৭.	ক	৮.	ক	৯.	খ	১০.	খ

লিখিত অংশ

১. প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। *[খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী খোয়ামাার)-২০২১]+[৭ম শ্রেণি:]*

সমাধান:



বিশেষ নির্বাচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB =$ দুই সমকোণ।

অঙ্কন: BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং BA রেখার সমান্তরাল করে CE রেখা আঁকি।

প্রমাণ:

ক্রমিক	ধাপ	যথার্থতা
০১	$\angle BAC = \angle ACE$	BA ‖ CE এবং AC রেখা তাদের ছেদক। ∵ একান্তর কোণ দুইটি সমান।
০২	$\angle ABC = \angle ECD$	BA ‖ CE এবং BD রেখা তাদের ছেদক। ∵ অনুরূপ কোণ দুইটি সমান।
০৩	$\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$	
০৪	$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = \angle ACD + \angle ACB$	উভয়পক্ষকে $\angle ACB$ যোগ করে
০৫	$\angle ACD + \angle ACB =$ দুই সমকোণ	সরল কোণ উপপাদ্য
	$\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB =$ দুই সমকোণ।	প্রমাণিত

২. LMNOP একটি সুষম পঞ্চভুজ। LN এবং LO এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, LN = LO. *[৩২তম বিসিএস, লিখিত]*

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন প্রশ্নে প্রদত্ত শর্ত।

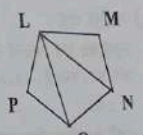
বিশেষ নির্বচন : LMNOP একটি সুষম পঞ্চভুজ যার দুটি কর্ণ LN ও LO

প্রমাণ করতে হবে যে, LN = LO

প্রমাণ :আমরা জানি, পঞ্চভুজের প্রতি বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণও সমান।

এখন, ΔLMN ও ΔLPO এর মধ্যে, LM = LP, MN = PO এবং

$\angle LMN = \angle LPO =$ অন্তর্ভুক্ত কোণ $\therefore \Delta LMN \cong \Delta LPO \quad \therefore LN = LO$ (প্রমাণিত)



৩. ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুদ্বয়ে যে বহিঃ কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90^0 - \frac{1}{2}\angle A$ *[৩২তম বিসিএস, লিখিত]* (নিজে করুন)

চতুর্ভুজ

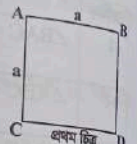
এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৪	রম্বস সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	বর্গ সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	সামান্তরিক সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের হ্রাস-বৃদ্ধি	পদ্ধতি-০৬	ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন
Practice Part		**Model Test**	
চতুর্ভুজ সংক্রান্ত সমস্যার উপর লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান			

প্রাথমিক আলোচনা:

চারটি বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে। সাধারণত আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, সামান্তরিক, রম্বস এগুলো সবই এক এক প্রকার চতুর্ভুজ। এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত বিভিন্ন নিয়মাবলী ও সূত্র এবং বিগত সালে বিভিন্ন প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় আসা প্রশ্নগুলো নিয়ে নিচে ধারাবাহিকভাবে আলোচনা করা হল।

চতুর্ভুজ:

- চারটি সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে।
- চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০° বা চার সমকোণ
- একটি চতুর্ভুজে ৪টি শীর্ষকোণ এবং ২টি কর্ণ থাকে।



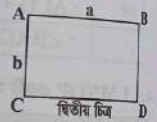
প্রথম চিত্র

সংশ্লিষ্ট সূত্র:

❖ **চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য× প্রস্থ) বর্গ একক**

প্রথম চিত্রে ABCD বর্গক্ষেত্রে AB = AC = CD = BD = a

∴ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $a \times a = a^2$



দ্বিতীয় চিত্র

❖ **চতুর্ভুজের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)**

দ্বিতীয় চিত্রটিতে ABCD চতুর্ভূজের দৈর্ঘ্য AB = CD = a এবং প্রস্থ AC = BD = b

সুতরাং চতুর্ভুজটির পরিসীমা 2(a+b) অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের যোগফলকে দ্বিগুণ করলে পরিসীমা বের হবে।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি কত? *[বাংলাদেশ কম্পট্রোলার এন্ড অডিটর জেনারেল এর কার্যালয় (অডিটর): ২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*

ক. ৩৬০° খ. ২৭০° গ. ১৮০° ঘ. ৮২০° উত্তর: ক

একটি চতুর্ভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২৮০° । চতুর্থ কোণটির মান কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩] এবং (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সিভিলিয়ান স্টাফ অফিসার এবং সহকারী পরিচালক-২০১৬)*

ক. ৯০° খ. ৭০° গ. ৮০° ঘ. ৬০° উত্তর: গ

সমাধান: চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০° ।

দেওয়া আছে ,চর্তুভূজের তিন কোণের সমষ্টি ২৮০° ∴ চতুর্থ কোণ = (৩৬০° - ২৮০°) = ৮০°

৩. **চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১ : ২ : ২ : ৩ হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাণ কত হবে?** *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-১)-২০১৯]+ [সামরিক জরি ও ম্যানেজমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক)-২০২১]*

ক. ৯০° খ. ১৩৫° গ. ১৭৫° ঘ. ২১০° উত্তর: খ

সমাধান: অনুপাতের যোগফল = (১+২+২+৩) = ৮ ∴ বৃহত্তম কোণের পরিমাণ = $৩৬০° \times \frac{৩}{৮} = ১৩৫°$

৪. **একটি চতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য ৪ ইঞ্চি এবং প্রস্থ ৩ ইঞ্চি হলে এর পরিসীমা কত?** *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর)]: ২০১৯]*

ক. ৭ ইঞ্চি খ. ১৪ বর্গ ইঞ্চি গ. ৭ বর্গ ইঞ্চি ঘ. ১৪ ইঞ্চি উত্তর: ঘ

সমাধান : চতুর্ভুজের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক = ২(৪+৩) ইঞ্চি = ২×৭ = ১৪ ইঞ্চি

৫. **চতুর্ভুজের কর্ণ কয়টি?** *[বৈসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০]*

ক. ১ টি খ. ২ টি গ. ৩ টি ঘ. ৪ টি উত্তর: খ

সমাধান: একটি চতুর্ভুজের ৪টি শীর্ষবিন্দু থাকে। বিপরীত দুটি শীর্ষবিন্দুর যোগফল থেকে মোট ২টি কর্ণ তৈরী হয়।

চতুর্ভুজের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

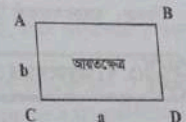
পদ্ধতি-০১: আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

(মনে রাখবেন, জ্যামিতির এই অংশ থেকেই বিভিন্ন পরীক্ষায় সবথেকে বেশি প্রশ্ন আসে)

আয়তক্ষেত্র (rectangle):

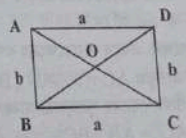
যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং কোণগুলো সমকোণ তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।

পাশের চিত্রটিতে ABCD চতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য AB = CD = a এবং প্রস্থ AC = BD = b এবং প্রতিটি কোণ এক সমকোণ সুতরাং চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।



আয়তক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য ঃ

- আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ।
- আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।
- আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান। চিত্রে কর্ণ AC = BD
- আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

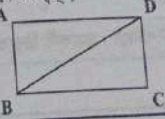


ব্যাখ্যা: AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে

সুতরাং OA = OC = OD = OB

- আয়তক্ষেত্রের একটি কর্ণ আয়তক্ষেত্রটিকে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে। [এই নিয়মটা খুব গুরুত্বপূর্ণ]

চিত্রে পাশাপাশি দুটি ত্রিভুজ সমান সমান।



আয়তক্ষেত্র সংক্রান্ত বিভিন্ন সূত্র: (সূত্র মুখস্থ থাকলে যে কোন সমাধান খুব দ্রুত করতে পারবেন।)

- আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল : (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক
- আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা : 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক
- আয়তক্ষেত্রের কর্ণ : $\sqrt{a^2+b^2}$ একক এখানে a = আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এবং b= আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ।

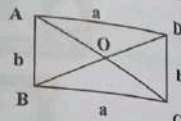
(১. ক) আয়তক্ষেত্রের উপর সাধারণ প্রশ্ন :

৬. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে সামান্তরিকটি হবে? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পদ পরিদর্শক)-২০২১]*
ক. ট্রাপিজিয়াম খ. আয়তক্ষেত্র গ. বর্গক্ষেত্র ঘ. রম্বস উত্তর: খ

৭. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ? *[NSI (অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]*
ক. দৈর্ঘ্য^2 খ. দৈর্ঘ্য × প্রস্থ গ. প্রস্থ^2 ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: খ

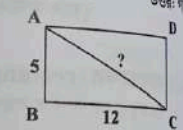
৮. ABCD চতুর্ভুজে AB||CD এবং AC=BD হলে এবং $\angle A = 90^0$ হলে সঠিক চতুর্ভুজ কোনটি? *(৩২তম বিসিএস)*
ক. আয়তক্ষেত্র খ. ট্রাপিজিয়াম গ. সামন্তরিক ঘ. রম্বস উত্তর: ক

সমাধান:
পাশের চিত্রটি দেখুন, AB||CD অর্থ AD এবং BC এর মাঝে দুরত্ব সমান।
আবার AC = BD অর্থ কর্ণ দুটি সমান। এবং $\angle A = 90^0$ অর্থ কোণটি সমকোণ।
তাহলে অন্য সবগুলো কোণই সমকোণ। সুতরাং বিপরীত বাহুগুলো ও সমান হবে।
বিপরীত বাহু সমান যুক্ত ৪টি সমকোণের চতুর্ভুজকে আয়তক্ষেত্র বলা যায়।



৯. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১২ সেমি এবং প্রস্থ ৫ সেমি হলে এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? *[শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রঃ (সহঃ পরিচালক)]*
ক. ১৭ সেমি খ. ১৫ সেমি গ. ১৩ সেমি ঘ. ১৪ সেমি উত্তর: গ

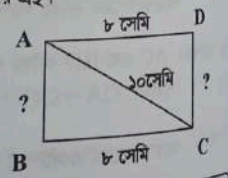
সমাধান:
যেহেতু একট আয়তক্ষেত্রের কর্ণ আয়তক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করে তাই পাশের চিত্র অনুসারে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ১২ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ সে.মি যথাক্রমে ABC সমকোণী ত্রিভুজের দুটি বাহু BC এবং AB আবার কর্ণ AC = ত্রিভুজের অতিভুজ। তাহলে সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ :১২: ১৩ হিসেবে অতিভুজ = ১৩।



(১. খ) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বের করা :

১০. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৮ সেমি এবং এর কর্ণ ১০ সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল কত? *(কৃষি ব্যাংক অফি: ২০১০)*
ক. ৯৬ বর্গ সে.মি খ. ৮৪ বর্গ সে.মি গ. ৪৮ বর্গ সে.মি ঘ. ৮০ বর্গ মি উত্তর: গ

সমাধান: এখানে আয়তক্ষেত্রের কর্ণটি আয়তক্ষেত্রটিকে দুটি সর্বসম সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে। যার মধ্যে ত্রিভুজ ABC এর অতিভুজ AC = ১০ সে.মি., BC = ৮ সে.মি., ত্রিভুজটির লম্ব AB ই হচ্ছে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ।
পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী আমরা লিখতে পারি যে,
$AC^2 = AB^2+BC^2$
$১০^২ = AB^2 + ৮^২$
$AB^2 = ১০০-৬৪ = ৩৬$ $\therefore AB = ৬$ (আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ)
সুতরাং আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ৮×৬ = ৪৮বর্গ সেমি



শর্টকাট : সমকোণী ত্রিভুজের অনুপাতের মান থেকে সরাসরি: ৬ : ৮ : ১০ হিসেবে প্রস্থ ৬ বের হবে। ∴ ক্ষেত্রফল ৬×৮ = ৪৮

১১. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ৩০ মিটার ৩০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত? *[কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর (সার্ভেয়ার কিপার): ২০২১]*
ক. ১২০০ বর্গমিটার খ. ১২১২ বর্গমিটার গ. ১২১০ বর্গমিটার ঘ. ১০১২ বর্গমিটার উত্তর: খ

সমাধান: প্রথমে ৩০ সে.মি. = ৩০ ÷১০০ = ০.৩ মি.। সুতরাং ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ৪০×৩০.৩ = ১২১২ বর্গমিটার।

১২. একটি আয়তাকার ঘরের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{3}$ অংশ। ঘরটির পরিসীমা ৪০ মিটার হলে, ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *(৩৩তম বিসিএস)*
ক. ৬০ বর্গমিটার খ. ৯৬ বর্গমিটার গ. ৭২ বর্গমিটার ঘ. ৬৪ বর্গমিটার উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য ৩x মিটার এবং প্রস্থ ২x মিটার (ভগ্নাংশ আকারে ধরার থেকে এভাবে পূর্ণ সংখ্যা ধরলে দ্রুত উত্তর বের হবে)
শর্তমতে, $2(3x+2x) = ৪০ \Rightarrow ১০x = ৪০ \therefore x = ৪$
সুতরাং দৈর্ঘ্য = ৩×৪ = ১২ এবং প্রস্থ = ২×৪ = ৮ $\therefore$ ক্ষেত্রফল = ১২×৮ = ৯৬ বর্গ মি.

১৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪২ সে.মি এবং এর পরিসীমা ১ মিটার। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*
ক. ৩৩৬ বর্গ সে.মি খ. ৮৪ বর্গ সে.মি গ. ৯৬ বর্গ সে.মি ঘ. ৩৩৬ বর্গ মি উত্তর: ক

সমাধান: দৈর্ঘ্য = ৪২ সে.মি. এবং পরিসীমা = ১মি = ১×১০০ সে.মি. = ১০০ সে.মি. এখন, ধরি, প্রস্থ = x
প্রশ্নমতে, $2(৪২+x) = ১০০ \Rightarrow ৮৪+2x = ১০০ \Rightarrow 2x=১৬$ $\therefore x = ৮$ সুতরাং প্রস্থ = ৮ সে.মি.
এখন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৪২×৮ = ৩৩৬ বর্গ সে.মি.

১৪. একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে ৬০% বেশি। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মধ্যে পার্থক্য ২৪ সেমি. আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত? *[P.B.L.Off: 14]*
ক. ২৪০০ বর্গ সে.মি. খ. ২৪৮০ বর্গ সে.মি. গ. ২৫৬০ বর্গ সে.মি. ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: প্রস্থ = ১০০% হলে দৈর্ঘ্য = (১০০+৬০)% = ১৬০%
দৈর্ঘ্য প্রস্থের পার্থক্য = (১৬০-১০০) % = ৬০% । এখন পার্থক্য ৬০% = ২৪ ; প্রস্থ ১০০% = $\frac{২৪ \times ১০০}{৬০} = ৪০$
সুতরাং দৈর্ঘ্য = ৪০+২৪ = ৬৪। এখন ক্ষেত্রফল = ৪০×৬৪ = ২৫৬০ বর্গ সে.মি.

নিজে করুন:

১৫. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ৪০% কম। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ ৩৬ মিটার হয়, তাহলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*
ক. ২৪০০ বর্গ মি. খ. ২৬১০ বর্গ মি গ. ২৪১০ বর্গ মি ঘ. ২১৬০ বর্গ মি উত্তর: ঘ
[**Hints:** দৈর্ঘ্যের ৬০% = ৩৬ হলে, ১০০% = ৬০ মি. $\therefore$ ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য ×প্রস্থ = ৬০×৩৬ = ২১৬০ বর্গ মিটার]

১৬. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৩ : ১ এবং উহার পরিসীমা ২০০ মিটার হলে আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত? *(NBR-2015)*
ক. ১৫৭৫ খ. ১৭৭৫ গ. ১৬৭৫ ঘ. ১৮৭৫ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য = ৩x এবং প্রস্থ = x । প্রশ্নমতে $2(x+3x) = ২০০ \Rightarrow ৮x = ২০০ \therefore x = ২৫$
এখন, প্রস্থ = ২৫ এবং দৈর্ঘ্য = ৩×২৫= ৭৫ । তাহলে ক্ষেত্রফল = ২৫×৭৫ = ১৮৭৫ বর্গমিটার।

১৭. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ ও পরিসীমার অনুপাত ১ : ৫। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত কত ? *[তিতাস গ্যাস ফিল্ড-সহ: অফি:-২০১৮]*
ক. ১ : ৫ খ. ৫ : ১ গ. ৩ : ২ ঘ. ২ : ৩ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x এবং পরিসীমা = ৫x
আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

এখানে, ২ (দৈর্ঘ্য + x) = ৫x ⇒ দৈর্ঘ্য + x = $\frac{৫x}{২}$ ∴ দৈর্ঘ্য = $\frac{৫x}{২}$ - x = $\frac{৫x-২x}{২}$ = $\frac{৩x}{২}$

সুতরাং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত = $\frac{৩x}{২}$: x = $\frac{৩x}{২}$ ×২ : x×২ = ৩ : ২

শর্টকাট: প্রস্থ : পরিসীমা = (১ : ৫)×২ = ২ : ১০ । ভগ্নাংশ ছাড়া করার জন্য অনুপাতটাকে ২ দিয়ে গুণ করা হয়েছে। সুতরাং পরিসীমা ১০ থেকে দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = ৫ এবং দৈর্ঘ্য = ৫-২ = ৩। তাহলে দৈর্ঘ্য : প্রস্থ = ৩ : ২।

(১.গ) আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বের করা :

১৮. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল ৪২৫০ বর্গমিটার এবং প্রস্থ ৫০ মিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট)-২০২০]+ [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী)-২০২১]*

ক. ৭৫ মি. খ. ৮৫ মি. গ. ৯৫ মি. ঘ. ৬৫ মি. উত্তর: খ

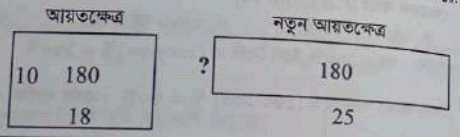
সমাধান: আমরা জানি, দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ক্ষেত্রফল ∴ দৈর্ঘ্য = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{প্রস্থ}}$ = $\frac{৪২৫০}{৫০}$ = ৮৫মিটার।

১৯. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 18 সে.মি. এবং প্রস্থ 10 সে.মি.। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে 25 সে.মি. করা হলো। আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ কত হলে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকবে ? *[৩৯ তম বিসিএস- (বিশেষ)]*

ক. 7 সে.মি. খ. 7.1 সে.মি. গ. 7.2 সে.মি. ঘ. 7.3 সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান:

দৈর্ঘ্য ১৮ সেমি এবং প্রস্থ ১০ সেমি,
ক্ষেত্রফল = (১৮×১০) = ১৮০ বর্গসেমি,
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে ২৫ সে. মি. হল
ধরি, নতুন প্রস্থ 'x' সেমি,
শর্তমতে, ২৫x = ১৮০
∴ x = $\frac{১৮০}{২৫}$ ∴ x = **৭.২ (উত্তর)**



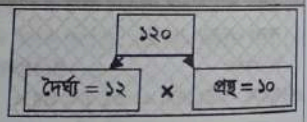
শর্টকাট: $\frac{১৮ \times ১০}{২৫}$ = ৭.২ আগের ক্ষেত্রফল এবং নতুন ক্ষেত্রফল দুটিই সমান)

২০. একটি কামরার পরিসীমা ৪৪ ফুট, ক্ষেত্রফল ১২০ বর্গফুট। কামরাটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

ক. দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ও প্রস্থ ১০ ফুট খ. দৈর্ঘ্য ১৪ ফুট ও প্রস্থ ১২ ফুট
গ. দৈর্ঘ্য ১৬ ফুট ও প্রস্থ ১২ ফুট ঘ. দৈর্ঘ্য ২০ ফুট ও প্রস্থ ১৮ ফুট উত্তর: ক

সমাধান: (সংখ্যাকে ভাঙ্গতে পারের আইডিয়াটা অন্য অনেক প্রশ্নে দারুনভাবে কাজে লাগবে)

২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ৪৪ ∴ দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = (৪৪÷২) = ২২ ফুট।
আবার দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ১২০ বর্গফুট।
এখন, দুটি সংখ্যার যোগফল = ২২ এবং গুণফল = ১২০ হলে,
১২০ কে ভাঙ্গলে = ১২×১০ = ১২০ ও ১২+১০ = ২২।
সুতরাং দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ও প্রস্থ ১০ ফুট



২১. 20x পরিসীমাবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 4x + 3 হলে, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[৩য় সংকেত পরিদপ্তরের সাইবার অফিসার : ০৫]*

ক. 4x - 3 খ. 5x + 3 গ. 5x - 3 ঘ. 6x - 3 উত্তর: ঘ

সমাধান: ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 20x ⇒(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 10x। একবাহু 4x+3 সুতরাং অপর বাহু = 10x-(4x+3) = **6x-3**

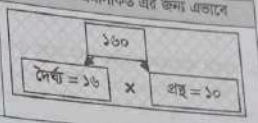
২২. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৬০ বর্গমিটার। এর প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ৬ মিটার কম। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান)-২০২১]*

ক. ১০ মিটার খ. ১৬ মিটার গ. ২০ মিটার ঘ. ২৬ মিটার উত্তর: খ

লিখিত সমাধান:

ধরি, দৈর্ঘ্য = x তাহলে প্রস্থ = x − ৬
প্রশ্নমতে, x(x-৬) = ১৬০ ⇒ x^2 -৬x-১৬০ = ০
⇒ x^2 -১৬x+১০x - ১৬০ ⇒ x(x -১৬) + ১০(x-১৬) = ০
⇒ (x -১৬) (x+১০) = ০ সুতরাং x − ১৬ = ০ ∴ x = ১৬

শর্টকাট : এমসিকিউ এর জন্য এভাবে



নিজে করুন:

২৩. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি। ঘরটির পরিসীমা ৩২ মিটার হলে, ঘরটির দৈর্ঘ্য কত? *(৩২তম বিসিএস)* **[Hints:** ১০-৬ = ৪ আবার, ২(১০+৬) = ৩২ সুতরাং দৈর্ঘ্য = ১০]

ক. ৬৪ খ. ৫০ গ. ৩০ ঘ. ১০ উত্তর: ঘ

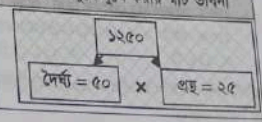
২৪. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২৫০ বর্গমিটার হলে এর দৈর্ঘ্য কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি)-২০২১]* *(৩০তম বিসিএস)+*

ক. ৩০ মিটার খ. ৪০ মিটার গ. ৫০ মিটার ঘ. ৬০ মিটার উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: সমীকরণের এই ভাবনাটা ও দ্রুত করতে পারা যায়।

ধরি, আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার ∴ দৈর্ঘ্য = ২x মিটার
প্রশ্নমতে, ২x × x = ১২৫০ বা, x^2 = ৬২৫ ∴ x = ২৫
∴ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ২ × ২৫ মিটার = ৫০ মিটার উত্তর: ৫০মিটার।

শর্টকাট : মুখে মুখে করার স্মার্ট ভাবনা



২৫. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৯৬ বর্গমিটার হলে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার? *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী)- ২০২০]+ [PETROBANGLA – (UDA)-2017]*

ক. ৬ মিটার খ. ৮ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ১২ মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, প্রস্থ ২x মিটার **মুখে মুখে:** ৯৬ = ১২×৮ যেখানে ৮ এর দেড়গুণ = ১২।
সুতরাং দৈর্ঘ্য = ৩x মিটার। (2x এর দেড়গুণের মান ৩x এভাবে পূর্ণ সংখ্যা ধরলে হিসেব করতে সহজ হবে।)
প্রশ্নমতে, ২x ×৩x = ৯৬ ⇒ x^2 = ১৬ ∴ x = ৪ ∴ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য =৩×৪ = **১২ মিটার**

নিজে করুন: (সবগুলোতে অর্ধেক বলায় প্রশ্নটিতে অর্ধেকের কোন কাজ ই নেই কিন্তু পরীক্ষার হলে জটিল ভাবতে পারেন।)

২৬. একটি আয়তক্ষেত্রের অর্ধেকের দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে ৫ মিটার বড়। আয়তক্ষেত্রটির অর্ধেকের ক্ষেত্রফল ৭৫০ বর্গ মিটার। আয়তক্ষেত্রটির অর্ধেকের দৈর্ঘ্য কত? *[J.B.L. (AEO) 15]* **[Hints:** ৭৫০= (৩০×২৫) আবার, ৩০-২৫ = ৫]

ক. ১৫ খ. ২২.৫ গ. ২৫ ঘ. ৩০ উত্তর: ঘ

(১.ঘ) আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বের করা :

২৭. ৬০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৩০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট আয়তাকার মাঠের পরিসীমা কত ? *[দূর্যোগ ও ব্যবস্থাপনা অধি: (নিরাপত্তা প্রহরী)-২০২২]*

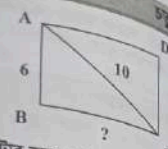
ক. ১৮০ মিটার খ. ৩২০ মিটার গ. ২৮০ মিটার ঘ. ২৪০ মিটার উত্তর: ক

সমাধান: পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য+প্রস্থ); সুতরাং মাঠের পরিসীমা = ২(৬০+৩০) = ২×৯০ = ১৮০ মিটার

২৮. নিম্নে প্রদর্শিত আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? *[National Bank Ltd. 14/RAKUB-(SO) -15]*

ক. ৩২ মিটার খ. ৩৬ মিটার গ. ২৮ মিটার ঘ. ২৪ মিটার উত্তর: গ

✍সমাধান:
যখনি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সাথে সম্পর্কিত প্রশ্ন আসবে, সমকোণী ত্রিভুজের মত করে চিন্তা করবেন এবং বাহুগুলোর মান সমকোণী ত্রিভুজের অনুপাতের মত করে চিন্তা করবেন। এখানে সমকোণী ত্রিভুজের সূত্রানুযায়ী: ৬ : ৮ : ১০ হলে, দৈর্ঘ্য ৮
সুতরাং পরিসীমা = ২(৬+৮) = **২৮ মিটার**।



২৯. একটি আয়তাকার ভূমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৫ গুণ। প্রস্থ ৪ মিটার হলে ঐ ক্ষেত্রের পরিসীমা কত মিটার হবে? *[কৃষিগারি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]* **উত্তর: ৪৮**

✍সমাধান: (প্রস্থ দেয়া থাকায় সরাসরি প্রস্থ থেকে দৈর্ঘ্য বের করা যাবে)
এখানে, প্রস্থ = ৪, দৈর্ঘ্য = ৪×৫ = ২০ ∴ পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) = ২(২০+৪) = ৪৮

৩০. একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। দৈর্ঘ্য ১২ মিটার হলে মাঠটির পরিসীমা কত? *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*
ক. ৩২ মিটার খ. ৪৯ মিটার গ. ৭২ মিটার ঘ. ৩৬ মিটার উত্তর: ঘ

✍সমাধান: দৈর্ঘ্য = ১২ মিটার ∴ প্রস্থ = $\frac{১২}{২}$ = ৬ মিটার ∴ পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) = ২ (১২+৬) = ৩৬

[Wrong Idea: ১২×২ = ২৪,অর্থাৎ দ্বিগুণ দেখলেই ২ দিয়ে গুণ করতে হবে এটা মুখস্থ রাখা একটা ভুল ধারণা। এখানে প্রস্থ ছোট]

৩১. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থের ৩ গুণ। দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত? *(শিক্ষক নিবন্ধন, প্রিলিমিনারী টেস্ট কলেজ পর্যায়- ২০১৫) [বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১] + [সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*
ক. ১২৮ মি. খ. ১২৮ সে.মি. গ. ১৩৮ মি. ঘ. ৯৬ মি. উত্তর: ঘ

✍সমাধান: প্রস্থ = ৪৮÷৩ = ১৬ সুতরাং পরিসীমা = ২ (৪৮+১৬) = **১২৮**

নিজে করুন:

৩২. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত?
ক. ৬৪ খ. ১২৮ গ. ১৬০ ঘ. ২২৮ উত্তর: ঘ

৩৩. একটি আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ৪০০ বর্গমিটার এবং প্রস্থ ১৬ মিটার। বাগানের পরিসীমা কত মিটার ? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*
ক. ১৬ খ. ২৫ গ. ৪১ ঘ. ৮২ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: দৈর্ঘ্য = ৪০০÷১৬ = ২৫ সুতরাং পরিসীমা = ২(২৫+১৬) = **৮২**

৩৪. একটি আয়তকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। এর ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত মিটার? *[খাদ্য অধিদপ্তরের খাদ্য পরিদর্শক সুপারভাইজার ২০১০] + [বেবিচক (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]+ [জীবন বীমা (উচ্চমান সহ:)-২০২১]+ [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসা সহ:): ২০২১]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি)-২০২১]+ [দূর্যোগ ও ব্যবস্থাপনা অধিদপ্তর (ওয়্যারলেস অপারেটর)-২০২২] +[CGA-(অডিটর)-২০২২]+ [৮ম শ্রেণি (অনু-৩)]*
ক. ৩০ খ. ৬০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ উত্তর: ঘ

✍সাধারণ সমাধান : (প্রশ্নে যেভাবে বলা হয়েছে ঠিক সেভাবে সমীকরণ)	✍ বিকল্প সহজ সমাধান
মনে করি, প্রস্থ = x মিটার ∴ দৈর্ঘ্য = ১.৫x = $\frac{১৫}{১০}$x = $\frac{৩x}{২}$	ধরি, প্রস্থ = 2x সুতরাং দৈর্ঘ্য = 3x
প্রশ্নমতে, x × $\frac{৩x}{২}$ = ২১৬ ⇒৩x² = ৪৩২ ⇒ x² = ১৪৪ ∴x = ১২	প্রশ্নমতে, 2x×3x = ২১৬ ⇒ x² = ৩৬ ∴x = ৬
সুতরাং প্রস্থ = ১২ মিটার এবং দৈর্ঘ্য =১২ × $\frac{৩}{২}$ = ১৮ মিটার।	∴ পরিসীমা = ২(৩x+২x) = ১০x = ১০×৬ = ৬০
তাহলে পরিসীমা = ২(১২+১৮) = ২×৩০ = ৬০।	**পরামর্শ:** প্রশ্নে দেড়গুণ আসলে একটাকে 2x আরেকটা 2x এর দেড়গুণ 3x ধরে করুন।

৩৫. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের $\frac{৩}{২}$ গুণ। এর ক্ষেত্রফল ৩৮৪ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত? *[বাংলাদেশ খাদ্য অধিদপ্তর (উপ-পরিদর্শক)-২০২১]*
ক. ৬০ মি. খ. ৫০ মি. গ. ৭০ মি. ঘ. ৮০ মি. উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য 3x; এবং প্রস্থ 2x। প্রশ্নমতে, ৩x×২x = ৩৮৪ ⇒ $x^2 = \frac{৩৮৪}{৬}$ ⇒ x^2 = ৬৪ ∴x = ৮
সুতরাং পরিসীমা = ২(৩x+২x) = ২ × ৫x = ১০x = ১০×৮ = ৮০ মিটার।।

নিজে করুন:

৩৬. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। এর ক্ষেত্রফল ১৫০ বর্গ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত?
ক. ৬৪ খ. ৫০ গ. ৮০ ঘ. ৮৮ উত্তর: খ

[**Hints:** ১৫০ = ১৫ × ১০ যেখানে, ১০ এর দেড়গুণ = ১৫ । সুতরাং পরিসীমা = ২ × (১৫+১০) = ৫০]

৩৭. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির পরিসীমা কত?
ক. ১৫০ খ. ২০০ গ. ১৫০ ঘ. ২২৮ উত্তর: খ

৩৮. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ, ক্ষেত্রফল ৫১২ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত? *[২৫তম বিসিএস]+[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহা:)-২০২১]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পি: অপা:)-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]+ [জাতীয় গণমাধ্যম ইনস্টিটিউট(অফিস সহ:)- ২০২১]*
ক. ৯৬ মিটার খ. ১০০ মিটার গ. ২৫৬ মিটার ঘ. ৪৮ মিটার উত্তর: ক

✍সমাধান: ধরি, ঘরের প্রস্থ x মিটার ∴ দৈর্ঘ্য 2x মিটার
প্রশ্নমতে, 2x × x= ৫১২ ⇒ x^2 = ২৫৬ ⇒ x = $\sqrt{২৫৬}$ = ১৬ ∴ x = প্রস্থ = ১৬ ∴ দৈর্ঘ্য 2x=১৬×২ = ৩২
সুতরাং পরিসীমা = ২(৩২+১৬) = ২×৪৮ = ৯৬ মিটার

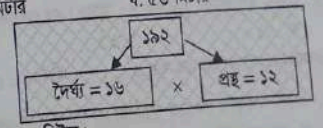
৩৯. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৩০০ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত? *(২৪তম বিসিএস) +[সমবায় অধিদপ্তর (সহ: পরিদর্শক)-২০২১-লিখিত]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি)-২০২১]*
ক. ৭০ মিটার খ. ৭৫ মিটার গ. ৮০ মিটার ঘ. ৯০ মিটার উত্তর: গ

✍সমাধান: প্রস্থ ও দৈর্ঘ্য x এবং 3x এর গুণফল $3x^2$ = ৩০০, তাহলে x^2 = ১০০, সুতরাং x = ১০
এখন প্রস্থ ১০ এবং দৈর্ঘ্য ৩০। তাহলে পরিসীমা হবে তাদের যোগফলের দ্বিগুণ অর্থাৎ ২(১০+৩০) = ২×৪০ = ৮০।

নিজে করুন:

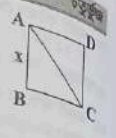
৪০. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২০০ বর্গ মিটার হলে উহার পরিসীমা কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*
ক. ৮০ মিটার খ. ৯০ মিটার গ. ৬০ মিটার ঘ. ৭০ মিটার উত্তর: গ

৪১. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ অপেক্ষা দৈর্ঘ্য ৪ মিটার বেশি। এর ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত ? *[IBBL- (ATO)-2017] +[আমদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর (উচ্চমান সহকারী): ২০১৯]*
ক. ৫০ মিটার খ. ৫২ মিটার গ. ৫৪ মিটার ঘ. ৫৬ মিটার উত্তর: ঘ



✍সমাধান: ধরি, দৈঘ্য = x এবং প্রস্থ = y
প্রথম শর্তমতে, x-y = ৪ এবং ২য় শর্তমতে xy = ১৯২
এখন ১৯২ কে ভাঙ্গলে পাওয়া যায় ১৬×১২ = ১৯২
তাহলে x= ১৬ এবং y= ১২ এখন পরিসীমা = ২(১৬+১২) = ২×২৮ = ৫৬ মিটার।

সমাধান: বর্গের ক্ষেত্রফল x হলে এক বাহুর দৈর্ঘ্য হবে $=\sqrt{x}$ সুতরাং কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে $\sqrt{2}\sqrt{x}$ ।
এভাবেও লেখা যায় $\sqrt{2x}$ । অর্থাৎ অতিভুজ $=\sqrt{2x}$



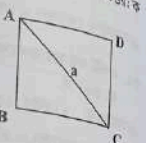
৫৮. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য a মিটার হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে? *(NBR-2015)*

ক. $\frac{a^2}{2}$ খ. $2a^2$ গ. a^2 ঘ. $\frac{a^2}{4}$ উত্তর: ক

সমাধান: একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{2}\times$এক বাহু

তাই, $\sqrt{2}\times$এক বাহু $=$ a {কর্ণের দৈর্ঘ্য = a দেয়া আছে}

$\therefore$এক বাহু $=\frac{a}{\sqrt{2}}$ $\therefore$ক্ষেত্রফল $=$ (এক বাহু)$^2=\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{a^2}{2}$ **Ans:** $\frac{a^2}{2}$



Shortcut: কর্ণের ইংরেজি diagonal সংক্ষেপে d
এখন যে কোন সময় বর্গের কর্ণ থেকে ক্ষেত্রফল বের করার জন্য $\frac{1}{2}\times d^2$ এখানে উত্তর: $\frac{1}{2}\times a^2=\frac{a^2}{2}$

৫৯. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{2}$ একক হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক ? *(৩৬তম বিসিএস)*

ক. 24 খ. 8 গ. 16 ঘ. 32 উত্তর: গ

সমাধান: বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{2}$a যার মান দেয়া আছে $4\sqrt{2}$ সুতরাং আমরা লিখতে পারি

বর্গক্ষেত্রের কর্ণ $\sqrt{2}a=4\sqrt{2}$ বা $a=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\therefore$একবাহু $a=4$ সুতরাং ক্ষেত্রফল $a^2=4^2=$ **16 Ans:**

সহজে : $4\sqrt{2}$ সংখ্যাটি দেখেই বোঝা যাচ্ছে $\sqrt{2}$ এর সাথে যা থাকে তাই এক বাহু তাই একবাহু 4 ও ক্ষেত্রফল $=4^2=16$

Shortcut: $\frac{১}{২}\times d^2=\frac{১}{২}\times(৪\sqrt{২})^২=\frac{১}{২}\times ৩২=১৬$

নিজে করুন:

৬০. একটি বর্গের কৌণিক দৈর্ঘ্য $\sqrt{১০}$ হলে এর ক্ষেত্রফল কত ? *[PKB- (EO) - 2017]*

ক. ৫ খ. ৪ গ. ৩০ ঘ. ১৫ উত্তর: ক

৬১. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি. হলে এক দিকের দৈর্ঘ্য কত? *[BSC- Combined-(So) – 2018 (Set-A)]*

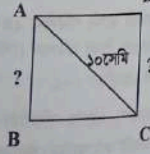
ক. ৭.০৭ সে.মি খ. ৮.০৭ সে.মি গ. ৯.০৭সে.মি ঘ. ৬.০৭সে.মি উত্তর: ক

সমাধান:

আমরা জানি, বর্গের কর্ণ $=\sqrt{2}$a , এখানে $\sqrt{2}a=১০$

$\therefore a=\frac{১০}{\sqrt{২}}=\frac{৫\times২}{\sqrt{২}}=\frac{৫\times\sqrt{২}\times\sqrt{২}}{\sqrt{২}}=৫\sqrt{২}=৫\times১.৪১=৭.০৭$

(৫×১.৪ = ৭ হয় তাই ৭ এর আশে পাশের সংখ্যাটি ই হবে উত্তর।)



শর্টকার্ট: ক্ষেত্রফল $=$ বাহু$^২=\frac{১}{২}\times১০^২=৫০$ $\therefore$ বাহু $=\sqrt{৫০}=৭.০৭$

নিজে করুন:

৬২. একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ৬ ফুট হলে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? *(মাধ্যমিক প্রধান শিক্ষক: ২০০২)*

ক. ১২বর্গ ফুট খ. ১৪বর্গ ফুট গ. ১৬বর্গ ফুট ঘ. ১৮বর্গ ফুট উত্তর: ঘ

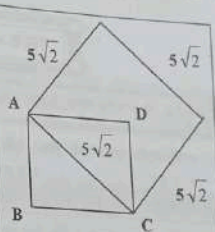
[Hints: $\sqrt{2}a=6$ $\therefore a^2=18$ অথবা শর্টকাটে : $\frac{1}{2}\times d^2=\frac{১}{২}\times ৬^২=\frac{১}{২}\times ৩৬=১৮$]

৬৩. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি. হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হচ্ছে - *[বাংলাদেশ সরকারী কর্ম কমিশন সহকারী পরিচালক ২০০৬]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. 100 বর্গ সে. মি. খ. 80 বর্গ সে. মি. গ. 50 বর্গ সে. মি. ঘ. 128 বর্গ সে. মি. উত্তর: গ

সমাধান:

বর্গের একবাহু ৫ সে.মি. হলে তার কর্ণ $=5\sqrt{2}$
এই কর্ণটিই হল নতুন বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য।
তাই কর্ণের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হবে $(5\sqrt{2})^2$
$=5^2.(\sqrt{2})^2=25\times2=50$ বর্গ সে.মি.। উত্তর: **50** বর্গ সে.মি.।



(এরকম সব প্রশ্ন শর্টকাটে করার জন্য ২× ছোট বর্গের ক্ষেত্রফল।)

শর্টকাট: ১টি বর্গের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গ ঐ ছোট বর্গটির থেকে ২গুণ হয়। (পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী অতিভুজের উপর অংকিত বর্গ অপর দু বাহুর উপর অংকিত বর্গের সমষ্টির সমান অর্থাৎ ২টি ছোট মিলে ১টি বড়)
এখানে ছোট বর্গটির ক্ষেত্রফল= $৫^২=২৫$
সুতরাং বড় বর্গটির ক্ষেত্রফল $=২৫\times২=৫০$

নিজে করুন:

৬৪. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৮ ফুট হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? *(২৬তম বিসিএস) +[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি)-২০২১]*

ক. ১২৮বর্গ ফুট খ. ১৩০বর্গ ফুট গ. ১৩২বর্গ ফুট ঘ. ১৩৪বর্গ ফুট উত্তর: ক

[Hints: হুবহু উপরেরটির মতই ৫ এর স্থলে ৮ বসিয়ে করুন। $(\sqrt{২}\times৮)^২=৬৪\times২=১২৮$]

৬৫. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা এর কর্ণের দৈর্ঘ্যের কত গুণ? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্থূল পর্যায়-১)-২০১৯]+ [বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*

ক. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ খ. $\sqrt{2}$ গ. $2\sqrt{2}$ ঘ. 2 উত্তর: গ

সমাধান: বর্গের পরিসীমা $=4$a এবং কর্ণ $=\sqrt{2}$a সুতরাং $\frac{4a}{\sqrt{2}a}=\frac{2.\sqrt{2}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ (কত গুণ তাই ভাগ করে উত্তর)

৬৬. একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহু অপর একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার সমান হলে, বর্গক্ষেত্র দুটির কর্ণের অনুপাত কত? *[পল্লী বিদ্যুত (সহ:ইঞ্জিনিয়ার)-২০১৬]+ [পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯] +[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ৮ : ৫ খ. ৪ : ১ গ. ৫ : ২ ঘ. ৬ : ২ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, ছোট বর্গটির একবাহুর দৈর্ঘ্য = x, সুতরাং ছোট বর্গটির পরিসীমা = 8x তাহলে বড় বর্গটির একবাহু = 8x

এখন বড় বর্গটির কর্ণ : ছোট বর্গটির কর্ণ $=\sqrt{২}\times8x:\sqrt{২}\times x=8x:x=৪:১$

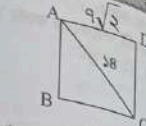
৬৭. একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফল ৯৮ বর্গমিটার। জমির পাশে একটি আয়তাকার জমি আছে যার দৈর্ঘ্য বর্গাকার জমির কর্ণের ১৫০%। আবার আয়তাকার জমির প্রস্থ এর দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ। আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফলের শতকরা কত অংশ ? *[CGDF-(Auditor)-2019]*

ক. ২৫% খ. ৫০% গ. ১৫০% ঘ. ২০০% উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, বর্গাকার জমির এক বাহু = x

এখানে, বর্গের ক্ষেত্রফল $x^2 = ৯৮$ ∴ একবাহু $x = \sqrt{৯৮} = \sqrt{৪৯ \times ২} = ৭\sqrt{২}$

সুতরাং বর্গের কর্ণ = $\sqrt{২}x = \sqrt{২} \times ৭\sqrt{২} = ৭(\sqrt{২})^২ = ৭ \times ২ = ১৪$



∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ১৪ এর ১৫০% = ২১ সুতরাং আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $২১ \times \frac{১}{৩} = ৭$

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২১×৭ = ১৪৭



আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফলের শতকরা = $\frac{১৪৭ \times ১০০}{৯৮} = ১৫০\%$

পদ্ধতি-০৩ : বর্গক্ষেত্র এবং আয়তক্ষেত্রের হ্রাস-বৃদ্ধি

(৩. ক) গুণত্ব আকারে হ্রাস বৃদ্ধি :

৬৮. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ বৃদ্ধি হলে তার ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? ? *[BSC- Combined-(So)- 2018 (Set-A)]*

ক. ২ গুণ খ. ৪ গুণ গ. ৬ গুণ ঘ. ৮ গুণ উত্তর: খ

সমাধান : (যে কোন ছোট এবং সহজ সংখ্যা ধরে দ্রুত হিসেব)	মুখে মুখে করার টেকনিক:
একটি বর্গের ১ বাহুর দৈর্ঘ্য ২ হলে তার ক্ষেত্রফল = $২^২ = ৪$ আবার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ২ এর দ্বিগুণ ৪ হলে তার ক্ষেত্রফল হবে = $৪^২ = ১৬$।	বর্গের এক বাহু যতগুণই বাড়ুক না কেন তার ক্ষেত্রফল বাড়বে = (বাহু যতগুণ)^২ = $২^২ = ৪$
আগের ক্ষেত্রফলের তুলনায় নতুন ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেল $\frac{১৬}{৪} = ৪$ গুণ।	এভাবে বাহু $\frac{১}{২}$ হলে ক্ষেত্রফল = $(\frac{১}{২})^২ = \frac{১}{৪}$ হবে।

৬৯. একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ফুট থেকে বৃদ্ধি করে ৬ ফুট করা হলে ক্ষেত্রফল কত গুণ বাড়বে? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]*

ক. ২ গুণ খ. ৩ গুণ গ. ৪ গুণ ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান : প্রশ্নে সরাসরি ২গুণ, ৩গুণ বা ৪ গুণ না বলেও যদি বাহুর দৈর্ঘ্যগুলো দেখে বোঝা যায় তাহলেও উপরের নিয়মেই সমাধান হবে। এখানে ৩ ফুট দৈর্ঘ্য হয়ে গেছে ৬ফুট বা দ্বিগুণ। তাহলে নতুন ক্ষেত্রফল হবে = $২^২ = ৪$গুণ।

নিজে করুন:

৭০. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ গুণ হলে ক্ষেত্রফল কত গুণ বৃদ্ধি পাবে? *[এনএসআই(ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

ক. ৩ খ. ৬ গ. ৯ ঘ. ১২ উত্তর: গ

৭১. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থকে দ্বিগুণ করলে ক্ষেত্রফল মূল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের- *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীনে প্রশাসনিক কর্মকর্তা : ০৪]*

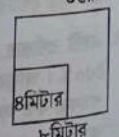
ক.দ্বিগুণ হবে খ.চারগুণ হবে গ.ছয়গুণ হবে ঘ.আটগুণ হবে উত্তর: খ

[Hints: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রেও একই হিসেব দৈর্ঘ্য/প্রস্থ বৃদ্ধি = (যতগুণ)^২ = ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি।
এখানে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বৃদ্ধি পেয়েছে = ২গুণ সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে, $২^২ = ৪$গুণ। **]**

৭২. একটি রেখার উপর অঙ্কিত বর্গ ঐ রেখার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের কত গুণ? *(২০তম বিসিএস)* + *[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারি)-২০২১]*

ক.দ্বিগুণ খ. তিন গুণ গ.চার গুণ ঘ.পাঁচগুণ উত্তর: গ

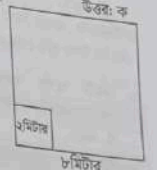
সমাধান: পাশের চিত্রটি দেখুন। বড় বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৮ মি. ∴ক্ষেত্রফল ৮×৮ = ৬৪ বর্গ মিটার। আবার অর্ধেক বাহু হল ৪মিটার । যার উপর অংকিত বর্গ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হবে ৪×৪ = ১৬ বর্গ মিটার। তাহলে বড় বর্গক্ষেত্রটি , ছোট বর্গক্ষেত্রটির থেকে = ৬৪÷১৬ = ৪ গুণ বড়।



৭৩. একটি সরল রেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল ঐ সরল রেখার এক- চতুর্থাংশের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কত গুণ ? *(২১তম বিসিএস)* + *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]* + *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]*

(ক) ১৬ (খ) ৪ (গ) ৮ (ঘ) ২ উত্তর: ক

সমাধান: বড় একটি সরলরেখা ৮ মিটারের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল = ৮×৮ = ৬৪ বর্গ মিটার আবার ৮ এর এক চতুর্থাংশ অর্থাৎ ২ মিটার সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল = ২×২ = ৪ বর্গ মিটার । সুতরাং বড় বর্গটি ছোট বর্গের থেকে $\frac{৬৪}{৪} = ১৬$ গুণ বড়।



শর্টকাট: (যতগুণ)^২ = এখানে একটি অন্যটির ৪ গুণ। তাই ক্ষেত্রফল হবে $৪^২ = ১৬$ গুণ বড়।

মাথায় রাখুন, এই প্রশ্নটির উত্তর ই $\frac{১}{১৬}$ হতো। যদি বলা হতো ছোট বর্গটি বড় বর্গের কত অংশ।

নিজে করুন:

৭৪. একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল ঐ সরলরেখার ২৫ শতাংশের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কতগুণ? *[বেকিচক(এরোড্রোম/ইলপেক্টর/সহকারী ভাণ্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. ১৬ খ. ২৫ গ. ২৪ ঘ. ৩২ উত্তর: ক

[Hints: ২৫% মানে ১/৪ অংশ। যা আগের অংকটির মতই বোঝাচ্ছে। সুতরাং একই নিয়মে সমাধান হবে।**]**

৭৫. একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল ঐ সরলরেখার এক তৃতীয়াংশের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কতগুণ? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. ৩ খ. ৯ গ. ১৮ ঘ. ২৭ উত্তর: খ

৭৬. একটি আয়তাকার জমির প্রস্থ এর দৈর্ঘ্যের তিন-পঞ্চমাংশ। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কে দ্বিগুণ করা হলে, নতুন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল মূল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কত শতাংশ হবে? *[CGDF (Junior-Auditor)-2019]*

ক.১০০% খ.. ২০০% গ. ৩০০% ঘ. ৪০০% উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, দৈর্ঘ্য = ৫x, তাহলে প্রস্থ = ৩x সুতরাং ক্ষেত্রফল = $৫x \times ৩x = ১৫x^২$

নতুন দৈর্ঘ্য = ২×৫x = ১০x এবং নতুন প্রস্থ = ২×৩x = ৬x, নতুন ক্ষেত্রফল = $১০x \times ৬x = ৬০x^২$

সুতরাং নতুন ক্ষেত্রফল আগের ক্ষেত্রফলের তুলনায় = $\frac{৬০x^২ \times ১০০}{১৫x^২} = ৪০০\%$

Shortcut: দৈর্ঘ্য প্রস্থ যতই দেয়া থাক না কেন (সেটা ভগ্নাংশ আকারে হলেও) তাদের উভয়কে যদি ২গুণ করা হয় তাহলে নতুন ক্ষেত্রফলটি আগের ক্ষেত্রফলের থেকে (যতগুণ)^২ অর্থাৎ $২^২ = ৪$ গুণ হবে।
এখানে শতকরা জানতে চাওয়ায় ৪ গুণ = ৪০০% (৩গুণ বললে $৩^২ = ৯$গুণ বা ৯০০% হতো।)

(৩. খ) শতকরা আকারে হ্রাস বৃদ্ধি :

এই বইয়ের শতকরা অধ্যায়ে হ্রাস-বৃদ্ধি অংশে এই নিয়মের বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে। বিস্তারিত জানার ও বোঝার জন্য দেখে নিতে পারেন। এখানে শুধু প্রশ্নগুলো সমাধান করে দেয়া হলো। সাধারণত এ ধরণের প্রশ্নগুলো লিখিত পরীক্ষায় আসে না। তাই শুধু এমসিকিউ পরীক্ষার জন্য বিস্তারিত নিয়মে সমাধান না করে শর্টকাটে শেখা উত্তম।

বেসিক আইডিয়া: সাধারণ হ্রাস বৃদ্ধির প্রশ্নের মত জ্যামিতির হ্রাস বৃদ্ধির প্রশ্নগুলোতেও শুরুতে ১০০ ধরে হিসেব করা যায়। একেত্রে বর্গের কথা বলা হলে ১০০ ধরে দুবার হিসেব করতে হবে । আবার আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বড় ছোট মনে হলেও ১০০ ও ৫০ ধরে হিসেব করলেও যে উত্তর আসবে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ১০০ করে ধরলেও একই উত্তর আসবে। তাই অযথা টেনশন না করে সবগুলোতেই ১০০ ধরে করুন।

৭৭. যদি কোন বর্গফলের প্রত্যেক বাহুর পরিমান ১০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক (ক্যাশ)-২০১৮]*

ক. ১০% (খ) ২০% (গ) ১১% (ঘ) ২১% উত্তর:ঘ

সমাধান: প্রথমে দৈর্ঘ্য ১০০ ধরে, ১০% বাড়লে ১০০ থেকে ১১০ হয় এরপর আবার ১০% বাড়লে ১১০ এর ১০% = ১১ বাড়ে। মোটের উপর বৃদ্ধি পেল = ১০+১১ = ২১% [১০০-১১০-১২১ এভাবে শেষে ১২১-১০০ = ২১ এর থেকে ১০+১১ = ২১ সহজ]

৭৮. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি হলে ক্ষেত্রফল কত বাড়ে? *[বেবিচক(এরোড্রোম/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. ২৪% খ. ২৫% গ. ২১% ঘ. ২৬% উত্তর: গ

সমাধান : (৮০ সংখ্যাটি দিয়ে সময় নষ্ট করার বুদ্ধি করা হয়েছে, অথচ এই প্রশ্নে ৮০ না ধরে করলেও একই উত্তর হবে)

দেওয়া আছে, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। ∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = (এক বাহু)^2 = $(৮০)^2$ = ৬৪০০ বর্গ মিটার।

১০% বাড়লে নতুন দৈর্ঘ্য $= ৮০ \times \frac{১১০}{১০০} = ৮৮$ মিটার ∴ নতুন ক্ষেত্রফল = $(৮৮)^2$ = ৭৭৪৪ বর্গ মিটার

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = ৭৭৪৪-৬৪০০ = ১৩৪৪ ∴ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি $= \frac{১৩৪৪}{৬৪০০} \times ১০০ = ২১\%$

মুখে মুখে: আগের অংকটির মত, বাহুর দৈর্ঘ্য যত ই দেয়া থাক ১০% বৃদ্ধি = $(১১)^2$= ১২১-১০০= ২১% বৃদ্ধি

৭৯. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কে ২০% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটিটিউট(বৈজ্ঞানিক কর্মকর্তা)-২০২২]*

ক. ৪৪% খ. ২২% গ. ৪০% ঘ. ১৪৪ % উত্তর: ক

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২০\% + ২০\% + \frac{২০\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪০\% + ৪\% = ৪৪\%$ বাড়বে।

মুখে মুখে: ১০০+২০ = ১২০, এরপর ১২০ এর ২০% = ২৪ ∴ ১২০+২৪ = ১৪৪ যা শুরুর ১০০ থেকে ১৪৪-১০০ = ৪৪% বেশি।

৮০. যদি একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ৪০% খ. ৬০% গ. ৬৯% ঘ. ১৬৯% উত্তর: গ

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ৩০\% + ৩০\% + \frac{৩০\% \times ৩০\%}{১০০\%} = ৬০\% + ৯\% = ৬৯\%$ বাড়বে।

মুখে মুখে: ১০০+৩০ = ১৩০, এরপর ১৩০ এর ৩০% = ৩৯ ∴ মোট বৃদ্ধি ৩০+৩৯ = ৬৯% [১৬৯ আনার প্রয়োজন ই নাই]

৮১. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৫% বাড়ানো হলে ও প্রস্থ ২০% বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল কি পরিবর্তন হবে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২৫% বাড়বে খ. ৫০% বাড়বে গ. ১৫০% বাড়বে ঘ. ২০০% বাড়বে ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২৫\% + ২০\% + \frac{২৫\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪৫\% + ৫\% = ৫০\%$ বাড়বে।

মুখে মুখে: ১০০+২৫ = ১২৫, এরপর ১২৫ এর ২০% = ২৫ ∴ মোট বৃদ্ধি = ২৫+২৫ = ৫০% [১৫০-১০০ করা লাগবে না]

৮২. একটি বর্গের ক্ষেত্রফল একটি আয়তের ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ মিটার এবং ২৫ মিটার। আয়তের দৈর্ঘ্য ১০% হ্রাস পেলে এবং প্রস্থ ১০% বৃদ্ধি করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? *[খাদ্য মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২০]*

উত্তর: গ

ক. ৪% বাড়বে খ. ৪% কমবে গ. ১% কমবে ঘ. ১% বাড়বে

সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $-A + B + \frac{AB}{১০০\%} = -১০\% + ১০\% + \frac{(-১০\\%) \times (১০\%)}{১০০\%} = -১\% = ১\%$ কমবে।

মুখে মুখে: ১০০ থেকে ১০ কমে ৯০ এরপর ৯০ এর ১০% = ৯ বেড়ে ৯০+৯ = ৯৯ হলে মোটে ১০০-৯৯ = ১ % কমবে।

৮৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ৫% খ. ১০% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: ক

লিখিত সমাধান :

ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ১০০ এবং প্রস্থ = ১০০

তাহলে ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০০০০

আবার দৈর্ঘ্য ৫% বাড়ায় নতুন দৈর্ঘ্য = ১০৫ কিন্তু প্রস্থ আগের ১০০ ই।

∴ নতুন ক্ষেত্রফল = ১০৫×১০০ = ১০৫০০

∴ ক্ষেত্রফল বাড়লো = ১০৫০০-১০০০০ = ৫০০

সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির হার $= \frac{৫০০ \times ১০০}{১০০০০} = ৫\%$ (উ:)

মুখে মুখে করার টেকনিক:

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৫% বাড়লে ক্ষেত্রফলও ৫% ই বাড়বে। কারণ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুটোর ই পরিবর্তন আসলে মোটের উপর ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ভিন্ন হয়।

কিন্তু যে কোন একটির পরিবর্তন যা হয় ক্ষেত্রফলও ততটুকুই পরিবর্তিত হয়।

(সর্বশেষ এই লাইনটাই টার্গিং পয়েন্ট।)

৮৪. একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩৩% বাড়ানো হলে, নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল মূল বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের শতকরা কত অংশ হবে? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]*

ক. ৬৬% খ. ৩৩% গ. ১৩৩% ঘ. ৬০% উত্তর: খ

বিস্তারিত সমাধান :

বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = ১০০ একক

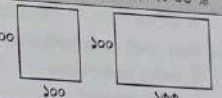
এখন, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০০০০ বর্গ একক

৩৩% বৃদ্ধিতে আয়তের দৈর্ঘ্য = ১০০ +৩৩ = ১৩৩ এবং প্রস্থ = ১০০ ই।

আয়তের ক্ষেত্রফল = ১০০×১৩৩ = ১৩৩০০

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গের ক্ষেত্রফলের শতকরা= $\frac{১৩৩০০}{১০০০০} \times ১০০ = ১৩৩\%$

শর্টকাট : একবাহু যত% ক্ষেত্রফলও তত %



বর্গের শুধু একবাহু বেড়েছে ৩৩%।
তাই ক্ষেত্রফলও ৩৩% বেড়ে হবে ১৩৩%

৮৫. একটি আয়তাকার বিলবোর্ডের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গ ইঞ্চি এবং এর পরিসীমা ৫৬ ইঞ্চি। প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা শতকরা কত কম? *[বাংলাদেশ বেসরকারি বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩০ ঘ. ৩৬ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ইঞ্চি এবং প্রস্থ y ইঞ্চি

১ম শর্তমতে xy = ১৯২.....(i) ২য় শর্তমতে ২(x+y) = ৫৬ ∴ x+y = ২৮.....(ii)

এখন, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 8xy = (২৮)^2 - ৪ \times ১৯২ = ৭৮৪ - ৭৬৮ = ১৬$ $\Rightarrow (x-y) = \sqrt{১৬}$ $\Rightarrow x-y = ৪$.....(iii)

(ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$২x = ৩২$ ∴ $x = ১৬$ x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, ১৬+y = ২৮ ∴ y = ২৮-১= ১২

এখন আয়তাকার বিলবোর্ডটির দৈর্ঘ্য ১৬ ইঞ্চি এবং প্রস্থ ১২ ইঞ্চি। দৈর্ঘ্য অপেক্ষা প্রস্থ কম = ১৬-১২ = ৪ ইঞ্চি

সুতরাং শতকরা কম = $(\frac{৪}{১৬} \times ১০০)\% = ২৫\%$।

৭৭. যদি কোন বর্গফলের প্রত্যেক বাহুর পরিমান ১০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক (ক্যাশ)-২০১৮]*

ক. ১০% (খ) ২০% (গ) ১১% (ঘ) ২১% উত্তর: ঘ

✍সমাধান: প্রথমে দৈর্ঘ্য ১০০ ধরে, ১০% বাড়লে ১০০ থেকে ১১০ হয় এরপর আবার ১০% বাড়লে ১১০ এর ১০% = ১১ বাড়ে। মোটের উপর বৃদ্ধি পেল = ১০+১১ = ২১% [১০০-১১০-১২১ এভাবে শেষে ১২১-১০০ = ২১ এর থেকে ১০+১১ = ২১ সহজ]

৭৮. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি হলে ক্ষেত্রফল কত বাড়বে? *[বেবিচক(এরোড্রোম/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. ২৪% খ. ২৫% গ. ২১% ঘ. ২৬% উত্তর: গ

✍ সমাধান : (৮০ সংখ্যাটি দিয়ে সময় নষ্ট করার বুদ্ধি করা হয়েছে, অথচ এই প্রশ্নে ৮০ না ধরে করলেও একই উত্তর হবে)

দেওয়া আছে, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার। ∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = (এক বাহু)^২ = (৮০)^২ = ৬৪০০ বর্গ মিটার।

১০% বাড়লে নতুন দৈর্ঘ্য $= ৮০ \times \frac{১১০}{১০০} = ৮৮$ মিটার ∴ নতুন ক্ষেত্রফল = (৮৮)^২ = ৭৭৪৪ বর্গ মিটার

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = ৭৭৪৪-৬৪০০ = ১৩৪৪ ∴ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি $= \frac{১৩৪৪}{৬৪০০} \times ১০০ = ২১\%$

✍ মুখে মুখে: আগের অংকটির মত, বাহুর দৈর্ঘ্য যত ই দেয়া থাক ১০% বৃদ্ধি = (১১)^২= ১২১-১০০= ২১% বৃদ্ধি

৭৯. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কে ২০% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন্সটিটিউট(বৈজ্ঞানিক কর্মকর্তা)-২০২২]*

ক. ৪৪% খ. ২২% গ. ৪০% ঘ. ১৪৪ % উত্তর: ক

✍সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২০\% + ২০\% + \frac{২০\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪০\% + ৪\% = ৪৪\%$ বাড়বে।

মুখে মুখে: ১০০+২০ = ১২০, এরপর ১২০ এর ২০% = ২৪ ∴ ১২০+২৪ = ১৪৪ যা শুরুর ১০০ থেকে ১৪৪-১০০ = ৪৪% বেশি।

৮০. যদি একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[বিভাগীয় কমিশনের কার্যালয়, খুলনা (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ৪০% খ. ৬০% গ. ৬৯% ঘ. ১৬৯% উত্তর: গ

✍সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ৩০\% + ৩০\% + \frac{৩০\% \times ৩০\%}{১০০\%} = ৬০\% + ৯\% = ৬৯\%$ বাড়বে।

মুখে মুখে: ১০০+৩০ = ১৩০, এরপর ১৩০ এর ৩০% = ৩৯ ∴ মোট বৃদ্ধি ৩০+৩৯ = ৬৯% [১৬৯ আনার প্রয়োজন ই নাই]

৮১. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৫% বাড়ানো হলে ও প্রস্থ ২০% বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল কি পরিবর্তন হবে? *[এন এস আই(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ২৫% বাড়বে খ. ৫০% বাড়বে গ. ১৫০% বাড়বে ঘ. ২০০% বাড়বে ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: খ

✍সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{১০০\%} = ২৫\% + ২০\% + \frac{২৫\% \times ২০\%}{১০০\%} = ৪৫\% + ৫\% = ৫০\%$ বাড়বে।

মুখে মুখে: ১০০+২৫ = ১২৫, এরপর ১২৫ এর ২০% = ২৫ ∴ মোট বৃদ্ধি = ২৫+২৫ = ৫০% [১৫০-১০০ করা লাগবে না]

৮২. একটি বর্গের ক্ষেত্রফল একটি আয়তের ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ মিটার এবং ২৫ মিটার। আয়তের দৈর্ঘ্য ১০% হ্রাস পেলে এবং প্রস্থ ১০% বৃদ্ধি করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? *[খাদ্য মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২০]*

উত্তর: গ

ক. ৪% বাড়বে খ. ৪% কমবে গ. ১% কমবে ঘ. ১% বাড়বে

✍সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $-A + B + \frac{AB}{১০০\%} = -১০\% + ১০\% + \frac{(-১০\%) \times (১০\%)}{১০০\%} = -১\% = ১\%$ কমবে।

মুখে মুখে: ১০০ থেকে ১০ কমে ৯০ এরপর ৯০ এর ১০% = ৯ বেড়ে ৯০+৯ = ৯৯ হলে মোটে ১০০-৯৯ = ১ % কমবে।

৮৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[৪১তম বিসিএস প্রিলি:]*

ক. ৫% খ. ১০% গ. ২০% ঘ. ২৫% উত্তর: ক

✍ লিখিত সমাধান :

ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ১০০ এবং প্রস্থ = ১০০

তাহলে ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০০০০

আবার দৈর্ঘ্য ৫% বাড়ায় নতুন দৈর্ঘ্য = ১০৫ কিন্তু প্রস্থ আগের ১০০ ই।

∴ নতুন ক্ষেত্রফল = ১০৫×১০০ = ১০৫০০

∴ ক্ষেত্রফল বাড়লো = ১০৫০০-১০০০০ = ৫০০

সুতরাং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির হার $= \frac{৫০০ \times ১০০}{১০০০০} = ৫\%$ (উ:)

✍ মুখে মুখে করার টেকনিক:

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৫% বাড়লে ক্ষেত্রফলও ৫% ই বাড়বে। কারন দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুটোর ই পরিবর্তন আসলে মোটের উপর ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ভিন্ন হয়।

কিন্তু যে কোন একটির পরিবর্তন যা হয় ক্ষেত্রফলও ততটুকুই পরিবর্তিত হয়।

(সর্বশেষ এই লাইনটাই টার্নিং পয়েন্ট।)

৮৪. একটি বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩৩% বাড়ানো হলে, নতুন সৃষ্ট আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল মূল বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের শতকরা কত অংশ হবে? *[বিসিআইসি (এইও)-২০১৮]*

ক. ৬৬% খ. ৩৩% গ. ১৩৩% ঘ. ৬০% উত্তর: খ

✍ বিস্তারিত সমাধান :

বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = ১০০ একক

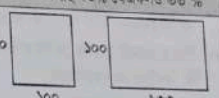
এখন, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১০০×১০০ = ১০০০০ বর্গ একক

৩৩% বৃদ্ধিতে আয়তের দৈর্ঘ্য = ১০০ +৩৩ = ১৩৩ এবং প্রস্থ = ১০০ ই।

আয়তের ক্ষেত্রফল = ১০০×১৩৩ = ১৩৩০০

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গের ক্ষেত্রফলের শতকরা= $\frac{১৩৩০০}{১০০০০} \times ১০০ = ১৩৩\%$

✍শর্টকাট : একবাহু যত% ক্ষেত্রফলও তত %



বর্গের শুধু একবাহু বেড়েছে ৩৩%।
তাই ক্ষেত্রফলও ৩৩% বেড়ে হবে ১৩৩%

৮৫. একটি আয়তাকার বিলবোর্ডের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গ ইঞ্চি এবং এর পরিসীমা ৫৬ ইঞ্চি। প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা শতকরা কত কম? *[বাংলাদেশ বেসরকারি বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. ২০ খ. ২৫ গ. ৩০ ঘ. ৩৬ উত্তর: খ

✍সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x ইঞ্চি এবং প্রস্থ y ইঞ্চি

১ম শর্তমতে xy = ১৯২.....(i) ২য় শর্তমতে ২(x+y) = ৫৬ ∴ x+y = ২৮.....(ii)

এখন, (x-y)^২ = (x+y)^২-৪xy = (২৮)^২-৪×১৯২ = ৭৮৪-৭৬৮ = ১৬ ⇒ (x-y) = $\sqrt{১৬}$ ⇒x-y= ৪.....(iii)

(ii) নং ও (iii) নং যোগ করে পাই,

২x = ৩২ ∴ x = ১৬ x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, ১৬+y = ২৮ ∴ y = ২৮-১= ১২

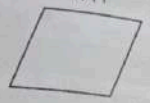
এখন আয়তাকার বিলবোর্ডটির দৈর্ঘ্য ১৬ ইঞ্চি এবং প্রস্থ ১২ ইঞ্চি। দৈর্ঘ্য অপেক্ষা প্রস্থ কম = ১৬-১২ = ৪ ইঞ্চি

সুতরাং শতকরা কম $= (\frac{৪}{১৬} \times ১০০)\% = ২৫\%$।

পদ্ধতি-০৪: রম্বস সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

রম্বস (Rhombus):

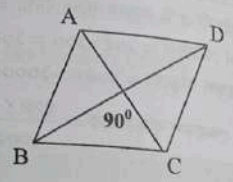
যে চতুর্ভুজের চারটি বাহুই পরস্পর সমান ও সমান্তরাল কিন্তু কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে রম্বস বলে।



রম্বস সম্পর্কিত সূত্রাবলী:

- রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$(কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল) বর্গ একক
- রম্বসের পরিসীমা = ৪×একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (একক)

রম্বসের বৈশিষ্ট্য সমূহ:



- সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তাকে রম্বস বলে।
- রম্বসের সকল বাহু সমান হয়।
- রম্বসের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- রম্বসের একটি কোণও সমকোণ নয়।
- রম্বসের কর্ণদ্বয় অসমান।
- রম্বসের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ।
- **রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।**

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

৮৬. যে চতুর্ভুজের সবগুলো বাহু সমান কিন্তু কোন কোণই সমকোণ নয় তাকে কী বলে? *(১২তম বিসিএস)+ [বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো (চেইনম্যান):২০২১]*

ক. বর্গক্ষেত্র খ. আয়তক্ষেত্র গ. সামান্তরিক ঘ. রম্বস উত্তর: ঘ

৮৭. নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

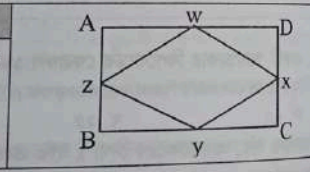
ক. বিপরীত কোণদ্বয় অসমান খ. প্রত্যেক বাহু সমান
গ. প্রত্যেক কোণ সমান ঘ. কর্ণদ্বয় সমান উত্তর: খ

৮৮. আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুরসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি- *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

ক. রম্বস খ. বর্গক্ষেত্র গ. সামান্তরিক ঘ. আয়তক্ষেত্র উত্তর: ক

সমাধান :

পাশের চিত্রটি দেখুন। আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলো সমান সমান হওয়ায় তাদের মধ্যবিন্দুগুলো যোগ করলে সবগুলো বাহু সমান হয়।
সুতরাং চিত্রানুযায়ী wxyz একটি রম্বস।



৯. ABCD রম্বস এর $\angle A = 60°$ হলে $\angle D =$ কত? *[থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার: ৯৫]* [দুটি মিলে ১৮০° তাই অন্যটি ১২০°]

ক. 60° খ. 90° গ. 120° ঘ. 180° উত্তর: গ

১০. ABCD রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। ΔAOB হবে- *[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপসহকারী প্রকৌশলী (সিভিল) ২০১৬]*

ক.সমকোণী খ.বিষমবাহু গ.সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ঘ.স্থূলকোণী ত্রিভুজ উত্তর: ক

১১. রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর d_1 ও d_2, একক হলে, রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা--২০১৮]*

ক. d_1d_2 খ. $\frac{1}{2}d_1d_2$ গ. $2d_1d_2$ ঘ. $4d_1d_2$ উত্তর : খ

সমাধান: রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটিই সরাসরি $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2}d_1d_2$

৯২. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৯ সেন্টিমিটার এবং ১২ সেন্টিমিটার হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল কত? *[বাংলাদেশ গম ও ভূট্টা গবেষণা ইনস্টিটিউট-(উপ: প্রকৌশলী)-২০২২]*

ক. ২৭ খ. ৩৬ গ. ৫৪ ঘ. ১০৮ উত্তর: গ

সমাধান: দেয়া আছে, কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৯ সে.মি. ও ১২ সে.মি. $\therefore$ রম্বসটির ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৯ \times ১২ = ৫৪$ বর্গসে.মি.

৯৩. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় ৪০ সেমি ও ৬০ সেমি। রম্বসের ক্ষেত্রফল কত? *[৮ম কেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]*

ক. ২৪০০ খ. ১২০০ গ. ১৪৪ ঘ. ৩৬০০ উত্তর: খ

সমাধান: রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ দুই কর্ণের গুণফল $= \frac{১}{২} \times ৪০ \times ৬০$ বর্গ সে.মি. $= ১২০০$ বর্গ সে.মি.

নিজে করুন

৯৪. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৪ সে.মি. ও ৬ সে.মি. হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল কত? *(৩১তম বিসিএস)*

ক.৪ খ. ৮ গ. ১২ ঘ.১৬ উত্তর: গ

৯৫. একটি রম্বস ক্ষেত্রে কর্ণ যথাক্রমে ৫ সে.মি. ও ৪.৫ সে. মি.। এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.? *(ডাক অধিদপ্তরের উপজেলা পোস্টমাষ্টার -২০১৬)* [Hints: ৫×৪.৫ = ২২.৫÷২ = ১১.২৫]

ক. ২.২৫ খ. ২২.৫০ গ. ১২.৫০ ঘ.১১.২৫ উত্তর: ঘ

৯৬. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৮ মি. ও ১২ মি. হলে ক্ষেত্রফল কত? *[নির্বাচন অফিসার ও সহকারী সচিব(নির্বাচন কমিশন সচিবালয়):২০০৪]*

ক. ১০৮ বর্গ মি. খ. ৯০ বর্গ মি. গ. ১১২ বর্গ মি. ঘ. ১৪৪ বর্গ মি. উত্তর: ক

৯৭. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৬ সে.মি. ও ১২ সে.মি.। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত? *[সাইফার অফিসার(পররাষ্ট্র মন্ত্র.) -২০১৫]*

ক. ৯২ বর্গ সে.মি. খ. ৯৬ বর্গ সে.মি. গ. ৮৮ বর্গ সে.মি. ঘ. ৭৪ বর্গ সে.মি. উত্তর: খ

৯৮. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি. ও ৯ সে.মি.। এই রম্বসের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত? ? *(৩৩তম বিসিএস)*

ক. ১০ খ. ১১ গ. ১২ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

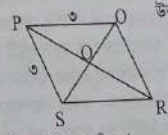
সমাধান: রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৮ \times ৯ = ৩৬$ যা বর্গের ও ক্ষেত্রফল। বর্গের এক বাহু = ৬ $\therefore$ বর্গের পরিসীমা = ৪×৬ = ২৪

৯৯. PQRS রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ ইঞ্চি। PR এবং QS কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করলে $PO^2 + QO^2 =$ কত? *[বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]*

ক. ৮ খ. ৯ গ. ১০ ঘ. ১৬ উত্তর: খ

সমাধান : এখানে PQRS-চিত্রে PR এবং QS কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে ফলে POQ একটি সমকোণী ত্রিভুজ অংকিত হয়েছে। যার অতিভুজ PQ = 3 ।

$\therefore PO^2+QO^2 = PQ^2 = 3^2 = 9$

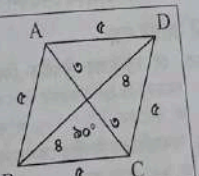


১০০. একটি রম্বসের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি. । রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি . *[১৪তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা]*

ক. ২৪ খ. ৬০ গ. ১২ ঘ. ৪৮ উত্তর : ক

সমাধান:

রম্বসের প্রতিটি বাহু ৫ হলে রম্বস দিয়ে পাশের চিত্রটির মত ৪টি ছোট ছোট সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হবে যার লম্ব ও ভূমি যথাক্রমে ৩ ও ৪। (পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী বাহুগুলোর অনুপাত = ৩ : ৪ : ৫ হিসেবে।)
তাহলে রম্বসটির ছোট কর্ণটি = ৩+৩ = ৬
এবং বড় কর্ণটি = ৪+৪ = ৮ $\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৮ \times ৬ = ২৪$



১০১. ABCD রম্বসের কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। AO = 6 সে.মি. BO = 4 সে.মি. AC ও BD এর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত? *[বহির্গমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক) -২০১১]*

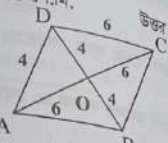
ক. 20 সে.মি. খ. 15 সে.মি. গ. 16 সে.মি. ঘ. 10 সে.মি. উত্তর : ক

সমাধান:

চিত্রে ABCD রম্বসের অর্ধ কর্ণ AO = 6 সে.মি. হলে পুরো কর্ণ AC = 6+6 = 12

আবার BO এর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে BD পুরো কর্ণটির দৈর্ঘ্য হবে 4+4= 8 সে.মি.

∴ রম্বসটির কর্ণদ্বয়ের সমষ্টি হবে (12+8) = **20 সে.মি.**।



১০২. কোনো রম্বসের একটি বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 cm ও 24cm; রম্বসটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? *[গণপূর্ত অধি: (উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]+[বেবিচক(এরোড্রোম/ইন্সপেক্টর/সহকারী ভান্ডার কর্মকর্তা)-২০২১]*

ক. 10 cm খ. 16 cm গ. 12 cm ঘ. 4 cm উত্তর : ক

সমাধান: এখানে, একবাহু AD = 13 সে.মি.

$AO = \frac{1}{2} \times AC = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ সে.মি.

[∵ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

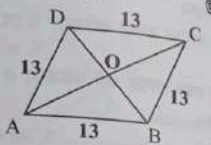
$\therefore \angle AOD = 90^0$

$\therefore AD^2 = AO^2 + OD^2$

$\Rightarrow OD = \sqrt{AD^2 - AO^2}$

$\Rightarrow OD = \sqrt{13^2 - 12^2}$

$\Rightarrow OD = \sqrt{169 - 144}$ $\therefore OD = 5$ সে.মি.



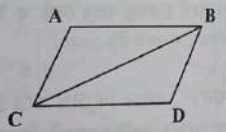
শর্টকাট: পিথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী, লম্ব:ভূমি:অতিভুজ = ৫:১২:১৩ হিসেবে অতিভুজ = ১৩ হলে লম্ব ও ভূমির একটি ৫ ও অন্যটি ১২ হবে। এখাবে বড় কর্ণটি ২৪ এর অর্ধেক = ১২ হলে ছোট কর্ণটির অর্ধেক = ৫ হবে। ∴ছোট কর্ণটি =৫×২= ১০

অপর কর্ণ BD = 2×OD = 2×5 সে.মি.=**10 সে.মি.**

পদ্ধতি-০৫: সামান্তরিক সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

সামান্তরিক (Parallelogram):

যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল কিন্তু কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে সামান্তরিক বলে।



সামান্তরিকের বৈশিষ্ট্য:

- সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।
- সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- সামান্তরিকের যে কোন দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পরের সম্পূরক।
- সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় অসমান।
- সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।
- সামান্তরিকের প্রত্যেক কর্ণ সামন্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

সামান্তরিকের সূত্র:

- **সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = (ভূমি × উচ্চতা) বর্গ একক**
- **সামান্তরিকের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক**

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

যে চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলো সমান কিন্তু বাহুগুলো অসমান তাকে বলে.....? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহায়ক):২০২১]+[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. বর্গক্ষেত্র খ. রম্বস গ. আয়তক্ষেত্র ঘ. সামান্তরিক উত্তর: ঘ

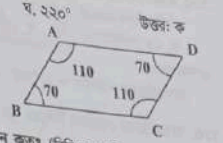
সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো-*[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট):২০২০]*

ক. ৯০° থেকে বড় খ. এক সমকোণ গ. পরস্পর সমান ঘ. সমান নয় উত্তর: গ

১০৫. সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত কোণের একটি ১১০° হলে অপরটি কত?

ক. ৭০° খ. ৩০° গ. ৫৫° ঘ. ২২০° উত্তর: ক

সমাধান: যেহেতু সামান্তরিক একটি চতুর্ভুজ সুতরাং এর চার কোণের সমষ্টি ৩৬০°, এবং সামান্তরিকের পাশাপাশি যে কোন দুটি কোণের সমষ্টি ১৮০° তাই একটি কোণ ১১০° হলে অপর কোণটি হবে (১৮০-১১০)° = ৭০°



১০৬. একটি সামান্তরিকের বিপরীত দুটি কোণের সমষ্টি ৬০° হলে অপর একটি কোণের মান কত? *[বিডিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]*

ক. ১২০° খ. ১৬৫° গ. ১৫০° ঘ. ১৪০° উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: সামান্তরিকের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০°, দুটি কোণের সমষ্টি ৬০° হলে বাকি দুটি কোণের মান = (৩৬০-৬০) = ৩০০° এখন যেহেতু বিপরীত কোণদ্বয় সমান, তাই অপর একটি কোণের মান হবে = (৩০০÷২) = ১৫০°।

১০৭. ABCD সামান্তরিকের ∠BCD =130° হলে ∠ABC এর মান কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা অধি: হিসাব সহ-২০১৩]*

ক. ৯০° খ. ৭০° গ. ৫০° ঘ. ৬০° উত্তর: গ

সমাধান: ABCD সামন্তরিকে , ∠ ABC+∠BCD=180° ∴∠ABC=180°-∠BCD=180°-130°=50°.

১০৮. ABCD সামান্তরিকের ∠A=115° হলে, ∠C ও ∠D =?

ক. $115^0, 65^0$ খ. $115^0, 60^0$ গ. $115^0, 50^0$ ঘ. $110^0, 65^0$ উত্তর: ক

সমাধান: সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান। ∴ $\angle A = \angle C = 115^0$

আবার, সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পরের সম্পূরক।

$\therefore \angle C + \angle D = 180^0$ $\Rightarrow \angle D = 180^0 - \angle C = 180^0 - 115^0 = \mathbf{65^0}$ ∴ $\angle C = 115^0$ এবং ∴$\angle D = \mathbf{65^0}$

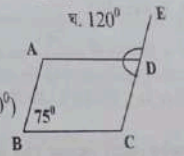
১০৯. ABCD সামান্তরিকের CD বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। ∠B =75° হলে ∠ADE =?

ক. 105^0 খ. 115^0 গ. 110^0 ঘ. 120^0 উত্তর: ক

সমাধান:

$\angle B = \angle D = 75^0$

$\angle ADE = 180^0 - 75^0 = 105^0$ ($\angle ADC + \angle ADE$ =সরলকোণ= 180^0)



১১০. ABCD সামান্তরিকের DC বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। ∠BAD = ১০০° হলে, ∠BCE = কত? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-২)-২০১৯]*

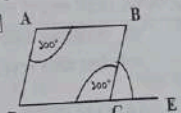
ক. ১০০° খ. ৯০° গ. ৮০° ঘ. ৬৫° উত্তর: গ

সমাধান: ABCD সামান্তরিকের ∠BAD = ∠BCD [∵ সামান্তরিকের বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

এখন, ∠BCD+∠BCE = ১৮০°। [∵ একই সরলরেখার উপর অবস্থিত]

সুতরাং, ∠BCE = ১৮০° - ১০০° [∵ প্রশ্নে দেয়া আছে ∠BAD = ∠BCD = ১০০°]

∴ ∠BCE = ৮০°।



১১১. ABCD সমান্তরিকের ∠B = 70° হলে, ∠A + ∠C = ? *[NSI (ওয়াচার কনস্টেবল)-২০১৯]*

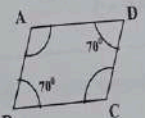
ক. 200° খ. 220° গ. 240° ঘ. 260° উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, সামান্তরিকের চার কোণের সমষ্টি 360^0 এবং বিপরীত কোণদ্বয় সমান।

সুতরাং, ∠B = 70° হলে ∠D = 70°

$\therefore \angle A + \angle C = 360^0 - (\angle B + \angle C)$

$= 360^0 - (70^0 + 70^0) = 360^0 - 140^0 = \mathbf{220^0}$



১১২. একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৭ সেন্টিমিটার এবং ৫ সেন্টিমিটার হলে এর পরিসীমা কত? *[বিএড (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২০]*

ক. ২৪ সেন্টিমিটার খ. সেন্টিমিটার গ. সেন্টিমিটার ঘ. সেন্টিমিটার উত্তর: ক

✍**সমাধান:**
সামান্তরিকের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ২(৭+৫) = ২৪ সেন্টিমিটার।

১১৩. সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র- *[বেবিচক(প্রকিউরমেন্ট অফিসার)-২০২১]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. $\frac{১}{২}$(ভূমি × উচ্চতা) খ. দৈর্ঘ্য × প্রস্থ গ. $\frac{১}{২}$(দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) ঘ. ভূমি × উচ্চতা উত্তর: ঘ

১১৪. একটি সামান্তরিকের ভূমি ৪ ফুট এবং উচ্চতা ৩ ফুট হলে উহার ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট? *[বাংলাদেশ পল্লী বিদ্যুতায়ন (সহকারী এনফোর্সমেন্ট কো-অর্ডিনেটর): ২০১৯]*

ক. ১৪ খ. ১২ গ. ১৮ ঘ. ৭ উত্তর: খ

✍**সমাধান:** সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা = ৪ ×৩ = ১২ বর্গফুট।

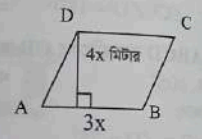
১১৫. একটি সামান্তরিকের ভূমি উচ্চতার দেড়গুণ। ক্ষেত্রফল 96 বর্গ সে.মি. হলে ভূমি কত?

ক. 12 খ. 15 গ. 18 ঘ. 21 উত্তর: ক

✍**সমাধান:** ধরি, উচ্চতা $2x$ সুতরাং ভূমি $= 3x$

প্রশ্নমতে, $2x \times 3x = 96 \Rightarrow 6x^2 = 96 \Rightarrow x^2 = 16 \quad \therefore x = 4$ সুতরাং ভূমি $= 3x = 3\times4 = \mathbf{12}$

১১৬. একটি সামান্তরিকের ভূমি উচ্চতার $\frac{3}{4}$ অংশ এবং ক্ষেত্রফল 363 বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির ভূমি ও উচ্চতা নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.২)]*



✍**সমাধান:** মনেকরি, সামান্তরিকের ভূমি $3x$ মিটার $\therefore$ সামান্তরিকের উচ্চতা $= 4x$মিটার

প্রশ্নমতে, $3x\times4x=363$

$\Rightarrow 12x^2 = 363 \Rightarrow x^2 = \frac{363}{12} \Rightarrow x^2 = 30.25 \quad \therefore x = \sqrt{30.25} = \mathbf{5.5}$

তাহলে ভূমি $= 3\times5.5 = 16.5$ এবং উচ্চতা $= 4\times5.5 = \mathbf{22}$

১১৭. একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ সে.মি. এবং একটি কর্ণ 24 সে.মি.। কর্ণটির বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.২)- উদা:১১]*

ক. 5 খ. 6 গ. 7 ঘ. 8 উত্তর: ক

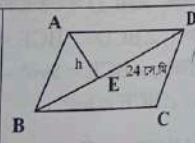
✍**সমাধান:** (প্রশ্নটা গুরুত্বপূর্ণ তাই মনযোগ দিয়ে একাধিকবার বোঝার চেষ্টা করুন)

ধরি, সামান্তরিকের একটি কর্ণ $d = 24$ সে.মি. এবং এর বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $= h$ সে.মি.।

ΔABD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times$ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times BD\times AE = \frac{1}{2}\times120 \Rightarrow \frac{1}{2}\times AE\times24 = \frac{1}{2}\times120 \Rightarrow AE\times12 = 60$

$\Rightarrow AE = 5$ সুতরাং লম্বের দৈর্ঘ্য 5 মিটার।

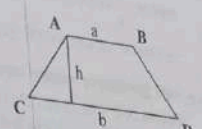


যুক্তি: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১২০ এর অর্ধেক = ৬০, ভূমি = ২৪ হলে লম্ব কত? ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হতে।

পদ্ধতি-০৬ : ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত আলোচনা ও প্রশ্ন

ট্রাপিজিয়াম (Trapezium):

যে চতুর্ভুজের দুইটি বাহু পরস্পর সমান্তরাল কিন্তু অসমান এবং অন্য বাহুদ্বয় অসমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।



ট্রাপিজিয়ামের বৈশিষ্ট্য:

- যে চতুর্ভুজের কেবলমাত্র দুইটি বাহু সমান্তরাল, তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।
- ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের একটিকে ভূমি এবং অসমান্তরাল বাহুদ্বয়কে তির্যক বাহু বলা হয়।
- ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় সমান হলে একে সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম বলা হয়।
- ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় কখনও সমান হতে পারে না।
- ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় সমান হলে তা একটি আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্রে পরিণত হবে।



ট্রাপিজিয়ামের সূত্র: ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times$ উচ্চতা × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $= \frac{1}{2}\times(a+b)\times h$

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১১৮. যে চতুর্ভুজের দুইটি বাহু সমান্তরাল ও অপর দুইটি বাহু অসমান্তরাল তাকে কী বলে? *[কমিউনিটি হেল্থ কেয়ার প্রোভাই: -২০১৮]*

ক. ট্রাপিজিয়াম খ. বর্গক্ষেত্র গ. আয়তক্ষেত্র ঘ. সামান্তরিক উত্তর: ক

১১৯. যে চতুর্ভুজের একজোড়া বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাকে কি বলে? *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট)-২০২০]+ [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]*

ক. সামন্তরিক খ. আয়ত গ. রম্বস ঘ. ট্রাপিজিয়াম উত্তর: ঘ

১২০. কোন ক্ষেত্রটি সামান্তরিক ক্ষেত্র নয়? *[ডাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের অধীনে টেলিফোন বোর্ডের সহকারী পরিচালক : ৯৫]*

ক. আয়তক্ষেত্র খ. ট্রাপিজিয়াম গ. রম্বস ঘ. বর্গক্ষেত্র উত্তর: খ

✍**সমাধান:** ট্রাপিজিয়াম বাদে অন্যগুলো এক একটি সামান্তরিক। সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো সমান কিন্তু ট্রাপিজিয়ামে অসমান।

১২১. ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

ক. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের গুণফল × উচ্চতা খ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের বিয়োগফল × উচ্চতা
গ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × উচ্চতা ঘ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির গড় × উচ্চতা উত্তর: ঘ

✍**সমাধান:** ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × উচ্চতা

১২২. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 18 সে.মি. ও 14 সে.মি. এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 8 সে.মি. হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. ?

ক. 128 খ. 64 গ. 32 ঘ. 16 উত্তর: ক

✍**সমাধান:** সরাসরি সূত্র প্রয়োগ $= \frac{1}{2}\times8\times(18+14) = 4\times32 = \mathbf{128}$

১২৩. একটি ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব ৮ মি. এবং বাহু দুটির দৈর্ঘ্য ৬মি. ও ৯ মি. হলে, ক্ষেত্রফল কত?

ক.২০ খ.২২ গ.৩০ ঘ.৬০ উত্তর: ঘ

✍**সমাধান:** সূত্রানুযায়ী: $\frac{১}{২}\times ৮\times(৬+৯) = ৪\times১৫ = ৬০$

১২৪. একটি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল ২০বর্গ সেমি। এর সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ সেমি ও ৭ সেমি। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]*

ক. ২ খ. ৩ গ. ৪ ঘ. ৫ উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{২} \times (৩+৭) \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= ২০$

$\Rightarrow$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $\times ১০ = ৪০$ $\therefore$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= ৪$ সেমি.

১২৫.একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের একটি অপরটির দেড়গুণ, উচ্চতা 10 মি. এবং ক্ষেত্রফল 100 বর্গ মি. হলে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত? *[RAKUB (SO)-2015]*

(a) 10 ও 15 মি. (b) 6 ও 9 মি. (c) 18 ও 24 মি. (d) 8 ও 12 মি. Ans: d

সমাধান: ধরি, ছোট বাহু $= 2x$ সুতরাং বড় বাহু $= 3x$ ($2x$ এর দেড়গুণ $= 3x$)

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times 10 \times (2x+3x) = 100 \Rightarrow 5 \times 5x = 100 \Rightarrow 25x = 100 \therefore x = 4$

$\therefore$ ছোট বাহু $= 2 \times 4 = 8$ মি. $\therefore$ বড় বাহু $= 3 \times 4 = 12$ মি.

নিজে করুন:

১২৬. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি ৯ সে.মি. ও ৫ সে.মি. এবং লম্ব দূরত্ব ৩ সে.মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল কত? *[মন্ত্রণালয়ের কারা তত্ত্বাবধায়ক-২০১২]*

ক. ১০ খ. ১৯ গ. ১৩ ঘ. ২১ উত্তর: ঘ

১২৭.একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি ৮ মিটার ও ৪ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ৪২ বর্গমিটার হলে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? *[টেলিফোন ইঞ্জিনিয়ার ও সহ:কম্পি:প্রোগ্রামার-২০১৩]*

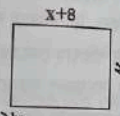
ক. ১৫ খ. ৭ গ. ১০ ঘ. ১৪ উত্তর: খ

১২৮. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি ৯ সে.মি. ও ৭ সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল ৫৬ বর্গমিটার হলে উচ্চতা কত? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার-২০০৬]*

ক. ১৪ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ৭ উত্তর: ঘ

Practice Part

১. পাশের ছবিটি একটি বর্গ হয় তাহলে বর্গটির পরিসীমা কত বের করুন।



ক. ৪২ খ. ১২ গ. ১৬ ঘ. ২৮

২. একটি আয়তাকার বিলবোর্ডের ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গইঞ্চি এবং এর পরিসীমা ২৮ ইঞ্চি। এর প্রস্থ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা শতকরা কত কম?

ক. ৩৩% খ. ২৫% গ. ১২৫% ঘ. কোনটিই নয়

৩. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। এর চারদিকে একবার প্রদক্ষিণ করলে ১ কিলোমিটার হাঁটা হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী-(অনু:৩)]*

ক. ২২৫, ১২৫ খ. ৩৭৫, ১২৫ গ. ৪৫০, ১৫০ ঘ. কোনটিই নয়

একটি আয়তক্ষেত্র ও একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা পরস্পর সমান। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের অর্ধেক হয় তবে বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. ৩ : ২ খ. ৬ : ৫ গ. ৪ : ৩ ঘ. ৯ : ৮

একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৪৮ ব.মি. । দৈর্ঘ্য ১ মি. কমালে এবং প্রস্থ ১ মি. বাড়ালে ক্ষেত্রফল ৪৯ ব.মি. হয়। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার হবে? *(NBR-2015)*

ক. ১২,৪ খ. ১৬, ৩ গ. ৮,৬ ঘ. ২, ২৪

একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান। সামান্তরিকের ভূমি 125 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৬.২]*

ক. $2\sqrt{2}$ খ. $5\sqrt{2}$ গ. $\sqrt{2}$ ঘ. $25\sqrt{2}$

উত্তরমালা

১.	ঘ	২.	ঘ	৩.	খ	৪.	ঘ	৫.	গ	৬.	ঘ

ব্যাখ্যাসহ সমাধান:

১. সমাধান: যেহেতু চিত্রটি একটি বর্গ তাই সবগুলো বাহু সমান সমান হবে।

এখানে, $x+৪ = ২x+১$ $\therefore x = ৩$ এখন, ১ বাহু $= x+৪ = ৩+৪ = ৭$ সুতরাং পরিসীমা $= ৪ \times ৭ = ২৮$

২. সমাধান: ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) $= ২৮$ ইঞ্চি। সুতরাং দৈর্ঘ্য + প্রস্থ $= ১৪$ ইঞ্চি। এখন ১৪ ইঞ্চি থেকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আলাদা করে বের করলে তা অবশ্যই ১৪ এর থেকে কম হবে। কিন্তু ১৪ এর থেকে ছোট দুটি সংখ্যা গুণ করলে কোনভাবেই গুণফল ১৯২ হয় না বরং তার থেকে ছোট হবে। কারণ $৭^২ = ১৯৬$। সুতরাং অপশনগুলোর মধ্যে কোনটিই নয় উত্তর।

৩. সমাধান: মনে করি, প্রস্থ $= x$ মিটার $\therefore$ দৈর্ঘ্য $= ৩x$ মিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা ১ কিলোমিটার $= ১০০০$ মিটার।

প্রশ্নমতে, $২(x+৩x) = ১০০০ \Rightarrow ২ \times ৪x = ১০০০ \Rightarrow ৮x = ১০০০ \therefore x = \frac{১০০০}{৮} = ১২৫$ মিটার

$\therefore$ প্রস্থ $= ১২৫$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $= ৩ \times ১২৫ = ৩৭৫$ মিটার সুতরাং দৈর্ঘ্য ৩৭৫ মিটার ও প্রস্থ ১২৫ মিটার।

৪. সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= x$ একক এবং দৈর্ঘ্য $= 2x$ একক

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(2x+x)$ একক $= 6x$ একক

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 6x$ একক [যেহেতু আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = বর্গের পরিসীমা]

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির একবাহু $= \frac{6x}{4} = \frac{3x}{2}$ এখন, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{3x}{2}\right)^2 = \frac{9x^2}{4}$

আবার আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 2x \times x = 2x^2$ ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= \frac{9x^2}{4} : 2x^2 = 9x^2 : 8x^2 = 9 : 8$

৫. সমাধান: সমীকরণ সাজাতে চাইলে: দৈর্ঘ্য $= x$ ও প্রস্থ $= y$ ধরে

১ম শর্তমতে, $xy = ৪৮$ এবং ২য় শর্তমতে, $(x-১)(y+১) = ৪৯$ [অবশিষ্ট অংশ নিজে করুন]

মুখে মুখে : শেষে ক্ষেত্রফল যদি ৪৯ হয় তাহলে ৭×৭ , কমা-বাড়ার পরে ৭×৭ হলে কমা বাড়ার পূর্বে ছিল ৮ এবং ৬

৬. সমাধান: সামন্তরিকের ভূমি $= 125$ মিটার এবং সামান্তরিকের উচ্চতা $= 5$ মিটার।

$\therefore$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=$ (ভূমি $\times$উচ্চতা) বর্গ একক $= (125 \times 5)$ বর্গমিটার$= 625$ বর্গমিটার

অর্থাৎ, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 625$ বর্গমিটার

বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{625}$ মিটার $= 25$ মিটার $\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 25 \times \sqrt{2}$ মিটার $= 25\sqrt{2}$

Model Test

সময়: ১০ মিনিট

পূর্ণমান: ১০

১. চারটি সমান বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ একটি ক্ষেত্র যার একটি কোণও সমকোণ নয়, এরূপ চিত্রকে বলা হয়- *[১২তম বিসিএস]*

ক. বর্গক্ষেত্র খ. চতুর্ভুজ গ. রম্বস ঘ. সামন্তরিক

২. চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১ : ২ : ২ : ৩ হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি হবে?

ক. ১০০ খ. ১১৫ গ. ১৩৫ ঘ. ২২৫

৩. কোন বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহু যদি ৫০% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[উপজেলা শিক্ষা অফিসার ০৮]*
ক. ২৫ খ. ১২৫ গ. ২২৫ ঘ. কোনটিই নয়

৪. আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুদ্বয় সমান হলে তাকে কী বলে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ১৯৯৯]*
ক. বর্গক্ষেত্র খ. রম্বস গ. সামন্তরিক ঘ. ট্রাপিজিয়াম

৫. কোন চতুর্ভুজের দুটি বাহু পরস্পর সমান্তরাল এবং অপর দুটি বাহু তির্যক হলে চতুর্ভুজটি হবে-
ক. রম্বস খ. সামন্তরিক গ. ট্রাপিজিয়াম ঘ. আয়তক্ষেত্র

৬. একটি ট্রাপিজিয়াম এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ১২ সে. মি., ১৮ সে. মি. এবং ওদের মধ্যবর্তী দূরত্ব ১০ সে. মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল হবে, *[সহকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ১১]*
ক. ১৫০ বর্গ মিটার খ. ১৫০ বর্গ সে.মি. গ. ১৫০ বর্গ একক ঘ. কোনটিই নয়

৭. সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত কোণের একটি ১০০° হলে অপরটি কত?
ক. ৭০° খ. ৮০° গ. ৯০° ঘ. ১০০°

৮. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদুটি ৯ সে.মি. ও ৫ সে.মি. এবং লম্ব দূরত্ব ২ সে.মি. হলে ইহার ক্ষেত্রফল কত?
ক. ১০ খ. ১১ গ. ১৩ ঘ. ১৪

৯. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার এবং ৪.২ মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত?
ক. ১০.৫ খ. ১১.৫ গ. ১২.৫ ঘ. ১৪.৮

১০. একটি রম্বসের পরিসীমা ১৮০ সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণটি ৫৪ সে.মি.। এর অপর কর্ণ এবং ক্ষেত্রফল কত হবে? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৬.২]*
(ক) ৭০ সে.মি., ১৯০০ বর্গ সে.মি. (খ) ৬৮ সে.মি., ১৮০০ বর্গ সে.মি.
(গ) ৭২ সে.মি., ১৯৪৪ বর্গ সে.মি. (ঘ) ৬৪ সে.মি., ১৮৬২ বর্গ সে.মি.

উত্তরমালা

১.	গ	২.	গ	৩.	খ	৪.	ক	৫.	গ
৬.	খ	৭.	খ	৮.	ঘ	৯.	ক	১০.	গ

লিখিত অংশ

১. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল ৪৮৬ বর্গমিটার এবং এর পরিসীমা ৯০ মিটার। এর দৈর্ঘ্য প্রস্থের শতকরা কত অংশ? *[বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯] + [বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]*

সমাধান: ধরি, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y মিটার।

প্রশ্নমতে, $xy = ৪৮৬$ এবং $২(x+y) = ৯০ \Rightarrow x+y = ৪৫$.....(i)

আমরা জানি, $(x-y)^২ = (x+y)^২ - ৪xy = (৪৫)^২ - ৪\times৪৮৬ = ২০২৫ - ১৯৪৪ = ৮১$

$\therefore x-y = \sqrt{৮১} = ৯$ .....(ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই, $x+y+x-y = ৪৫+৯ \Rightarrow ২x = ৫৪ \quad \therefore x = ২৭$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $x+y = ৪৫ \Rightarrow ২৭+y = ৪৫ \Rightarrow y = ৪৫-২৭ \quad \therefore y = ১৮$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য প্রস্থের শতকরা $= \frac{২৭}{১৮} \times ১০০ = ১৫০\%$ **উত্তর: ১৫০%**

২. একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। মেঝের দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে ও প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। *[৩৪তম বিসিএস প্রিলি:] +[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৮-(লিখিত)]+ [স্বাস্থ্য শিক্ষা ও পরিবার কল্যাণ বিভাগ (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

লিখিত সমাধান:

ধরি, আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x মিটার ও y মিটার

১ম শর্তমতে, $xy = 192$..... (i)

আবার, ২য় শর্ত মতে,

$(x-4)(y+4) = 192$

$\Rightarrow xy + 4x - 4y - 16 = 192$

$\Rightarrow 192 + 4x - 4y = 192 + 16$ [$xy = 192$ বসিয়ে]

$\Rightarrow x - y = \frac{16}{4} \quad \therefore x - y = 4$.....(ii)

(যেহেতু x-y এবং xy এর মান আছে, তাই x+y এর মান আনার জন্য নিচের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)

এখন, আমরা জানি, $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$

$\Rightarrow (x+y)^2 = 4^2 + 4 \times 192$ [(i), (ii) নং হতে]

$\Rightarrow (x+y)^2 = 16 + 768 = 784$

$\therefore x+y = \sqrt{784} = 28$.....(iii)

(ii) + (iii) করে পাওয়া যায়,

$\Rightarrow x - y + x + y = 28 + 4 \Rightarrow 2x = 32 \quad \therefore x = 16$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই $16 + y = 28 \quad \therefore y = 12$

সুতরাং, কক্ষটির দৈর্ঘ্য **16** মিটার। ও প্রস্থ **12** মিটার। (উত্তর)

শর্টকাট:

192 সংখ্যাটিকে উৎপাদকের মত ভাঙ্গতে হবে এবং এমন দুটি সংখ্যা বের করতে হবে যাদের পার্থক্য যেনো 4 হয়।

4 | 192
4 | 48
12

192
দৈর্ঘ্য =16 × প্রস্থ = 12

192
নতুন বাহু 12 × নতুন বাহু 16

উত্তর : দৈর্ঘ্য 16 মিটার ও প্রস্থ 12 মিটার।

৩. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা ২৪.৫ বর্গমিটার বেশি। উভয় ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যদি ১৩ মিটার হয় তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন। *[বাংলাদেশ গম ও ভুট্টা গবেষণা ইন:(উচ্চমান সহ)-২০২২-(লিখিত)]*

সমাধান: ধরি, বর্গক্ষেত্রের বাহু = x $\quad \therefore$ কর্ণ $= \sqrt{২}\,x$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{২}\,x = ১৩ \Rightarrow x = \frac{১৩}{\sqrt{২}} \Rightarrow x^২ = (\frac{১৩}{\sqrt{২}})^২ \Rightarrow x^২ = \frac{১৬৯}{২} = ৮৪.৫$ বর্গমিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (৮৪.৫ - ২৪.৫) = ৬০$ বর্গমিটার

আবার ধরি, আয়তক্ষেত্রেটির দৈর্ঘ্য a এবং প্রস্থ b

তাহলে শর্তমতে, ক্ষেত্রফল $ab = ৬০$ এবং

কর্ণ $\sqrt{a^2+b^2} = ১৩ \Rightarrow a^2+b^2 = (১৩)^২ \Rightarrow a^2+b^2 = ১৬৯ \Rightarrow (a+b)^2 - 2ab = ১৬৯$

$\Rightarrow (a+b)^2 = ১৬৯ + ২\times৬০ \Rightarrow (a+b)^2 = ২৮৯ \Rightarrow a+b = \sqrt{২৮৯} \Rightarrow a+b = ১৭$.....(i)

আবার কর্ণ $\sqrt{a^2+b^2} = ১৩ \Rightarrow a^2+b^2 = (১৩)^২ \Rightarrow a^2+b^2 = ১৬৯ \Rightarrow (a-b)^2 + 2ab = ১৬৯$

$\Rightarrow (a-b)^2 = ১৬৯ - ২\times৬০ \Rightarrow (a-b)^2 = ৪৯ \Rightarrow a-b = \sqrt{৪৯} \Rightarrow a-b = ৭$.....(ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই, $a+b+a-b = ১৭+৭ \Rightarrow 2a = ২৪ \quad \therefore a = ১২$

(i) নং সমীকরণে a এর মান বসিয়ে পাই, $a+b = ১৭ \Rightarrow b = ১৭-১২ = ৫$ [$\because a = ১২$]

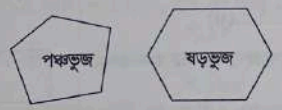
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রেটির দৈর্ঘ্য ১২মিটার ও প্রস্থ ৫ মিটার **(Ans:)**

বহুভুজ

প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়ের জন্য কয়েকটি সূত্র জানলেই যে কোন অংক খুব দ্রুত করা সম্ভব। কিন্তু অধ্যায়টির সাথে আমরা অনেকেই খুব কম পরিচিত, এবং এখান থেকে খুব কম প্রশ্ন আসায় সেই সামান্য সূত্রগুলোও আমাদের মনে থাকে না। তাই আমরা শুধু একটি সহজ সূত্র দিয়ে এই অধ্যায়ের সকল প্রশ্নের সমাধান করা শিখব। বুঝতে একটু সময় লাগলেও সময় দিয়ে পড়ুন।

বহুভুজ: ত্রিভুজ হচ্ছে সবচেয়ে কমবাহু বিশিষ্ট বহুভুজ. ত্রিভুজ থেকে শুরু করে আরো বেশি সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট যে কোন ক্ষেত্রকেই এক নামে বহুভুজ বলা হয়। যেমন:



পদ্ধতি -০১: বহি:স্থ এবং অন্ত:স্থ কোণের পরিমাপ নির্ণয়

Key point: সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = ৩৬০°

মনে রাখবেন, একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা যাহাই হোক না কেন তার বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাণ বের করার জন্য নিম্নোক্ত সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে এবং এই একটি সূত্র দিয়ে বহুভুজের সব প্রশ্ন সমাধান করা সম্ভব। তাই গুরুত্ব দিন।

বহুভুজের বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাণ = $n\theta=360^0$ বা, $\theta=\left(\frac{360}{n}\right)^0$ [এখানে n হচ্ছে বাহুর সংখ্যা]

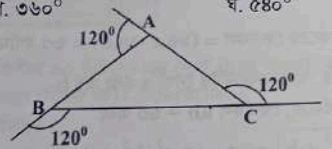
একটি পঞ্চভুজের বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাণ হবে $\left(\frac{360}{5}\right)^0 = 72^0$

১. **একটি সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণগুলির সমষ্টি–।** *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. ১৮০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: গ

সমাধান:

সমবাহু ত্রিভূজকে বিবেচনা করি



অর্থাৎ ১২০°+১২০°+১২০° = ৩৬০°

২. **একটি ষড়ভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের মান কত হবে?**

ক. 30^0 খ. 40^0 গ. 50^0 ঘ. 60^0 উত্তর: ঘ

আবার বহিঃস্থ কোণ না চেয়ে অন্তঃকোণের মান বের করতে বললেও একই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। কিন্তু এক্ষেত্রে ভাগ করার পর যে বহিঃস্থ কোণ বের হবে তা ১৮০° থেকে বিয়োগ দিয়ে ১টি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ বের করতে হবে।

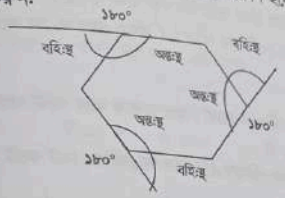
ভালোভাবে বুঝতে ছকের কথাগুলো মনযোগ দিয়ে পড়ুন।

Learning point: অন্তঃস্থ কোণ + বহিঃস্থ কোণ = ১৮০°(খুবই গুরুত্বপূর্ণ)

সুতরাং অন্তঃস্থ কোণ 100^0 হলে বহিঃস্থ কোণ হবে $180^0-100^0=80^0$।

অনুরূপভাবে বহিঃস্থ কোণ 60^0 হলে অন্তঃস্থ কোণ হবে $180^0-60^0=120^0$।

অন্তঃস্থ কোণ অর্থ হলো ভেতরের কোণ কিন্তু বহিঃস্থ কোণ অর্থ বাহিরের কোণ হলেও বাহিরের সম্পূর্ণ অংশের কোণ নয়। যেমন: **চিত্রটি ভালোভাবে লক্ষ্য করুন:**



এখানে, সম্পূর্ণ অধ্যায়টিতে সুষম বহুভুজ নিয়েই আলোচনা করা হয়েছে।

৩. **সুষম ষড়ভুজের অন্তঃকোণের পরিমাপ হবে-** *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*

ক. ১০০° খ. ১২০° গ. ১৩০° ঘ. ১৩৫° উত্তর: খ

সমাধান: এখানে সুষম ষড়ভুজের একটি বহি:স্থ কোণ = ৩৬০°÷৬ = ৬০° সুতরাং অন্ত:কোণ = ১৮০°-৬০° = ১২০°

৪. **একটি অষ্টভুজের প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের মান কত?**

ক. ৬০° খ. ৮০° গ. ১০০° ঘ. ১৩৫° উত্তর: ঘ

সমাধান: ৩৬০° ÷৮ = ৪৫° এটা বহিঃস্থ। তাহলে অন্তঃস্থ হবে = ১৮০° - ৪৫° = ১৩৫°।

৫. **একটি সুষম দশভুজের প্রতিটি কোণ হবে-** *(সাধারণ বীমা কর্পোরেশন: ২০১৬) [আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণ: অধিদ ১২]*

ক.সূক্ষ্মকোণ খ.প্রবৃদ্ধকোণ গ.সমকোণ ঘ.স্থূলকোণ উত্তর: ঘ

সমাধান: বহুভুজের একটি বহিঃস্থ কোণ = (৩৬০/বাহু সংখ্যা) এখানে বহিঃস্থ কোণ = ৩৬০/১০ = ৩৬ তাহলে অন্তঃস্থ কোণ হবে ১৮০-৩৬ = ১৪৪ (১টি অন্তঃস্থ+১টি বহিঃস্থ = ১৮০) এখন ১৪৪ ডিগ্রি কোণ হলো স্থূলকোণ।

নিজে করুন:

৬. **একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা ১০ হলে তার প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ কত হবে?**

ক. ১০০° খ. ১২০° গ. ১৫০° ঘ. ১৪৪° উত্তর: ঘ

পদ্ধতি -০২: বাহুর সংখ্যা নির্ণয়

উল্টোভাবে আসলে, যেমন:

৭. **একটি বহুভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ ৬০° হলে, বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা কত?** [**Hints:** ৩৬০÷৬০= ৬টি]

ক. ৩ টি খ. ৫ টি গ. ৬ টি ঘ. ৮ টি উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: অংক করার আগে এভাবে ভাবুন ১০ কে ৫ দিয়ে ভাগ করলে যদি ২ হয়, তাহলে ১০ কে আবার ২ দিয়ে ভাগে করলে ৫ ই হবে। তেমনি বাহুর সংখ্যা দিয়ে ৩৬০ কে ভাগ করলে যদি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ বের হয় তাহলে বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ দিয়ে ৩৬০ কে ভাগ করলে বাহুর সংখ্যা বের হয়। সূত্র: $n\theta=360^0$

৮. **সুষম বহুভুজের একটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ ৪৫° হলে এর বাহুর সংখ্যা হবে-** *[সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

ক. ১৬ খ. ১০ গ. ৮ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

সমাধান: যেহেতু বহি:স্থ কোণ দেয়া আছে তাই সরাসরি বাহুর সংখ্যা = ৩৬০°÷৪৫° = ৮টি।

Confusion Clear: বহিঃস্থ কোণ থাকলে সরাসরি ৩৬০ কে ভাগ দিয়ে উত্তর। কিন্তু অন্তঃস্থ কোণ থাকলে আগে বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ বের করে তারপর সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে।

৯. **একটি বহুভুজের প্রতিটি অন্তকোণের পরিমাপ ১৪৪° হলে বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা কত?**

ক. ৮ টি খ. ১০ টি গ. ১২ টি ঘ. ১৫ টি উত্তর: খ

✍সমাধান:
অন্তঃকোণ ১৪৪° হলে বহিস্থ কোণ হবে ১৮০°-১৪৪° = ৩৬° এখন বহিস্থ কোণ বের করে সেই সহজ সূত্রটিই প্রয়োগ অর্থাৎ ৩৬০ ÷ ৩৬ = ১০টি। উত্তরঃ বহুভুজটিতে ১০টি বাহু আছে। **(বহিস্থ কোণ না বের করে সূত্র প্রয়োগ করলে ভুল হবে)**

নিজে করুন:

১০. একটি বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 160^0 হলে বহুভুজে বাহুর সংখ্যা কত? [Hints:360÷20]
ক. ১৫ টি খ. ১৮ টি গ. ২০ টি ঘ. ২৪ টি উত্তরঃ খ

১১. একটি বহুভুজের প্রতিটি বহিস্থ কোণের পরিমাপ 45^0 হলে বহুভুজটিতে মোট কয়টি বাহু আছে? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]*
ক. ৮ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তরঃ ক

[Hints ঃ বহিস্থ কোণ দেয়া থাকলে বিয়োগ না করে সরাসরি ভাগ, ৩৬০°÷৪৫° = ৮টি।

সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন চাকুরীর প্রশ্নঃ (উপরের আলোচনাগুলো পড়লে কারো সাহায্য ছাড়াই নিজে নিজে পারা যাবে)

১২. সুষম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ ১৩৫° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? *(১২তম বিসিএস)* *(জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিএসসি'র সহকারী পরিচালক-২০১৬)* **[Hints**: আগে বহিস্থ বের করে তারপর করুন]
ক. ৬ খ. ৭ গ. ৮ ঘ. ১০ উত্তরঃ গ

১৩. সুষম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ ১৪৪° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? *[পরিবেশ অধিদপ্তরের সহ-পরিচালক ২০০৭]*
ক. ২০ খ. ১০ গ. ১২ ঘ. ১৮ উত্তরঃ খ

[Hints: ১৮০° - ১৪৪° = ৩৬°, তারপর ৩৬০°÷৩৬]

১৪. সুষম বাহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ ১২০° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? *[সমাজকল্যাণ ও অর্থ মন্ত্রণালয়ের প্রশাঃ কর্ম-২০০৮]*
ক. ৫ খ. ৬ গ. ৭ ঘ. ৮ উত্তরঃ খ

যারা সূত্র দিয়ে অংক করতে অভ্যস্ত তার দেখে নিন:

সুষম বাহুভুজের বাহুর সংখ্যা বের করার সূত্রঃ অন্তঃকোণের মান দেয়া থাকলে,

কোণের পরিমাপ $\theta = \frac{180\times(n-2)}{n}$ এখানে n হচ্ছে সুষম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা।

(θ এর মান প্রশ্নে দেয়া থাকবে, θ এর মান বসিয়ে n এর মান যা বের হবে তাই হলো বাহুর সংখ্যা)

১৫. সুষম বাহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ 162^0 হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? *(প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক:০১)*

✍সুত্রানযায়ী সমাধান:

$= \frac{180\times(n-2)}{n}$ (এখানে n হচ্ছে মোট বাহুর সংখ্যা, তাই n এর মান বের করলেই বাহুর সংখ্যা বের হবে।)

$\Rightarrow 162^0 = \frac{180\times(n-2)}{n}$ (এখানে $\theta = 162^0$)

$\Rightarrow 180n - 360 = 162n$

$\Rightarrow 180n - 162n = 360$

$\Rightarrow 18n = 360$

$\Rightarrow n = \frac{360}{18}$ $\therefore n = 20$

পরামর্শ: এভাবে সমাধান করতে গেলে ২/৩ মিনিটের ও বেশি সময় লাগবে। আর এই অংকগুলো এতো সহজ যে লিখিত পরীক্ষায় আসে না। তাই শর্টকার্টে মুখে মুখে করার নিয়মটি বোঝার চেষ্টা করুন।

Ans: 20 টি বাহু আছে।

✍**বিকল্প সামধান: মুখে মুখে খাতা কলম ছাড়াই এই একই অংকটি ৫ সেকেন্ডে উত্তর বলার জন্য এভাবে ভাবুন :**

এখানে অন্তঃস্থ কোণ ১৬২ তাহলে বহিস্থ কোন হবে ১৮°। এখন বাহুর সংখ্যা বের করতে হলে ৩৬০ ÷ ১৮ = ২০টি। আরো ভালোভাবে বোঝার জন্য উপরের কথাগুলো আবার পড়ুন। কেননা, এভাবে বিয়োগ করে ভাগ করলেই কেন, উত্তর বের হয়ে যাবে তা না বুঝলে সব এলোমেলো হয়ে যাবে ।

নিজে করুন:

১৬. একটি সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি বহিস্থ কোণের পরিমাণ ২০° হলে বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা কত? (৩৬০÷২০)
ক. ৭ টি খ. ১০ টি গ. ১২ টি ঘ. ১৮ টি উত্তরঃ ঘ

১৭. কোনো সুষম বহুভুজের বহিস্থ কোণের পরিমাণ কত হলে বাহুর সংখ্যা ৬টি হবে? [বহিস্থ চেয়েছে তাই ৩৬০÷৬]
ক. ৬০° খ. ১০০° গ. ১২০° ঘ. ১৪০° উত্তরঃ ক

১৮. একটি সুষম ষড়ভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাণ হবে- *[ষষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১২]*
ক. ৯০° খ. ১০৫° গ. ১২০° ঘ. ১৪০° উত্তরঃ গ

[Hints: অন্তঃকোণ চাইলেও আগে ভাগ করে তারপর বিয়োগ করতে হয়]

Tips: n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{na^2}{4}\times\cot\frac{180^0}{n}$

পদ্ধতি -০৩: অন্তঃকোণ গুলোর সমষ্টি বের করা

কোণের মোট পরিমাপ বা সমষ্টি বের করতে বলা হলে :

এক্ষেত্রে প্রতিটি অন্তঃকোণের মানকে বাহুর সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে কোণের সমষ্টি বের হয়।

যেমন: একটি সুষম পঞ্চভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণ হল ১০৮°,

তাহলে ঐ পঞ্চভুজটির অন্তঃকোণ সমূহের যোগফল হবে ১০৮°×৫ = ৫৪০°, অথবা ৫৪০°÷৯০° = ৬ সমকোণ।

সূত্রানুযায়ী করতে চাইলে নিচের সূত্রটি মুখস্থ করুন:

সূত্র:-০১ঃ অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = (2n-4) সমকোণ , যেখানে n হচ্ছে সুষম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা। < (যদি কত সমকোণ তা দেয়া থাকে তাহলে সরাসরি এই সূত্র)।

১৯. **একটি পঞ্চভুজের সমষ্টি কত?** *(৩৪তম বিসিএস)* *+ঘূর্ণিঝড় প্রস্তুতি কর্মসূচি(রেডিও টেকনিশিয়ান/স্টোর কিপার)-২০২১]+ [বেতার(প্রকিউরমেন্ট অফিসার/ইন্সপেক্টর)-২০২১]*
ক. ৪ সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ৮ সমকোণ ঘ. ১০ সমকোণ উত্তরঃ খ

✍সমাধান: সূত্র অনুযায়ী (2n-4) সমকোণ = (2×5-4) সমকোণ = ১০-৪ = ৬ সমকোণ।

আবার সমকোণ বের করতে না বলে কোণের মোট পরিমাপ বের করতে বললে ।

সূত্র: ০২ঃ কোণগুলোর সমষ্টি = [90×(2n-4)]° যেখানে n হচ্ছে সুষম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা < (যদি কোণের পরিমাপ দেয়া থাকে তাহলে এই সূত্র।)

২০. **একটি পঞ্চভুজের অভ্যন্তরীণ (অন্তঃস্থ) পাঁচটি কোণের সমষ্টি কত?** *[খাদ্য মন্ত্রণালয়/সহকারী প্রোগ্রামার)-২০২১]*
ক. ৩৬০° খ.৫৪০° গ. ৪৫০° ঘ. ২৭০° উত্তরঃ খ

✍সূত্রানুযায়ী সমাধান:: [90×(2n-4)]° = [90×(2×5 - 4)]° = 90×6 = 540^0 ।

সূত্র ছাড়াই সমাধান:

খুব দ্রুত সমাধানের উপায় ৩৬০÷৫ = ৭২ (বহিস্থ একটি কোণ, প্রথম অংশে আলোচিত) তাহলে একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ হবে ১৮০° - ৭২° = ১০৮° এখন একটি অন্তঃস্থ কোণ ১০৮ হলে ৫টি হবে ১০৮×৫ = ৫৪০°, আবার সমকোণে বের করতে বললে ৫৪০÷৯০ = ৬ সমকোণ।

বুঝতে সময় লাগলেও এভাবে করলে সহজে ভুলবেন না, কারণ শুরু থেকে একটি সূত্র দিয়েই অংকগুলো করে দেয়া হয়েছে।

নিজে করুন:

২১. একটি সুষম ষড়ভুজের অন্তঃকোণ গুলোর সমষ্টি কত? *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]*
ক. ৩৩০° খ. ৫৪০° গ. ৬৩০° ঘ. ৭২০° উত্তরঃ ঘ

✍সমাধান : (n-2)×180°= (6-2)×180°= 4×180° = 720°

২২. একটি ষড়ভুজের ছয়টি কোণের সমষ্টি কত? [গ্রামীণ শক্তি ডেভেলপমেন্ট ফাং: সমকাজ-২০১৯)/জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহ:)-২০২১]
ক. ৭ সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ৮ সমকোণ ঘ. ৯ সমকোণ উত্তর: গ

[Hints: সূত্রানুযায়ী অথবা, বুঝে বুঝে আগে বহি:স্থ তারপর ১টি অন্তঃস্থ, তারপর ৬টি অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি বের করুন]

২৩. একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা ৬ হলে বহুভুজের অন্তঃকোণগুলোর সমষ্টি কত হবে?
ক. সাত সমকোণ খ. আট সমকোণ গ. চার সমকোণ ঘ. ছয় সমকোণ উত্তর: ঘ

সহজে মনে রাখতে পারলে মুখস্থ করে রাখুন। ভুলে গেলে নিয়ম তো আছে-ই। কিন্তু, একটু সময় লাগবে।

বহুভুজের নাম	অন্তঃস্থ কোণের মোট পরিমাপ	সমকোণ
পঞ্চভুজ	৫৪০°	৫৪০°÷ ৯০° = ৬ সমকোণ
ষড়ভুজ	৭২০°	৭২০°÷ ৯০° = ৮ সমকোণ
অষ্টভুজ	১০৮০°	১০৮০°÷ ৯০° = ১২ সমকোণ
দশভুজ	১৪৪০	১৪৪০°÷ ৯০° = ১৬ সমকোণ

২৪. একটি অষ্টভুজের অন্তঃস্থ কোণসমূহের সমষ্টি কত?
ক. ৮ সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ১০ সমকোণ ঘ. ১২ সমকোণ উত্তর: ঘ

২৫. একটি পঞ্চভুজের কোণগুলোর অনুপাত, ৯ : ১০ : ১২ : ১৪ : ১৫ । পঞ্চভূজটির ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের যোগফল কত?
[জীবন বীমা কর্পোরেশন (সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২০]
ক. ৫৪° খ. ৮১° গ. ১৩৫° ঘ. ২১৬° উত্তর: ঘ

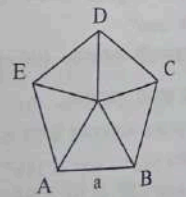
সমাধান:
আমরা জানি, একটি পঞ্চভূজের ৫ টি কোণের সমষ্টি = ৫৪০°
এখানে, পঞ্চভূজের কোণের অনুপাত ৯ : ১০ : ১২ : ১৪ : ১৫ । অনুপাতের যোগফল = ৯+১০+১২+১৪+১৫ = ৬০ ।
ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের অনুপাতের যোগফল = ৯+১৫ = ২৪

সুতরাং ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম কোণের পরিমানের যোগফল = $৫৪০° \times \frac{২৪}{৬০} = ২১৬°$

ক্ষেত্রফল বের করার একটা নমুনা প্রশ্ন এখান থেকে দেখে নিন :

২৬. একটি সুষম পঞ্চভূজের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু.১৬.২(উদা:১৫)]*

সমাধান:
মনে করি, সুষম পঞ্চভূজের বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4 সে.মি.।
বাহুর সংখ্যা n = 5



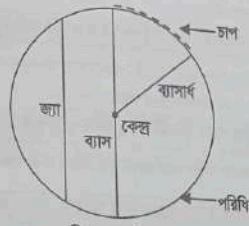
আমরা জানি, সুষম বহুভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{na^2}{4}\cot\frac{180^0}{n}$

$\therefore$ সুষম পঞ্চভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{5\times4^2}{4}\cot\frac{180^0}{5}$ বর্গ সে.মি. = $20\times\cot36^0$ বর্গ. সে.মি.

= 20×1.376 বর্গ. সে.মি. (ক্যালকুলেটরের সাহায্যে) = 27.528 বর্গ সে.মি. (প্রায়) $\therefore$ ক্ষেত্রফল **27.528** বর্গ সে.মি. (প্রায়)

বৃত্ত

বৃত্ত (Circle): একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমান দূরত্ব বজায় রেখে অন্য একটি বিন্দু তার চারদিকে একবার ঘুরে এলে যে ক্ষেত্র তৈরি হয় তাকে বৃত্ত বলে। একটি বৃত্তের ৬টি অংশ থাকে। যথা: কেন্দ্র, ব্যাস, ব্যাসার্ধ, পরিধি, জ্যা এবং বৃত্তচাপ



চিত্র : একটি বৃত্ত

কেন্দ্র (Centre):
যে নির্দিষ্ট বিন্দুর চারিদিকে একটি বিন্দু ঘুরে বৃত্ত তৈরী হয় সেই নির্দিষ্ট বিন্দুকে কেন্দ্র বলে

ব্যাস (Diameter):
বৃত্তের কেন্দ্রগামী সকল জ্যা কেই ব্যাস বলে। একটি বৃত্তের অসংখ্য ব্যাস থাকে

ব্যাসার্ধ (Radius):
বৃত্তের কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্বকে ব্যাসার্ধ বলে। ব্যাসার্ধ হচ্ছে ব্যাসের থেকে অর্ধেক।

পরিধি(Circumference):
বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমান দূরত্ব বজায় রেখে কোন বিন্দুর চলার পথকে পরিধি বলে।

জ্যা (Chord):
পরিধির যে কোন দুই বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে জ্যা বলে। উল্লেখ্য যে: বৃত্তের ব্যাসই হচ্ছে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

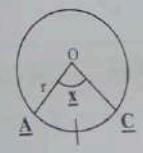
চাপ (Arc):
বৃত্তের পরিধির যে কোন অংশকে চাপ বলে।

বৃত্তের উপর বিভিন্ন সূত্র:

যদি কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হয় তাহলে ঐ বৃত্তের ব্যাস হবে = 2 × r =2r (কেননা ব্যাস হল ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ)

বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ এখানে $\pi = \frac{22}{7} = 3.141$ **বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2** বর্গ একক

এছাড়াও বৃত্তচাপের পরিমাপ বের করার জন্য:
কেন্দ্রস্থ কোণ এর মান অনুযায়ী arc (বৃত্তচাপ) এর length নির্ণয় করা হয়।



AC = x° হলে, **AC** = পরিধি × $\frac{x}{360°}$ এখানে x = কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ।

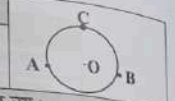
যেমন; r = 3 মিটার এবং AC = 60° হলে, $AC = 2 \times \pi \times 3 \times \frac{60°}{360°} = \pi$ মিটার

বৃত্ত বিষয়ক বিভিন্ন অনুসিদ্ধান্ত

বৃত্ত সংক্রান্ত নিম্নোক্ত নিয়মগুলো জানলে বৃত্তের উপর যে কোন প্রশ্ন খুব সহজেই সমাধান করা যাবে। এছাড়াও লিখিত জ্যামিতি এর ক্ষেত্রে এই নিয়মগুলো জানা আবশ্যক। চিত্র দেখে দেখে বোঝার চেষ্টা করুন।

বৃত্ত অঙ্কন সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত :

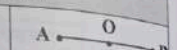
অনুসিদ্ধান্ত -০১: একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র বৃত্ত আঁকা যায়।



☞ **ব্যাখ্যা:** চিত্রে A, B, এবং C তিনটি ভিন্ন বিন্দু যারা একই সরলরেখায় অবস্থিত নয়। তিনটি বিন্দুকেই স্পর্শ করে একটি মাত্র বৃত্তই অংকন করা সম্ভব।

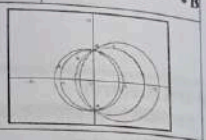
অনুসিদ্ধান্ত -০২: একই সরলরেখায় অবস্থিত এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে কোন বৃত্ত অঙ্কন করা সম্ভব নয়।

একই সরল রেখায় অবস্থিত পাশের তিনটি বিন্দুকে স্পর্শ করে কোন বৃত্ত অঙ্কন করা সম্ভব নয়।



অনুসিদ্ধান্ত -০৩: দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত অঙ্কর করা সম্ভব।

পাশের চিত্রে A এবং B বিন্দুকে কেন্দ্র করে অসংখ্য বৃত্ত অঙ্কন করা যাবে।
[এ সংক্রান্ত একটি ভিডিও ইউটিউবে আপলোড দেয়া আছে,
দুটি বিন্দু দিয়ে কয়টি বৃত্ত? লিখে সার্চ দিলেই পাবেন।]



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

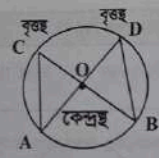
১. **একটি বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত আঁকা গেলে দুইটি বিন্দু দিয়ে কয়টি বৃত্ত আঁকা যাবে?** *[সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর (জুনিয়র শিক্ষক):২০২১]*
ক. অসংখ্য খ. ৬ টি গ. ৪ টি ঘ. ৩ টি উত্তর: ক

২. **দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে কয়টি বৃত্ত আঁকা যাবে?** *[প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯]*
ক. ১টি খ. ২টি গ. ৩টি ঘ. অসংখ্য উত্তর: ঘ

☞ **ব্যাখ্যা:** এই প্রশ্নটির উত্তরে অনেকেই দুটি বিন্দু দিয়ে মাত্র দুটি বা তিনটি বৃত্তের কথা বলেন তাই তাদের জন্য একটি চিত্র দিয়ে প্রমাণ দেয়া হল। নির্দিষ্ট দুটি বিন্দু দিয়ে অসংখ্যা বৃত্ত অংকন করা যায়।

(কেন্দ্রস্থ কোণ ও বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত:

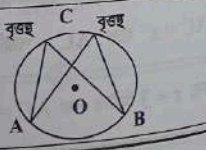
অনুসিদ্ধান্ত -০৪: বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ অথবা বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক। অর্থাৎ একই চাপের উপর যে কেন্দ্রস্থ কোণটি উৎপন্ন হয় তা বৃত্তস্থ দুটি কোণের যোগফলের সমান।



♦ **Key points:**
- ☞ কেন্দ্রস্থ কোণ = কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ
- ☞ বৃত্তস্থ বা পরিধিস্থ কোণ = পরিধির সাথে লেগে থাকে যে কোণ। আবার,
- ☞ কেন্দ্রস্থ কোণ = বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ। $\angle AOB = 2\angle ACB = 2\angle ADB$
- ☞ বৃত্তস্থ কোণ = কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।
- ☞ একটি বৃত্তস্থ কোণ = একই চাপের আরেকটি বৃত্তস্থ কোণ।

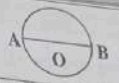
অনুসিদ্ধান্ত -০৫: একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।

চিত্রে: $\angle A = \angle C$ [যেহেতু উভয়ে বৃত্তস্থ কোণ]



অনুসিদ্ধান্ত -০৬: অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

☞ **ব্যাখ্যা:** একটি বৃত্ত মোট ৩৬০° কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং একটি অর্ধবৃত্ত কেন্দ্রে মোট ১৮০° কোণ উৎপন্ন করবে। আবার যে বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ ১৮০° হবে তার বৃত্তস্থ কোণটি অবশ্যই কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক অর্থাৎ ৯০° বা এক সমকোণ হবে।



মনে রাখুন: একটি বৃত্ত কেন্দ্রে মোট ৩৬০° কোণ উৎপন্ন করে।

চিত্রে দেখুন AB একটি সরল কোণ যা কেন্দ্রে ১৮০° কোণ উৎপন্ন করেছে। তাই বৃত্তস্থ কোণটি হবে ৯০°বা এক সমকোণ।

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৩. **একটি বৃত্তের একটি চাপের উপর অঙ্কিত কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের কত অংশ?** *[সহ:কম কম্পিউটার অপা::২০১১]*
ক. অর্ধেক খ. সমান গ. দ্বিগুণ ঘ. তিনগুণ উত্তর: গ

৪. **অর্ধবৃত্তস্থ কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি?** *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*
ক. ৪৫° খ. ৬০° গ. ৯০° ঘ. ১০০° উত্তর: গ

৫. **একই চাপের উপর দন্ডায়মান পরিধিস্থ কোণের পরিমাণ ৪০° হলে কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত হবে?** *(প্রাথমিক সহ:শিক্ষক:২০১০ (ভিতাস))*
ক. ৮০° খ. ৪০° গ. ২০° ঘ. ১৪০° উত্তর: ক

☞**সমাধান:** কেন্দ্রস্থ কোন যেহেতু পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ তাই কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ হবে = ২×৪০ = ৮০°

৬. **একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ ১০০° হলে পরিধিস্থ কোণের পরিমাণ কত?** *(প্রাথমিক সহ: শিক্ষক ২০১০(সুরমা))*
ক. ৪০° খ. ৫০° গ. ৬০° ঘ. ৯০° উত্তর: খ

জ্যা সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত :

অনুসিদ্ধান্ত -০৭: বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

চিত্রটিতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুটি জ্যা কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে OE এবং OF দুরত্বে অবস্থিত। যেখানে OE = OF = ৫মিটার, অর্থাৎ জ্যা দুটি কেন্দ্র থেকে সমান সমান দুরত্বে অবস্থিত তাই জ্যা দুটিও সমান হবে। সুতরাং আমরা বলতে পারি AB = CD।

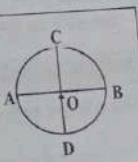


অনুসিদ্ধান্ত -০৮: বৃত্তের দুটি জ্যা- এর মধ্যে কেন্দ্রের নিকটতম জ্যা টি অপর জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর ,

অর্থাৎ একটি বৃত্তকার মাঠের মাঝ বরাবর যেতে যতটুকু পথ যেতে হয়, মাঠটির এক পাশ দিয়ে গেতে তার থেকে কম পথ যেতে হবে। যেমন:
চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB এবং CD দুটি জ্যা । যেখানে কেন্দ্র O থেকে AB জ্যা - এর দুরত্ব ২মিটার এবং CD জ্যা - এর দুরত্ব ৫মিটার। তাই বৃত্তের কেন্দ্রের নিকটবর্তী জ্যা দূরবর্তী জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং আমরা বলতে পারি AB > CD।



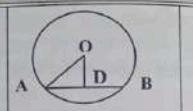
অনুসিদ্ধান্ত -০৯: বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র এবং জ্যা দুটি বৃত্তের ব্যাস।

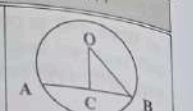


☞**ব্যাখ্যা:** পরস্পর পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করার অর্থ হল একটি জ্যা অপর জ্যা টির মাঝ বরাবর যাওয়া এবং অপর জ্যা টিও ঐ জ্যা টির মাঝ দিয়ে যাওয়া বোঝায়। বৃত্তের ভেতরে দুটি জ্যা একটি আরেকটি মাঝ বরাবর গেলে তা অবশ্যই কেন্দ্র দিয়ে যাবে। এবং জ্যা দ্বয় হবে বৃত্তের ব্যাস এবং তারা বৃত্তের কেন্দ্রে ছেদ করবে। যেমন:

অনুসিদ্ধান্ত -১০: বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন অন্য কোন জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব।

চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা এর মধ্য বিন্দু D, O এবং D যোগ করলে OD রেখা AB বাহুর উপর লম্ব।





সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৭. বৃত্তের কেন্দ্র ছেদকারী জ্যা-কে কি বলা হয়? *[৩০ তম বিসিএস]*
ক. জ্যা খ. ব্যাস গ. ব্যাসার্ধ ঘ. বৃত্তচাপ উত্তর: খ

৮. বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দুর অবস্থান কোথায়? *[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহঃশিক্ষক-০৬]*
ক. বৃত্তের ব্যাসে খ. বৃত্তের পরিধিতে গ. বৃত্তের জ্যা তে ঘ. বৃত্তের কেন্দ্রে উত্তর: ঘ

৯. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে D বিন্দু AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু হলে $\angle ODB = ?$ *[CAAB (SO)-2021]*
ক. ৪৫° খ. ৬০° গ. ৯০° ঘ. ১৮০° উত্তর: গ

সমাধান:

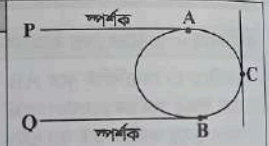
যেহেতু কোন বৃত্তের মধ্যবিন্দু থেকে জ্যা এর মধ্য বিন্দুতে সবসময় লম্ব রেখা হয়।
আমরা জানি, কোন বাহুতে লম্ব রেখা সমকোণ হয়।
$\therefore \angle ODB = 90^\circ$



স্পর্শক সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত :

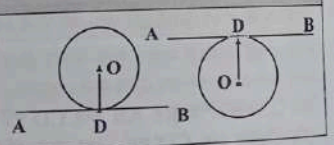
অনুসিদ্ধান্ত -১১: বৃত্তের যে কোনো বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব,

অর্থাৎ একটি বৃত্তের অসংখ্য স্পর্শক থাকলেও প্রতিটি স্পর্শক ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে বৃত্তটিকে স্পর্শ করে তাই বলা যায়, বৃত্তের একটি
বিন্দুতে শুধুমাত্র একটি স্পর্শক অংকন করা যায়।
চিত্রে বৃত্তের, A, B C বিন্দুতে শুধুমাত্র একটি করে স্পর্শক অংকন করা যাবে।



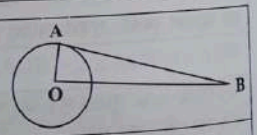
অনুসিদ্ধান্ত -১২: স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী :

অর্থাৎ বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে বৃত্তের উপর কোন স্পর্শক অংকন করলে যে বিন্দুতে স্পর্শকটি বৃত্তটি স্পর্শ করে, ঐ বিন্দুর উপর কোণ লম্ব আঁকালে তা বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়। চিত্র AB বাহু D বিন্দুতে বৃত্তটিকে স্পর্শ করেছে।
এখন D বিন্দুতে একটি লম্ব আঁকলে তা অবশ্যই O কেন্দ্র দিয়ে যাবে।



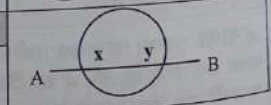
অনুসিদ্ধান্ত -১৩: কেন্দ্র থেকে যে কোন সরলরেখা বৃত্তের মাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে।

পাশের চিত্রে B বিন্দু থেকে BO সরলরেখা
বৃত্তের একটি মাত্র বিন্দুতে ছেদ করেছে।



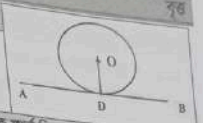
অনুসিদ্ধান্ত -১৪: একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।

চিত্রে AB রেখা বৃত্তটিকে x ও y দুটি বিন্দুতে ছেদ করেছে।



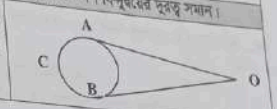
অনুসিদ্ধান্ত -১৫: বৃত্তের যে কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

চিত্রে বৃত্তের D বিন্দুতে অংকিত স্পর্শক AB স্পর্শবিন্দুগামি OD ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।



অনুসিদ্ধান্ত -১৬: বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে বৃত্তে শুধুমাত্র দুটি স্পর্শক টানা যায়, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

চিত্রে ABC বৃত্তে O একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং O বিন্দু থেকে ABC বৃত্তে OB এবং OA দুটি স্পর্শক। O থেকে দুটির বেশি স্পর্শক অংকন করা সম্ভব না এবং স্পর্শক দুটি পরস্পর সমান। অর্থাৎ $OA = OB$



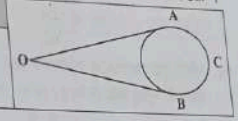
সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১০. দুটি পরস্পর ছেদী বৃত্তে কয়টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়? *[পরিসংখ্যান ব্যুরো কম্পিউটার কর্মকর্তা ৯৫]*
ক. ২টি খ. ১টি গ. ৩টি ঘ. ৪টি উত্তর: ক

১১. বহিঃস্থ O বিন্দু হতে অংকিত ABC বৃত্তে OA এবং OB দুটি স্পর্শক। অতএব-
ক. $OA \perp OB$ খ. $OA \parallel OB$ গ. $OA = OB$ ঘ. $OA \neq OB$ উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

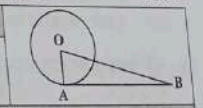
বহিঃস্থ বিন্দু থেকে অংকিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর সমান।তাই $OA = OB$



১২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, A বিন্দুতে স্পর্শক। $\angle AOB = 60^\circ$ হলে $\angle ABO =$ কত? *[সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার: ৯৬]*
ক. ৩০° খ.৪০° গ. ৪৫° ঘ. ৬০° উত্তর: ক

সমাধান:

কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, A বিন্দুতে স্পর্শক, $\therefore \angle OAB = 90^\circ$
$\triangle AOB$ তে , $\angle AOB + \angle ABO + \angle OAB = 180^\circ$ $\therefore \angle ABO = 30^\circ$



সহজ ভাষায়, একটি স্পর্শক দিয়ে যে ত্রিভুজ তৈরী হয় তাতে সবসময় স্পর্শবিন্দুতে 90^0 কোণ উৎপন্ন হয়।
তাহলে অপর দুটি কোণের একটি 60^0 হলে অন্যটি 30^0 হবে।

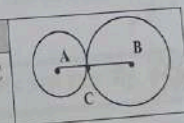
১৩. বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তের উপর কয়টি স্পর্শক আঁকা সম্ভব?
ক. একটি খ. দুটি গ. অসংখ্য ঘ. একটিও না উত্তর: খ

১৪. 2 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র হতে 5 সেমি দূরের কোনো বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত সেমি? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(ভুল পর্যায়-১)-২০১৯]*
ক. 4.58 খ. 5.38 গ. 3 ঘ. 5 উত্তর: ক

দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে:

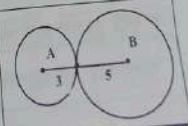
অনুসিদ্ধান্ত -১৭: দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হবে।

চিত্রে: A এবং B দুটি ভিন্ন বৃত্তের কেন্দ্র যারা পরস্পর C বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। ABC যোগ করলে একটি সরলরেখা তৈরী হবে। তাই এই তিনটি বিন্দুই সমরেখ।



অনুসিদ্ধান্ত -১৮: দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান হবে

চিত্রে, A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 মিটার এবং B কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 মিটার। এবং বৃত্তদ্বয় বহিঃস্পর্শ করেছে, তাই কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে 3+5 = 8 মিটার।



অনুসিদ্ধান্ত -১৯: দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান হবে।

চিত্রে, A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 মিটার এবং B কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 মিটার।
এবং বৃত্তদ্বয় অন্তঃস্পর্শ (ভেতরে) করেছে, তাই কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে 5-3 = 2 মিটার।

বৃত্ত



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১৫. দুটি বৃত্ত যদি পরস্পর স্পর্শ করে তবে কেন্দ্র হতে স্পর্শ বিন্দুগামী সরলরেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ- *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (পদ্মা) ২০১২]*

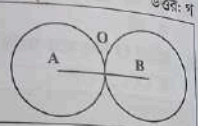
ক. সরলকোণ খ. সমকোণ গ. ঘুলকোন ঘ. সূক্ষ্মকোণ উত্তর: ক

১৬. A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করলে $\angle AOB$ এর মান - । *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. সমকোণ খ. পূরককোণ গ. সরলকোণ ঘ. প্রবৃদ্ধকোণ উত্তর: গ

সমাধান:

দুইটি বৃত্ত বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান। কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত বলে $\angle AOB$ এর মান 180^0 যা সরলকোণ বুঝায়।



১৭. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। এদের একটির ব্যাস ৬ সে.মি. এবং অপরটির ব্যাসার্ধ ৪ সে.মি. হলে, এদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে.মি.? *[১৪ তম বিজেএস (সহকারী জজ)-২০২১]*

ক. ৬ খ. ৭ গ. ১০ ঘ. ৩ উত্তর: খ

সমাধান:

একটি বৃত্তের ব্যাস ৬ সে.মি. তাহলে ব্যাসার্ধ হবে = ৩ সে.মি. এবং অপর বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৪ সে.মি.।
সুতরাং কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব = (৩+ ৪) = ৭ সে.মি.

১৮. দুটি অন্তঃস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ সে.মি এবং ৪ সে.মি হলে বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব কত? *[রাকাব, (সুপারভাইজার) -১৫]*

ক. ১ সে.মি. খ. ২ সে.মি. গ. ৩ সে.মি. ঘ. ৫ সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান :

অন্তঃস্থ বৃত্তদ্বয়ের ব্যাস ৮ এবং ৪ হলে তাদের ব্যাসার্ধ হবে ৪ এবং ২, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে ৪-২ = ২ সে.মি।

১৯. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করেছে। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৫ সে.মি. এবং কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ৯ সে.মি. হলে, অপর বৃত্তের পরিধি কত সে.মি. ? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯]*

ক. ৩৪ খ. ৪৪ গ. ৮৮ ঘ. ৫০ উত্তর: গ

সমাধান : ব্যাসার্ধ = ৯ + ৫ = ১৪, পরিধি = $2\times\frac{২২}{৭}\times১৪ = ৮৮$

নিজে করুন:

২০. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করল। বৃহত্তর বৃত্তটির ব্যাসার্ধ ৬ সেমি এবং কেন্দ্রদ্বয়ের দুরত্ব ২ সেমি। অপর বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [**Hints:** ৬-২ = ৪]

[৭ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১১] উত্তর: খ

ক. ২ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৬

দুটি বৃত্তের সাথে সাধারণ স্পর্শক সংক্রান্ত নিয়মাবলী :

দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে ১টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা সম্ভব।

পাশের চিত্রে AB অন্তঃস্পর্শ করা বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ স্পর্শক।



দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করলে দুইটি সাধারণ স্পর্শক আঁকা সম্ভব।

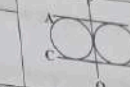
AB ও CD দুইটি সাধারণ স্পর্শক।

বৃত্ত



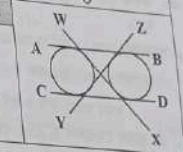
দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তিনটি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়।

চিত্রে AB , CD এবং PQ ৩টি সাধারণ স্পর্শক।



দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ না করে পাশাপাশি অবস্থান করলে ৪টি সাধারণ স্পর্শক আঁকা যায়।

চিত্রে AB , CD, WX এবং YZ 4টি সাধারণ স্পর্শক।



বৃত্তের উপর বিভিন্ন প্রশ্ন

(A) সাধারণ কিছু প্রশ্ন:

২১. বৃত্তের গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হলো- *[বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী):২০২১]*

ক. কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব সর্বদাই সমান খ. কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব অর্ধেক
গ. কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত দূরত্ব অসমান ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক

২২. বৃত্তের কেন্দ্র হতে পরিধি (সীমানা) পর্যন্ত দূরত্বকে বলা হয়- *(NBR-2015)*

ক. জ্যা খ. ব্যাসার্ধ গ. ব্যাস ঘ. স্পর্শক উত্তর: খ

২৩. জ্যা শব্দের অর্থ- *[পেট্রোবাংলা (হিসাব সহকারী): ২০১৯]*

ক. ভূমি খ. সম্পূরক গ. কোণ ঘ. সরলরেখা উত্তর: ক

২৪. বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কি বলা হয়? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]*

ক. ব্যাসার্ধ খ. জ্যা গ. ব্যাস ঘ. পরিধি উত্তর: খ

২৫. একটি বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা টি ব্যাসার্ধের কত গুণ ? *[বেবিচক(এরোড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*

ক. ২ গুণ খ. ৩ গুণ গ. ৪ গুণ ঘ. সমান উত্তর: ক

২৬. বৃত্তের বৃহত্তম জ্যাকে কী বলে? *[বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০]+ [বাংলাদেশ ন্যাশনাল ক্যাডেট কোর অধিদপ্তর(অফিস সহকারী)-২০২১]*

ক. ব্যাস খ. চাপ গ. ব্যাসার্ধ ঘ. পরিধি উত্তর: ক

২৭. ৪ সে.মি. ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্ত আঁকলে কেন্দ্র হতে পরিধির দূরত্ব কত হবে? *[পরিবেশ অধিদপ্তর(ল্যাবরেটরি অ্যাটেনডেন্ট)-২০২০]+[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবা সহকারী): ২০২১]*

ক. ১ সে.মি. খ. ২ সে.মি. গ. ৪ সে.মি. ঘ. ৮ সে.মি. উত্তর: খ

(B) বৃত্তের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ হ্রাস বৃদ্ধি :

বৃত্তের ব্যাস অথবা ব্যাসার্ধ যা ই থাকুক প্রশ্নে উত্তরত একই আসবে। ব্যাস এবং ব্যাসার্ধের জন্য উত্তর আলাদা হয় না।

২৮. বৃত্তের ব্যাস তিনগুন বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে ? *(৩২ ও ২৭ তম বিসিএস) + [১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(ভূল পর্যায়-১)-২০১৯]+ [জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী):২০২১]+ [রেলপথ মন্ত্রণালয় (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]+ + [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী)-২০২১]*

ক. ৪ খ. ৯ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: খ

✍সমাধান : বৃত্তের ক্ষেত্রফল πr^2 [এখানে, r ব্যাসার্ধ] ∴বৃত্তের ব্যাস 3 গুণ বাড়ানো হলে ক্ষেত্রফল $\pi 3^2 = \pi 9$ অর্থাৎ ৯ গুণ বাড়বে।

☝শর্টকাট: বৃত্তের ব্যাস অথবা ব্যাসার্ধকে যতগুণ ই বৃদ্ধি করা হোক না কেন তার ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে ঐ সংখ্যার বর্গের সমান। যেমন: ব্যাস ৩ গুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $3^2 = 9$ গুণ, ২গুণ হলে $2^2 = 4$ গুণ।

২৯. বৃত্তের ব্যাস চারগুণ বৃদ্ধি করলে এর ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? *(শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রঃ শ্রম প্রভা:২০০৫)* [Hints: $4^2 = 16$গুণ]
ক. ৪ খ. ৮ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: ঘ

৩০. একটি বৃত্তাকার ফুল বাগানের ব্যাস ৪ মিটার । ব্যাস বাড়িয়ে ১২ মিটার করা হলে বাগানের ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?
ক. ৯ খ. ৩ গ. ৩২ ঘ. ৮ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ব্যাস ১২ মিটার হয় মানে বাড়িয়ে ১২÷৪ = ৩গুণ হয় । এখন ক্ষেত্রফল বের করতে হলে ব্যাসার্ধের বর্গ বিবেচিত হয় বলে ক্ষেত্রফল $৩^২$ গুণ বা ৯গুণ । ∴ক্ষেত্রফল বাড়ে = নতুন ক্ষেত্রফল - আগের ক্ষেত্রফল = ৯-১ = ৮গুণ বাড়ে ।

[৯গুণ হওয়া আর ৯ গুণ বৃদ্ধি পাওয়া এক বিষয় নয়। কারণ আগের থেকে ৯ গুণ হলে বৃদ্ধি পায় ৯-১ = ৮ গুণ]

৩১. A বৃত্তের ক্ষেত্রফল 6.25π বর্গইঞ্চি। যদি বৃত্তটির ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করা হয় তাহলে A বৃত্তটির নতুন ক্ষেত্রফল কত? *(Pubali Bank Ltd. SO 2013)*
ক. 5π খ. 12.5π গ. 25π ঘ. 39.0625π উত্তর: গ

✍সমাধান: ব্যাসার্ধ r হলে, $\pi r^2 = 6.25\pi \Rightarrow r^2 = (2.5)^2 \quad \therefore r = 2.5$

এখন নতুন ব্যাসার্ধ $= 2r = 2\times2.5 = 5$ সুতরাং নতুন ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi\, 5^2 = \mathbf{25\pi}$

☝মুখে মুখে: ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হওয়া অর্থ ক্ষেত্রফল ৪গুণ হওয়া। আগের ক্ষেত্রফল 6.25π হলে নতুন ক্ষেত্রফলণ $= 6.25\pi\times4 = \mathbf{25\pi}$

৩২. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r কে বৃদ্ধি করে ব্যাসার্ধ r+n করলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল 4 গুণ হয়। r এর মান কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*
ক. $\frac{n}{2}$ খ. $\frac{n}{2\sqrt{2}-1}$ গ. n ঘ. 3n উত্তর: গ

✍সমাধান: ব্যাসার্ধ r হলে, ১ম ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ আবার, ব্যাসার্ধ r+n হলে, ২য় ক্ষেত্রফল $= \pi(r+n)^2$

প্রশ্নমতে, $4\times \pi r^2 = \pi(r+n)^2 \Rightarrow r+n = 2r \Rightarrow 2r-r = n \quad \therefore r = n$

☝অনুপাত আকারে থাকলেও নিয়ম একই:

৩৩. দুইটি বৃত্তের ব্যাসের অনুপাত ৩ : ২ হলে বৃত্ত দুইটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত ? *[বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: ষ্টেশন মাষ্টার)-২০১৮]+ [সিজিএ-(কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২] + [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*
ক. ৩ : ৪ খ. ১২ : ২৪ গ. ৯ : ৪ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

✍সমাধান:
দুটি বৃত্তের ব্যাস অথবা ব্যাসার্ধের অনুপাতের মান দেয়া থাকলে বৃত্ত দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে ঐ অনুপাতের রাশি দুটির বর্গ যেমন: ব্যাসের অনুপাত ৩ : ২ হলে ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে $৩^২ : ২^২ = ৯ : ৪$

৩৪. দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত ৪ : ৫। বড় বৃত্তের ও ছোট বৃত্তের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? *(পাবলিক সার্ভিস কমিশনে সহ:পরি:২০০৬) + [বেসামরিক বিমান চলাচল কতৃপক্ষ (নিরাপত্তা অপারেটর): ২০২১]*
ক. ৯ : ১৬ খ. ১৬ : ৯ গ. ১৬ : ২৫ ঘ. ২৫ : ১৬ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ব্যাসার্ধের অনুপাত = ৪ : ৫ সুতরাং ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $৪^২ : ৫^২ = ১৬ : ২৫$। কিন্তু এখানে এটা উত্তর না। কারণ প্রশ্নের অনুপাতে ছোট বৃত্তের ব্যাসার্ধ আগে দেয়া। কিন্তু উত্তর বের করার সময় বড় বৃত্তের ক্ষেত্রফল আগে বের করতে বলা হয়েছে। এজন্য বড় বৃত্ত : ছোট বৃত্ত = ২৫ : ১৬ হবে।

নিজে করুন: (ব্যাসার্ধ না থেকে ব্যাস দেয়া থাকলেও একই নিয়ম :)

৩৫. দুটি বৃত্তের ব্যাসের অনুপাত ৪ : ৫ । এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?
ক. ২০ : ৩১ খ. ১৬ : ২৫ গ. ১২ : ১৫ ঘ. ৯ : ৪ উত্তর: খ

☝শতকরা আকারে থাকলে শতকরা অধ্যায়ের নিয়মে করতে হবে :

মনে রাখুন, বৃত্তের ব্যাস অথবা ব্যাসার্ধ অথবা পরিধি % এ একবার বৃদ্ধি পাওয়া অর্থ ই ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রে দু'বার বৃদ্ধি পাওয়ার মত হিসেব হবে। কারণ ব্যাস, ব্যাসার্ধ এবং পরিধি এর একটি মাত্রা শুধু দৈর্ঘ্য কিন্তু ক্ষেত্রফল দ্বিমাত্রিক। দৈর্ঘ × প্রস্থ থাকে।

৩৬. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০% বাড়লে, এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বাড়বে?
ক. ১০% খ. ১৫% গ. ২০% ঘ. ২১% উত্তর: ঘ

✍সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{100\%} = ১০\% + ১০\% + \frac{১০\%\times১০\%}{১০০\%} = ২০\% + ১\% = ২১\%$ বাড়বে।

☝মুখে মুখে : ১ম বার ১০% বেড়ে হয় ১১০ এবং ২য় বার এই ১১০ এর ১০% অর্থাৎ ১১ বেড়ে হয় ১১০+১১ = ১২১
সুতরাং মোটের উপর বাড়বে = ১২১-১০০ = ২১%

৩৭. একটি বৃত্তের ব্যাস ২০% বাড়ানো হলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? *[বাংলাদেশ কৃষি উন্নয়ন কর্পোরেশনের(সহকারি হিসাবরক্ষণ ও সহকারি নিরীক্ষণ কর্মকর্তা)-২০১৯(আইবিএ)]*
ক. ১০% খ. ২৪% গ. ২০% ঘ. ৪৪% উত্তর: ঘ

✍সমাধান: শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{100\%} = ২০\% + ২০\% + \frac{২০\%\times২০\%}{১০০\%} = ৪০\% + ৪\% = ৪৪\%$ বাড়বে।

৩৮. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০% কমলে, এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত কমবে? *[৩৭তম বিসিএস]* *(উপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা:২০১০)*
ক. ২২% খ. ১৮% গ. ২০% ঘ. ১৯% উত্তর: ঘ

✍সমাধান: $-A - B + \frac{AB}{100\%} = -১০\% - ১০\% + \frac{(-১০\%)\times(-১০\%)}{১০০\%} = -২০\% + ১\% = -১৯\%$ কমবে।

☝মুখে মুখে: শতকরা অধ্যায়ের হ্রাস বৃদ্ধির মত বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০% কমলে এর ক্ষেত্রফল কমবে দুবার ১০% করে কমার সমান। ১ম বার ১০% কমলে হবে ১০০-১০ =৯০ এবং ২য় বার ১০% কমে ৯০ এর ১০% = ৯ তাহলে মোট কমলো ১০+৯ = ১৯% [ব্যাসার্ধ ১০০ ও ৯০ ধরে সূত্র প্রয়োগ করলেও একই উত্তর আসবে। তবে উপরের নিয়মে করা সহজ।]

৩৯. বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৩০% কমলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত কমবে?
ক. ৪৯% খ. ৫১% গ. ৬০% ঘ. ৩১% উত্তর: খ

✍ব্যাখ্যা: প্রথম বার ৩০% কমে হবে ১০০-৩০ = ৭০ এবং ২য় বার এই ৭০ এর ৩০% = ২১ কমবে।
তাহলে মোট কমল ৩০+২১ = ৫১%।

৪০. একটি বৃত্তের পরিধি ৫০% বাড়ানো হলে, ক্ষেত্রফল কত বৃদ্ধি পাবে? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক)-২০১৯]*
ক. ১০০% খ. ১১৫% গ. ১২৫% ঘ. ২২৫% উত্তর: গ

✍সমাধান: বৃত্তের পরিধি ৫০% বৃদ্ধে পাওয়া অর্থ বৃত্তের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ ৫০% বৃদ্ধি পাওয়া। কারণ সবগুলোরই শুধু দৈর্ঘ্য আছে।

☝শর্টকাট সূত্র দিয়ে : $A + B + \frac{AB}{100\%} = ৫০\% + ৫০\% + \frac{৫০\%\times৫০\%}{১০০\%} = ১০০\% + ২৫\% = ১২৫\%$ বাড়বে।

☝মুখে মুখে: প্রথমে ১০০ থেকে ৫০% বেড়ে ১৫০। এরপর ১৫০ এর ৫০% = ৭৫ বাড়লে মোট বাড়বে ৫০+৭৫ = ১২৫%

(C) পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় সম্পর্কিত প্রশ্ন:

৪১. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ a হলে তার ক্ষেত্রফল কত হবে? *[উপজেলা শিক্ষা অফিসার: ২০১০]* [Hints: সরাসরি সুত্রটিই]
ক. π খ. πr^2 গ. πa^2 ঘ. 2π উত্তর: গ

৪২. বৃত্তের পরিধি = ? *[এনএসআই(অফিস সহকারি/ডেসপাচ রাইডার)-২০২১]*
ক. πr খ. $2\pi r$ গ. $2r$ ঘ. 2π উত্তর: খ

৪৩. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত কত? *(মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা-২০১৬)*
ক.৩ খ. $\frac{২৫}{৯}$ গ. $\frac{২২}{৭}$ ঘ. $\frac{৫}{৩}$ উত্তর: গ

৪৪. একটি বৃত্তের ব্যাস 26 সে: মি: হলে এর পরিধি কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*
ক. 81.68 সে.মি.(প্রায়) খ. 36.54 সে.মি.(প্রায়) গ. 69.34 সে.মি.(প্রায়) ঘ. 76.18 সে.মি.(প্রায়) উত্তর: ক

সমাধান: পরিধি $= 2\pi r = \pi d = 26 \times \frac{22}{7} = 81.68$

৪৫. একটি বৃত্তাকার শিটের পরিধি 154 সে.মি. হলে এর ব্যাসার্ধ কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*
ক. 25 সে.মি. খ. 24.5 সে.মি. গ. 38.5 সে.মি. ঘ. 38 সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: $2\pi r = 154 \quad \therefore r = 24.5$ সে.মি.

৪৬. কোনো বৃত্তের পরিধি ২৩ সেন্টিমিটার হলে ব্যাসার্ধ কত সেন্টিমিটার? *[বেবিচক(এয়ারড্রাম ফায়ার লীডার)-২০২১]*
ক. ৩.৬৬ খ. ৩.৪৪ গ. ২.৪৪ ঘ. ১.৭৫ উত্তর: ক

৪৭. 1 একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত হবে? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*
ক. 1 বর্গ একক খ. 2 বর্গ একক গ. π বর্গ একক ঘ. π^2 বর্গ একক উত্তর: গ

সমাধান: ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \pi \times 1^2 = \pi$ বর্গ একক

৪৮. কোনো বৃত্তের ব্যাস 16 সে.মি. হলে পরিধির মান কত? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০১৯]*
ক. 32.44 খ. 48.16 গ. 52.16 ঘ. 50.25 উত্তর: ঘ

সমাধান: পরিধি, $2\pi r = 2r \times \pi = 16 \times 3.1414 = 50.25$ সে.মি.

৪৯. একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস 60 মিটার এবং $\pi = 3.1416$ হলে পার্কটির পরিধির দৈর্ঘ্য কত মিটার ?
ক. 180 মি. খ. 186 মি. গ. 188.496 মি. ঘ. 192.56 মি. উত্তর: গ

সমাধান: ব্যাস $2r = 60$ হলে ব্যাসার্ধ $r = 30$ এবং পরিধি $2\pi r = 2 \times 3.1416 \times 30 = 188.496$]

৫০. কোনো বৃত্তের পরিধি 88 মিটার হলে তার ব্যাস কত? *[কর্ম: মন্ত্রণা: সহ: পরিচালক ২০০৬]*
ক. ১০ মি. খ. ১২ মি. গ. ১৪ মি. ঘ. ১৬ মি. উত্তর: গ

সমাধান: $2\pi r = 88 \Rightarrow 2r \times \frac{22}{7} = 88$ সুতরাং $2r = 88 \times \frac{7}{22} = 28$ যেহেতু ব্যাস বের করতে বলেছে তাই $2r = 28$

৫১. বৃত্তের ক্ষেত্রফল 18π একক হলে, বৃত্তের পরিধি কত?
ক. $6\sqrt{2}\,\pi$. খ. $5\pi\sqrt{2}$ গ. $5\sqrt{2\pi}$ ঘ. 8π উত্তর: ক

সমাধান: বৃত্তের ক্ষেত্রফল, $\pi r^2 = 18\pi \Rightarrow r^2 = 18 \therefore r = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

$\therefore$ পরিধি $= 2\pi r = 2\pi \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\,\pi$.

৫২. যদি কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রফল 10π হয় তাহলে তার পরিধি কত? *[ATEO- ২০১০]*
ক. 2π খ. $\sqrt{2}\,\pi$ গ. $2\pi\sqrt{2}$ ঘ. $2\pi\sqrt{10}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\pi r^2 = 10\pi \Rightarrow r^2 = 10 \therefore r = \sqrt{10}$ সুতরাং পরিধি $= 2\pi r = 2\pi\sqrt{10}$ (r এর মান বসিয়ে)

৫৩. 4a একক ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল, 4a একক প্রস্থবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য কত?
[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]
ক. πa একক খ. 2πa একক গ. πa^2 একক ঘ. π^2a একক উত্তর: ক

সমাধান: ব্যাসার্ধ $= \frac{4a}{2} = 2a \quad \therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi(2a)^2 = 4\pi a^2 =$ আয়তের ক্ষেত্রফল $\therefore$ দৈর্ঘ্য $= \frac{4\pi a^2}{4a} = \pi a$

৫৪. একটি বৃত্তের ব্যাস ১৪ সে.মি.। একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান হলে বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[রাকাব, (সুপারভাইজার) -২০১৫]*
ক. ১০ সে.মি. খ. ১১.৮ সে.মি. গ. ১২.৪ সে.মি. ঘ. ১৫.২ সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: এখানে বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 14 \div 2 = 7$, সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154$ বর্গ সে.মি.

তাহলে বর্গের ক্ষেত্রফল $= 154$ বর্গ সে.মি. সুতরাং বর্গের ১ বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{154} = 12.8$ উত্তর: ১২.৪ সে.মি.

৫৫. ৫৬ ফুট ব্যাসের একটি বৃত্তকার ক্ষেত্রকে একই ক্ষেত্রফলের একটি বর্গক্ষেত্র করলে, বর্গক্ষেত্রের যেকোন এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে? *[সহা হিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ে গবেষণা কর্মকর্তা ৯৮]*
ক. ২৮ ফুট খ. ৪৯.৬৪ ফুট গ. ৩২ ফুট ঘ. ৪৮ ফুট উত্তর: খ

সমাধান: বৃত্তের ব্যাস, $2r = ৫৬$ ফুট $\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = ৫৬ \div 2 = ২৮$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 =$ ফুট $= \frac{22}{7}(২৮)^2 = \frac{22}{7} \times ২৮ \times ২৮ = ২৪৬৪$ বর্গফুট ।

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, $a^2 = ২৪৬৪$ বর্গফুট $\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \sqrt{২৪৬৪} = ৪৯.৬৪$ ফুট।

৫৬. ৪৮ ফুট ব্যাসের একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রে একই ক্ষেত্রফলের একটি বর্গক্ষেত্র করলে বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত হচ্ছে *[মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]*
ক. $২৪\sqrt{\pi}$ খ. ২২π গ. ২৪π ঘ. ২৬π উত্তর: ক

সমাধান: বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= \frac{৪৮}{২} = ২৪$ফুট ।

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times ২৪^2$ বর্গফুট $=$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। $\therefore$ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\pi \times ২৪^2} = ২৪\sqrt{\pi}$ ফুট।

৫৭. একটি বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 132 সেন্টিমিটার ও 1386 বর্গ সেন্টিমিটার। বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত?
[মাধ্যমিক অধিদপ্তরের (হিসাব সহ)-২০১৩] + [পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক- (ক্যাশ)-২০১৮] + [বিবিএস(থানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]
ক. 66 সেমি. খ. 42 সেমি গ. 21 সেমি ঘ. 22 সেমি. উত্তর: খ

সমাধান: বৃহত্তম জ্যা = ব্যাস। এখন পরিধি $= 2\pi r = 132 \Rightarrow 2r = \frac{132}{\pi}$ সেমি. $\therefore$ ব্যাস $2r = 132 \times \frac{7}{22} = 42$ সেমি

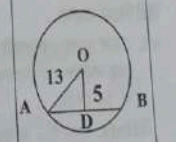
(**Note:** এখানে ১৩৮৬ সংখ্যাকে ব্যবহার করা ছাড়াই উত্তর বের করা সম্ভব ।)

(D) জ্যা এর সাথে সম্পর্কিত প্রশ্ন:

বৃত্তের ভেতরের অর্ধ জ্যা এবং কেন্দ্রের উপর অঙ্কিত লম্বের সাথে ব্যাসার্ধ মিলে যেহেতু একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হয় তাই সমকোণী ত্রিভুজের রাশিগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত মনে রাখুন: **3 : 4 : 5,** অথবা, **6 : 8 : 10** অথবা, **5 : 12 : 13**

৫৮. ১৩ সেমি ব্যাসার্ধর বৃত্তের কেন্দ্র হতে ৫ সেমি দূরত্বে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? *(৩৭+২৬তম বিসিএস)*
ক. ২৪ সেমি খ.১২ সেমি গ. ১৬সেমি ঘ.২০ সেমি উত্তর: ক

সমাধান:



পাশের চিত্রটি লক্ষ্য করুন। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ OA = 13 সে.মি. এবং কেন্দ্র O থেকে জ্যা এর দূরত্ব OD = 5 সে.মি। তাহলে OAB একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হয়েছে।
যেখানে অতিভুজ OA = 13সে.মি. এবং লম্ব OD = ৫ সে.মি। তাহলে ভূমি AD = ?
পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী. $AD^2 + OD^2 = OA^2 \Rightarrow AD^2 = 13^2 - 5^2$

$\Rightarrow AD^2 = 169 - 25 \Rightarrow AD^2 = 144 \quad \therefore AD = \sqrt{144} = 12$
যেহেতু হচ্ছে বৃত্তটির অর্ধ জ্যা তাহেল সম্পূর্ণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য হবে ১২+১২ = ২৪ সে.মি।

শর্টকাট পদ্ধতি : সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত মুখস্থ থাকলে এ ধরনের প্রশ্ন কয়েক সেকেন্ডে সমাধান করা সম্ভব।
যেমনঃ সমকোণী ত্রিভুজের একটি অনুপাতের মান আছে ১২:৫:১৩ অর্থাৎ অতিভুজ ১৩ হলে লম্ব ও ভূমি হবে ৫ এবং ১২ ।

৫৯. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের কেন্দ্র হতে 3 সে.মি. দূরত্বে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? *[বেবিচক/এরোড্রোম/ইলপেক্টর/সহকারী অডার কর্মকর্তা)-২০২১]+ [বিবিএস (পরিসংখ্যান সহকারী)-২০২১]*

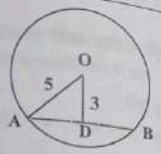
ক. 4 খ. 8 গ. 7 ঘ. 5 উত্তর: খ

সমাধান:

পাশের চিত্রে AB, জ্যা এর মধ্যবিন্দু D হওয়ায় AD = BD।
যেহেতু কেন্দ্র থেকে জ্যা-এর উপর অংকিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$\therefore AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$

$\therefore AB = 2AD = 2\times4 = \mathbf{8}$ একক



নিজে করুন:

৬০. 5 একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র হতে একটি জ্যা এর লম্বদূরত্ব 4 একক হলে জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? *[সরকারি মাধ্যমিক বিদ্যালয় (সহ: শিক্ষক)-২০১৯]*

ক. 2 একক খ. 3 একক গ. 6 একক ঘ. 8 একক উত্তর: গ

৬১. বৃত্তের কেন্দ্র হতে ২৪ সেমি দীর্ঘ জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য ৫ সেমি হলে ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হবে? *[প্রা:সহ:শি:১২ (সূত্রম)]*

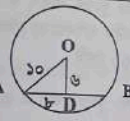
ক. ১৩ সেমি খ. ১৪ সেমি গ. ১২ সেমি ঘ. ১৫ সেমি উত্তর: ক

৬২. কোন বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোন জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য জ্যা এর অর্ধেক হতে ২ সেন্টিমিটার কম। বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০ সেন্টিমিটার হলে জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ৪ খ. ৮ গ. ১০ ঘ. ১৬ উত্তর: ঘ

সমাধান:

পাশের চিত্রানুযায়ী অতিভুজ ১০ এবং লম্ব ও ভূমির মধ্যে পার্থক্য ২
সমকোণী ত্রিভুজের একটি অনুপাত হলো ১০:৮:৬ অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ১০সে.মি হলে তার অপর দু বাহুর একটি ৮ ও অপরটি ৬ সে.মি হয়। এখানে যেহেতু ভূমি অর্ধ জ্যা, লম্ব থেকে ২ সেমি বড় তাই লম্ব ৬ এবং ভূমি অর্ধ জ্যা হবে ৮।
তাহলে সম্পূর্ণ জ্যা এর দৈর্ঘ্য = ৮+৮=১৬ সেমি.। **উত্তর: ১৬ সেমি।**



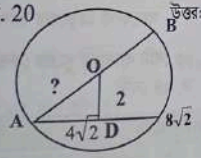
৬৩. বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর দৈর্ঘ্য $8\sqrt{2}$ সে.মি. এবং কেন্দ্র হতে ঐ জ্যা এর লম্বের দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. হলে বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক)-২০১৯]*

ক. 10 খ. 12 গ. 16 ঘ. 20 উত্তর: খ

সমাধান: সম্পূর্ণ জ্যা = $8\sqrt{2}$ সুতরাং জ্যা এর অর্ধেক = $8\sqrt{2} \div 2 = 4\sqrt{2}$

এখন পাশের চিত্রানুসারে সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ = $\sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6$

ত্রিভুজের অতিভুজ = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 6 সুতরাং ব্যাস = 6+6 = **12 সে.মি.।**



নিজে করুন:

৬৪. কোন বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা এর দৈর্ঘ্য ২০ মিটার হলে কেন্দ্র হতে ৮ মিটার দূরবর্তী জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত মিটার হবে? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী)-২০২০]*

ক. ১০ সে.মি. খ. ১২ সেমি গ. ১৫ সেমি ঘ. ২০ সেমি উত্তর: খ

[Hints: ব্যাসার্ধ = অতিভুজ = ২০÷২ = ১০ ∴ ৬ : ৮ : ১০ হিসেবে অর্ধ জ্যা = ৬ এবং সম্পূর্ণ জ্যা হবে = ৬+৬ = ১২ সে.মি.]

বৃত্তের ভেতরে কোন চিত্র অন্তর্লিখিত হলে

অন্তর্লিখিত চিত্রের কোণের পরিমাণ নির্ণয়:

বৃত্তের ভেতরে আঁকা যায়	বৃত্তের ভেতরে আঁকা যায় না।
বর্গ, আয়ত ও ট্রাপিজিয়াম এবং ত্রিভুজ	রম্বস ও সামান্তরিক
বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = ৩৬০° এবং বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফল = ১৮০°	

৬৫. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফল কত? *[ডিপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা -২০১০] + [জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]+ [বিবিএস(খানা পরিসংখ্যানবিদ):২০২০]*

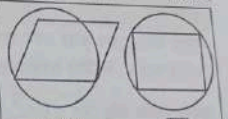
ক. ৩৬০ ডিগ্রি খ. ১৮০ ডিগ্রি গ. ৯০ ডিগ্রি ঘ. ১০০ ডিগ্রি উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: বৃত্তস্থ যে কোন চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলোর সমষ্টি = ১৮০°। এবং সবগুলো কোণ মিলে ৩৬০°

৬৬. বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি - - -? *প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক ২০১০] +জীবন বীমা কর্পোরেশন (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার):২০২১]*

ক. বর্গক্ষেত্র খ. ট্রাপিজিয়াম গ. রম্বস ঘ. আয়তক্ষেত্র উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:
বৃত্তস্থ অর্থ হল বৃত্তের ভেতরে পরিধিকে স্পর্শ করে। অর্থাৎ বৃত্তের ভেতরে যদি সামান্তরিক আঁকানোর চেষ্টা করা হয়, তাহলে তা বৃত্তের সীমানা বা পরিধি ভেদ করে বাইরে চলে যায়। তাই বৃত্তের ভেতরে সামান্তরিক আঁকানো সম্ভব নয়। এক্ষেত্রে আয়তক্ষেত্র আঁকানো সম্ভব। তাই বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।



৬৭. নিচের কোনটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ হয় না? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(স্কুল পর্যায়-১)-২০১৯]*

ক. বর্গ খ. আয়ত গ. ট্রাপিজিয়াম ঘ. রম্বস উত্তর: ঘ

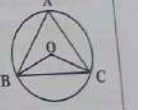
৬৮. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের একটি কোণ ৭০° হলে বিপরীত কোণটির মান কত? *[বিবিএস (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী): ২০২০] + [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]* [Hints :১৮০-৭০ = ১১০]

ক. ১১০° খ. ২০° গ. ২০০° ঘ. ২৯০° উত্তর: ক

৬৯. পাশের চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে Δ ABC সমবাহু। ∠BOC এর মান কত? *[পরিবারকল্যাণ পরিদর্শিকা প্রশিক্ষণার্থী ২০১০]*

ক. ৯০° খ. ১৮০° গ. ১২০° ঘ. ২৪০° উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:
সমবাহু ত্রিভুজের কোণ গুলো সমান অর্থাৎ ৬০° করে। এখানে ত্রিভুজের কোণ গুলো পরিধির সাথে লেগে আছে বিধায় এরা বৃত্তস্থ কোণ। কিন্তু ∠BOC = কেন্দ্রস্থ কোণ।
আর কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণে দ্বিগুণ। তাই উত্তর: ২×৬০ = ১২০°



৭০. ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। ∠BAD এবং∠BCD এর সমষ্টি কত হবে? *(উপ: পরিসংখ্যান কর্মা: ২০১০)*

ক. ১২০° খ. ১৫০° গ. ১৮০° ঘ. ৯০° উত্তর: গ

সমাধান: বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের চারটি কোণের মোট পরিমাণ =360^0 দুটি কোণের পরিমাণ ১৮০°হলে অপর দুটিও ১৮০° হবে।

৭১. ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। এর ∠A + ∠C = 180°, এবং ∠B = 80°, ∠D = কত? *[পরিবার কল্যাণ কর্মকর্তা ২০০৬]*

ক. 90° খ. 95° গ. 85° ঘ. 100° উত্তর: ঘ

সমাধান: বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের চারটি কোণের মোট পরিমাণ = 360^0 [মনে রাখবেন: বিপরীত দুটি কোণের যোগফল = ১৮০°]

এখানে প্রথম দুটি কোণ 180^0 এবং তৃতীয় কোণটি 80^0 সুতরাং ৪র্থ কোণটি হবে
$360^0 - (180+80) = 360 - 260 = \mathbf{100^0}$

নিজে করুন:

৭২. **ABCD বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি চতুর্ভুজ-এর $\angle B + \angle D = 180°$, এবং $\angle C = 85°$, হলে $\angle A$-এর মান কত?** *[বিমান মন্ত্রণালয়ের অধীনে কারা তত্ত্বাবধায়ক ২০০৫]*
ক. 95° খ. 80° গ. 100° ঘ. 75° উত্তর: ক

৭৩. **নিচের চিত্রে $\angle AOC = 86^0$ হলে, $\angle ABC$-এর মান কত ডিগ্রি ?** *[বাংলাদেশ বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (উপসহকারী প্রকৌশলী/হিসাব সহকারী)-২০১৯]*

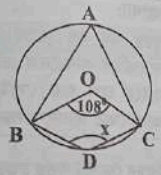


ক. 94^0 খ. 86^0 গ. 137^0 ঘ. 172^0 উত্তর: গ

সমাধান: একই চাপ AC এর উপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = 86^0$ সুতরাং বৃত্তস্থ $\angle ADC = 86 \div 2 = 43^0$
আবার, ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে $\angle ADC + \angle ABC = 180^0$ । সুতরাং $\angle ABC = 180^0 - 43^0 = 137^0$ ।

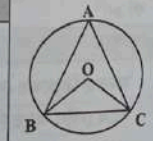
৭৪. **O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে x কোণের মান কত?** *[৪৩তম বিসিএস প্রিলি:]*
ক. 54^0 খ. 72^0 গ. 108^0 ঘ. 126^0 উত্তর: ঘ

সমাধান:
আমরা জানি, কোন বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ বা পরিধিস্থ কোণ তার কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক। চিত্রটিতে প্রদত্ত কেন্দ্রস্থ $\angle BOC = 108^0$
সুতরাং বৃত্তটির বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC = \frac{108}{2} = 54°$ হবে।
এখন আবার, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ ABCD এর বিপরীত দুটি কোণের যোগফল যেহেতু $= 180^0$।
সুতরাং $\angle BAC$ এর বিপরীত কোণ $\angle BDC$ বা x এর মান হবে
$180° - 54° = 126^0$ $\therefore \mathbf{x = 126°}$ উত্তর:



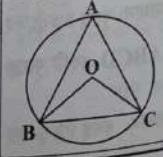
৭৫. **নিচের ছবিতে বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $\angle OCB = 35°$. তাহলে $\angle BAC = ?$** *[IBA 98 -99]*
ক. 65° খ. 60° গ. 55° ঘ. 50° উত্তর: গ

সমাধান:
OCB = $\angle OBC = 35°$ (OCB সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ)
$\therefore \angle BOC = 180° - 70° = 110°$ (কারণ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = ১৮০°)
$\therefore \angle BAC = \frac{110}{2} = 55°$ (বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক)



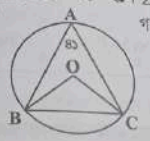
৭৬. **নিচের O কেন্দ্র বৃত্তে $\angle BAC = 60°$, তাহলে $\angle OCB$ এর মান কত ?**
ক. 30° খ. 45° গ. 35° ঘ. 25° উত্তর: ক

সমাধান:
বৃত্তস্থ $\angle BAC = \mathbf{60°}$ সুতরাং কেন্দ্রস্থ: $\angle BOC = 2 \times 60 = 120°$
ΔOBC-এ OB = OC [দুটোই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \angle OBC = \angle OCB$ $\therefore \angle OCB = (180 - 120) \div 2 = 30°$

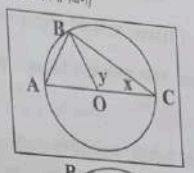


নিজে করুন:

৭৭. **নিচের চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle BAC = 81°$ হলে $\angle BOC$ কোণের মান কত?** *[১৫ তম শিক্ষক নিবন্ধন -২০১৯]*
ক. 89° খ. 62° গ. ১৩৯° ঘ. ৮২° উত্তর: ঘ

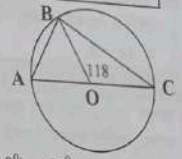


৭৮. **চিত্র অনুসারে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ΔABC অন্তর্লিখিত। $\angle y = 112°$ হলে $\angle x$ = কত?** *[৩৬তম বিসিএস]*
ক. ৬৮° খ. ৩৪° গ. ৪৫° ঘ.৩৯° উত্তর: খ



সমাধান: চিত্রে BOC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ যেখানে $\angle BOC = \angle y = 112°$
সুতরাং ত্রিভুজটির অপর দুটি কোণের সমিষ্টি হবে $180^0 - 112^0 = 68^0$
সুতরাং একটি কোণ $\angle x = 68^0 \div 2 = 34^0$

৭৯. **O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ΔABC অন্তর্লিখিত, $\angle BOC = 118^0$ হলে $\angle BCO = ?$**
ক. 68° খ. 62° গ. 31° ঘ. 124° উত্তর: গ



সমাধান:
ΔBOC এর বহিস্থ কোণ $\angle BOA$ = বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle OBC + \angle BCO = (180^0 - 118^0) = 62^0$
আবার একই বৃত্তের ব্যাসার্ধের বিপরীত কোণ হওয়ায় $\angle OBC = \angle BCO$ । সুতরাং $\angle BCO = 62^0 \div 2 = 31^0$

৮০. **ΔABC একটি বৃত্তস্থ ত্রিভুজ । AB বাহুকে E পর্যন্ত বাড়ানো হলো । $\angle CBE = 80°$ হলে $\angle ABC$=কত?**
ক. 45° খ.30° গ. 50° ঘ. 100° উত্তর: ঘ

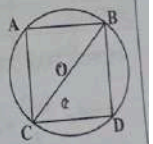
সমাধান: AB কে E পর্যন্ত বাড়ানো হলে দেওয়া আছে,
$\angle CBE = 80°$ যেখানে, $\angle CBE + \angle ABC = 180°$ $\Rightarrow \angle ABC = 180° - 80°$ $\therefore \angle ABC = 100°$

অন্তর্লিখিত চিত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

Learning points: বৃত্তের ভেতরে বর্গক্ষেত্র অংকিত হলে বর্গক্ষেত্রের কর্ণই হচ্ছে ঐ বৃত্তটির ব্যাস। সুতরাং বৃত্তের ব্যাস-ই হচ্ছে বর্গের কর্ণ এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের অর্ধেক। **সূত্র: বর্গক্ষেত্রের কর্ণ $= \sqrt{2}a$**

৮১. **৫ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?** *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(উপ-পরিদর্শক): ২০১৯] +[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯] +[(CAAB) এর (সহকারী নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০২১]*
ক. ৬০ খ. ৭০ গ. ৪০ ঘ. ৫০ উত্তর: ঘ

সমাধান:
এখানে, ব্যাসার্ধ $r = ৫$ সে.মি. এবং ব্যাস $= 2r = 2 \times ৫ = ১০$ সে.মি.।
বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}\,a = ১০$ $\therefore$একবাহু $a = \frac{১০}{\sqrt{২}}$ সে.মি.।
$\therefore$ বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফল $= a^2 = (\frac{১০}{\sqrt{২}})^2 = \frac{১০০}{২} = ৫০$ বর্গ সে.মি.।



শর্টকাট: বর্গের কর্ণ থেকে বর্গের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times d^2$

এখানে বর্গের কর্ণ = বৃত্তের ব্যাস = ১০ । সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times (১০)^২ = = \frac{১}{২} \times ১০০ =$ ৫০ বর্গ সে.মি.

নিজে করুন:

৮২. ৭ সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? *[৩২তম বিসিএস(বিশেষ)]+[BBS(থানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]*

ক. ৯৮ বর্গ সে.মি. খ. ৪৯ বর্গ সে.মি গ. ১৯৬ বর্গ সে.মি ঘ. ১৪৬ বর্গ সে.মি. উত্তর: ক

[**Hints:** বর্গের কর্ণ = বৃত্তের ব্যাস = ৭+৭ = ১৪ । সুতরাং ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times (১৪)^২ = \frac{১}{২} \times ১৯৬ =$ ৯৮ বর্গ সে.মি.]

৮৩. কোন বৃত্তের ব্যাস 14cm । বৃত্তটির অন্তর্লিখিত বৃহত্তম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? *[জ্বালানী- খনিজ সম্পদ মন্ত্রঃ (নিরাঃ কর্মঃ)-২০১৯]*

ক. 98 খ. 100 গ. 102 ঘ. 96 উত্তর: ক

৮৪. 2 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের অন্তস্থ একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? *[৩৫তম বিসিএস] + [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (প্রদর্শক)-২০২১]*

ক. $4\pi - 8$ খ. $2\pi - 4$ গ. $4\pi + 8$ ঘ. $2\pi + 4$ উত্তর: ক

সমাধান:

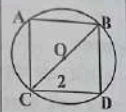
ব্যাসার্ধ $r = 2$ সেমি হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল হবে, $= \pi r^2 = \pi.4 = 4\pi$

আবার , বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 2 সেমি হলে ব্যাস = 2+2 = 4 সেমি। যেহেতু বৃত্তের ব্যাস = বর্গক্ষেত্রের কর্ণ।

সুতরাং বর্গের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 4^2 = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ বর্গ সে.মি.

এখন প্রশ্নানুযায়ী বর্গক্ষেত্রের ৪টি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে, $4\pi - 8$

(সম্পূর্ণ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল থেকে, বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বিয়োগ) **Ans:** $4\pi - 8$



উল্টোভাবেও আসতে পারে অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র থেকে বৃত্ত: যেমন:

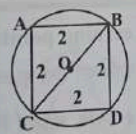
৮৫. একটি বৃত্তস্থ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. । বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত? *[RAKUB (SO)-2015] +[NSI (ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. π খ. 2π গ. πr^2 ঘ. $2\sqrt{2}$ উত্তর: খ

সমাধান:

বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 ∴ কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}.2 = 2\sqrt{2}$ = বৃত্তের ব্যাস।

∴ ব্যাসার্ধ $r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ সুতরাং ক্ষেত্রফল হবে $\pi\left(\sqrt{2}\right)^2 = \pi.2$ বা 2π **উত্তর:** 2π



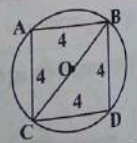
৮৬. 16 মিটার পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র বৃত্তে অন্তর্লিখিত হয়েছে। বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. 4π খ. 8π গ. 12π ঘ. 16π উত্তর: খ

সমাধান:

বর্গক্ষেত্রের ১বাহুর দৈর্ঘ্য = $16 \div 4 = 4$ ∴ বর্গের কর্ণ = $4\sqrt{2}$ = বৃত্তের ব্যাস।

∴ ব্যাসার্ধ = $\frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ সুতরাং বৃত্তটির ক্ষেত্রফল = $\pi(2\sqrt{2})^2 = \pi \times 2^2\left(\sqrt{2}\right)^2 = 8\pi$



ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত হলে:

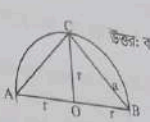
৮৭. r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি অর্ধ-বৃত্তের মধ্যে অন্তর্লিখিত করা যায় এরূপ সর্ববৃহৎ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? *[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি বিভাগের অধীনে (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]*

ক. r^2 খ. $2r^2$ গ. $\frac{1}{2} r^2$ ঘ. r^3 উত্তর: ক

সমাধান: r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট অর্ধবৃত্তের মধ্যে অন্তর্লিখিত সর্ববৃহৎ ত্রিভুজের ব্যাস = r+r = 2r

বৃত্তের ব্যাস ই ত্রিভুজের ভূমি আবার বৃত্তের ব্যাসার্ধ = ত্রিভুজের লম্ব = r।

∴ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 2r \times r = r^2$



৮৮. ৬ সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তস্থ একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল- *[৪১তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. $২২\sqrt{৩}$ বর্গ সে.মি. খ. $২৩\sqrt{২}$ বর্গ সে.মি. গ. $২৫\sqrt{৩}$ বর্গ সে.মি. ঘ. $২৭\sqrt{৩}$ বর্গ সে.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: (বিস্তারিত)

চিত্রানুসারে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি ΔABC এর পরিবৃত্ত

যেখানে O ভরকেন্দ্র এবং $OA = OB = OC = 6$

যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র O, AD মধ্যমা।

ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে ২ : ১ অনুপাতে বিভক্ত করে। অতএব, $OD = \frac{6}{2} = 3$ cm

সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা ভূমির উপর লম্ব হয়।

সমকোণী ত্রিভুজ ODB এ পীথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগকরে পাই,

$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$

∴ ত্রিভুজের বাহু $BC = 2BD = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

∴ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times BC^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(6\sqrt{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 \times 3 = 27\sqrt{3}$



বিকল্প সমাধান: আমরা জানি, বৃত্তের মধ্যে অন্তস্থ সমবাহু ত্রিভুজ থাকলে ব্যাসার্ধ $r = \frac{\text{বাহু}}{\sqrt{3}}$ ∴ বাহু = $\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$

∴ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 \times 3 = 27\sqrt{3}$ (উত্তর:)

৮৯. ৮ মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? *[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান বুরো(চেইনম্যান)-২০২১]*

ক. ২ মিটার খ. ৪ মিটার গ. ৮ মিটার ঘ. ৬ মিটার উত্তর: খ

সমাধান:

বৃত্তের বাইরে বর্গ অথবা বর্গের ভেতরে বৃত্ত অন্তর্লিখিত হলে, বর্গের একবাহু = বৃত্তের ব্যাস।

এখানে, বর্গের একবাহু = ৮ মিটার। সুতরাং বৃত্তের ব্যাস = ৮ মিটার।

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{৮}{২} =$ **৪ মিটার।**



চাকা সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন

যেহেতু যে কোন চাকাই বৃত্তাকার । তাই বৃত্তের অধ্যায়ে চাকার উপর বিভিন্ন প্রশ্ন আলোচনা করা হল।

চাকার যে কোন প্রশ্ন সমাধান করার সময় মনে রাখতে হবে যে, একটি চাকা একবার ঘুরলে মোট ৩৬০° পথ অতিক্রম করে। এবং একবার ঘোরার সাথে তার পরিধির সমান রাস্তা অতিক্রম করে । যেমন: একটি চাকার পরিধি ২৫ মিটার তাহলে ১ বার ঘুরলে চাকাটি মোট ২৫ মিটার রাস্তার অতিক্রম করবে। আবার ৪ বার ঘুরলে ২৫×৪ = ১০০ মিটার রাস্তা যাবে, আবার ঐ চাকাটিই ২০০ মিটার রাস্তা যেতে মোট ২০০÷২৫ = ৮ বার ঘুরবে।

সূত্র: চাকার ঘুরার সংখ্যা বার = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{চাকার পরিধি}}$

পরামর্শ: চাকার পরিধি দেয়া থাকলে সরাসরি সূত্র প্রয়োগ করুন। কিন্তু চাকার ব্যাস অথবা ব্যাসার্ধ দেয়া থাকলে আগে পরিধি বের করতে হবে তারপর অংকটি করতে হবে।

চাকার ডিগ্রি সংক্রান্ত প্রশ্ন

৯০. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ১২ বার ঘুরে। চাকাটি প্রতি ৫ সেকেন্ডে কত ডিগ্রি ঘুরবে? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর)-২০১৯]*

ক. ১৮০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: মনে রাখবেন একটি চাকা একবার ঘুরলে মোট ৩৬০° ঘুরে।
কারন চাকা একটি বৃত্তের ন্যায় এবং যে কোন বৃত্তের মোট ৩৬০° কোণ থাকে।

চাকাটি ৬০ সেকেন্ডে = ১২ বার ঘুরলে, ১ সেকেন্ডে ঘুরবে $\frac{১২}{৬০}$ বার।

সুতরাং ৫ সেকেন্ডে ঘুরবে $\frac{১২ \times ৫}{৬০}$ = ১ বার। সুতরাং ১ বার ঘুরলে মোট = ৩৬০° ঘুরবে।

৯১. একটি চাকা প্রতি মিনিটে ৮০ বার ঘুরে । প্রতি সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিগ্রি ঘুরবে? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের একাউন্টস অফিসার-২০১৯]*

ক. ১৮০° খ. ৪৮০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: খ

সমাধান:

৬০ সেকেন্ডে ঘুরে = ৮০ বার	১বার ঘুরলে মোট ঘুরে = ৩৬০°
∴ ১ সেকেন্ড ঘুরবে = $\frac{৮০}{৬০} = \frac{৪}{৩}$	∴ $\frac{৪}{৩}$ বার মোট ঘুরবে = ৩৬০°×$\frac{৪}{৩}$ = ৪৮০°

৯২. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরলে ১.৫ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিগ্রি ঘুরবে ? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্র: সহ: পরি: - ২০১৮]*

ক. ৮১০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ক

সমাধান:

১মিনিট বা ৬০ সেকেন্ডে = ৯০ বার ঘুরলে ১ " = $\frac{৯০}{৬০}$ বার এবং ১.৫ সেকেন্ডে = $\frac{৯০ \times ১.৫}{৬০} = \frac{২৭}{১২} = \frac{৯}{৪}$ বার ঘুরবে।	এখন, গাড়ীর চাকা ১বার ঘুরলে তা সর্বমোট = ৩৬০° ঘুরবে। সুতরাং $\frac{৯}{৪}$ বার ঘুরলে = ৩৬০°×$\frac{৯}{৪}$ = ৮১০° ঘুরবে।

নিজে করুন:

৯৩. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরে। এক সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিগ্রী ঘুরবে? *[২১ তম বিসিএস] +[মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (স্যাবরেটরি সহ):-২০২১]+ [বেবিচক(এরোড্রামফায়ার লীডার)-২০২১]+ [BBS (জুনিয়র পরিসংখ্যান সহ)- ২০২১]*

ক. ১৮০° খ. ২৭০° গ. ৩৬০° ঘ. ৫৪০° উত্তর: ঘ

৯৪. একটি চাকা ৪৪কিমি পথ যেতে 1000 বার ঘুরে, চাকাটির ব্যাস কত মিটার ?

ক. 88 খ. 22 গ. 28 ঘ. 26 উত্তর: গ

সমাধান: 88 কিমি = 88×1000 = 880000 মিটার।

1000 বার ঘুরলে যায় = 880000 মিটার ∴ 1বার ঘুরলে যায় = $\frac{88000}{1000}$ = 88 মিটার।

অর্থাৎ চাকাটির পরিধি = $2\pi r = 88$মিটার বা, $2r \times \frac{22}{7} = 88$ । সুতরাং ব্যাস $2r = 88 \times \frac{7}{22} = 28$ মিটার।

৯৫. একটি চাকা ১.৭৬ কি.মি. পথ যেতে ৪০০ বার ঘুরে। চাকাটির ব্যাসার্ধ কত? *[থানা সহকারি শিক্ষা অফিসার]*

ক. ৬ খ. ০.৭ গ. ৮ ঘ. ৯ উত্তর: খ

সমাধান: চাকাটি ৪০০ বারে ঘুরে (১.৭৬×১,০০০) মিটার =১৭৬০ ∴১ বারে ঘুরে = ১৭৬০ ÷৪০০= ৪.৪ মিটার।

শর্তমতে, $2\pi r = 4.4$ (যেহেতু একবার ঘুরলে যা যায় তাই পরিধি) ∴ $\pi r = 2.2$ ∴ $r = 2.2 \times \frac{7}{22} = 0.7$মিটার

চাকা ঘুরার সংখ্যা বের করা:

৯৬. একটি চাকার পরিধি ৫ মিটার । ২০মাইল পথ অতিক্রম করতে চাকাটি কতবার ঘুরবে? *[CGDF (Auditior)-1998]*

ক. ৬৪০০ খ. ৫৪০০ গ. ৬০০০ ঘ. ৬২০০ উত্তর: ক

সমাধান: এখানে, ১ মাইল = ১.৬ কিলোমিটার = ১৬০০ মিটার সুতরাং ২০ মাইল = (২০×১৬০০০) মিটার = ৩২০০০ মিটার

৫ মিটার গেলে ঘুরে = ১বার ∴১মিটার গেলে ঘুরে = $\frac{১}{৫}$; ∴৩২০০০ মিটার গেলে ঘুরে = $\frac{৩২০০০}{৫}$ = ৬৪০০ বার।

৯৭. একটি গাড়ির চাকা ৩০ মিনিটে ২০০০ বার ঘুরে ১০ কিমি পথ অতিক্রম করে, চাকার পরিধি কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯]*

ক. ৫ মি. খ. ১০ মি. গ. ১৫ মি. ঘ. ২৫ মি. উত্তর: ক

সমাধান: ১০ কি.মি = (১০×১০০০) মি. = ১০০০০ মি.

২০০০ বার ঘুরে যায় = ১০০০০ মিটার. ; ∴ ১ বার ঘুরে যাবে = (১০০০০ ÷ ২০০০) = ৫ মিটার.

নিজে করুন:

৯৮. একটি গাড়ির চাকার পরিধি ৫ মিটার। ১ কি.মি. ৫০০ মিটার পথ যেতে চাকাটি কতবার ঘুরবে? *[১৩তম বিজ্ঞেএস-২০১৯] [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর(ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১]*

ক. ২০০ বার খ. ২৫০ বার গ. ৩০০ বার ঘ. ৩৫০ বার উত্তর: গ

[Hints: ১ কিমি ৫০০ মিটার = ১০০০+৫০০ = ১৫০০মিটার ÷ ৫ মিটার = ৩০০ বার]

৯৯. একটি চাকার পরিধি ৮ ফুট। ১ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করতে চাকাটি কতবার ঘুরবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণা:অধীন কর্মকর্তা ০৪]*

ক. ৫০০ খ. ৪২০ গ. ৪১০ ঘ. ৪৬০ উত্তর: গ

১০০. একটি চাকার ব্যাস 4.5 মিটার। চাকাটি 360 মিটার পথ অতিক্রম করতে কতবার ঘুরবে? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রক্ষরিক)-২০২১]*

ক. 18 বার খ. 25 বার গ. 30 বার ঘ. 36 বার উত্তর: খ

সমাধান: চাকার ব্যাস = $2r = 4.5$ ∴ চাকার পরিধি = $2\pi r = 4.5\pi$ = 4.5×3.1416 = 14.14

সুতরাং 360 মিটার যেতে ঘুরবে = 360 ÷14.14 = 25.46 = **25 বার।**

১০১. একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 1.67 মিটার। 21 কিলোমিটার পথ যেতে চাকাটি কতবার ঘুরবে? *[ICB-Capital Management-(AP)-2019]*

ক. 1000 বার খ. 3000 বার গ. 25000 বার ঘ. 4000 বার উত্তর: ঘ

✍সমাধান: চাকার ব্যাস = $2r = 1.67$ ∴ চাকার পরিধি = $2\pi r = 1.67\pi$ এখানে 21 কিমি বা 21000 মিটার যেতে হবে।

1.67π মিটার যেতে ঘুরবে = 1 বার

$\therefore 21000$ " " " $= \frac{21000}{1.67\pi} = \frac{21000}{1.67\times3.1416} = \frac{21000}{5.25} = 4000$ বার (প্রায়)

নিজে করুন:

১০২. একটি চাকার ব্যাস ৪.২মিটার। চাকাটি ৩৩০ মিটার পথ অতিক্রম করতে কত বার ঘুরবে? *[মাধ্য: সহ: শিক্ষক ২০০১]*

ক. ২০ বার খ. ২৫ বার গ. ৩০ বার ঘ. ৪০ বার উত্তর: খ

[**Hints:** পরিধি বের করে তা দিয়ে ৩৩০ কে ভাগ দিন।]

১০৩. একটি চাকার ব্যাস ১.৬৭ মিটার, ৪২ কিলোমিটার পথ যেতে চাকাটি কতবার ঘুরবে? *[জীবন বীমা কর্পোরেশন (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ১০০০ বার খ. ৩০০০ বার গ. ২৫০০ বার ঘ. ৮০০০ বার উত্তর: ঘ

১০৪. একটি মোটরসাইকেলের সামনের চাকা ঘন্টায় ৮৪০ বার ঘুরে। 'ক' সেকেন্ডে চাকাটি কতবার ঘুড়বে? *[বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]+ [বিমান বাংলাদেশ (পাইলট)-২০১৯]*

ক. $\frac{১৮ক}{৩৩}$ বার খ. $\frac{৭ক}{৩০}$ বার গ. $\frac{১১ক}{৩৬}$ বার ঘ. $\frac{৯ক}{৩০}$ বার উত্তর: খ

✍সমাধান:

∴ ৩৬০০ সেকেন্ডে ঘুরে ৮৪০ বার [যেহেতু ১ ঘন্টা = ৩৬০০ সেকেন্ড]

∴ ১ " " $\frac{৮৪০}{৩৬০০}$ বার

∴ ক " " $\frac{৮৪০\times ক}{৩৬০০} = \frac{৭ক}{৩০}$ বার সুতরাং 'ক' সেকেন্ডে চাকাটি ঘুরবে $\frac{৭ক}{৩০}$ বার।

নিজে করুন:

১০৫.একটি চাকা ঘন্টায় ১৪০০ বার ঘুরে। 'x' সেকেন্ডে চাকাটি কতবার ঘুরবে? *[পানি উন্নয়ন বোর্ড-(ডাটা ইন্ট্রি অপারেটর)-২০১৯]*

ক. $\frac{১৮}{৭x}$ বার খ. $\frac{৭x}{১৮}$ বার গ. $\frac{১৮x}{৭}$ বার ঘ. $\frac{৯x}{১৪}$ বার উত্তর: খ

চাকা ঘুরে অতিক্রান্ত পথ বের করা :

১০৬. একটি মোটরসাইকেলের পিছনের চাকা প্রতি মিনিটে ৬০ বার ঘুরে এবং প্রতিবার ঘুরলে ১২০ সে.মি. পথ অতিক্রম করে। এক ঘন্টায় চাকাটি কত মিটার অতিক্রম করবে? *[NSI (জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ৪৩২০০০ মি. খ. ৪৩২০০ মি. গ. ৪৩২০ মি. ঘ. ৪৩২ মি. ঙ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

✍সমাধান: চাকাটি ১ বার ঘুরলে যায় = ১২০ সেমি

∴ " ৬০ " " " = ১২০ × ৬০ সেমি = ৭২০০ সে.মি.

এখন, ১ মিনিটে যায় = ৭২০০ সে.মি.

সুতরাং ৬০ মিনিটে যায় = ৭২০০ × ৬০ = ৪৩২০০০ সেমি বা, ৪৩২০ মি.

১০৭. একটি সাইকেলের চাকা প্রতি মিনিটে ৪০ বার ঘুরে এবং প্রতি ঘুরাতে ৫০ সে.মি চলে । এক ঘন্টায় চাকাটি কত মিটার অতিক্রম করবে? *[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]*

ক. ২০০০০ খ. ১২০০০ গ. ১২০০০০ ঘ. ১২০০ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: ১ মিনিটে ঘুরে = ৪০ বার সুতরাং ১ ঘন্টা বা ৬০ মিনিটে ঘুরে ৬০×৪০ = ২৪০০ বার

এখন, ১ বার ঘুরলে যায় = ৫০ সে.মি.

তাহলে ২৪০০ বার ঘুরলে যাবে, = ২৪০০×৫০ = ১২০০০০ সে.মি. (৪টা শূন্য)

যেহেতু ১০০ সে.মি. = ১ মিটার সুতরাং ১২০০০০ সে.মি = $\frac{১২০০০০}{১০০}$ = **১২০০ মিটার।**

নিজে করুন:

১০৮. একটি চাকার ব্যাস ৬৩ সেন্টিমিটার। চাকাটি ১০০ বার ঘুরলে কত পথ অতিক্রম করে? *[স্ট্যান্ডার্ড ব্যাংক প্রবেশনারী অফিসার : ০৮]*

ক. ৯৯ খ. ১৯৮ গ. ৬৩ ঘ. ১৩৬ উত্তর: খ

ল.সা.গু এর মাধ্যমে চাকা ঘুরার সংখ্যা বের করা :

১০৯. একটি গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ৩ মিটার পিছনের চাকার পরিধি ৪ মিটার। গাড়িটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পিছনের চাকার চেয়ে ১০০ বার বেশী ঘুরবে?

ক. ১২৫০ মিটার খ. ১৩০০ মিটার গ. ১১০০ মিটার ঘ. ১২০০ মিটার উত্তর: ঘ

টিপস: এরুপ অংকের ক্ষেত্রে সামনের চাকার পরিধি ও পেছনের চাকার পরিধির ল.সা.গু বের করলে যে পথ আসবে তত্টুকু পথ যেতে যে চাকাটি ছোট সেটি একবার বেশি ঘুরবে।

✍সমাধান: চাকার পরিধি ৩ ও ৪ এর ল.সা.গু = ১২ মিটার। (১২ মিটার যেতে ১ম গাড়ি ৪ বার ও ২য় গাড়ি ৩ বার ঘুরবে)

এখন ১ বার বেশি ঘুরবে = ১২মিটার রাস্তা গেলে। (৪বার - ৩ বার = ১ বার বেশি ঘুরবে)

∴১০০ বার বেশি ঘুরবে = ১২×১০০ = ১২০০ মিটার বা ১.২ কিমি রাস্তা গেলে। [১০০০মিটার = ১কিমি]

১১০. একটি গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ৪ মিটার, পিছনের চাকার পরিধি ৫ মিটার। গাড়িটি কত দূরত্ব অতিক্রম করলে সামনের চাকা পিছনের চাকার থেকে ২০০ বার বেশি ঘুরবে? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*

ক. ৩ কি.মি. খ. ৮ কি.মি. গ. ৪ কি.মি. ঘ. ৫ কি.মি. উত্তর: গ

✍সমাধান: চাকার পরিধি ৪ ও ৫ এর ল.সা.গু = ২০ মিটার (২০মিটার যেতে ১ম গাড়ি ৫বার ও ২য় গাড়ি ৪ বার ঘুরবে)

এখন ১ বার বেশি ঘুরবে = ২০ মিটার রাস্তা গেলে।

∴২০০ বার বেশি ঘুরবে = ২০×২০০ = ৪০০০ মিটার বা ৪ কি.মি. রাস্তা গেলে।

নিজে করুন:

১১১. একটি ঘোড়ার গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ২ মিটার পিছনের চাকার পরিধি ৩ মিটার। গাড়িটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পিছনের চাকার চেয়ে ১০ বার বেশী ঘুরবে? (আগে ল.সা.গু করতে হবে)

ক. ৬৫ মিটার খ. ৭০ মিটার গ. ৫০ মিটার ঘ. ৬০ মিটার উত্তর: ঘ

১১২.একটি ঘোড়ার গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ৪ মিটার পিছনের চাকার পরিধি ৬মিটার। ৬০০ মিটার পথ অতিক্রম করতে গাড়িটির সামনের চাকা পেছনের চাকার থেকে কতবার বেশি ঘুরবে? {৪ ও ৬ এর লা.সা.গু বের করে ৬০০ কে ভাগ}

ক. ৪৫বার খ. ৬০ বার গ. ৫০ বার ঘ. ৫৫ বার উত্তর: গ

চাকার বিবিধ :

১১৩.সাইকেলের চাকার পাশাপাশি দুইটি শলার মধ্যে ১৫° কোণ হলে, চাকাতে কয়টি শলা রয়েছে? *[বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক): ২০২১]*

ক. ২০ টি খ. ১৬ টি গ. ২৪ টি ঘ. ৩০ টি উত্তর: গ

✍সমাধান: একটি বৃত্তের অভ্যন্তরে কোণগুলোর যোগফল = ৩৬০°। [যেহেতু সাইকেলের চাকা বৃত্তাকার]

সাইকেলের শলাগুলোর মধ্যে ১৫° কোণ উৎপন্ন হলে মোট শলা রয়েছে = (৩৬০÷১৫) = **২৪ টি** ।

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য সংক্রান্ত প্রশ্ন :

১১৪.একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 28 সে.মি.। 45^0 কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য কত?

ক. 42 সে.মি. খ. 30 সে.মি. গ. 22 সে.মি. ঘ. 48 সে.মি. উত্তর: গ

✍সমাধান : বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = $\frac{x}{360^\circ}$ × বৃত্তের পরিধি, এখানে x = কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ।

∴ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = $\left(\frac{45}{360}\times 2\times\frac{22}{7}\times 28\right) = 22$ সে.মি.

নিজে করুন:

১১৫. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 35 সে.মি.। 72^0 কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য কত?
ক. 18 সে.মি. খ. 30 সে.মি. গ. 44 সে.মি. ঘ. 54 সে.মি. উত্তর: গ

১১৬. 125 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্রে 72^0 কোণ দ্বারা উৎপন্ন বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত?
ক. 62 বর্গ সে.মি. খ. 40 বর্গ সে.মি. গ. 25 বর্গ সে.মি. ঘ. 15 বর্গ সে.মি. উত্তর: গ

১১৭. 88 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্রে 45^0 কোণ দ্বারা উৎপন্ন বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কত?
ক. 44 বর্গ সে.মি. খ. 32 বর্গ সে.মি. গ. 22 বর্গ সে.মি. ঘ. 11 বর্গ সে.মি. উত্তর: ঘ

Model Test

পূর্ণমান: ১০ সময়: ১০মিনিট

১. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস ভিন্ন জ্যা। OD, AB এর উপর লম্ব। AD = 2.5 cm হলে, AB = কত cm?
[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপ সহকারী প্রকৌশলী:২০১৩]
ক. 4 cm খ. 5 cm গ. 6 cm ঘ. 3 cm

২. একই চাপের উপর দন্ডায়মান পরিধিস্থ কোণের পরিমাণ ৬০° হলে কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত হবে?
ক. ২০° খ. ৬০° গ. ৮০° ঘ. ১২০°

৩. একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ ১০০° হলে পরিধিস্থ কোণের পরিমাণ কত
ক. ২০০° খ. ৬০° গ. ৮০° ঘ. ৫০°

৪. কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০% কমলে, এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত কমবে? *[উপজেলা পরিসংখ্যান কর্মকর্তা:২০১০]*
ক. ১৯% খ. ৪৪% গ. ২০% ঘ. ২১%

৫. r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি কোনটি? *(৯ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা 2013)*
ক. $4\pi r^2$ খ. πr^2 গ. $2\pi r$ ঘ. $2\pi r^2$

৬. একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণের মান কত?
ক. ৯০ খ. ৬০ গ. ৩০ ঘ. ৮০

৭. একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসার্ধের অনুপাত- *(ইসলামী ব্যাংক সহকারী অফিসার ২০০৮)*
ক. ৬.২৮ খ. ৩.১৪ গ. $(৩.১৪)^২$ ঘ. ৮.৬২

৮. একটি বৃত্তস্থ বর্গের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে ঐ বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?
ক. 2π খ. 4π গ. 8π ঘ. কোনটিই নয়

৯. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তস্পর্শ করেছে। ১টি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৫ সেমি এবং কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ১২ সেমি হলে অপর বৃত্তের ব্যাস কত?
ক. ১৭ খ. ১৪ গ. ১০ ঘ. ৩৪ সেমি.

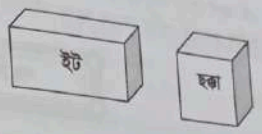
১০. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৫ সেমি। কেন্দ্র থেকে ৩ সেমি দূরে অবস্থিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৬সেমি খ. ৮সেমি গ. ৪ সেমি ঘ. ১০ সেমি.

উত্তরমালা

১.	খ	২.	ঘ	৩.	ঘ	৪.	ক	৫.	গ
৬.	ক	৭.	ক	৮.	গ	৯.	ঘ	১০.	খ

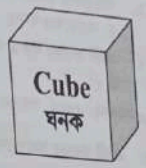
ঘন জ্যামিতি

ঘনবস্তু (Solid):
যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা (বেধ) আছে তাকে ঘনবস্তু বলে
যেমন: ইট, বই, ম্যাচ বক্স, ফুটবল, ইত্যাদি

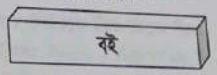


ঘনবস্তুকে কয়েক ভাগে ভাগ করা যায়। যথা:
ক. ঘনক খ. আয়তকার ঘনবস্তু গ. কোণক ঘ. বেলন ঙ. গোলক

ক. ঘনক (Cube) :
যদি কোন ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হয় তাহলে তাকে ঘনক বলে।



খ. আয়তাকার ঘনবস্তু :
তিন জোড়া সমান্তরাল আয়তকার সমতল বা পৃষ্ঠ দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলে। যেমন: ইট, বই।



ঘনক ও ঘনবস্তুর প্রধান বৈশিষ্ট্যসমূহ

- ঘনক ও ঘনবস্তুর ৩টি মাত্রা (dimension) আছে। যথা: দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও বেধ বা উচ্চতা। এজন্য বলা হয় 3D বস্তু।
- ঘনক ও ঘনবস্তুর তল বা পার্শ্ব বা দিক বা পৃষ্ঠ = ৬টি
- এদের প্রত্যেকটিতে মোট ৮টি কৌণিক বিন্দু (Edge Point) থাকে।
- এদের ধার (Edge line) বা বাহু ১২টি
- এদের প্রত্যেকটিতে মোট ২৪টি সমকোণ থাকে। (প্রতি তলে ৪টি করে ৬টি তলে ৬×৪ = ২৪টি সমকোণ)

Formula: ঘনকের বাহু = a এবং ঘনবস্তুর বাহু = a,b,c হলে

নাম	আয়তন (ঘন একক)	১টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল	সমগ্র(৬টি) পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল (বর্গ একক)	একটি তলের কর্ণ (দৈর্ঘ্যের একক)	কর্ণ (দৈর্ঘ্যের একক)
ঘনক	$a\times a\times a = a^3$	$a\times a=a^2$	$6a^2$	$\sqrt{2}a$ (বর্গের কর্ণের মতই)	$\sqrt{3}a$
ঘনবস্তু	$a\times b\times c = abc$	ab বা, bc বা, ca	$2(ab+bc+ca)$	$\sqrt{a^2+b^2}$, $\sqrt{b^2+c^2}$, $\sqrt{c^2+a^2}$	$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

ঘন জ্যামিতির বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

এই অংশ থেকে সবথেকে বেশি প্রশ্ন হয়ে থাকে তাই ঘনক ও ঘনবস্তুর প্রশ্নগুলো গুরুত্বসহকারে বুঝে বুঝে পড়ে ফেলুন। তৃতীয় ও চতুর্থ শ্রেণির অনেক জবের পরীক্ষায় প্রিলি এবং লিখিত পরীক্ষায় জ্যামিতি অংশের জন্য এখান থেকে প্রশ্ন হয়।

পদ্ধতি-০১: ঘনক সম্পর্কিত প্রশ্ন

১. আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে তাকে বলা হয়-
ক. আয়তাকার ঘনবস্তু খ. ঘনক গ. সমবৃত্তভূমিক বেলন ঘ. ট্রাপিজিয়াম উত্তর: খ

২. একটি ঘনকের ধার x একক হলে ঘনকটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? *[স্বাস্থ্য অধিদপ্তরের সহকারী পদ ২০০৪]*
ক. x^2 খ. $3x^2$ গ. $4x^2$ ঘ. $6x^2$ উত্তর: ঘ

সমাধান: এখানে, ঘনকের ধার = ঘনকের এক বাহু = x হলে ঘনক এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $6x^2$ বর্গ একক

৩. একটি ঘনকের সমকোণের মোট সংখ্যা–*[পরিবার পরিকল্পনা মেডিকেল অফিসার: ১৯৯৪]*
ক. ৪ খ. ৮ গ. ১৮ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

সমাধান:
ঘনকের তলের সংখ্যা = ৬ টি এবং প্রতি তলে সমকোণের সংখ্যা ৪ টি। ∴ ৬ টি তলে সমকোণের সংখ্যা = (৪×৬) = ২৪ টি।

৪. একটি ঘনকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৭ সেন্টিমিটার, এর আয়তন কত? *[NSI-(জুনিয়র ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*
ক. ৪৯ ঘন সে.মি. খ. ৩৪৩ ঘন সে.মি. গ. ৭২৯ ঘন সে.মি. ঘ. ৩৪০ ঘন সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: ঘনকের আয়তন = $(৭ \text{ সেমি})^৩ = ৭\times৭\times৭ = ৩৪৩$ ঘন সেমি

৫. একটি ঘনকের ধার ৫ সে.মি. হলে উহার আয়তন কত?
ক. ২৫ ঘন সে.মি. খ. ৬২৫ ঘন সে.মি. গ. ১২৫ ঘন সে.মি. ঘ. ১০ ঘন সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: ধার ৫ হলে প্রতিটি বাহু ও ৫ সে.মি. তাহলে আয়তন হবে, $৫^৩ = ১২৫$ ঘন সে.মি. উত্তর: ১২৫ ঘন সে.মি.

৬. একটি ঘনকের আয়তন ৩৪৩x° ঘন একক। এর ধার কত? *[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-২০০০]+[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের সহকারী পরিকল্পনা কর্মকর্তা-২০১২]*
ক. ১২১x খ. ৪২১x গ. ৪৯x ঘ. ৭x উত্তর: ঘ

সমাধান: প্রশ্নমতে, $a^৩ = ৩৪৩x^৩ \Rightarrow a^৩ = (৭x)^৩ \therefore a = ৭x$

৭. একটি ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 96 বর্গমিটার হলে তার আয়তন কত? *[RAKUB (SO)-2015]*
ক. 52 ঘন মিটার খ. 48 ঘন মিটার গ. 64 ঘন মিটার ঘ. 60 ঘন মিটার উত্তর: গ

সমাধান: ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার হলে, সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, $6a^2 = 96 \Rightarrow a^2 = 16 \therefore a = 4$
সুতরাং ঘনকটির আয়তন = $a^3 = 4^3 = 64$

৮. একটি ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ৫৪ বর্গ মিটার হলে ঐ ঘনকের আয়তন কত? *[Agrani Bank (SO)-2010]*
ক. ৯ খ. ২৭ গ. ৫৪ ঘ. ৮১ উত্তর: খ

৯. একটি ঘনকের আয়তন 8 ঘনমিটার। যদি ঘনকের প্রতিটি বাহু দ্বিগুণ করা হয় তাহলে নতুন আয়তন কত হবে? *(BB (AD)-2011)*
ক. 56 ঘন মিটার খ. 84 ঘন মিটার গ. 64 ঘন মিটার ঘ. 2 ঘন মিটার উত্তর: গ

সমাধান: ঘনকটির একবাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার হলে, আয়তন $a^3 = 8 \therefore a = 2$
ঘনকের প্রতিটি বাহু দ্বিগুণ হলে এক বাহুর দৈর্ঘ্য = 2×2 = 4 সুতরাং নতুন আয়তন = $4^3 = 64$ ঘন মিটার।

১০. ৪ মিটার ব্যাস বিশিষ্ট একটি বলকে একটি ঘনবাক্সে রাখা যায় এমন ঘনবাক্সের আয়তন নির্ণয় করুন। *[বেসামরিক বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৫]*
ক. ৭২ খ. ৬৪ গ. ৮৪ ঘ. ৩৬ উত্তর: খ



সমাধান:
বলের ব্যাস = ৪ মিটার = ঘনবাক্সের একবাহু (কারণ বলটি ঘনবক্সের চারপাশে লেগে আছে)
∴ ঘনবাক্সের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = ৪ × ৪ × ৪ = ৬৪ ঘ. মি.

১১. একটি ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান। বস্তুটির আয়তন ৩৪৩ ঘন সে.মি. হলে তার একটি তলের ক্ষেত্রফল কত? *[সরকারি মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক পরীক্ষা -২০১১ + পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের পরিকল্পনা সহকারী কর্মকর্তা -২০১২]*
ক. ৭ বর্গ সে.মি. খ. ৪৯ বর্গ সে.মি. গ. ৯ বর্গ সে.মি. ঘ. ৩৬ বর্গ সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: ধরি ঘনকটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা = a মিটার। ঘনবস্তুর আয়তন = a^3 এবং একটি তলের ক্ষেত্রফল = a^2
প্রশ্নমতে, $a^৩ = ৩৪৩ \Rightarrow a^৩ = (৭)^৩ \therefore a = ৭$ সুতরাং একটি তলের ক্ষেত্রফল = $a^২ = ৭^২ = ৪৯$ বর্গ সে.মি.

১২. একটি ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ মিটার হলে ঘনকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *[NSI (সহকারী পরিচালক)-২০১৯]*
ক. ২৪ খ. ৩৬ গ. ৪৮ ঘ. ৫৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2$
সুতরাং এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ মিটার হলে সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $৬\times৩^২ = ৬\times৯ = ৫৪$ বর্গমিটার।

১৩. কোনো ঘনকের ধার ১০ সে. মি. হলে, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? *[বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১০]*
ক. ৭৫ বর্গ সে. মি. খ. ১০০ বর্গ সে. মি. গ. ৬০০ বর্গ সে. মি. ঘ. ৩০০ বর্গ সে.মি. উত্তর: গ

১৪. একটি ঘনকের ছয়টি পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গ সে.মি. হলে, ঘনকটির আয়তন কত? *[৬ষ্ঠ নিবন্ধন পরীক্ষা - ২০১০]*
ক. ৬৪ ঘন সে.মি খ. ১২৬ ঘন সে.মি. গ. ২১৬ ঘন সে.মি. ঘ. ৩১৬ ঘন সে.মি উত্তর: গ

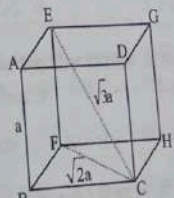
সমাধান: যেহেতু ছয়টি পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2 = ২১৬$, $\Rightarrow a^2 = ২১৬\div৬ = ৩৬ \therefore$ একবাহু a = ৬
এখন আয়তন হবে $a^৩ = ৬^৩ = ২১৬$ **উত্তর: ২১৬ ঘন সে.মি.**

১৫. a বাহুবিশিষ্ট ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? *[নিন-ক্যাডার বাছাই পরীক্ষা (সহকারী প্রোগ্রামার)-২০১৭]*
ক. $\sqrt{3}$ একক খ. $\sqrt{3}$ a একক গ. $\sqrt{2}$ a একক ঘ. $\sqrt{2}$ একক উত্তর: খ

১৬. একটি ঘনকের প্রতিটি ধার 3 সে.মি. হলে ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি. ?
ক. $2\sqrt{3}$ খ. $3\sqrt{2}$ গ. $3\sqrt{3}$ ঘ. 9 উত্তর: গ

সমাধান:

যেহেতু ঘনকের কর্ণ = $\sqrt{3}$a যেখানে a = একবাহুর দৈর্ঘ্য।
সুতরাং এখানে এক বাহুর দৈর্ঘ্য 3 হওয়ায় ঘনকের কর্ণ = $3\sqrt{3}$
প্রমাণ দেখে নিলে সহজে ভুলে যাবেন না:
পাশের চিত্রটি দেখুন: ঘনকের নিচের তল BCHF বর্গের কর্ণ $\sqrt{2}$a
আবার ঘনকের একবাহু = a হওয়ায় EF = a,
এখন ঘনকের কর্ণ EC হলো EFC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ। তাহলে
EFC সমকোণী ত্রিভুজে, $EC^2 = FC^2 + EF^2$ (পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে)
$EC^2 = (\sqrt{2}a)^2 + a^2$ বা, $EC^2 = 2a^2 + a^2$ বা, $EC^2 = 3a^2$
∴ ঘনকের কর্ণ EC = $\sqrt{3a^2} = \sqrt{3}$a এখানে a= 3 তাই কর্ণ=$3\sqrt{3}$



ঘনকের কর্ণ অর্থ ঘনকের মধ্যে একটি কলম ফেলে দিলে তা যেভাবে হেলে থাকবে ।

১৭. একটি ঘনকের কর্ণ $6\sqrt{3}$ । এর সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত?
ক. 216 খ. 116 গ. 316 ঘ. 416

সমাধান: ঘনকের এক বাহু = a, সুতরাং ঘনকের কর্ণ = $\sqrt{3}a = 6\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}$ ∴ $a = 6$ উত্তর: ক

সুতরাং সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $6a^2 = 6.6^2 = \mathbf{216}$ বর্গ একক।

নিজে করুন:

১৮. একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ সে.মি. হলে, উহার ক্ষেত্রফল কত?
ক. 96 বর্গ সে.মি. খ. 106 বর্গ সে.মি. গ. 316 বর্গ সে.মি. ঘ. 216 বর্গ সে.মি.

১৯. 4 একক ধারবিশিষ্ট একটি ঘনকের দুটি কর্ণের সমষ্টি কত? [১ম তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা (স্কুল পর্যায়)-২০১৯] উত্তর: ক
ক. $\sqrt{3}$ খ. $4\sqrt{3}$ গ. $8\sqrt{3}$ ঘ. $16\sqrt{3}$

সমাধান: ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $4\sqrt{3}$ ∴ঘনকের দুটি কর্ণের সমষ্টি = $4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ উত্তর: গ

২০. কোন ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $8\sqrt{2}$ সেমি হলে ঘনকটির আয়তন কত? [শিক্ষা প্রকৌশল অধি: (কম্পিউটার অপা:)-২০২১]
ক. 216 খ. 512 গ. 144 ঘ. 196

সমাধান: ধরি, ঘনকের প্রত্যেক বাহু = a উত্তর: খ

প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}\,a = 8\sqrt{2}$ ∴ $a = 8$ [পৃষ্ঠতলের কর্ণ অর্থ ৬টা পার্শ্বের যে কোন একটি পার্শ্বের কর্ণ (বর্গের কর্ণের মত)]
সুতরাং ঘনকটির আয়তন = $8^3 = \mathbf{512}$

২১. ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণ $5\sqrt{2}$ হলে সমগ্রতলের কর্ণ কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক-২০০৩]
ক. $5\sqrt{3}$ খ. $6\sqrt{3}$ গ. $5\sqrt{2}$ ঘ. 8 উত্তর: ক

সমাধান: ধরি, ঘনকের প্রত্যেক বাহু = a প্রশ্নমতে, $\sqrt{2}\,a = \sqrt{2} \times 5$ ∴ $a = 5$

∴ সমগ্রতলের কর্ণ = $\sqrt{3}\,a = \sqrt{3} \times 5 = 5\sqrt{3}$

২২. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 96 বর্গমিটার। এর কর্ণের দৈর্ঘ্য (প্রায়) কত মিটার?
ক. 6 খ. 7 গ. 7 ঘ. 8 উত্তর: গ

সমাধান: ঘনকটির ধার = a ∴ সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $6a^2 \Rightarrow 96 = 6a^2 \Rightarrow a^2 = 16$ ∴ এক বাহু $a = \sqrt{16} = 4$

সুতরাং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a = \sqrt{3} \times 4 = 1.73 \times 4 = 6.9$ মিটার বা প্রায় 7 মিটার।

২৩. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মি. হলে। কর্ণের দৈর্ঘ্য কত ?
a. $2\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{6}$ c. $2\sqrt{3}$ d. 2 উত্তর: b

২৪. ১০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট কয়টি ছোট ঘনক ১ মিটার বাহুবিশিষ্ট একটি ঘনকের মধ্যে স্থাপন করা সম্ভব?
ক. ১০টি খ. ১০০টি গ. ১০০০টি ঘ. ১০০০০টি উত্তর: গ

সমাধান: ১মিটার = ১০০ সে.মি. ∴ প্রয়োজনীয় ঘনকের সংখ্যা = $\frac{১০০ \times ১০০ \times ১০০}{১০ \times ১০ \times ১০}$ = ১০০০টি।

২৫. ৩ সে.মি., ৪ সে.মি., ও ৫ সে.মি. বাহু বিশিষ্ট তিনটি ঘনক গলিয়ে নতুন একটি ঘনক তৈরী করা হলো। নতুন ঘনকের বাহু দৈর্ঘ্য কত হবে? [৩৩ তম বিসিএস] + [ঢাকা ইলেকট্রিক সাপ্লাই কোম্পানি(ডেস্কো)জুনিয়র সহকারী ব্যবস্থাপক-২০১৯] উত্তর: গ
ক. ৭.৫ সে.মি. খ. ৬.৫ সে.মি. গ. ৬ সে.মি. ঘ. ৭ সে.মি.

সমাধান:

সবগুলো ছোট ঘনকের আয়তনের যোগফল = (৩°+৪°+৫°) = ২১৬ ঘন সে.মি.

ধরি, নতুন বড় ঘনকের এক বাহু = a প্রশ্নমতে, $a^3 = ২১৬ \Rightarrow a^3 = ৬^3$ ∴ $a = ৬$।

পদ্ধতি-০২: ঘনবস্তু সম্পর্কিত প্রশ্ন

২৬. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর কয়টি তল (Surface) থাকে? [উপ আনুষ্ঠানিক শিক্ষা বুরোর নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০] + [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স(সহকারী ব্যবস্থাপক)-২০২১]
ক. ৩টি খ. ২টি গ. ৬টি ঘ. ৮টি উত্তর: গ

২৭. তলের মাত্রা কয়টি? [১৪ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা(কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭]
ক. ২টি খ. ৩টি গ. ৪টি ঘ. ৬টি উত্তর: ক

সমাধান: তলের মাত্রা দুইটি। যথা : দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ। (তলের উচ্চতা নেই। কারণ তল হলো ৬দিকের ৬টি পার্শ্ব)

২৮. আয়তাকার ঘনবস্তুটির আয়তন কোনটি? [পরিবার পরিকল্পনা সহকারী পরিদর্শিক-২০১৫]
ক. $a^2b^2c^2$ ঘনএকক খ. abc ঘন একক গ. $\sqrt{abc}$ ঘ. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ উত্তর: খ

২৯. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 15cm, 10cm, ও 6cm. এর আয়তন কত?
ক. 500 cm^3 খ. 900 cm^3 গ. 1000 cm^3 ঘ. 1500 cm^3 উত্তর: খ

সমাধান: আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ ×উচ্চতা = $(15 \times 10 \times 6)cm^3 = \mathbf{900cm^3}$

৩০. একটি কাঠের বাক্সের দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি., প্রস্থ ৪ সে.মি. ও আয়তন ৪০ ঘন সে.মি. হলে উচ্চতা কত সে.মি.? [জাতীয় সংসদ সচিবালয়ে সহকারী পরিচালক-২০০৬]
ক. ৮ খ. ৬ গ. ৪ ঘ. ২ উত্তর: ঘ

সমাধান: আমরা জানি, বাক্সের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা প্রশ্নমতে, ৫×৪×উচ্চতা = ৪০ ∴উচ্চতা = $\frac{৪০}{২০}$ = ২ সে.মি.

৩১. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ৪ ও ২ মিটার, এর আয়তন ৪০ ঘনমিটার হলে, এর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৩ মিটার খ. ৪ মিটার গ. ৫ মিটার ঘ. ৮ মিটার উত্তর: গ

৩২. একটি আয়তাকার তামার পাত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে ২০ সে.মি. ১৫ সে.মি., ১০ সে.মি হলে, পাত্রের ভিতরের আয়তন কত? [কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী)-২০২১]+ [স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাব সহকারী)-২০২১]
ক. ৩০০০ ঘন সে.মি. খ. ২৭০০ ঘন সে.মি. গ. ১৫০০ ঘন সে.মি. ঘ. ২০০০ ঘন সে.মি. উত্তর: ক

সমাধান: আয়তাকার পাত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে ২০ সে.মি. ১৫ সে.মি. এবং ১০ সে.মি.

∴ পাত্রের ভিতরের আয়তন = (২০×১৫×১০) ঘন সে.মি. = ৩০০০ ঘন সে.মি.

৩৩. ১৮" উঁচু একটি বাক্সের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট এবং প্রস্থ ২ ফুট। বাক্সটির আয়তন কত? [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০০৪]
ক. ৮ ঘনফুট খ. ৯ ঘনফুট গ. ১০৮ ঘনফুট ঘ. ৬ ঘনফুট উত্তর: খ

সমাধান: ১৮" = ১.৫ ফুট। (অন্য দুটিতে ফুট আছে) [Note: জেনে রাখুন: ১'=১ফুট কিন্তু ১" = ১ ইঞ্চি।]

∴বক্সটির আয়তন হবে abc = দৈর্ঘ্য×প্রস্থ × উচ্চতা = ১.৫×৩×২ = ৯ঘন ফুট

৩৪. একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে. মি ও প্রস্থ ১৮ সে.মি । বইটির পৃষ্ঠা সংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতার পুরুত্ব ০.১ মি.মি হলে বইটির আয়তন কত ? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]
ক. ৪৫৫ ঘন সে.মি খ. ৪৫০ ঘন সে.মি গ. ৪৪০ ঘন সে.মি ঘ. ২৫০ ঘন সে.মি উত্তর: খ

সমাধান: ২০০ পৃষ্ঠা = ১০০ পাতা (যেহেতু ১ পাতা = ২ পৃষ্ঠা)

১পাতার পুরুত্ব ০.১ মি.মি হলে ১০০ পাতার পুরুত্ব = ০.১ ×১০০ = ১০মি.মি. বা ১সে.মি. (১০মি.মি = ১ সে.মি.)

সুতরাং বইটির আয়তন = ২৫×১৮× ১ = ৪৫০ ঘন সে.মি.

৩৫. একটি আয়তাকার বাক্সের উচ্চতা এর দৈর্ঘ্যের দুই-তৃতীয়াংশ। আবার বাক্সটির প্রস্থ এর দৈর্ঘ্যের এক পঞ্চমাংশ। বাক্সটির প্রস্থ ৩ মিটার হলে এর আয়তন কত ঘনমিটার? *[BADC (সহকারি হিসাবরক্ষণ ও সহকারি নিরীক্ষণ কর্মকর্তা)-২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ৫৪০ খ. ৪৫০ গ. ৩৭৩.৫ ঘ. ৩৩৭.৫ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, বাক্সটির দৈর্ঘ্য = ১৫x (ভগ্নাংশ দুটির হর ৩ ও ৫ এর ল.সা.গু ১৫ কে ধরলে সমীকরণে ভগ্নাংশ আসবে না)

$\therefore$ বাক্সটির উচ্চতা $= \frac{২}{৩} \times ১৫x = ১০x$ এবং বাক্সটির প্রস্থ $= ১৫x \times \frac{১}{৫} = ৩x$

প্রশ্নমতে, $৩x = ৩ \quad \therefore x = ১$

$\therefore$ বাক্সটির আয়তন $= ১৫x \times ১০x \times ৩x = (১৫\times১)\times(১০\times১)\times(৩\times১) = ১৫\times১০\times৩ = ৪৫০$ ঘনমিটার।

Confusion Clear:

ক্ষেত্রফল হলো যখন কোন কিছুর শুধু দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ দেয়া থাকবে তখন দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ক্ষেত্রফল।
কিন্তু যখন এই দৈর্ঘ্য প্রস্থের সাথে উচ্চতাও গুণ হয় তখন তাকে ক্ষেত্রফল (Area) না বলে আয়তন (Volume) বলে।

তাহলে ঘনবস্তুতে ক্ষেত্রফলের কথা আসে কখন?

ধরুন, একটা কাগজের বক্স একটা জায়গায় রাখলে যতটুকু স্থান দখল করে সেটা তার আয়তন। কিন্তু সেই কাগজের বক্সটাকে ছিড়ে ৬ পাশের ৬টা পার্টকে আলাদা করলে তা আর ঘনবস্তু থাকবে না বরং তখন ঐ প্রতিটি অংশকে একটি তল বলা হয়। এখন প্রতিটি তলের শুধু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ গুণ করে তলের ক্ষেত্রফল বের হবে। তলের উচ্চতা থাকে না।

৩৬. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর একটি তলের ক্ষেত্রফল ৬০ বর্গ সে.মি. হলে এর বিপরীত তলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? *[খাদ্য অধিদপ্তরের সহকারী উপ-খাদ্য পরিদর্শক-২০১২]*

ক. ১৫ বর্গ সে.মি. খ. ২০ বর্গ সে.মি. গ. ৩০ বর্গ সে.মি. ঘ. ৬০ বর্গ সে.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: যেহেতু এক তলের বিপরীত তল সমান সমান তাই ক্ষেত্রফল ও সমান হবে। সুতরাং উত্তর: ৬০ বর্গ সে.মি.

৩৭. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 7.5 সেন্টিমিটার, প্রস্থ 6 সেন্টিমিটার ও উচ্চতা 4 সেন্টিমিটার হলে, ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন? *[ক্রাস্টমস,এক্সাইজ ও ভ্যাট কমিশনারেট,ঢাকা-পশ্চিম (সিপাই)-২০২২]*

ক. 180 বর্গ সে.মি. খ. 198 বর্গ সে.মি. গ. 228 বর্গ সে.মি. ঘ. 252 বর্গ সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: দেয়া আছে, দৈর্ঘ্য = a = 7.5 cm; প্রস্থ b = 6cm; উচ্চতা c = 4 cm

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2(ab+bc+ca)

$= 2\{(7.5\times6)+(6\times4)+(7.5\times4)\} = 2(45+24+30) = 2\times99 = \mathbf{198}$

৩৮. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল 2368 বর্গ সে.মি। ইহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 6 : 5 : 4 হলে, দৈর্ঘ্য কত?

ক. 20 খ. 16 গ. 18 ঘ. 24 উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 6x,5x এবং 4x

আমরা জানি, ঘনবস্তুর সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = 2(ab+bc+ca)

প্রশ্নমতে, $2\{(6x\times5x) + (5x\times4x) + (4x\times6x)\} = 2368$

$\Rightarrow 2\{30x^2+20x^2+24x^2\}=2368$

$\Rightarrow 74x^2 = 1184 \Rightarrow x^2 = 16 \therefore x = 4$ সুতরাং আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = 6×4 = 24 উত্তর: 24

৩৯. একটি হিমাগারকে নবায়ন করার সময় এর দৈর্ঘ্য ৩০% ও প্রস্থ ৫০% বাড়ানো হল এবং এর উচ্চতা ২০% কমানো হল। নবায়নকৃত হিমাগারের আয়তন পুরোনো হিমাগারের থেকে শতকরা কত অংশ বেশি ? *[BADC (AO)-2017]*

ক. ৫৬% খ. ৫০% গ. ৪৫ % ঘ. ৬৫% উত্তর: ক

সমাধান: প্রথমে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা ১০, ১০ এবং ১০ হলে আয়তন = ১০×১০×১০ = ১০০০

নতুন দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা = ১৩, ১৫ এবং ৮ সুতরাং নতুন আয়তন = ১৩×১৫×৮ = ১৫৬০

আয়তন বৃদ্ধি পায় ১৫৬০-১০০০ = ৫৬০। বৃদ্ধির শতকরা হার $= \frac{৫৬০\times১০০}{১০০০} = ৫৬\%$

[পরামর্শ: অনেক বড় হিসেবের ক্ষেত্রে ১০০ ধরে হিসেব করার চেয়ে ১০ ধরে হিসেব করা সহজ]

৪০. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a, b ও c হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য- *[হিসাবরক্ষণ নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রকের কার্যালয়ের অধীনে অডিটর-২০১১]*

ক. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ খ. $a+b+c$ গ. $\sqrt{a+b+c}$ ঘ. abc উত্তর: ক

সমাধান: $\therefore$ ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

৪১. ৩০ সে.মি. লম্বা, ২৪ সে.মি চওড়া এবং ১৮ সেমি উচ্চতার একটি ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

ক. ৩০ খ. $১৫\sqrt{২}$ গ. ৬০ ঘ. $৩০\sqrt{২}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: ঘনবস্তুটির কর্ণ $= \sqrt{(৩০)^২+(২৪)^২+(১৮)^২} = \sqrt{১৮০০}\sqrt{৯০০\times২} = ৩০\sqrt{২}$

পদ্ধতি-০৩: বেলন সম্পর্কিত প্রশ্ন

একটি আয়তক্ষেত্রের যে কোনো একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে আয়তক্ষেত্রটিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে সমবৃত্তভুমিক বেলন বলে।



বেলন সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্র :

একটি বেলনের বৃত্তাকার ভুমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,

(i) বেলনের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা = πr^2h ঘন একক।

(ii) বেলনের বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল =ভূমির পরিধি×উচ্চতা =$2\pi rh$ বর্গ একক

(iii) বেলনের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল+ দুই প্রান্তের ক্ষেত্রফল =$(2\pi rh+2\pi r^2) = 2\pi r(h+r)$ বর্গ একক

(iv) বেলনের দুই প্রান্তের মোট ক্ষেত্রফল=$2\pi r^2$ বর্গ একক [কারণ দুপাশে দুটি বৃত্তাকার ঢাকনা থাকে।]

বাস্তব উদাহরণ: লোহা বা প্লাস্টিকের যে কোন পাইপ, পানির ড্রাম, কুয়া, টানেল সবগুলোই বেলনের উদাহরণ।

৪২. 10 সে.মি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাস 8 সে.মি. বেলনের আয়তন কত?

ক. 180π ঘন সে.মি. খ. 160π ঘন সে.মি. গ. 120π ঘন সে.মি. ঘ. 240π ঘন সে.মি. উত্তর: খ

সমাধান: এখানে বেলনটির উচ্চতা h = 10সে.মি, এবং ব্যাসার্ধ r = 8÷2 = 4 সে.মি.

সুতরাং বেলনটির আয়তন = $\pi r^2h = \pi\times4^2\times10 = \mathbf{160\pi}$ ঘন সে.মি.

৪৩. কোন কুয়ার গভীরতা 10 মিটার এবং ব্যাসার্ধ 1 মিটার হলে ঐ কুয়ার আয়তন কত? *[৬ষ্ঠ প্রভা নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১০]*

ক. 100π ঘনমিটার খ. 10π ঘনমিটার গ. 1000 ঘনমিটার ঘ. π^3 উত্তর: খ

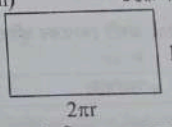
সমাধান: কুয়াটির উচ্চতা, h = 10 মিটার এবং ব্যাসার্ধ, r = 1 মি. (এখানে কুয়ার গভীরতা = উচ্চতা)

সুতরাং কুয়াটির আয়তন = $\pi r^2h = \pi\times1^2\times10 = \mathbf{10\pi}$ ঘন মিটার।

৪৪. বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল -

ক. πr^2 খ. $2\pi r+h$ গ. $2\pi rh$ ঘ. $2\pi(r+h)$ উত্তর: গ

সমাধান: পাশের লোহার পাতটি বাঁকা করে মোড়ালো একটি বেলনের বক্রপৃষ্ঠ তৈরী হবে।



যেখান, গোলাকার বেলণের পরিধি হবে $2\pi r$ এবং উচ্চতা হবে h

$\therefore$ এই পাতটির ক্ষেত্রফলই হলো বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল। এখানে ক্ষেত্রফল = $2\pi r\times h = \mathbf{2\pi rh}$

৪৫. 14 মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 6 মিটার হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)- ২০১১]*

ক. 480π খ. 120π গ. 200π ঘ. 240π উত্তর: ঘ

✍সমাধান: দেয়া আছে, বেলনের উচ্চতা, h = 14 মিটার এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 6 মিটার,
∴ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r+h) = 2\pi \times 6(6+14) = 12\pi \times 20 = \mathbf{240\pi}$

নিজে করুন:

৪৬. ১২ মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ ৩ মিটার। সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? *[বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের সহকারি পরিচালক: ২০১৬]*
ক. ৮০π খ. ১০৮π গ. ১২০π ঘ. ৯০π উত্তর: ঘ

৪৭. একটি বেলনের আয়তন ২১৬π ঘন মিটার এবং উচ্চতা ৬ মিটার হলে, তার ভূমির ব্যাসার্ধ কত? *[জন শক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-সহকারী পরিচালক: ২০০১] + [BKB (off)-2012]*
ক. ২৫ মিটার খ. ১৬ মিটার গ. ৬ মিটার ঘ. ১০ মিটার উত্তর: গ

✍সমাধান: বেলনের আয়তন, $\pi r^2h = ২১৬\pi$, $\Rightarrow r^2 \times ৬ = ২১৬ \Rightarrow r^2 = ৩৬ \therefore r = \mathbf{৬}$ মিটার।

৪৮. একটি বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ সে.মি. এবং আয়তন ১৫০ ঘন সে.মি.। বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক : ২০১৭]*
ক. 5 সে.মি. খ. 4 সে.মি. গ. 3 সে.মি. ঘ. 6 সে.মি. উত্তর: গ

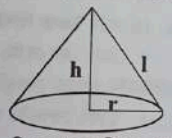
✍সমাধান: বেলনের ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
বেলনের আয়তন = $\pi r^2h = 150$ ---- (i) এবং বেলনের বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh = 100 \therefore \pi rh = 50$---(ii)
এখন, (ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{\pi r^2 h}{\pi rh} = \frac{150}{50}$ $\therefore r = 3$ সে.মি. সুতরাং বেলনের ব্যাসার্ধ = **3 সে.মি.**

পদ্ধতি-০৪: কোণক সম্পর্কিত প্রশ্ন

কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যে কোনো একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিকে কোণক বলে।

কোণক সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্র :

- কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3} \times$ (ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা) অর্থাৎ, $\frac{1}{3}\pi r^2h$ ঘন একক
- কোণকের হেলানের উচ্চতা= $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
- কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = (বক্র তলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল) = $\pi rl + \pi r^2 = \pi r(l+r)$



চিত্র: সমবৃত্তভূমিক কোণক

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন :

৪৯. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যে কোনো একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে কী বলে? *[মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা ২০০১]*
ক. গোলক খ. বেলন গ. ঘনক ঘ. কোণক উত্তর: ঘ

৫০. একটি কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ ৫ সে.মি এবং উচ্চতা ১২ সে.মি. হলে, এর হেলানো উচ্চতা কত? *[৬ষ্ঠ নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১০]*
ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৩ ঘ. ১৫ উত্তর: গ

✍সমাধান:	✍ শর্টকাট (মুখে মুখে করার টেকনিক):
কোণকের হেলানের উচ্চতা, $L = \sqrt{h^2 + r^2}$ উচ্চতা, $= \sqrt{(12)^2 + 5^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$	সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত ৫ : ১২ : ১৩ হতে কোণকের হেলান = অতিভুজ = **১৩ সে.মি.**

৫১. একটি কোণকের ভূমি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৬ সে.মি. এবং উচ্চতা ৭ সে.মি. হলে, কোণকটির আয়তন কত ঘন একক? *[থানা-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক/ মুড়িগঙ্গা: ২০০২]*
ক. ২৩৪ ঘন সে.মি. খ. 288 ঘন সে.মি. গ. ২৫৪ ঘন সে.মি. ঘ. ২৬৪ ঘন সে.মি. উত্তর: গ

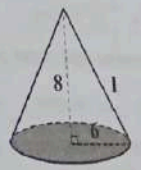
✍সমাধান: দেওয়া আছে, ব্যাসার্ধ r = ৬ এবং উচ্চতা = ৭ সে.মি.
সুতরাং আয়তন = $\frac{১}{৩}\pi r^2h = \frac{১}{৩} \times \frac{২২}{৭} \times ৬^২ \times ৭ = ২২ \times ১২ = ২৬৪$ সে.মি.

৫২. কোনো সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ $\frac{1}{3}$ মিটার এবং উচ্চতা 1 মিটার হলে কোণকটির আয়তন কত? *[মহাহিসাব নিরীক্ষক ও নিয়ন্ত্রক কার্যালয়ে হিসাবরক্ষণ কর্মকর্তা: ১৯৯৬]*
ক. π ঘনমিটার খ. $\frac{\pi}{3}$ ঘনমিটার গ. $\frac{\pi}{9}$ ঘনমিটার ঘ. $\frac{\pi}{27}$ ঘনমিটার উত্তর: ঘ

✍সমাধান: সমবৃত্তভূমিক কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2h = \frac{\pi}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 1 = \frac{\pi}{3} \times \frac{1}{9} = \frac{\pi}{27}$ ঘনমিটার ।

৫৩. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। এর সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল কত?
ক. 40π খ. 90π গ. 96π ঘ. 120π উত্তর: গ

✍সমাধান: কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = বক্র তলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল = $(\pi rl + \pi r^2)$
প্রশ্নে প্রদত্ত কু অনুযায়ী $\pi r^2 = \pi 6^2 = 36\pi$
কিন্তু πrl এর সূত্র প্রয়োগ করার জন্য l = হেলানের উচ্চতা জানতে হবে।
আমরা জানি কোণকের হেলানের দৈর্ঘ্য হচ্ছে সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মত।
তাই $l^2 = 8^2 + 6^2 \therefore l = 10$ [সমকোণী ত্রিভুজের অনুপাতের মান থেকে সরাসরি।]
তাহলে $\pi rl = \pi \times 6 \times 10 = 60\pi$
এখন, কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $36\pi + 60\pi = \mathbf{96\pi}$ (উত্তর :)



৫৪. একটি কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ ৩ সে.মি. এবং কোণকটির উচ্চতা ৮ সে.মি.। কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?
ক. 47.12 বর্গ সে.মি. খ. 49.12 বর্গ সে.মি. গ. 50 বর্গ সে.মি. ঘ. 57.25 বর্গ. সে.মি উত্তর: ক

✍সমাধান: দেওয়া আছে, কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি. এবং কোণকের উচ্চতা, h = 4 সে.মি.
এখানে, কোণকের হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ সে.মি.
সুতরাং কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi rl = \frac{22}{7} \times 3 \times 5 = \mathbf{47.12}$ বর্গ.সে.মি.

৫৫. একটি কোণকের বক্রতলের ব্যাসার্ধ ৭ সে.মি. এবং উচ্চতা ২৪ সে.মি. হলে মোট ক্ষেত্রফল এবং আয়তন কত? *[বিআরটিসি সহকারী কর্মকর্তা পদে পরীক্ষা]*
ক. 680, 1230 খ. 683, 1236 গ. 684, 1234 ঘ. 682, 1232 উত্তর: ঘ

✍সমাধান: কোনকের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r+l) = \frac{22}{7} \times 7(7+24) = 22 \times 31 = \mathbf{682}$ বর্গ সে.মি.

কোণকের আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 22 \times 56 = \mathbf{1232}$ ঘন সে.মি.

৫৬. একটি সিলিন্ডার ও একটি বৃত্তাকার মোচার (কোণক) ব্যাসার্ধ এবং আয়তন সমান। সিলিন্ডারের উচ্চতা ও মোচার উচ্চতার অনুপাত কত? *[সোনালী, জনতা ব্যাংকের আইটি অফিসার: ২০২০]*
ক. 3 : 5 খ. 2 : 5 গ. 1 : 3 ঘ. 3 : 3 উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডার ও বৃত্তাকার মোচার ব্যাসার্ধ = r এবং সিলিন্ডার ও বৃত্তাকার মোচার উচ্চতা যথাক্রমে, x এবং y

সুতরাং সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 x$ এবং বৃত্তাকার মোচার (কোণকের) আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 y$

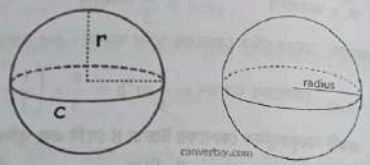
প্রশ্নমতে, $\pi r^2 x = \frac{1}{3}\pi r^2 y \Rightarrow x = \frac{1}{3} \times y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ $\therefore x : y = \mathbf{1 : 3}$

পদ্ধতি-০৫: গোলক সম্পর্কিত প্রশ্ন

কোনো অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ ধরে অর্ধবৃত্তটিকে ঐ ব্যাসের চারদিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তাকে গোলক বলে।

গোলকের প্রয়োজনীয় সূত্র: গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে

- গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক।
- গোলকের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৫৭. গোলকের আয়তন কোনটি? *[জেলা নির্বাচন অফিসার পরীক্ষা: ২০০৪]*

ক. $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক খ. $\frac{4}{3}\pi r^2$ ঘন একক গ. $4\pi r^2$ ঘন একক ঘ. $\frac{4}{3}r^3$ ঘন একক উত্তর: ক

৫৮. গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কোনটি? *[নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণায়ের প্রশাসনিক কর্মকতা: ২০১০]*

ক. $\frac{4}{3}\pi r^2$ ঘন একক খ. $3\pi r^2$ ঘন একক গ. $4\pi r^2$ ঘন একক ঘ. $\pi r^2 h$ ঘন একক উত্তর: গ

৫৯. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ 5 সেমি. হলে এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

ক. 80π বর্গ সেমি. খ. 100π বর্গ সেমি. গ. 200π বর্গ সেমি ঘ. 300π বর্গ সেমি. উত্তর: খ

সমাধান: গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2 = \pi \times 4 \times 5^2 = \mathbf{100\pi}$

৬০. কোন গোলকের ব্যাসার্ধ 3 মিটার হলে, আয়তন ও ক্ষেত্রফল কত? *[৬ ষ্ঠ সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা: ২০১১]*

ক. 36π ও 36π খ. 36π ও 30π গ. 36π ও 30π ঘ. 36π ও 30π উত্তর: ক

সমাধান: গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 27 = \mathbf{36\pi}$

আবার, গোলকটির ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 3^2 = 4 \times \pi \times 9 = \mathbf{36\pi}$

৬১. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করা হলে, গোলকের আয়তন বৃদ্ধি পাবে? *[সাব-রেজিস্ট্রার:২০১২]*

ক. ২ গুণ খ. ৪ গুণ গ. ৮ গুণ ঘ. ৬ গুণ উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ প্রথমে ছিল = r তাহলে আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$, বৃদ্ধিপ্রাপ্ত নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ = 2r

নতুন গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(2r)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8r^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 8 \times$ মূল গোলকের আয়তন । অর্থাৎ ৮ গুণ হবে।

শর্টকাট: ব্যাস বা ব্যাসার্ধ যতগুণ বাড়বে = আয়তন (যতগুণ)$^\circ$ বাড়বে। এখানে $2^\circ = 8$ গুণ।

৬২. একটি ফুটবলের ব্যাস ১০ ইঞ্চি হলে ফুটবলটির আয়তন কত? *[মাধ্যমিক সহকারী পরীক্ষা ২০০২]*

ক. ৫১.৪৬ বর্গ ইঞ্চি খ. ৭৮.৫৪ ইঞ্চি গ. ৩১৪.১৬ ঘনইঞ্চি ঘ. ৫২৩.৮১ ঘনইঞ্চি উত্তর: ঘ

সমাধান: ফুটবলের ব্যাস $2r = ১০$ ইঞ্চি $\therefore$ ব্যাসার্ধ r = ৫ ইঞ্চি

ফুটবলের আয়তন = $\frac{8}{3}\pi r^3 = \frac{8}{3}\pi(৫)^3$ ঘন ইঞ্চি = $\frac{8}{3} \times \frac{22}{৭} \times ১২৫ = \mathbf{৫২৩.৮১}$ ঘন ইঞ্চি (প্রায়)

৬৩. দুটি গোলকের ব্যাসার্ধের অনুপাত 3 : 2 হলে তাদের আয়তনের অনুপাত কত? *[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় সহকারী অধিদপ্তর]*

ক. 9 : 4 খ. 27 : 8 গ. 12 : 4 ঘ. 27 : 4 উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, বড় গোলকের ব্যাসার্ধ = 3r, তাহলে বড় গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(3r)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 27r^3$

এবং ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ = 2r, তাহলে ছোট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(2r)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8r^3$

দুই গোলকের আয়তনের অনুপাত বড় : ছোট = $\frac{4}{3}\pi \times 27r^3 : \frac{4}{3}\pi \times 8r^3 = 27 : 8$ **উত্তর: 27:8**

শর্টকাট: ব্যাসার্ধের অনুপাত থেকে আয়তনের অনুপাত বের করার জন্য
(ব্যাসার্ধের অনুপাত)$^\circ$ = আয়তনের অনুপাত [$3^\circ : 2^\circ = 27 : 8$]

৬৪. দুটি গোলকের আয়তনের অনুপাত ৮ : ২৭ । তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (তালিকা): ২০১২: প্রাক-প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক (দানিয়ুব): ২০১৩: বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরোর পরিসংখ্যান অ্যাসিস্টেন্ট অফিসার: ২০১৪] + [NSI (ডিস্ট অফিসার): ২০২১]*

ক. 4 : 9 খ. 4 : 15 গ. 2 : 3 ঘ. 5 : 6 উত্তর: ক

সমাধান: (আগের অংকটা ই উল্টোপাশে কিন্তু ব্যাসার্ধের অনুপাত বের করার পর শেষে ক্ষেত্রফলের অনুপাত বের করতে হবে)

গোলকের ব্যাসার্ধ r_1 ও r_2 হলে, গোলকদ্বয় আয়তনের অনুপাত = $\frac{4}{3}\pi r_1^3 : \frac{4}{3}\pi r_2^3 = r_1^3 : r_2^3$

প্রশ্নমতে, $\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{8}{27} \Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{2^3}{3^3} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ $\therefore r_1^3 : r_2^3 = 2 : 3$

সুতরাং গোলকের ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $4\pi r_1^2 : 4\pi r_2^2 = r_1^2 : r_2^2 = 2^2 : 3^2 = \mathbf{4 : 9}$

শর্টকাট: প্রথমে আয়তনের অনুপাত থেকে ব্যাসার্ধের অনুপাত = $\sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{27} = 2 : 3$
এখন, ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $2^2 : 3^2 = \mathbf{4 : 9}$

নিজে করুন :

৬৫. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ /ব্যাস ৩ গুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কত গুণ বৃদ্ধি পাবে ? উত্তর:খ

ক. ৬ খ.৯ গ. ৭ ঘ. ৩

[**Hints:** ব্যাস ৩ গুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল = $৩ \times ৩ = ৯$ গুণ বৃদ্ধি পাবে] (শর্টকাট: $৩^২ = ৯$ গুণ।) ক্ষেত্রফল তাই বর্গের মত।]

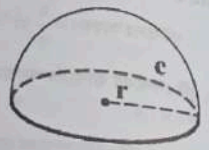
৬৬. দুটি গোলকের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 9 ও 25 হলে আয়তনের অনুপাত কত? [বর্গমূল বের করে ঘন করুন] উত্তর: ঘ

ক. $\frac{49}{64}$ খ. $\frac{30}{69}$ গ. $\frac{27}{225}$ ঘ. $\frac{27}{125}$

অতিরিক্ত পাঠ: সূত্রগুলো মনে রাখার চেষ্টা করুন:

অর্ধগোলক (Hemisphere):

1. Volume $= \frac{2}{3}\pi r^3$ cubic units
2. Curved surface area $(2\pi r^2)$ sq.
3. Total surface area $(3\pi r^2)$ sq.



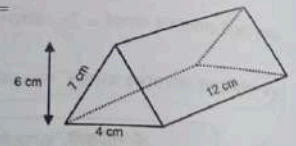
ত্রিভুজাকৃতি প্রিজম: Triangular prism :

(i) Volume: area of triangle or Base×height $= (\frac{1}{2} \times L \times W) \times$ Height or $\frac{L \times W \times H}{2}$

(ii) Surface area = PH+2B

Here: P = perimeter of triangle and H = Height

B = area of triangle



পদ্ধতি-০৬: চৌবাচ্চার ধারণ ক্ষমতা সম্পর্কিত প্রশ্ন

এই অংশটুকু অনেক সহজ হলেও অনেকে ঘন মিটার আর ঘন সেন্টিমিটারের হিসেব করতে গিয়ে গুলিয়ে ফেলেন। তাই চিত্র সহ বিস্তারিত বুঝিয়ে দেয়া হলো। ১০ মিনিট পড়লে আর সমস্যা থাকবে না।

পাশের চিত্র দুটি দেখুন: দুটিই একই মাপের চৌবাচ্চা ।

এখন মিটার ধরে হিসেব করলে দেখা যাবে ১মি.×১মি.×১মি. = ১ ঘন মিটার।

মনে রাখুন: ১ ঘন মিটার জায়গায় ১০০০ লিটার পানি ধরে।

এখান ২য় চিত্রটিও একই আয়তনের কিন্তু ১ মিটার = ১০০ সে.মি. দেয়া আছে।

তাহলে সে.মি. এ আয়তন হবে: ১০০×১০০×১০০ = ১০০০০০০ ঘন সে.মি.

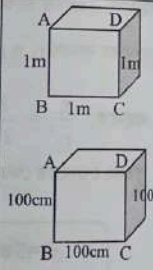
আবার পানি ধরবে ঐ ১০০০ লিটার ই। অর্থাৎ ১০০০০০০ ঘন সে.মি. তে ১০০০ লিটার

পানি ধরলে ১০০০ ঘন সে.মি তে পানি ধরবে $= \frac{১০০০ \times ১০০০}{১০০০০০০} =$ ১ লিটার।

তাহলে এক লাইনে বলা যায়: $1m^3 = 1000$ litre এবং 1 litre $= 1000\ cm^3$

কেউ যদি ভুল করে সে.মি. কে মিটার বানিয়ে তারপর হিসেব করতে চায় তাহলে?

তাহলে ঘন মিটারের সাথে ০০০০০০০ (৬টি শূন্য যোগ করে হিসেব করতে হবে)



ভুল হতে পারে যেখানে: ১ মিটার = ১০০ সে.মি.

তাহলে ১ ঘনমিটার = ১০০ ঘন সে.মি. দিলে ভুল হবে। কারণ ঘন অর্থ তিনবার ১০০ করে গুণ।

তাহলে ১ ঘন মিটার = ১০০০০০০ ঘন সে.মি.।

এখন নিচের প্রশ্ন সমাধান গুলো দেখলেই এরকম প্রশ্নে আর সমস্যা থাকবে না।

৬৭. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ৫ মিটার প্রস্থ ৩ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার হলে বস্তুটি কত লিটার পানি দ্বারা পূর্ণ হবে?

[সমাজসেবা অধিদপ্তরের প্রবেশন অফিসার-২০১৩+মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রন অধিদপ্তরের সহকারী প্রসিকিউটর-২০২১]

ক. ৪০০০০ লিটার খ. ২০০০০ লিটার গ. ৩০০০০ লিটার ঘ. ৫০০০০ লিটার উত্তর: গ

সমাধান: (সবগুলোতেই মিটার থাকায় মিটার ধরেই হিসেব)

ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = ৫ মিটার,প্রস্থ = ৩ মিটার ও উচ্চতা = ২ মিটার

∴ আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = ৫×৩×২ = ৩০ ঘনমিটার।

আমরা জানি, ১ ঘনমিটার = ১০০০ লিটার

∴ ৩০ ঘনমিটার = ৩০×১০০০ = ৩০০০০ লিটার।

সবগুলোতেই মিটার থাকলে মিটার ধরে সমাধান করাই সহজ।

বিকল্প সমাধান: (সেন্টিমিটার বানিয়ে হিসেব)

দৈর্ঘ্য ৫ মিটার = ৫০০ সে.মি.

প্রস্থ = ৩ মিটার = ৩০০ সে.মি.

উচ্চতা = ২ মিটার = ২০০ সে.মি.

আয়তন = ৫০০×৩০০×২০০ = ৩০০০০০০০ ঘন সে.মি.

সুতরাং পানি ধরবে $= \frac{৩০০০০০০০}{১০০০} =$ ৩০০০০ লিটার।

নিজে করুন:

৬৮. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং গভীরতা ৩ মিটার। চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত লিটার পানি লাগবে?

[মাধ্যমিক সহকারী নিয়োগ পরীক্ষা ২০০৩] +[বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা -২০১১]

ক. ৬০ লিটার খ. ৩৬০০ লিটার গ. ৬০০০০ লিটার ঘ. ৩৬০০০ উত্তর: গ

[**Hints:** ৫×৪×৩ = ৬০ঘন মি. এরপর ৬০×১০০০ = ৬০০০০ লিটার।]

৬৯. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৩ মি. প্রস্থ ২ মি. ও উচ্চতা ৪ মি. হলে এতে কত লিটার পানি ধরবে? *[RAKUB (officer)-2015] +[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [মাদ্রাসা শিক্ষা অধিদপ্তর (স্টোর কিপার)-২০২১]*

ক. ২৪০০০ লিটার খ. ২৪০০ লিটার গ. ২৪০০০০ লিটার ঘ. ২৪ লিটার উত্তর: ক

৭০. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা ০.১ মিটার করে। ঐ চৌবাচ্চায় কত ঘনমিটার পানি ধরবে? *[থানা শিক্ষা অফিসার ৯৬]*

ক. ০.১ ঘন মিটার খ. ০.০১ ঘন মিটার গ. ০.০০১ ঘন মিটার ঘ. ১ ঘন মিটার উত্তর: গ

[**Hints:** চৌবাচ্চার আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা বের করে উপরের নিয়মে হিসেব করুন]

৭১. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ১০ মিটার, প্রস্থ ৫ মিটার এবং গভীরতা ৪০সে.মি.। চৌবাচ্চাটির ধারণ ক্ষমতা কত? *[রাষ্ট্রায়ত্ব ব্যাংক (সিনিয়র অফিসার)-১৯৯৮]*

[**Hints:** ১০×৫×.৪ = ২০ ঘন মি. = ২০×১০০০ = ২০০০০ লি.]

ক. ৬৫০০০লি. খ. ৭০০০০লি. গ. ২০,০০০লি. ঘ. ৭৫০০০লি. উত্তর: গ

৭২. একটি মগের ভিতরের আয়তন ১৫০০ ঘন সেন্টিমিটার হলে, ২৭০ লিটার পানি কত মগ হবে ? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:৩)]*

ক. ২৫০ খ. ১৮০ গ. ১৫০ ঘ. ২২০ উত্তর: খ

সমাধান: [মগের আয়তন ঠিক বেলনের আয়তনের মত হবে]

এখানে, মগের ভিতরের আয়তন = ১৫০০ ঘন সেন্টিমিটার $= \frac{১৫০০}{১০০০}$ লিটার = ১.৫ লিটার। [∵ ১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লি.]

মগের সংখ্যা $= \frac{\text{মোট পানি}}{\text{মগের ভিতরের আয়তন}} = \frac{২৭০}{১.৫} = \frac{২৭০ \times ১০}{১৫} =$ ১৮০ ∴ ১৮০ মগ পানি হবে। উত্তর: ১৮০

দৈর্ঘ্য, প্রস্থ বা উচ্চতার কোন একটির মান না থাকলে x ধরে উপরের নিয়মেই সমীকরণ সাজাতে হবে:

৭৩. একটি চৌবাচ্চা ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার হলে, গভীরতা কত? *[৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)] +[ঔষধ প্রশাসন অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম-কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]+ পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৯]*

ক. ১.৫ মিটার খ. ২.৫ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৩.৫ মিটার উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, ১০০০ লিটার = ১ ঘন মিটার

∴ ৮০০০ " $= \frac{৮০০০}{১০০০}$ " = ৮ ঘন মিটার।

ধরি, চৌবাচ্চার গভীরতা = h মিটার ∴ আয়তন = দৈর্ঘ্য ×প্রস্থ × উচ্চতা = (২.৫৬ ×১.২৫ × h) ঘন মিটার

প্রশ্নমতে, ২.৫৬ ×১.২৫ × h = ৮ ঘনমিটার ∴ $h = \frac{৮}{২.৫৬ \times ১.২৫} =$ ২.৫ মি. উত্তর: ২.৫ মিটার

নিজে করুন:

৭৪. একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ৩.৫০ মিটার, প্রস্থ ১.৫০ মিটার হলে এর গভীরতা কত মিটার?
[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]
ক. ৭৫ মিটার খ. ৬ মিটার গ. ১.৫২ মিটার ঘ. ২.৫ মিটার উত্তর: গ
[**Hints:** ৮০০০ লিটার ÷১০০০ = ৮ ঘন মিটার এখন, উচ্চতা = h ধরে, প্রশ্নমতে, ৩.৫×১.৫× h = ৮ ∴ h = ১.৫২ মি.]

৭৫. একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে দৈর্ঘ্য কত ? *[অতিরিক্ত মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]*
[**Hints:** প্রশ্নমতে, ২.৫৬ ×২.৫ × h = ১৯.২ ∴ h = ৩ মিটার]
ক. ৪ মিটার খ. ৬ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ১৪ মিটার উত্তর: গ

লিখিত অংশ

১. একটি বক্সের দৈর্ঘ্য ২মিটার, প্রস্থ ১ মিটার ৫০ সে.মি এবং উচ্চতা ১ মিটার। বক্সটির আয়তন কত? *[সরকারি যানবহন অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১) + [বাংলাদেশ পুলিশ (সাব ইন্সপেক্টর)-২০২২ (লিখিত)]*

সমাধান:
দেয়া আছে, দৈর্ঘ্য = ২মিটার, প্রস্থ = ১ মিটার ৫০ সে.মি = ১.৫ মিটার এবং উচ্চতা = ১ মিটার
∴ আয়তন = দৈর্ঘ্য×প্রস্থ×উচ্চতা = ২×১.৫×১ = ৩ ঘনমিটার **উত্তর: ৩ ঘনমিটার।**

২. একটি আয়তাকার ঘনবস্তু ৪৮ বর্গ মিটার ভূমির উপর দন্ডায়মান। এর উচ্চতা ৩ মিটার এবং কর্ণ ১৩ মিটার। আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর?
ক. ১২, ২ খ. ১২, ৪ গ. ১২, ৬ ঘ. ১২, ৮ উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = a, প্রস্থ = b এবং উচ্চতা c = 3
প্রশ্নমতে, , ab = 48 বর্গমিটার .....(i)
এবং $\sqrt{a^2+b^2+c^2} = 13 \Rightarrow a^2+b^2+3^2 = 169 \Rightarrow a^2+b^2 = 169-9 \therefore a^2+b^2 = 160$.....(ii)
আমরা জানি, $a+b = \sqrt{a^2+b^2+2ab} = \sqrt{160+2\times48} = \sqrt{160+96} = \sqrt{256} = 16 \therefore a+b = 16$...(iii)
আবার, $a-b = \sqrt{a^2+b^2-2ab} = \sqrt{160-2\times48} = \sqrt{160-96} = \sqrt{64} = 8 \therefore a-b = 8$ .....(iv)
এখন, (iii) + (iv) করে পাই, $2a = 24 \therefore a = 12$ আবার, (iii) - (iv) করে পাই, $2b = 8 \therefore b = 4$
সুতরাং দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 4 মিটার।

৩. লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারি। একখন্ড লোহার পাত ৩ মিটার লম্বা , ২ মিটার চওড়া ও ১ সেমি. পুরু । লোহার পাতের ওজন কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-(মুক্তি:কোটা-২০১৮-(লিখিত)]*

সমাধান:
লোহার পাতের দৈর্ঘ্য = ৩ মিটার = ৩০০ সেমি. [১ মিটার = ১০০ সেমি.] [যেহেতু পুরুত্ব সে.মি. এ দেয়া আছে]
লোহার পাতের চওড়া = ২ মিটার = ২০০ সেমি. এবং লোহার পুরুত্ব = ১ সেমি.
∴ লোহার পাতের আয়তন = (৩০০× ২০০ × ১) ঘন সেমি. = ৬০০০০ ঘন সে.মি.
আমরা জানি, ১ ঘন সেমি. পানির ওজন = ১ গ্রাম [১ ঘন সে.মি. পানি = ১ গ্রাম]
∴ ৬০০০০ " " " = ৬০০০০ গ্রাম
সুতরাং লোহার পাতের ওজন = (৬০০০০ × ৭.৫) গ্রাম = ৪৫০০০০ গ্রাম = ৪৫০ কেজি **উত্তর: ৪৫০ কেজি।**

৪. কোন আয়তক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য ১২ সে.মি. এবং প্রস্থ ৫ সে.মি.। একে বৃহত্তম বাহুর চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় করুন। *[৬ ষ্ঠ বিজেএস (সহকারি জজ) প্রাথমিক পরীক্ষা: ২০১১] + [ঢাকা দক্ষিণ সিটি কর্পোরেশন(রেভিনিউ সুপারভাইজার)-২০২১]*

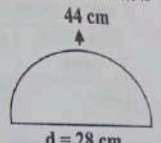
সমাধান:
আয়তক্ষেত্রের বৃহত্তম বাহুকে চতুর্দিকে ঘুরালে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তা বেলন হবে।
এখানে, বেলনের ব্যাসার্ধ, r = 5 এবং উচ্চতা , h = 12
∴ বেলনের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $2\pi r(r+h) = 2\times3.1416\times5\times(5+12) = 534.072$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)
∴ বেলনের আয়তন = $\pi r^2 h = 3.1416\times5^2\times12 = 942.48$ ঘন সে.মি. (প্রায়)
উত্তর: পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 534.072 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 942.48 ঘন সে.মি.

৫. **A semi circular sheet of metal of diameter 28 cm is bent into an open conical cup. Find the depth and capacity of cup?** (২৮ সেমি ব্যাসের একটি অর্ধবৃত্তাকার ধাতুর পাত বাঁকিয়ে কোণক আকৃতির কাপ তৈরি করা হলো। কাপটির গভীরতা ও ধারণ ক্ষমতা নির্ণয় করুন?) *[Bangladesh Bank (Officer) – 2018-(Written)]+ [৩৮ তম বিসিএস (লিখিত)]*

Solution : Let, radius of the sheet = r So, diameter,2r = 28 cm. So, radius, $r = \frac{28}{2} = 14$cm

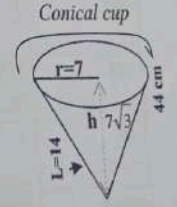
Circumference of semicircle = $\frac{2\pi r}{2} = \frac{22}{7}\times14 = 44$cm [সম্পূর্ণ বৃত্তের পরিধির অর্ধেক হবে অর্ধবৃত্তের পরিধি]

Circumference of base of cone , $2\pi r = 44$ cm (অর্ধবৃত্তকে বাঁকা করলে অর্ধবৃত্তের পরিধিটাই বেঁকে গিয়ে কাপের উপরের গোলাকার অংশের পরিধি হবে।) $\Rightarrow r = \frac{44\times7}{2\times22} = 7$cm



Radius of semi circle sheet = Slant height of conical cup, L= 14cm
(অর্ধগোলাকার পাতটি বাঁকা করলে তার ব্যাসটির অর্ধেক অর্থাৎ ব্যাসার্ধ দুপাশে এসে জয়েন হয়ে কোণক আকৃতি কাপের হেলানের দৈর্ঘ্য হবে। যেমন বাদাম বিক্রির কাগজের দুটো পাশ মিলে যায় যে স্থানে সেই জায়গাটির দৈর্ঘ্য। নিচের চিত্রে দেখুন L= 14 যা আগে r=14 ছিল)

Let, the radius of the cup = r and depth = h



We know that , $L^2 = r^2+h^2$ (কারণ একটি সমকোণকে ঘোড়ালে কোণক তৈরী হয়)
$\Rightarrow h^2 = L^2 - r^2 \Rightarrow \mathbf{h} = \sqrt{(14)^2-(7)^2} = \sqrt{196-49} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$
So, the depth of the cup = $\mathbf{7\sqrt{3}}$
Capacity of conical cup = Volume of cone = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times7^2\times7\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\times\frac{22}{7}\times7\times7\times7\sqrt{3} = \frac{22\times49}{\sqrt{3}} = \frac{1078}{\sqrt{3}}$ or, 622.37 cm^2
Ans: $7\sqrt{3}$ and 622.37 cm^2

ত্রিকোণমিতি

🕮 ত্রিকোণমিতি (Trigonometry) :

Trigonometry শব্দটি গ্রিক শব্দ tri (তিন), gon (ধার বা বাহু), metron (পরিমাপ) দ্বারা গঠিত। ত্রিকোণমিতিতে ত্রিভুজের বাহু ও কোণের মধ্যে সম্পর্ক বিষয়ে পাঠদান করা হয়। ত্রিভুজ সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান, নেভিগেশন ইত্যাদি ক্ষেত্রে ত্রিকোণমিতির ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে।

❖ **প্রয়োজনীয় সূত্র:**

$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$	$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

এই মানগুলো মনে রাখুন

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$	$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$
☞ $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$	☞ $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$	☞ $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$
☞ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$	☞ $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$	☞ $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

ব্যবহারের সুবিধার্থে ০°, ৩০°,৪৫°, ৬০°ও ৯০° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান নিচের ছকে দেখানো হল:

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞			
cot	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0			
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞			
cosec	অসংজ্ঞায়িত বা, ∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1			

টিপস: একটি করে মুখস্থ করুন এবং তার পরের টি উল্টোভাবে মনে রাখার চেষ্টা করুন।

সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ ৪টি মান অবশ্যই মুখস্থ রাখুন:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2},\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}},\ \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

ত্রিকোণমিতির বিভিন্ন সূত্র সহজে মনে রাখার জন্য নিচের টেবিলটি ভালভাবে দেখুন।

সাগরে	লবণ	অনেক
Sinθ	লম্ব	অতিভুজ
সূত্র: $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ সুতরাং $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}}$		
কবরে	ভূত	অনেক
cosθ	ভূমি	অতিভুজ
সূত্র: $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$ সুতরাং $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$		
টেরা	লম্বা	ভূত
tanθ	লম্ব	ভূমি
সূত্র: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ সুতরাং $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$		

ত্রিকোণমিতির বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১ : ত্রিকোণমিতির সাধারণ প্রশ্ন

১. **ত্রিকোণমিতিক অনুপাত কয়টি?** *[বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন-২০১০]*

ক. ৬টি খ. ৪ টি গ. ৫ টি ঘ. ২ টি উত্তর: ক

✍সমাধান: sin, cos, tan, cosec, sec ও cot এই ৬টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত।

২. **sinθ এর সর্বনিম্ন মান কত?** *[পরিসংখ্যান ব্যুরোর কম্পিউটার কর্মকর্তা -১৯৯৫]*

a. 0 b. 1 c. -1 d. 90 Ans: c

✍সমাধান: sinθ এর সর্বনিম্ন মান -1 এবং সর্বোচ্চ মান 1 [Note: $-1 \le \sin\theta \le 1$ এবং $-1 \le \cos\theta \le 1$]

৩. **x = Siny হলে x এর সর্বোচ্চ মান কত?** *[বাংলাদেশ রেলওয়ের (উপসহকারী প্রকৌশলী)(সিভিল)-২০১৬]*

ক. α খ. 1 গ. -1 ঘ. 0 উত্তর: খ

✍সমাধান: $\sin y = x \quad \therefore x = 1$ [$\because \sin\theta$-এর সর্বোচ্চ মান +1]

৪. **Cosθ এর সর্বনিম্ন মান কত?** *[মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের (উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা)-২০১৬]*

ক. 0 খ. -1 গ. 1 ঘ. $-\infty$ উত্তর: খ

✍সমাধান: cosθ-এর সর্বনিম্ন মান -1 এবং cosθ এর সর্বোচ্চ মান 1।

৫. **Sinθ = Cosθ হলে θ এর মান কত?** *(মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক ২০০১)*

A. 30^0 B. 90^0 C. 45^0 D. 60^0 Ans: C

✍সমাধান: $\text{Sin}\theta = \text{Cos}\theta \Rightarrow \frac{\text{Sin}\theta}{\text{Cos}\theta} = 1 \Rightarrow \tan\theta = 1 \Rightarrow \tan\theta = \tan 45^\circ \quad \therefore \theta = 45^\circ$

৬. $\sin\theta+\cos\theta = 1$ হবে নিচের কোন মানদ্বয়ের জন্য ?

A. $0^0, 30^0$ B. $0^0, 90^0$ C. $0^0, 45^0$ D. $30^0, 90^0$ Ans: B

সমাধান: $\sin\theta+\cos\theta = 1$

$\theta = 0^\circ$ হলে, $\sin0^\circ+\cos0^\circ = 0+1 = 1$ আবার, $\theta = 90^0$ হলে, $\sin90^0+\cos90^0 = 1+0 = 1$ ∴ option B.

৭. $\tan\theta = \frac{a}{b}$ হলে নিচের কোনটি সত্য ? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(মূল পর্যায়-১)-২০১৯]*

ক. $\sin\theta = \frac{b}{a^2+b^2}$ খ. $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ গ. $\sec\theta = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ ঘ. $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে, $\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ অর্থাৎ লম্ব = a এবং ভূমি = b, তাহলে অতিভুজ হবে = $\sqrt{a^2+b^2}$

এখন অপশনগুলোর মধ্য থেকে $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ সঠিক দেয়া আছে। তাই এটাই উত্তর।

৮. $\tan\theta = \frac{3}{4}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? *[৮ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]* উত্তর: $\frac{5}{3}$

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{3}{4}$

∴ লম্ব = 3, এবং ভূমি = 4 সুতরাং অতিভুজ = $\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ সুতরাং $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{5}{3}$

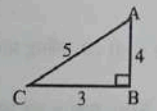
৯. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ হলে $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? *[নবম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ২০১৩]*

a. $\frac{13}{5}$ b. $\frac{14}{5}$ c. $\frac{19}{3}$ d. $\frac{23}{7}$ Ans: a

ব্যাখ্যা: দেয়া আছে, $\sin\theta = \frac{5}{13} \Rightarrow \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} = \frac{5}{13}$ ∴ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{13}{5}$

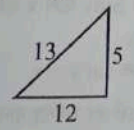
১০. $\sin\theta = \frac{4}{5}$ হলে $\tan\theta = ?$

Solution: $\sin\theta = \frac{4}{5} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$ সুতরাং 3 : 4 : 5 হিসেবে $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{4}{3}$



১১. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ হলে $\sec\theta = ?$

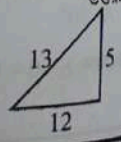
Solution: $\sin\theta = \frac{5}{13} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$ (5 : 12 : 13 ধরে) ∴ $\sec\theta = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{13}{12}$



১২. $\tan A = \frac{5}{12}$ হলে, $\sin A$ এর মান কত? *[বিটিআরসি (উপ-সহঃ পরিচালক): ২০২১]+ [পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০২২]*

ক. $\frac{5}{13}$ খ. $\frac{3}{4}$ গ. $\frac{12}{13}$ ঘ. $\frac{5}{12}$ উত্তর: ক

Solution: $\tan A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{5}{12}$ অর্থাৎ লম্ব = 5 এবং ভূমি = 12 ∴ $\sin A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{5}{13}$



১৩. If $\sin x = \frac{3}{4}$, then $\cos x = ?$ *[BEPZA (AD)-2021]*

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{1}{2}$ Ans: C

Solution: $\sin x = \frac{3}{4} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$ অর্থাৎ লম্ব = 3 এবং অতিভূজ = 4

∴ ভূমি = $= \sqrt{4^2-3^2} = \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$ সুতরাং $\cos x = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

নিজে করুন:

১৪. $\cot\theta = \frac{5}{12}$ হয় তবে $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত? *(৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১০)*

১৫. $\sec\theta = \frac{3}{2}$ হলে $\tan\theta = ?$ *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*



Ans: $\frac{13}{12}$

ক. $\frac{2}{3}$ খ. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ গ. $\frac{5}{4}$ ঘ. 1 উত্তর: খ

১৬. 3 cotA = 4 হলে sinA এর মান কত? *[১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. $\frac{4}{5}$ খ. $\frac{3}{5}$ গ. $\frac{3}{4}$ ঘ. $\frac{4}{3}$ উত্তর: খ

১৭. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ হলে, $\tan\theta$- এর মান কত? *[৭ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১১]*

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{5}{12}$ c. $\frac{12}{13}$ d. $\frac{5}{13}$ Ans: b

১৮. যদি A সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin A = \frac{12}{13}$ হয়, তবে cotA এর মান কত? *[৬ষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ২০১০]*

a. $\frac{5}{13}$ b. $\frac{5}{12}$ c. $\frac{10}{3}$ d. $\frac{10}{13}$ Ans: b

১৯. $\sec A+\tan A = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec A-\tan A = ?$ *[খাদ্য অধিদপ্তর (উচ্চমান সহঃ)-২০২১]+ [৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*

ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{5}$ গ. $\frac{2}{5}$ ঘ. $\frac{5}{2}$ উত্তর: গ

সমাধান: আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

$\Rightarrow (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A) = 1 \Rightarrow \frac{5}{2} \times (\sec A - \tan A) = 1$ ∴ $(\sec A - \tan A) = \frac{2}{5}$

২০. $A = 45^0$ হলে $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} = ?$ *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন কারা তত্ত্বাবধায়ক ২০১৩] (৬ষ্ঠ প্রভাষক নিবন্ধন -১০)*

সমাধান: দেয়া আছে, $A = 45^0$ এখন, $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} = \frac{1-(\tan 45^0)^2}{1+(\tan 45^0)^2} = \frac{1-1^2}{1+1^2} = \frac{0}{2} = 0$ Ans: 0

২১. $A = 30°$ হলে, $\frac{2\tan A}{\tan^2 A}$ এর মান কত? *[৬ষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১০]*

a. 2 b. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ c. 4 d. $2\sqrt{3}$ Ans: d

সমাধান: দেয়া আছে, $A = 30°$ ∴ $\frac{2\tan A}{\tan^2 A} = \frac{2\tan 30^0}{(\tan 30^0)^2} = \frac{2.\frac{1}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 3 = \frac{2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

২২. $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta} = 7$ হলে $\sec\theta$ এর মান কত? *[সমাজসেবা অধিদপ্তরের সমাজসেবা অফিসার ২০১০] + [১৬তম প্রভাষক নিবন্ধন(কলেজ / সমপর্যায়)-২০১৯]*

ক. $\frac{5}{3}$ খ. $\pm\frac{5}{3}$ গ. $-\frac{5}{3}$ ঘ. $\frac{3}{5}$ উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta} = 7 \Rightarrow \frac{\sin\theta+\cos\theta+\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta-\sin\theta+\cos\theta} = \frac{7+1}{7-1}$

$\Rightarrow \frac{2\sin\theta}{2\cos\theta} = \frac{8}{6} \Rightarrow \tan\theta = \frac{4}{3}$ এখন, আমরা জানি, $\Rightarrow \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\Rightarrow \sec^2\theta = 1+\tan^2\theta \Rightarrow \sec^2\theta = 1+\left(\frac{4}{3}\right)^2 \Rightarrow \sec\theta = \pm\sqrt{1+\frac{16}{9}} = \pm\frac{5}{3}$

২৩. $\theta = 60^0$ হলে $\sec^2\theta - \tan^2\theta = ?$ *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ(প্রশাসনিক কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. $\frac{2}{3}$ খ. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ গ. $\frac{5}{4}$ ঘ. 1 উত্তর: ঘ

সমাধান: দেয়া আছে, $\theta = 60^0$ সুতরাং $\sec^2\theta - \tan^2\theta = (\sec 60^0)^2 - (\tan 60^0)^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4-3 = 1$

২৪. $\tan(3A) = \sqrt{3}$ হলে, $A =$ কত? *[এনএসআই (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. 45° খ. 30° গ. 20° ঘ. 15° উত্তর: গ

Solution: $\tan(3A) = \sqrt{3} \Rightarrow \tan(3A) = \tan 60^0 \Rightarrow 3A = 60^0$ ∴ $A = 20^0$

৫. কোন ত্রিকোণমিতিক অনুপাতটির মান অসংজ্ঞায়িত? *[৬ষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ২০১০]*

a. sin 90° b. cos 90° c. sec 0° d. cosec 0° Ans: d

Solution: $\sin 90° = 1$, $\cos 90° = 0$, $\sec 0° = 1$ এবং $\text{cosec}\ 0° = \infty$ ∴ cosec 0° এর মান অসংজ্ঞায়িত

৬. $\tan A = 1$ হলে, A- এর মান কত ডিগ্রি? *[৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]*

a. 90° b. 45° c. 60° d. 30° Ans: b

Solution: $\tan A = 1 \Rightarrow \tan A = \tan 45°$ ∴ $A = 45°$

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\sin 2A$ এর মান কত?

Solution: $\sin A = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin A = \sin 45^0$ ∴ $A = 45^0$ ∴ $\sin 2A = \sin(2\times 45^0) = \sin 90^0 = 1$

২৭. $\cos\theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cot\theta$ এর মান কোনটি?

Solution: $\cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta = \cos 60^0$ ∴ $\theta = 60^0$ ∴ $\cot\theta = \cot 60^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

২৯. $2+\tan^2\theta = 5$ হলে θ এর মান কত? *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. 30^0 খ. 60^0 গ. 90^0 ঘ. 0^0 উত্তর: খ

সমাধান: $2+\tan^2\theta = 5 \Rightarrow \tan^2\theta = 3 \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \tan\theta = \tan 60^0$ ∴ $\theta = 60^0$

৩০. $1+\tan^2\theta = 4$ হলে $\theta =$ কত? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন চলচ্চিত্র ও প্রকাশনা অধিদপ্তরের (ক্যামেরাম্যান)-২০১৯]*

ক. 0^0 খ. 30^0 গ. 45^0 ঘ. 60^0 উত্তর: ঘ

সমাধান: $1+\tan^2\theta = 4 \Rightarrow \sec^2\theta = 4 \Rightarrow (\sec\theta)^2 = 2^2 \Rightarrow \text{Sec}\theta = 2 \Rightarrow \frac{1}{\text{Cos}\theta} = 2 \Rightarrow \text{Cos}\theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \text{Cos}\theta = \cos 60^0$ ∴ $\theta = 60^0$

৩১. $\text{cosec}(90^0 - \theta) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ হলে $\tan\theta =$ কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয় (ব্যক্তিগত কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. $\frac{2}{3}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{5}{4}$ ঘ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ উত্তর: ঘ

সমাধান: $\text{cosec}(90^0 - \theta) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{cosec}(90^0 - \theta) = \text{cosec}\,60^0 \Rightarrow 90^0 - \theta = 60^0$ ∴ $\theta = 30^0$

সুতরাং $\tan\theta = \tan 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

৩২. $\cot(\theta - 30^0) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin\theta = ?$

Solution: $\cot(\theta-30^0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot(\theta-30^0) = \cot 60^0 \Rightarrow \theta - 30^0 = 60^0 \Rightarrow \theta = 90^0$ ∴ $\sin\theta = \sin 90^0 = 1$

৩৩. $\sin^2 21^0 + \sin^2 69^0 =$ কত? *[৮ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা ২০১২]*

a. 2 b. 1 c. 3 d. 4 Ans: b

ব্যাখ্যা: $\sin^2 21^0 + \sin^2 69^0 = \sin^2 21^0 + \sin^2(90^0 - 21^0) = \sin^2 21^0 + \cos^2 21^0 = 1$ [$\sin(90^0-\theta) = \cos\theta$]

৩৪. $\text{cosec}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ এর মান কত?

Solution: $\text{Cosec}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\text{cosec}\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{\sin\frac{\pi}{3}} = -\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

৩৫. $\text{Sin}30^0$ এর মান? *[বহির্গমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের (সহকারী পরিচালক)-২০১৪]*

ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ উত্তর: খ

Solution: $\text{Sin}30^0$ এর মান $\frac{1}{2}$।

৩৬. $Sin60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হয়, $Cos30^0$ = কত? *[NSI (ফিল্ড অফিসার)-২০২১]*

ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ উত্তর: ক

৩৭. $sin45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হয়, $cos45^0$ = কত? *[NSI (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]*

ক. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ. $\frac{2}{\sqrt{2}}$ গ. 1 ঘ. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ উত্তর: ক

৩৮. $tan90^0$ এর মান কত? *[১২ তম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন-২০১৫]*

ক. ∞ খ. $-\infty$ গ. 1 ঘ. -1 উত্তর: ক

✍ সমাধান: $\tan90^0 = \frac{\sin90^0}{\cos90^0} = \frac{1}{0}$ সুতরাং $\tan90^0$ এর মান অসংজ্ঞায়িত বা ∞

৩৯. নিচের কোন বাক্যটি সত্য? *[বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন -২০১০]*

ক. $\sin30^0 = \cos30^0$ খ. $\tan45^0 = \cot45^0$ গ. $\sec60^0 = \operatorname{cosec}60^0$ ঘ. $\tan30^0 = \sqrt{3}$ উত্তর: খ

✍সমাধান: $\tan45^0$ ও $\cot45^0$ উভয়ের মানই 1। সুতরাং $\tan45^0 = \cot45^0$

৪০. tan(-30) এর মান কত? ✍**Solution:** $\tan(-30) = -\tan30° = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

৪১. sec(- 45) এর মান কত? ✍**Solution:** $\sec(-45) = \sec45 = \sqrt{2}$

৪২. sin(-60°) এর মান কত? ✍**Solution:** $\sin(-60) = -\sin60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

পদ্ধতি-০২ : 90^0 অপেক্ষা বড় ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

৩. $90°$ এর বড় মাপের কোণের জন্য ত্রিকোনমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:

✍**Solution:**

ধাপ-১: কোনটিকে $(n\times\frac{\pi}{2}+\theta)$ আকারে লিখতে হবে ।

ধাপ-২: n জোড় হলে অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে।

n বিজোড় হলে, sin ⟷ cos
sec ⟷ cosec
tan ⟷ cot
আকারে পরিবর্তিত হবে-

ধাপ-৩ : $(n\times\frac{\pi}{2}+\theta)$ কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত সেটা জানার পর ঐ চতুর্ভাগের ত্রিকোনমিতিক অনুপাতের চিহ্ন বসাতে হবে ।

২য়	১ম
sin, cosec(+)	All(+)
tan,cot(+)	Sec,cosec(+)
৩য়	৪র্থ

৪৩. $\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\theta\right)$ = ? *[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন(ডুয়েল পর্যায়-১)-২০১৯]*

ক. $\sin\theta$ খ. $-\sin\theta$ গ. $\cos\theta$ ঘ. $-\cos\theta$ উত্তর: গ

✍**Solution:** $\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\theta\right) = \sin\left(\frac{9\times180^0}{2}+\theta\right) = \sin(9\times90^0+\theta) = \cos\theta$ [n = ৯ বিজোড় সংখ্যা]

৪৪. $\cos(120)^0$ এর মান কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় (সুপারিনটেনডেন্ট)-২০১৯] +[খাদ্য অধিদপ্তরের (উপ-খাদ্য পরিদর্শক)-২০২১]*

ক. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $-\frac{1}{2}$ উত্তর: ঘ

✍সমাধান: $\cos(120)^0 = \cos(90^0+30^0) = -\sin30^0 = -\frac{1}{2}$ [যেহেতু $\cos(90^0+\theta) = -\sin\theta$]

৪৫. $\sin7\pi$ এর মান কত? ✍**Solution:** $\sin(7\pi) = \sin(7\times180°) = \sin(1260°) = \sin(90°\times14+0°)$ ∴$\sin0° = 0$

৪৬. $A = \frac{\pi}{3}$ ও $B = \frac{\pi}{3}$ হলে sin(A+B)= কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়/বিভাগ/অধিদপ্তরের(ব্যক্তিগত কর্মকর্তা)-২০১৮]*

ক. 0 খ. $\frac{1}{12}$ গ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ. 1 উত্তর: গ

✍সমাধান: $\sin(A+B) = \sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin120^0$ [$\because \pi = 180^0$] $= \sin(90^0+30^0) = \cos30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

৪৮. $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ অনুক্রমটির চতুর্থ পদ কোনটি ? *[৪০তম বিসিএস প্রিলি]*

ক. -1 খ. 1 গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. 0 উত্তর: খ

✍সমাধান: $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ এখানে যেহেতু ৪র্থ পদের মান বের করতে বলা হয়েছে তাই n= 4

এখন, $\cos\left(\frac{4\pi}{2}\right) = \cos(2\pi) = \cos(2\times180^0) = \cos360^0 = \cos(90^0\times4+0^0) = \cos0^0 = 1$

৪৯. $\cos\frac{11\pi}{2}$ এর মান নির্ণয় করুন ? ✍**Solution:** $\cos\frac{11\pi}{2} = \cos(990^0) = \cos(90°\times11+0^0) = \sin0^0 = 0$

৫০. $\tan\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ এর মান কত?

✍**Solution:** $\tan\frac{11\pi}{6} = \tan\frac{11\times180°}{6} = \tan(330°) = \tan(90°\times3+60°) = -\cot60° = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

৫১. $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right)$ এর মান কত? ✍**Solution:** $\sec\left(-\frac{17\pi}{2}\right) = \sec\left(\frac{17\pi}{2}\right)$

$= \sec\left(\frac{17\times180}{2}\right) = \sec(17\times90°) = \sec(17\times90°+0°) = \operatorname{cosec}0° = \frac{1}{\sin0°} = \frac{1}{0} = \infty$ (অসংজ্ঞায়িত)

রেডিয়ান সম্পর্কিত আলোচনা:

1 রেডিয়ান $= \frac{2}{\pi}$ সমকোণ $= 57.29^0$ (প্রায়)।	$1^0 = \frac{\pi}{180^0}$ রেডিয়ান বা 1 রেডিয়ান $= \frac{180}{\pi}$ ডিগ্রি
মনে রাখুন : 1 রেডিয়ান $= 1^c$	

৫২. 1^0 সমান কত রেডিয়ান? *[সহকারী উপজেলা/থানা (শিক্ষা অফিসার)(ATEO)-২০১৬]*

ক. $\frac{180}{\pi}$ খ. π গ. $\frac{\pi}{180}$ ঘ. 2π উত্তর: গ

সমাধান: $1^0 = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান।

৫৩. 45^0 কে রেডিয়ানে প্রকাশ করুন। *[বিদ্যুৎ, জ্বালানি ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা): ২০১৯]*

ক. 0.19 খ. 3.14 গ. 0.78 ঘ. 2.14 উত্তর: গ

সমাধান: $1^0 = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান। $\therefore 45^0 = \frac{45 \times 3.14}{180} = 0.785$

৫৪. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ যথাক্রমে ৭০° এবং ৯০° হলে তৃতীয় কোণটির পরিমাণ রেডিয়ানে কত হবে? *[অবাসন পরিদপ্তরের সহ.পরিচালক (গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়)-২০০৬]*

ক. $\frac{\pi}{12}$ খ. $\frac{\pi}{3}$ গ. $\frac{\pi}{4}$ ঘ. $\frac{\pi}{9}$ উত্তর : ঘ

সমাধান: যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $= 180^0$

অর্থাৎ $70^0+90^0 +$ তৃতীয় কোণ $= 180^0$

$\therefore$ তৃতীয় কোণটি $= 180^0 - 160^0 = 20^0$

$\because 1$ সমকোণ বা $90^0 = \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান $\therefore 20^0 = \frac{\pi \times 20^0}{2 \times 90^0} = \frac{\pi}{9}$ রেডিয়ান।

যেহেতু: $1^0 = \frac{\pi}{180^0}$ রেডিয়ান

তাহলে $20^0 = \frac{\pi \times 20^0}{180^0} = \frac{\pi}{9}$ রেডিয়ান।

দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক সমস্যাবলী

এই অংশের সাথে সম্পর্কিত কিছু বিষয় যা না জানলেই নয়।

শীর্ষ বিন্দু : ভূমির বিপরীত কৌণিক বিন্দুই হচ্ছে শীর্ষবিন্দু।

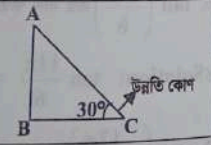
পাদবিন্দু: শীর্ষবিন্দু হতে ভূমির সাথে লম্বভাবে রেখা আঁকলে রেখাটি ভূমিকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুটিকে পাদবিন্দু বলে।

ভূতলস্থ বিন্দু : ভূমিতে যে সব বিন্দু থাকে সেগুলোকে ভূতলস্থ বিন্দু বলা হয়।

উন্নতি কোণ :

ভূতলের উপরের কোন বিন্দু ভূমির সমান্তরাল রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উন্নতি কোণ বলা হয়। পাশের চিত্রে

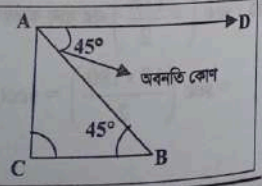
$\angle ACB = 30°$ কে C বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর উন্নতি কোণ বলে।



অবনতি কোণ:

ভূতলের সমান্তরাল রেখার নিচের কোন বিন্দু ভূ-রেখার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে অবনতি কোণ বলা হয়। পাশের চিত্রে

$\angle DAB = 45°$ কে B বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবনতি কোণ বলে।



পদ্ধতি-০৩ : পীথাগোরাসের সূত্রের প্রয়োগ

এই ধরনের অংক করার সময় সর্ব প্রথমে একটি চিত্র এঁকে নিতে হবে এরপর সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মে করতে হবে।

৫৫. একটি 13 মিটার লম্বা মই একটি দেয়ালে হেলান দিয়ে রাখা হয়েছে। মইটির এক প্রান্ত দেয়াল থেকে 5 মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করেছে। মইটির অন্য প্রান্ত ভূমি থেকে কত উচ্চতায় দেয়াল স্পর্শ করেছে? *[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তর পরিকল্পনা কর্মকর্তা-১২]*

ক. 20 মিটার খ. 18 মিটার গ. 15 মিটার ঘ. 12 মিটার উত্তর: ঘ

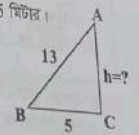
সমাধান:

দেয়ালে মই হেলান দিয়ে রাখায় একটি সমকোণী ত্রিভুজের সৃষ্টি হয়েছে যার অতিভুজ 13 মিটার এবং ভূমি 5 মিটার।

ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে

$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow (13)^2 = h^2 + (5)^2 \Rightarrow h^2 = 144 \therefore h = 12$

সুতরাং দেয়ালের উচ্চতা 12 মিটার।



৫৬. ২০ মিটার লম্বা একটি মই দেয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল থেকে কত দূরে সরালে উপরের প্রান্ত 8 মিটার নিচে নেমে যাবে?

ক. ৬ মি. খ. ১২ মি. গ. ১৮ মি. ঘ. ১৫ মি. উত্তর: খ

সমাধান:

পাশের চিত্রটি দেখুন,

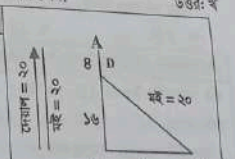
মই, দেয়াল এবং ভূমি মিলে যে সমকোণী ত্রিভুজ তৈরী হয়েছে

তার লম্ব BD = ২০-৪ = ১৬, অতিভুজ CD = মই = ২০ ধরি, ভূমি BC = x

পীথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$x^2+(১৬)^2 = (২০)^2 \Rightarrow x^2+২৫৬ = ৪০০ \Rightarrow x^2 = ১৪৪ \therefore x = ১২$

সুতরাং মইটির গোড়া দেয়াল থেকে সরাতে হবে = ১২ মিটার।



শর্টকাট: সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘের অনুপাত (৩ : ৪ : ৫) ×৪ = ১২ : ১৬ : ২০ অর্থাৎ লম্ব ও অতিভুজ ১৬ ও ২০ মিটার হলে ভূমি = ১২ মিটার হবে।

নিজে করুন:

৫৭. একটি বাড়ী 40 ফুট উচু। একটি মইয়ের তলদেশ মাটিতে বাড়ীর দেওয়াল থেকে 9 ফুট দূরে রাখা আছে। উপরে মইটি বাড়ীর ছাদ ছুয়ে আছে। মইটি কত ফুট লম্বা? *(১৮তম বিসিএস)* [**Hints:** $(40)^2+9^2 = x^2$]

ক. 42 খ. 41 গ. 49 ঘ. 31 উত্তর: খ

৫৮. একটি 50 মিটার লম্বা মই একটি খাড়া দেয়ালের সাথে হেলান দেওয়া আছে। মইয়ের একপ্রান্ত মাটি হতে 40 মিটার উচুতে দেয়ালকে স্পর্শ করে। মইয়ের অপর প্রান্ত হতে দেয়ালের দূরত্ব (মিটারে) কত? *(১৫তম বিসিএস)* [30 : 40 : 50 হিসেবে 30]

ক. 30 খ. 40 গ. 20 ঘ. 50 উত্তর: ক

পদ্ধতি-০৪ : উচ্চতা বের করা

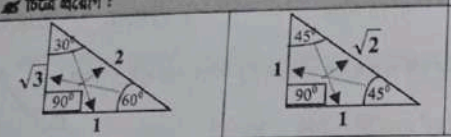
একটা বিষয় লক্ষ্য করুন: ত্রিকোণমিতিতে ত্রিভুজের কোণ হিসেব করার সময় সব সময় সমকোণী ত্রিভুজ নিয়ে হিসেব হয়। আমরা বলতে পারি সমকোণী ত্রিভুজের ৩টি কোণের মধ্যে একটি কোণ অবশ্যই ৯০°। এখন অপর দুটি কোণ কী কী হতে পারে? হয় ৩০° অথবা ৬০° না হলে ৪৫° এবং ৪৫° ইত্যাদি (দুটি কোণ মিলে ৯০°)। নিচের আলোচনাটি মনযোগ দিয়ে পড়ুন।

১টি কোণ এবং একটি বাহু দেখেই উত্তর বের করার টেকনিক দেখুন :

সমকোণী ত্রিভুজের কোণের সাথে বাহুর সম্পর্ক

$30^0 : 60^0 : 90^0$	$45^0 : 45^0 : 90^0$
$x : \sqrt{3}x : 2x$	$x : x : x\sqrt{2}$
$1 : \sqrt{3} : 2$	$1 : 1 : \sqrt{2}$

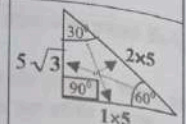
চিত্রে প্রয়োগ :



উদাহরণ :

প্রশ্ন: একটি সমকোণী ত্রিভুজের উন্নতিকোণ 30^0 । তুমি 5 ফুট হলে অতিভুজ কত? আবার লম্ব কত?

সমাধান: চিত্রটির মত করে সাজান। কোণগুলোর অনুপাত $30^0:60^0: 90^0$হলে বাহুগুলোর অনুপাত হবে = $1 : \sqrt{3} : 2$



উত্তর: 30° কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য যা ই হোক 90° কোণের বিপরীত বাহু দ্বিগুণ হবে। উত্তর: $5\times2 = 10$ ফুটআবার লম্ব হবে 60° কোণের বিপরীত বাহু $= 30^\circ$ কোণের বিপরীত বাহু $5\times\sqrt{3} =$ তাই উত্তর : $5\sqrt{3}$

এখানে ভূমি^{2}+ লম্ব^2 = অতিভুজ^2 মিল রেখেই উত্তর বের হবে।

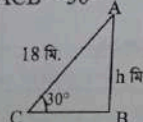
এখন কোণগুলোর মান থেকে বাহুগুলোর এই অনুপাত দিয়েই ত্রিকোণমিতির অধিকাংশ প্রশ্ন সহজেই সমাধান করা যায়। শুধু কিভাবে ব্যবহার করতে হবে তা সমাধান করে দেয়া অংকগুলোর ব্যাখ্যা গুলো খুব ভালোভাবে পড়ুন।

৯. 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 30° কোণে উন্নীত করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালটির দৈর্ঘ্য কত? *[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর(সিপাই)-২০২১]*

ক. 9 মি. খ. 18 মি. গ. 8 মি. ঘ. 3 মি. উত্তর: ক

সমাধান: (অতিভুজ আছে, লম্ব বের হবে, তাই sinθ)

ধরি দেয়ালটির উচ্চতা AB = h মি.
দেয়া আছে, AC = 18 মি. এবং $\angle ACB = 30^\circ$
∴ সমকোনী ΔABC থেকে পাই,



$\sin30^\circ = \frac{AB}{AC}$

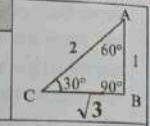
$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{18} \Rightarrow 2h = 18 \therefore h = 9$

সুতরাং দেয়ালটির দৈর্ঘ্য = 9 মি.

শর্টকাট সমাধান: (কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

এখানে, ত্রিভুজটি পাশের চিত্রের মত ভাবুন:

$30^0 : 60^0 : 90^0 = x : \sqrt{3}x : 2x$



এখন, প্রশ্নে দেয়া 18 মিটার হলো 90^0 এর বিপরীত বাহু। অর্থাৎ চিত্রের $2x = 18$ সুতরাং দেয়ালটি 30^0 এর বিপরীত বাহু $x = 18$ এর অর্ধেক 9 হবে। **উত্তর : 9 মিটার।।**

Note: 30^0 কোণের বিপরীত বাহু সব সময় 90^0 কোণের বিপরীত বাহুর অর্ধেক হবে।

18 ফুট উঁচু একটি খুঁটি ভেঙ্গে গেল যে ভাঙ্গা অংশটি বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30°কোণে স্পর্শ করে। খুঁটিটি মাটি হতে কত ফুট উঁচুতে ভেঙ্গেছিল? *[১৪তম বিসিএস+কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]*

ক. 12 ফুট খ. 9 ফুট গ. 6 ফুট ঘ. 3 ফুট উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (ভূমি নেই, তাই লম্ব,অতিভুজ মিলে sinθ)

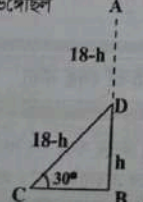
রি, মাটি থেকে h ফুট উঁচুতে খুঁটিটি ভেঙ্গেছিল

রা জানি, $\sin 30^0 = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$= \frac{h}{18-h}$ $[\sin 30^0 = \frac{1}{2}]$

$h = 18 - h$

$h = 18 \therefore h = 6$ ফুট **Ans: 6**



শর্টকাট সমাধান: (কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

এখানে, কোণগুলো, $30^\circ:60^\circ:90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$

এখন, ভেঙ্গে পরার পর ভাঙ্গা অংশ + দন্ডায়মান অংশ মিলে পুরো খুঁটিটি বর্তমানে আছে 90^0 ও 30^0 এর বিপরীতে।

$\therefore x+2x=h+18-h$ (পুরো খুঁটি) $\Rightarrow 3x = 18$

সুতরাং দাঁড়ানো অংশ 30^0 এর বিপরীতে $x = 6$ মিটার।

নিজে করুন:

৫১. একটি 48 মিটার লম্বা খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করল। খুঁটিটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল? *[২৫তম বিসিএস] +[CAAB- (নিরাপত্তা অফিসার)-২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তর (হিসাবরক্ষক)-২০২১]+ [মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (ল্যাবরেটরি সহকারি)-২০২১]*

ক. 14 মিটার খ. 16 মিটার গ. 18 মিটার ঘ. 20 মিটার উত্তর: খ

[**Hints:** আগে নিজে থেকে চিত্র আর্ট করে নিন, $2x+x = 48$ হলে $x = 16$ মিটার]

৫২. 12 মিটার উঁচু একটি গাছ h উচ্চতায় এমনভাবে ভেঙ্গে গেলে যে ভাঙ্গা অংশটি মাটির সাথে ৩০° কোণে মিলিত হল। গাছটি কত উঁচুতে ভেঙেছিল? *[অর্থ মন্ত্রণালয়ের (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০১৫]*

ক. 3 মিটার খ. 4 মিটার গ. 6 মিটার ঘ. 8 মিটার উত্তর: খ

[**Hints:** $12 \div 3 = 4$ মিটার]

৫৩. 18 ফুট উঁচু একটি খুঁটি ভেঙ্গে গেল যে ভাঙ্গা অংশটি বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60°কোণে স্পর্শ করে। খুঁটিটি মাটি হতে কত ফুট উঁচুতে ভেঙেছিল? *[পল্লী উন্নয়ন ও সমবায় মন্ত্রণালয়ের (সহ: প্রকৌশলী)-২০১৭]*

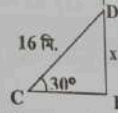
ক. 5 ফুট খ. 8.36 ফুট গ. 12 ফুট ঘ. 38 ফুট উত্তর: খ

৫৪. একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে ভূমির সাথে 30^0 কোণ উৎপন্ন করে। ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 16 মিটার হলে, খুঁটির দৈর্ঘ্য-কতটুকু? *[শিক্ষা অধিদপ্তরের জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর-২০১৮] +[NSI-(ফিল্ড অফিসার)-2021]*

ক. 22 মিটার খ. 24 মিটার গ. 26 মিটার ঘ. 32 মিটার উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (ভূমি নেই, তাই লম্ব,অতিভুজ মিলে sinθ এর সূত্র)

ধরি, সম্পূর্ণ খুঁটি AB এবং খুঁটিটি BD = x মি. উচ্চতায় ভেঙ্গেছে। খুঁটির ভাঙ্গা অংশটি AD = CD = 16 মি. যা ভূমির সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ কোণ উৎপন্ন করে।
সমকোণী Δ BCD থেকে পাই,



$\sin30^\circ = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{16}$

$\Rightarrow 2x = 16 \therefore x = 8$

∴সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = (AD + BD)= 16 + 8 = **24** মি.

শর্টকাট সমাধান: (কয়েক সেকেন্ডে উত্তর)

এখানে, $30^\circ:60^\circ:90^\circ = x : \sqrt{3}x : 2x$ হিসেবে 90^0 এর বিপরীত বাহু $2x = 16$ হলে, 30^0 এর বিপরীত বাহু $x = 8$ মিটার। সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য = 8+16 = **24 মিটার।**

পরামর্শ: আপনারা নিশ্চই এতক্ষণে বুঝতে পেরেছেন MCQ পরীক্ষায় করার জন্য এই নিয়মটা চমৎকার।

নিজে করুন :

৫৫. একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে ভূমির সাথে 30^0 কোণ উৎপন্ন করে। ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 16 মিটার হলে দণ্ডায়মান অংশের দৈর্ঘ্য কত মিটার? *[৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-২০১২]*

[**Hints:** $2x = 16$ হলে $x = 8$ মিটার]

ক. 24 মিটার খ. 8 মিটার গ. 32 মিটার ঘ. $16\sqrt{3}$ মিটার উত্তর: খ

৫৬. একটি লম্বা খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30^0 কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটি 16 মিটার উঁচুতে ভেঙ্গে থাকলে এর উচ্চতা কত? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তরের জুনিয়র ইন্সট্রাক্টর-২০১৮]*

ক. 20 মিটার খ. 24 মিটার গ. 32 মিটার ঘ. 48 মিটার উত্তর: ঘ

[**Hints:** $30^0 : 60^0 : 90^0 = x : \sqrt{3}x : 2x$, এখানে 30^0 এর বিপরীতে $x = 16$ হলে, 90^0 এর বিপরীতে $2x = 32$ হবে। সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির উচ্চতা হবে = 16+32 = **48** মিটার।]

৫৭. একটি গাছের পাদবিন্দু হতে 10 মিটার দূরবর্তী স্থান থেকে গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° হলে গাছটির উচ্চতা কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের সাইফার অফিসার ২০১২]+ [খাদ্য মন্ত্রণালয়(সহকারী প্রোগ্রামার)- ২০২১]*

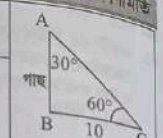
ক. $\sqrt{3}$ মিটার খ. 20 মিটার গ. 30 মিটার ঘ. $10\sqrt{3}$ মিটার উত্তর : ঘ

লিখিত সমাধান: $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} \Rightarrow \tan60^0 = \frac{x}{10} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{10} \quad \therefore x = 10\sqrt{3}$

শর্টকাট সমাধান : এখানে: $\angle A = 30^0$, $\angle C = 60^0$ এবং $\angle B = 90^0$

সুতরাং 30 : 60 : 90 হিসেবে বাহুগুলোর অনুপাত = $x : \sqrt{3}x : 2x$

এখানে, 30^0 এর বিপরীতে, $x=10$ $\therefore$ 60^0 এর বিপরীতে গাছটি হবে $\sqrt{3}x = \sqrt{3} \times 10 = 10\sqrt{3}$



নিজে করুন :

৬৮. একটি মিনারের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে কোনো বিন্দুতে মিনারের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারটির উচ্চতা কত? *(২৪ তম বিসিএস প্রিলি:)*

ক. $20\sqrt{3}$ মিটার খ. 40 মিটার গ. $20/\sqrt{3}$ মিটার ঘ. $10/\sqrt{3}$ মিটার উত্তর : ক

৬৯. একটি মিনারের পাদদেশ থেকে 30 মিটার দূরে ভূতলের কোন বিন্দুতে মিনারের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর?

ক. $30\sqrt{3}$ মিটার খ. 10 মিটার গ. $30/\sqrt{3}$ মিটার ঘ. $10\sqrt{3}$ মিটার উত্তর : ক

৭০. একটি মিনারের পাদদেশ হতে 20 মিটার দূরের একটি স্থান হতে মিনারটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30° হলে মিনারটির উচ্চতা কত? *(৩০তম বিসিএস প্রিলি:)*

ক. $10\sqrt{3}$ মিটার খ. 20 মিটার গ. $10/\sqrt{3}$ মিটার ঘ. $20/\sqrt{3}$ মিটার উত্তর : ঘ

৭১. সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য 240 মিটার। মিনারটির উচ্চতা কত? *(জাতীয় সংসদে (প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০০৬) + [১১তম বেসরকারী প্রভাষক নিবন্ধন-২০১৪]+[তথ্য মন্ত্রণালয়ের অধীনে (প্রকাশনা ও ক্যামেরাম্যান)-২০১৯]*

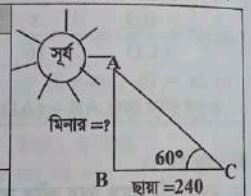
ক. 515.68 মি. খ. 368.68 মি. গ. 415.68 মি. ঘ. 460.6 মি. উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

মনেকরি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মিটার

এখন, $\tan60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{240}$ বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{240}$

$\therefore h = 240 \times \sqrt{3} = 240 \times 1.732 = \mathbf{415.68}$ মিটার (প্রায়)



শর্টকাট: $30^0 : 60^0 : 90^0 = x : \sqrt{3}x : 2x$ এখানে 30^0 এর বিপরীতে

x =240 মিটার হলে 60^0 এর বিপরীতে $\sqrt{3}x = 240 \times \sqrt{3} = \mathbf{415.68}$ মি. (প্রায়)

নিজে করুন :

৭২. **A pole casts a $\sqrt{3}$ m shadow on a ground on an elevation of 60^0. The height of the pole is?** (একটি খুঁটি ভূমিতে $\sqrt{3}$ মিটার ছায়া তৈরী করে। সূর্যের উন্নতি কোণ ৬০° হলে খুঁটিটির দৈর্ঘ্য কত?) *[BSC-Combined Exam –(Officer)-2018]* [**Hints:** $x = \sqrt{3}$ হলে 60^0 এর বিপরীতে $\sqrt{3}x = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 = 3$]

ক. 6 মিটার খ. 8 মিটার গ. 3 মিটার ঘ. 5 মিটার উত্তর: গ

৭৩. একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30^0 কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য কত? *[শিক্ষা প্রকৌশল অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [বাংলাদেশ অভ্যন্তরীণ নৌ-পরিবহন কর্তৃপক্ষ (ট্রাফিক সুপারভাইজার)-২০২১] + [৯ম-১০ম সাধারণ গণিত (অনু: ১০, উদা: ৬ হুবহু)] + [৩১তম বিসিএস লিখিত]*

ক. 36 মিটার খ. 35.6 মিটার গ. 37.32 মিটার ঘ. 38.30 মিটার উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (পাশের চিত্রটি দেখলেই বুঝবেন এখানে দুবার সূত্র প্রয়োগ করতে হবে)

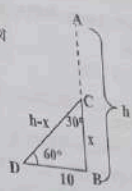
মনে করি, খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য AB = h মিটার,

খুঁটিটি BC = x মিটার উচ্চতায় ভেঙে গিয়ে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভাঙা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে $\angle BCD = 30^\circ$ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে BD = 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে।

এখানে, CD = AC = AB – BC = (h – x) মিটার ।

ΔBCD থেকে পাই,

$\tan\angle BCD = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \tan30^\circ = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{x} \quad \therefore x = 10\sqrt{3}$



আবার, $\sin\angle BCD = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \sin30^\circ = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{h-x} \Rightarrow h - x = 20 \Rightarrow h = 20 + x$

সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য, $h = 20 + 10\sqrt{3} \quad \therefore h = 37.321$ (প্রায়) $\therefore$ খুঁটির দৈর্ঘ্য 37.32 মিটার (প্রায়)।

শর্টকাট: $30^0 : 60^0 : 90^0 = x : \sqrt{3}x : 2x$, এখানে প্রথমে 30^0 এর বিপরীতে $x = 10$ আছে তাই 60^0 এর বিপরীতে $\sqrt{3}x = 10\sqrt{3}$ এবং 90^0 এর বিপরীতে $2x = 20$। সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য, $20 + 10\sqrt{3} = \mathbf{37.32}$ (প্রায়)

নিজে করুন :

৭৪. একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 60^0 কোণ উৎপন্ন করে গাছের গোড়া থেকে $15\sqrt{3}$ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করেছে। সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। *[স্বাস্থ্য শিক্ষা ও পরিবার কল্যাণ বিভাগ (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর)- ২০২১]*

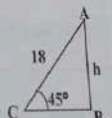
ক. 36 মিটার খ. 20 মিটার গ. 15 মিটার ঘ. 45 মিটার উত্তর: ঘ

৭৫. 18 মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেয়ালটির উচ্চতা কত? *[৯ম-১০ম সাধারণ গণিত (অনু: ১০ এর উদা: ৩ হুবহু)]*

ক. 13.32 মি. খ. 24.5 মি. গ. 12.73 মি. ঘ. 11.75 মি. উত্তর: গ

সমাধান: মনে করি, দেওয়ালটির উচ্চতা AB = h মিটার,

মইটির দৈর্ঘ্য AC = 18 মিটার এবং ভূমির সঙ্গে $\angle ACB = 45^\circ$ উৎপন্ন করে।



ΔABC থেকে পাই,

$\Rightarrow \sin45^\circ = \frac{h}{18} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18} \Rightarrow \sqrt{2}\,h = 18 \therefore h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 9\sqrt{2} = \mathbf{12.73}$

সুতরাং, দেওয়ালটির উচ্চতা = **12.73** মিটার (প্রায়)

শর্টকাট : এখানে: কোণগুলো: 45°:45°:90° অনুপাতে বাহুর অনুপাত $\mathbf{x : x : x\sqrt{2}}$ হবে।

90^0 কোণের বিপরীত বাহু $\sqrt{2}\,x = 18$ মিটার হলে 45^0 এর বিপরীতে হবে $x = 18 \div \sqrt{2} = 9\sqrt{2} = \mathbf{12.73}$

নিজে করুন:

৭৬. একটি গাছের পাদবিন্দু থেকে 19 মিটার দূরবর্তী স্থান থেকে গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 45° হলে গাছটির উচ্চতা কত? *[নরসিংদী উন্নয়ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০০৭]*

ক. 21 মি. খ. 20 মি. গ. 19 মি. ঘ.18 মি. উত্তর: গ

[**Hints: এখানে,** $45:45:90 = x : x : x\sqrt{2}$ হবে। 45^0 এর বিপরীতে 19 হলে অন্য কোণ 45^0 এর বিপরীতেও 19 ই হবে]

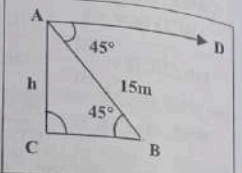
৭৭. একটি মিনারের শীর্ষবিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 15 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45° হলে মিনারটির উচ্চতা কত?

ক. 15 মিটার খ. 30 মিটার গ. 10.6 মিটার ঘ. 24.6 মিটার উত্তর: গ

সমাধান:

মনেকরি, মিনারের শীর্ষবিন্দু A, ভূ-তলের নির্দিষ্ট বিন্দু B এবং শীর্ষবিন্দু হতে ভূ-তলের বিন্দুটির দূরত্ব AB = 15 মিটার। মিনারের শীর্ষবিন্দুতে ভূ-তলের বিন্দু হতে অবনতি কোণ $\angle BAD = \angle ABC = 45°$ একান্তর কোণ। ধরি, মিনারের উচ্চতা AC = h মিটার।

এখন, $\sin 45° = \frac{AC}{AB} = \frac{h}{15}$ বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{15}$ $\therefore h = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15}{1.414} =$ **10.6 মিটার**



শর্টকাট: 45:45:90 = x : x : x√2 থেকে, 90° এর বিপরীতে x√2 = 15 হলে 45° এর বিপরীতে x = 15 ÷ √2

পদ্ধতি-০৫ : অতিভুজের দৈর্ঘ্য নির্ণয়

৭৮. একটি ঘুড়ি ভূমি হতে 55 মিটার উপরে উড়ছে, যার সুতা ভূমির সঙ্গে 60°কোণ উৎপন্ন করে। সুতার দৈর্ঘ্য কত? *[তথ্য মন্ত্রণালয়ের সহ: পরিচালক -২০০১]*

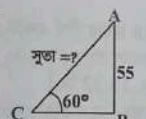
ক. 64.51 মিটার খ. 32.51 মিটার গ. 48.51 মিটার ঘ. 63.52 মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান:

মনেকরি, সুতার দৈর্ঘ্য AC = x মিটার

এখন, $\sin 60^0 = \frac{55}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{55}{x} = \therefore x = \frac{110}{\sqrt{3}} = \frac{110}{1.73} = \frac{110}{1.73} =$ **63.52**

সুতরাং সুতার দৈর্ঘ্য = **63.52 মিটার (প্রায়) উত্তর:**



শর্টকাট: $30^0 : 60^0 : 90^0 = x : \sqrt{3}x : 2x$ এখানে 60^0 এর বিপরীতে, $\sqrt{3}x = 55$ $\therefore x = 55 \div \sqrt{3}$

সুতরাং 90^0 এর বিপরীতে সুতার দৈর্ঘ্য $2x = 2 \times (55 \div \sqrt{3}) = 63.52$ মিটার (প্রায়) **উত্তর: 63.52 মিটার (প্রায়)**

নিজে করুন :

৭৯. একটি ঘুড়ি ভূমি থেকে 55 মিটার উপরে উড়ছে, যার সুতা ভূমির সাথে 30 ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। সুতার দৈর্ঘ্য কত মিটার? *[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ (পোস্টাল অপারেটর): ২০১৯]*

ক. 100 মিটার খ. 220 মিটার গ. 110 মিটার ঘ. 165 মিটার উত্তর: গ

[Hints: $30^0 : 60^0 : 90^0 = x : \sqrt{3}x : 2x$, 30^0 এর বিপরীতে x = 55 হলে, সুতার দৈর্ঘ্য, $2x = 2 \times 55 = 110$মিটার **]**

পদ্ধতি-০৬ : ভূমির দৈর্ঘ্য বের করা

৮০. একটি নদীর এক তীরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার উঁচু একটি গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60^0। নদীটির প্রস্থ কত মিটার? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের (উপ-সহ: প্রকৌশলী)-২০১১]*

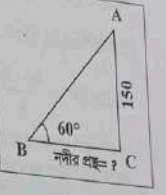
ক. $150\sqrt{2}$ মিটার খ. $100\sqrt{3}$ মিটার গ. 120.5 ঘ. 86.6 উত্তর: ঘ

সমাধান:

মনে করি, নদীটির প্রস্থ, BC = x মিটার।

এখন, $\tan 60° = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = \frac{150}{\sqrt{3}}$ $\therefore x = \frac{150}{1.732} = 86.6$

$\therefore$ সুতরাং নদীর প্রস্থ 86.6 মিটার **উত্তর: 86.6 মিটার**



নিজে করুন :

৮১. একটি গাছের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। গাছটি 26 মিটার উঁচু হলে, ঐ স্থানটি গাছটি থেকে কত দূরে?

ক. 45.03 খ. 40.23 গ. 80.2 ঘ. 60.25 উত্তর: ক

বিবিধ প্রশ্ন:

৮২. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত 1: 2 : 3 এবং ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm; ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. $3\sqrt{3}$ cm খ. 2cm গ. 3 cm ঘ. $2\sqrt{3}$ cm উত্তর : গ

সমাধান:

ধরি, তিনটি কোণ যথাক্রমে x, 2x, 3x [এগুলো কিন্তু বাহু নয়]

এখন, $x+2x+3x = 180° \Rightarrow 6x = 180° \Rightarrow x \therefore x = 30^0$

$\therefore 2x = 2 \times 30 = 60^0$ এবং $3x = 3 \times 30^0 = 90^0$



সুতরাং ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং এখানে অতিভুজ AC এর মান দেয়া আছে,

ভূমি AB এর মান বের করতে হবে সুতরাং ক্ষুদ্রতম বাহু হচ্ছে AB.

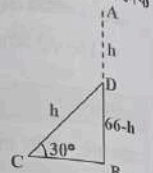
$\therefore \cos 60^0 = \frac{AB}{AC}$ [উপরে ভূমি নিচে অতিভুজ।]

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{6} \Rightarrow AB =$ **3cm**

শর্টকাট: এখানে: কোণগুলো: সুতরাং 30°:60°:90° অনুপাতে বাহুর অনুপাত x : $\sqrt{3}$x : 2x ,বৃহত্তম বাহু 90° এর বিপরীতে 2x = 6 হলে x=3 ই হবে 30^0 এর বিপরীতের ক্ষুদ্রতম বাহু।

লিখিত অংশ

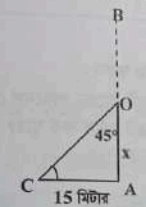
১. 66 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোন উৎপন্ন করে। খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য কত? *[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮ (লিখিত)]*



সমাধান:
ধরি, খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য h মিটার
চিত্রানুসারে, সম্পূর্ণ খুঁটি AB = 66, AD = h = DC ∴ BD = 66 − h
সমকোণী ΔBCD তে, $\sin 30° = \frac{BD}{DC}$

$\Rightarrow \sin 30° = \frac{66-h}{h} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{66-h}{h} \Rightarrow h = 132-2h \Rightarrow 3h = 132 \therefore h = 44$ **উত্তর:** ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য 44 মি.

২. একটি খুঁটি এমন ভাবে ভেঙ্গে গেল যেন তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে 15 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। *[৪০ তম বিসিএস লিখিত]*



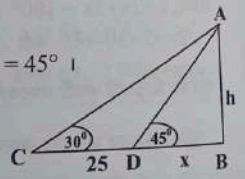
সমাধান:
ধরি, সম্পূর্ণ একটি খুঁটি AB, O বিন্দুতে ভেঙ্গে খুঁটির পাদবিন্দু A থেকে 15 মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।
∴ প্রশ্নমতে, ∠AOC = 45°, AC = 15 মিটার এবং, OB = OC
∴ AOC সমকোণী ত্রিভুজ হতে, ∠ACO = 180° - 90° - 45° = 45°
∴ ∠ACO = ∠AOC ∴ OA = AC = 15 মিটার (সমান কোণের বিপরীত বাহু)
আবার, AOC সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$OC^2 = OA^2+AC^2 \Rightarrow OC^2 = 15^2+15^2 \Rightarrow OC^2 = 2\times15^2 \therefore OC = \sqrt{15^2\times2} \therefore OC = 15\sqrt{2}$

সুতরাং সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য, AB = OA+OB = OA+OC = 15 + $15\sqrt{2}$ = **36.21 মিটার** (প্রায়) (উত্তর)

৩. কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 25 মিটার এগিয়ে এলে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতিকোণ 30° থেকে 45° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় করুন। *[৪১তম বিসিএস লিখিত]*

সমাধান: ধরি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মিটার ।
এবং C বিন্দু থেকে শীর্ষের উন্নতি ∠ACB = 30°
এবং C বিন্দু থেকে মিনারের দিকে CD = 25 মিটার এগিয়ে গেলে শীর্ষের উন্নতি ∠ADB = 45° ।
এখন আবার, ধরি, BD = x মিটার । ∴ BC = 25 + x
সমকোণী ত্রিভুজ ABD এ,



$\tan\angle BDA = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \tan 45° = \frac{h}{x} \Rightarrow 1 = \frac{h}{x} \therefore x = h$ ..... (i)

পুনরায়, ΔABC এ $\tan\angle BCA = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 30° = \frac{AB}{BD+DC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+25}$

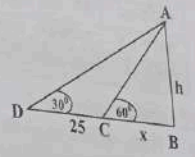
$\Rightarrow \sqrt{3}h = x+25 \Rightarrow \sqrt{3}h = h+25$ [যেহেতু x = h]

$\Rightarrow \sqrt{3}h - h = 25 \Rightarrow h(\sqrt{3}-1) = 25 \Rightarrow h = \frac{25}{\sqrt{3}-1} \therefore h = 34.15$ **(প্রায়)**

সুতরাং মিনারটির উচ্চতা = **34.15 মিটার (প্রায়)**।

৪. একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলেন যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ 60^0। ঐ স্থানে থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30^0 হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার নির্ণয় করুন। *[২২তম বিসিএস, লিখিত] + [জ্বালানী ও খনিজ সম্পদ মন্ত্রণালয় (নিরাপত্তা কর্মকর্তা)-২০১৯]*

সমাধান:
মনেকরি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মি. ও নদীর বিস্তার BC = x মি.
এখানে, ∠BCA = 60°, ∠BDA = 30° এবং CD = 25 মি.
এখানে, $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$



$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC+CD} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+25} \Rightarrow h\sqrt{3} = x+25$ ------ (i)

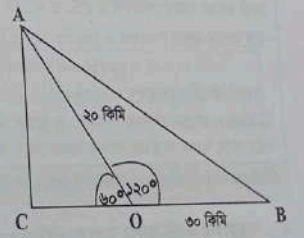
আবার, $\tan 60° = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x\sqrt{3}$ ------- (ii)

h এর মান (i) নং বসিয়ে, $x\sqrt{3}\,.\sqrt{3} = x+25 \Rightarrow 3x - x = 25 \therefore x = 12\frac{1}{2}$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে $h = x\sqrt{3} = \frac{25}{2}\sqrt{3}$ **উত্তর:** নদীর বিস্তার $12\frac{1}{2}$ মি. ও স্তম্ভটির উচ্চতা $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ মি.

৫. একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা ১২০° কোণে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় ১৫ কিমি এবং ঘন্টায় ১০ কিমি বেগে বিপরীত দিকে রওয়ানা হলো। ২ ঘন্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব কত হবে? *[৩৫তম বিসিএস লিখিত পরীক্ষা]*

সমাধান : ১ম ব্যক্তির দূরত্ব OB =15×2=30 কি.মি. এবং ২য় ব্যক্তির দূরত্ব OA =10×2=20 কি.মি.
দুই ব্যক্তির মধ্যে সরাসরি দূরত্ব AB এর মান বের করতে হবে।
[এখানে সমকোণী না থাকায় কোণ ধরে মান বের করার জন্য আগে সমকোণী ত্রিভুজ বানিয়ে তারপর হিসেব করতে হবে।]
BO কে C পর্যন্ত বর্ধিত করে C -তে AC লম্ব টানি। ∠AOC=180°-120° = 60°
এখন, **ΔACO - তে**



$\cos 60° = \frac{CO}{20} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CO}{20} \Rightarrow 2CO = 20, \therefore CO = 10$

আবার, $\tan 60° = \frac{AC}{10} \therefore AC = 10\sqrt{3}$

এখন, $AB^2 = AC^2+BC^2 = (10\sqrt{3})^2+(30+10)^2 = 1900$

$\therefore AB = \sqrt{1900} = 43.59$

সুতরাং, 2 ঘন্টা পরে ঐ ব্যক্তি দুজনের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব হবে = 43.59 কিমি

উত্তর: 43.59 কিমি

নিজে করুন:

৬. একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা 120^0 কোণে চলে গেছে। দুই জন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘন্টায় 10 কিলোমিটার ও ঘন্টায় 8 কিলোমিটার বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো। ৫ ঘন্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর। Ans: 78.1 (প্রায়)
[৯ম-১০ম শ্রেণি: সাধারণ গণিত (অনু : ১৬.১.)]

পরিমিতি

এই অধ্যায়টি ভালোভাবে শেষ করলে আমরা যে নিয়মের অংকগুলো শিখতে পারবো			
পদ্ধতি-০১	ভেতরে বা বাইরে রাস্তা সংক্রান্ত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৫	বৃত্ত সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন
পদ্ধতি-০২	বর্গ এবং আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৬	ঘন জ্যামিতি সম্পর্কিত প্রশ্ন
পদ্ধতি-০৩	সামান্তরিক, রম্বস ও ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত প্রশ্ন	পদ্ধতি-০৭	ইট, টাইলসের সংখ্যা বের করা
পদ্ধতি-০৪	খরচ সংক্রান্ত বিভিন্ন প্রশ্ন	পরিমিতি সংক্রান্ত লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান	

প্রাথমিক আলোচনা:

ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত সম্পর্কিত পরিমিতির সাধারণ অংকগুলো সংশ্লিষ্ট অধ্যায়ের মধ্যেই আলোচনা করা হয়েছে। কিন্তু কিছু প্রশ্ন আরো বেশি আলোচনা করা প্রয়োজন। এখানে অতিরিক্ত অনুশীলনের জন্য ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্তের জটিল কিছু প্রশ্নের সাথে সাথে ঘন জ্যামিতির বেশ কিছু গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন বিস্তারিত আলোচনাসহ সমাধান দেয়া হলো। অধিকাংশ লিখিত পরীক্ষায় এই অধ্যায় থেকে নিয়মিত প্রশ্ন হয়ে থাকে। তাই বুঝে বুঝে সবগুলোই করার চেষ্টা করুন।

পদ্ধতি-০১ : ভেতরে বা বাইরে রাস্তা সংক্রান্ত প্রশ্ন

(১. ক) মাঝামাঝি রাস্তা থাকলে :

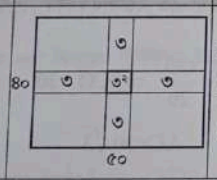
১. ৫০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৪০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝ দিয়ে আড়াআড়িভাবে ৩ মিটার চওড়া দুইটি রাস্তা আছে। রাস্তা দুটির মোট ক্ষেত্রফল কত? *[CAAB (SO)-2021]*

ক. ২৫১ বর্গমিটার খ. ২৬১ বর্গমিটার গ. ১৬১ বর্গমিটার ঘ. ১৬৫ বর্গমিটার উত্তর: খ

সমাধান: (মাঝের বর্গাকার জায়গাটা বাদ দেয়ার বিষয়টা গুরুত্বপূর্ণ)

দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = ৫০×৩ = ১৫০ বর্গমিটার এবং
প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = {৪০×৩-(৩×৩)} বর্গমিটার
= (১২০-৯) = ১১১ বর্গমিটার
সুতরাং রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = (১৫০+১১১) = ২৬১ বর্গমিটার

Note: মাঝের বর্গাকার জায়গাটা দু রাস্তায় থাকায় দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার সাথে হিসেব করে প্রস্থ বরাবার রাস্তার থেকে বাদ দেয়া হয়েছে।



শর্টকাট সমাধান:

(৫০+৪০)×৩ - ৩²
= ২৭০- ৯ = **২৬১ বর্গমিটার**
(দুটা রাস্তা একসাথে যোগ করে প্রস্থ গুণ করলে ক্ষেত্রফল এরপর বর্গাকার জায়গাটা বাদ)

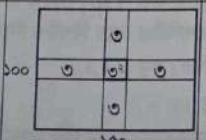
Learning Point: রাস্তার যে অংশটা একাধিকবার হিসেব হবে, সেই অংশটা বাদ দিয়ে হিসেব করতে হবে।

২. আয়তাকার একটি ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য ১৫০ মিটার এবং প্রস্থ ১০০ মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝ দিয়ে ৩ মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে, রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন ? *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.২)]*

ক. ৫২১ বর্গমিটার খ. ৭৩০ বর্গমিটার গ. ৭৪১ বর্গমিটার ঘ. ৭৫০ বর্গমিটার উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (বোর্ড বইয়ের দেয়া নিয়মে সমাধান)

∴ ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল =(১৫০×১০০) = ১৫০০০ বর্গমিটার
রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য = (১৫০-৩) = ১৪৭ মিটার
রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের প্রস্থ =(১০০-৩) = ৯৭ মিটার
∴ রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল=(১৪৭×৯৭)= ১৪২৫৯ ব.মি.
∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (১৫০০০-১৪২৫৯) = **৭৪১ বর্গমিটার (উত্তর)**



শর্টকাটে মাত্র ১০ সেকেন্ডে:

(১৫০+১০০)×৩ - ৩²
= ৭৫০- ৯ = **৭৪১ বর্গমিটার**

দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আলাদা করেও বের করা যায়

নিজে করুন:

৪. ৪০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৩০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝে আড়াআড়িভাবে ১.৫ মিটার প্রশস্ত দুইটি রাস্তা আছে। রাস্তা দুইটির মোট ক্ষেত্রফল কত? *[৮ম শ্রেণি (অনু-৩)]*

ক. ৯৬ বর্গ মিটার খ. ১০২.৭৫ বর্গ মিটার গ. ১০৪.২৫ বর্গ মিটার ঘ. ১০৮ বর্গ মিটার উত্তর: খ

[**Hints:** (৪০+৩০)×১.৫-(১×৫)^২ = ১০৫-২.২৫ = ১০২.৭৫ বর্গমিটার।]

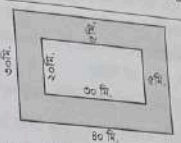
(১. খ) ভেতরে রাস্তা থাকলে:

৪. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৪০ মিটার ও ৩০ মিটার। বাগানটির ভেতরে চারদিকে যদি ৫ মিটার চওড়া রাস্তা থাকে তবে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক. ৬০০ বর্গ মিটার খ. ৫০০ বর্গ মিটার গ. ৪০০ বর্গ মিটার ঘ. ৩০০ বর্গ মিটার উত্তর: ক

সমাধান:

এখানে, রাস্তাসহ আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার
রাস্তাসহ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = (৪০×৩০) = ১২০০ বর্গ মি.
রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = ৪০-(৫+৫) = (৪০-১০) = ৩০ মিটার
রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ = ৩০-(৫+৫)= (৩০-১০) = ২০ মিটার
∴ রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (৩০×২০) = ৬০০ বর্গ মি.
∴ রাস্তাটির ক্ষেত্রফল= (১২০০- ৬০০) বর্গ মি. = ৬০০ বর্গ মি. (উত্তর:)

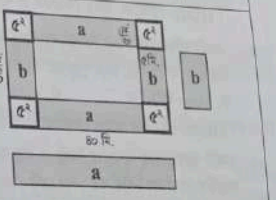


(বড় আয়ত - ছোট আয়ত) = রাস্তার ক্ষেত্রফল
সিলভার কালারের রাস্তার ক্ষেত্রফল ।

ভেতরের রাস্তার শর্টকাট সূত্র: পরিসীমা ×n - 4×n² (n = রাস্তার প্রস্থ)

এখানে, বাগানের পরিসীমা = ২ (৪০+৩০) = ১৪০ মিটার।
∴ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল= ১৪০×৫- (৪×৫²) = ৭০০-১০০ = ৬০০বর্গ মি.

ব্যাখ্যা: পাশের চিত্রটি দেখুন: পরিসীমা নিলে সম্পূর্ণ রাস্তার সাথে চার কর্ণারের ৪টা ৫² রিপিট হয়। তাই কর্ণারের এই ৪টি বর্গ বাদ দিলে রাস্তার ক্ষেত্রফল বের হবে। বাদ দেয়া মানে ফেলে দেয়া নয়, বরং পরিসীমা ধরে হিসেব করার সময় এই অংশগুলো রিপিট হয়েছিল তাই ১ বার বাদ দিলে রিপিট হবে না।



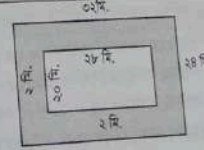
বিকল্প টেকনিক: দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তা দুটির পুরোটা ই নিলে ক্ষেত্রফল = (a+a) = (৪০×৫)+(৪০×৫) = ৪০০ বর্গমিটার।
এরপর প্রস্থ বরাবর ১টি রাস্তার দৈর্ঘ্য = (৩০-৫-৫) = ২০মি. (চিত্রে b) ∴ ২টির ক্ষেত্রফল = (২০×৫) ×২ = ২০০ বর্গমিটার।
সুতরাং ২+২ = ৪টির রাস্তার ক্ষেত্রফল = ৪০০+২০০ = ৬০০ বর্গ মিটার। (উপরের সূত্র প্রয়োগে এই বিষয়টা ই একলাইনে হয়েছে)

৫. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার এবং প্রস্থ ২৪ মিটার। এর ভিতরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? *[২৪তম বিসিএস, লিখিত]+ [বাংলাদেশ পল্লী উন্নয়ন বোর্ড (BRDB)- কর্মকর্তা -২০০৯]*

ক. ৫১০ বর্গ মিটার খ. ২৯৬ বর্গ মিটার গ. ২০৮ বর্গ মিটার ঘ. ৩১২ বর্গ মিটার উত্তর: গ

লিখিত সমাধান:

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = ৩২×২৪ = ৭৬৮ বর্গমিটার
রাস্তা বাদে আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = ৩২ -(২×২) = ৩২-৪ = ২৮ মিটার
রাস্তা বাদে আয়তাকার বাগানের প্রস্থ = ২৪ - (২×২) = ২৪- ৪ = ২০ মিটার
রাস্তা বাদে আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = (২৮×২০)= ৫৬০ বর্গমিটার
∴ রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = (৭৬৮ - ৫৬০) বর্গমিটার = **২০৮ বর্গমিটার**



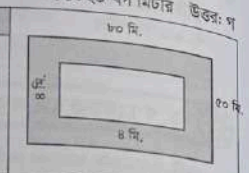
শর্টকাট: ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা ×n - 4×n² = ২(৩২+২৪)×২ - (৪×২²) = ২২৪-১৬ = ২০৮ বর্গ মিটার।

৬. পাড়সহ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার ও প্রস্থ ৫০ মিটার। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুরপাড়ের ক্ষেত্রফল কত? *[কেন্দ্রীয় পুলিশ হাসপাতাল (মেডিক্যাল টেকনোলোজিস্ট)-২০২১]* + *[এনসিটিবি(স্টোর গার্ড)-২০২১]*

ক. ৬০০ বর্গ মিটার খ. ৮৪০ বর্গ মিটার গ. ৯৭৬ বর্গ মিটার ঘ. ১০২০ বর্গ মিটার উত্তর: গ

লিখিত সমাধান: (পাড় সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার অর্থ ভেতরের রাস্তার মত অংক)

পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৮০×৫০) বর্গ মি. = ৪০০০ বর্গ মি.
পাড়বাদে পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৮০-(৪+৪) মিটার = (৮০-৮) = ৭২ মিটার
পাড়বাদে পুকুরের প্রস্থ = ৫০-(৪+৪) মিটার = (৫০-৮) = ৪২ মিটার
∴ পাড়বাদে পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৭২×৪২) বর্গ মি. = ৩০২৪ বর্গ মি.
∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৪০০০- ৩০২৪) বর্গ মি. = ৯৭৬ বর্গ মি. **উত্তর: ৯৭৬ বর্গ মি.**



শর্টকাট: ভেতরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4\times n^2 = 2(৮০+৫০)\times ৪ - (৪\times ৪^2) = ১০৪০-৬৪ = ৯৭৬$ বর্গ মিটার।

নিজে করুন: (লিখিত নিয়মে করার জন্য আগের অংকগুলো দেখুন । এখানে শুধু শর্টকাট হিন্টস দেখানো হলো)

৭. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার। এর ভিতরের চতুর্দিকে ১ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? *[৬ষ্ঠ প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা- ২০১০]*

ক. ১২০ বর্গ মিটার খ. ১২৪ বর্গ মিটার গ. ১৩৬ বর্গ মিটার ঘ. ১৪৪ বর্গ মিটার উত্তর: গ

[**Hints:** ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4\times n^2 = ২(৪০+৩০)\times ১ - (৪\times ১^2) = ১৪০-৪ = ১৩৬$ বর্গ মিটার]

৮. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার। বাগানের ভিতরে সীমানার পাশ দিয়ে ২ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? *[প্রবাসীকল্যাণ ও বৈদেঃ কর্মঃ মন্ত্রণালয়ের জন: কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক ২০০৭]*

ক. ৩৬০ বর্গ মিটার খ. ৪২০ বর্গ মিটার গ. ৪২৪ বর্গ মিটার ঘ. ৪৬০ বর্গ মিটার উত্তর: গ

[**Hints:** ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4\times n^2 = ২(৮০+৩০)\times ২ - (৪\times ২^2) = ৪৪০-১৬ = ৪২৪$ বর্গ মিটার]

৯. একটি জমির দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার। ঐ জমির মাঝে একটি পুকুর খনন করা হল। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। *[মৎস অধিদপ্তর (অফিস সহ:)-এপ্রিল-২০২২]*

ক. ১২০০ বর্গমিটার খ. ১০৫৬ বর্গমিটার গ. ১৬০০ বর্গমিটার ঘ. ৮৪০ বর্গমিটার উত্তর: খ

[**Hints:** ভেতরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n - 4\times n^2 = ২(৮০+৬০)\times ৪ - (৪\times ৪^2) = ১১২০-৬৪ = ১০৫৬$ বর্গ মিটার]

১০. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৬০ মিটার, ৪০ মিটার। এর ভিতরে চতুর্দিকে ২ মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী-(অনু:৩)]*

ক. ৪২০ বর্গ মিটার খ. ৩৯৬ বর্গ মিটার গ. ৪১৬ বর্গ মিটার ঘ. ৩৮৪ বর্গ মিটার উত্তর: ঘ

১১. পাড়সহ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৭০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল কত? *[সহকারী রাসায়নিক পরীক্ষক-২০১২]*

ক. ৫৫৬ খ. ৬২০ গ. ৯৬০ ঘ. ৯৭৬ উত্তর : ঘ

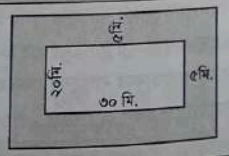
(১. গ) বাহিরে রাস্তা থাকলে:

১২. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৩০ মিটার ও ২০ মিটার। বাগানটির চারদিকে যদি ৫ মিটার চওড়া রাস্তা থাকে তবে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? *[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ (এস্টিমেটর/উপসহকারী প্রকৌশলী): ২০২০]*+ *[কারিগরি ও মাদ্রাসা শিক্ষা বিভাগ(অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ৪০০ বর্গ মিটার খ. ২০০ বর্গ মিটার গ. ৬০০ বর্গ মিটার ঘ. ৫০০বর্গ মিটার উত্তর: গ

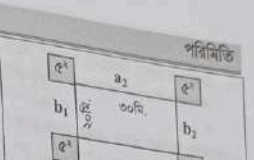
লিখিত সমাধান: (বাহিরে রাস্তা হলে রাস্তা প্রস্থ ২ বার যোগ হয়) | বড় আয়ত - ছোট আয়ত = রাস্তা।

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (৩০×২০) = ৬০০ বর্গ মিটার
রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = ৩০+(৫+৫) = ৪০ মিটার
রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = ২০+ (৫+৫) = ৩০ মিটার
রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (৪০×৩০) = ১২০০ বর্গমিটার
∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (১২০০-৬০০) = ৬০০ বর্গমিটার। **উত্তর: ৬০০ বর্গমিটার।**



বাহিরে রাস্তার ক্ষেত্রফলের শর্টকাট সূত্র: পরিসীমা $\times n + 4\times n^2$ (n = রাস্তার প্রস্থ)

এখানে আয়তাকার বাগানটির পরিসীমা = ২ (৩০+২০) = ১০০ মিটার।
সুতরাং বাইরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = ১০০ ×৫ + ৪×৫^২ = ৫০০+১০০ = ৬০০ বর্গ মি.
ব্যাখ্যা: পাশের চিত্রটিতে বর্গগুলোর মাঝের ফাঁকা রাস্তার যোগফল = $a_1 + a_2 + b_1 + b_2$
= (৩০×৫)+ (৩০×৫)+(২০×৫)+ (২০×৫) = ৫০০ বর্গ মি.
এই বিষয়টা শর্টকাটে = পরিসীমা ×রাস্তার প্রস্থ =২(৩০+২০)×৫ = ৫০০ বর্গমিটার।
সাথে কর্নারের ৪টা বর্গ (৪×৫^২) = ১০০ যোগ করলে রাস্তার মোট ক্ষেত্রফল বের হয়।



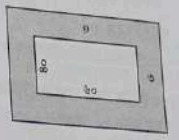
ভেতরে রাস্তা থাকলে এই বর্গ ৪টা বিয়োগ
কিন্তু বাইরে রাস্তা থাকলে এই বর্গ ৪টা যোগ

১৩. একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। *[পুলিশ সাব ইন্সপেক্টর নিয়োগ-২০০৯(লিখিত)]* + *[৮ম শ্রেণি- (অনু: ৩)]*

ক. ৫৪০ বর্গমিটার খ. ৬৩৬ বর্গমিটার গ. ৮৩৬ বর্গমিটার ঘ. ৯২০ বর্গমিটার উত্তর: খ

লিখিত সমাধান: (পুকুর ই যদি ৬০×৪০ হয় তাহলে পাড় অবশ্যই পুকুরের বাইরে।)

দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার এবং পুকুরের প্রস্থ = ৪০ মিটার
∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬০ মি. × ৪০মি.) = ২৪০০ বর্গ মি.
পুকুর পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার
∴ পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৬০ + (৩+৩) = ৬৬ মিটার
পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = ৪০ +(৩+৩) = ৪৬ মিটার
∴ পাড় সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬৬মি.×৪৬মি.) = ৩০৩৬ বর্গ মি.
∴ শুধু পাড়ের ক্ষেত্রফল = (৩০৩৬ - ২৪০০) = ৬৩৬ বর্গ মিটার **(উত্তর:)**



শর্টকাট : পাড়ের ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n + 4\times n^2$ = ২(৬০+৪০)×৩ + ৪×৩^২ = ৬০০+৩৬ = ৬৩৬ বর্গ মিটার।

নিজে করুন:

১৪. ৮০ ফুট দীর্ঘ এবং ৭০ ফুট প্রস্থ একটি বাগানের বাহিরের চতুর্দিকে ৫ ফুট প্রস্থ একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত হবে? *[মাধ্যমিক ও উচ্চমাধ্যমিক শিক্ষা অধিদপ্তর (অফিস সহায়ক)-২০২১]*

ক. ১৬০০ বর্গফুট খ. ১২০০ বর্গফুট গ. ৮৫৫ বর্গফুট ঘ. ৭৫৫ বর্গফুট উত্তর: ক

[**Hints:** বাইরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা $\times n + 4\times n^2$ = ২(৮০+৭০) ×৫ + ৪×৫^২ = ১৫০০+১০০ = ১৬০০বর্গ মি.]

১৫. ২১ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ১৫ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি বাগানের বাইরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি পথ আছে। শুধু রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

ক. ১২০ বর্গমিটার খ. ১৩৬ বর্গমিটার গ. ১৬০ বর্গমিটার ঘ. ২০০ বর্গমিটার উত্তর: গ

[**Hints:** বাইরের রাস্তার ক্ষেত্রফল = পরিসীমা$\times n + 4\times n^2$ = ২(২১+১৫)×২ + ৪×২^২ = ১৪৪+১৬ = ১৬০বর্গ মিটার]

(১. ঘ) রাস্তার ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত ব্যতিক্রমী প্রশ্ন :

১৬. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য ১৫ মিটার, প্রস্থ ১২ মিটার এবং চারপাশে ২ মিটার চওড়া একটি বারান্দা আছে। বারান্দাসহ ঘরের ক্ষেত্রফল কত? *[বেসামরিক বিমান পরিবহন ও পর্যটন মন্ত্রণালয় (অফিস সহায়ক)-২০২০]*

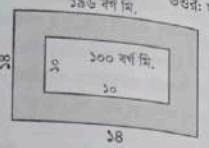
ক. ১৮০ বর্গ মিটার খ. ১৯৬ বর্গ মিটার গ. ৩০৪ বর্গ মিটার ঘ. ২৩৮ বর্গ মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে বারান্দাসহ ঘরের দৈর্ঘ্য = ১৫+(২×২) = ১৯ মিটার এবং বারান্দাসহ প্রস্থ = ১২+(২×২) = ১৬ মিটার।
সুতরাং বারান্দা সহ ক্ষেত্রফল = ১৯×১৬ = ৩০৪ বর্গ মিটার। **(Note:** আগের অংকগুলোর সাথে গুলিয়ে ফেলা যাবে না)

১৭. একটি বর্গাকার বাগানের চারপাশ ঘিরে ২মি. প্রস্থ বিশিষ্ট রাস্তা আছে। রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল ১৯৬ বর্গমিটার হলে রাস্তার ক্ষেত্রফল কত? *[সিভিডিএফ (জুনিয়র অডিটর): ২০১৯] [ICAAB-(এরোস্ট্যাম কর্মকর্তা) ২০২১]*

ক. ১৪৪ খ. ৫২ গ. ৭২ ঘ. ৯৬ উত্তর: ঘ



সমাধান: দেওয়া আছে, রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = ১৯৬ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তাসহ এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{১৯৬}$ = ১৪ মিটার

রাস্তাবাদে বাগানের একবাহুর দৈর্ঘ্য = {১৪ − (২ × ২)} = ১৪ - ৪ = ১০ মি.

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = $(১০)^২$ = ১০০ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তার ক্ষেত্রফল = ১৯৬ − ১০০ = ৯৬ বর্গ মিটার। উত্তর : ৯৬বর্গ মিটার

১৮. একটি বর্গাকার মাঠের বাইরে চারদিকে 5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 500 বর্গমিটার হলে, মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৬.২]*

ক. 200 বর্গমিটার খ. 300 বর্গমিটার গ. 400 বর্গমিটার ঘ. 420 বর্গমিটার উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = x মিটার

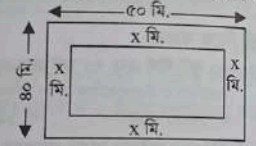
বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $(x + 10)^2 - x^2 = 500 \Rightarrow x^2 + 20x + 100 - x^2 = 500 \Rightarrow 20x = 500 - 100 \Rightarrow 20x = 400 \therefore x = 20$

$\therefore$ বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $(20)^2$ বর্গমিটার = 400 বর্গমিটার $\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল 400 বর্গ মিটার। (উত্তর:)

১৯. ৫০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৪০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতরে চারদিকে সমান চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল ১২০০ বর্গ মিটার হলে, রাস্তাটি কত মিটার চওড়া? *[বাস্তবায়ন পরিবীক্ষণ ও মূল্যায়ণ বিভাগ (অফিস সহকারী কাম মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]*

ক. ২ মিটার খ. ৫ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ২০ মিটার উত্তর:খ



সমাধান:

ধরি, রাস্তাটি = x মি. চওড়া

রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = ৫০-(x+x) = ৫০ - ২x মি.

রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ = ৪০-(x+x) = ৪০ - ২x মি.

প্রশ্নমতে, $(৫০ - ২x) \times (৪০ - ২x) = ১২০০$

$\Rightarrow ২০০০ - ১০০x - ৮০x + ৪x^২ = ১২০০$

$\Rightarrow ৪x^২ - ১৮০x = -৮০০$

$\Rightarrow ৪x^২ - ১৮০x + ৮০০ = ০$

$\Rightarrow ৪x^২ - ১৬০x - ২০x + ৮০০ = ০ \quad \Rightarrow ৪x(x-৪০) - ২০(x-৪০) = ০ \quad \Rightarrow (x-৪০)(৪x-২০) = ০$

হয়, $x - ৪০ = ০ \Rightarrow x = ৪০$ [গ্রহণযোগ্য নহে: কেননা বাগানের ভিতরের রাস্তার চওড়া কখনো বাগানের দৈর্ঘ্য/প্রস্থের সমান হতে পারে না।]

তাহলে, $৪x - ২০ = ০ \Rightarrow ৪x = ২০ \quad \therefore x = ৫$ সুতরাং, রাস্তাটির চওড়া = ৫ মিটার।

শর্টকাট: অপশন থেকে ৫ নিলে, $\{(৫০-(৫+৫)\} \times \{(৪০-(৫+৫)\} = ৪০ \times ৩০ = ১২০০$ হওয়ায় অপশনের ৫ ই উত্তর।

নিজে করুন:

২০. একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার ও প্রস্থ ৩০ মিটার। বাগানের ভিতরে সমান পাড় বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{১}{২}$ অংশ হলে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন। *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৬.২]*

ক. ২৪ মিটার,১৪ মিটার খ. ৩০ মিটার,২৫ মিটার গ. ১০ মিটার,২০ মিটার ঘ. ৩০ মিটার, ২০ মিটার উ: ঘ

[**Hints:** পুকুর পাড়ের বিস্তার = x ধরে, $(৪০ - ২x)(৩০ - ২x) = ১২০০ \times \frac{১}{২}$ $\therefore x = ৫$ থেকে বাকীটা নিজে করুন]

পদ্ধতি-০২ : বর্গ এবং আয়তক্ষেত্র সম্পর্কিত প্রশ্ন

এ অধ্যায়ের চতুর্ভুজের আয়তক্ষেত্র অংশে এই নিয়মের অনেকগুলো প্রশ্ন সমাধান করে দেয়া আছে। দেখে আসতে পারেন।

২১. একটি আয়তক্ষেত্র ও একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা পরস্পর সমান। যদি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের অর্ধেক হয় তবে বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? *[গণপূর্ত অধিদপ্তরের(উপ-সহ: প্রকৌশলী) নিয়োগ -২০১৮]*

ক. 3 : 2 খ. 6 : 5 গ. 4 : 3 ঘ. 9 : 8 উত্তর : ঘ

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x একক এবং দৈর্ঘ্য = 2x একক

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(2x+x) একক = 6x একক = বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা

$\therefore$ বর্গের একবাহু = $\frac{6x}{4} = \frac{3x}{2}$ এবং বর্গের ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{3x}{2}\right)^2 = \frac{9x^2}{4}$

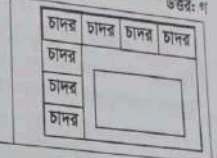
আবার আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $2x \times x = 2x^2$ সুতরাং ক্ষেত্রফলের অনুপাত = $\frac{9x^2}{4} : 2x^2 = 9x^2 : 8x^2 =$ **9:8**

২২. ৫ হাত লম্বা ও ৪ হাত চওড়া কয়টি চাদর দ্বারা ২০হাত বিশিষ্ট একটি বর্গাকার মাঠ আচ্ছাদন করা সম্ভব? *[জেলা নির্বা: অফি:-০৪]*

ক. ১০ টি খ. ১৫ টি গ. ২০ টি ঘ. ২২ টি উত্তর: গ

সমাধান:

পাশের চিত্রটিতে দেখুন ছোট চিত্রগুলো একটি একটি চাদর, বড়টি মাঠ, একটি চাদরের ক্ষেত্রফল ৫×৪ = ২০ বর্গ হাত, অর্থাৎ একটি চাদর দ্বারা ২০ বর্গ হাত জায়গা আচ্ছাদন করা যায়।আবার মাঠের ক্ষেত্রফল $২০^২ = ৪০০$ বর্গ হাত। তাহলে মোট চাদর লাগবে ৪০০÷২০= ২০টি **উত্তর ২০টি**



নিজে করুন:

২৩. ৪ ফুট বর্গের একটি বর্গাকার জায়গা ঢাকতে ৪ বর্গফুট ক্ষেত্রবিশিষ্ট কয়টি পাথর লাগবে? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কর্মচারী)-২০২১]*

ক. ১টি খ. ২টি গ. ৪টি ঘ. ৮টি উত্তর: গ

২৪. যদি ১২ ফুট দীর্ঘ এবং ৯ ফুট প্রস্থ একটি কার্পেট দিয়ে একটি রুমের মেঝের ৬০% জায়গা ঢেকে দেয়া যায় তবে ঐ মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট ? *[সুন্দরবন গ্যাস কোম্পানি লি. (অ্যাসিসটেন্ট কো-অর্ডিনেশন)-২০২০]+ [BBS (খানা পরিসংখ্যানবিদ)-২০২০]*

ক. ৯৬ বর্গফুট খ. ১৬০ বর্গফুট গ. ৬৪ বর্গফুট ঘ. ১৮০ বর্গফুট উত্তর: ঘ

সমাধান: কার্পেটের ক্ষেত্রফল = (১২ × ৯) বা ১০৮ বর্গফুট

ধরি, মেঝের ক্ষেত্রফল = x বর্গফুট

শর্তমতে, x এর ৬০% = ১০৮ $\Rightarrow x = \frac{১০৮ \times ১০০}{৬০} = ১৮০$ $\therefore$ মেঝের ক্ষেত্রফল = ১৮০ বর্গফুট

২৫. একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থের দ্বিগুণ, দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 ফুট বেশি। বাগানটির পরিসীমা 100 ফুট হলে বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত? *[BIWTA-(ট্রাফিক সুপারভাইজার)-২০২১]*

ক. দৈর্ঘ্য 20 ফুট এবং প্রস্থ 15 ফুট খ. দৈর্ঘ্য 30 ফুট এবং প্রস্থ 20 ফুট

গ. দৈর্ঘ্য 40 ফুট এবং প্রস্থ 25 ফুট ঘ. দৈর্ঘ্য 50 ফুট এবং প্রস্থ 30 ফুট উত্তর: খ

সমাধান: ধরি, আয়তাকার বাগানের প্রস্থ = x ফুট $\therefore$ দৈর্ঘ্য = (2x-10) ফুট (প্রস্থকে দ্বিগুণ করলে দৈর্ঘ্যের থেকে ১০ কম হবে)

প্রশ্নমতে, $2(2x+2x-10) = 100 \Rightarrow 3x - 10 = 50 \Rightarrow 3x = 50+10 \quad \therefore x = 20$

$\therefore$ বাগানের প্রস্থ x = 20 ফুট এবং দৈর্ঘ্য = (2x-10) = 2×20-10 = 40-10 = 30 **উত্তর: দৈর্ঘ্য 30 ফুট, প্রস্থ 20 ফুট**

২৬. একটি মাঠের প্রস্থ আরও ১০ মিটার বেশি হলে একটি ১০,০০০ বর্গমিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গাকার মাঠ হতো। মাঠটির প্রস্থ কত? *[স্বাস্থ্য ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের কমিউনিটি হেলথ কেয়ার প্রোভাইডার-২০১৮]*

ক. ৪০ মিটার খ. ৯০ মিটার গ. ১০০ মিটার ঘ. ১০৫ মিটার উত্তর : খ

সমাধান: ধরি, মাঠটির প্রস্থ x মিটার

∴ ১০ মিটার বেশিতে বর্গাকার মাঠের প্রতি বাহু = (x+১০) মিটার।

প্রশ্নমতে, $(x+১০)^২ = ১০০০০ \Rightarrow x+১০=১০০$ [বর্গমূল করে] ∴ x = ১০০-১০ = ৯০ মিটার।

নিজে করুন:

২৭. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৬০ বর্গ মিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি একটি বর্গক্ষেত্রে পরিণত হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন?

ক. ৪০, ৪ খ. ২০, ৮ গ. ১৬, ১০ ঘ. ১০, ১০ উত্তর: গ

[**Hints:** ১৬০ কে ভাঙ্গুন = ১৬×১০ = ১৬০ আবার ১৬ থেকে ৬ বাদ দিলে ১০ ×১০ = বর্গ হয়]

২৮. একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং উহার ক্ষেত্রফল ৮০০ বর্গমিটার হলে, জমিটির পরিসীমা কত মিটার? *[নৌপরিবহন মন্ত্রণালয় ও প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০১৩]*

ক. ৯৬ মিটার খ. ১০০ মিটার গ. ১২০ মিটার ঘ. ১২৪ মিটার উত্তর: গ

[**Hints:** x×২x = ৮০০ থেকে x = ২০ । সুতরাং পরিসীমা = ২(x+২x) = ৬x = ৬×২০ = ১২০মিটার]

২৯. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার কম এবং প্রস্থ ৩ মিটার অধিক হলে এর ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আবার দৈর্ঘ্য ৫ মিটার অধিক এবং প্রস্থ ২ মিটার কম হলেও এর ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। এর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ - *[উপজেলা ও থানা শিক্ষা অফিসার:০৫]*

ক.দৈর্ঘ্য ২০মিটার এবং প্রস্থ ১৫মিটার খ.দৈর্ঘ্য ২২মিটার এবং প্রস্থ ১৪ মিটার

গ.দৈর্ঘ্য ২৪ মিটার এবং প্রস্থ ১৩ মিটার ঘ. দৈর্ঘ্য ২৫ মিটার এবং প্রস্থ ১২ মিটার উত্তর: ঘ

[**Hints:** অপশন থেকে বের করুন: ২৫×১২ = ৩০০, আবার (২৫-৫)×(১২+৩)= ৩০০, আবার (২৫+৫)×(১২-২) = ৩০০, উপরের সবগুলো শর্ত পূরণ করে তাই উত্তর: ঘ . **আবার, সমীকরণ সাজাতে চাইলে:** দৈর্ঘ্য = x ও প্রস্থ = y ধরে ক্ষেত্রফল = xy ১ম শর্তমতে, (x-5) (y+3) = xy এবং ২য় শর্তমতে, (x+5)(y-2) = xy] (অবশিষ্ট অংশ নিজে করুন)

একটির সঙ্গে আরেকটির তুলনা বুঝালে :

পরামর্শ: একটির সাথে অন্য আরেকটির তুলনা করা হলে প্রথমে যার ক্লু দেয়া আছে তা থেকে সমাধান করে অপরটির মান বের করতে হয় ।

৩০. যদি কোনো আয়তের প্রস্থ ৪ মি. এবং এর ক্ষেত্রফল ২৪ মিটার পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফলের সমান হয়, তবে আয়তের পরিসীমা কত হবে? *[উপজেলা/ থানা শিক্ষা অফিসার ২০০৯]*

ক. ৩৬ মিটার খ .২৮ মিটার গ. ১২ মিটার ঘ. ২৬ মিটার উত্তর : ঘ

সমাধান: ধরি, বর্গের ১ বাহু = a তাহলে ৪a = ২৪ ∴a = ৬

সুতরাং বর্গের ক্ষেত্রফল = $a^২ = ৬^২ = ৩৬$ বর্গমিটার । তাহলে আয়তের ক্ষেত্রফল = ৩৬ বর্গমিটার।

যেহেতু দেয়া আছে, আয়তের প্রস্থ ৪ মিটার ∴আয়তের দৈর্ঘ্য = ৩৬÷৪ = ৯।

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ২(৯ + ৪) = **২৬ মিটার**। উত্তর: ২৬ মিটার।

৩১. ৪৮ মিটার দীর্ঘ একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ দৈর্ঘ্যর এক তৃতীয়াংশ । ঐ আয়তক্ষেত্রের সমান পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য *[যোগাযোগ মন্ত্রনালয়ের সহকারী সার্জন: ২০০৫]*

ক. ১৬ মিটার খ .৩২ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ২৮ মিটার উত্তর : খ

সমাধান : আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $৪৮ \times \frac{১}{৩} = ১৬$ মিটার

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ২(৪৮+১৬) মিটার = ১২৮ মিটার

∴ বর্গের পরিসীমা = ১২৮মিটার। সুতরাং বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{১২৮}{৪}$ মিটার = ৩২ মিটার

৩২. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ও একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ ও ক্ষেত্রফল ১২০০ বর্গমিটার হলে বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. ১০০০ বর্গমিটার খ. ১২০০ বর্গমিটার গ. ১৪৪০ বর্গমিটার ঘ. ১৬০০ বর্গমিটার উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার ∴ দৈর্ঘ্য = ৩x মিটার

প্রশ্নমতে, ৩x×x= ১২০০ $\Rightarrow ৩x^২ = ১২০০ \Rightarrow x^২ = ৪০০$ ∴ x = ২০

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২(x+৩x) = ৮x = ৮×২০ = ১৬০ মিটার।

সুতরাং বর্গের পরিসীমাও = ১৬০ মিটার। এখন ধরি, বর্গের একবাহু = a সুতরাং ৪a = ১৬০ ∴a = ৪০

তাহলে বর্গের ক্ষেত্রফল $a^২ = (৪০)^২ = ১৬০০$ বর্গমিটার।

৩৩. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য এর প্রস্থের ৩ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গমিটার। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা - ২০০১]*

ক. ১২৮ মি. খ. ৬৪ মি. গ. ৩২ মি. ঘ. ৪৮ মি. উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার ∴ দৈর্ঘ্য = ৩x মিটার ∴পরিসীমা = ২ (৩x+x) মি. = ৮x মি.

প্রশ্নমতে, ৩x×x= ৭৬৮ $\Rightarrow ৩x^২ = ৭৬৮ \Rightarrow x^২ = ২৫৬$ ∴ x = ১৬

সুতরাং আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা = ৮×১৬ =১২৮ মি.

এখন, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার হলে পরিসীমা ৪a = ১২৮ মিটার ∴ বর্গের একবাহু a = ১২৮ ÷ ৪ = ৩২ মিটার

নিজে করুন:

৩৪. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং ক্ষেত্রফল ৯৬৮ বর্গমিটার। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[আবহাওয়া অধিদপ্তরের সহকারী আবহাওয়াবিদ ২০০৭]*

ক. ১৫ মিটার খ .২০ মিটার গ. ৩০ মিটার ঘ. ৩৩ মিটার উত্তর : ঘ

পদ্ধতি-০৩ : সামান্তরিক, রম্বস ও ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কিত প্রশ্ন

৩৫. একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান। সামান্তরিকের ভূমি 125 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.২)]*

ক. $25\sqrt{2}$ খ . $5\sqrt{2}$ গ. $20\sqrt{2}$ ঘ. $20\sqrt{5}$ উত্তর : ক

সমাধান: সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = (ভূমি ×উচ্চতা) = (125×5) = 625 বর্গমিটার

সুতরাং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলও = 625 বর্গমিটার

তাহলে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{625}$ = 25 মিটার ∴বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $25\times\sqrt{2} = 25\sqrt{2}$ মিটার

৩৬. কোনো ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল ৪০ বর্গমিটার এবং সমান্তরাল বাহু দুইটির মর্ধবর্তী লম্ব দূরত্ব ৮মিটার। একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার হলে, অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত? *[প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (পদ্ম) ২০০৯]*

ক. ৫ মিটার খ .২ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৪ মিটার উত্তর: ঘ

সমাধান: ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল x বাহুদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{২}\times(৬+\text{অপর বাহু})\times৮ = ৪০ \Rightarrow (৬+\text{অপর বাহু})\times৪ = ৪০ \Rightarrow ৬+\text{অপর বাহু} = ১০$ ∴অপর বাহু = ৪ মিটার

৩৭. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য ৫ মিটার ও ৭ মিটার। এর ক্ষেত্রফল ৪৮ বর্গমিটার হলে, বাহু দুইটির মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব কত হবে? *[প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক (শিউলী) ২০০৯]*

ক. ৬ মিটার খ. ৮ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ১২ মিটার উত্তর: খ

সমাধান: আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি × বাহুদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{২} \times (৫ + ৭) \times$ এদের লম্ব দূরত্ব = ৪৮ $\Rightarrow ৬ \times$ এদের লম্ব দূরত্ব = ৪৮ $\therefore$ লম্ব দূরত্ব = ৮ মিটার

৩৮. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্যের অন্তর 8 সে.মি. এবং তাদের লম্ব দূরত্ব 24 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 312 বর্গ সে.মি.। ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। *[৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:৬.২)]*

ক. 17 ও 8 খ. 8 ও 17 গ. 17 ও 9 ঘ. 12 ও 6 উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির দৈর্ঘ্য = a ও b এবং তাদের মধ্যে দূরত্ব = h = 24 সে.মি.

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = 312 বর্গ সে.মি.

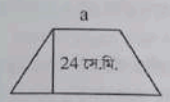
প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times h \times (a+b) = 312 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 24 \times (a+b) = 312 \Rightarrow 12 \times (a+b) = 312$

$\therefore a+b = 26$ ..... (i)

এবং $a-b = 8$ ..... (ii) [যেহেতু পার্থক্য শুরুতেই দেওয়া আছে ৮]

এখন, (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, $2a = 34$ $\therefore a = 17$ সে.মি.

এখন, (i) ও (ii) নং বিয়োগ করে পাই, $2b = 18$ $\therefore b = 9$ সে.মি.



সুতরাং ট্রাপিজিয়ামটির সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য 17 সে.মি. ও 9 সে.মি.। উত্তর: 17 ও 9

পদ্ধতি-০৪ : খরচ সংক্রান্ত বিভিন্ন প্রশ্ন

মনে রাখুন, (i) মোট ক্ষেত্রফল × প্রতি এককে খরচ = মোট খরচ আবার, (ii) $\frac{\text{মোট খরচ}}{\text{প্রতি এককে খরচ}}$ = ক্ষেত্রফল

৩৯. প্রতিমিটার ১০০ টাকা দরে ১০০ মিটার লম্বা ও ৫০ মিটার চওড়া একটি আয়তাকার পার্কের চারিদিকে বেড়া দিতে কত খরচ লাগবে? *[৭ম শ্রেণী-(অনু:৩)]*

ক. ৩০,০০০ টাকা খ. ৩২,০০০ টাকা গ. ৩৫,০০০ টাকা ঘ. ৪০,০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: আয়তাকার পার্কটির পরিসীমা = ২(১০০+৫০) = ২×১৫০ = ৩০০ মিটার

এখন, ১ মিটারে খরচ = ১০০ টাকা

$\therefore$ ৩০০ মিটারে খরচ হবে = ১০০×৩০০ = ৩০,০০০ টাকা উত্তর: ৩০,০০০ টাকা।

৪০. ৩০×১৬ ফুটের একটি মেঝে মেরামত করতে ২৪৯৬ টাকা ব্যয় হল প্রতি বর্গফুটে ব্যয় কত টাকা? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*

ক. ৪.২০ টাকা খ. ৬.২০ টাকা গ. ৫.২০ টাকা ঘ. ৫.৫০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: মেঝের ক্ষেত্রফল = ৩০×১৬ = ৪৮০ বর্গফুট।

মোট খরচ ২৪৯৬ টাকা হলে প্রতি বর্গফুটে খরচ = $\frac{২৪৯৬}{৪৮০}$ = ৫.২০টাকা। উত্তর: ৫.২০টাকা।

৪১. একটি আয়তাকার মেঝের দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের তিনগুণ। যদি মেঝেটি পাকা করতে প্রতি বর্গমিটারে ৩ টাকা হিসাবে ৩২৪ টাকা খরচ হয় তবে মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার? *[বাংলাদেশ লোক-প্রশাসন প্রশিক্ষণ কেন্দ্রের (বিভিন্ন পদ))-২০১৯(আইবিএ)]*

ক. ৬ খ. ১২ গ. ১৬ ঘ. ১৮ উত্তর: ঘ

সমাধান: ধরি, আয়তাকার মেঝের প্রস্থ = x মিটার $\therefore$ দৈর্ঘ্য = ৩x মিটার সুতরাং ক্ষেত্রফল = $৩x^২$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $৩x^২ \times ৩ = ৩২৪ \Rightarrow ৯x^২ = ৩২৪ \Rightarrow x^২ = ৩৬ \Rightarrow x = \sqrt{৩৬}$ $\therefore x = ৬$

$\therefore$ আয়তাকার মেঝের দৈর্ঘ্য = ৩x = ৩×৬ = **১৮ মিটার।**

৪২. একটি ২১ মিটার দৈর্ঘ্য ও ১৫ মিটার প্রস্থ বাগানের বাহিরের দিকে ৩ মিটার প্রশস্ত পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট খরচ কত হবে? *[BSC- Combined-(So)- Exam – 2018 (Set-A)]*

ক. ৬৫০ টাকা খ. ৬৮০ টাকা গ. ৬৯৩ টাকা ঘ. ৬৪০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: বাগানের দৈর্ঘ্য =২১ মিটার ও প্রস্থ =১৫ মিটার

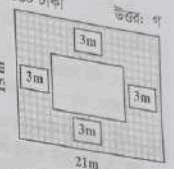
$\therefore$ বাগানের ক্ষেত্রফল = (২১ × ১৫) বর্গমিটার =৩১৫ বর্গমিটার

পথসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = ২১+(৩+৩) মিটার = ২৭ মিটার (দুপাশে ৩মি.বাড়ে)

" " প্রস্থ = ১৫+(৩+৩) মিটার = ২১ মিটার (দুপাশে ৩মি.বাড়ে)

" " ক্ষেত্রফল = (২৭ × ২১) বর্গমিটার = ৫৬৭ বর্গমিটার

$\therefore$ শুধু পথটির ক্ষেত্রফল = (৫৬৭ - ৩১৫) বর্গমিটার = ২৫২ বর্গমিটার



এখন প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট খরচ হবে ২৫২×২.৭৫ = ৬৯৩ টাকা।

শর্টকাট: পথের ক্ষেত্রফল = $২(২১+১৫)\times৩ + ৪\times৩^২ = ২১৬+৩৬ = ২৫২$ এবং খরচ =২৫২×২.৭৫ = ৬৯৩ টাকা।

Note: এক লাইনের চমৎকার এই শর্টকাটের বিস্তারিত ব্যাখ্যা এই টপিকের শুরুর অংকগুলোতে দেয়া আছে।

৪৩. ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ৭.২৫ টাকা দরে ঐ পথ বাঁধানোর জন্য কত খরচ হবে? *[বাংলাদেশ সুপ্রীম কোর্ট, হাইকোর্ট বিভাগ (অফিস সহায়ক)- ২০২১]*

ক. ৭২৩৬ টাকা খ. ৭৫০০ টাকা গ. ৭৬৫৬ টাকা ঘ. ৭৮৬০ টাকা উত্তর: গ

সমাধান: আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = (৮০×৬০) বর্গ.মি. = ৪৮০০ বর্গ মি.

$\therefore$ রাস্তাবাদে আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = {(৮০-৪×২)×(৬০-৪×২)} বর্গ মি. = (৭২×৫২) বর্গ মি. = ৩৭৪৪ বর্গ মি.

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৪৮০০-৩৭৪৪) বর্গ মি. = ১০৫৬ বর্গ মি.

সুতরাং রাস্তাটি পাথর দিয়ে বাঁধতে মোট খরচ হবে = (১০৫৬×৭.২৫) টাকা = ৭৬৫৬ টাকা। উত্তর: ৭৬৫৬ টাকা।

শর্টকাট: পথের ক্ষেত্রফল = $২(৮০+৬০)\times৪ - ৪\times৪^২ = ১১২০-৬৪ = ১০৫৬$ এবং খরচ =১০৫৬×৭.২৫ = ৭৬৫৬ টাকা।

নিজে করুন:

৪৪. ২১ মিটার দীর্ঘ এবং ১৫ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি বাগানের বাইরে চারদিকে ২ মিটার প্রশস্ত একটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে রাস্তাটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত খরচ হবে? *[তিস্তা উন্নয়ন বোর্ড (অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [৮ম শ্রেণি- (অনু:৩)]*

ক. ৩৬০ টাকা খ. ৩৮০ টাকা গ. ৪২০ টাকা ঘ. ৪৪০ টাকা উত্তর: ঘ

[Hints: মোট খরচ =| $২(২১+১৫)\times২ + ৪\times২^২$ | ×২.৭৫ = (১৪৪+১৬)×২.৭৫ =১৬০×২.৭৫ = ৪৪০ টাকা।]

৪৫. ২০ মিটার দীর্ঘ একটি কামরার মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে ৭৫০০ টাকা খরচ হয়। যদি ঐ কামরাটির প্রস্থ ৪ মিটার কম হতো, তবে ৬০০০ টাকা খরচ হতো। কামরাটির প্রস্থ কত? *[অর্থ মন্ত্রণালয়, অর্থ বিভাগ (অফিস সহায়ক)-২০২১]+ [সুরক্ষা সেবা বিভাগ(অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১]+ [বাংলাদেশ পরমাণু কৃষি গবেষণা ইন্সটিউট (ডাটা এন্ট্রি অপারেটর)-২০২১] +[বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর)- ২০২১]+ [৮ম শ্রেণি- (অনু:৩)]*

ক. ১৫ মিটার খ. ২০ মিটার গ. ২৪ মিটার ঘ. ৩০ মিটার উত্তর: খ

সমাধান: খরচ কম হয় = (৭৫০০-৬০০০) = ১৫০০ টাকা

খরচ ১৫০০ টাকা হলে প্রস্থ = ৪ মিটার

$\therefore$ " ৭৫০০ " " " " = $\frac{৪ \times ৭৫০০}{১৫০০}$ = ২০ মিটার। উত্তর: ২০ মিটার

নিজে করুন:

৪৬. একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ৭২০০ টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত? *[৮ম শ্রেণি- (অনু:৩)]*

ক. ৫০ মিটার খ. ৩৭.৫ মিটার গ. ২৫ মিটার ঘ. ৪৮ মিটার উত্তর: খ

৪৭. একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ৭.৫০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১৮২২.৫০ টাকা খরচ হলে মাঠের প্রস্থ কত মিটার? *[বাংলাদেশ বেসামরিক বিমান চলাচল কর্তৃপক্ষ (উপসহকারী প্রকৌশলী/হিসাব সহকারী)-২০২১]*

ক. ২৪৩ খ. ৯ গ. ২৭ ঘ. ৪৮ উত্তর: খ

সমাধান: মাঠের ক্ষেত্রফল $= \frac{১৮২২.৫০}{৭.৫০} = ২৪৩$ বর্গমিটার

মনে রাখুন, $\frac{\text{মোট খরচ}}{\text{প্রতি এককে খরচ}} = \text{ক্ষেত্রফল}$

এখন, ধরি মাঠের প্রস্থ $= x$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $= ৩x$ মিটার

প্রশ্নমতে, $৩x \times x = ২৪৩ \Rightarrow ৩x^2 = ২৪৩ \Rightarrow x^2 = ৮১ \therefore x = ৯$ সুতরাং, মাঠটির প্রস্থ $= x = ৯$ মিটার।

৪৮. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গ মিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে মুড়তে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর। *[৭ম শ্রেণী-(অনু:৩)] +[কাস্টমস এক্সাইজ ও ভ্যাট কমিশনারেট,ঢাকা (সিপাই)-২০২১]+ [BIWTC (অফিস সহ: কাম: কর্মি: মুদ্রাক্ষরিক)-২০২২]*

ক. দৈর্ঘ্য ২১ মি. ও প্রস্থ ৭ মি. খ. দৈর্ঘ্য ২০ মি. ও প্রস্থ ৯ মি.

গ. দৈর্ঘ্য ২১ মি. ও প্রস্থ ৯ মি. ঘ. দৈর্ঘ্য ১৯ মি. ও প্রস্থ ৮ মি. উত্তর: ক

সমাধান: ঘরটির ক্ষেত্রফল $= \frac{১১০২.৫০}{৭.৫০} = ১৪৭$ বর্গমিটার।

ধরি, ঘরের প্রস্থ $= x$ মিটার $\therefore$ দৈর্ঘ্য $= ৩x$ মিটার সুতরাং ক্ষেত্রফল $= ৩x^2$ বর্গমিটার।

প্রশ্নমতে, $৩x^2 = ১৪৭ \Rightarrow x^2 = ৪৯ \therefore x = \sqrt{৪৯} = ৭$ মিটার

সুতরাং ঘরের প্রস্থ $= ৭$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $= (৩\times৭)$ মি. $= ২১$ মি. **উত্তর: ঘরটির দৈর্ঘ্য ২১ মি. ও প্রস্থ ৭ মি.।**

৪৯. আয়তাকার একটি ঘরের দৈর্ঘ্য এর বিস্তারের দেড়গুণ। ঘরটির মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা হারে মোট ২২০৫ টাকা খরচ হলে ঘরটির পরিসীমা কত মিটার? *(বাংলাদেশ ব্যাংক (অফিসার)- ২০১৫)*

ক. ৩৫ খ. ২৯৪ গ. ১৪৭ ঘ. ৭০ উত্তর: ঘ

সমাধান: ঘরটির ক্ষেত্রফল $= \frac{২২০৫}{৭.৫} = ২৯৪$ বর্গমিটার।

এখন ধরি, আয়তকার ঘরের বিস্তার $= 2x$ এবং দৈর্ঘ্য $= ৩x$

প্রশ্নমতে, $৩x\times2x = ২৯৪ \Rightarrow x^2 = ৪৯ \therefore x = ৭$ সুতরাং পরিসীমা $= ২(2x+৩x) = ২\times৫\times৭ = ৭০$ মিটার।

৫০. আয়তাকার একটি ঘরের দৈর্ঘ্য এর বিস্তারের দ্বিগুণ। ঘরটির মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে প্রতি বর্গমিটারে ৬ টাকা হারে মোট ১৯২০০ টাকা খরচ হলে ঘরটির পরিসীমা কত মিটার? *[জাতীয় নিরাপত্তা গোয়েন্দা সংস্থা (NSI)-এর (ফিল্ড অফিসার)-২০১৯]*

ক. ১২০ খ. ২৪০ গ. ২৬০ ঘ. ২৮০ উত্তর: খ

সমাধান: ঘরটির ক্ষেত্রফল $= \frac{১৯২০০}{৬} = ৩২০০$ বর্গমিটার।

ধরি, আয়তাকার ঘরের বিস্তার $= x$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $= 2x$ মিটার

প্রশ্নমতে, $x\times2x = ৩২০০ \Rightarrow x^2 = ১৬০০ \Rightarrow x = \sqrt{১৬০০} \therefore x = ৪০$

$\therefore$ বিস্তার $x = ৪০$ মিটার এবং দৈর্ঘ্য $2x = 2\times৪০ = ৮০$ মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ঘরের পরিসীমা $= ২($দৈর্ঘ্য+প্রস্থ$) = ২(৮০+৪০) = ২৪০$ **মিটার।**

নিজে করুন:

৫১. একটি আয়তাকার মেঝের দৈর্ঘ্য তার প্রস্থের দ্বিগুণ, যদি মেঝেটি পাকা করতে প্রতি বর্গমিটার ২ টাকা হিসাবে ১৪৪ টাকা খরচ হয়, তবে মেঝের দৈর্ঘ্য কত? *[দূর্নীতি দমন ব্যুরোর সহকারী পরিদর্শক : ০৪]*

ক. ১০ খ. ১৪ গ. ১২ ঘ. ১৬ উত্তর: গ

[Hints: প্রস্থ $= x$ এবং দৈর্ঘ্য $= 2x$ হলে, প্রশ্নমতে, $2x\times x = \frac{১৪৪}{২} = ৭২ \therefore x = ৬$ দৈর্ঘ্য $2x = ১২$]

৫২. একটি কূয়ার গভীরতা 14 মিটার এবং ব্যাস 28 মিটার। প্রতি ঘনমিটার 5 টাকা হিসেবে ঐ কূয়ার মাটি খনন করতে মোট কত টাকা খরচ হবে?

ক. 8624 টাকা খ. 43120 টাকা গ. 6160 টাকা ঘ. 3080 টাকা উত্তর: খ

সমাধান: [যে কোন সময় খরচ বের করতে বলা হলে আগে আয়তন বের করে টাকা দিয়ে গুণ করতে হয়]

কূয়াটির গভীরতা 14 মিটার অর্থ উচ্চতা, $h = 14$ মিটার, ব্যাস 28 মিটার হলে এর ব্যাসার্ধ $r = 28\div2 = 14$ মিটার।

সুতরাং কূয়াটির আয়তন $= \pi r^2h = \pi\times14^2\times14 = \frac{22}{7}\times14\times14\times14 = 8624$ ঘন মিটার।

প্রতি ঘনমিটারে 5 টাকা হিসেবে মোট খরচ: $= 8624\times5 = 43120$ টাকা।

উত্তর: 43,120

পদ্ধতি-০৫: বৃত্ত সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রশ্ন

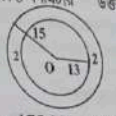
৫৩. একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস 26 মিটার। পার্কটিকে বেষ্টন করে বাইরে 2 মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। পথটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. 175.93 বর্গমিটার খ. 160 বর্গমিটার গ. 164.34 বর্গমিটার ঘ. 168.76 বর্গমিটার উত্তর: ক

সমাধান:

প্রথমে রাস্তা বাদে শুধু পার্কের ব্যাস $= 26$ এবং ব্যাসার্ধ $= 26\div2 = 13$

তাহলে রাস্তা সহ পার্কটির ব্যাসার্ধ $= 13+2 = 15$



পথের ক্ষেত্রফল $= \pi15^2 - \pi13^2 = 3.1416\times225 - 3.1416\times169 = 706.86 - 530.93 = 175.93 = 176$ (প্রায়)

নিজে করুন:

৫৪. একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস 100 মিটার। মাঠের সীমানা ঘেঁষে 5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন?

ক. 1500 বর্গমিটার খ. 1600 বর্গমিটার গ.1649.34 বর্গমিটার ঘ. 1678.44 বর্গমিটার উত্তর: গ

৫৫. বৃত্তাকার একটি পুকুরের ব্যাস ১০০ গজ। পুকুরের পাড়ে ২গজ চওড়া ঘাসে ঢাকা একটি পথ আছে। ঘাসের পথটির ক্ষেত্রফল কত বর্গগজ? *[শ্রম ও কর্ম সংস্থান মন্ত্রণালয় (উপ সহকারি পরিচালক) শ্রম ০১]*

ক. ১১২π খ. ১৮৬π গ. ৯৮π ঘ. ২০৪π উত্তর: ঘ

সমাধান: পুকুরের ব্যাস $= ১০০$গজ $\therefore$ পুকুরের ব্যাসার্ধ $r = ৫০$ এবং পুকুরের ক্ষেত্রফল $\pi r^2 = \pi(৫০)^2 = ২৫০০\pi$ বর্গ গজ

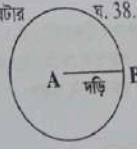
$\therefore$ পথ সহ পুকুরের ব্যাস $r = (১০০+২+২) = ১০৪$ সুতরাং ব্যাসার্ধ $= ৫২$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $\pi r^2 = \pi(৫২)^2 = ২৭০৪\pi$ $\therefore$ ঘাসযুক্ত পথের ক্ষেত্রফল $= (২৭০৪\pi - ২৫০০\pi) = ২০৪\pi$ বর্গ গজ।

৫৬. একটি বৃত্তাকার তৃণক্ষেত্রের 3850 বর্গমিটার পরিমাণ স্থানের ঘাস খেতে পারে এরূপভাবে একটি গরু দড়ি দিয়ে বাঁধা আছে। ঐ দড়িটির দৈর্ঘ্য কত?

ক. 20 মিটার খ. 30.56 মিটার গ. 35.007 মিটার ঘ. 38.50 মিটার উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, তৃণক্ষেত্রটির ব্যাসার্ধ $= r$ (দড়িটিই হচ্ছে ব্যাসার্ধ)

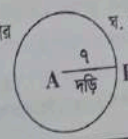


$\pi r^2 = 3850$ or $r^2 = \frac{3850}{3.1416} \therefore r = \sqrt{1225.49} = 35.007$

৫৭. একটি গরু ৭ মিটার দৈর্ঘ্যের দড়ি দিয়ে বাধা আছে। দড়ির বাধাঁ স্থান হতে চারদিকে ঘুরে গরুটি ঘাস খেতে পারে। ঘাসের স্থানের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার?

ক. ১০০ বর্গমিটার খ. ১২০ বর্গমিটার গ. ১৫৪ বর্গমিটার ঘ. ১৬০ বর্গমিটার উত্তর: গ

সমাধান: গরুর দড়ি = বৃত্তাকার জায়গার ব্যাসার্ধ = ৭ মিটার।



$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \frac{২২}{৭}\times৭^2 = ১৫৪$ **উত্তর: ১৫৪ বর্গমিটার**

পদ্ধতি-০৬ : ঘন জ্যামিতি সম্পর্কিত প্রশ্ন

৫৮. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য ৮ মিটার , প্রস্থ ৬ মিটার এবং উচ্চতা ৩ মিটার হলে ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল কত? *[প্রাথ:প্রধান শিক্ষক-০১]*

ক. ৮৪ বর্গমিটার। খ. ৮৬ বর্গমিটার। গ. ৮৮ বর্গমিটার। ঘ. ৯০ বর্গমিটার। উত্তর: ক

✍**সমাধান:** দৈর্ঘ্য বরাবর দেয়াল দুটির ক্ষেত্রফল = ২×(৮×৩) = ৪৮ বর্গমিটার

আবার প্রস্থ বরাবর দেয়াল দুটির ক্ষেত্রফল = ২×(৬×৩) = ৩৬ বর্গমিটার।

সুতরাং দেয়াল ৪টির মোট ক্ষেত্রফল = ৪৮+৩৬ = ৮৪ বর্গমিটার। **উত্তর: ৮৪ বর্গমিটার।**

উপরের হিসেবটাকেই সূত্র আকারে করতে চাইলে: দৈর্ঘ্য = a, প্রস্থ = b এবং উচ্চতা = c ধরে

৪ দেয়ালের ক্ষেত্রফল = 2(bc+ca) = 2c(b+a) = 2×৩ (৬+৮) = ৬×১৪ = ৮৪ **বর্গমিটার।**

[একটি ঘনবস্তুর/ঘরের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল =2(ab+bc+ca) থেকে মেঝে ও ছাদ বাদে সবগুলোই দেয়াল তাই 2ab বাদ]

শর্টকাট টেকনিক : চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল = মেঝের পরিসীমা×উচ্চতা

এখানে মেঝের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) = 2(৮+৬) = ২৮ ∴ চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল= ২৮×৩ = ৮৪.

বাস্তবে ভাবুন: ৪টি দেয়াল কে ধাক্কা দিয়ে একটি সরল রেখা বানালে তার দৈর্ঘ্য হবে দেয়ালের পরিসীমা এবং দেয়ালের উচ্চতা হবে ঐ সম্পূর্ণ পরিসীমার প্রস্থ। এখন পরিসীমা ও প্রস্থ গুণ করলে সবগুলো দেয়ালের ক্ষেত্রফল বের হবে।

নিজে করুন :

৫৯. ঘরের দৈর্ঘ্য ১০ মিটার, প্রস্থ ৮ মিটার এবং উচ্চতা ৪ মিটার হলে ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল কত?

ক. ১৪৪ বর্গ মিটার। খ. ১৮০ বর্গ মিটার। গ. ১৬০ বর্গ মিটার। ঘ. ২০০ বর্গ মিটার। উত্তর: ক

[**Hints:** ৪ দেয়ালের ক্ষেত্রফল = পরিসীমা×উচ্চতা = ২ (১০+৮)×৪ = ৩৬×৪ = ১৪৪ বর্গ মিটার]

এই টেকনিক জানা থাকলে অনেক জায়গায় কিভাবে কাজে লাগানো যাবে দেখুন :

৬০. আয়তাকার পানিপূর্ণ একটি ট্যাংকের দৈর্ঘ্য ৬ মিটার, প্রস্থ ৫ মিটার ও গভীরতা ২ মিটার। প্রতি বর্গমিটার ৭৭ টাকা হারে ট্যাংকের ভেতরের চার দেয়াল রঙ করতে কত টাকা প্রয়োজন? *[জেলা প্রশাসকের কার্যালয়(চট্টগ্রাম)(বিভিন্ন পদ)-মার্চ - ২০২২]*

ক. ৩১২২ টাকা খ. ৩২৩৬ টাকা গ. ৩৩৬০ টাকা ঘ. ৩৩৮৮ টাকা উত্তর: ঘ

✍সমাধান:	কয়েক সেকেন্ডে সমাধানের সুপার টেকনিক :
ট্যাংকটির দৈর্ঘ্য বরাবর একটি দেয়ালের ক্ষেত্রফল = ৬×২ = ১২ বর্গমিটার ট্যাংকটির প্রস্থ বরাবর দেয়ালের ক্ষেত্রফল = ৫×২ = ১০ বর্গমিটার ∴ ৪ টি দেয়ালের মোট ক্ষেত্রফল = (১২×২)+(১০×২) = ২৪+২০ = ৪৪ বর্গমিটার । সুতরাং ট্যাংকটির চার দেয়াল রঙ করতে খরচ = (৭৭×৪৪) = **৩৩৮৮টাকা**	৪ দেয়ালের ক্ষেত্রফল = (পরিসীমা×উচ্চতা) = 2(৫+৬)×২ = ৪৪ বর্গমিটার ∴ মোট খরচ = ৪৪×৭৭ = ৩৩৮৮ টাকা **উত্তর: ৩৩৮৮ টাকা।**

৬১. একটি আয়তাকার লোহার টুকরার দৈর্ঘ্য ৮.৮ সে.মি. ,প্রস্থ ৬.৪ সে.মি. ও উচ্চতা ২.৫ সে.মি.। লোহার টুকরাটিকে ১৫ সে.মি. দৈর্ঘ্য, ৬.২৫ সে.মি. প্রস্থ ও ৪ সে.মি. উচ্চতার আয়তাকার পাত্রে রেখে পানি দ্বারা পূর্ণ করা হলো। লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারি। লোহার টুকরা ওজন নির্ণয় করুন। *[NCTB (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক)-২০২১] + [৮ম শ্রেণি (অনু-০৩)]*

✍**সমাধান:**

লোহার টুকরাটির আয়তন = (৮.৮ × ৬.৪ × ২.৫) = ১৪০.৮ ঘন সে.মি.

এখন আমরা জানি, ১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম (এটা অবশ্যই মনে রাখতে হবে)

এবং দেয়া আছে লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুন ভারী

∴১ ঘন সে.মি. লোহার ওজন = (১×৭.৫) গ্রাম

সুতরাং ১৪০.৮ ঘন সে.মি. লোহার ওজন = (৭.৫ × ১৪০.৮) = ১০৫৬ গ্রাম = **১.০৫৬ কিলোগ্রাম** [১০০০ গ্রাম = ১ কিলোগ্রাম]

উত্তর : লোহার টুকরাটির ওজন ১.০৫৬ কিলোগ্রাম।

৬২. একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রস্থ ৩.৫ মিটার। ঘরটির উচ্চতা ৩ মিটার এবং এর দেয়ালগুলো ১৫ সে.মি. পুরু হলে, চার দেয়ালের আয়তন কত? *[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের জননিরাপত্তা বিভাগ(কম্পিউটার অপারেটর)২০২১]+[৮ম শ্রেণি (অনু: ৩)]*

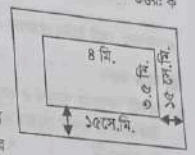
ক. ৭.০২ ঘনমিটার খ. ৭.৫ ঘনমিটার গ. ৭.৬৯ ঘনমিটার ঘ. ৮.২০ ঘনমিটার উত্তর: ক

✍**সমাধান:** দেয়ালের পুরুত্ব ১৫ সে.মি. = $\frac{১৫}{১০০}$ = ০.১৫ মিটার (সবগুলোই মিটার হবে)

দৈর্ঘ্য বরাবর দেয়ালের দৈর্ঘ্য = = {৪ + (২×০.১৫)} = ৪+০.৩ = ৪.৩ মিটার।
(ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য + দুপাশের দেয়ালের পুরুত্ব = পুরো দেয়ালের দৈর্ঘ্য)

সুতরাং দৈর্ঘ্য বরাবর দেয়াল দুটির আয়তন = (৪.৩×৩×০.১৫)× ২টি = ৩.৮৭ ঘনমিটার

আবার প্রস্থের দিকে ২টি দেয়ালের আয়তন = (৩.৫×৩×০.১৫)×২টি = ৩.১৫ ঘনমিটার
(দৈর্ঘ্য বরাবার দেয়াল দুটিতে পুরুত্ব যোগ করায় এখানে মেঝের প্রস্থ = ছোট দেয়ালের দৈর্ঘ্য)



সুতরাং ৪ দেয়ালের মোট আয়তন = (৩.৮৭ + ৩.১৫) = ৭.০২ ঘনমিটার **উত্তর: ৭.০২ ঘনমিটার।**

Turning point: যে কোন এক পাশে পুরুত্ব যোগ করলে অন্য পাশে যোগ করা যাবে না। করলে রিপিট হয়ে যাবে।

পদ্ধতি-০৭: ইট বা টাইলসের সংখ্যা বের করা

৬৩. একটি রেফ্রিজারেটরের বরফ রাখার বাক্সের দৈর্ঘ্য ১০ ইঞ্চি, উচ্চতা ৮ ইঞ্চি ও প্রস্থ ৪ ইঞ্চি। ২ ইঞ্চি প্রতি পাড়ের মোট কতটি বরফখণ্ড এতে ধরবে? *[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১]+ [কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর (উচ্চমান সহকারী)-২০২১]*

ক. ২০ খ. ৩০ গ. ৪০ ঘ. ৪৫ উত্তর: গ

✍**সমাধান:** রেফ্রিজারেটরের আয়তন = (১০×৮×৪) = ৩২০ ঘন ইঞ্চি

এবং একটি বরফ খন্ডের আয়তন = (২×২×২) ঘন ইঞ্চি ∴বরফ খন্ড ধরবে = $\frac{৩২০}{৮}$ = ৪০ টি।

৬৪. একটি ঘরের ৩টি দরজা এবং ৬টি জানালা আছে। প্রত্যেকটি দরজা ২ মিটার লম্বা এবং ১.২৫ মিটার চওড়া, প্রত্যেক জানালা ১.২৫ মিটার লম্বা এবং ১ মিটার চওড়া। ঐ ঘরের দরজা জানালা তৈরি করতে ৫ মিটার লম্বা ও ০.০৬ মিটার চওড়া কয়টি তক্তার প্রয়োজন? *[কর অফ্সল-২ (অফিস সহকারী কম্পিউটার অপারেটর)-২০২১] + [৮ম শ্রেণি (অনু: ৩) সদৃশ]*

ক. ২০ টি খ. ৫ টি গ. ৪০ টি ঘ. ৫০ টি উত্তর: ঘ

✍**সমাধান:** ৩টি দরজার ক্ষেত্রফল = (২×১.২৫) × ৩ = ৭.৫ বর্গমিটার

৬টি জানালার ক্ষেত্রফল =(১.২৫ × ১)×৬ = ৭.৫ বর্গমিটার

দরজা ও জানালার মোট ক্ষেত্রফল = ৭.৫ + ৭.৫ = ১৫ বর্গ.মিটার।

একটি তক্তার ক্ষেত্রফল = (৫×০.০৬) = ০.৩ বর্গমিটার

সুতরাং তক্তার সংখ্যা = $\frac{\text{দরজা ও জানালার মোট ক্ষেত্রফল}}{\text{তক্তার ক্ষেত্রফল}} = \frac{১৫}{০.৩}$ = ৫০টি

৬৫. একটি দেওয়ালের দৈর্ঘ্য ২৫ মিটার, উচ্চতা ৬ মিটার এবং পুরুত্ব ৩০ সে.মি.। একটি ইটের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি., প্রস্থ ৫ সে.মি. এবং উচ্চতা ৩ সে.মি.। দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরী করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর? *প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক (ক্রিসান-খ্রিসান)-২০০৫] + [Sonali Bank Ltd.(SO)-2013+] +[DSCC (উপ-কর কর্মকর্তা): ২০২১]*

ক. ২০০০০০ টি খ. ৩০০০০০ টি গ. ৪০০০০০ টি ঘ. ৫০০০০০ টি উত্তর: খ

✍**সমাধান:** ধরি, দেওয়ালের দৈর্ঘ্য a = ২৫ মিটার = (২৫×১০০) = ২৫০০ সে.মি.

প্রস্থ , b = ৬ মিটার = ৬×১০০ = ৬০০ সে.মি. এবং উচ্চতা, c = ৩০ সে.মি.

দেওয়ালের আয়তন = (২৫০০×৬০০×৩০) ঘন সে.মি.

আবার, একটি ইটের আয়তন = (১০×৫×৩) = ১৫০ ঘন সে.মি.

অর্থাৎ দেওয়ালটিতে মোট ইট লাগবে = $\frac{২৫০০ \times ৬০০ \times ৩০}{১০ \times ৫ \times ৩}$ = ৩০০০০০ টি। [**পরামর্শ :** বুঝে গেলে সরাসরি এই লা

৬৬. ৮ মিটার দীর্ঘ ৬ মিটার উঁচু এবং ২২.৫ সে.মি. পুরুত্ববিশিষ্ট একটি দেয়াল তৈরী করতে ২৫ সে.মি. দৈর্ঘ্য ১১.২৫ সে.মি. উচ্চতা ও ৬ সে.মি পুরু আকারের কতটি ইটের প্রয়োজন ? *[স্ট্যান্ডার্ড ব্যাংক প্রবেশনারী অফিসার-২০০৮]*

ক. ৬১০০ টি খ. ৬২০০ টি গ. ৬৩০০ টি ঘ. ৬৪০০ টি উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট ইটের প্রয়োজন = $\frac{৮০০\times৬০০\times২২.৫}{২৫\times১১.২৫\times৬}$ = ৬৪০০ টি । (এমসিকিউ পরীক্ষায় সরাসরি এভাবে করবেন)

নিজে করুন:

৬৭. একটি সাবানের আকার ৫ সে. মি. × ৪ সে. মি.× ১.৫ সে. মি হলে ৫৫ সে. মি. দৈর্ঘ্য, ৪৮ সে. মি. প্রস্থ এবং ৩০ সে. মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বাক্সের মধ্যে কতটি সাবান রাখা যাবে।

ক. ২৫০০ টি খ. ২৪৬০ টি গ. ২৬৪০ টি ঘ. ৬৪২০ টি উত্তর: গ

৬৮. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গমিটার। প্রতিটি ৪০ সে.মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কতটি পাথর লাগবে? *[৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১৬.২]*

ক. ৩২০০ টি খ. ১০২৪ টি গ. ৬৪০০টি ঘ. ৬০০০ টি উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার ∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৩x মিটার

প্রশ্নমতে, $৩x^2 = ৭৬৮ \Rightarrow x^2 = ২৫৬$ ∴ $x = \sqrt{২৫৬} = ১৬$ ∴ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = ১৬ মি. এবং দৈর্ঘ্য = ৩× ১৬= ৪৮মি.

সুতরাং আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২(৪৮ + ১৬) = ১২৮ মিটার

প্রশ্নানুসারে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = ১২৮ মিটার ∴ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = (১২৮ ÷ ৪) মি.= ৩২ মি.

তাহলে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৩২)^২$ =১০২৪ বর্গমিটার

আবার, বর্গাকার প্রতিটি পাথরের দৈর্ঘ্য = ৪০ সে.মি. = $\frac{৪০}{১০০}$ মিটার = ০.৪ মিটার

∴ বর্গাকার প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল = (০.৪×০.৪) = ০.১৬ বর্গমিটার

∴ বর্গক্ষেত্রটি বাঁধাতে মোট পাথর লাগবে = $\frac{১০২৪}{০.১৬}$ = ৬৪০০ টি।

৬৯. একটি আয়তাকার ঘরের পরিসীমা একটি বর্গাকার ঘরের পরিসীমার সমান। আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫ টাকা দরে ঘরের কার্পেট দিয়ে মুড়তে মোট ১১০২.৫ টাকা ব্যয় হয়। ৪০ সে.মি. বর্গাকার টাইলস দ্বারা বর্গাকার ঘরের মেঝে ঢাকতে কয়টি টাইলস লাগবে? *[মাধ্যমিক ও উচ্চশিক্ষা বিভাগ (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার মুদ্রাক্ষরিক): ২০২১/+ [এনসিটিবি (অফিস সহায়ক):২০২১]/+ ? [এনসিটিবি (সাঁট লিপিকার কাম কম্পিউটার অপারেটর): ২০২১]*

ক. ১০০০ টি খ. ১২০০ টি গ. ১২২৫ টি ঘ. ১৫০০ টি উত্তর: গ

সমাধান: আয়তাকার ঘরের ক্ষেত্রফল = $\frac{১১০২.৫}{৭.৫}$ = ১৪৭ বর্গ মিটার

মনে রাখুন, $\frac{\text{মোট খরচ}}{\text{প্রতি এককে খরচ}}$ = ক্ষেত্রফল

এখন, ধরি, আয়তাকার ঘরের প্রস্থ = x মি. ∴ দৈর্ঘ্য = ৩x মি.

প্রশ্নমতে, $x\times৩x = ১৪৭ \Rightarrow ৩x^2 = ১৪৭ \Rightarrow x^2 = ৪৯$ ∴ x = ৭

সুতরাং আয়তাকার ঘরের পরিসীমা = ২(x+৩x) = ৮x = ৮×৭ = ৫৬

এখন, বর্গাকার ঘরের পরিসীমা ৪a = ৫৬ ∴ ১ বাহু a = ১৪ সুতরাং বর্গাকার ঘরের ক্ষেত্রফল $a^2 = (১৪)^২ = ১৯৬$ বর্গ মিটার।

১টি বর্গাকার টাইলসের দৈর্ঘ্য = ৪০ সে.মি. = ০.৪ মিটার। তাহলে বর্গাকার ১টি টাইলসের ক্ষেত্রফল = $(০.৪)^২ = ০.১৬$ বর্গ মি.

সুতরাং মোট টাইলসের সংখ্যা = $\frac{১৯৬}{০.১৬} = \frac{১৯৬\times১০০}{১৬} = ১২২৫$টি

শর্টকাট: বর্গের ১বাহু ১৪ মিটার বের করার পর সে.মি. ধরে ই সরাসরি টাইলসের সংখ্যা = $\frac{১৪০০\times১৪০০}{৪০\times৪০} = ১২২৫$টি।

লিখিত অংশ

এই অধ্যায়ের অনেক প্রিলির প্রশ্ন লিখিত পরীক্ষায় আবার অনেক লিখিত প্রশ্ন প্রিলির পরীক্ষায় চলে আসে। তাই সবগুলোকে সমান গুরুত্ব দিয়ে আয়ত্ব করার চেষ্টা করুন।

৭০. একটি ৬০ মিটার × ৪০ মিটার বাগানের মাঝ বরাবর ৫ মিটার চওড়া দুটি রাস্তা যথাক্রমে দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বরাবর আছে। রাস্তা দুটি সিমেন্ট দিয়ে বাঁধাতে প্রতি বর্গমিটারে ২৪০ টাকা করে খরচ হলে মোট কত খরচ পড়বে? *[IBBL(ATO)-2017(Written)]*

সমাধান:

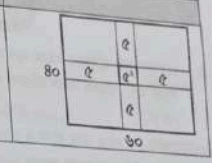
দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = ৬০×৫ = ৩০০ বর্গমিটার এবং

প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = {৪০×৫-(৫×৫)} = (২০০-২৫) = ১৭৫ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = (৩০০+১৭৫) = ৪৭৫ বর্গমিটার

১ বর্গমিটার রাস্তা বাঁধাতে খরচ হয় = ২৪০ টাকা

∴ ৪৭৫ বর্গমিটার রাস্তা বাঁধাতে খরচ হয় = ২৪০×৪৭৫ = ১১৪০০০ উত্তর: ১১৪০০০টাকা



নিজে করুন:

৭১. ৮০ ফুট দীর্ঘ এবং ৬০ ফুট বিস্তৃত একটি বাগানের ঠিক মাঝখানে ৫ ফুট বিস্তৃত দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর দুটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গফুট ২৫ টাকা হারে ঐ রাস্তা ঢালাই করাতে কত খরচ হবে? *[২৯তম বিসিএস লিখিত]* উত্তর: ১৬৮৭৫ টাকা।

[Hints: রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৮০×৫)+ (৬০×৫) - (৫×৫) = ৭০০-২৫ = ৬৭৫ । মোট খরচ = ৬৭৫×২৫ = ১৬৮৭৫ **]**

৭২. বারান্দাসহ একটি খাদ্য গুদামের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ ৫০ মিটার। যদি খাদ্য গুদামের প্রত্যেক পার্শ্বের বারান্দার বিস্তার ৪ মিটার হয় তবে খাদ্য গুদামের বারান্দার ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় করুন। *[খাদ্য মন্ত্রণালয়- (সাঁট মুদ্রাক্ষরিক কাম কম্পিউটার অপারেটর - (২০২২) - (লিখিত)]*

লিখিত সমাধান:

বারান্দা সহ ক্ষেত্রফল = ৮০ × ৫০ = ৪০০০ বর্গ মিটার

বারান্দা ছাড়া দৈর্ঘ্য = { ৮০ − (৪×২)} = ৮০ − ৮ = ৭২ মিটার

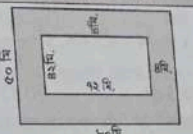
বারান্দা ছাড়া প্রস্থ = {৫০ − (৪×২)} = ৫০ − ৮ = ৪২ মিটার

বারান্দা ছাড়া ক্ষেত্রফল = ৭২ × ৪২ = ৩০২৪ বর্গ মিটার।

সুতরাং খাদ্য গুদামের বারান্দার ক্ষেত্রফল = (৪০০০-৩০২৪) = ৯৭৬ বর্গ মিটার

∴ পরিসীমা = ২(৮০+৫০) + ২(৪২+৭২) = ২৬০ + ২২৮ = ৪৮৮ মিটার।

বড় আয়ত - ছোট আয়ত = রাস্তা।



উত্তর: ৯৭৬ বর্গ মি. এবং ৪৮৮ মিটার।

৭৩. আয়তাকার একটি মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ১.৫ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে? *(৮ম শ্রেণি- অনু: ৩)*

সমাধান: আয়তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $\frac{১০২৬০}{১.৯}$ = ৫৪০০ বর্গমিটার

আয়তাকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ = ২x মিটার ∴ দৈর্ঘ্য = ২x× ১.৫ = ৩x মিটার

প্রশ্নমতে, $২x\times৩x = ৫৪০০ \Rightarrow ৬x^2 = ৫৪০০ \Rightarrow x^2 = ৯০০$ ∴ $x = \sqrt{৯০০} = ৩০$

∴ ক্ষেত্রটির প্রস্থ = ২×৩০ = ৬০ মিটার এবং দৈর্ঘ্য ৩×৩০ = ৯০ মিটার ।

আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা = ২ (৯০+৬০) = ২×১৫০ = ৩০০ মিটার

প্রতি মিটার বেড়া দিতে ব্যয় হয় ২.৫০ টাকা ∴ ৩০০ মিটার বেড়া দিতে ব্যয় হয় (৩০০×২.৫০) টাকা = ৭৫০ টাকা

শর্টকাট: ৩x×২x = (১০২৬০÷১.৯) ⇒ $৬x^2$= ৫৪০০ ∴ x = ৩০ ∴ দৈর্ঘ্য = ৩×৩০ = ৯০ এবং প্রস্থ =২×৩০ =৬০

∴ বেড়া দিতে খরচ = পরিসীমা ×২.৫ টাকা = {২(৯০+৬০)}×২.৫ = ৭৫০ টাকা উত্তর: ৭৫০ টাকা।

বিসিএস প্রিলি: প্রশ্ন এবং উত্তর

যেহেতু বিসিএস প্রিলি: পরীক্ষার বিগত সালের সকল অংক প্রতিটি টপিকের অধীনে সুন্দরভাবে সমাধান করে দেয়া হয়েছে তাই একই সমাধান রিপিট না করার জন্য এখানে প্রশ্ন এবং শুধু উত্তর দেয়া হলো। এরপরও কারো সমাধান দেখার প্রায়াজন হলে প্রদত্ত রেফারেন্স দেখে সংশ্লিষ্ট টপিক থেকে সমাধানটি দেখে নিতে পারেন।

৪৩তম বিসিএস

১. একদল গরু প্রতিবার সমান সংখ্যায় ভাগ হয়ে তিন পথে গমন করে, সাত ঘাটে পানি পান করে, নয়টি বৃক্ষের নিচে ঘুমায় এবং বারো জন গোয়ালা সমান সংখ্যক গরুর দুধ দোয়ায়; তাহলে গরুর সংখ্যা কত?
(ক)522 (খ)252 (গ)225 (ঘ)155 উত্তর: খ

সমাধান: [ল.সা.গু এবং গ.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং ৮৩, অংক নং-২৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. ২০% যৌগিক মুনাফায় মূলধন ১০০০০ টাকা ২ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো। যদি যৌগিক মুনাফা অর্ধ বছর হিসেবে ধরা হয়, তাহলে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?
(ক)১২^{৫} (খ) ১১^{৫} (গ) ১০^{৪} (ঘ) ৯^{৫} উত্তর: খ

সমাধান: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৭১, অংক নং-২০৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. একটি নৌকা পানির লেভেলে বাঁধা দড়ি দ্বারা একটি ডকের দিকে টানা হয়। নৌকাটি যখন ডক থেকে ১২ ফুট দূরে থাকে, তখন নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য পানির উপর ডকের উচ্চতার দ্বিগুণের চেয়ে ৩ ফুট লম্বা হয়। তাহলে ডকের উচ্চতা কত?
(ক)৯ ফুট (খ) ৮ ফুট (গ) ৫ ফুট (ঘ) ৪ ফুট উত্তর: গ

সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯১৩, অংক নং-৬৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. $x=\sqrt{4}+\sqrt{3}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত ?
(ক)$5\sqrt{3}$ (খ) 52 (গ) $5\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{5}$ উত্তর: খ

সমাধান: [মান নির্ণয় অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬২০, অংক নং-১৭৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. $4^x+4^{1-x}=4$ হলে, $x=$ কত?
(ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1 উত্তর: গ

সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬৪, অংক নং-৭০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. $2^{\log_2 3+\log_2 5}$ এর মান কত?
(ক)8 (খ)2 (গ)15 (ঘ)10 উত্তর: গ

সমাধান: এই প্রশ্নটি অনেক সহজ শুধু গুরুত্বপূর্ণ যে সূত্রটি জানতে হবে তা হলো, $a^{\log_a b}=b$ হয়। (উৎস: নবম-দশম শ্রেনি, উচ্চতর গণিত, লগ অধ্যায়য়ের শুরুর আলোচনা) $2^{\log_2 3+\log_2 5}=2^{\log_2 (3\times 5)}=2^{\log_2 15}=15$

৭. বাস্তব সংখ্যার $\frac{1}{3x-5}<\frac{1}{3}$ অসমতাটির সমাধান-
(ক) $-\infty<x<\frac{5}{3}$ (খ) $\frac{8}{3}<x<\infty$
(গ) $-\infty<x<\frac{5}{3}$ অথবা $\frac{8}{3}<x<\infty$ (ঘ) $-\infty<x<\frac{5}{2}$ এবং $\frac{8}{3}<x<\infty$ উত্তর: গ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৫, অংক নং-৫২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $5x-x^2-6>0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $x>3, x<2$ (খ) $2>x>3$ (গ) $x<2$ (ঘ) $2<x<3$ উত্তর: ঘ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৮, অংক নং-৬০ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. $\frac{x-2}{x-1}+\frac{1}{x-1}-2=0$ এর সমাধান সেট কোনটি ?
(ক) $\{\varnothing\}$ (খ) $\{1\}$ (গ) $\{-1\}$ (ঘ) $\{2\}$ উত্তর: ক

সমাধান: [সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭২২, অংক নং-২৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{2}{7}+$ .....ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?
(ক)$S_\infty=\frac{20}{3}$ (খ) $S_\infty=\frac{3}{20}$ (গ) $S_\infty=20$ (ঘ) $S_\infty=3$ উত্তর: খ

সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭১০, অংক নং-৯৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?
(ক)৩০° (খ) ৬০° (গ) ৯০° (ঘ) ১২০° উত্তর: খ

সমাধান: [রেখা ও কোণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৯৫, অংক নং-৩৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে x কোণের মান কত?
(ক) 54^0 (খ)72^0 (গ) 108^0 (ঘ)126^0 উত্তর: ঘ

সমাধান: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৭২, অংক নং-৭৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. $A=\{x\in IN \mid 2<x\le 8\}$
$B=\{x\in IN \mid x$ বিজোড় এবং $x\le 9$ হলে, $A\cap B=$ কত ?
(ক) {3,5,8} (খ){4,5,7} (গ){3,4,5} (ঘ){3,5,7} উত্তর: ঘ

সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৭, অংক নং-৫৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল?
(ক)২৪ (খ)২৫ (গ)৩০ (ঘ) ৬০ উত্তর : খ

সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২২, অংক নং-১৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. A এবং B দুটি ঘটনা যেন, $P(A)=\frac{1}{2}$; $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$ এবং $P(B^C)=\frac{5}{8}$। $P(A^C\cap B^C)=$ কত?
(ক)$\frac{1}{8}$ (খ) $\frac{1}{6}$ (গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{2}$ উত্তর: গ

সমাধান: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫০, অংক নং-৫৯ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪২তম বিসিএস (বিশেষ)

১. ৩০ কি.মি. পথ পাড়ি দিতে আয়নুলের রনির থেকে ২ ঘন্টা সময় বেশি লেগেছে। আয়নুল যদি তার গতি দ্বিগুণ করত তাহলে রনির থেকে ১ ঘন্টা সময় কম লাগত। জয়নুলের গতি কত ছিল?
ক. ৪ কি.মি. খ. ৫ কি.মি. গ. ৬ কি.মি. ঘ. ৭.৫ কি.মি. উত্তর: খ

সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৯, অংক নং-২০৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. আপনার মোবাইল ফোনের মাসিক বিল এসেছে ৪২০ টাকা। যদি ১ বছর পর ১০% বৃদ্ধি পায় এবং আরো ৬ মাস পর ২০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ১৮ মাস পর আপনার বিল কত হবে?
ক. ৫৬০.২০ টাকা খ. ৫৫৪.৪০ টাকা গ. ৬২০.৬০ টাকা ঘ. ৭৩০.৮০ টাকা উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৯, অংক নং-২০৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. টাকায় ৩টি এবং টাকায় ৫টি দরে সমান সংখ্যক আমলকি ক্রয় করে এক ব্যক্তি টাকায় ৪ টি করে আমলকি বিক্রয় করলেন। ঐ ব্যক্তির শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হলো নির্ণয় করুন।
ক. ৪.২৫% টাকা লাভ খ. ৫.২৫% টাকা ক্ষতি গ. ৬.২৫% টাকা ক্ষতি ঘ. ৭.২৫% টাকা লাভ উত্তরঃ গ

সমাধানঃ [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪০২, অংক নং-২১৮ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. $\log_{\frac{1}{9}} = -2$ হলে, x এর মান কত? *[৪২তম বিসিএস প্রিলি: (বিশেষ)]*
ক. 3 খ. 2 গ. 1/3 ঘ. - (1/3) উত্তরঃ ক

সমাধানঃ [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৮১, অংক নং-৫২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. এক ব্যক্তি ব্যাংকে ৫১০ টাকার চেক দিয়ে ২০ টাকার এবং ৫০ টাকার নোট প্রদানের জন্য অনুরোধ করলেন। কত প্রকারে তার অনুরোধ রক্ষা করা সম্ভব?
ক. ৩ প্রকারে খ. ৪ প্রকারে গ. ৬ প্রকারে ঘ. ৫ প্রকারে উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [সরল সমীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৪৫, অংক নং-৮২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. $5+8+11+14$ ..... ধারাটির কত তম পদ 302?
ক. 60 তম পদ খ. 70 তম পদ গ. 90 তম পদ ঘ. 100 তম পদ উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৯৩, অংক নং-১১ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. $P(A)=\frac{1}{3}$; $P(B)=\frac{2}{3}$; A ও B স্বাধীন হলে $P\left(\frac{B}{A}\right)$ = কত?
ক. $\frac{3}{4}$ খ. $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{1}{3}$ ঘ. $\frac{1}{4}$ উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫১, অংক নং-৬২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $x^2-3x-10>0$ অসমতাটির সমাধান কোনটি?
ক. $(-\infty,-1)\cup(4,+\infty)$ খ. $(-\infty,-2)\cup(5,+\infty)$ গ. $(\infty,2)\cup(5,+\infty)$ ঘ.$(-5,-\infty)\cup(\infty,2)$ উঃ খ

সমাধানঃ [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৯, অংক নং-৬৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৯ মিটার এবং প্রস্থ ২.২৫ মিটার। চৌবাচ্চাটির গভীরতা কত?
ক. ১.৫ মিটার খ. ২.৫ মিটার গ. ৩ মিটার ঘ. ৩.৫ মিটার উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [ঘন জ্যামিতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৯৩, অংক নং-৭৩ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. $\sec A+\tan A=\frac{5}{2}$ হলে, $\sec A-\tan A$ = ?
ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{1}{5}$ গ. $\frac{2}{5}$ ঘ. $\frac{5}{2}$ উত্তরঃ গ

সমাধানঃ [ত্রিকোণমিতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৯৯, অংক নং-১৮ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪১তম বিসিএস

১. $\sqrt{-8}\times\sqrt{-2}$ = কত?
(ক) 4 (খ) 4 i গ) -4 (ঘ) - 4i উত্তরঃ গ

সমাধানঃ [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ১৩, অংক নং-৬৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. $\frac{৫}{১২}, \frac{৬}{১৩}, \frac{১১}{২৪}$, এবং $\frac{৩}{৮}$ এর মধ্যে সবথেকে বড় ভগ্নাংশ কোনটি?
(ক) $\frac{৫}{১২}$ (খ) $\frac{৬}{১৩}$ (গ) $\frac{১১}{২৪}$ (ঘ) $\frac{৩}{৮}$ উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [ভগ্নাংশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ১০৭, অংক নং-৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. চিনির মূল্যে ১০% কমে যাওয়ায় চিনির ব্যবহার শতকরা কত ভাগ বাড়ালে চিনি বাবদ খরচ একই থাকবে?
(ক) ৮% (খ) $৮\frac{১}{৩}$% (গ) ১০% (ঘ) $১১\frac{১}{৯}$% উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৫, অংক নং-১৮৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত?
(ক) ৯৪০ টাকা (খ) ৯৬০ টাকা (গ) ৯৬৮ টাকা (ঘ) ৯৮০ টাকা উত্তরঃ গ

সমাধানঃ [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৬৩, অংক নং-১৭৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. $a+b=7$ ও $ab=12$ হলে, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ এর মান কত?
(ক) $\frac{3}{25}$ (খ) $\frac{25}{144}$ (গ) $\frac{31}{144}$ (ঘ) $\frac{11}{49}$ উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৫৯৭, অংক নং-৪০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. $5^x+8.5^x+16.5^x=1$ হলে, x এর মান কত?
(ক) -3 (খ) -2 (গ) -1 (ঘ) -1/2 উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৫৮, অংক নং-৩১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. $x+2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}=0$ হলে, x^3+6 এর মান কত?
(ক) 4x (খ) 6x (গ) 4 (ঘ) 8 উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬৬, অংক নং-৮০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $\log_2 \log\sqrt{e^{e^2}}$ = ?
(ক) -2 (খ) -1 (গ) 1 (ঘ) 2 উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৭৯, অংক নং-৩৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. $0.১২+0.00১২+0.0000১২+$ .....ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল
(ক) $\frac{৪}{৩৩}$ (খ) $\frac{৪}{৯৯}$ (গ) $\frac{১১২}{৯৯}$ (ঘ) $\frac{১৪}{৯৯}$ উত্তরঃ ক

সমাধানঃ [সমান্তর ও গুণোত্তর ধার অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৯, অংক নং-৯১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. 5 জন পুরুষ ও 4 জন মহিলার একটি দল থেকে একজন পুরুষ ও দুইজন মহিলা নিয়ে কত প্রকারে একটি কমিটি গঠন করা যাবে?
(ক) 10 (খ) 15 (গ) 25 (ঘ) 30 উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৩, অংক নং-২২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-
(ক) $\frac{১}{২২}$ (খ) $\frac{১}{৬৪}$ (গ) $\frac{১}{৬০}$ (ঘ) $\frac{২}{৬৫}$ উত্তরঃ ক

সমাধানঃ [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫৫, অংক নং-৮৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. $|x-2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x+5 < n$ হবে ?
(ক) m = 1, n = 10 (খ) m = 2, n = 20 (গ) m = 3, n = 30 (ঘ) m = 4, n = 40 উত্তর: খ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭২, অংক নং-৩৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. ΔABC এর $\angle A = 40^0$ এবং $\angle B = 80^0$ । $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\angle CDA$ =?
(ক) 110^0 (খ) 100^0 (গ) 90^0 (ঘ) 80^0 উত্তর: ক

সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯০৪, অংক নং-২১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?
(ক) ৫% (খ) ১০% (গ) ২০% (ঘ) ২৫% উত্তর:ক

সমাধান: [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৪৩, অংক নং-৮৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. ৬ সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তস্থ একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
(ক) $২১\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (খ) $২৩\sqrt{2}$ বর্গ সে.মি. (গ) $২৫\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (ঘ) $২৭\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. উত্তর: ঘ

সমাধান: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৭৫, অংক নং-৮৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪০তম বিসিএস

১. নীচের কোন পূর্ণ সংখ্যাটিকে ৩,৪,৫ এবং ৬ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ১, ২, ৩ ও ৪ অবশিষ্ট থাকে ?
ক. ৪৮ খ. ৫৪ গ. ৫৮ ঘ.৬০ উত্তর: গ

সমাধান: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৫, অংক নং-৪৪ এর সদৃশ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. একটি মটর সাইকেল ১২% ক্ষতিতে বিক্রি করা হল। যদি বিক্রয়মূল্য ১২০০ টাকা বেশি হতো, তাহলে ৮ % লাভ হতো। মটর সাইকেলের ক্রয়মূল্য
ক. ৬০০০ টাকা খ. ৫০০০ টাকা গ. ৪০০০ টাকা ঘ. ৮০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৩৬৯, অংক নং-৬৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. ৪৫০ টাকা বার্ষিক ৬% সুদে কত বছরে সুদে-আসলে ৫৫৮ টাকা হবে ?
ক. ৩ বছরে খ. ৪ বছরে গ. ৫ বছরে ঘ. ৬ বছরে উত্তর: খ

সমাধান: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৪৩৯, অংক নং-৮২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত 4:3। তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত 5:4। পনিরের আয় 120 টাকা হলে, রবিনের আয় কত ?
ক. 36 টাকা খ. 12 টাকা গ. 72 টাকা ঘ. 84 টাকা উত্তর: গ

সমাধান: [অনুপাত-সমানুপাত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৪৯৬, অংক নং-৯৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. $\frac{(০.৯)^{\circ} + (০.৪)^{\circ}}{০.৯ + ০.৪}$ এর মান কত ?
ক. ০.৩৬ খ. ০.৫১ গ. ০.৮১ ঘ. ০.৬১ উত্তর: ঘ

সমাধান: [সরলীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-১৪০, অংক নং-২৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$
ক. 3 খ. 2 গ. 1 ঘ. 0 উত্তর: ঘ

সমাধান: [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৬১৬, অংক নং-১৬১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. $x^{3\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ হলে, x এর মান কত ? *[৯ম-১০ম(উচ্চতর গণিত) (৯.১ এর উদা:১১ দ্রষ্টব্য)]*
ক. $\frac{3}{2}$ খ. $\frac{4}{9}$ গ. $\frac{9}{4}$ ঘ. $\frac{2}{3}$ উত্তর: গ

সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৬৫৯, অংক নং-৩৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. কোন শর্তে $\log_a 1 = 0$
ক. $a > 0, a \neq 1$ খ. $a \neq 0, a > 1$ গ. $a > 0, a = 1$ ঘ. $a \neq 1, a < 0$ উত্তর: ক

সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৬৭৫, অংক নং-০১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. নীচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা ?
ক. $0.\dot{4}$ খ. $\sqrt{9}$ গ. $5.\dot{6}\dot{3}\dot{9}$ ঘ. $\sqrt{\frac{27}{48}}$ উত্তর: নেই

সমাধান: [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-১৩, অংক নং-৬০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. $3x-2 > 2x-1$ এর সমাধান সেট কোনটি ?
ক. $[1, \infty)$ খ. $(1, \infty)$ গ. $[\frac{1}{2}, \infty)$ ঘ. $[-1, \infty)$ উত্তর: খ

সমাধান: [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৭৪, অংক নং-৪৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণে মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি -
ক. বাস্তব ও সমান খ. বাস্তব ও অসমান গ. অবাস্তব ঘ. পূর্ণ বর্গ সংখ্যা উত্তর: খ

সমাধান: [দ্বিঘাত-সমীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৭৫৫, অংক নং-১৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. $P = \{x : x, 12$ এর গুণনীয়ক সমূহ$\}$ এবং $Q = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 12\}$ হলে, P-Q কত ?
ক. {1,2,4} খ. {1,3,4} গ. {1,3,6} ঘ. {1,2,6} উত্তর: ক

সমাধান: [সেট ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৭৭৪, অংক নং-৩৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

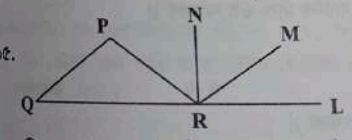
১৩. $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ অনুক্রমটির চতুর্থ পদ কোনটি ?
ক. -1 খ. 1 গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. 0 উত্তর: খ

সমাধান: [ত্রিকোণমিতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-১০০৩, অংক নং-৪৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. ৬ জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কতভাবে বিভক্ত করা যায় ?
ক. ১০ খ. ২০ গ. ৬০ ঘ. ১২০ উত্তর: ক

সমাধান: [সেট ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৩১, অংক নং-৫৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫.



চিত্রে, $\angle PQR = 55^0$, $\angle LRN = 90^0$ এবং PQ || MR, PQ = PR হলে, $\angle NRP$ এর মান নীচের কোনটি ?
ক. 90^0 খ. 55^0 গ. 45^0 ঘ. 35^0 উত্তর: ঘ

সমাধান: [সেট ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং-৮৯৭, অংক নং-৪৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৯তম বিসিএস (বিশেষ)

১. $C = \{x : x$ ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 18\}$; C সেটের উপাদানগুলো হবে-
ক.1,2,3,5 খ. 1,3,5,7 গ. 2,4,6,8 ঘ. 1,2,3,4 উত্তর: ঘ

সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭১, অংক নং-১৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. একটি দ্রব্য 180 টাকায় বিক্রয় করায় 10% ক্ষতি হল। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ?
ক. 162 টাকা খ. 198 টাকা গ. 200 টাকা ঘ. 210 টাকা উত্তর: গ

সমাধান: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩৬৭, অংক নং-৫৫(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 18 সে.মি. এবং প্রস্থ 10 সে.মি.। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে 25 সে.মি. করা হলো। আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ কত হলে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকবে ?
ক. 7 সে.মি. খ. 7.1 সে.মি. গ. 7.2 সে.মি. ঘ. 7.3 সে.মি. উত্তর: গ

সমাধান: [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৩২, অংক নং-১৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. $|1-2x| < 1$ এর সমাধান ?
ক. $-2 < x < 1$ খ. $-1 < x < 0$ গ. $0 < x < 1$ ঘ. $-1 < x < 1$ উত্তর: গ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭২, অংক নং-৩৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. দুইটি সংখ্যার অনুপাত 7:5 এবং তাদের ল.সা.গু 140 হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত ?
ক. 6 খ. 9 গ. 4 ঘ. 12 উত্তর: ঘ

সমাধান: [ল.সা.গু-গ.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৪, অংক নং-৮৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে ?
ক. ৯ তম পদ খ. ১০ তম পদ গ. ১১ তম পদ ঘ. ১২ তম পদ উত্তর: ক

সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৬, অংক নং-৭৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. ${}^nC_{12} = {}^nC_6$ হলে n এর মান কত ?
ক. 12 খ. 14 গ. 16 ঘ. 18 উত্তর: ঘ

সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২০, অংক নং-৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $2x^2+5x+3 < 0$ এর সমাধান কোনটি ?
ক. $-\frac{3}{2} < x < -1$ খ. $-\frac{3}{2} < x < 1$ গ. $-\frac{3}{2} \le x \le 1$ ঘ. $-\frac{3}{2} < x \le 1$ উত্তর: ক

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭৮, অংক নং-৬১ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. বার্ষিক শতকরা 10% হারে 1000 টাকার 2 বছর পর সরল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত ?
ক. 10 টাকা খ. 11 টাকা গ. 11.5 টাকা ঘ. 12 টাকা উত্তর: ক

সমাধান: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৬৭, অংক নং-১৯০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. $125\left(\sqrt{5}\right)^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত?
ক. 3 খ. -3 গ. 7 ঘ. 9 উত্তর: ঘ

সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬১, অংক নং-৫২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৮তম বিসিএস

১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
(ক) $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ (খ) $\frac{2}{3}a^2$ (গ) $\frac{2}{\sqrt{3}}a^2$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ উত্তর: ঘ

সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯১৮, অংক নং-৯২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. রি. রেজা তাঁর সম্পদের ১২% স্ত্রীকে,৫৮% ছেলেকে এবং অবশিষ্ট ৭২০০০০ টাকা মেয়েকে দিল। তাঁর সম্পদের মোট মূল্য কত?
(ক) ২৪,০০,০০০টাকা (খ) ২০,০০,০০০ টাকা (গ) ১৬,০০,০০০ টাকা (ঘ) ১২,০০,০০০ টাকা উত্তর: ক

সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩১৭, অংক নং-১৫১ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. $x = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ হলে, $x^3+\frac{1}{x^3}$ - এর মান নির্ণয়করুন।
(ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$ (গ) $12\sqrt{3}$ (ঘ) 8 উত্তর: খ

সমাধান: [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬১৯, অংক নং-১৭৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. $\text{Log}_x\left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে $x =$ কত?
(ক) 2 (খ) $\sqrt{2}$ (গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) 4 উত্তর: গ

সমাধান: [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৮১, অংক নং-৫৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. $2^x+2^{1-x} = 3$ হলে $x =$ কত?
(ক) (1,2) (খ) (0,2) (গ) (1,3) (ঘ) (0,1) উত্তর: ঘ

সমাধান: [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬৪, অংক নং-৭১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. একটি কোণের মান তার পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?
(ক) ৬০° (খ) ৪৫° (গ) ৩০° (ঘ) ২৫° উত্তর: গ

সমাধান: [রেখা ও কোণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৯৪, অংক নং-২১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. ΔABC এ $\angle B = 90^0$, যদি $AC = 2AB$ হয় তবে, $\angle C$ এর মান কত ?
ক. 45^0 খ. 22.5^0 গ. 30^0 ঘ. 60^0 উত্তর: গ

সমাধান: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯২৫, অংক নং-১৩২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $A = \{x : x \text{ Fibonacci সংখ্যা এবং } x^2 < 64\}$ হলে, P(A) এর উপাদান কয়টা ?
ক. 128 খ. 32 গ. 64 ঘ. 256 উত্তর: খ

সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৫, অংক নং-৪২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. 4 জন মহিলা ও 6 জন পুরুষের মধ্য থেকে 4 সদস্য বিশিষ্ট একটি উপ-কমিটি গঠন করতে হবে যাতে 1 জন নির্দিষ্ট পুরুষ সর্বদায় উপস্থিত থাকেন। কত প্রকারে ঐ কমিটি গঠন করা যেতে পারে ?
ক. 210 খ. 304 গ. 84 ঘ. 120 উত্তর: গ

সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৭, অংক নং-৪০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. 30 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা থেকে যে কোন একটিকে ইচ্ছে মত নিলে সে সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত ?
ক. $\frac{5}{11}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{6}{11}$ উত্তর: ক

সমাধান: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫৪, অংক নং-৮৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. টাকায় ৫টি মার্বেল বিক্রয় করায় ১২% ক্ষতি হয়। ১০% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি বিক্রয় করতে হবে?
(ক) ৪টি (খ) ৩টি (গ) ২টি (ঘ) কোনটিনয় উত্তর: ক

সমাধান: [লাভক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪০১, অংক নং-২১২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. বাস্তব সংখ্যায় $|2x-3| \le 1$ অসমতাটির সমাধান-
(ক) $1 < x < 2$ (খ) $1 \ x \le 1$ অথবা $x \ge 2$ (গ) $1 \le x \le 2$ (ঘ) $-1 < x < 12$ উত্তর: গ

সমাধান: [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭২, অংক নং-৩৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি 18 এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল 75 হলে প্রথম পদটি কত?
(ক) ২ (খ) ১০ (গ) 8 (ঘ) ১২ উত্তর: ঘ

◆সমাধানঃ [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০০, অংক নং-৫২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. দুইটি সংখ্যার অনুপাত ২ : ৩ এবং গ.সা.গু 8 হলে, বৃহত্তর সংখ্যাটি কত?
(ক) ৬ (খ) ১২ (গ) ৮ (ঘ) ১৬ উত্তর: খ

◆সমাধানঃ [ল.সা.গু-গু.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৩, অংক নং- ৭৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. কোন আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা, আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে মুনাফার হার কত?
(ক) ১০% (খ) ১২.৫% (গ) ১৫% (ঘ) ১২% উত্তর: খ

◆সমাধানঃ [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ২৯৮, অংক নং-২৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)] এবং [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৫০, অংক নং-১২৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৭তম বিসিএস

১. 17 সে.মি. 15 সে.মি. 8 সে.মি বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে-
(ক) সমাবাহু (খ) সমদ্বিবাহু (গ) সমকোণী (ঘ) স্থূলকোণী উত্তর: (ঘ)

◆ব্যাখ্যা: [ত্রিভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯১০, অংক নং-৪৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২. $A=\{x \mid x$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2<25\}$
$B=\{x \mid x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2<25\}$
$C=\{x \mid x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x^2=25\}$ হলে, $A \cap B \cap C = ?$
(ক) {1,2,3,4} (খ) {2,3,4} (গ) {2,3,4,5} (ঘ) ∅ উত্তর: (ঘ)

◆ব্যাখ্যা: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৭, অংক নং-৫৬(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩. 10% মুনাফায় 3000 টাকা এবং 8% মুনাফায় 2000 টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মুলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?
(ক) 9% (খ) 9.2% (গ) 8% (ঘ) 8.2% উত্তর: (খ)

◆ব্যাখ্যা: [সরল ও যৌগিক মুনাফা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৩৩, অংক নং-৫৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪. দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা, অংকদ্বয়ের স্থান বিনিময়ের ফলে 54 বৃদ্ধি পায়। অংক দুটির যোগফল 12 হলে সংখ্যাটি কত?
(ক) 57 (খ) 75 (গ) 39 (ঘ) 93 উত্তর: (গ)

◆ব্যাখ্যা: [বাস্তব সংখ্যা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২, অংক নং-১৭২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫. একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর 10 এবং 6-তম পদটি 52 হলে 15-তম পদটি-
(ক)140 (খ) 142 (গ)148 (ঘ)150 উত্তর: (খ)

◆ব্যাখ্যা: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৯২, অংক নং-৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬. একটি থলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একট বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত?
(ক) $\frac{2}{3}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{3}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{4}$ উত্তর: (ক)

◆ব্যাখ্যা: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৫৩, অংক নং-৭৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭. একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি 20 এবং ষষ্ঠ (6 - তম) পদটি 160 হলে প্রথম পদটি কত?
(ক) 5 (খ) 10 (গ) 12 (ঘ) 8 উত্তর: (ক)

◆সমাধান: [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৪, অংক নং-৭৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮. $\log_{\frac{3}{4}}\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x - এর মান কত? (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)

◆ব্যাখ্যা: [লগারিদম এর পৃষ্ঠা নং- ৬৮২, অংক নং-৬২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৯. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 15 মি. এবং প্রস্থ 10মি. হলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
(ক) $35\sqrt{3}$ (খ) $40\sqrt{5}$ (গ) $45\sqrt{5}$ (ঘ) $50\sqrt{5}$ উত্তর: (খ)

◆ব্যাখ্যা: [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের এর পৃষ্ঠা নং- ৯৩০, অংক নং-১০ সদৃশ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. 261 টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3}:\frac{1}{5}:\frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে? (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)
(ক) 45 (খ) 81 (গ) 90 (ঘ) 135 উত্তর: (ঘ)

◆ব্যাখ্যা: [অনুপাত-সমানুপাত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৪৯৩, অংক নং-৭৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. 13 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা - এর দৈর্ঘ্য 24 সে.মি. হলে কেন্দ্র থেকে উক্ত জ্যা - এর লম্ব কত সে.মি.?
(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6 উত্তর: (গ)

◆ব্যাখ্যা: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৬৯, অংক নং-৫৮ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. 10 টি জিনিসের মধ্যে 2 টি এক জাতীয় এবং বাকীগুলো ভিন্ন ভিন্ন জিনিস। ঐ জিনিসগুলো থেকে প্রতিবার 5টি নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?
(ক) 170 (খ) 182 (গ) 190 (ঘ) 192 উত্তর: (খ)

◆ব্যাখ্যা: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৩০, অংক নং-৫০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. 100 টাকায় 10টি ডিম কিনে 100 টাকায় 8টি ডিম বিক্রয় করলে শতকরা লাভ কত হবে? (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)
(ক) 16% (খ) 20% (গ) 25% (ঘ) 28% উত্তর: (গ)

◆ব্যাখ্যা: [লাভ-ক্ষতি অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩৯১, অংক নং-১৬১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. ৫ এর কত শতাংশ ৭ হবে?
(ক) ৪০ (খ) ১২৫ (গ) ৯০ (ঘ) ১৪০ উত্তর: (ঘ)

[শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩০৬, অংক নং-৬১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি ২০% কমে, তবে উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত % কমবে?
(ক) ১০% (খ) ২০% (গ) ৩৬% (ঘ) ৪০% উত্তর: (গ)

◆ব্যাখ্যা: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩৩৫, অংক নং-২৩৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৬তম বিসিএস

১) $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x \le 5\}$ হলে P(A) এর সদস্য সংখ্যা কত?
ক.৪ খ.7 গ.6 ঘ.3 Ans: ক

◆সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৭৫, অংক নং-৪০(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

২) 12টি পুস্তক থেকে 5টি কত প্রকারে বাছাই করা যায় যেখানে 2 টি পুস্তক সর্বদাই অর্ন্তভুক্ত থাকবে?
ক.252 খ.792 গ. 224 ঘ.120 উত্তর: ঘ

◆সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৭, অংক নং-৪১(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩) আবহাওয়া অফিসের রিপোর্ট অনুযায়ী ২০১৫ সালের জুলাই মাসের ২য় সপ্তাহে বৃষ্টি হয়েছে মোট 5 দিন। ঐ সপ্তাহে বুধবার বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা কত?
ক. 1 খ. $\frac{5}{7}$ গ. $\frac{2}{7}$ ঘ. $\frac{1}{7}$ উত্তর: গ

◆ব্যাখ্যা: [সম্ভাব্যতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৪০, অংক নং-১২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৪) ৩৫০ টাকা দরে ৩ কেজি মিষ্টি কিনে ৪ টাকা হারে ভ্যাট দিলে মোট কত ভ্যাট দিতে হবে?
ক. ১৪ খ. ৪২ গ. ১২ ঘ. ১০৫ উত্তরঃ খ

◆ সমাধানঃ [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩১৩, অংক নং-১২৪(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৫) যদি তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায় তবে তেলের ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল বাবদ ব্যয় বৃদ্ধি পাবে না?
ক.১৬% খ.২০% গ.২৫% ঘ.২৪% উত্তরঃ খ

◆ সমাধানঃ [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৪, অংক নং-১৮৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৬) দুটি সংখ্যার গুণফল ৩৩৮০ এবং গ.সা.গু ১৩। সংখ্যা দুটির ল.সা.গু কত?
ক.২৬০ খ.৭৮০ গ.১৩০ ঘ.৪৯০ উত্তরঃ ক

◆ সমাধানঃ [ল.সা.গু-গ.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা - ৯১ নং, অংক নং - ৬৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৭) $1+3+5+\ldots\ldots+(2x-1)$ কত?
a. $x(x-1)$ b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. $x(x+1)$ d. x^2 ans. d

◆সমাধানঃ [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৯৭, অংক নং-৩৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৮) $\text{Log}_{\sqrt{3}} 81$ কত?
a. 4 b. $27\sqrt{3}$ c.8 d. $\frac{1}{8}$ Ans. c

◆সমাধানঃ (ব্যাসিক ম্যাথে সমাধান নাই)

$$\text{Log}_{\sqrt{3}} 81 = \text{Log}_{\sqrt{3}} 3^4 = \text{Log}_{\sqrt{3}} \left(\sqrt{3}\right)^8 = 8\,\text{Log}_{\sqrt{3}} \left(\sqrt{3}\right) = 8$$

) যদি $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে x = কত?
ক. 0 খ. 1 গ. -1 ঘ. 4 উত্তরঃ ক

সমাধানঃ [সূচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬০, অংক নং-৪৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) চিত্র অনুসারে o কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ΔABC অন্তর্লিখিত।
$\angle y = 112°$ হলে $\angle x$ = কত?
ক. ৬৮° খ. ৩৪° গ. ৪৫° ঘ.৩৯° উত্তরঃ খ

ব্যাখ্যাঃ [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৭৩, অংক নং-৭৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{2}$ একক হলে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক ?
ক. 24 খ. 8 গ. 16 ঘ. 32 উত্তরঃ গ

ব্যাখ্যাঃ [চতুর্ভুজ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৩৮, অংক নং-৫৯(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) Δ ABC এ $\angle A = 40°, \angle B = 70°$, হলে Δ ABC কি ধরনের ত্রিভুজ?
ক. সমকোণী খ. স্থূলকোণী গ. সমদ্বিবাহু ঘ. সমবাহু উত্তরঃ গ

) $x^2 + y^2 = 185$, x - y = 3 এর একটি সমাধান হল ঃ
ক. (7,4) খ. (9,6) গ. (10,7) ঘ.(11,8) উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [সরল সহ-সমীকরণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৬০, অংক নং-২৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) $a-[a-\{a-(a-\overline{a-1})\}]$ কত? [৩৬তম বিসিএস] ক. 1 খ. -1 গ. a - 1 ঘ. a+1 উত্তরঃ গ

সমাধানঃ [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬২১, অংক নং-১৮৫ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

$x - \frac{1}{x} = 1$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4 উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬১১, অংক নং-১৩৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৫তম বিসিএস

) 60 লিটার ফলের রসে আম ও কমলার অনুপাত 2:1। কমলার রসের পরিমাণ কত লিটার বৃদ্ধি করলে অনুপাতটি 1:2 হবে?
ক) 40 খ) 60 গ) 50 ঘ) 70 উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [মিশ্রণ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৫৩৪, অংক নং-২৭ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. 11 এবং ল.সা.গু. 7700। একটি সংখ্যা 275 হলে, অপর সংখ্যাটি-
ক) 318 খ) 308 গ) 283 ঘ) 279 উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [ল.সা.গু-গ.সা.গু অধ্যায়ের পৃষ্ঠা - ৯২ নং, অংক নং - ৭২ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) x-y = 2 এবং xy = 24 হলে, x- এর ধনাত্মক মান কোনটি?
ক) 3 খ) 4 গ) 5 ঘ) 6 উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [বীজগাণিতিক সূত্রাবলী অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৫৯৩, অংক নং-৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$ হলে, x এর মান-
ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4 উত্তরঃ গ

সমাধানঃ [সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭২০, অংক নং-১৬ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) |x - 3|< 5 হলে-
ক) 2< x< 8 খ) $-2 < x < 8$ গ) $-8 < x < -2$ ঘ) $-4 < x < -2$ উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [অসমতা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৭১, অংক নং-৩৪ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) $x^{-3} - 0.001 = 0$ হলে, x^2-এর মান-
ক) 100 খ) 1 গ) $\frac{1}{10}$ ঘ) $\frac{1}{100}$ উত্তরঃ ক

সমাধানঃ [সুচক অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৬২, অংক নং-৫৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$ এর মান-
ক) 2 খ) −2 গ) 3 ঘ) −3 উত্তরঃ খ

সমাধানঃ [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৭৭, অংক নং-২৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি − 48 এবং পঞ্চম পদটি $\frac{3}{4}$ হলে, সাধারণ অনুপাত কত?
ক) $\frac{1}{2}$ খ) $-\frac{1}{2}$ গ) $\frac{1}{4}$ ঘ) $-\frac{1}{4}$ উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ [সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭০৫, অংক নং-৭৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

) $\log_a x = 1$, $\log_a y = 2$ $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a\left(\frac{x^3 y^3}{z}\right)$ এর মান কত?
ক) 1 খ) 2 গ) 4 ঘ) 5 উত্তরঃ গ

সমাধানঃ [লগারিদম অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৬৮৪, অংক নং-৭২(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১০. কলার দাম 20% কমে যাওয়ায় 12 টাকায় পূর্ব অপেক্ষা 2টি কলা বেশি পাওয়া গেলে বর্তমানে একটি কলার দাম কত টাকা?
ক) 1.50 খ) 3.00 গ) 2.50 ঘ) 1.2 উত্তর: ঘ

◆ সমাধান: [শতকরা অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৩২৭, অংক নং-১৯৯ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১১. 2 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের অন্তঃস্থ একটি বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহু এবং বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ক) $4\pi - 8$ খ) $2\pi - 4$ গ) $4\pi + 8$ ঘ) $2\pi + 4$ উত্তর: ক

◆ সমাধান: [বৃত্ত অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৯৭৪, অংক নং-৮৩(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১২. 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে
ক) 728 খ) 286 গ) 364 ঘ) 1001 উত্তর: খ

◆ সমাধান: [সমাবেশ অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮২৭, অংক নং-৩৮(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৩. 100 জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে গড় নম্বর 70। এদের মধ্যে 60 জন ছাত্রীর গড় নম্বর 75 হলে, ছাত্রদের গড় নম্বর কত?
ক) 55.5 খ) 60.5 গ) 65.5 ঘ) 62.5 উত্তর: ঘ

সমাধান: [পরিসংখ্যান অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৮৮৯, অংক নং-২০ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৪. 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি, 25 জন ইংরেজি ও বাংলা উভয়ই এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষার কথা বলতে পারেন। বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন?
ক) 10 খ) 15 গ) 40 ঘ) 30 উত্তর: গ

◆ সমাধান: [সেট ও ভেনচিত্র অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৮২, অংক নং-০৩ (ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

১৫. CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ?
ক) 2 খ) 3 গ) 4 ঘ) 5 উত্তর: ক

◆ সমাধান: [বিন্যাস অধ্যায়ের পৃষ্ঠা নং- ৭৯৭, অংক নং-২৭(ব্যাসিক ম্যাথ ৬ষ্ঠ সংস্করণ)]

৩৪তম বিসিএস

১. একটি আয়তাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। এর দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে এবং প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আয়তাকার কক্ষের সমান পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গাকার কক্ষের ক্ষেত্রফল কত হবে?
ক. 225 বর্গমিটার খ. 144 মিটার গ. 169 বর্গমিটার ঘ. 196 মিটার উত্তর: ঘ

২. $A = \{1,2,3\}$, $B = \varnothing$ হলে $A \cup B =$ কত?
ক. $\{1, 2, 3\}$ খ. $\{1, 2, \varnothing\}$ গ. $\{2, 3, \varnothing\}$ ঘ. $\varnothing$ উত্তর: ক

৩. বিষমবাহু ΔABC এর বাহুগুলির মান এমনভাবে নির্ধারিত যে, AD মধ্যমা দ্বারা গঠিত ΔABD এর ক্ষেত্রফল x বর্গমিটার। ΔABC- এর ক্ষেত্রফল কত?
ক. x^2 বর্গমিটার খ. $2x$ বর্গমিটার গ. $\left(\frac{x}{2}\right)^2$ বর্গমিটার ঘ. $\left(\frac{\sqrt{x}}{3}\right)^3$ বর্গমিটার উত্তর: খ

৪. $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n}$ এর মান কত?
ক. 4 খ. 8 গ. 5 ঘ. 7 উত্তর: খ

৫. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 4$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত?
ক. 8 খ. 9 গ. 16 ঘ. 25 উত্তর: ক

৬. একটি পঞ্চভুজের সমষ্টি
ক. 8 সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ৮ সমকোণ ঘ. ১০ সমকোণ উত্তর: খ

৭. তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল তাদের যোগফলের 5 গুণ। সংখ্যা তিনটির গড় কত?
ক. 6 খ. 3 গ. 5 ঘ. 4 উত্তর: ঘ

৮. একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী আছে প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও ২৫ পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়ায় মোট ৭৫টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীতে মোট ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা কত?
ক. 70 খ. 85 গ. 75 ঘ. 100 উত্তর: গ

৯. একটি বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল যথাক্রমে ১৩২ সেন্টিমিটার ও ১৩৮৬ বর্গসেন্টিমিটার। বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা- এর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৬৬ সেন্টিমিটার খ. ৪২ সেন্টিমিটার গ. ২১ সেন্টিমিটার ঘ. ২২ সেন্টিমিটার উত্তর: খ

১০. মামুন ২৪০ টাকায় একই রকম কতগুলি কলম কিনে দেখল যে, যদি সে একটি কলম বেশি পেত তাহলে প্রতিটি কলমের মূল্য ১ টাকা কম পড়ত। সে কতগুলো কলম কিনেছিল?
ক. ১৩ টি খ. ১৪ টি গ. ১৫ টি ঘ. ১৬ টি উত্তর: গ

১১. ঘড়িতে এখন ৮টা বাজে। ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যকার কোণটি হলো-
ক. ১৫০° খ. ৬০° গ. ৯০° ঘ. ১২০° উত্তর: ঘ

১২. ০.০৩, ০.১২, ০.৪৮ ..... শুন্যস্থানে সংখ্যাটি কত হবে?
ক. ০.৯৬ খ. ১.৪৮ গ. ১.৯২ ঘ. ১.৫০ উত্তর: গ

১৩. 20 ফুট লম্বা একটি বাঁশকে এমনভাবে কেটে দু ভাগ করা হলো যেন ছোট অংশটি বড় অংশের দুই তৃতীয়াংশ হয়। ছোট অংশের দৈর্ঘ্য কত ফুট?
ক. 6 খ. 7 গ. 8 ঘ. 10 উত্তর: গ

১৪. কোন সংখ্যার ০.১ ভাগ এবং ০.১ ভাগের মধ্যে পার্থক্য ১.০ হলে, সংখ্যাটি কত?
ক. ১০ খ. ৯ গ. ৯০ ঘ. ১০০ উত্তর: গ

১৫. $\sqrt{169}$ is equal to
ক. 11 খ. 13 গ. 15 ঘ.17 উত্তর: খ

৩৩তম বিসিএস

১. তিন সদস্যের একটি বিতর্কদলের সদস্যদের গড় বয়স ২৪ বছর। যদি কোন সদস্যের বয়সই ২১ বছরের নিচে না হয় তবে তাদের কোন একজনের বয়স সর্বোচ্চ কত হতে পারে?
ক. ২৫ বছর খ. ৩০ বছর গ. ২৮ বছর ঘ. ৩২ বছর উত্তর: খ

২. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি ছোট; কিন্তু অতিভুজ ভূমি অপেক্ষা ২ সে.মি. বড়। অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত?
ক. ১০ সে.মি খ. ৮ সে.মি. গ. ৪ সে.মি. ঘ. ৬ সে.মি. উত্তর: ক

৩. $\left(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4}\right)^6$ কত?
ক. 12 খ. 48 গ. 36 ঘ. 144 উত্তর: ঘ

৪. m সংখ্যক সংখ্যার গড় x এবং n সংখ্যক সংখ্যার গড় y হলে, সব সংখ্যার গড় কত?
ক. $\frac{x+y}{mn}$ খ. $\frac{x+y}{m+n}$ গ. $\frac{mx+ny}{m+n}$ ঘ. $\frac{mx+ny}{mn}$ উত্তর: গ

৫. যদি $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$ হয় তবে x এর মান কত?
ক. 8 খ. 3 গ. 5 ঘ. 4 উত্তর:

৬. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}} =$ কত?
ক. a খ. 1 গ. $a^{\frac{1}{3}}$ ঘ. a^3 উত্ত

৭. একটি সাবানের আকার ৫ সেমি. × ৪ সেমি. × ১.৫ সেমি . হলে ৫৫ সেমি. দৈর্ঘ্য, ৪৮ সেমি. প্রস্থ এবং ৩০ সেমি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বাক্সের মধ্যে কতটি সাবান রাখা যাবে?
ক. ২৬৪০ টি খ. ১৩২০ টি গ. ৩৬০০ টি ঘ. ৫২৪০ টি উত্তর: ক

৮. যদি সেট A = {5, 15, 20, 30} এবং B = {3, 5, 15, 18, 20} হয়, তবে নিচের কোনটি A ∩ B নির্দেশ করবে? [৩৩তম বিসিএস]
ক. {3, 18, 30} খ. { 3, 5, 15, 18, 20} গ. {5, 15, 20} ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

৯. $4^3+4^3+4^3+4^3$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. 16^3 খ. 4^{4^3} গ. 2^{2x+2} ঘ. 2^{8x} উত্তর: গ

১০. ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ... ধারাটির ১০ম পদ কোনটি?
ক. ৩৪ খ. ৫৫ গ. ৪৮ ঘ. ৬৪ উত্তর: খ

১১. রকীব সাহেব ৩,৭৩,৮৯৯ টাকা ব্যাংকে জমা রাখলেন। ৭ $\frac{১}{২}$ বছর পর তিনি আসল টাকার ১ $\frac{১}{৪}$ অংশ সুদ পেলেন। ব্যাংকের সুদের হার কত?
ক. ১২ $\frac{১}{২}$% খ. ১৬ $\frac{২}{৩}$% গ. ৮ $\frac{১}{৩}$% ঘ. ১১ $\frac{১}{৯}$% উত্তর: খ

১২. নিচের কোনটি $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$এর সমান?
ক. $\sqrt{2}$ খ. $\frac{1}{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}$ গ. $\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ. $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ উত্তর: ঘ

১৩. $36.2^{3x-8}=3^2$ হলে x এর মান কত?
ক. $\frac{7}{3}$ খ. $\frac{8}{3}$ গ. 3 ঘ. 2 উত্তর: ঘ

১৪. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাণ ৩৫° ও ৫৫°। ত্রিভুজটি কোন ধরনের?
ক. সমকোণী খ. সমবাহু গ. সমদ্বিবাহু ঘ. স্থূলকোণী উত্তর: ক

১৫. (x - y, 3) = (0, x + 2y) হলে (x, y) = কত?
ক. (1,1) খ. (1,3) গ. (-1,-1) ঘ. (-3,1) উত্তর: ক

১৬. $\frac{x}{y}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{y}{x}$ হবে?
ক. $\frac{x^2-y^2}{xy}$ খ. $\frac{2x^2-y^2}{xy}$ গ. $\frac{y^2-x^2}{xy}$ ঘ. $\frac{x^2-2y^2}{xy}$ উত্তর: গ

১৭. একটি আয়তাকার ঘরের প্রস্থ তার দৈর্ঘ্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ। ঘরটির পরিসীমা ৪০ মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত হবে?
ক. ৬০ বর্গমিটার খ. ৯৬ বর্গমিটার গ. ৭২ বর্গমিটার ঘ. ৬৪ বর্গমিটার উত্তর: খ

১৮. ৫ জন তাঁত-শ্রমিক ৫ দিনে ৫টি কাপড় বুনতে পারে।একই ধরনের ৭টি কাপড় বুনতে ৭ জন শ্রমিকের কত দিন সময় লাগবে?
ক. ৫ খ. ৭ গ. $\frac{৪৯}{২৫}$ ঘ. $\frac{২৫}{৪৯}$ উত্তর: ক

১৯. ৩ সে.মি. , ৪ সে.মি., ও ৫ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট তিনটি ঘনক গলিয়ে নতুন একটি ঘনক তৈরি করা হল। নতুন ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে?
ক. ৭.৫ সেমি. খ. ৬.৫ সেমি. গ. ৬ সেমি. ঘ. ৭ সেমি. উত্তর: গ

২০. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৮সে.মি ও ৯ সে.মি.। এই রম্বসের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত?
ক. ২৪ সেমি. খ. ১৮ সেমি. গ. ৩৬ সেমি. ঘ. ১২ সেমি. উত্তর: ক

৩২তম বিসিএস (বিশেষ)

১. If x and y are odd numbers, then which of the following is even?
a. x + y + 1 b. xy c. xy + 2 d. x + y ans. d

২. টাকায় ৩টি করে আম ক্রয় করে টাকায় ২টি করে বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হবে?
ক. ৫০% খ. ২৫% গ. ১৫% ঘ. ১০% উত্তর: ক

৩. পরপর তিনটি সংখ্যার গুণফল ১২০ হলে তাদের যোগফল কত?
ক.৯ খ.১২ গ.১৪ ঘ.১৫ উত্তর : ঘ

৪. কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম?
ক. $\frac{৫}{৬}$ খ. $\frac{১২}{১৫}$ গ. $\frac{১১}{১৪}$ ঘ. $\frac{১৭}{২১}$ উত্তর: গ

৫. একটি গাড়ির চাকা প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘোরে। ১ সেকেন্ডে চাকাটি কত ডিগ্রি ঘুরবে?
ক.১৮০° খ.২৭০° গ.৩৬০° ঘ.৫৪০° উত্তর: ঘ

৬. ১, ৩, ৬, ১০, ১৫, ২১ ..... ধারাটির ১০ম পদ কত?
ক.৪৫ খ.৫৫ গ.৬২ ঘ.৬৫ উত্তর: খ

৭. $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ হবে?
a. 4xy b. 2xy c. 6xy d. 8xy Ans. b
(মান নির্ণয় অধ্যায়ে পূর্ণবর্গ রাশিতে বিস্তারিত)

৮. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2}$ = কত?
a. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ b. $3-\sqrt{2}$ c. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ d. $\sqrt{3}+2$ Ans. c

৯. $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক-
a. x+y+1 b. x-y c. x+y-1 d.x-y-1 Ans. c

১০. $\log_2 8$ = কত?
ক. 4 খ. 3 গ. 2 ঘ.1 উত্তর : খ

১১. $x^3 + x^2y$ এবং $x^2y + xy^2$ এর ল.সা.গু কোনটি?
a. xy b. x+y c. xy (x + y) d. x^2y (x + y) Ans. d

১২. $x-\frac{1}{x}=7$ হলে $x^3-\left(\frac{1}{x}\right)^3$ এর মান কত?
a. 334 b. 154 c. 364 d. 512 Ans. c

১৩. বৃত্তের ব্যাস তিনগুণ বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?
ক.১৬ খ.৯ গ.১২ ঘ.৪ উত্তর: খ

১৪. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি। ঘরটির পরিসীমা ৩২ মিটার হলে ঘরটির দৈর্ঘ্য কত?
ক. ৬ মিটার খ.১০ মিটার গ.১৮ মিটার ঘ.১২ মিটার উত্তর: খ

১৫. কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থকোন তিনটির সমষ্টি কত?
ক.১৮০° খ.১৫০° গ.২৭০° ঘ.৩৬০° উত্তর: ঘ

১৬. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 2 মিটার করে বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ মিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
ক. ১ মিটার খ.২ মিটার গ.৩ মিটার ঘ.৪ মিটার উত্তর: খ

১৭. ৭ সে.মি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?
ক. ৯৮ বর্গ সে.মি. খ. ৪৯ বর্গ সে.মি. গ. ১৯৬ বর্গ সে.মি. ঘ. ১৪৬ বর্গ সে.মি. উত্তর: ক

১৮. কোন ভগ্নাংশটি ক্ষুদ্রতম?
ক) $\frac{৫}{৬}$ খ) $\frac{১২}{১৫}$ গ) $\frac{১১}{১৪}$ ঘ) $\frac{১৭}{২১}$ উত্তর: গ

১৯. ০.৪৭′ কে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করলে কত হবে? (পৌনপণিক আছে) তাই উত্তর: $\frac{৪৩}{৯০}$

২০. ABCD চতুর্ভুজে $AB \parallel CD$, $AC = BD$ এবং $\angle A = 90^\circ$ হলে সঠিক চতুর্ভুজ কোনটি?
ক) সামান্তরিক খ) রম্বস গ) ট্রাপিজিয়াম ঘ) আয়তক্ষেত্র উত্তর: ঘ

৩১তম বিসিএস

১. কোনটি সবচেয়ে ছোট?
ক) $\frac{২}{১১}$ খ) $\frac{৩}{১১}$ গ) $\frac{২}{১৩}$ ঘ) $\frac{৪}{১৫}$ উত্তর: গ

২. যদি $\frac{Q}{P} = \frac{1}{4}$ হয়, তবে $\frac{P+Q}{P-Q}$ এর মান-
ক. $\frac{5}{3}$ খ. $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{5}{7}$ উত্তর: ক

৩. রহিম, করিম এবং গাজী তিন জনে একটি কাজ করতে পারে যথাক্রমে ১৫, ৬ ও ১০ দিনে। তারা একত্রে তিন জনে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে?
ক. ২১ দিন খ. ১৮ দিন গ. ৭ দিন ঘ. ১৫ দিন সঠিক উত্তর ৩দিন

৪. কোনো সংখ্যার ৪০% এর সাথে ৪২ যোগ করলে ফলাফল হবে ঐ সংখ্যাটি। উহা কত?
ক.৭০ খ. ৮০ গ. ৯০ ঘ. ৭৫ উত্তর: ক

৫. কোন সংখ্যার ৬০% থেকে ৬০ বিয়োগ করলে ফলাফল হবে ৬০। তবে সংখ্যাটি কত?
ক. ২৫০ খ. ১০০ গ. ২০০ ঘ. ৩০০ উত্তর: গ

৬. $\log_2\left(\frac{1}{32}\right)$ এর মান কত? [৩১-তম বিসিএস] ক. $\frac{1}{25}$ খ.-5 গ. $\frac{1}{5}$ ঘ. $-\frac{1}{5}$ উত্তর: খ

৭. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৪ সে.মি. এবং ৬ সে.মি, রম্বসের ক্ষেত্রফল কত?
ক. ৬ বর্গ সি.মি খ. ৮ বর্গ সে.মি. গ. ১২ বর্গ সে.মি. ঘ. ২৪ বর্গ সে.মি. উত্তর: গ

৮. $(4x^2 - 16)$ এবং $(6x^2 + 24x + 24)$ এর গ.সা.গু.-
a. $x + 2$ b. $x + 4$ c. $x + 2$ d. $2(x+2)$ উত্তর: d

৯. $x^3 - x^2$ কে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে অবশেষ থাকবে-
ক. 2 খ. 4 গ. -6 ঘ. -8 উত্তর: খ

১০. যদি $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হয়, তবে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?
ক. ± 9 খ. ± 7 গ. ± 5 ঘ. ± 3 উত্তর: খ

১১. $3x - 7y + 10 = 0$ এবং $y - 2x - 3 = 0$ এর সমাধান-
a. $x = 1, y = -1$ b. $x = 1, y = 1$
c. $x = -1, y = -1$ d. $x = -1, y = 1$ উত্তর: d

১২. যদি $a + b = 2$, $ab = 1$ হয়, তবে a এবং b এর মান যথাক্রমে-
ক. 0,2 খ. 1,1 , গ. -1, 3 ঘ. -3, -4 উত্তর: খ

১৩. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + x^2$ এর মান কত?
a. $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$ b. $\frac{x(x+1)}{2}$ c. x d. $\left\{\frac{x(x+1)}{2}\right\}^2$ উত্তর: a

১৪. $f(x) = x^3 - 2x + 10$ হলে $f(0)$ কত?
ক. 1 খ. 5 গ. 8 ঘ. 10 উত্তর: ঘ

১৫. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 100$ বৃত্তের কেন্দ্রীয় স্থানাংক কত?
ক. (0,0) খ. (4, -3) গ. (-4, 3) ঘ. (10, 10) উত্তর: খ

১৬. দুটি সংখ্যার যোগফল 48 এবং তাদের গুণফল 432। তবে বড় সংখ্যাটি কত?
ক. 36 খ. 37 গ. 38 ঘ. 40 উত্তর: ক

১৭. একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২০সে.মি., ২১সে.মি. এবং ২৯সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত?
ক. ২০০ বর্গমিটার খ. ২১০ বর্গমিটার গ. ২৯০ বর্গমিটার ঘ. ৩০০ বর্গমিটার উত্তর: খ

১৮. যদি $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3K$ হয়, তবে K =?
ক. $9\frac{1}{2}$ খ. $11\frac{1}{3}$ গ. $12\frac{2}{5}$ ঘ. $13\frac{2}{3}$ উত্তর: ঘ

১৯. ০, ১, ২ এবং ৩ দ্বারা গঠিত চার অঙ্কের বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যার বিয়োগফল-
ক. ৩১৪৭ খ. ২২৮৭ গ. ২৯৮৭ ঘ. ২১৮৭ উত্তর: ঘ

২০. যদি দুইটি সংখ্যার যোগফল এবং গুণফল যথাক্রমে ২০ এবং ৯৬ হয়, তবে সংখ্যা দুইটির ব্যুৎনুপাতিক (ভগ্নাংশ উল্টিয়ে) যোগফল কত হবে?
ক. $\frac{1}{8}$ খ. $\frac{1}{6}$ গ. $\frac{3}{4}$ ঘ. $\frac{5}{24}$ উত্তর: ঘ

৩০তম বিসিএস

১. কোন লঘিষ্ট সংখ্যার সাথে ২ যোগ করলে যোগফল ১২,১৮ এবং ২৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে?
ক. ৮৯ খ. ৭০ গ. ১৭০ ঘ. ১৪২ উত্তর: খ

২. নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা?
ক) ৯১ খ) ৮৭ গ) ৬৩ ঘ) ৫৯ উত্তর: ঘ

৩. একটি সংখ্যা ৩০১ থেকে যত বড় ৩৮১ থেকে তত ছোট। সংখ্যাটি কত?
ক. ৩৪০ খ. ৩৪১ গ. ৩৪৪ ঘ. ৩৪৫ উত্তর: খ

৪. নিচের কোনটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা?
ক) ০.৩ খ) $\sqrt{০.৩}$ গ) $\frac{১}{৩}$ ঘ) $\frac{২}{৫}$ উত্তর: ক

৫. ক ও খ একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। খ একা কাজটি কত দিনে করতে পারবে?
ক. ২৫ খ. ৩০ গ. ৩৫ ঘ. ৪০ উত্তর:

৬. $f(x) = x^3 + kx^2 - 6x - 9$; k এর মান কত হলে $f(3) = 0$ হবে?
ক. 1 খ. -1 গ. 2 ঘ. 0 উত্তর:

৭. $\log_a\left(\frac{m}{n}\right)$ = কত?

a.$\log_a m - \log_a n$ b.$\log_a m + \log_a n$ c.$\log_a m \times \log_a n$ d.কোনটিই নয় উত্তর: a

৮. $১৩\frac{৩}{৪}\%$ এর সমান-

ক. $\frac{১১}{৮০}$ খ. $\frac{১১}{২০}$ গ. $\frac{১}{৯}$ ঘ. $\frac{১}{৮}$ উত্তর : ক

৯. 3, 9, ও 4- এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত?

a. 12 b. 16 c. 17 d. 8 উত্তর: a

১০. $a+\frac{1}{a}=3$ হলে, $a^3+\frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

ক. 9 খ. 18 গ. 27 ঘ. 36 উত্তর: খ

১১. $a+b=7$ এবং $a^2+b^2=25$ হলে, নিচের কোনটি ab এর মান হবে?

ক. 12 খ. 10 গ. 6 ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ক

১২. নিচের কোনটি বৃত্তের সমীকরণ?

a. ax^2+bx+c b. $y^2=ax$ c. $x^2+y^2=16$ d. $y^2=2x+7$ উত্তর: c

১৩. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২৫০ বর্গমিটার হলে এর দৈর্ঘ্য কত?

ক. ৩০ খ. ৪০ গ. ৫০ ঘ. ৬০ উত্তর: গ

১৪. দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির কি বলে?

ক. সন্নিহিত কোণ খ. সরলকোণ গ. সম্পূরক কোন ঘ. পূরক কোণ উত্তর: গ

১৫. দুইটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বসম হওয়ার জন্য নিচের কোন শর্তটি যথেষ্ট নয়?

ক. একটির তিনবাহু অপরটির তিনবাহুর সমান

খ. একটির তিনকোণ অপরটির তিনকোণের সমান

গ. একটির দুই কোণ ও একবাহু অপরটির দুইকোণ ও অনুরূপ বাহুর সমান

ঘ. একটির দুইবাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ অপরটির দুইবাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান উত্তর: খ

১৬. বৃত্তের কেন্দ্রছেদকারী জ্যাকে কি বলা হয়?

ক. ব্যাস খ. ব্যাসার্ধ গ. বৃত্তচাপ ঘ. পরিধি উত্তর:ক

১৭. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিচের কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা সম্ভব হবে?

ক. 6 : 5 : 4 খ. 3 : 4 : 5 গ. 12 : 8 : 4 ঘ. 6 : 4 : 3 উত্তর:খ

১৮. একটি মিনারের পাদদেশ হতে ২০ মিটার দূরের একটি স্থান হতে মিনারটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ ৩০° হলে মিনারটির উচ্চতা

ক. $20\sqrt{3}$ মিটার খ. 20 মিটার গ. $\frac{20}{\sqrt{3}}$ মিটার ঘ. $10\sqrt{3}$ মিটার উত্তর: গ

১৯. $3x^3+2x^2-21x-20$ রাশিটির একটি উৎপাদক

a. x + 2 b.x - 2 c. x + 1 d .x - 1 উত্তর: c

২০. $x>y$ এবং $z<0$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

a. $xz>yz$ b. $\frac{z}{x}<\frac{z}{y}$ c. $\frac{x}{z}>\frac{y}{z}$ d. $xz<yz$ উত্তর: d

৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারী
পরীক্ষার তারিখ ২৭-০৫-২০২২

১. ক্রয়মূল্য বিক্রয়মূল্যের দ্বিগুণ হলে শতকরা লাভ বা ক্ষতির পরিমাণ কত?

ক. লাভ ২৫% খ. ক্ষতি ২৫% গ. লাভ ১০% ঘ. ক্ষতি ৫০% উত্তর: ঘ

সমাধান:

ধরি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা। সুতরাং বিক্রয়মূল্য = ১০০÷২ = ৫০টাকা। (ক্রয়মূল্য দ্বিগুণ অর্থ বিক্রয়মূল্য অর্ধেক)

তাহলে ক্ষতি = ১০০ - ৫০ = ৫০টাকা। সুতরাং শতকরা ক্ষতির হার = $\frac{৫০\times১০০}{১০০}\% = ৫০\%$ উত্তর: ৫০% ক্ষতি।

২. i^{-49} এর মান কত?

ক. -1 খ. i গ. 1 ঘ. -i উত্তর: ঘ

বিস্তারিত সমাধান:

$i^{-49}=\frac{1}{i^{49}}=\frac{1}{i^{48}.i^1}=\frac{1}{(i^2)^{24}.i}=\frac{1}{(-1)^{24}.i}=\frac{1}{1.i}=\frac{1}{i}=\frac{1\times i}{i\times i}=\frac{i}{i^2}=\frac{i}{-1}=-i$ [যেহেতু $i^2=-1$]

বিকল্প সমাধান:

$i^{-49}=i^{-50}\times i^1=(i^2)^{-25}\times i=(-1)\times i=-i$ [i^2 এর মান = -1] [পাওয়ারে (-) বা (+) থাকলে নিয়ম একই]

৩. $6a^2bc$ এবং $4a^3b^2c^2$ –এর সংখ্যা সহগের গ.সা.গু. নিচের কোনটি?

ক. a^2bc খ. $2a^2bc$ গ. $2a^2b^2c^2$ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে প্রদত্ত রাশি দুটি $6a^2bc$ ও $4a^3b^2c^2$ এর সংখ্যা সহগ দুটি = 6 ও 4 এর গ.সা.গু = 2

যেহেতু অপশনের মধ্যে শুধু ২ কোনটাতেই নেই তাই সঠিক উত্তর ঘ. কোনটিই নয়।

Be Careful: $6a^2bc$ ও $4a^3b^2c^2$ এর গ.সা.গু = $2a^2bc$ কিন্তু এখানে সংখ্যা সহগের গ.সা.গু বলায় উত্তর শুধু 2 হবে।

৪. ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় কোনটি?

ক. ৪৫ খ. ১২৯৬ গ. ৩৬ ঘ. ৪ উত্তর: গ

সমাধান: দুটি সংখ্যা a, b হলে, তাদের গাণিতিক গড় = $\frac{a+b}{2}$ এবং জ্যামিতিক গড় = $(a\times b)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a\times b}$

সুতরাং ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় = $(১৮\times৭২)^{\frac{১}{২}}=\sqrt{১৮\times৭২}=\sqrt{৯\times২\times৭২}=\sqrt{৯\times১৪৪}=৩\times১২=৩৬$

৫. যদি $\sqrt[4]{x^3}=2$ হয়, তাহলে $x^{\frac{3}{2}}=?$

ক. 8 খ. 16 গ. 4 ঘ. 64 উত্তর: গ

সমাধান: $\sqrt[4]{x^3}=2 \Rightarrow (x^3)^{\frac{1}{4}}=2 \Rightarrow x^{\frac{3}{4}}=2 \Rightarrow \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^2=2^2 \Rightarrow x^{\frac{3}{4}\times2}=4 \quad \therefore x^{\frac{3}{2}}=4$

৬. $2\log_{10}{}^{5} + \log_{10}{}^{36} - \log_{10}{}^{9} = ?$
ক. 2 খ. 100 গ. 37 ঘ. 4.6 উত্তরঃ ক

সমাধানঃ $2\log_{10}{}^{5} + \log_{10}{}^{36} - \log_{10}{}^{9}$
$= \log_{10}5^2 + \log_{10}{}^{36} - \log_{10}{}^{9}$
$= \log_{10}{}^{25} + \log_{10}{}^{36} - \log_{10}{}^{9} = \log_{10}\frac{25\times36}{9} = \log_{10}{}^{100} = \log_{10}10^2 = 2\log_{10}{}^{10} = 2$

৭. যদি $\log_{10}{}^{x} = -1$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি x এর মান?
ক. 0.1 খ. 0.01 গ. $\frac{1}{10000}$ ঘ. 0.001 উত্তরঃ ক

সমাধানঃ $\log_{10}{}^{x} = -1 \Rightarrow 10^{-1} = x \Rightarrow x = \frac{1}{10}$ $\therefore x = 0.1$

৮. যদি -5, p,q,16 সমান্তর অনুক্রম থাকে, তাহলে p ও q এর মান হবে যথাক্রমে-
ক. -2, 9 খ. 2,9 গ. -2, -9 ঘ. 2, -9 উত্তরঃ খ

বিস্তারিত সমাধানঃ	মুখে মুখে উত্তর :
ধরি, প্রথম পদ, a = -5; এবং সাধারণ অন্তর d ;	(৪র্থ পদ - প্রথম পদ) = ১৬-(-৫) = ২১
∴ দ্বিতীয় পদ, a+d = p; তৃতীয় পদ, a+2d = q	তাহলে (৪-১) = ৩টি গ্যাপের মান = ২১
এবং চতুর্থ পদ, a+3d =16 ⇒-5+3d = 16 ⇒3d = 21 ∴d = 7	হলে ১টি গ্যাপের মান হবে = ২১÷৩ = ৭।
সুতরাং দ্বিতীয় পদ, p = a+d = -5+7 = 2	সুতরাং ২য় পদ p = -৫+৭ = ২
এবং তৃতীয় পদ, q = a+2d = -5+14 = 9 ∴ (p, q) = (2, 9)	এবং ৩য় পদ = q = ২+৭ = ৯ উঃ ২, ৯

৯. $1-1+1-1+1-1+$ .....+ n সংখ্যক পদের যোগফল হবে---
ক. 0 খ. 1 গ. $[1+(-1)^n]$ ঘ. $\frac{1}{2}[1-(-1)^n]$ উত্তরঃ ঘ

সমাধানঃ ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, a = 1, এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{1} = -1$ [এখানে, r < 1]

∴n পদের সমষ্টি $= a\times\frac{1-r^n}{1-r} =$ [যেহেতু r < 0]

$= 1\times\frac{1-(-1)^n}{1-(-1)} = 1\times\frac{1-(-1)^n}{1+1} = \frac{1}{2}[1-(-1)^n]$ **(Ans:)**

১০. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cup B)$ -এর মান কত?
ক. $\frac{3}{4}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. এর কোনটিই নয় উত্তরঃ গ

সমাধানঃ
দেয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$. যেহেতু A ও B স্বাধীন, $\therefore P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3}.\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

আমরা জানি, স্বাধীন ঘটনা সর্বদা অবর্জনশীল হয় $\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

১১. বাস্তব সংখ্যায় $|3x+2| < 7$ অসমতাটির সমাধানঃ
ক. $-3 < x < 3$ খ. $-\frac{5}{3} < x < \frac{5}{3}$ গ. $-3 < x < \frac{5}{3}$ ঘ. $\frac{5}{3} < x < -\frac{5}{3}$ উত্তরঃ গ

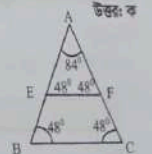
সমাধানঃ
$|3x+2| < 7 \Rightarrow -7 < (3x+2) < 7 \Rightarrow -7-2 < 3x+2-2 < 7-2 \Rightarrow -9 < 3x < 5 \therefore -3 < x < \frac{5}{3}$

১২. একটি ফাংশন $f: R \to R$, $f(x) = 2x+1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে $f^1(2)$ এর মান কত?
ক. 0 খ. $\frac{1}{2}$ গ. 5 ঘ. 1 উত্তরঃ খ

বিস্তারিত সমাধানঃ	বিকল্প সমাধান :
আমরা জানি, $f(x) = ax \pm b$ হলে, $f^1(x) = \frac{x \pm b}{a}$ (সূত্র)	ধরি, $y = f(x) = 2x+1$
এখানে, $f(x) = 2x+1$ $\therefore f^1(x) = \frac{x-1}{2}$ [(+) থাকায় (-)]	$\Rightarrow y = 2x+1 \Rightarrow 2x = y-1$
সুতরাং $f^1(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ উত্তরঃ $\frac{1}{2}$	$\Rightarrow x = \frac{y-1}{2} \Rightarrow f^1(y) = \frac{y-1}{2}$
	সুতরাং $f^1(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ উত্তরঃ $\frac{1}{2}$

১৩. ABC ত্রিভুজে B কোণের পরিমাণ ৪৮° এবং AB = AC। যদি E এবং F, AB এবং AC -কে এমনভাবে ছেদ করে যেন EF || BC হয়, তাহলে $\angle A + \angle AFE = ?$
ক. ১৩২° খ. ১৮০° গ. ১০৮° ঘ. ১৬০° উত্তরঃ ক

সমাধানঃ
পাশের চিত্রটি দেখুন, ABC ত্রিভুজে AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C = 48^0$
আবার, একই ত্রিভুজে BC বাহুর সমান্তরাল EF রেখা হওয়ায়, $\angle B = \angle E = 48^0$
এবং $\angle C = \angle F = 48^0$
এখন, AEF ত্রিভুজে $\angle F = 48^0$ হলে, $\angle A + \angle E = (180-48) = \mathbf{132^0}$



১৪. একটি সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি কোণ ১৬৮°। এর বাহুসংখ্যা কতগুলো হবে?
ক. ৩০ খ. ২০ গ. ১৮ ঘ. ১০ উত্তরঃ ক

বিস্তারিত সমাধানঃ	মুখে মুখে উত্তর :
আমরা জানি, সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n হলে, ১টি বহিঃস্থ কোণ $= \frac{৩৬০^\circ}{n}$	বহিঃস্থ কোণ = ১৮০°-১৬৮° = ১২°
এখানে যেহেতু সুষম বহুভুজটির অন্তস্থ প্রতিটি কোণ = ১৬৮°।	∴ বাহুর সংখ্যা $= \frac{৩৬০^\circ}{১২^\circ} =$ ৩০টি।
সুতরাং ১টি বহিস্থ কোণ = ১৮০°-১৬৮° = ১২°	উত্তর : ৩০টি ।
প্রশ্নমতে, $\frac{৩৬০^\circ}{n} = ১২^\circ$ (বাহিস্থ কোণ) $\Rightarrow ১২n = ৩৬০$ $\therefore n = ৩০$।	

১৫. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. এবং উচ্চতা x সে.মি. হলে, x এর মান কোনটি? উত্তর: খ

ক. $\sqrt{2}$ খ. $\sqrt{3}$ গ. ২ ঘ. ৩

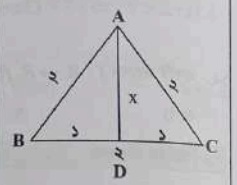
বিস্তারিত সমাধান: (ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান ধরে সমীকরণ সাজিয়ে উত্তর)

আমরা জানি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(\text{বাহু})^2$

আবার এখানে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

প্রশ্নমতে, $\frac{১}{২} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times ২^২$ (একই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অবশ্যই সমান)

$\Rightarrow \frac{১}{২} \times ২ \times x = \frac{\sqrt{3}}{4} \times ৪ \quad \therefore x = \sqrt{3}$ অর্থাৎ ত্রিভুজটির উচ্চতা $= \sqrt{3}$



শর্টকাট সমাধান : (অর্ধেক কে সমকোণী ত্রিভুজ ধরে)

চিত্রানুসারে, ADC সমকোণী ত্রিভুজে,
পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে,
$x^2 = ২^২ - ১^২ \Rightarrow x^2 = ৪ - ১ \Rightarrow x^2 = ৩ \quad \therefore x = \sqrt{3}$
সুতরাং ত্রিভুজটির উচ্চতা $x = \sqrt{3}$

সূত্র জানা থাকলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর :

সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা/উচ্চতা $= \frac{\sqrt{3}}{২} \times$ বাহু

সুতরাং উচ্চতা $x = \frac{\sqrt{3}}{২} \times ২ = \sqrt{3}$

Khairuls Online Private Batch

বিসিএস প্রিলি ম্যাথ, বিসিএস রিটেন ম্যাথ, ব্যাংক এমসিকিউ, ব্যাংক রিটেন ম্যাথ এবং মানসিক দক্ষতার কোর্স অনলাইনে সরাসরি খাইরুল স্যারের কাছে পড়ার জন্য যোগাযোগ করুন:

ফেসবুক পেজ: **Khairuls Math** এর ইনবক্সে অথবা: **01301-498211** নম্বরে।

Recent Math-2022

২০২২ সালের এই অংশের অধিকাংশ প্রশ্নই বইয়ের মধ্যে সংশ্লিষ্ট টপিকের মধ্যে আছে।
শুধুমাত্র প্রাকটিস করার জন্য এই অংশের প্রশ্নগুলোর মডেল টেস্টের মত সমাধান করুন।

পোস্টমাস্টার জেনারেল, উত্তরাঞ্চল রাজশাহী পোস্ট: উচ্চমান সহকারী তারিখ: ১০/০৯/২০২২

১. ২৫ মিটার কাপড় যে মূল্যে ক্রয় করে ২০ মিটার কাপড় সেই মূল্যে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? উত্তর: গ
ক. ১০% খ. ১৫% গ. ২৫% ঘ. ২০%

২. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৭ : ৫ এবং তাদের ল.সা.গু ১৪০ হলে সংখ্যা দুটি কত? উত্তর: ক
ক. ২৮ ও ২০ খ. ৩৫ ও ২৫ গ. ২১ ও ১৫ ঘ. ৪৯ ও ৩৫

৩. $৫ + ৮ + ১১ + ১৪ + \ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ ৩৮৩ ? উত্তর: খ
ক. ১২৩ খ. ১২৭ গ. ১২৮ ঘ. ১২৯

৪. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭ : ২ এবং ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৯ : ৪ । বর্তমান পুত্রের বয়স কত? উত্তর: গ
ক. ৩৫ খ. ২০ গ. ১০ ঘ. ১৫

৫. একটি দ্রব্য ৮০০ টাকায় করে ১০% লাভে বিক্রয় করা হলো । দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০% কম হলে কত টাকা লাভ হতো? উত্তর: খ
ক. ১২০ খ. ১৬০ গ. ১৫০ ঘ. ১৪০

৬. $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত ? উত্তর: ক
ক. 77 খ. $60\sqrt{3}$ গ. $70\sqrt{3}$ ঘ. 60

৭. $4x^2 - 23x + 33$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন ? উত্তর: ক
ক. $(x-3)(4x-11)$ খ. $(4x-3)(x-11)$ গ. $(2x-3)(2x-11)$ ঘ. $(4x-3)(x-11)$

৮. $x - y = 10$ এবং $x^3 - y^3 = 1900$ হলে $xy =$ কত? উত্তর: খ
ক. 20 খ. 30 গ. 40 ঘ. 50

৯. ১টি ভগ্নাংশের লবের সাথে ৭ যোগ করলে তার মান ২ হয় এবং হর থেকে ২ বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান ১ হয় । ভগ্নাংশটি কত? উত্তর: ক
ক. ৩/৫ খ. ৪/৫ গ. ৩/৪ ঘ. ৪/৭

১০. যদি $(125)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে x এর মান কত? উত্তর: গ
ক. -2 খ. 2 গ. -1 ঘ. 1

১১. একটি চতুর্ভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২৮০° হলে চতুর্থ কোণটি কত? উত্তর: খ
ক. ৭০° খ. ৮০° গ. ৯০° ঘ. ১২০°

১২. যে ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য ১৭ সেমি, ১৫ সেমি এবং ৮ সেমি । সে ত্রিভুজটি হবে - উত্তর: খ
ক. সমবাহু খ. সমকোণী গ. সমদ্বিবাহু ঘ. সূক্ষ্মকোণী

১৩. যদি কোন বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ ১০% বৃদ্ধি পায় তবে ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বৃদ্ধি পাবে? উত্তর: খ
ক. ২০% খ. ২১% গ. ১৬% ঘ. ২৪%

১৪. ১৮ মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে ৩০° কোণে উন্নীত করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে । দেয়ালটির দৈর্ঘ্য কত? উত্তর: খ
ক. ৬ মিটার খ. ৯ মিটার গ. ৮ মিটার ঘ. ১০ মিটার

১৫. পিতা তার পুত্রকে বলল, তোমার বর্তমান বয়স, তোমার জন্মের সময় আমার বয়স ছিল তত। যদি ১০ বছর পরে পিতার বয়স ৭৬ হয় , তবে পুত্রের বর্তমান বয়স কত? উত্তর: খ
ক. ৩৬ বছর খ. ৩৩ বছর গ. ৩৮ বছর ঘ. ৪৩ বছর

পরীক্ষার নাম: সিজিএ পদ: অফিস সহায়ক তারিখ: ০৭/১০/২০২২

১. নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা নয়? উত্তর: গ
ক. ৩১ খ. ৪১ গ. ৫১ ঘ. ৬১

২. তিনটি সংখ্যার গড় ৫৬ । যদি ১ম সংখ্যাটি ২য় সংখ্যার দ্বিগুণ এবং ৩য় সংখ্যার অর্ধেক হয় তবে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি কত?
ক. ১৮ খ. ২৪ গ. ৩৫ ঘ. ৪২ উত্তর: খ

৩. ৩, ৬ ও ৪ চতুর্থ সমানুপাতিক কত?
ক. ৮ খ. ১৮ গ. ১২ ঘ. ১০ উত্তর: ক

৪. ২.১ + ০.০১ + ০.০০১ এর মান কত?
ক. ২.০১১ খ. ২.০০১ গ. ২.১১১ ঘ. ১.১১১ উত্তর: গ

৫. ১০০ মিলিমিটার = ?
ক. ১ ডেসিমিটার খ. ১ সেন্টিমিটার গ. ১ মিটার ঘ. ১ কিলোমিটার উত্তর: ক

৬. এক দশমাংশ ও এক শতাংশ এর গড় কত হবে?
ক. ০.০২৫ খ. ০.০৫ গ. ০.০৬ ঘ. ০.০৫৫ উত্তর: ঘ

৭. একটি ভগ্নাংশের লব ও হরের সমষ্টি ৭ । লবের সাথে ১ যোগ করলে হরের সমান্য হবে । ভগ্নাংশটি কত?
ক. ২/৩ খ. ৩/৪ গ. ২/৫ ঘ. ৫/৯ উত্তর: খ

৮. $a^5 \div a^5 \times a^4$
ক. a^4 খ. a^5 গ. 1 ঘ. কোনোটিই নয় উত্তর: ক

৯. কোন সংখ্যার ৫% হয় ২০ ?
ক. ৩০০ খ. ৪০০ গ. ১৫০ ঘ. ২৫০ উত্তর: খ

১০. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ । এর ক্ষেত্রফল ৫১২ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত?
ক. ৯৪ খ. ৯৮ গ. ৯৬ ঘ. ৯২ উত্তর: গ

১১. ৪ টাকায় ৫/৮ এবং ২ টাকার ৪/৫ অংশের মধ্যে পার্থক্য কত টকা ?
ক. ০.০৯ খ. ১.৬০ গ. ২.২৫ ঘ. ০.৯০ উত্তর: ঘ

১২. ময়ূর ও হরিণ একত্রে ৭০টি । কিন্তু তাদের মোট পায়ের সংখ্যা ১৮০ । কয়টি ময়ূর আছে ।
ক. ৬০ খ. ৫০ গ. ৪০ ঘ. ৩০ উত্তর: খ

১৩. একটি চতুর্ভুজের ৪ কোণের সমষ্টি কত?
ক. ১৮০ ডিগ্রি খ. ২৭০ ডিগ্রি গ. ৩৬০ ডিগ্রি ঘ. ৯০ ডিগ্রি উত্তর: গ

১৪. বৃত্তের যে কোন দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কি বলা হয়?
ক. ব্যাসার্ধ খ. জ্যা গ. ব্যাস ঘ. পরিধি উত্তর: খ

১৫. মার্চ মাসের দৈনিক বৃষ্টিপাতের গড় ০.৬৫ সে.মি. ছিল । ঐ মাসের বৃষ্টিপাতের পরিমাণ কত?
ক. ২০.১৫ সে.মি. খ. ২০.২০ সে.মি. গ. ২০.২৫ সে.মি. ঘ. ৬৫ সে.মি. উত্তর: ক

১৬. কোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর । এর একবাহুর দৈর্ঘ্য কত গজ ?
ক. ৩.১৬ খ. ১০০ গ. ৪০০ ঘ. ২২০ উত্তর: ঘ

১৭. তিনটি সংখ্যার অনুপাত ৪ : ৫ : ৬ এর মধ্যম সংখ্যাটির বর্গ ২২৫ । বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?
ক. ২০ খ. ১৮ গ. ২২ ঘ. ২৪ উত্তর: খ

১৮. ১ বর্গফুট সমান কত বর্গইঞ্চি ?
ক. ১২ খ. ১০০ গ. ১৪৪ ঘ. ২৪৪ উত্তর: গ

১৯. $x - 6 = 7x - 48$ হলে x এর মান কত?
ক. 3 খ. 5 গ. 6 ঘ. 7 উত্তর: ঘ

২০. দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু ৭ এবং ল.সা.গু ৮৪ । একটি সংখ্যা ২১ হলে অন্যটি কত?
ক. ২৮ খ. ২৬ গ. ২৪ ঘ. ৩৮ উত্তর: ক

সমাজসেবা অধিদপ্তর পদ: সমাজকর্মী - ইউনিয়ন তারিখ: ২১/১০/২০২২

১. $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান কত?
ক. ৯০ খ. ২২ গ. ১০০ ঘ. ২০ উত্তর: গ

২. নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ?
ক. ৬/৫ খ. ১/২ গ. ২/৩ ঘ. ১১/১২ উত্তর: ক

৩. কোনটি বড়? ক. ০.০৫ খ. ০.৫ গ. ০.২৫ ঘ. ০.৫৫ উত্তর: ঘ

৪. ল.সা.গু এর পূর্ণরূপ কি?
ক. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক খ. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণফল গ. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক ঘ. লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণক উত্তর: গ

৫. বৃত্তের দৈর্ঘ্যকে কি বলে?
ক. জ্যা খ. ব্যাস গ. পরিধি ঘ. বৃত্তচাপ উত্তর: গ

৬. কোনটি বর্গ সংখ্যা নয়?
ক. ১ খ. ৪ গ. ৫ ঘ. ৯ উত্তর: গ

৭. দুটি সংখ্যার বর্গের অন্তর ৩ হলে সংখ্যা দুটি কত?
ক. ৪ ও ৯ খ. ১ ও ২ গ. ১৬ ও ২৫ ঘ. ৩৬ ও ৪৯ উত্তর: খ

৮. কবির সাহেবের তিন পুত্রের বয়স যথাক্রমে ৫ বছর ৭ বছর ও ৯ বছর । তিনি ৪২০০ টাকা বয়স অনুপাতে পুত্রদের মাঝে ভাগ করে দিলেন । ৫ বছর বয়সী ছেলে কত টাকা পেল?
ক. ১০০০ খ. ১৪০০ গ. ১৮০০ ঘ. ২২০০ উত্তর: ক

৯. ৩টি ৫ টাকায় কিনে ৫টি ৯টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে?
ক. ৭% খ. ৯% গ. ৮% ঘ. ৬% উত্তর: গ

১০. কোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৪ বর্গমিটার হলে এর পরিসীমা কত?
ক. ৮ মিটার খ. ১০ মিটার গ. ১০ মিটার ঘ. ২ মিটার উত্তর: ক

১১. $x = 2, y = 4$ হলে, $7x - 3y = ?$
ক. 2 খ. 4 গ. 7 ঘ. 1 উত্তর: ক

১২. কোন আসল সরল সুদে পাঁচ বছরে দ্বিগুণ হলে বার্ষিক সুদের হার কত?
ক. ২০% খ. ১০% গ. ৫% ঘ. ৩০% উত্তর: ক

১৩. কোন ত্রিভুজের একটি কোণ অপর দুইটি কোণের সমষ্টির সমান হলে এটি কোন ধরণের ত্রিভুজ ?
ক. সমবাহু খ. সূক্ষ্মকোণী গ. সমকোণী ঘ. স্থূলকোণী উত্তর: গ

১৪. সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ-
ক. ৬০° খ. ৩০° গ. ৯০° ঘ. ৮০° উত্তর: ক

১৫. দুইটি কোণের সমষ্টি ৯০ ডিগ্রি হলে এর প্রতিটি কোণের নাম কী?
ক. সম্পূরক কোণ খ. পূরক কোণ গ. সরল কোণ ঘ. স্থূলকোণ উত্তর: খ

BADC, পদ: অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার অপারেটর তারিখ: ১৭/১১/২০২২

১. $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান কত হবে?
ক. 16 খ. 9 গ. 8 ঘ. 0 উত্তর: খ

২. 4 : 5 = 12 : x হলে x এর মান কত হবে?
ক. 12 খ. 13 গ. 14 ঘ. 15 উত্তর: ঘ

৩. ৯০ কোন সংখ্যার ৭৫% ?
ক. ১২০ খ. ১২৫ গ. ১৩০ ঘ. ১৩৫ উত্তর: ক

৪. $\sqrt{১} + \sqrt{১}$ এর বর্গ কত?
ক. $\sqrt{২}$ খ. ৪ গ. $\sqrt{৩}$ ঘ. $২\sqrt{১}$ উত্তর: খ

৫. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র কোনটি ?
ক. $\frac{১}{২}$(ভূমি + উচ্চতা) খ. $\frac{১}{২}$(ভূমি × উচ্চতা) গ. $\frac{১}{২}$(ভূমি – উচ্চতা) ঘ. কোনটি নয় উত্তর: খ

৬. কোন সংখ্যার ৮ গুণ থেকে ২ গুণ বিয়োগ করলে ৭২ হয় ?
ক. ২৭ খ. ১৬ গ. ১২ ঘ. ৩০ উত্তর: গ

৭. ১ + ২ + ৩ +.....+ ১০০ = কত?
ক. ১০১০০ খ. ৫০৫০ গ. ৫০৫৫ ঘ. ৫০১০০ উত্তর: খ

বাংলাদেশ রেলপথ মন্ত্রণালয় পদ: খালাসি তারিখ: ২৫/১১/২০২২

১. $3x^2 + x - 10$ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ?
ক. $(x + 2)(3x - 5)$ খ. $(3x + 2)(x - 5)$ গ. $(x - 2)(3x + 5)$ ঘ. $(3x - 2)(x + 5)$ উত্তর: ক

২. ১ ইঞ্চি = কত সেন্টিমিটার ? ক. ২.৪৫ খ. ৩.২৮ গ. ২.৫৪ ঘ. ৩৯.২৭ উত্তর: গ

৩. ২১২, ১৭৯, ১৪৬, ১১৩, ... শূন্যস্থানে কোন সংখ্যাটি বসবে ?
ক. ১৩ খ. ৪০ গ. ৩৩ ঘ. ৮০ উত্তর: ঘ

৪. সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর অনুপাত কোনটি?
ক. ৬ : ৪ : ৩ খ. ৬ : ৫ : ৩ গ. ১২ : ৮ : ৪ ঘ. ১৩ : ১২: ৫ উত্তর: ঘ

৫. ১০ টি বানর ১ মিনিটে ১০টি কলা খেতে পারে । ৫০টি বানরের ৫০টি কলা খেতে কত সময় লাগবে ?
ক. ১ মিনিট খ. ৫ মিনিট গ. ১০ মিনিট ঘ. ৫০ মিনিট উত্তর: ক

৬. একটি বৃত্তের ব্যাস ২০ সে.মি. হলে উহার ক্ষেত্রফল কত?
ক. ৩১৪ বর্গ সে.মি. খ. ৩২৬ বর্গ সে.মি. গ. ৪০০ বর্গ সে.মি. ঘ. ৩২৪ বর্গ সে.মি. উত্তর: ক

৭. পাঁচটি সংখ্যার গড় ৪৬ । সংখ্যাগুলোর প্রথম চারটি সংখ্যার গড় ৪৫ । পঞ্চম সংখ্যাটি কত?
ক. ৪৮ খ. ৪৯ গ. ৫০ ঘ. কোনটিই নয় উত্তর: গ

৮. ০.১ × ০.০৩ × ০.৪ = কত? ক. ০.০১২ খ. ০.০০১২ গ. ১.২০ ঘ. ০.১২০ উত্তর: খ

৯. $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে $a^3 + b^3 = ?$
ক. 9 খ. 27 গ. 18 ঘ. 12 উত্তর: ক

১০. $x^3 - 2x, x^2 - 4$ ও $xy - 2y$ এর গ.সা.গু কত?
ক. $(x + 2)$ খ. $(x - 2)$ গ. $(x + 4)$ ঘ. $x(x - 2)$ উত্তর: খ

১১. একটি কাজ ৩০ জন লোক ২০ দিনে সম্পন্ন করে। কাজ শুরুর ১০ দিন পর ১০ জন লোক চলে গেলে বাদ বাকী কাজ কত দিনে শেষ হবে?
ক. ২০ দিনে খ. ১২ দিনে গ. ১৫ দিনে ঘ. ২৪ দিনে উত্তর: গ

১২. নিচের কোনটি বড়?
ক. ১৫/১৫ খ. ১/১৫ গ. ১.২৫ ঘ. ০.১৫ উত্তর: গ

১৩. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১০ সে.মি. এবং ২০ সে.মি। উহার সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত?
ক. ৬০ সে.মি. খ. ৩০ গ. ৪০ সে.মি. ঘ. ৫২ সে.মি. উত্তর: গ

১৪. ৪৫° এর সম্পূরক কোণের মান কত?
ক. ১৩৫° খ. ১৪৫° গ. ৩৫° ঘ. ৪৫° উত্তর: ক

১৫. ৭২০ এর ৬.২৫% কত?
ক. ৩৭ খ. ৪৬.৮ গ. ৪৫ ঘ. ৪৯ উত্তর: গ

১৬. $a^2 - a - 56 = 0$ হলে, $a = ?$
ক. 8, - 7 খ. 8, 7 গ. – 8, 7 ঘ. – 8, –7 উত্তর: ক

১৭. $9a^2 + 16b^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি বর্গরাশি হবে ?
ক. 12ab খ. 16ab গ. 20ab ঘ. 24ab উত্তর: ঘ

১৮. পিতা পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৪০ বছর । ১০ বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত ৩ : ১ হলে পুত্রের বর্তমান বয়স কত?
ক. ৮ বছর খ. ৫ বছর গ. ১২ বছর ৭ বছর ঘ. উত্তর: খ

১৯. একটি ঘড়ি ৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো ঘড়িটি আরো ৮০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ৮% লাভ হতো । ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত? ক. ৪০০ টাকা খ. ৪৬০ টাকা গ. ৫০০ টাকা ঘ. ৬০০ টাকা উত্তর: গ

২০. ১৫ টি ছাগলের মূল্য ৩টি গরুর মূল্যের সমান । ২০টি ছাগলের পরিবর্তে কয়টি গরু পাওয়া যাবে ?
ক. ৪টি খ. ৫টি গ. ৬টি ঘ. ১০টি উত্তর: ক